

博士論文 2022 年度

正多面体図法を用いた歪みの少ない長方形世界地図の提案

慶應義塾大学政策・メディア研究科

鳴川 肇

博士論文要旨

2022 年度

本論文は、正多面体図法を用いた新しい長方形世界地図の提案である。

世界地図は球面（厳密には回転楕円体）を四角い平面に描く投影幾何学である。だが面積、形、距離が全て正しい世界地図は作成不可能なため「面積は正しいが形は歪む」地図や「形は正しいが面積が歪む」地図など多様な地図が考案されてきた。

世界地図は利用対象者や用途により図法も地図の中心設定や投影軸などの設定も異なる。大航海時代の欧州にとって遠洋航海が目的であれば欧州中心のメルカトル図法が最適である。しかし現在、世界は欧米中心から G20 と呼ばれる多中心な世界に移行中である。極圏への注目も増した。

GIS は極圏も含め注目地域を拡大視したり視点移動できる。このように地図をインタラクティブに操作できる技術が普及した一方、世界全体の視認性を高める図法の開発は積極的になされなかった。だが上記の社会背景から新しい図法の提案は有用である。

本論文では、

- A) 歪みを低減、分散でき、
- B) 長方形の図郭を持ち、
- C) 中心を自由に移動でき、
- D) 全ての陸地の海岸線が途切れない、

世界地図を提案する。具体的には使用事例の少ない正多面体図法を活用・改良した図法を創出することで世界の視認性を高める試みを行う。

そして第三者でも提案図法による世界地図が作成できる道具を提示する。座標変換表に相当する変換方法、および投影式の導出である。その座標変換方法を用いて、テーマに基づいたデータをマッピングした地図を作成し提案図法の有用性を検証する。

さらに提案図法と既存図法を比較検証する。特に長方形の図郭を持ちつつ、正積性、正角性、正距性を其々完全に達成している 3 つの円筒図法に対象を絞り、ティソアの指示楕円を用いて 3 種類の歪みについて比較検証する。

正多面体図法を用いた歪みの少ない長方形世界地図の提案

なお本論文では、約 $1/300$ の扁平率を簡略化し地球を球体と設定し論じる。
キーワード：世界地図，地図投影法，正多面体，球面幾何学，歪み

慶應義塾大学政策・メディア研究科 鳴川肇

Abstract

This dissertation is a proposal of a new rectangular world map using the regular polyhedral projection. The world map is a projection geometry that draws a spherical surface (strictly, a spheroid) on a rectangular plane. But it is impossible to create an area-equal, conformal and equi-distance world map at once. Therefore, various world maps have been devised with advantages and disadvantages, such as a map in which the area is correct but the shape is distorted.

For a specific world map, the optimal settings such as the center setting and projection axis of the map depend on its user and usage.

In the Age of Discovery, what is the optimal projection and setting when the target user is European and the purpose is long-distance voyage? The answer must be the Mercator projection. The map center should be set at Europe. But the world now has been shifting from a Western-centered world to a multi-centered world so called the G20. People more focuses on the polar regions as well.

Today, general public often uses GIS with which the users magnify and move the viewpoint of the region of interest, including these polar regions. While this interactive map services have been widespread, few development of map projection itself has been made to improve the overall view of our world. But from the above discussion, it is useful to propose a new map projection.

First, this dissertation proposes an original map projection that simultaneously satisfies the following features.

- A) Distortion reduction and distribution,
- B) Rectangular shape,
- C) Center movement in multiple directions,
- D) Projection of coastlines without any interruptions,

This dissertation proposes an original map projection that applies the regular polyhedral projection, which has few use cases.

Second, this dissertation proposes two tools of the projection so that anybody can practice the proposed map projection. One is a coordinates-transformation-method equivalent to the coordinates-transformation-table. The other is the projection formulas.

Third, this dissertation creates five thematic maps and one map archive service by means of the proposed coordinates transformation method so that these case studies attempt to verify practical benefits of the proposed projection.

Then this dissertation compares the proposed projection with the existing projections. The comparison focuses on three cylindrical projections. These are respectively perfect area-equal map, conformal map, and equidistant map, while keeping a rectangular map shape. The comparison uses Tissot's indicated ellipse to evaluate and compare three types of distortions in these cylindrical projections and ones in the proposed projection.

The earth shapes a spheroid. Its flattening is approximately equal to $1/300$. However, in discussing the projection, the shape of the earth could be simplified as a sphere. This dissertation as well, set the earth as a sphere for the map projection's formula.

Keywords: world map, map projection, regular polyhedron, spherical geometry, distortions

Keio University Graduate School of Media and Governance,

Narukawa, Hajime

目次

博士論文要旨	ii
目次	vi
表リスト	xi
図版リスト	xii
1. 序論	1
1.1. 背景	1
1.1.1. 世界地図とは：図郭と海岸線	1
1.1.2. 世界地図の特性：歪みの種類	1
1.1.3. 社会情勢と世界地図の設定：地図の中心	2
1.1.4. 社会情勢と世界地図の設定：海岸線の連続性	2
1.1.5. 問題意識：地図の現代性	2
1.2. 先行技術：	3
1.2.1. 円筒図法	4
1.2.1.1. メルカトル図法	4
1.2.1.2. ランベルト正積円筒図法	4
1.2.1.3. 正距円筒図法	7
1.2.1.4. 円筒図法共通の特徴	7
1.2.2. 正多面体図法	10
1.2.2.1. Dymaxion Map	10
1.2.2.2. Lee's Projection と Map puzzle	11
1.2.3. 整合図法	13
1.2.3.1. Peirce's Quincuncial projection	13
1.2.4. 関連分野の先行技術	15
1.2.4.1. テトラパック	15
1.2.4.2. カライドサイクル	18
1.3. 研究の位置付け	21
1.3.1. 円筒図法	21
1.3.1.1. メルカトル図法	21
1.3.1.2. ランベルト正積円筒図法	21

1.3.1.3. 正距円筒図法	21
1.3.2. 正多面体図法.....	21
1.3.2.1. Dymaxion Map	21
1.3.2.2. Lee's Projection と Map puzzle.....	22
1.3.3. 整合図法.....	22
1.3.3.1. Peirce's Quincuncial projection.....	22
1.3.4. 関連分野の先行技術.....	22
1.3.4.1. テトラパック	22
1.3.4.2. カライドサイクル	22
1.4. 研究の目的	25
1.5. 論文の構成	26
2. 図法の提案.....	28
2.1. 長方形化の方法.....	28
2.2. 投影手順.....	30
2.3. 歪みの補正方法.....	38
2.3.1. 立体角写像	38
2.3.1.1. 立体角について.....	38
2.3.1.2. 球面における立体角グリッド	40
2.3.1.3. 曲面正四面体における立体角グリッド	41
2.3.1.4. 正四面体における立体角グリッド.....	41
2.3.1.5. 立体角写像のまとめ	41
2.3.2. 多階層写像	42
2.3.2.1. 緯線方向 (OS 区間) の投影.....	44
2.3.2.2. 経線方向 (NO 区間) の投影.....	44
2.3.3. 歪み補正方法のまとめ	45
2.4. 海岸線が途切れない図法の設定	47
2.5. 平面充填と中心移動	49
2.5.1. 平面充填の仕組み	49
2.5.2. 中心移動の仕組み	51
3. 図法の実践ツール.....	54
3.1. 図法の座標変換.....	54

3.1.1. 手作業による世界地図制作.....	54
3.1.2. 色マップの仕組み	56
3.2. 図法の数式化	60
3.2.1. 曲面正四面体の再定義	62
3.2.2. 投影に用いる円錐の利点	66
3.2.2.1. 検証する領域の絞り込み	66
3.2.2.2. 面角歪み	68
3.2.3. 投影式導出の手順	68
3.2.3.1. 参照符号の説明	68
3.2.3.2. 面積比について	69
3.2.3.3. 線分比について	71
3.2.3.4. NO_1 と NQ_1 について	71
3.2.3.5. NP_1 について	75
3.2.3.6. $N'O'$ と $N'P'$ について	76
3.2.3.7. $\tan\lambda'$ について	76
3.2.3.8. $Q'(x, y)$ について	77
3.2.4. 投影式	77
4. 図法の歪み算定	83
4.1. 歪み算定方法に関する留意点	83
4.2. 投影式の微分	85
4.2.1. $\partial x/\partial\rho$ と $\partial x/\partial\lambda$	85
4.2.2. $\partial y/\partial\rho$ と $\partial y/\partial\lambda$	85
4.2.3. $\partial x/\partial v$ と $\partial y/\partial v$	86
4.2.4. $\partial x/\partial u$ と $\partial y/\partial u$	86
4.3. ティソーの指示楕円の長径と短径	87
4.3.1. 各種歪みの算定式	87
4.3.2. 歪みの視覚化	87
4.3.3. 面積歪み	90
4.3.4. 角歪みの最大値	92
4.3.5. 距離の歪み	94
5. 図法の応用	97

5.1. 世界史地図「クロノマップ 4700」	97
5.2. 大陸移動地図	104
5.3. 大航海時代地図	109
5.4. ISS ロングタームトラッキング	113
5.5. 石川直樹冒険の軌跡地図	115
5.6. ジオパレット	118
6. 考察	123
6.1. 図法の比較	123
6.1.1. 歪み低減（面積比） 心射正四面体図法との比較	123
6.1.2. 歪み低減（線分比） 心射正四面体図法との比較	127
6.1.3. 長方形の多様性 既存の長方形地図との比較	128
6.1.4. 図郭の複雑さ 既存の非長方形地図との比較	129
6.1.5. 中心移動の比較	129
6.1.6. 海岸線の連続性	130
6.2. 歪みの分散 三つの長方形図法との比較	131
6.2.1. ランベルト正積円筒図法	132
6.2.1.1. 歪み算定手法とランベルト正積円筒図法的面積歪み	132
6.2.1.2. ランベルト正積円筒図法の角歪みの最大値	135
6.2.1.3. ランベルト正積円筒図法の距離の歪み	137
6.2.2. メルカトル図法	139
6.2.3. 正距円筒図法	139
6.2.4. 提案図法との歪みの種類のバランス比較	143
6.3. 図法の世界地図への応用の考察	145
6.3.1. 世界史地図	145
6.3.2. 大陸移動地図	145
6.3.3. 大航海時代地図	145
6.3.4. ISS ロングタームトラッキング	146
6.3.5. 石川直樹冒険の軌跡地図	146
6.3.6. ジオパレット	147
7. 結論	148
7.1. 本研究のまとめ	148

7.2. 今後の課題	152
謝辞	155
引用文献.....	157

表リスト

- <表> 1-1：本研究の位置づけ
- <表> 1-2：投影に際して保存される歪みの幾何学的性質
- <表> 2-1：海岸線が途切れない正四面体の頂点設定
- <表> 4-1：提案図法の局所的な面積歪みの平均値
- <表> 4-2：提案図法の局所的な角歪みの最大値の平均値
- <表> 4-3：提案図法の距離の歪みの平均値
- <表> 6-1：立体角写像の有無による 96 分割面領域における面積比の誤差比較
- <表> 6-2：多階層写像の有無による 96 分割面領域における線分比の誤差比較
- <表> 6-3：縦横比による長方形の種類
- <表> 6-4：面積／図郭線の比較
- <表> 6-5：中心移動できる方向の数
- <表> 6-6：海岸線の連続性の比較
- <表> 6-7：ランベルト正積円筒図法の面積歪みの平均
- <表> 6-8：ランベルト正積円筒図法の角歪みの最大値の平均値
- <表> 6-9：ランベルト正積円筒図法の距離の歪みの平均値
- <表> 6-10：メルカトル図法の 3 種の歪みの平均値
- <表> 6-11：正距円筒図法の 3 種の歪みの平均値
- <表> 6-12：主題図クロノマップ 4700 にて活用した特長
- <表> 6-13：主題図クロノマップ 120M および 600M において活用した特長
- <表> 6-14：大航海時代地図において活用した特長
- <表> 6-15：ISS ロングタームトラッキング地図において活用した特長
- <表> 6-16：石川直樹冒険の軌跡地図において活用した特長
- <表> 6-17：ジオパレットにおいて活用した特長
- <表> 7-1：提案図法と既存図法の比較
- <表> 7-2：提案図法を活用した主題図が扱う主題の特徴

図版リスト

- 図 1-1：メルカトル図法
- 図 1-2：ランベルト正積円筒図法
- 図 1-3：正距円筒図法
- 図 1-4：Dymaxion Map
- 図 1-5：Lee's Projection
- 図 1-6：Peirce's Quincuncial projection
- 図 1-7：テトラパック
- 図 1-8：テトラパックの製法
- 図 1-9：テトラパックの紙容器（三角型）の開き方
- 図 1-10：カライドサイクル 連続模様の正四面体展開図
- 図 1-11：カライドサイクル 正四面体の長方形展開図と平面充填の先行例
- 図 1-12：カライドサイクル 正四面体の長方形展開図の先行例
- 図 1-13：本論文の構成
- 図 2-1：提案図法により製作された世界地図
- 図 2-2：本論文で取り上げる図法の手順 1
- 図 2-3：本論文で取り上げる図法の手順 2
- 図 2-4：本論文で取り上げる図法の手順 3
- 図 2-5：本論文で取り上げる図法の手順 4
- 図 2-6：本論文で取り上げる図法の手順 5
- 図 2-7：長方形展開手順の別例
- 図 2-8：長方形展開手順の別例によって得られる世界地図
- 図 2-9：立体角の考えを示す図
- 図 2-10：本論文で取り上げる多階層写像を説明する断面図
- 図 2-11：多階層写像の効果を示す模式図
- 図 2-12：正四面体 4 頂点周辺のゲーグルマップ
- 図 2-13：得られた世界地図をつなぎ合わせた平面充填地図
- 図 2-14：平面充填地図とそこから得られる新しい世界地図
- 図 3-1：提案図法を実践した世界地図

- 図 3-2：正距円筒図法に施した色マッピング
- 図 3-3：地図投影後の色マッピング
- 図 3-4：色マッピングを用いて座標変換するソフトウェア
- 図 3-5：曲面正四面体と命名した補助投影面
- 図 3-6：円錐に置換された曲面正四面体
- 図 3-7：曲面正四面体の修正前後を比較した斜視図
- 図 3-8：曲面正四面体の修正前後を比較した断面図
- 図 3-9：地図投影に用いた 1/24 領域とその他の 1/24 領域との対称性を示す図
- 図 3-10：球と円錐の立体関係
- 図 3-11：得られる地図の全体図
- 図 3-12：図 3-11 の斜線部を拡大した 1/24 領域
- 図 3-13：円錐と正四面体と立方体の関係を示す図
- 図 3-14：平面 NTO_1 で正四面体 PL_3 を切断した断面図
- 図 3-15：平面 NPT で球と円錐を切った断面図
- 図 3-16：提案図法により得られる経緯線
- 図 3-17：導出した投影式による世界地図
- 図 3-18：形状修正前の図法による世界地図との比較
- 図 3-19：6 種類のエッケルト図法
- 図 4-1：球面状の微小円（左）とティソーの指示楕円（右）
- 図 4-2：角歪みに関する説明図
- 図 4-3：各区分領域の面積の値（1/24 領域）
- 図 4-4：各区分領域の面積歪み値（1/24 領域）
- 図 4-5：面積歪みの分布（全球領域）
- 図 4-6：角歪みの最大値の分布（全球領域）
- 図 4-7：距離の歪みの分布（全球領域）
- 図 5.1-1：世界史地図「クロノマップ 4700」全体図
- 図 5.1-2：「クロノマップ 4700」より紀元前 550-紀元前 500 の世界地図
- 図 5.1-3：「クロノマップ 4700」より AD1250 年の世界地図
- 図 5.1-4：モンゴル帝国とローマ帝国が反復して現れる部分拡大
- 図 5.1-5：「クロノマップ 4700」の展示風景
- 図 5.2-1：大陸移動地図「クロノマップ 120M」

- 図 5.2-2：大陸移動地図「クロノマップ 600M」
- 図 5.2-3：大陸移動地図「クロノマップ 120M」の拡大写真
- 図 5.2-4：大陸移動地図「クロノマップ」の展示風景
- 図 5.3-1：「大航海時代地図」全体図
- 図 5.3-2：「大航海時代地図」の拡大図
- 図 5.3-3：「デザインタイド」展での「大航海時代地図」の展示風景
- 図 5.3-4：「くらべてみる地図帳」掲載クロノマップ 600M と大航海時代地図
- 図 5.4-1：国際宇宙ステーション追跡地図「ISS ロングタームトラッキング」
- 図 5.4-2：企画展「OPEN SPACE 2009 MISSION G」展における展示風景
- 図 5.5-1：「石川直樹冒険の軌跡地図」全体図
- 図 5.5-2：「石川直樹冒険の軌跡地図」より日本列島の部分拡大図
- 図 5.5-3：石川直樹「この星の光の地図を写す」展 展示風景
- 図 5.6-1：提案図法を用いた地図アーカイブ・「ジオ・パレット」の UI。
- 図 5.6-2：「ジオ・パレット」, ズームアウトした平面充填地図画面。
- 図 5.6-3：「ジオ・パレット」で作成した世界地図。
- 図 5.6-4：「ジオ・パレット」, 「みんなのマップ」の UI
- 図 5.6-5：「ジオ・パレット」, 主題図のデータを閲覧できる UI
- 図 5.6-6：日本科学未来館内「「ジオ・パレット」を閲覧できるシンボルゾーン
- 図 6-1：正四面体図法の心射投影を説明する断面図
- 図 6-2：ランベルト正積円筒図法の面積歪み分布
- 図 6-3：ランベルト正積円筒図法の角歪みの最大値の分布
- 図 6-4：ランベルト正積円筒図法の距離の歪み分布
- 図 6-5：正距円筒図法の面積の歪み分布
- 図 6-6：正距円筒図法の角歪みの最大値の歪み分布
- 図 6-7：正距円筒図法の距離の歪み分布
- 図 6-8：提案図法と3つの円筒図法を3種の歪みにおいて総合比較する図

1. 序論

世界地図の特性を歴史背景と照合しながら述べ、今日求められる世界地図について述べる。そして先行技術がもつ課題から問題意識を導く。最後に論文の位置付けと目的を示す。

1.1. 背景

補助投影面，図郭，歪みの種類について述べる。続いて中心設定や投影軸など世界地図を描く際の設定は社会背景も関与することを述べる。

1.1.1. 世界地図とは：図郭と海岸線

地図学用語辞典は，図法＝地図投影法を，

地球または天球の基準面上の子午線平行圏網の全部または一部を平面（地図平面）に経緯線網として表すことに関する数学理論と作図法。

と定義している（日本国際地図学会，1998）¹。補助投影面は，

可展面である円錐面または円筒面などをいう。地図投影において地球などの子午線平行圏網を可展面である円錐，円筒，または（準）正多面体に投影しそれらの可展面を平面に投影する。（下線部は筆写追記）

と定義している（日本国際地図学会，1998）²。補助投影面の形状に従って各図法は，円筒図法，円錐図法，正多面体図法と呼ばれる。図郭は円筒図法の場合は長方形，円錐図法は扇型，正多面体図法は展開図を構成する正多角形面が連続した図郭になる。

円筒図法以外の図郭は長方形に収まらず余白ができ「余白は図郭外記事を挿入するスペースとして活用されることが多い」（日本国際地図学会，1998）³。

図法が円筒，円錐，多面体によって定義される一方で，世界地図の視認性を高めるには海岸線が極力途切れない投影軸の設定，6大陸が見やすく配置されている地図の中心の設定，断裂法を用いる場合は断裂箇所の設定が重要になる。

1.1.2. 世界地図の特性：歪みの種類

図法の各種歪みについて整理する。

政春は，

仮に、球面である地球表面上にある図形を、長さ、角度、面積などといった幾何的性質を保ったまま平面状に表すことができるとするならば、地図投影法の選択というようなことは考える必要がない。そのようにできる方法をもって平面上に表せば、幾何的な観点だけから言えば完全な地図ができるので、この方法で全ての地図を表せば良いのである。ところがこのようなことは不可能である。つまり球面を一切歪なく平面に表す方法は存在しない。必ず何らかの歪みが生じるのである。

と記す(政春 2011)⁴。図法にはその図法の幾何特性によって正積性、正距性、正角性の3つの「正しさ」がありどれを優先するかは時代や利用者による。

1.1.3. 社会情勢と世界地図の設定：地図の中心

時代や利用者によって選ばれた過去の世界地図の例としてメルカトル図法について述べる。仙石は、

16世紀にメルカトルが世界図を作成したのが、近代海図の始まりといわれている。図法としてメルカトル図法が用いられグローバルな範囲を正確に作成することができるようになった。〈中略〉これらの海図は大洋の航海に有効であり、世界の交易を支えたのであった。

と述べている(仙石 新, 2018)⁵。彼らにとって有用な世界地図はヨーロッパ中心のメルカトル図法であり、海図用に投影軸が地軸に揃えられていた。

1.1.4. 社会情勢と世界地図の設定：海岸線の連続性

投影軸を地軸に揃えたメルカトル図法は極圏に大きな歪みが生じる。ただし当時南極大陸は未発見だった。その南極大陸が歪み、海岸線が切れることを許容すれば貿易網が拡大していた赤道、中緯度地域の視認性を確保できる。そのような選択は理にかなっていた。

1.1.5. 問題意識：地図の現代性

大航海時代と近現代の地理、地政学的相違点を以下に挙げる。

- A) バレンツらが北極海を探検。以来調査、開拓が進み、現在、地球温暖化、北西航路開拓、海底資源(朝日新聞, 2021)⁶などで注目されている。

B) 海洋の事象，エルニーニョが陸の人間世界に影響することがわかってきた。

C) ボニファスが，

発展途上国として北側の大国に対抗するための第3世界は，もう存在しない。第三世界を構成した国々は新興工業国，虎や竜に比せられるアジアの新興国，人口の少ない産油国，経済の巨人であるインドと中国，ブラジルのような新興大国に分かれた。

と述べるように（ボニファス，2019）⁷，ヨーロッパ中心世界から，G20のような多中心性社会に変化している。また国際宇宙ステーションが90分で地球を周回する。

D) 南極大陸が1820年に発見された。その南極大陸の海岸線（氷棚）から巨大な氷山が切り離されるニュースが地球温暖化のシグナルとなっている（朝日新聞，2017）⁸。

上記のような社会的背景を問題意識として踏まえる。さらに上記の社会的背景はGISによってインタラクティブに地図を拡大縮小，中心移動させることで不自由なく閲覧できるようになったが地図図法自体の新たな提案が積極的になされなくなってきた技術的背景を問題意識として踏まえ，下記の4つの評価条件が改善された地図図法が求められていると考える。

A) メルカトル図法よりも歪みが低減，分散されて歪みが大きかった極地も見やすい。

B) メルカトル図法同様，長方形に世界を余過分なく収めることで海で発生するエルニーニョと陸地での農作物への影響が共に見やすい。

C) 地図の中心だったヨーロッパから多方向に移動でき，「第3世界」とかつて一括りに認識していた各国から見た多中心な世界を表現できる。

D) 地球温暖化のシグナルを発する南極の海岸線の輪郭も途切れず見やすい。

1.2. 先行技術：

問題意識を踏まえ先行技術を列挙する。第1に円筒図法の事例を述べる。第2に正多面体図法の事例を述べる。第3に整合図法の事例を述べる。さらに地図投影と類似した過程をふくむ他分野の事例を述べる。

1.2.1.円筒図法

円筒図法から正角性、正積性、正距性を其々保有した図法を述べる。

1.2.1.1.メルカトル図法

メルカトル図法（図 1-1）について仙石は

図上の 2 点を結ぶ直線（航程線）は、方位（子午線となす水平角）が一定の線となっており、船が同じ方位に進んだ場合の航跡を与えるもので、当時の航海法にマッチした図法であった。

と述べる（仙石，2018）⁹。現在も海図の標準的な図法であり図郭が長方形である。図郭線が短く図形が「途切れる断裂部分がない」（日本国際地図学会編，1998）¹⁰ため視認性が高いといえる。

また政春は、

赤道に近い地域では歪みが小さいため低緯度地域を正角図法で表現するのに適している。

と述べる（政春，2011）¹¹一方、

低緯度地方に対して高緯度地方の面積が大幅に拡大される。そして両極は表現不可能であるため世界全図には適さない。なおメルカトル自身による 1569 年の地図は投影の性質から両極を含む高緯度地域は主図、つまりメルカトル図法には表示されておらず主図には北緯約 80° から南緯約 66° の範囲が描かれているにとどまる。

と述べる（政春，2011）¹²ように歪みの大きさ、偏りに課題がある。

当時メルカトル図法は全ての陸の海岸線が途切れず表示されていたことになるが、その後南極大陸が発見され、地軸に投影軸を合わせると一部の海岸線が途切れることになった。

1.2.1.2.ランベルト正積円筒図法

政春は、

ランベルト正積円筒図法（図 1-2）は、赤道付近を含む低緯度では図形形状の歪みが小さい。一方ランベルト正積円筒図法は、高緯度では形の歪みが大きい。特に極の近くでは著しく扁平に表される。これは地球上では高緯度に向かうにつれて一定経度差の経度に挟まれた緯線の長さが小さくなるの

に、この図法ではこの長さが一定であり、面積を正しく保つためにこれを補うように南北方向に圧縮するためである。

と述べる（政春，2011）¹³。この図法は図郭が長方形であり、正積性も担保された優れた図法であるが、形と距離の歪みとその偏りが大きい。

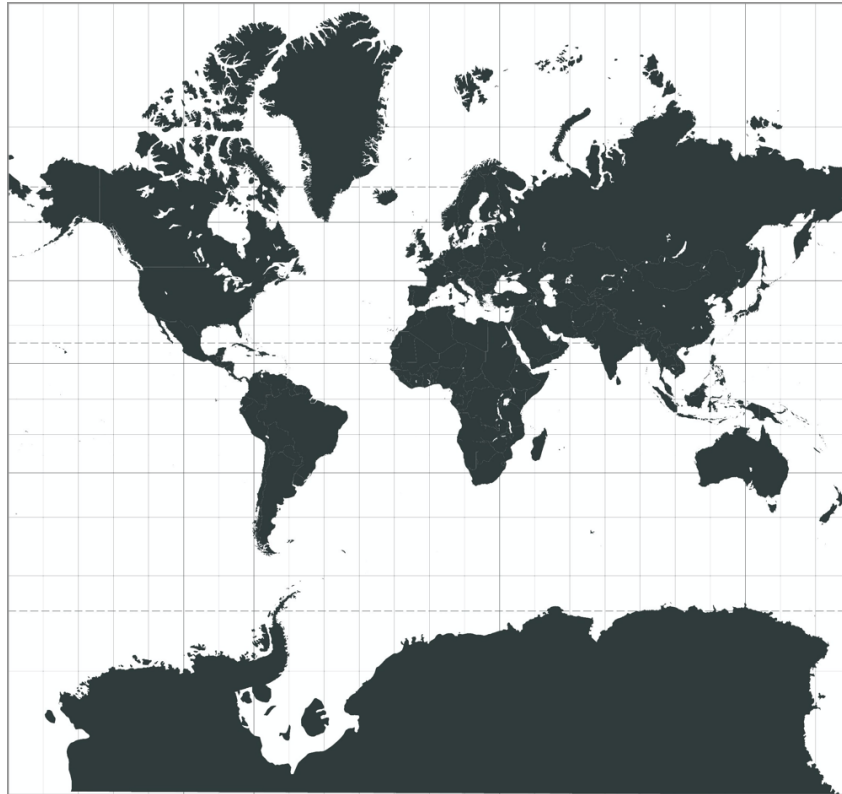


図 1-1：メルカトル図法（中央経線は 0）
地図投影ソフトウェア geo studio により作成

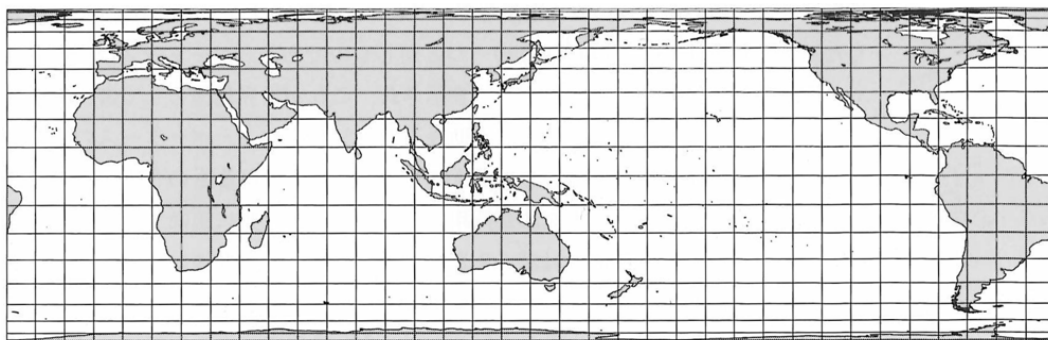


図 1-2：ランベルト正積円筒図法（中央経線は 140E）
出典：政春尋志，2011. 地図投影法：地理空間情報の技法

1.2.1.3. 正距円筒図法

正距円筒図法について政春は、

地図上の単位の長さではなく経緯度の角度にすれば、経緯度をそのまま地図上の x,y 座標とみなした投影と見ることもできる。正積でも正角でもないが、(投影式が最も短いという観点で) 投影法として最も単純であり世界全体を表示した索引的な用途には今日もよく用いられる。

<中略>

一方正距円筒図法について、西暦2世紀にすでにプトレマイオスは広い範囲では球面上の距離関係が正しく保てないことを指摘している。

と述べている(政春, 2011)¹⁴。正距性に関して政春はさらに、

地図投影法の解説において、投影で保存される性質による分類として、正距、正積、正角の3種類を挙げている本が多い。しかし、正積性と正角性の両者はそれぞれ地図上のいたるところ(メルカトル図法やランベルト正角円錐図法において極は例外)で成立する性質であるのに対して、正距という性質は特定の線群(例えば経線)に対してのみ成立するもので、任意の2点間の距離が正しく地図上に写されるわけではない。

と述べている(政春, 2004)¹⁵

1.2.1.4. 円筒図法共通の特徴

任意の経線を中央経線に設定できる。地図の一部を移動する簡易な編集操作により東西に中心移動でき大陸配置を再編した新たな地図を生成できる。この編集操作により南極大陸を除く五大陸の海岸線を途切れず表示できる。以下はその2例である。

例1：西経約3度の中央経線：ヨーロッパ中心の世界地図を得る。

例2：東経約150度の中央経線：アジア中心の世界地図を得る。

一方で各円筒図法とも緯度によって地図の緯線方向の縮尺が異なる。赤道における左右端の長さは地球上約40000kmを表すが北緯85度上では約3486kmに過ぎない。

また地図の一部を南北方向に移動しても地図の中心を移動できない。

オークランド（ニュージーランド）発 ブエノスアイレス（アルゼンチン）着便（ニュージーランド航空）などの極圏航路が分断されるため適切に表示できない。

南極大陸上の氷が溶け海面が上昇しツバルが水没する事象を視認性高く表示できず正方位図法などを併用せざるを得ない。

投影軸を地軸とする設定では、南極大陸の海岸線は途切れる。改善するには斜軸法を用いる必要があるが、政春が述べるように、

メルカトル図法で航程線が直線になる理由は、（１）円筒図法なので地図上ですべての経線が平行である。このことから出発地と目的地の二点間を直線で結んだ時にこの直線がすべての経線と同じ角度で交わる。（２）正角図法であるからこの角度が地球上での角度に等しい、ゆえに地図上の直線に沿って航海すればつねに子午線と一定の角度で交わることになるからである。なお、航程線が直線となる性質は以上の２つの条件の両方を満たして初めて得られるものである。メルカトル図法であっても、斜軸法や横軸法にすると（２）の正角図法という性質は満たすが、（１）のすべての経線が平行直線という条件は失われるので、横メルカトル図法や斜軸メルカトル図法では航程線が直線にはならない。

（政春，2011）¹⁶

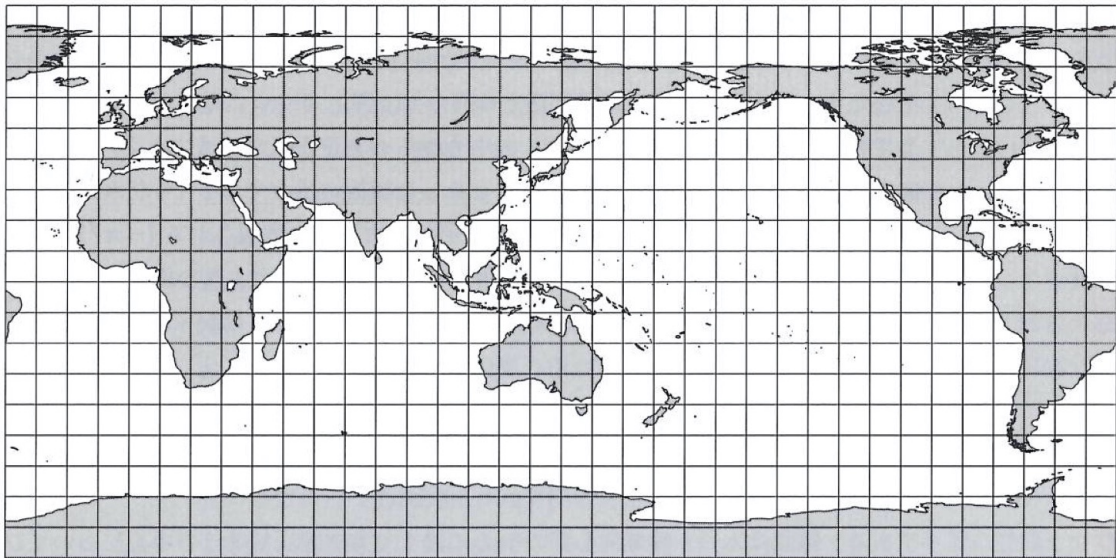


図 1-3：正距円筒図法（中央経線は 140E）

出典：政春尋，2011. 地図投影法：地理空間情報の技法

1.2.2. 正多面体図法

1.2.2.1. Dymaxion Map

Dymaxion Map (図 1-4) には補助投影面が準正 14 面体 (立方八面体, cuboctahedron) (Fuller, 1946)¹⁷ と正二十面体の 2 種類があり現在は後者が主流である。5 つの正多面体の中で面数が最多であり球面と内接する正二十面体の面の中心との距離が近いいため投影の歪みを最小に抑えられる。エドモンドソンは Dymaxion Map について、

The result is a map of the entire world with little distortion of the relative shape and size of land mass.

と記している (Edmondson, 1987)¹⁸。

一般的に図法は経緯線を規則的に描ける観点から地軸に沿った投影の設定が望ましい。だが陸と海は入り組み、不均衡であり純粋な幾何学と無縁である。北極は海、南極は陸であり扱いが違う。このように世界地図は単なる投影幾何学だけでなく投影の設定も重要であることがわかる。

ここに Dymaxion Map の図郭は正二十面体の展開図であり 20 個の正三角形の配列組合せは多数ある。この中からフラーは地軸とは無関係に正二十面体の頂点を設定し海岸線が途切れない展開図 = 図郭を発見した。

一方、Dymaxion Map は陸部を主とした断裂法と捉えることができる。その図郭線により太平洋が 3 つの領域に分断され海の視認性を損なっている。

図郭形状の複雑さの比較は同サイズの地図における図郭線の長さを比較することで可能であると想定して、メルカトル図法 (図 1-1) の図郭線の長さ (Lm) : 面積 (Sm) 比率を Dymaxion Map (図 1-4) の図郭線の長さ (Ld) : 面積 (Sd) 比率と比較すると、

$$Lm : Sm = 1 : 4.10 \dots$$

$$Ld : Sd = 1 : 7.48 \dots$$

となり同サイズのメルカトル図法の図郭線より 1.82 倍長い。

Dymaxion Map は広く普及しなかったが、雑誌 LIFE が、

The map may be removed from the magazine and in accordance with instruction on page 44 and 53, cut out and assembled as a three-dimensional approximation of a globe. or laid out as a flat map,

と、掲載 (LIFE 1943)¹⁹したように、この世界地図は地球儀に戻して世界を俯瞰できる。世界中で上がる戦火を俯瞰しなければならない第2次大戦中から宇宙からの地球をテレビで俯瞰していた20世紀中盤にかけてこの地図が話題になったことに時代性があったと推測できる。

1.2.2.2. Lee's Projection と Map puzzle

Lee's Projection (Snyder, 1993)²⁰は図郭が正三角形である世界地図である。また正角性がある正四面体図法である (図 1-5)。正四面体図法という言葉はないが、本論文では正四面体をもちいた正多面体図法を正四面体図法と呼ぶこととする。

Map puzzle having periodic tessellated structure (Athelstan, 1986)²¹ (以下、マップパズルと呼ぶ) も正四面体図法を用いたパズルである。正四面体展開図を基本として様々な形状の図郭を明示している。

隣接するパズルピース同士の地理関係が繋がること、平面充填できることを明示している。

一方、Lee's Projection が採用する正四面体図法について Snyder は、

Although these projections are truly conformal, they generally have a singular point at each vertex of bounding polygon and often elsewhere as well, with wide ranges of scale. They principally remain admirable mathematical achievements and artistic curiosities.

と述べている (Snyder, 1993)²²。つまり多面体の頂点に特異点がある以外は完全に正角であるが、縮尺には大きな幅があり正積性は損なわれることが指摘されている。この課題は上記マップパズルにも該当する。

マップパズルは正四面体の展開図には様々な形状があることを示すが、本論文が目的とする長方形の図郭の提案はない。

正多面体図法を用いた歪みの少ない長方形世界地図の提案

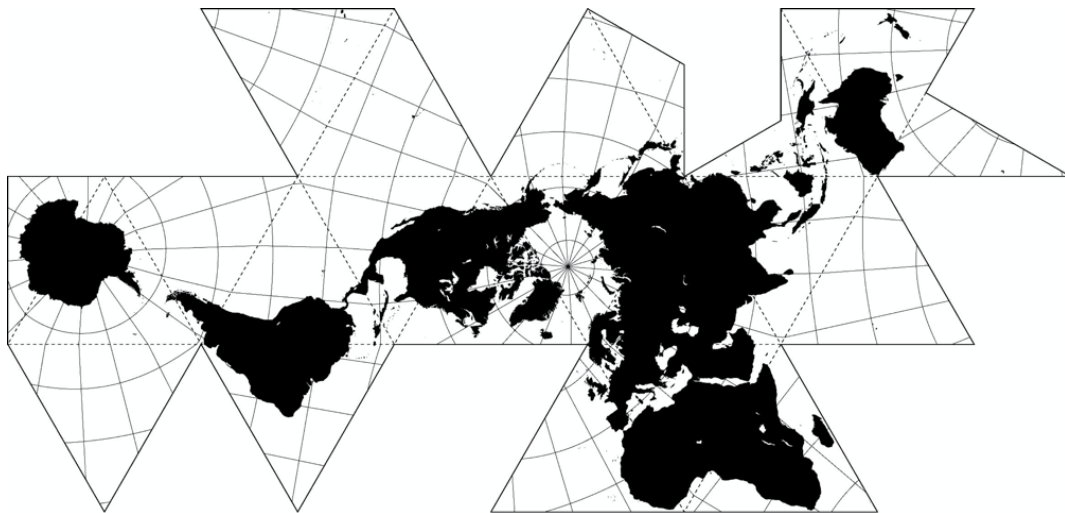


図 1-4 : Dymaxion Map (Dymaxion Air-Ocean World map, icosahedron version)

出典 : Eric Gaba, 2009.

https://commons.wikimedia.org/wiki/Category:Fuller_projection#/media/File:Fuller_projection.svg

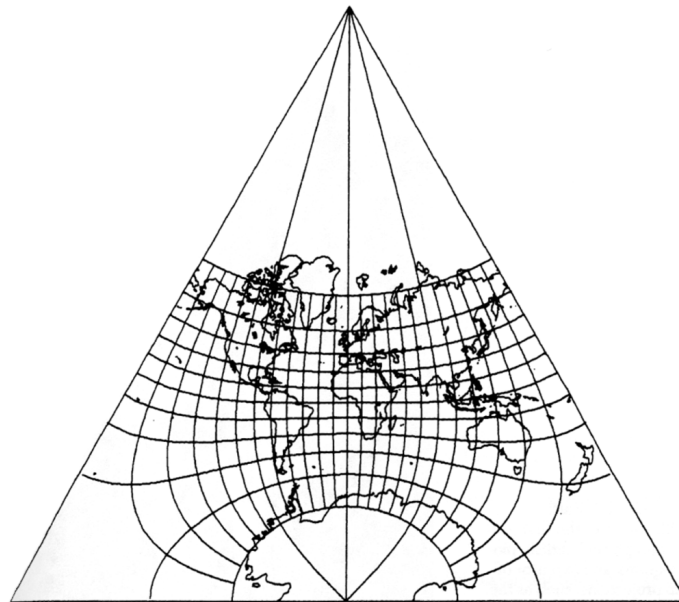


図 1-5 : Lee's Projection

出典 : Snyder JP, 1993. Flattening the earth

1.2.3. 整合図法

1.2.3.1. Peirce's Quincuncial projection

Quincuncial Projection (Peirce CS, 1879)²³ は正方形の正角図法である。(図 1-6) Snyder によると, Peirce はこの図法を Quincuncial, つまり「五つ目型」の, 「五つ構成」の図法 (projection) と命名した。図示する正方形の図郭の各辺の中点を M_1, M_2, M_3, M_4 とする。また頂点を V_1, V_2, V_3, V_4 とすると, 北極点 N を中心に赤道が輪郭を構成する内側正方形 (北半球) $M_1M_2M_3M_4$ と南半球を構成する 4 つの二等辺直角三角形領域 $\triangle V_1M_1M_4, \triangle V_2M_1M_2, \triangle V_3M_2M_3, \triangle V_4M_3M_4$ である。「該 5 領域により球面上の地理情報を一つの正方形に合成する図法」と Snyder は定義している。

ここで Snyder は,

The projection may be tessellated or mosaicked indefinitely to cover a wall with many small connected world maps.

と述べている (Snyder, 1993)²⁴ ように平面充填が可能である。

一方, Quincuncial Projection は正方形の中点 M_1, M_2, M_3, M_4 において正角性は失われる。また Snyder らは,

Great distortion of area, especially near each 90th meridian at the Equator, where conformality fails.

と述べ面積の歪みが大きいことを指摘している (Snyder ら, 1989)²⁵。

またこの頂点配置では 4 隅に配された南極大陸の海岸線が図郭によって途切れてしまう。

正多面体図法を用いた歪みの少ない長方形世界地図の提案

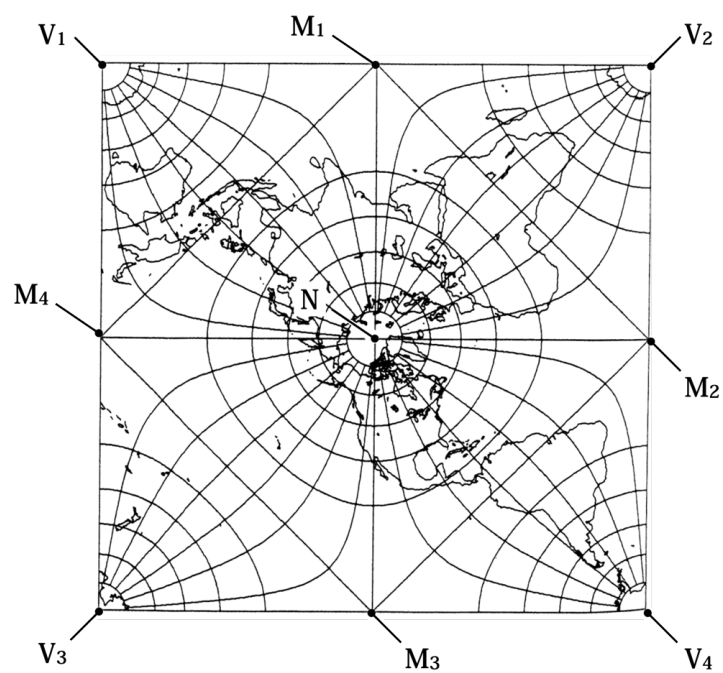


図 1-6 : Peirce's Quincuncial projection
出典 : Snyder JP, 1993. Flattening the earth

1.2.4. 関連分野の先行技術

地図投影と類似した過程をふくむ地図投影以外の事例を述べる。

1.2.4.1. テトラパック

ロール状の紙の一部、長方形を折畳み正四面体の収納パックを製造する技術である。この製造過程を逆転すれば正四面体を展開して長方形が得られることが推測できる。

図 1-7 は特許図面に描かれたテトラパックの斜視図である (Alfred Fuchs, 1948)²⁶。特許図面に長方形展開図は描かれていないが参照符号 LS で指定する帯状の重ねしろと正四面体の二稜線に配された重ねしろ TF_1 に沿って展開すると長方形が得られることが推測できる。

図 1-8 は、テトラパック社のホームページ掲載の資料である。長方形を円筒に変形する。そして円筒を正四面体に変形する過程が描かれている。

図 1-9 はベルマーク教育助成財団が PDF 配布する、「テトラパック容器の開き方」である。正四面体を長方形平面に戻す手順が描かれている。

上記から正四面体から長方形展開図が得られる考えは実質的に開示されていた。ただしテトラパックは正四面体から平面への展開に関する先行例である。よって球から平面への地図投影手順のうち、球から正四面体への投影過程を含むものではない。また正四面体図法がもつ歪みに関する課題に言及するものではない。

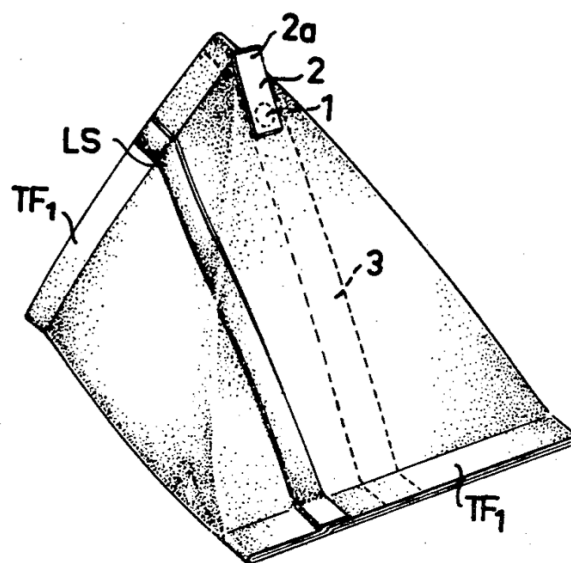


図 1-7: テトラパック

出典：デンマーク特許, Tetrapak, 12350, R. Rausing, 1948

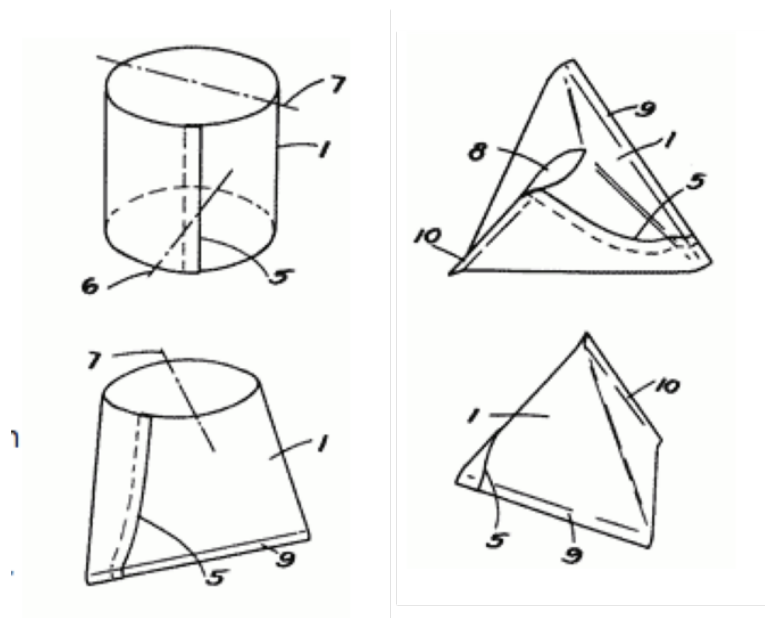


図 1-8: テトラパックの製法

出典：<https://www.tetrapak.com/about-tetra-pak/the-company/history>

正多面体図法を用いた歪みの少ない長方形世界地図の提案

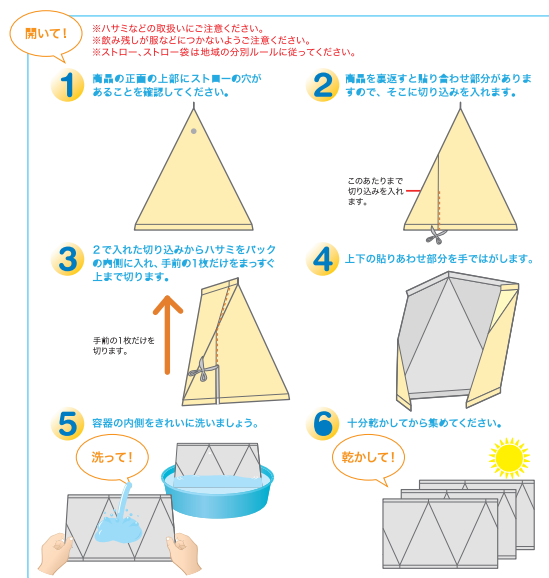


図 1-9: テトラパックの紙容器（三角型）の開き方

出典： <http://contamini.bellmark.or.jp/storage/2015/07/13/0912401401/1401.pdf>

ベルマーク教育助成財団 All Right Reserved.

1.2.4.2. カライドサイクル

正四面体の長方形展開図とその展開図のシームレスな平面充填が開示された美術分野の先行事例である。D. Schattschneide and W. Walker は正四面体でできた3次元のリング、カライドサイクルについて、

エッシャーが描いた連続模様がすんなりそのままカライドサイクルに再構成できる、

ことを解説し図示している（D. Schattschneider and W. Walker, 1977）²⁷（下線部は筆者追記）。連続模様とはエッシャーが描いた平面充填されシームレスに周期的な図柄が連続している模様を示す。

図 1-10 は上記の連続模様が印刷された正四面体の平行四辺形の展開図である。図 1-11 では、図柄が図 1-10 とは異なる正四面体展開図を5個半つなぎ合わせたものである。つなぎ合わせても模様が繋がること、平行四辺形展開図の上端部を移動し下端部に接続して長方形が得られることが図示されている。図 1-12 ではこの連続模様は正三角形格子を構成しており「この連続模様を四角に切り抜くと上下左右の辺が合わさる」ことで正四面体が形成されることが開示されている。（Schattschneider, 1977）²⁸

一方でカライドサイクルは図法ではなく正四面体から平面への投影に関する先例である。よって球から平面への地図投影手順のうち、球から正四面体への投影過程を含むものではなく前述の正四面体図法がもつ、歪みに関する課題に言及するものでもない。



図 1-10: カライドサイクル 連続模様の正四面体展開図

出典：ドリス・シャットシュナイダーほか 1977 MC エッシャーカライドサイクル

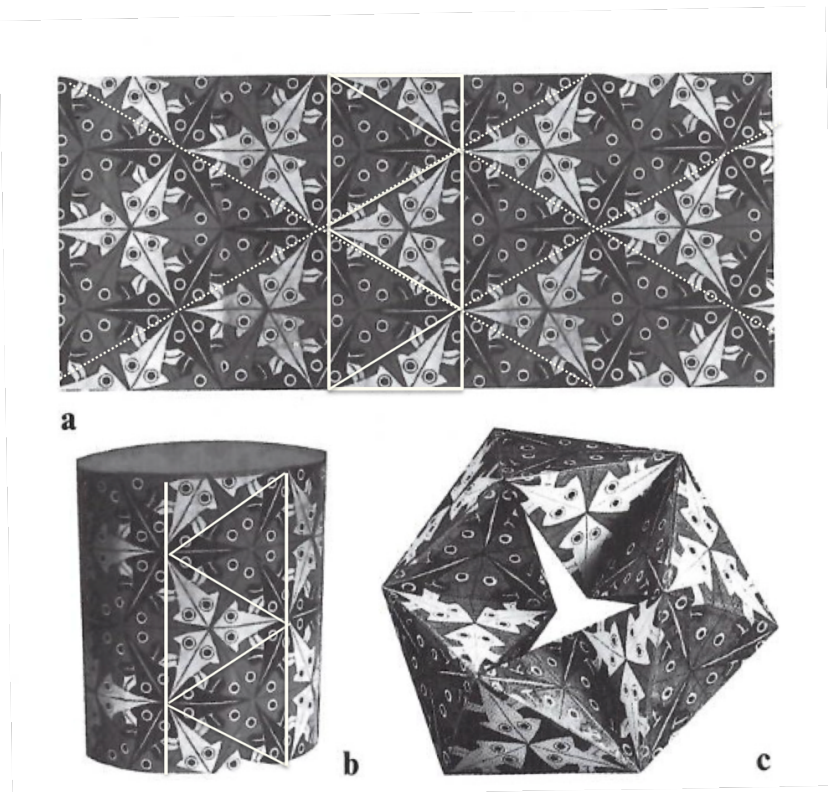
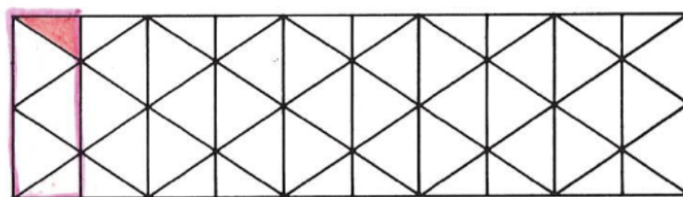
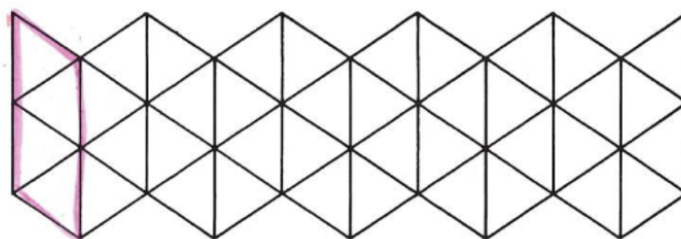


図 1-11：カライドサイクル 正四面体の長方形展開図と平面充填の先行例

出典：ドリス・シャットシュナイダーほか 1977 MC エッシャーカライドサイクル



8 Iso Axis[®]のパターンを引き伸ばすとこの網が現れる。



9 この網では全部の三角形が合同である。もしこれを折って正確に組み立てるなら、図8と全く同じ正四面体のリングができる。

図 1-12：カライドサイクル 正四面体の長方形展開図の先行例
出典：ドリス・シャットシュナイダーほか 1977 MC エッシャーカライドサイクル

1.3. 研究の位置付け

前節で挙げた先行技術を A)歪み, B)図郭, C)中心移動, D)海岸線の連続性の4つの評価基準で整理し<表> 1-1 にまとめ本論文の位置付けを示す。

1.3.1. 円筒図法

1.3.1.1.メルカトル図法

- A) 正角ではあるが面積の歪みが大きい。極地に歪みが集中している。
- B) 図郭は長方形だが極点周辺を投影できない。世界全図ではない。
- C) 東西方向のみ中心移動が可能で自由度は限定的である。
- D) 南極大陸の海岸線が途切れる。

1.3.1.2. ランベルト正積円筒図法

- A) 正積図法。極地に歪みが集中している。
- B) 長方形に余過分なく収まっている。
- C) 東西方向のみ中心移動が可能で自由度は限定的である。
- D) 南極大陸の海岸線が途切れる。

1.3.1.3. 正距円筒図法

- A) 正距ではあるが面積の歪みが低減されておらず、極地に歪みが集中している。
- B) 長方形に余過分なく収まっている。
- C) 東西方向のみ中心移動が可能で自由度は限定的である。
- D) 南極大陸の海岸線が途切れる。

1.3.2. 正多面体図法

1.3.2.1. Dymaxion Map

- A) ほぼ正積かつほぼ正角。歪みが低減および分散されている。
- B) 図郭が複雑で長方形に収めると余白。図示する例の場合では海が断裂。
- C) 3方向に中心移動が可能。
- D) 大陸や島全ての海岸線が途切れない。

1.3.2.2. Lee's Projection と Map puzzle

- A) 正角ではあるが面積の歪みが低減されていない。
- B) 図郭を長方形に収めようとすると余白ができる。
- C) 3方向に中心移動が可能。
- D) 南極大陸の海岸線が途切れる。

1.3.3. 整合図法

1.3.3.1. Peirce's Quincuncial projection

- A) 正角ではあるが面積の歪みが低減されていない。
- B) 長方形に余過分なく収まっている。
- C) 2方向に中心移動が可能。
- D) 南極大陸の海岸線が途切れる。

1.3.4. 関連分野の先行技術

以下は関連分野の技術であり図法ではない。よって A,D 項目は評価対象ではないが、B,C に関しては展開図の輪郭を地図の図郭と読み替えて評価する。

1.3.4.1. テトラパック

- A) 図法ではないため評価対象ではない。
- B) 長方形の展開図が提示されている。
- C) 中心移動に関する提案はない。
- D) 図法ではないため評価対象ではない。

1.3.4.2. カライドサイクル

- A) 図法ではないため評価対象ではない。
- B) 長方形の展開図が提示されている。
- C) 展開図の一部を移動編集するだけで3方向に中心移動ができる。
- D) 図法ではないため評価対象ではない。

<表> 1-1：本研究の位置づけ

		正積性 ^{*1}	長方形 ^{*2}	中心移動 ^{*3}	海岸線	正距性	正角性
円筒図法	メルカトル図法	×	○	△	×	×	○
	ランベルト 正積図法	◎	○	△	×	×	×
	正距円筒図法	×	○	△	×	○	×
正多面体図法	Dymaxion Map	○	×	○	○	×	○
	Lee's Projection	×	×	○	×	×	○
その他の図法	Quincuncial Projection	×	○	○	×	×	○
関連分野	テトラパック	NA	○	NA	NA	NA	NA
	カライドサイクル	NA	○	○	NA	NA	NA
	本研究の位置づけ	○	○	○	○	△	△

*1：正積性が100%達成されているものは◎，正積性を担保しつつ歪みが局所的に残っているものを○とした。

*2：世界全体が余過分なく長方形に収めているものを○，そうでないものを×とした。メルカトル図法は極圏を省略しており厳密には世界全体を余過分なく長方形に収められていないが緯度85度付近までを描画しているため、実質的には○と評価して良いと判断した。

*3：中心移動できないものをX，一方向にしか中心移動できないもの△，2方向以上に移動可能なものを○とした。

ここで A)について補足説明する。本論文では歪みに関して、正角性、正距性、正方位性よりも正積性を優先する。図法の幾何学特性の定義には以下のようなばらつきがあり、正積性が重要であると判断した。

正距性について政春は、

任意の点で正距性を担保できる図法は存在しない。ある特定の線群に沿って正距性が担保されるものを地図投影分野で正距性と呼んでいる。

と述べているように(政春, 2014)²⁹, 例えば経線に沿って正距性を担保した正距円筒図法は経線以外の線分の正距性は担保できない。

正方位性について、野村は

通常の1点から他の点に対する方位角 (azimuth) が正しく表される図法。

*ただし、この1点は特定の1点であり、普通は投影中心がこれにあたり*と述べている(野村, 1983)³⁰。正方位図法において任意の点で正方位性を担保できる図法は存在しない。

よって正距性と正方位性を担保しても特定の線、点においてのみ歪みを低減するに留まり任意の点において平等に歪み低減できない。

正角性について地図学用語辞典は、

地球上と地図上との対応する点の近傍 (ごく狭い範囲) において、任意の2方向の挟角がそれぞれ等しくなることで、その範囲での形状が相似となる。このことは、その点の近傍で縮尺が同一となることであるが、場所が変われば縮尺も変化する。

と記述する。(日本国際地図学会編, 1998)³¹

正角性は球面上の全ての点で成り立つ性質であるが政春は、

「地球上の各点で」というのは、以下に記す例外を除いた地球上のあらゆる点において、投影に際して正角性が保存されるということである。例外となる点は、例えば正軸法のメルカトル図法やランベルト正角円錐図法においては極であり、極では正角性が成立しない。

と指摘する。さらに

「正角」は「微小図形が相似」と同じである。ここで注意すべきは、あくまで微小図形が相似なのであって、大きな図形は相似形になるわけではないことである。

と述べている（政春，2006）³²。つまり微小図形ではない南極大陸は正角図法であるメルカトル図法であっても明らかに歪んでおり，正角性は人間の形状認識と異なる。

以上より本論文では歪みに関して，正角性，正距性，正方位性よりも正積性を優先する。

<表> 1-2 投影に際して保存される歪みの幾何学的性質

	面積（正積）	距離（正距）	方位（正方位）	形（正角）
任意の点で正しい	○	×	×	△
実質的に正しいか	○	○	○	×

1.4. 研究の目的

本研究の位置付けに基づき本論文の目的を以下の評価基準を満たす図法を提案することと定める。

- A) ランベルト正積円筒図法同様，面積の歪みが少なく Dymaxion Map 同様，特定地域に歪みが偏らない。
- B) 円筒図法同様，長方形であり余白がない。
- C) Dymaxion Map や Lee's Projection, や Quincuncial Projection 同様，多方向に中心移動できる。
- D) Dymaxion Map 同様，海岸線が途切れない。

A)の歪みに関してはランベルト正積円筒図法のように正積性だけを重視し正角性と正距性が大きく損なわれる図法もある。そこで本論文では正積性に重みをつけつつ，論文後半では全ての歪みをバランスよく担保できているかを評価する確認作業も行う。

1.5. 論文の構成

第 2 章では設定した評価基準に基づき図法の提案を行う。提案図法の図郭の長方形化の方法を提示し、その方法に従った投影手順を説明する。そして歪み補正方法として立体角写像と多階層写像を提案する。さらに海岸線が途切れない頂点設定を提示し、最後に中心移動を行うための平面充填の仕組みを提示する。

第 3 章では提案図法を実践するためのツールを 2 つ提示する。一つは独自に提案した座標変換方法であり、もう一つは図法の投影式である。

第 4 章では提案図法の歪みを定量的に算定する。算定にはティソーの指示楕円を用い、正積性、正角性、正距性の 3 種の歪みの度合を算定する。さらに各地点毎に算定された歪みを視覚化し歪みの分散を見る。

第 5 章では提案図法を実際に使用して世界地図（主題図）およびオンライン地図サービスの制作を試みる。

第 6 章では本論文で設定した評価基準に基づき提案した図法を既存図法と比較検証する。そして提案した図法を用いて制作した世界地図を検証する。

最後に第 7 章で結論を述べる。

図 1-13 は上述の本論文の構成を示すダイアグラムである。

正多面体図法を用いた歪みの少ない長方形世界地図の提案

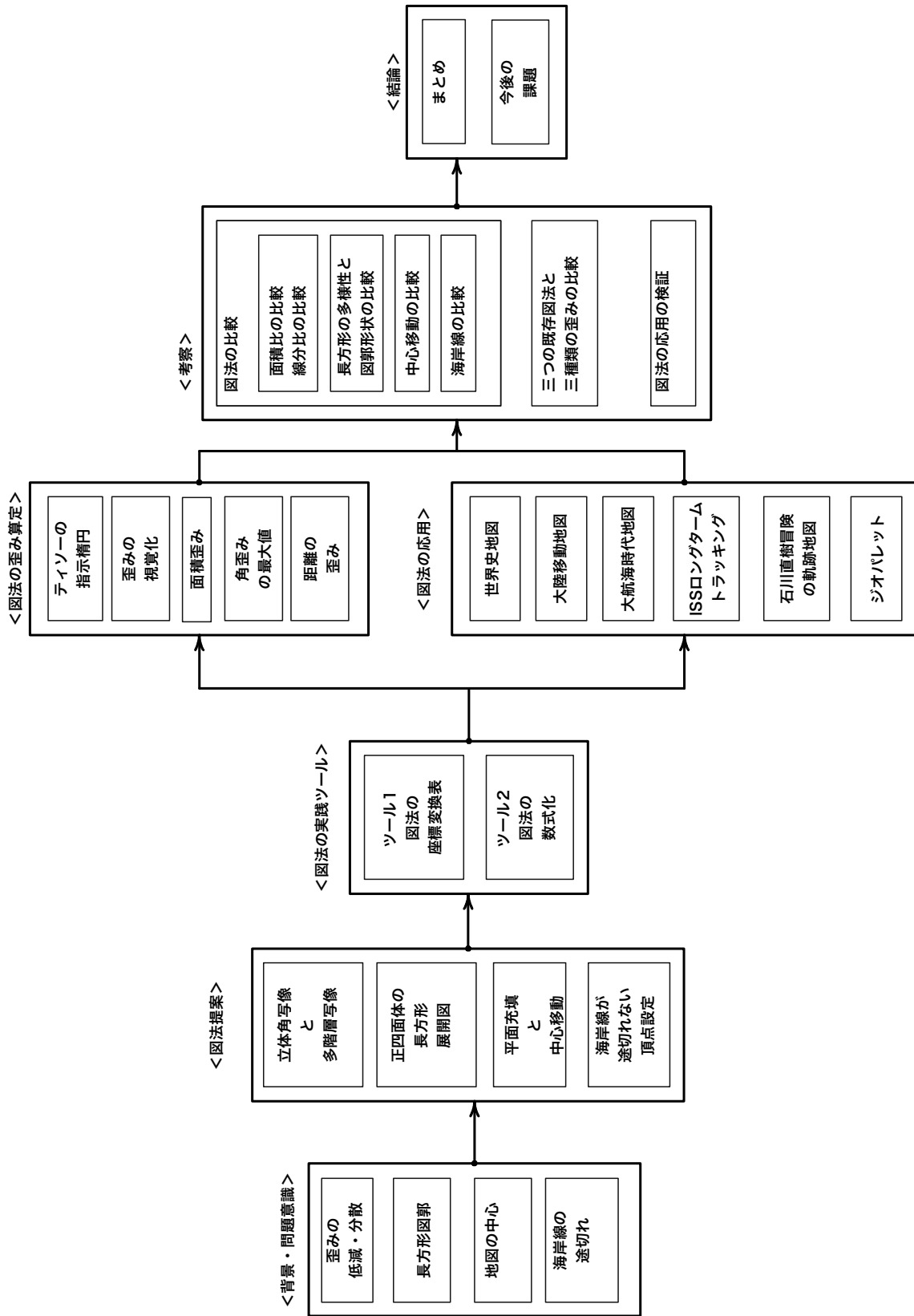


図 1-13：本論文の構成

2. 図法の提案

2.1. 長方形化の方法

図 2-1 は本論文の提案図法による世界地図である。中央部分の長方形内にカラーで国別に色分けした範囲である。周囲に地理関係が繋がったまま平面充填できることをグレースケールの世界地図を配置することで図示している。

本論文は正四面体を補助投影面に用い、長方形に展開することで長方形地図を創出する。

正多面体図法を用いた歪みの少ない長方形世界地図の提案

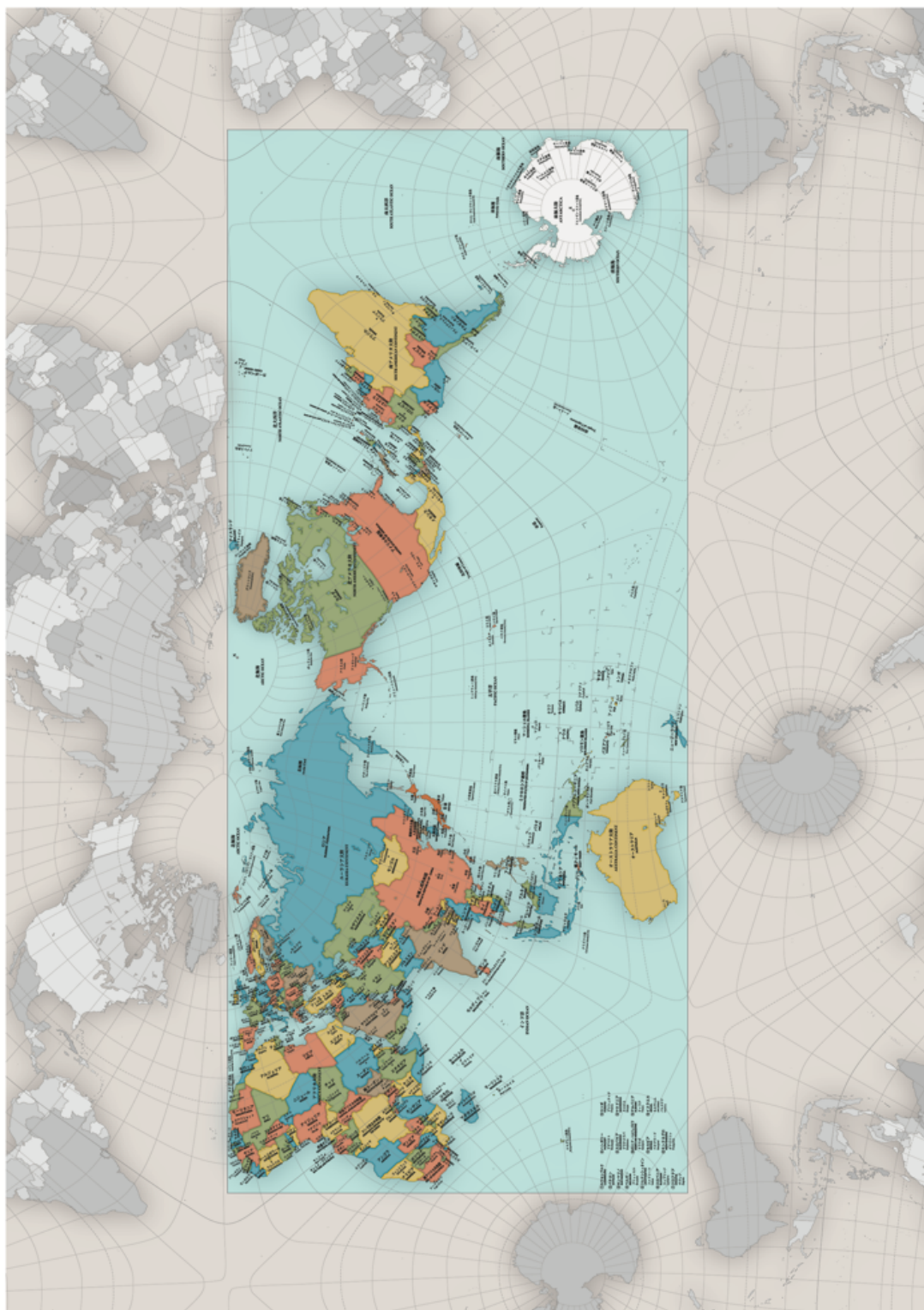


図 2-1 : 提案図法により製作された世界地図

2.2. 投影手順

正四面体を長方形化する方法はテトラパックなど他分野の事例から推測できるが、図法に応用して正四面体を補助投影面に用いると大きな歪みが生じる課題があった。

この課題は球面と正四面体の面を共通する規則で細分化し、その面の面積を調整して歪みを低減することで改善できる考えた。さらに本論文はこの課題に対し、球と正四面体の間に第2の補助投影面を挿入することでさらなる歪み低減が可能と考えた。

ここに球面から第2の補助投影面への投影を前投影、第2の補助投影面から正四面体への投影を後投影と呼ぶ。第2の補助投影面は球と正四面体の間に挿入できる形状であればバリエーションを提案できるものとして2つの形状を提案する。その一つの手順を以下説明し、もう一つを3.2節で説明する。

手順1.

球を球面正四面体に分割しさらに96個の球面三角形領域に分割する。図2-2に図示する球面正四面体は点Nを頂点の一つとする。球面正四面体の稜線は大円弧であり(太線)点Oはこの稜線の中点である。頂点Nと対辺の中点を大円弧で結ぶ。この操作を一つの球面三角形において3回繰り返し3つの大円弧が描かれる。描かれた3つの大円弧の交点がSである。球面三角形領域NOSは球面の1/24領域であり、半径1の場合の面積は $\pi/6$ である。

点Sと点Oを結ぶ大円弧をE(図中一点鎖線)とする。大円弧Eを点 P_{10}, P_{20}, P_{30} により分割し頂点Nとむずぶことで96分割領域A,B,C,Dを得る。その一つがグレーハッチ部である。

手順2.

球面正四面体の頂点に頂点 N_1, N_2 を共有し曲面正四面体を内接させる(図2-3)。曲面正四面体は正四面体の正三角形面を曲面に置換したものである。球面正四面体の分割と同じ規則により96個の曲面三角形領域に分割する。

頂点同士を直線で結ぶ。点 O_1 は稜線の中点、点 T_1 は曲面正四面体の重心、円弧 E_1 は重心 T_1 を中心にもつ円弧である。他の稜線の中点でも同様の円弧を描き、その交点が S_1 である。円弧 E_1 を4分割した点が P_1, P_2, P_3 である。中点

O_1 , 点 P_1, P_2, P_3 , および交点 S_1 を頂点 N_1 と直線で結び曲面正四面体の分割領域 A_1, B_1, C_1, D_1 を得る。その一つがグレーハッチ部である。

球面分割領域 A, B, C, D と曲面分割領域 A_1, B_1, C_1, D_1 は頂点 N と N_1 を共有しながら対応している。

球面分割領域上の情報を, 対応する曲面分割領域に地図投影することで全球面積に対する球面分割領域の面積比を維持しながら, 曲面正四面体上の各分割領域に地図投影が可能になる。このような面積比維持によって正積性を向上する投影を「立体角写像」と命名する。

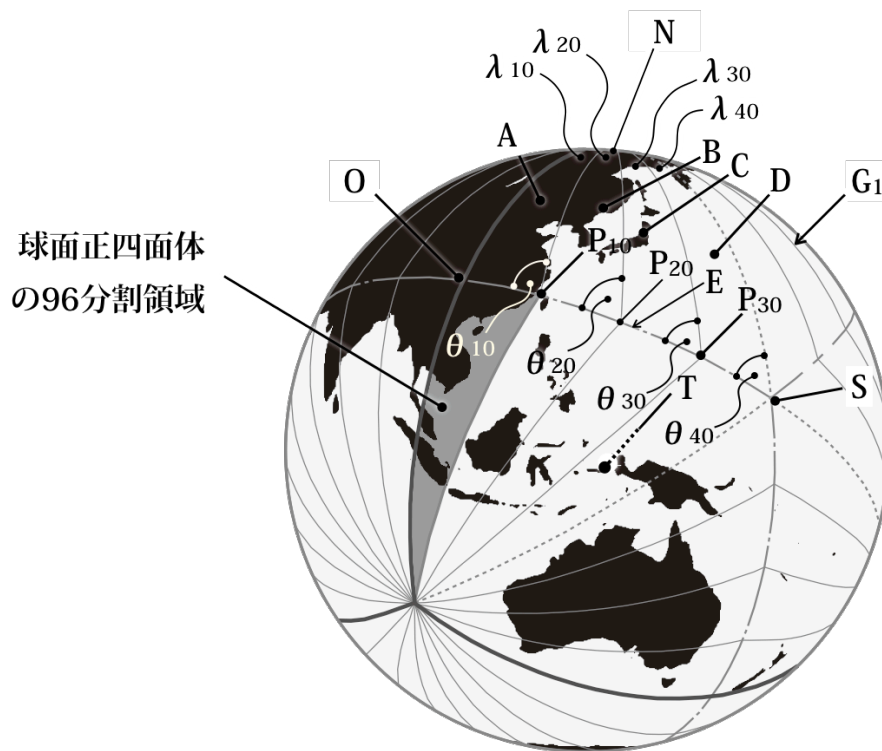


図 2-2：本論文で取り上げる図法の手順 1

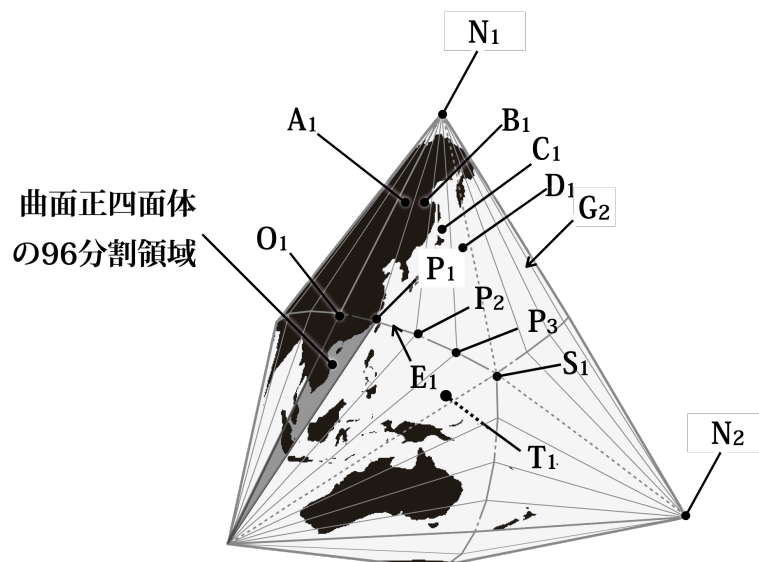


図 2-3：本論文で取り上げる図法の手順 2

手順 3.

上記曲面正四面体に頂点を共有して正四面体を内接させる (図 2-4)。点 N' は正四面体の頂点, O' は稜線の中点である。正四面体の正三角形面の頂点と対辺の中点を結んで得た 3 線分の交点が S' である。交点 S' と中点 O' を結ぶ線分 E' を 4 分割した点が P_1', P_2', P_3' である。中点 O', P_1', P_2', P_3' , および交点 S' をそれぞれ頂点 N' と結んで面分割領域 A', B', C', D' を得る。その一つがグレーハッチ部である。

曲面正四面体 (図 2-3) と正四面体 (図 2-4) は頂点 N_1 と N' を共有しつつ曲面三角形 A_1, B_1, C_1, D_1 と平面三角形 A', B', C', D' が対応している。こうして後投影の前後で各分割領域は対応している。

曲面分割領域上の情報を, 対応する正四面体面上の分割領域に地図投影することで曲面全体の面積に対する各分割領域の面積比を維持しながら, 正四面体上の各分割領域に地図投影が可能になる。

このように球面から正四面体に直接投影せず曲面正四面体を経由する地図投影を「多階層写像」と命名する。多階層写像は 2.3 節で説明するように正積性が担保された分割領域内の角度と距離の歪みを低減する。

手順 4.

上記手順で得た正四面体を切り開き (図 2-5), 長方形展開図を作成することで世界地図を取得する (図 2-6)。

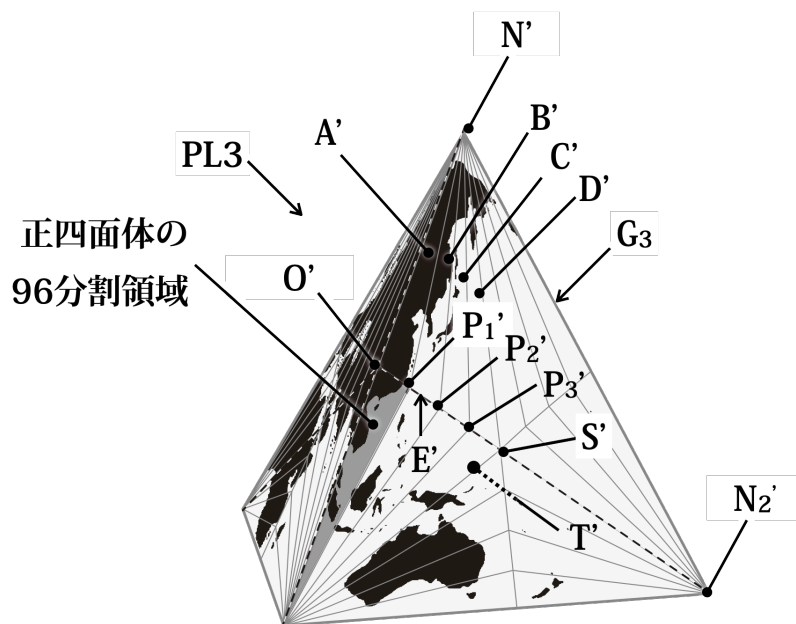


図 2-4：本論文で取り上げる図法の手順 3

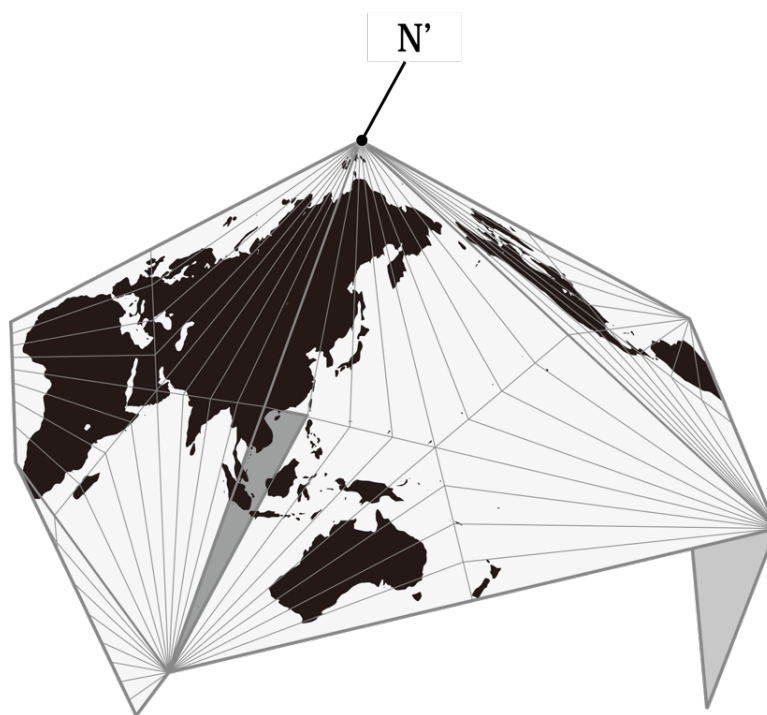


図 2-5：本論文で取り上げる図法の手順 4

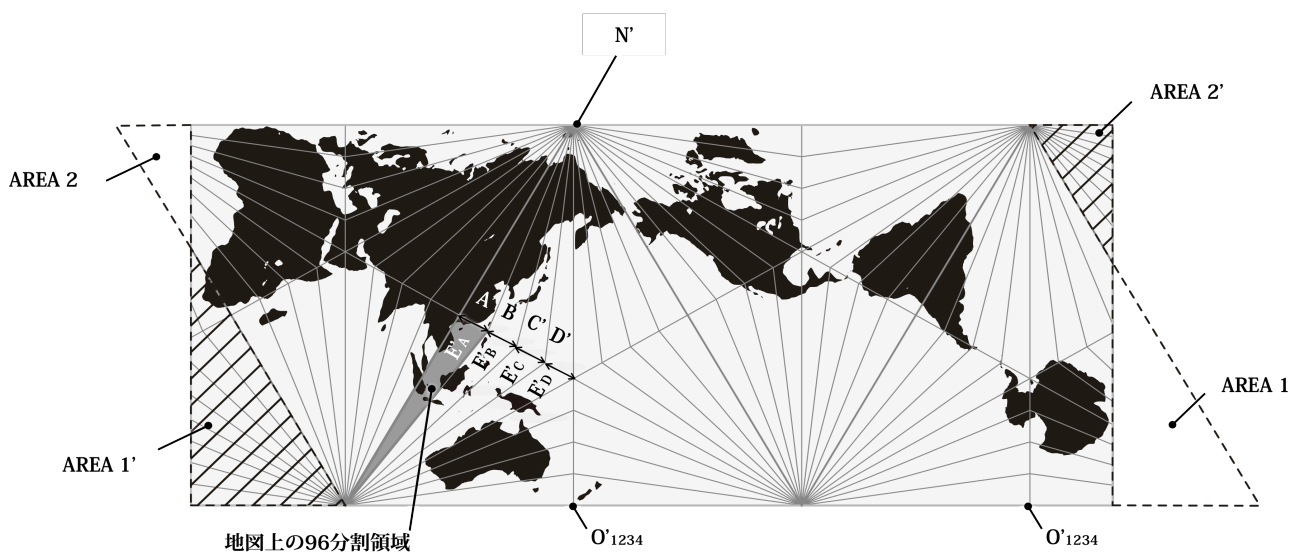


図 2-6：本論文で取り上げる図法の手順 5

手順 5.

図 2-6 に図示する長方形展開図は、一般的に知られている平行四辺形の展開図から点線で囲まれた領域 AREA1, AREA2 を斜線領域 AREA1' および斜線領域 AREA2' に移動することで取得できる。得られる長方形の縦横比は $\sqrt{3}:4$ である。

また正四面体から図 2-7 に示す展開方法によって図 2-8 に図示する長方形世界地図が得られる。図 2-4 の正四面体の稜線の中点 O' から三角形面の中心 S' を通って対角上にある頂点 N_2' を結ぶ二つの線分（点線）が該展開図を得る切断線である。残る 1 本の切断線は点 O' が中点となっている正四面体の稜線（点線）である。正四面体の稜線の中点 O' は長方形の 4 つ頂点 O_1', O_2', O_3', O_4' となる。得られた世界地図の長方形の縦横比は、 $1:\sqrt{3}$ である。

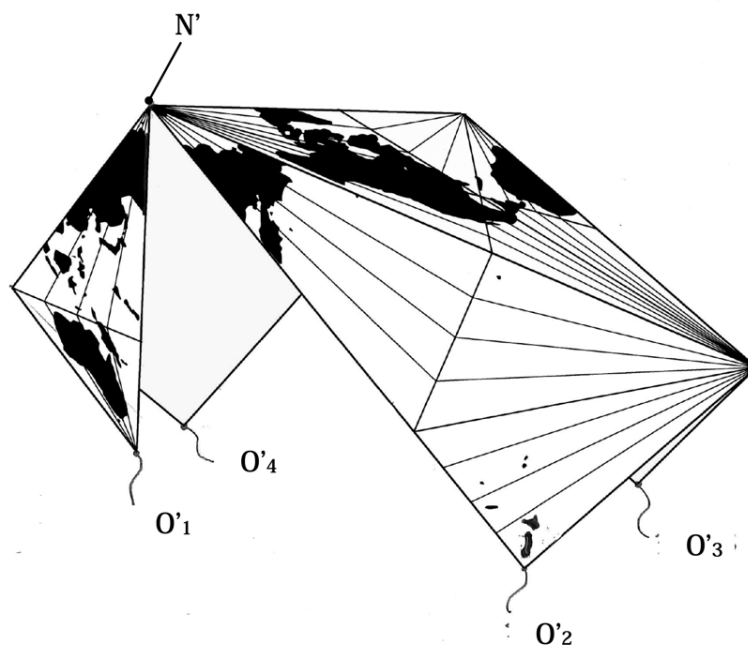


図 2-7：長方形展開手順の別例

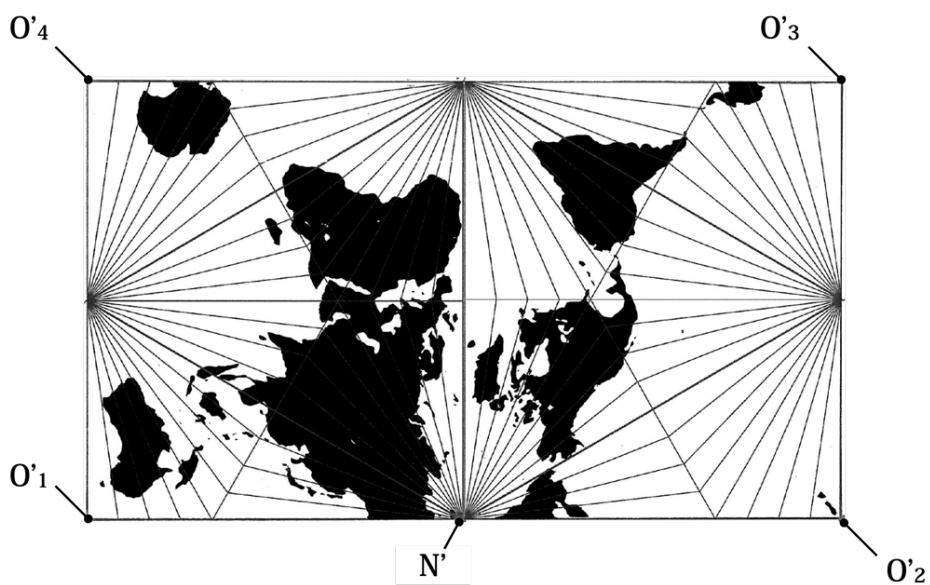


図 2-8：長方形展開手順の別例によって得られる世界地図

2.3. 歪みの補正方法

前投影では 96 分割された球面と曲面正四面体を対応させて立体角写像を行う。後投影でも同様に曲面正四面体から正四面体に立体角写像を行う。前投影に心射投影，後投影に正射投影を組み合わせた多階層写像によって面分割領域内の歪みも低減する。この 2 つの歪み補正方法について詳説する。

2.3.1. 立体角写像

2.3.1.1. 立体角について

球の全面積に対する特定領域の面積比を立体角と言う (図 2-9)。立体角とは「対象の見えの大きさを表す指標の一つ」(彰国社, 1993)³³であり, 被写体 PL を球 S の中心 T から見る広がりを表す数で, 通常ステラジアン(sr)で表す。ここで中心 T から被写体 PL に向けて結ぶ半直線の集合で錐ができる。この錐を単位球面 S で切り取るとき得られる球面領域の面積 A (図中斜線部) で表す。ここに単位球の中心は T であり半径=1 である。つまり世界地図で言えば地球上の大陸等の面積に相当する。特に T から見た全球の立体角は 4π sr, 半球の立体角は 2π sr である。

本論文は世界地図における面積の歪みを扱うが本論文を含む研究全体は図法全般を対象にしている。研究初期では全方位写真に関する図法研究が主体であったため全球画像に占める被写体の面積の割合として立体角を用いており本論文でも継続して立体角写像という名称を用いる。

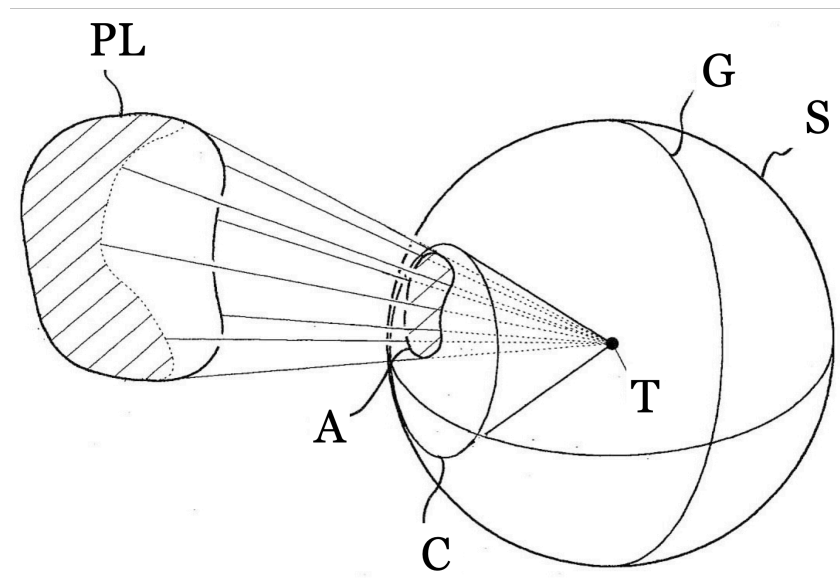


図 2-9：立体角の考えを示す図

2.3.1.2. 球面における立体角グリッド

本論文で提案する立体角グリッドについて説明する。球面分割領域 A,B,C,D (図 2-2) は次の条件を満たすよう分割する。

$\lambda_{10} = \angle ONP_{10}$, $\lambda_{20} = \angle P_{10}NP_{20}$, $\lambda_{30} = \angle P_{20}NP_{30}$, $\lambda_{40} = \angle P_{30}NS \dots < 2.1 >$
 とすると,

$$\lambda_{10} = \lambda_{20} = \lambda_{30} = \lambda_{40} = \pi/3 \div 4 = \pi/12 \dots < 2.2 >$$

となるよう P_{10} , P_{20} , P_{30} を配置する。領域 A,B,C,D の面積を求める。

$$\theta_{10} = OP_{10}N, \theta_{20} = OP_{20}N, \theta_{30} = OP_{30}N, \theta_{40} = OSN \dots < 2.3 >$$

とする。 θ_{10} を求めるとき, 球面三角法の余弦定理より,

$$\cos\theta_{10} = -\cos\lambda_{10} \cdot \cos\angle NOS + \sin\lambda_{10} \cdot \sin\angle NOS \cdot \cosNO \dots < 2.4 >$$

$$\cosNO = 1/\sqrt{3}$$

$$\angle ONS = \pi/3$$

$$\angle NOS = \pi/2$$

$$\theta_{40} = \pi/3$$

であるので, <2.4> 式は,

$$\cos\theta_{10} = \sin\lambda_{10}/\sqrt{3} \dots < 2.5 >$$

となる。よって,

$$\theta_{10} = \cos^{-1}(\sin\lambda_{10}/\sqrt{3}) = 0.452256378052\pi$$

同様に球面三角法の余弦定理を用いて θ_{20} , θ_{30} , θ_{40} を求める。

$$\theta_{20} = \cos^{-1}\{\sin(\lambda_{10} + \lambda_{20})/\sqrt{3}\} = 0.406785250661\pi$$

$$\theta_{30} = \cos^{-1}\{\sin(\lambda_{10} + \lambda_{20} + \lambda_{30})/\sqrt{3}\} = 0.366139763599\pi$$

$$\theta_{40} = \cos^{-1}\{\sin(\lambda_{10} + \lambda_{20} + \lambda_{30} + \lambda_{40})/\sqrt{3}\} = \pi/3$$

以下, 球面余剰定理から面積を導出する。

$$A = \angle NOS + \lambda_{10} + \theta_{10} - \pi = 0.035589711385\pi$$

$$B = \angle NOS + \lambda_{10} + \lambda_{20} + \theta_{20} - \pi - A = \lambda_{20} + \theta_{20} - \theta_{10} = 0.037862205942\pi$$

$$C = \angle NOS + \lambda_{10} + \lambda_{20} + \lambda_{30} + \theta_{30} - \pi - B = \lambda_{30} + \theta_{30} - \theta_{20} = 0.042687846271\pi$$

$$D = \angle NOS + \lambda_{10} + \lambda_{20} + \lambda_{30} + \lambda_{40} + \theta_{40} - \pi - C = \lambda_{40} + \theta_{40} - \theta_{30} = 0.050526903068\pi$$

よって,

$$A : B : C : D \approx 0.035589711385 : 0.037862205942 : 0.042687846271 : 0.050526903068 \dots < 2.6 >$$

提案図法はこの分割領域 A,B,C,D の面積比を保ち地図投影を行う。

この分割を行う球面上の格子を立体角グリッド G_1 と命名する。

2.3.1.3. 曲面正四面体における立体角グリッド

曲面正四面体（図 2-3）の円弧 E_1 を 4 分割した点 P_1, P_2, P_3 と頂点 N_1 を結んで得られた面分割領域を A_1, B_1, C_1, D_1 とする。これらの領域が球面の面積比を保つよう点 P_1, P_2, P_3 は設定されている。本論文では面積比の算定を 3D モデリングソフトを用いて作図的に導出している。

$$A_1 : B_1 : C_1 : D_1 = A : B : C : D \dots \langle 2.7 \rangle$$

この分割を行う曲面上の格子を立体角グリッド G_2 と命名する。

2.3.1.4. 正四面体における立体角グリッド

図 2-4 において面分割領域 A', B', C', D' の面積比が

$$A' : B' : C' : D' = A : B : C : D = O'P_1' : P_1'P_2' : P_2'P_3' : P_3'S' \dots \langle 2.8 \rangle$$

を保つように点 P_1', P_2', P_3' は設定する。つまり $\langle 2.6 \rangle$ より、

$$O'P_1' : P_1'P_2' : P_2'P_3' : P_3'S'$$

$$\approx 0.035589711385 : 0.037862205942 : 0.042687846271 : 0.050526903068 \dots \langle 2.9 \rangle$$

となるよう設定する。

この分割を行う正四面体上の格子を立体角グリッド G_3 と命名する。

2.3.1.5. 立体角写像のまとめ

立体角写像をまとめると、

球面グリッド G_1 上の分割領域の面積 A : 球面正四面体の全表面積 ΣG_1 の比
と

曲面グリッド G_2 上の分割領域の面積 A_1 と曲面正四面体の全表面積 ΣG_2 の比
を等しくする。つまり、

$$A / \Sigma G_1 = A_1 / \Sigma G_2 \dots \langle 2.10 \rangle$$

という関係式が成り立っている。このような地図投影が立体角写像である。同様に、

曲面グリッド G_2 上の分割領域の面積 A_1 と曲面正四面体の全表面積 ΣG_2 の比
と

正四面体グリッド G_3 上の分割領域の面積 A' と正四面体の全表面積 ΣG_3 の比
を等しくする。つまり、

$$A_1 / \Sigma G_2 = A' / \Sigma G_3 \dots \langle 2.11 \rangle$$

という関係式が成り立っている。ここでは立体角写像を2回繰り返し多階層写像による効果を得ているが、面積比を維持するためだけであれば、

$$A / \Sigma G_1 = A' / \Sigma G_3$$

が維持されていれば良い。

なお、分割数を96に限定したのは立体角写像の効果が確認できつつ、手作業で試行を繰り返すことができる効率を考慮して設定した。

2.3.2. 多階層写像

歪みを低減、分散する多階層写像を説明する。

立体角写像では経線と直交する円弧 OS 方向 (図 2-2) の円弧 O_1S_1 (図 2-3) や線分 $O'S'$ (図 2-4) の分割を調整したのに対し、多階層写像では緯線である円弧 NO 方向の円弧 N_1O_1 や線分 $N'O'$ の長さを調整する。その調整の度合いは曲面正四面体を経由した2段階の投影による。

球面正四面体と曲面正四面体と正四面体を面 NTO で切った断面が図 2-10 である。球面正四面体の頂点 N から中点 O までの円弧 NO の区間と、中点 O から点 S までの円弧 OS の区間を示す。円弧 OS は図 2-2 で示す大円弧 E である。前述の通り点 P_{10}, P_{20}, P_{30} , によって4つの円弧 E_A, E_B, E_C, E_D を得る。これらの円弧の両端と頂点 N を結び領域 A, B, C, D が得られる。

大円弧 NO は経線であり領域 A の1稜線である。1/24 分割領域において頂点 N の対辺が大円弧 OS である。

次節では経線方向に直交する大円弧が曲面正四面体を経由して正四面体に投影される過程を図の右側の OS 区間において説明し、経線が曲面正四面体を経由して正四面体に投影される過程を図の左側の NO 区間において説明する。

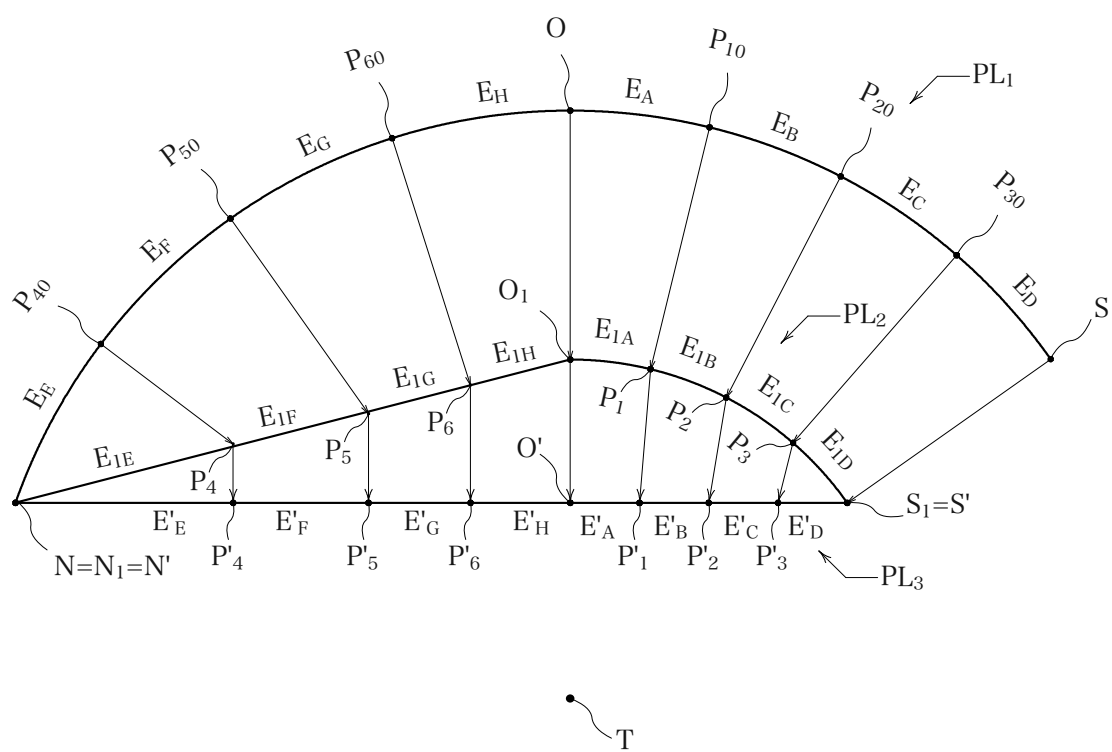


図 2-10：本論文で取り上げる多階層写像を説明する断面図

2.3.2.1. 緯線方向（OS 区間）の投影

面積の歪み補正に関連する OS 区間の投影について説明する。曲面正四面体 PL_2 における円弧 E_1 、点 O_1 はこの断面（図 2-10）に含まれる。点 T を投影中心として球面上の各点を曲面正四面体 PL_2 に心射投影を行う。

球面上の各点 $O, P_{10}, P_{20}, P_{30}, S$ と中心 T を結んだ投影線によって曲面正四面体 PL_2 上に交点 O_1, P_1, P_2, P_3, S_1 が得られる。球面上の円弧 E_A, E_B, E_C, E_D は曲面正四面体 PL_2 上の点 O_1, P_1, P_2, P_3, S_1 によって円弧 $E_{1A}, E_{1B}, E_{1C}, E_{1D}$ に投影される。以上が前投影のプロセスである。

次に後投影のプロセスを説明する。ここに正四面体 PL_3 における線分 E' 、中点 O' もこの断面上に含まれる。ここで球面上の $1/96$ 領域 A,B,C,D（図 2-2）の面積比を夫々維持するために曲面正四面体上の点 O_1, P_1, P_2, P_3, S_1 を、正四面体 PL_3 上の点 O', P'_1, P'_2, P'_3, S' に再投影する。そのとき点 P'_1, P'_2, P'_3 の投影位置を微調整しながら 4 分割した線分 E'_A, E'_B, E'_C, E'_D を投影によって得る。そのためこの後投影のプロセスにおいて投影線は中心 T にむかう直線ではないことが特徴である。

<2.6>より正四面体上の線分の長さの比が

$$E'_A : E'_B : E'_C : E'_D \approx$$

$$0.035589711385 : 0.037862205942 : 0.042687846271 : 0.050526903068 \dots < 2.12 >$$

となるように設定する。球面上の大円弧の長さの比は、

$$E_A : E_B : E_C : E_D \approx 0.939\dots : 0.9593\dots : 1.000\dots : 1.064\dots < 2.13 >$$

となるよう設定する。以上が後投影のプロセスである。

上記設定により、96 分割領域に限定されるものの球面上の面積比が世界地図上でも維持される。上記は経度と直交方向の投影における操作によって得られる特長である。

2.3.2.2. 経線方向（NO 区間）の投影

面積補正した 96 分割領域内での、大円弧 NO 方向、つまり経度方向の距離の歪みを低減する投影を説明する。

前投影では大円弧 NO を線分 N_1O_1 に心射投影する。投影中心は点 T である。説明用に球面上の大円弧 NO を点 $O, P_{40}, P_{50}, P_{60}, S$ によって 4 等分する。各点は

上記心射投影によって曲面正四面体 PL_2 上の N_1O_1 上の点 O_1, P_4, P_5, P_6, S_1 , に夫々投影される。これらの点により分割された線分を $E_{1E}, E_{1F}, E_{1G}, E_{1H}$, とする。

ここで仮に後投影も心射投影すると球面上で同長だった E_E, E_F, E_G, E_H の線分比は正四面体上において大きな誤差が生じ距離の歪みの原因となる。そこで本論文では後投影を正射投影として点 P_4, P_5, P_6 を点 P'_4, P'_5, P'_6 に投影する。

このとき、球面上の大円弧は同長であり、

$$E_E : E_F : E_G : E_H = 1 : 1 : 1 : 1$$

である。上記投影種類を切替えることで、正四面体上の線分比の誤差は

$$E'_E : E'_F : E'_G : E'_H \approx 1.57 \dots : 0.97 \dots : 0.73 \dots : 0.71 \dots < 2.15 >$$

に抑えることができる。

上記のように経線方向の投影においては心射投影と正射投影を組み合わせることで球面上の円弧の線分比が大きく損なわれないよう補正し距離の歪みを低減する。

2.3.3. 歪み補正方法のまとめ

多階層写像の効果について図 2-11 を用いて説明する。左の図 2 つは多階層写像を施さない場合の投影の模式図、右の図 2 つは施した場合の模式図である。

左上図では球から正四面体に直接投影しても点 P' の位置を調整することで分割領域（桃色で図示）の面積比が保たれることがわかる。だが左下図に示すように緯度方向、つまり NP 方向に写像分布の粗密（赤点描にて図示）が大きくなる。これが $1/24$ 領域内での局所的な距離の歪みとなる。そこで右図 2 つに示すように緯度方向の写像の疎密を是正するため（青点描にて図示）多階層写像により投影線を屈折させて補正する。

歪み補正方法をまとめる。点 P' をほぼ緯線沿いに移動し微調整することで面積歪み補正をする手段が立体角写像である。さらに経線沿いに点 Q' の位置を移動しながら微調整することで緯度方向の歪み、例えば距離の歪みを補正する手段が多階層写像である。

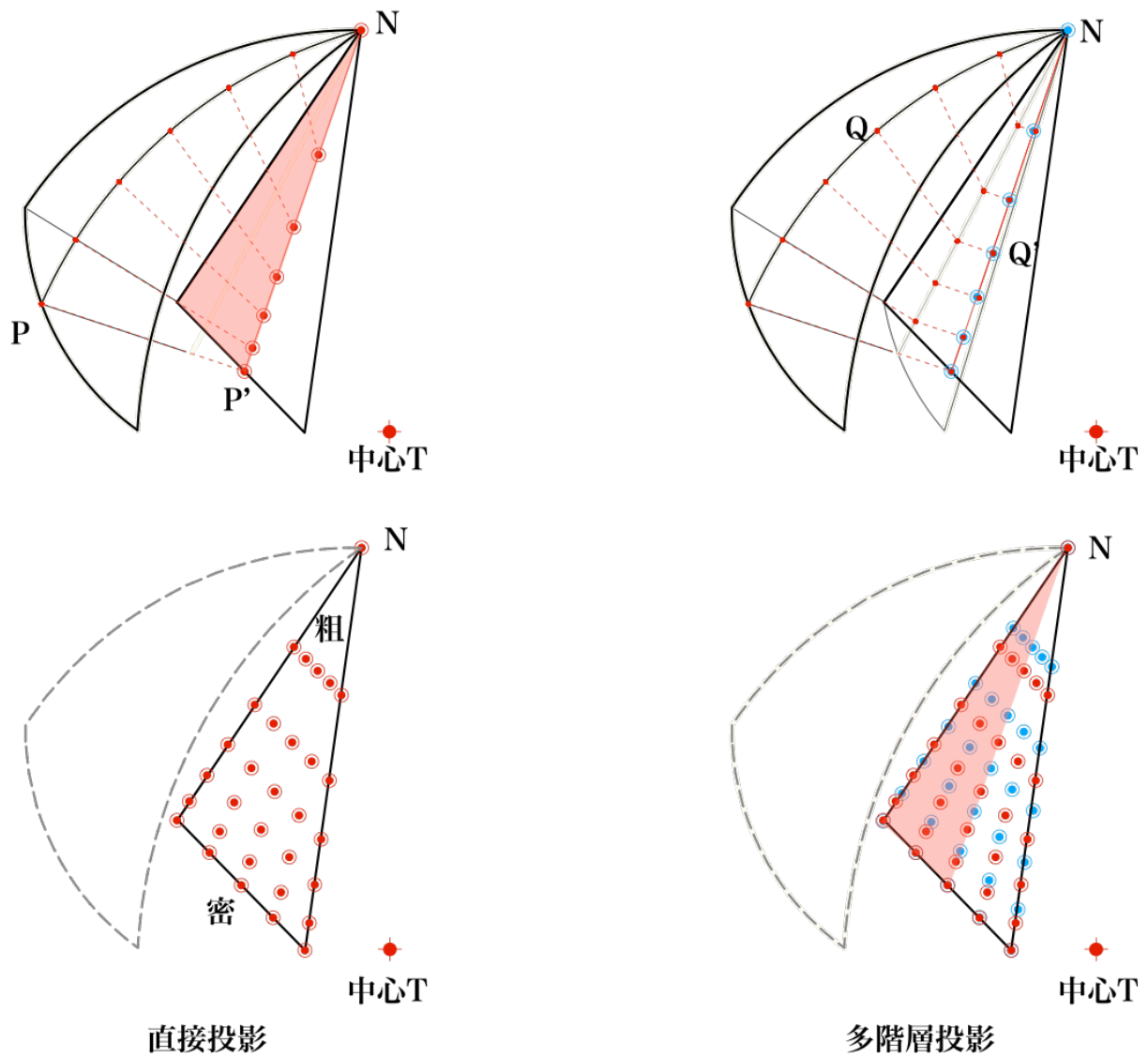


図 2-11： 多階層写像の効果を示す模式図

2.4. 海岸線が途切れない図法の設定

筆者は、長方形図郭に海岸線が途切れず全て収まる4頂点の設定の組み合わせを発見した。4頂点の緯度経度座標は以下である。

〈表〉2-1：海岸線が途切れない正四面体の頂点設定

	経度	緯度
頂点 1	149°27' 03.56868" E	76°52' 51.82608" N
頂点 2	97°21' 25.2126" E	27°57' 09.99792 "S
頂点 3	18°51' 08.037" W	6°38' 13.37028" S
頂点 4	133°16'57.93168" W	22°55' 41.65104" S

ただしこれは海岸線が全て途切れない唯一の座標設定ではなく一例である。また今の地球の海岸線に限って有用な設定である。

円筒図法の両極点は回転軸が通過する観点で特殊な地点である。対して、上記4頂点にそのような特殊性はない。だがここではそれらの4点がどのような地理なのかを手短かに記す。

頂点1は、ラフテフ海や東シベリア海付近に配している。付近に無人島が存在するが島名は確認できなかった。頂点2は、オーストラリア西岸のパースの遠い沖合に配している。周囲に島はない。頂点3は、南大西洋上の南米とアフリカのほぼ中間点に配している。最寄りの島はセントヘレナ統治下のアセンション島である。この島は大西洋上の孤島であるがゆえ、

船舶の飲料水補給地、海底電信の中継基地として利用されてきたが、最近ではアメリカのミサイル・人工衛星追跡基地が設置されている。(下中直人, 1988) ³⁴

頂点4は、南太平洋のフランス領ポリネシアのガンビエ諸島やムルロア環礁付近に配してる。図2-12にこれら4地点の衛星写真を掲載する。

正多面体図法を用いた歪みの少ない長方形世界地図の提案

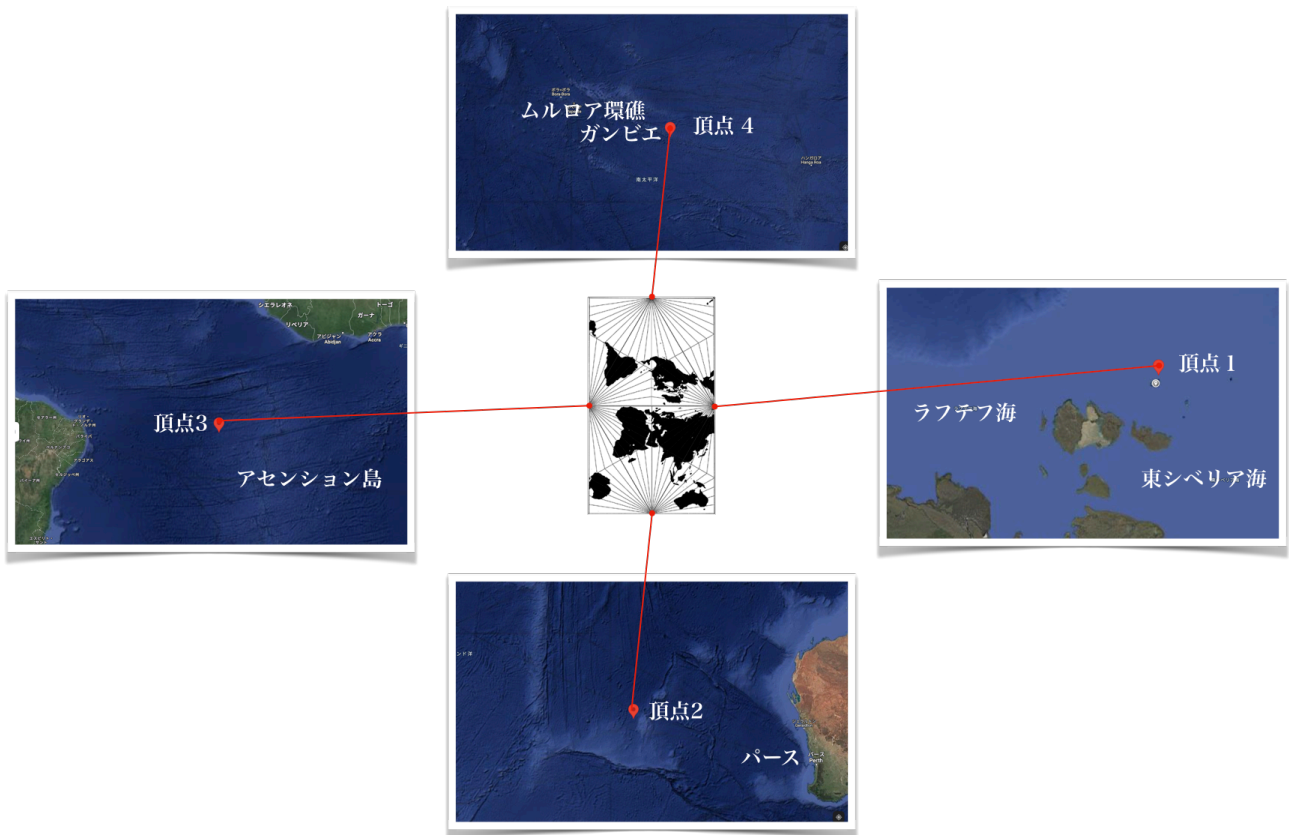


図 2-12：正四面体 4 頂点周辺のグーグルマップ

出典：<https://www.google.com/maps/place/>

2.5. 平面充填と中心移動

世界地図の中心を移動する手段とそれに関連する平面充填について説明する。

2.5.1. 平面充填の仕組み

提案図法により得た $1 : \sqrt{3}$ の長方形世界地図を図 2-13 に 9 つ図示する。中央の長方形地図を用いて説明する。長方形の 4 頂点 O'_1, O'_2, O'_3, O'_4 は展開する前の正四面体においては同一の点 O' (図 2-7) である。長方形の辺の中点 $N'a, N'b, N'c, N'd$ は展開する前の正四面体における頂点である。

長方形の辺の中点 $N'b$ 周辺に示す 3 つの角度 $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ は投影前の球面上ではいずれも 120° であったが、多面体の頂点に接する面の内角の和は 360 度以下になることが知られており該箇所では、

$$\theta_1 = \angle O'_1 N'b N'a = 60^\circ$$

$$\theta_2 = \angle N'a N'b N'c = 60^\circ$$

$$\theta_3 = \angle N'c N'b O'_4 = 60^\circ$$

となることから、

$$\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 = 180^\circ$$

となる。

180 度は平角とよばれ一直線上になる。提案図法はこの性質を利用している。長方形の辺の中点 $N'b$ を回転軸に地図を 180 度回転させる。すると 2 回回転対称で境界線上の地理情報がシームレスに繋がる。該当する中央の地図とその上部に示す 180 度回転した地図において、 $N'b$ が連結する。上下の長方形の頂点 O'_1, O'_2, O'_3, O'_4 は展開前の正四面体では同一の点 O' であることから、シームレスに連結する。このことは O'_1 付近のオーストラリアと O'_4 付近の南極大陸が隣接関係であることから確認できる。

中央に配した世界地図の他の中点 $N'a, N'c, N'd$ においても同様に 2 回回転対称性が得られシームレスに連結する。

左上, 左下, 右上, 右下の 4 つの世界地図は先に複製連結した地図を再度 180 度回転, 複製, 連結することでシームレスにつながる。

正多面体図法を用いた歪みの少ない長方形世界地図の提案

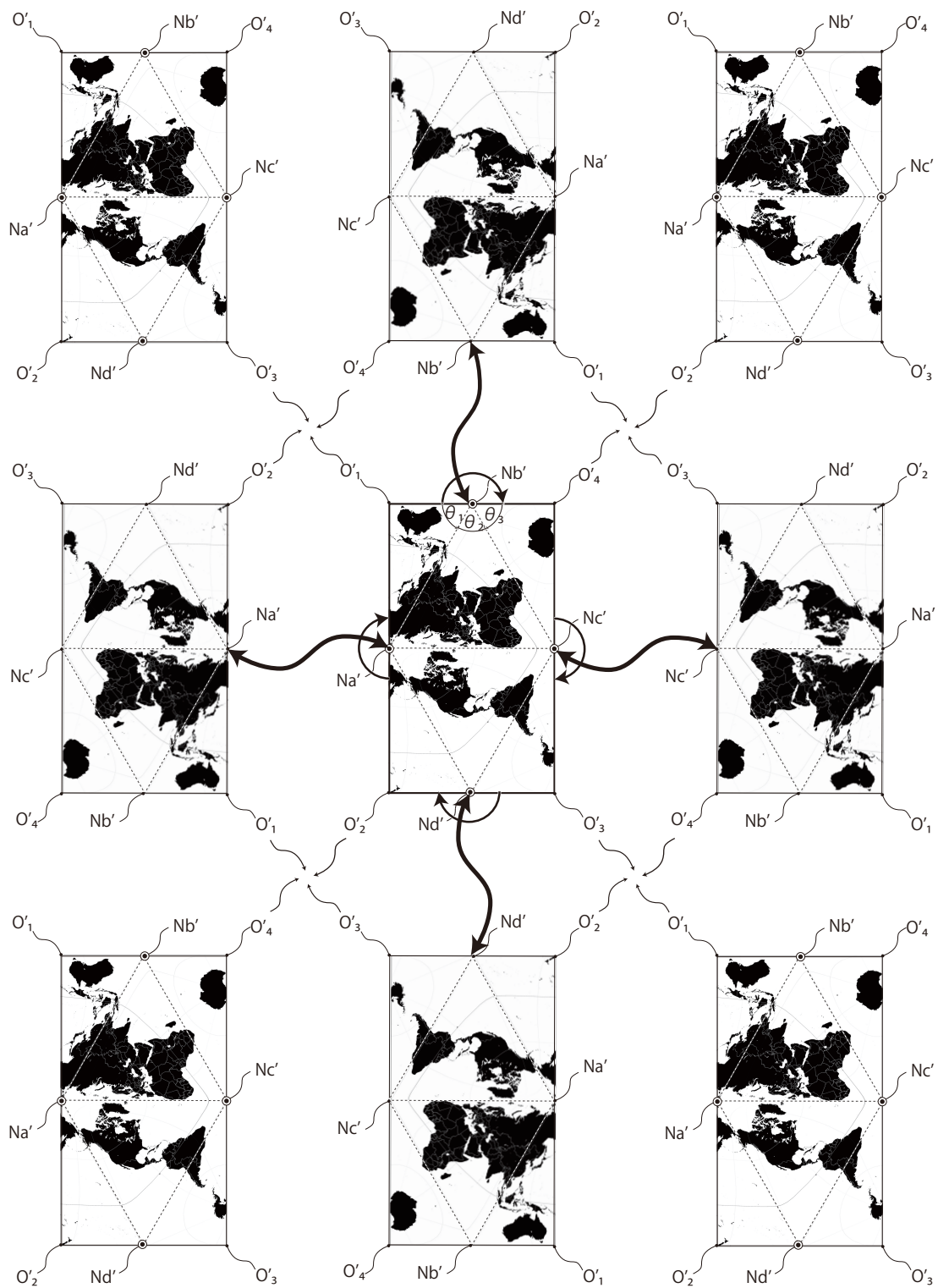


図 2-13：得られた世界地図をつなぎ合わせた平面充填地図

2.5.2. 中心移動の仕組み

以上より、提案図法による世界地図は地理関係を保ったまま全方向にシームレスに連結できる。図 2-14 は得られた平面充填地図を国別に色分けしたものである。

得られた平面充填地図から中心を再設定した新しい地図を取り出すことができる。これらは長方形枠を回転、連続移動、変形する操作により得られる。

SC1 は、縦横比 $1 : \sqrt{3}$ の平面充填に用いた基本形の長方形世界地図である。イギリスを中心にした世界地図で、地図の右半分に新大陸である南北アメリカ大陸が、左半分に旧大陸であるユーラシア大陸とアフリカ大陸を配した世界観を示す。

SC2 も、縦横比 $1 : \sqrt{3}$ の長方形世界地図である。SC1 を部分的に切り貼りして世界の端（長方形の頂点）と世界の中心が置き換わるように長方形枠とすることで得る。ニュージーランドを中心にした世界地図で、ヨーロッパを左下、北米を左上、アフリカを右下、南米を右上の四隅に分散したオセアニアを中心にした世界観を示す。

SC3 は、SC1,2 を反時計回りに 120° 回転した縦横比 $1 : \sqrt{3}$ の世界地図である。ボリビア、アマゾン河流域を中心にした世界地図で、南米から見た世界観を示す。

SC4 は、SC1 を時計回りに 120° 回転した縦横比 $1 : \sqrt{3}$ の世界地図である。ハワイを中心にした世界地図で、太平洋から見た世界観を示す。

LC1 は縦横比が $4 : \sqrt{3}$ の長方形世界地図である。日本及び太平洋を中心にした地図で、長方形図郭によって海岸線が一切途切れない。

LC2 も縦横比が $4 : \sqrt{3}$ の地図である。縦横比が $4 : \sqrt{3}$ の長方形世界地図は矢印 1 方向に長方形枠を連続移動しても球面情報を余過分なく表示できる特徴がある。LC2 では南大西洋を中心にし、南北アメリカ大陸を下に配した世界観を示す。LC2 も長方形図郭によって海岸線が一切途切れない。

LC3 も縦横比が $4 : \sqrt{3}$ の地図である。LC1,2 を時計回りに 60° 回転して得る。LC3 は矢印 2 方向に長方形枠を連続移動できる。ブラジルを中心にした世界地図で、日本の真裏からみた世界観を示す。

LC4 も縦横比が $4 : \sqrt{3}$ の地図である。LC1,2 を反時計回りに 60° 回転して得る。LC4 は矢印 3 方向に長方形枠を連続移動できる。アフリカを中心にした世界観を示す。

これらの世界地図は、すでに平面展開した世界地図の一部を回転、移動して作成するだけで得られる。球面から長方形に再度地図投影を再実行する必要はない。

ここに示した地図はいずれも余過分なく全球面を長方形に収めており、折りたためば重複することなく立体に還元できる。

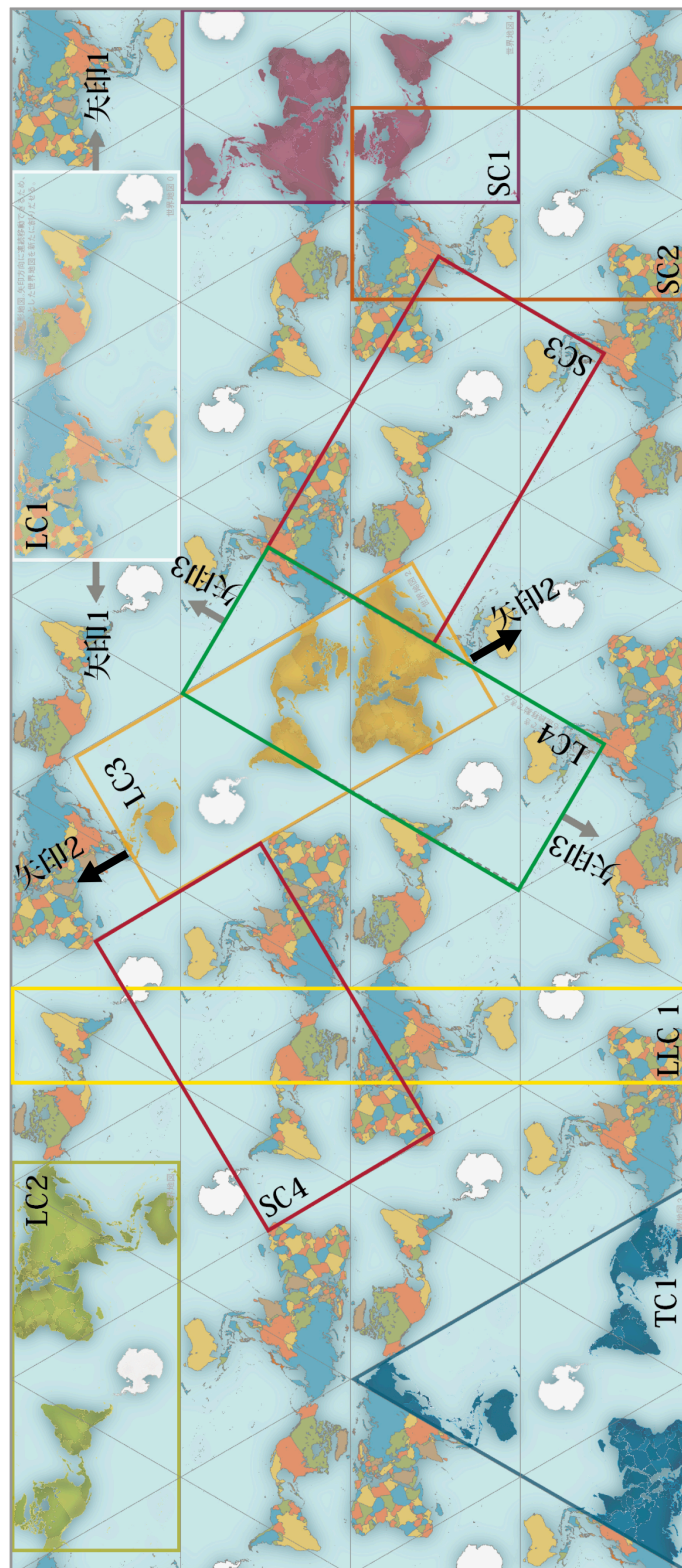


図 2-14：平面充填地図とそこから得られる新しい世界地図

3. 図法の実践ツール

ここでは、前節で提案した図法を第三者でも描画できるツールを2つ提示する。第1のツールは色マップと命名した座標変換表の役割をするツールである。第2のツールは提案図法を近似することで導出した投影式である。

3.1. 図法の座標変換

緯度経度座標を世界地図上での X,Y 座標に返す変換表作成に先立って、提案座標を手作業で実践する世界地図製作手順について説明する。続いてその製作手順を利用して製作した色マップの仕組みについて説明する。

3.1.1. 手作業による世界地図制作

筆者は提案図法による投影の手法を、以下の手順により実践してきた。

1. 前述の球面正四面体を汎用のモデリングソフトで制作する。
2. UV マッピングにより地球表面の画像を球面正四面体に貼り付ける。
3. マッピング画像と共に曲面正四面体、正四面体へと変形させる
4. 正四面体を展開して長方形世界地図を得る。

こうして得られた世界地図が図 3-1 である。

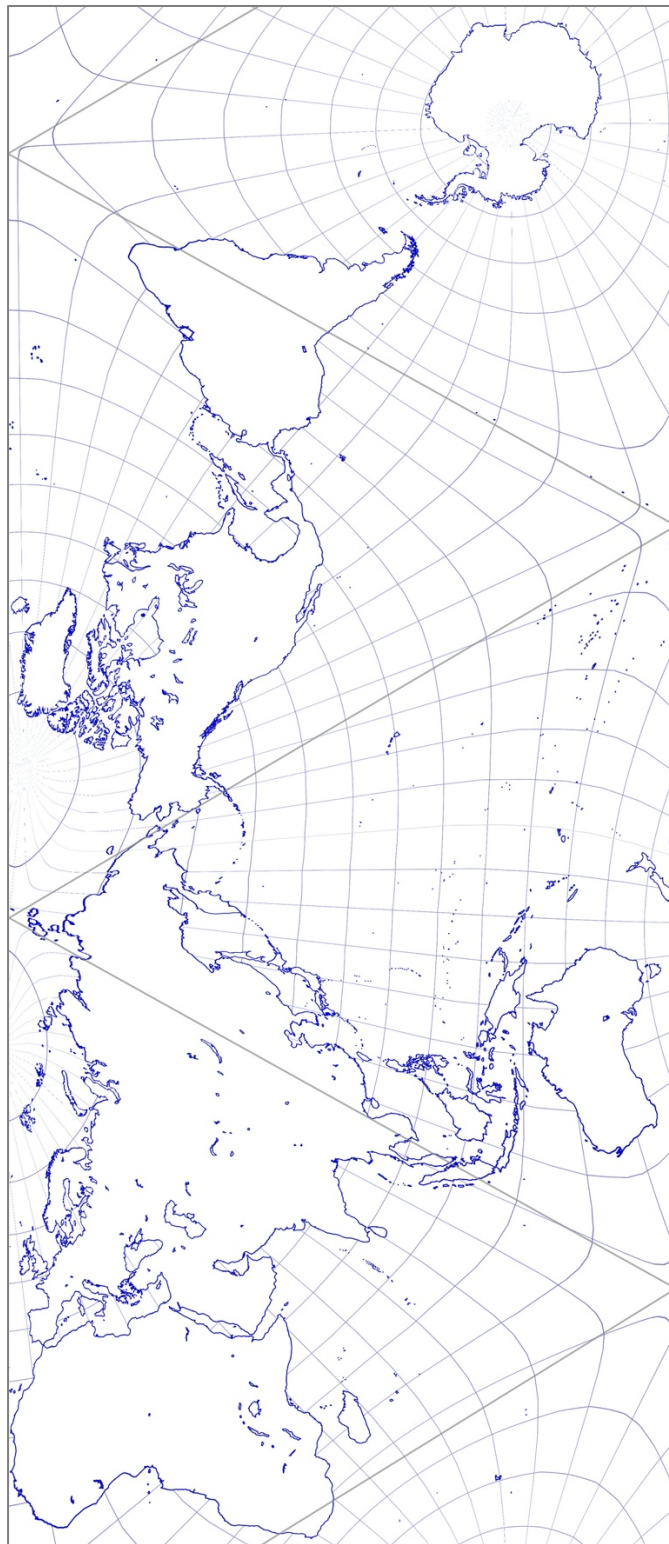


図 3-1：提案図法を実践した世界地図

3.1.2. 色マップの仕組み

筆者は、プログラマー星鉄矢氏による提案と制作協力を得て球面上の緯度経度座標と提案図法の地図平面座標を1対1で対応させた。この座標変換表に相当する2つの画像とそれを用いた地図投影を行う方法を「色マップ」と命名した。緯度経度の座標をRGBの数値と見立てることで任意地点の座標が特定の色で表現される。これにより地球上の緯度経度と提案図法による世界地図上での色（座標）が1対1で対応する。

色マップがあれば、前述の立体角写像、多階層写像プロセスを理解しなくても、立体幾何学を駆使してプログラミングしなくても、色がついた一対の長方形画像の色素を参照して画像処理するだけで提案図法を実践できる。

図3-2を用いて説明する。地球儀の代わりに正距円筒図法に施した「色マップ」を用いて説明する。「色マップ」では北から南つまり紙面の上から下方向に青色のグラデーションを付与する。つまり北緯90度（北極）から南緯90度（南極）方向に色要素であるRGB(0,0,255)から(0,0,0)の値を付与する。

同様に本初子午線から西方向、つまり紙面の左から右方向に赤色のグラデーションつまりRGB(0,0,0)から(255,0,0)を付与する。

この正距円筒図法の色マップを上記の手作業による投影手順に従い提案図法の地図に変換する（図3-3）。こうして投影前の地球上と投影後の提案図法による地図上において $256^2=65536$ 個の固有の色素が1対1で紐づく。これを座標変換表として用いることで正距円筒図法、もしくは緯度経度で記されたデータから提案図法による世界地図を作成できる。

正多面体図法を用いた歪みの少ない長方形世界地図の提案

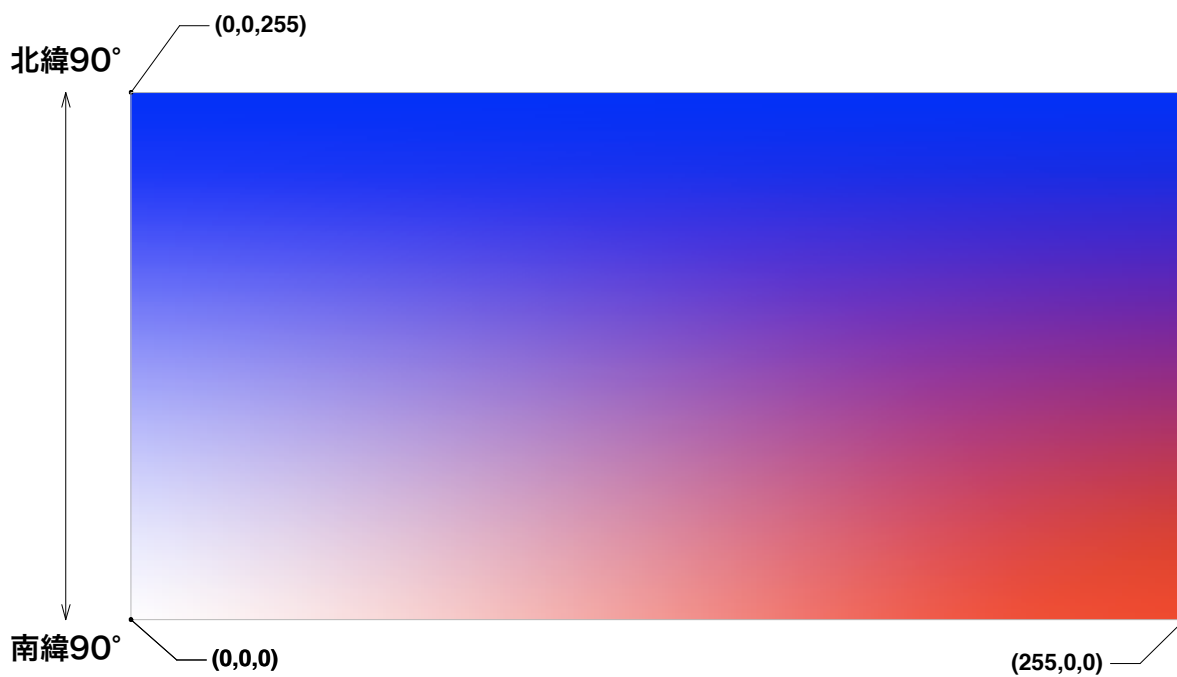


図 3-2 : 正距円筒図法に施した色マッピング

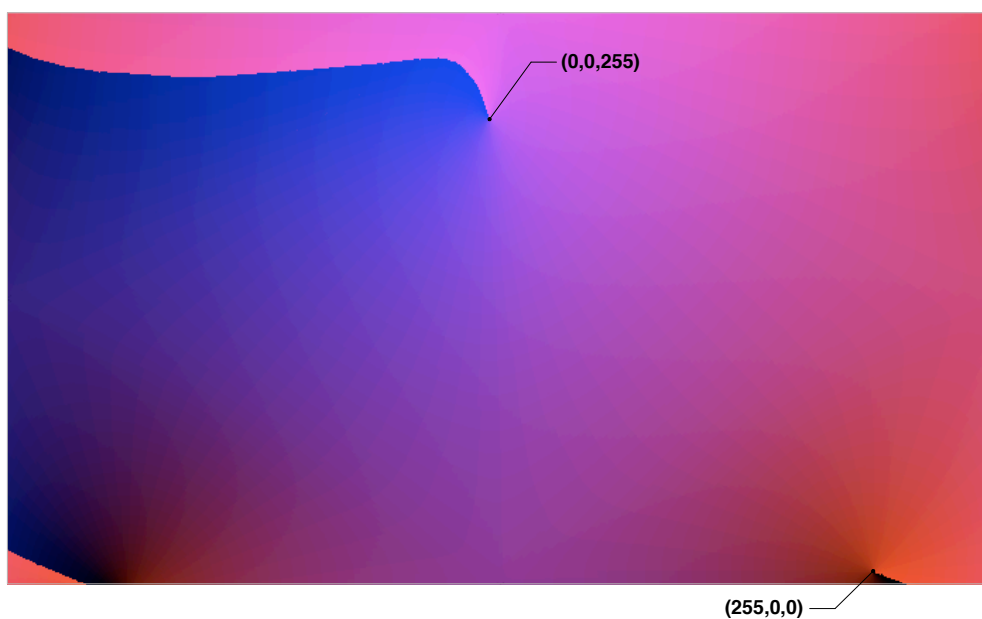


図 3-3 : 地図投影後の色マッピング

正多面体図法を用いた歪みの少ない長方形世界地図の提案

筆者は星鉄矢氏の制作協力のもと、この対応表を用いて変換ソフトウェアを制作した。ユーザーが正距円筒図法の世界地図、もしくは緯度経度座標を入力すると、提案図法に変換することができる。図 3-4 は該変換ソフトウェアの操作画面である。この操作画面にて、

1. 地図データを取り込み
2. 地球儀をトラックボールのように回しながら所望する正四面体頂点座標を設定する。
3. 右側に表示される提案図法の平面充填画像を確認して出力する。

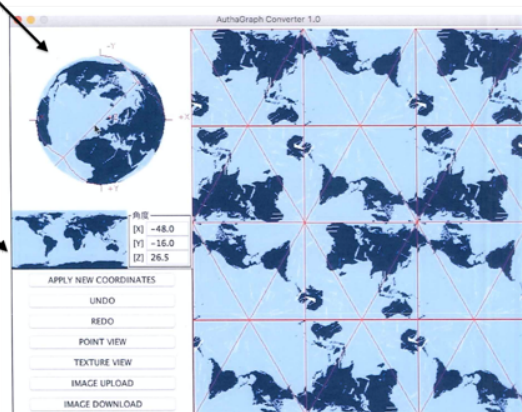
の手順で操作し、所望する地図を作成することができる。

このソフトウェアを活用して世界地図（主題図）製作する。その成果は後の「図法の応用の章」で紹介する。

正多面体図法を用いた歪みの少ない長方形世界地図の提案

2. 地球儀にリアルタイムに表示する

1. 既存地図を取り込む



3. オーサグラフにリアルタイムに表示する

図 3-4：色マッピングを用いて座標変換するソフトウェア
出典：オーサグラフ（株）オーサグラフ・ビジュアル・コンバーター
制作協力：ビーグル・サイエンス（株）

3.2. 図法の数式化

この節では以下の理由から提案図法の数式化を試みる。

第1に、上記の手法ではコンピュータの計算能力、モデリングソフトとプログラミングの技術が必要である。上記技術は図法の専門家にとって有用であるが必須ではなく図法を再現できる専門家が限られてしまう。

第2に上記の手法では面積比の担保する領域の分割数が96であるため図法の精度は限定的である。

第3に、多階層写像と称した2段階の投影過程を合成して1つの数式にまとめ煩雑な投影手順を単純化する。

次に投影式導出の方針を述べる。円筒図法では地軸に沿った回転体を活用して球上の点と投影される円筒上の点を共通の断面で表現し関係を数式に示してきた。

一方、正四面体は回転体ではなく数式化が困難である。本節では、球と正四面体の間に挿入し投影を仲介する形状、という条件を守りつつ従前手法で用いた曲面正四面体の曲面の幾何学を回転体による組合せに置換する。こうして提案図法を数式化する。

従前手法の曲面正四面体（図3-5）について述べる。点Tを中心に持つ正四面体 PL_3 の正三角形面F（斜線枠）の中心 S' 、稜線Eの中点 O_1 、稜線Eの両端を N_2 、線分 TS' を延長した半直線をLとする。点T点 O_1 、正四面体の頂点の一つ N_1 を含む断面を太線で図示し曲面正四面体 PL_2 の形状を説明する。

太線で示す断面を2つに区分する。半直線Lとの交点 S_1 と頂点 N_1 までの直線区間と、交点 S_1 と点 O_1 との円弧G区間である。円弧Gは TS_1 を半径としている。そして頂点 N_2 と円弧Gとを直線で繋ぎ PL_2 の双曲面を得る。グレー部分が曲面正四面体 PL_2 の一部である。

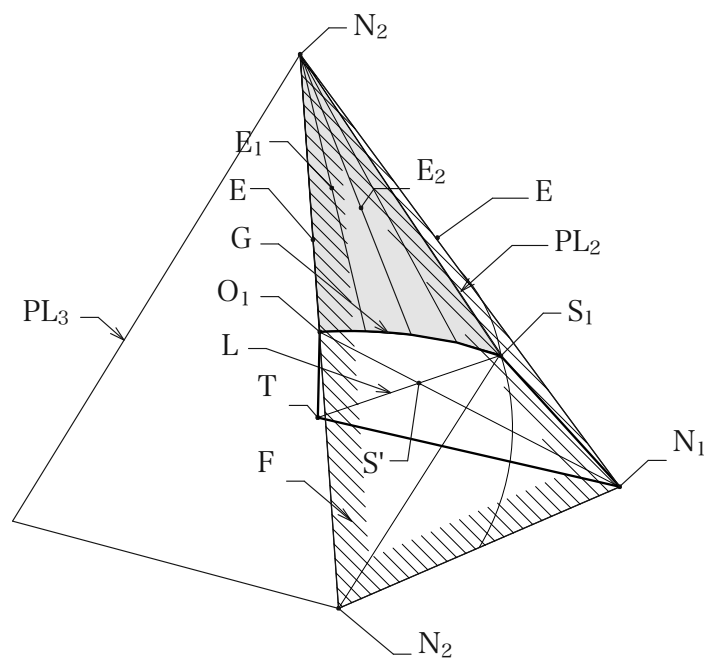


図 3-5 : 曲面正四面体と命名した補助投影面

3.2.1. 曲面正四面体の再定義

従前手法の曲面正四面体を4つの円錐が組み合った形状と再定義する（図3-6）。 PL_2 （ハッチ部）は円錐の一つである。 PL_2 は円錐の頂点 N と底面の円 C を球と共有して内接する。

次に円錐と正四面体の関係について説明する。正四面体 PL_3 は球および円錐 PL_2 に頂点 N を共有して内接する。さらに正四面体 PL_3 の稜線 E は円錐 PL_2 の母線の1つに含まれる。円錐 PL_2 の底面 C に正四面体の3頂点が内接する。 N_2 はその一頂点である。曲線 G は点 O_1 と点 S_1 を繋ぐ楕円弧である。 N を北極点と見立てると、提案図法では円錐 PL_2 のうち曲線 G 以北のハッチ部を用いる。

残りの3頂点も PL_2 と合同な円錐の頂点とし、それら4つの円錐を組み合わせ得られる形状を新しい曲面正四面体とする。

図3-7は、この修正前の曲面正四面体 PL_{20} と修正後の PL_2 の比較図である。 $1/24$ 領域を抜粋して図示する。正四面体 PL_3 の中心 T と正四面体の面の中心 S' を結ぶ線分 L を延長して PL_{20} および PL_2 との交点を S_{20}, S_2 とする。ここで、修正前後の PL_{20} と PL_2 の違いを示す補助として立方体 PL_4 （点線）を用いる。 PL_4 は PL_3 と頂点を共有し外接する。立方体 PL_4 の4頂点を結び縦横比 $1:\sqrt{2}$ の長方形 F_1 （一点鎖線）を得る。 PL_2, PL_{20}, PL_4 を長方形 F_1 によって切った断面が図3-8である。

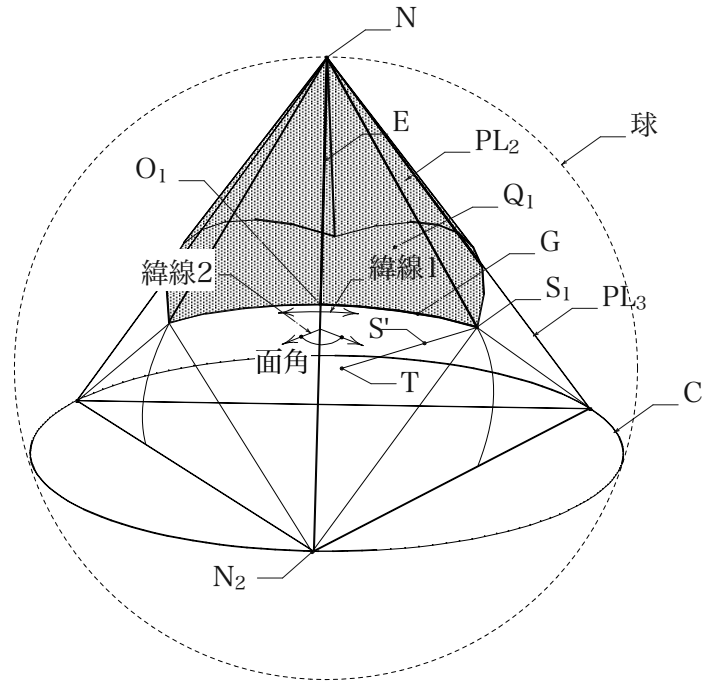


図 3-6：円錐に置換された曲面正四面体

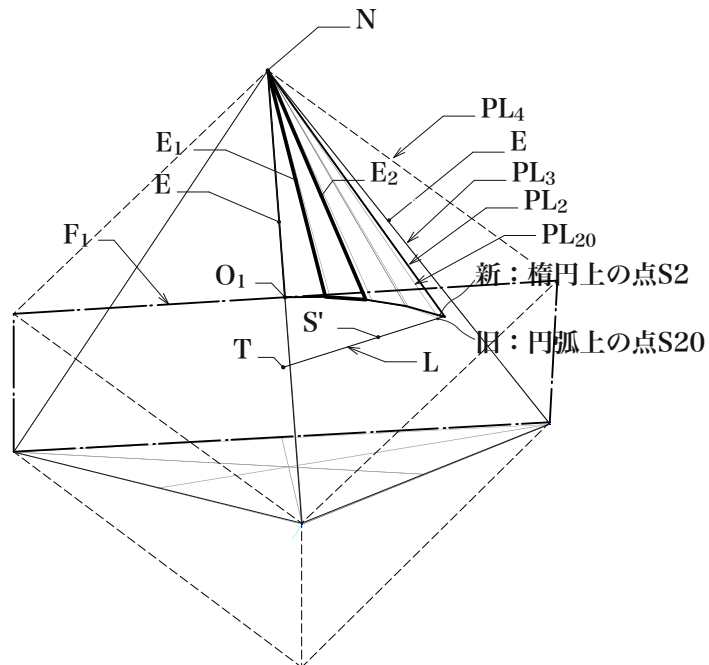


図 3-7：曲面正四面体の修正前後を比較した斜視図

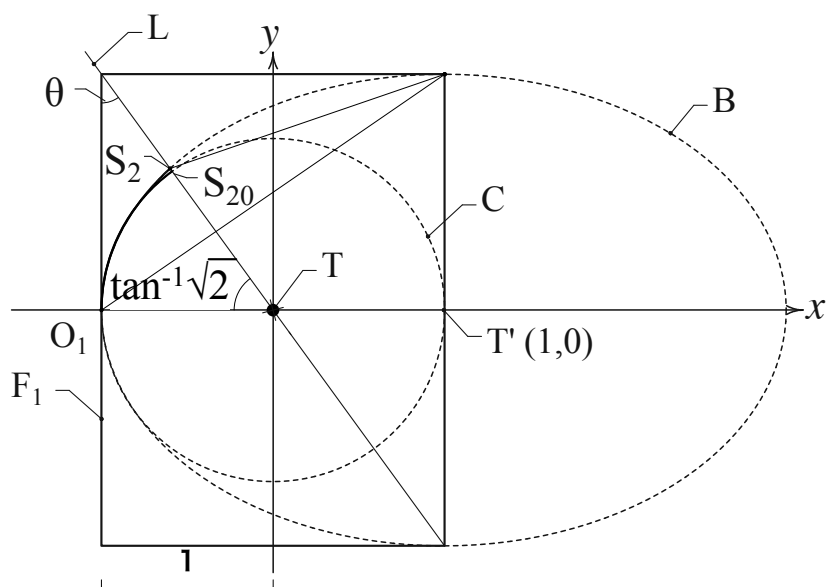


図 3-8 : 曲面正四面体の修正前後を比較した断面図

ここに PL_2 と PL_{20} の形状の違いは点 S_{20} と点 S_2 の位置の違いで端的に表される。その誤差を中心 T からの距離によって比較検証する。

PL_{20} の断面線のうち O_1 と S_{20} に挟まれた区間は円弧でありこの場合、半径 1 の円 C の一部である。中心 T を原点とし、図中楕円 B の長軸方向（左右方向）に x 軸をとり、短軸方向（上下方向）に y 軸をとる。

PL_2 は円錐であるのでその断面は楕円 B になる。断面のうち O_1 と S_{20} に挟まれた区間は、その楕円の一部である。楕円 B の半長径は 2, 半短径は $\sqrt{2}$, 楕円の中心 T' は $(1, 0)$ である。よって楕円 B は,

$$\frac{(x-1)^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1 \dots \langle 3.1.1 \rangle$$

T と S_{20} と S_2 を通過する直線 L は $T(0,0)$ と長方形 F_1 の頂点の一つ $(-1, \sqrt{2})$ も通過する、よって直線 L は,

$$y = -\sqrt{2}x \dots \langle 3.1.2 \rangle$$

$\langle 3.1.1 \rangle$ $\langle 3.1.2 \rangle$ より交点 S_2 を求める。

$$5x^2 - 2x - 3 = 0 \dots \langle 3.1.3 \rangle$$

$$S_2(x, y) = \left(-\frac{3}{5}, \frac{3\sqrt{2}}{5} \right) \dots \langle 3.1.4 \rangle$$

$$TS_2 = \sqrt{\frac{27}{25}} \approx 1.03923 \dots \langle 3.1.5 \rangle$$

以上より $TS_{20} : TS_2 \approx 1 : 1.03923\dots$ となる。よって修正前後において旧曲面正四面体 PL_{20} と新曲面正四面体 PL_2 は正四面体 PL_3 と頂点 N および稜線 E を共有しつつ、点 S_{20}, S_2 の位置が異なる。その誤差は中心 T からの距離を比較すると、3.923% である。本論文ではこの増加を微細なものと仮定して補助投影面に用いて投影式を導出する。そして本節の最後に導出式による世界地図と従前図法による世界地図を比較する。

なお、前述の海岸線が途切れない世界地図は前述の頂点設定となるよう既存の斜軸、横軸法を適用すればよい。そのためここでは頂点を極点に据えてできるだけ明快で短い投影式の導出を目指す。

3.2.2. 投影に用いる円錐の利点

3.2.2.1. 検証する領域の絞り込み

球面の任意地点の緯度経度を地図座標に変換する検証を $1/24$ 領域に絞る。これは前投影によって図 3-6 および図 3-10 に図示する領域 NO_1S_1 に投影される。領域を絞って検証する場合、任意点 Q_1 が検証する $1/24$ 領域に含まれるかを判定する必要がある。

図 3-9 は投影後の正四面体における $1/24$ 領域を示す。図中太線で囲んだ「オリジナル」と名付けた領域内の緯度経度に絞り込んで地図座標に変換する投影式を導く。残る 23 領域ではオリジナル領域にて導出した投影式に反転、回転を与えて地図座標を算出できる。

オリジナル領域を反転すると領域 1 を得る。このとき反転軸は NO_2' である。N は正四面体の頂点、 O_2' は正四面体の稜線の中点である。

次に NT を回転軸にオリジナル領域と領域 1 を $2\pi/3$, $4\pi/3$ (rad) 回転すると領域 2 と 3 および領域 4 と 5 を得る。オリジナル領域と領域 1~5 を線分 $O'T$ を回転軸に $\pi/2$ 回転するとオレンジ色に塗られた領域 B を得る。 O' は O_2' とは異なる正四面体の稜線の中点である。領域 B を線分 NT を回転軸に $2\pi/3$, $4\pi/3$ (rad) 回転すると領域 C と領域 D を得る。こうして反転、回転を繰り返し正四面体全領域の座標に投影式を適応できる。

領域を絞って検証する場合、任意点 Q_1 が検証する $1/24$ 領域に含まれるかを判定する必要がある。提案図法では以下のように任意点 Q_1 が該当領域内か判定する。経度 λ において、領域 NO_1S_1 における東西の境界線 NO_1 と NS_1 は円錐の母線であり経線を円錐上に投影したものである。つまり図 3-10 に図示する球面上の点 Q の経度 λ が上記二本の経線間にあるには、 $0 < \lambda < \pi/3$ が条件となる。

次に緯度においては、円弧 OS より点 Q が北にあることが条件となる。 $\angle NOS$ は直角であることから $\cos NOQ > 0$ ($0 < NOQ < \pi/2$) が判定条件となる。

正多面体図法を用いた歪みの少ない長方形世界地図の提案

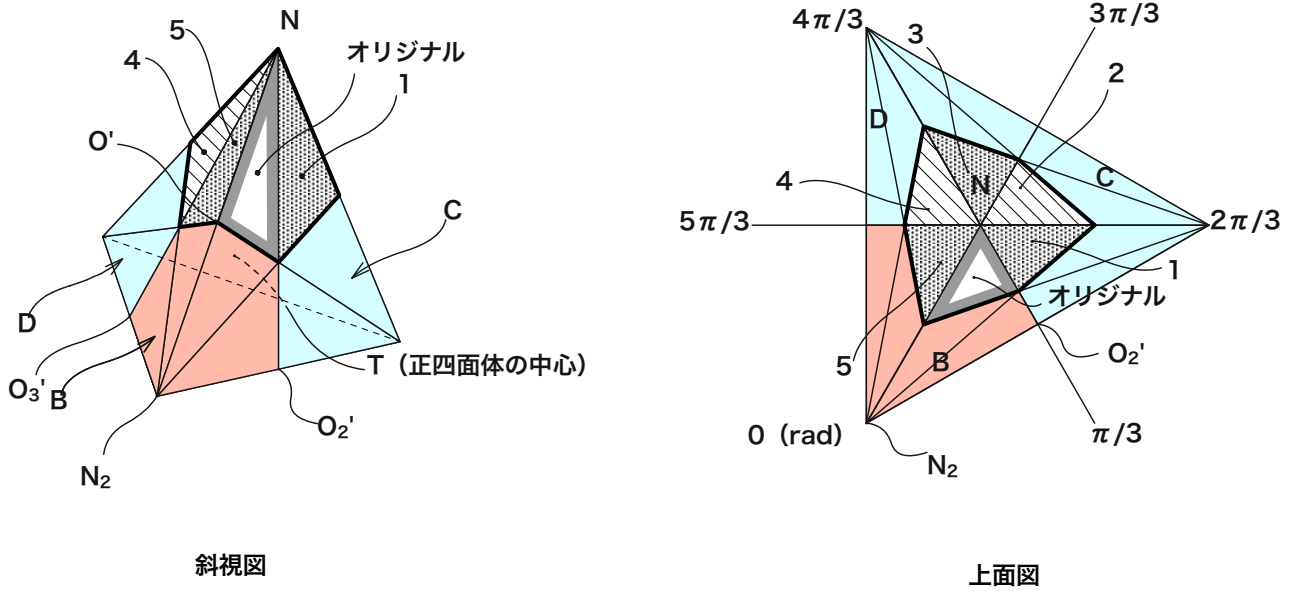


図 3-9：地図投影に用いた 1/24 領域とその他の 1/24 領域との対称性を示す図

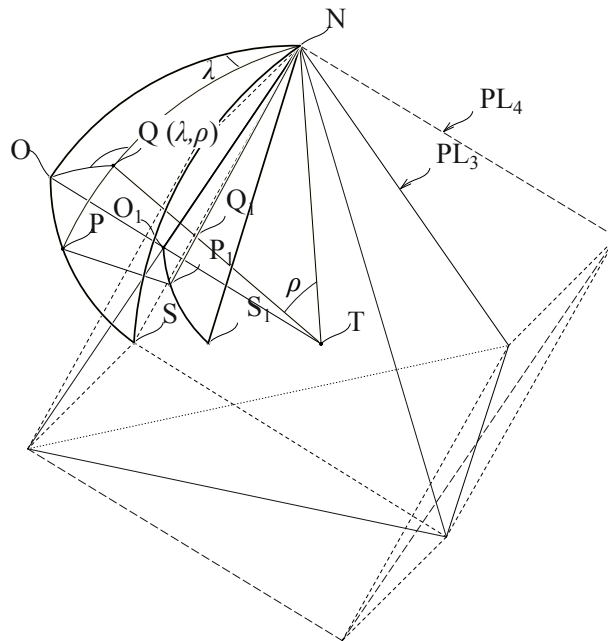


図 3-10：球と円錐の立体関係

3.2.2.2. 面角歪み

面角歪みについて図 3-6 を用いて説明する。ある緯線を球面から正四面体に直交心射投影する。すると投影された緯線 2 は正四面体 PL_3 の稜線 E 上で折れ曲る。正多面体図法ではこのような歪みがある。それは球面上では滑らかな曲面が正多面体上では面同士の境界において稜線を形成するからである。稜線上で 2 面が面角を形成することから、これを「面角歪み」と呼ぶことにする。

提案図法は多階層写像を行う。前投影では面角ができる正四面体の稜線を滑らかな円錐曲面に母線の一つとして含ませる。含ませることで後投影だけに面角歪みを留めて低減できると推測した。ただし $1/24$ 領域の南側境界線 G (図 3-6) を跨ぐ面角歪みは上記操作では防げない。このような想定の上で数式化を行う。

3.2.3. 投影式導出の手順

3.2.3.1. 参照符号の説明

<地球に相当する球に関する参照符号>

O : 球面正四面体の稜線の midpoint。24 分割領域の 1 頂点。

NO : 本初子午線

S : 24 分割領域の頂点の一つ

Q : 球面上の任意の点

P : NQ を含む大円弧と大円弧 OS の交点

T : 球の中心

PL : 立体

<円錐に関する参照符号>

N : 円錐の頂点

O_1 : 円錐に前投影された点 O

S_1 : 円錐に前投影された点 S

Q_1 : 円錐に前投影された点 Q

P_1 : 円錐に前投影された点 P

θ : 円錐の半頂角

E : 円錐の母線

G : O_1 と S_1 を結ぶ楕円弧

F : 多面体の面および断面

< 地図に関する参照符号 >

N' : 地図平面に地図投影された点 N

O' : 地図平面に地図投影された点 O

S' : 地図平面に地図投影された点 S

Q' : 地図平面に地図投影された点 Q

P' : 地図平面に地図投影された点 P

3.2.3.2. 面積比について

提案図法では球から円錐への前投影と円錐から正四面体（地図平面）への後投影がある。図 3-10 において前投影では半径 1 の球面上の点 N, P, Q を円錐に心射投影する。投影された円錐上の点 N, P_1, Q_1 を球面上の点 N, P, Q を用いて表現する。後投影では、円錐上の点 N, P_1, Q_1 を地図上の点 N', P', Q' に正射投影する。このとき、球面上と地図平面上において、面積比を維持する目的で点 P と点 P' を関係付ける。つまり点 P の経度 λ と地図上の対応する角度 λ' を関係付ける。

図 3-11 は提案図法による地図の模式図である。24 分割領域の輪郭を実線で描いている。このうちのひとつ（斜線部）が拡大図 3-12 である。図 3-12 の $\triangle N'O'P'$ の面積を A'_p 、 $\triangle N'O'S'$ の面積を A' とする。これらの投影前の球面三角形 NOP（図 3-10）の面積を A_p 、球面三角形 NOS の面積を A とするとき、球面と地図上の該三角形の面積比、

$$A : A_p = A' : A'_p$$

を維持する。

これは 96 領域に限定して正積性を維持した修正前の図法を改善するものである。従来は円弧 OS 上の特定の 3 点を P_{10}, P_{20}, P_{30} （図 2-2）と指定して 96 分割した領域の面積比を維持するに過ぎなかったものを、任意の点 P において分割領域における正積性を得られる点において改善がなされている。

正多面体図法を用いた歪みの少ない長方形世界地図の提案

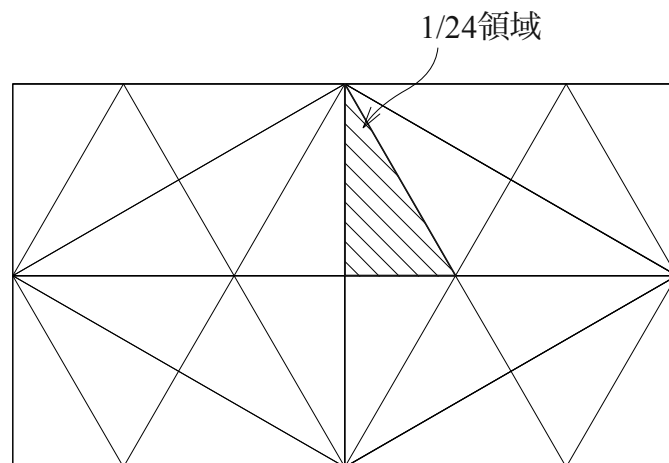


図 3-11 : 得られる地図の全体図

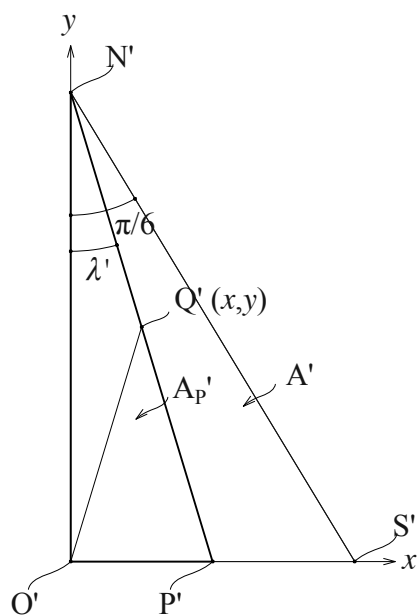


図 3-12 : 図 3-11 の斜視図を拡大した 1/24 領域

3.2.3.3. 線分比について

P が定めた球面三角形 NOP において、球から円錐を経由せずに正四面体に直接、心射投影すると線分比 NQ:NP が著しく損なわれる。そのため心射投影を円錐への前投影に留め、円錐から正四面体への後投影は投影を正射投影(一部補正あり)に切替える。後投影では円錐上の母線の線分比を維持するように点 Q と点 Q' の関係を定める。つまり円錐と地図上の線分比、

$$NQ_1 / NP_1 = N'Q' / N'P' \dots <3.2.1>$$

を維持する。

上記方針のもと $NQ_1, NP_1, N'P'$ を順に求め最後に $N'Q'$ を導出する。

なお、経度 λ は NO を本初子午線とし、反時計回りに与えられる。余緯度 ρ は頂点 N を北極点として与えられる。つまり $\rho = \pi/2 - \phi$ である。(ϕ は緯度)

3.2.3.4. NO_1 と NQ_1 について

図 3-13 は正四面体 PL_3 (実線) と、頂点を共有して外接する立方体 PL_4 (2点鎖線) および円錐の $1/24$ 領域 (点線) を描いたものである。長方形 F_2 (太線) は立方体 PL_4 の頂点と中心を含む断面である。

図 3-14 は長方形 F_2 を切断面に用いた断面図であり、正四面体 PL_3 の頂点 N、稜線の中点 O_1 、中心 T を含む。なお前述の長方形 F_1 (図 3-8) も立方体と曲面正四面体の断面であり F_1, F_2 共に線分 O_1T を共有するが、 O_1 を含む正四面体の稜線と直交する対角線が長方形 F_1 の長辺となっている。対して正四面体の稜線が長方形 F_2 の長辺となっている。

ここで長方形 F_2 の縦横比は立方体を構成する正方形の辺と対角線の線分比、 $1 : \sqrt{2}$ である。

よって円錐の半頂角 θ は、

$$\theta = \tan^{-1}(1/\sqrt{2})$$

である。NT (半径) = 1 とするので、 NO_1 は

$$NO_1 = \cos\theta = \sqrt{2/3} \dots <3.2.2> \text{と求まる。}$$

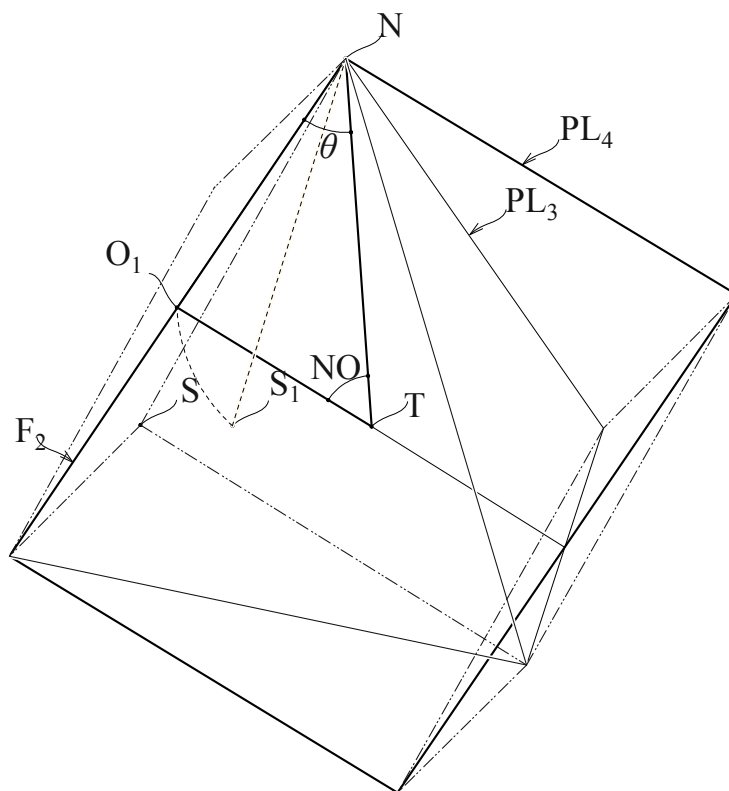


図 3-13：円錐と正四面体と立方体の関係を示す図

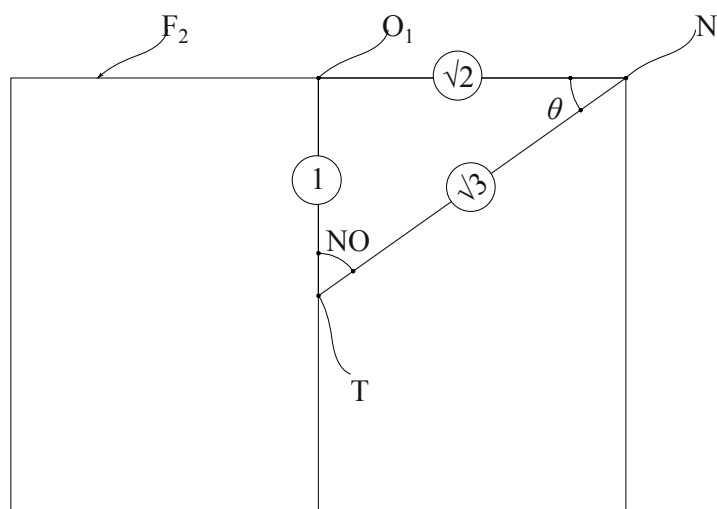


図 3-14：平面 NTO_1 で正四面体 PL_3 を切断した断面図

次に円錐の母線 NQ_1 を求める。図 3-10 における頂点 N ，点 P ，球の中心 T を含む面で球と円錐を切った断面が図 3-15 である。

図 3-15 に示す $\triangle NQ_1T$ において，
 $\angle NQ_1T = \pi - \theta - \rho$ ，また平面三角法の正弦定理より

$$\frac{R}{\sin \angle NQ_1T} = \frac{NQ_1}{\sin \rho}$$

である。ここに R (半径) = 1 であるので，

$$NQ_1 = \frac{\sin \rho}{\sin(\pi - \theta - \rho)} = \frac{\sin \rho}{\sin(\rho + \theta)} \dots \langle 3.2.3 \rangle$$

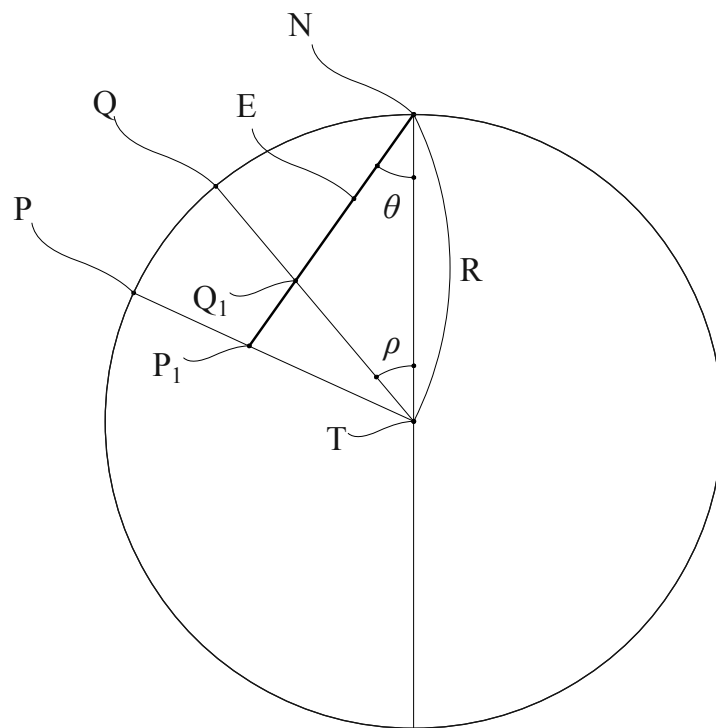


図 3-15：平面 NPT で球と円錐を切った断面図

3.2.3.5. NP₁について

球面三角形 NOP (図 3-10) において余弦定理より,

$$\cos NPO = -\cos NOP \cdot \cos ONP + \sin NOP \cdot \sin ONP \cdot \cos NO$$

ここで,

$$\cos NOP = 0, \quad \sin NOP = 1, \quad \sin ONP = \sin \lambda,$$

であり図 3-14 より

$$\cos NO = 1/\sqrt{3} \dots < 3.2.4 >$$

であるので, 上式は,

$$\cos NPO = \frac{\sin \lambda}{\sqrt{3}} \dots < 3.2.5 >$$

球面三角形 NOP において, 正弦定理により

$$\sin NP = \frac{\sin NO \cdot \sin NOP}{\sin NPO} \dots < 3.2.6 >$$

図 3-14 より

$$\sin NO = \sqrt{2/3} \dots < 3.2.7 >$$

$\sin NOP = \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$, (図 3-10), <3.2.5>, <3.2.6> より

$$NP = \sin^{-1} \sqrt{\frac{2}{3 - \sin^2 \lambda}} = \cot^{-1} \left(\frac{\cos \lambda}{\sqrt{2}} \right) \dots < 3.2.8 >$$

また図 3-15 より, 球面上の円弧 NP は,

$$NP = \angle NTP_1 < 3.2.9 >$$

である。ここで図 3-15 の $\triangle NP_1T$ において内角の和より

$$\angle NP_1T = \pi - NP - \theta \dots < 3.2.10 >$$

また正弦定理より

$$R / \sin NP_1 T = NP_1 / \sin NTP_1$$

である。これに $R=1$, <3.2.9>, <3.2.10> を代入して,

$$NP_1 = \frac{\sin NP}{\sin(\pi - NP - \theta)} = \frac{\sin NP}{\sin(NP + \theta)}$$

$$\frac{1}{NP_1} = \frac{\sin NP \cos \theta + \cos NP \sin \theta}{\sin NP} = \sqrt{2/3} + \sqrt{1/3} \cdot \cot NP$$

<3.2.8> を代入して,

$$\frac{1}{NP_1} = \frac{2 + \cos\lambda}{\sqrt{6}} \dots \langle 3.2.11 \rangle$$

3.2.3.6. N'O' と N'P' について

図 3-12 の地図上の N'O' は展開前の正四面体の稜線であり、円錐上の NO₁ と同じ長さである。よって <3.2.2> より、

$$N'O' = NO_1 = \sqrt{2/3} \dots \langle 3.2.12 \rangle$$

次に球面上の経度 $\lambda = \angle ONP$ が投影後に地図上においてなす角度 $\angle O'N'P'$ を λ' とすると

$$N'P' = \frac{N'O'}{\cos\lambda'} = \frac{\sqrt{2/3}}{\cos\lambda'} \dots \langle 3.2.13 \rangle$$

3.2.3.7. $\tan\lambda'$ について

球面三角形と対応する平面三角形の面積の比を等しくする条件を与える。図 3-10 において、球面三角形 NOP の面積 A_p は球の半径を 1 とすると球面過剰に相当し

$$A_p = \pi/2 + \lambda + \angle NPO - \pi \dots \langle 3.2.14 \rangle$$

<3.2.5> より

$$\angle NPO = \cos^{-1}\left(\frac{\sin\lambda}{\sqrt{3}}\right) \dots \langle 3.2.15 \rangle$$

<3.2.14> に <3.2.15> を代入、

$$\begin{aligned} A_p &= -\frac{\pi}{2} + \lambda + \cos^{-1}\left(\frac{\sin\lambda}{\sqrt{3}}\right) \\ &= \lambda - \sin^{-1}\left(\frac{\sin\lambda}{\sqrt{3}}\right) \dots \langle 3.2.16 \rangle \end{aligned}$$

ここで

$$\triangle NOS \text{ の面積 } A = \pi/6 \quad \langle 3.2.17 \rangle$$

図 3-12 において、平面三角形 N'O'S' は角 O' を直角とする直角三角形であり、N'O' を共通底辺とすれば、

$$\frac{A_P}{A} = \frac{OP'}{OS'} = \frac{OP/NO'}{OS/NO'} = \frac{\tan \lambda'}{\tan(\pi/6)} \dots \langle 3.2.18 \rangle$$

となる。〈3.2.16〉, 〈3.2.17〉を代入,

$$\tan \lambda' = \frac{A_P \tan(\pi/6)}{A} = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \left\{ \lambda - \sin^{-1} \left(\frac{\sin \lambda}{\sqrt{3}} \right) \right\} \dots \langle 3.2.19 \rangle$$

3.2.3.8. Q' (x, y)について

以上より〈3.2.3〉 〈3.2.12〉 〈3.2.13〉を〈3.2.1〉に代入し N'Q'を導出できる。そして得られた N'Q', N'O', λ' を用いて, 図 3-12 における Q'の座標 x, y が求まる。

$$x = N'Q' \sin \lambda' \dots \langle 3.2.20 \rangle$$

$$y = N'O' - N'Q' \cos \lambda' \dots \langle 3.2.21 \rangle$$

以上が球上の緯度経度を地図上の x, y に変換する手順である。

3.2.4. 投影式

算出された手順を x, y それぞれ一つの数式に統合する。
 〈3.2.1〉, 〈3.2.20〉より

$$x = N'Q' \sin \lambda' = \frac{NQ_1 \cdot NP' \cdot \sin \lambda'}{NP_1}$$

これに〈3.2.3〉, 〈3.2.11〉, 〈3.2.13〉を代入し,

$$\begin{aligned} x &= \frac{\sin \rho}{\sin(\rho + \theta)} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \frac{\sin \lambda'}{\cos \lambda'} \cdot \frac{2 + \cos \lambda}{\sqrt{6}} \\ &= \frac{\sin \rho}{\sin(\rho + \theta)} \cdot \tan \lambda' \cdot \frac{2 + \cos \lambda}{\sqrt{3}} \end{aligned}$$

$\tan \lambda'$ に〈3.2.19〉を代入,

$$x = \frac{2}{\sqrt{3}\pi} \cdot \frac{\sin \rho}{\sin(\rho + \theta)} \left\{ \lambda - \sin^{-1} \left(\frac{\sin \lambda}{\sqrt{3}} \right) \right\} \cdot (2 + \cos \lambda) \dots \langle 3.2.22 \rangle$$

<3.2.21>より

$$y = N'O' - N'Q' \cos \lambda'$$

<3.2.1>, <3.2.3>, <3.2.11>, <3.2.12>, <3.2.13>より

$$= \sqrt{\frac{2}{3}} - \frac{\sin \rho}{\sin(\rho + \theta)} \cdot \frac{\sqrt{2/3}}{\cos \lambda'} \cdot \frac{2 + \cos \lambda}{\sqrt{6}} \cdot \cos \lambda'$$

$$y = \sqrt{\frac{2}{3}} - \frac{1}{3} \cdot \frac{\sin \rho}{\sin(\rho + \theta)} \cdot (2 + \cos \lambda) \dots <3.2.23>$$

得られた上記計算手順および投影式を表計算ソフトに入力した。1/24 領域において 0.1 ラジアン (約 5.7 度) 毎の緯度および $\pi/12$ ラジアン(15 度)毎の経度を提案図法に基づいて変換し経緯線を描いた。(図 3-16)

また導出した投影式を用いて提案図法に基づいた海岸線と経緯線を図示する(図 3-17)。図示する地図では正四面体の頂点は北極点ではなく補助投影面修正前の図法による地図(図 3-1)と同じ頂点設定にしている。

投影面修正前の図法による地図と海岸線と経緯線のズレを図示する(図 3-18)。ここでは投影面修正前の図法による海岸線(青)と投影式図法による海岸線(赤)を重ね合わせている。

正多面体図法を用いた歪みの少ない長方形世界地図の提案

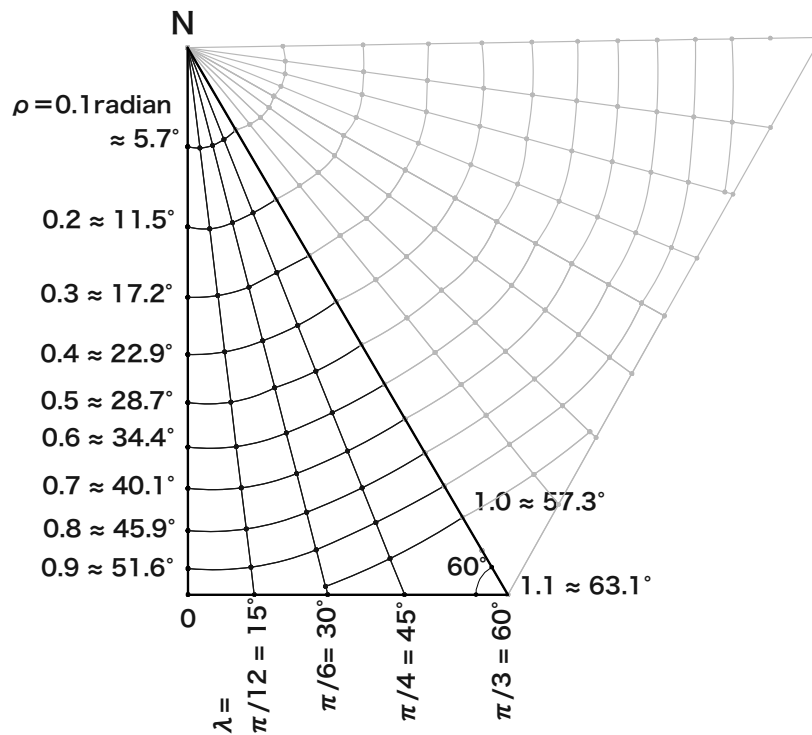


図 3-16：提案図法により得られる経緯線

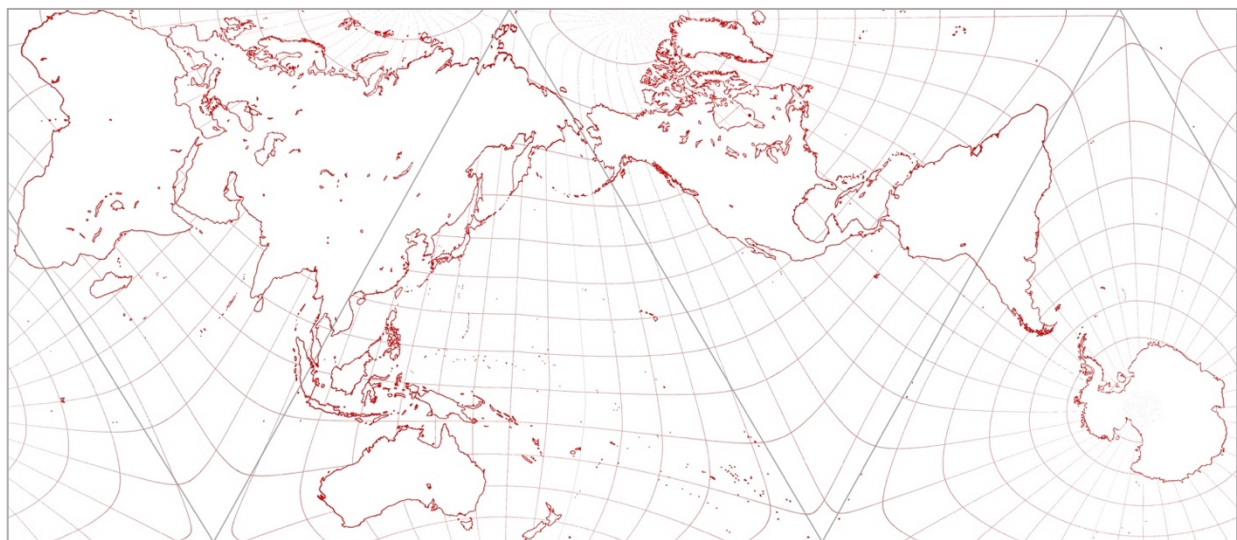


図 3-17：導出した投影式による世界地図

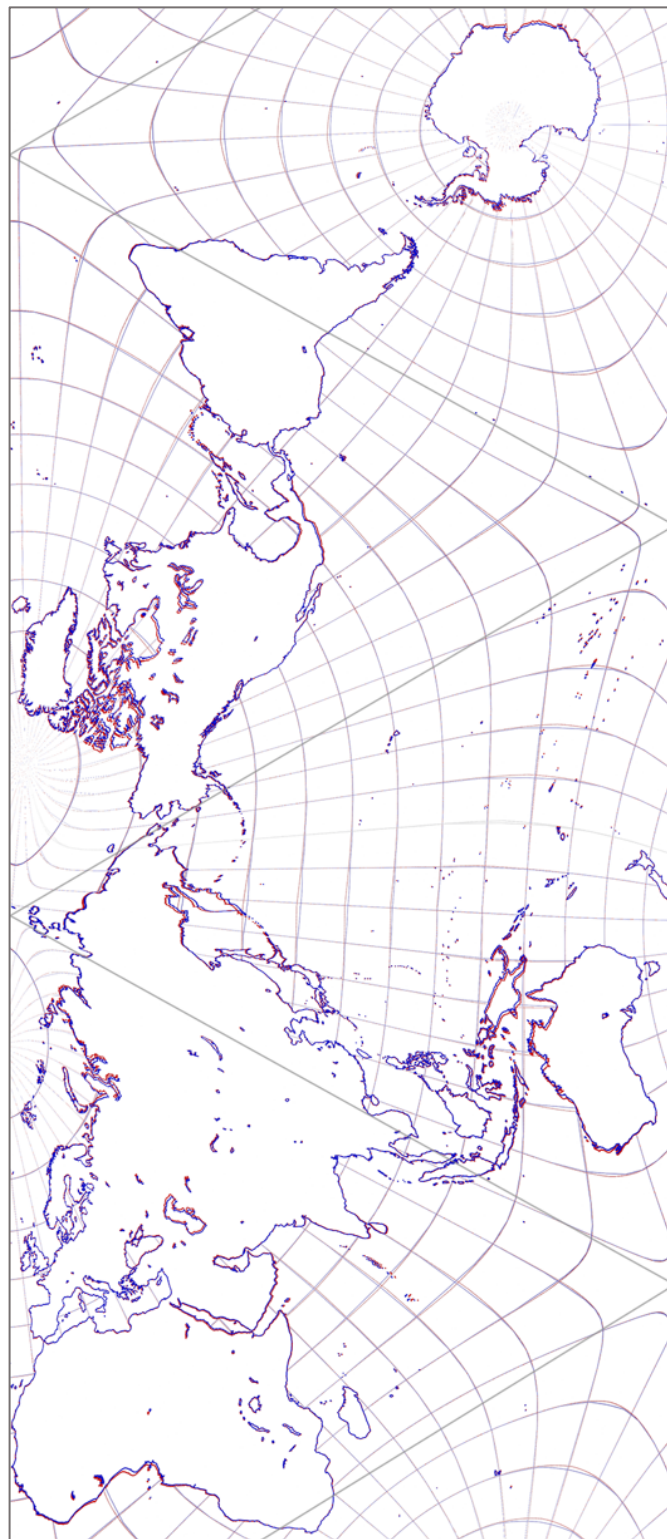


図 3-18：形状修正前の図法による世界地図との比較
色マップによる投影：青色で描かれた海岸線
投影式による投影：赤色で描かれた海岸線

投影の誤差が微細か否かという議論とは別に補助投影面の形状が異なる限り、同じ図法ではないという指摘がある。修正前の図法を投影式で表すことができるとしたら本論文で導出した式とは異なる。

政春は

ドイツのエッケルト (Max Eckert, 1868-1938) は極と中央経線がともに赤道の $1/2$ の長さで表される 6 種類の擬円筒図法を 1906 年に発表した。

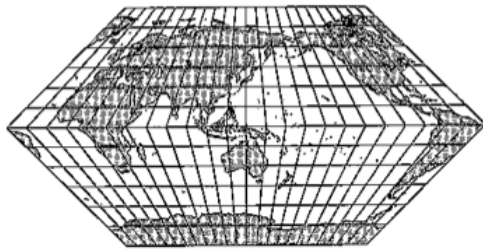
と記す (政春, 2011) ³⁵。これらの図法はエッケルト図法 (Eckert Projection) と呼ばれ投影式は図 3-19 に示す通り異なる。しかし共通手法による 6 つの変種として捉えられている。

エッケルト図法同様、筆者は本論文が取り上げる修正前後で結果が異なる 2 つの図法を、

- 第 1 投影面に正四面体を用い、
- 第 2 補助投影面に 2 つの変種がある、

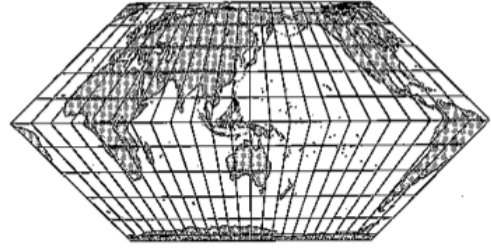
「正多面体図法を用いた長方形図法の提案」として共に取り上げることにした。

正多面体図法を用いた歪みの少ない長方形世界地図の提案



エッケルト第1図法 (5.3.5項, p.78)

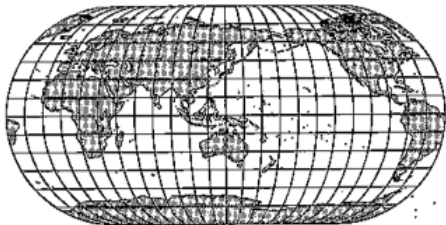
$$x = \sqrt{\frac{8}{3\pi}} R \lambda \left(1 - \frac{|\phi|}{\pi}\right), y = \sqrt{\frac{8}{3\pi}} R \phi$$



■エッケルト第2図法 (5.3.5項, p.78)

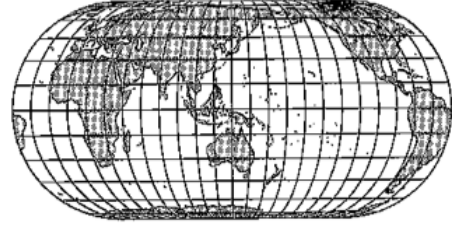
$$x = \sqrt{\frac{2}{3\pi}} R \lambda \sqrt{4 - 3 \sin |\phi|},$$

$$y = \sqrt{\frac{2\pi}{3}} R (2 - \sqrt{4 - 3 \sin |\phi|}) \operatorname{sign} \phi$$



エッケルト第3図法 (5.3.5項, p.78)

$$x = \frac{2[1 + \sqrt{1 - (2\phi/\pi)^2}] R \lambda}{\sqrt{4\pi + \pi^2}}, y = \frac{4R\phi}{\sqrt{4\pi + \pi^2}}$$



■エッケルト第4図法 (5.3.5項, p.78)

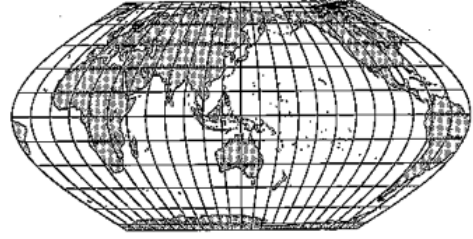
$$x = \frac{2R\lambda(1 + \cos \theta)}{\sqrt{4\pi + \pi^2}}, y = \frac{2\sqrt{\pi} R \sin \theta}{\sqrt{4 + \pi}}$$

ただし $\theta + \sin \theta \cos \theta + 2 \sin \theta = \frac{(4 + \pi) \sin \phi}{2}$



エッケルト第5図法 (5.3.5項, p.78)

$$x = \frac{R\lambda(1 + \cos \phi)}{\sqrt{2 + \pi}}, y = \frac{2R\phi}{\sqrt{2 + \pi}}$$



■エッケルト第6図法 (5.3.5項, p.78)

$$x = \frac{R\lambda(1 + \cos \theta)}{\sqrt{2 + \pi}}, y = \frac{2R\theta}{\sqrt{2 + \pi}}$$

ただし $\theta + \sin \theta = \left(1 + \frac{\pi}{2}\right) \sin \phi$

図 3-19：6種類のエッケルト図法

出典：政春尋志 2011 地図投影法：地理空間情報の技法

4. 図法の歪み算定

この節では、得られた投影式を用いて球面の各点における局所的な面積、形、距離に関して歪みを導き出す。

4.1. 歪み算定方法に関する留意点

得られた投影式からティソアの指示楕円を求め、任意の点での面積歪み、形の歪みの指標として角歪み、距離の歪みを算出する。(図 4-1)

ただし、前述のように3つの歪みの基準は等しくないという留意点があるが、球面の各点における微小円が投影によって楕円に変化し、その楕円の半長径 a と半短径 b によって明確に微小円における局所的な歪みを導き出せることから本論文ではティソアの指示楕円を用いることが好適であると判断した。

正多面体図法を用いた歪みの少ない長方形世界地図の提案

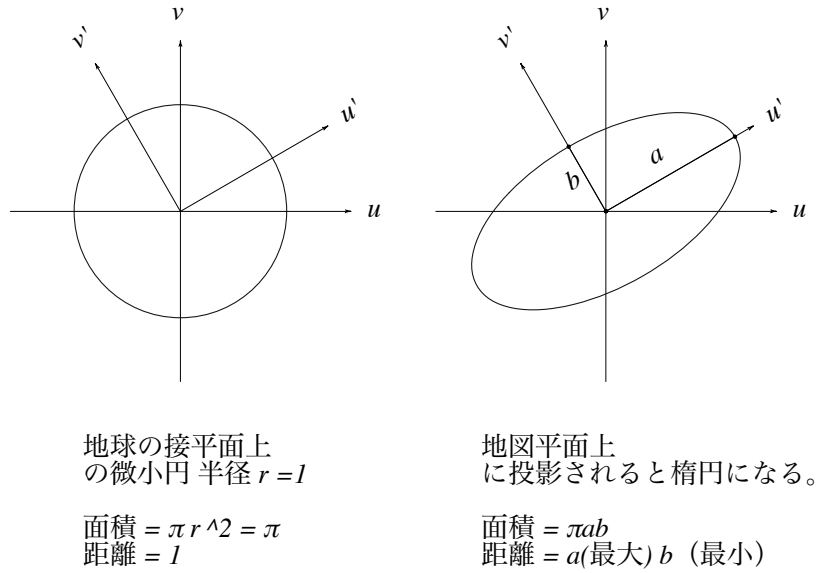


図 4-1：球面状の微小円（左）とティソアの指示楕円（右）
政春尋志 2011 地図投影法：地理空間情報の技法をもとに複製作図

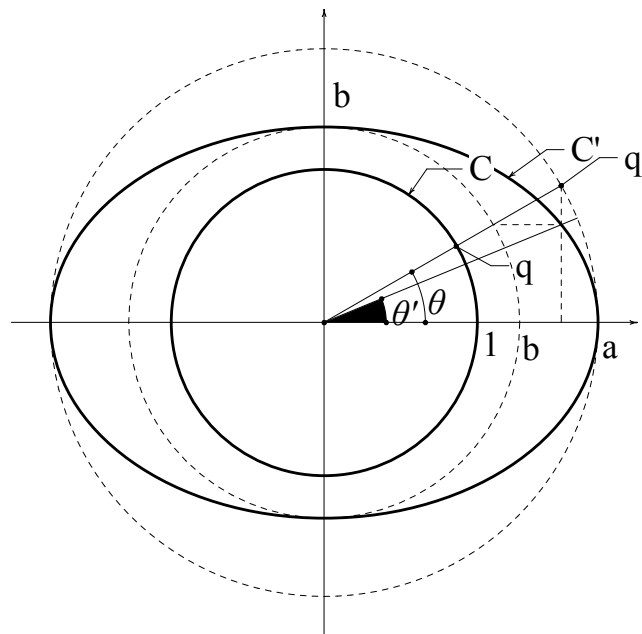


図 4-2：角歪みに関する説明図
政春尋志 2011 地図投影法：地理空間情報の技法をもとに複製作図

4.2. 投影式の微分

テイソアの指示楕円の半長径 a と半短径 b を導出する。(図 4-1)

政春の「地図投影法」(政春, 2011)³⁶に基づきテイソアの指示楕円の半長径 a と半短径 b を導出する。まず x, y 式ともに ρ と λ で偏微分した式を球の接平面上の微小円上の座標 u と v に変換し, 微小円座標 u, v による微分式を求める。

$$u = (\lambda - \lambda_0) N \cos \phi_0 \dots < 4.1 >$$

$$v = M(\phi - \phi_0) \dots < 4.2 >$$

M は地球を回転楕円体として扱った時の緯度 ϕ_0 における子午線曲率半径, N は卯酉線曲率半径である。本論文では地球を球として扱い半径 1 とするので,

$$u = (\lambda - \lambda_0) \cos \phi_0 \dots < 4.3 >$$

$$v = \phi - \phi_0 \dots < 4.4 >$$

$\rho = \pi/2 - \phi \dots < 4.5 > \rightarrow < 4.4 >$ に代入

$$v = \pi/2 - \rho - \phi_0 \Leftrightarrow \rho = \pi/2 - v - \phi_0 \dots < 4.6 >$$

4.2.1. $\partial x/\partial \rho$ と $\partial x/\partial \lambda$

x の投影式を ρ と λ で偏微分する。

$$\frac{d}{d\rho} \cdot \frac{\sin \rho}{\sin(\rho + \theta)} = \frac{\cos \rho \cdot \sin(\rho + \theta) - \sin \rho \cdot \cos(\rho + \theta)}{\sin^2(\rho + \theta)} \dots < 4.7 >$$

$$= \frac{\sin(\rho + \theta - \rho)}{\sin^2(\rho + \theta)} = \frac{\sqrt{1/3}}{\sin^2(\rho + \theta)} \text{ より,}$$

$$\frac{\partial x}{\partial \rho} = \frac{2}{3\pi} \left\{ \lambda - \sin^{-1} \left(\frac{\sin \lambda}{\sqrt{3}} \right) \right\} \frac{(2 + \cos \lambda)}{\sin^2(\rho + \theta)} \dots < 4.8 >$$

$$\frac{\partial x}{\partial \lambda} = \frac{2}{\sqrt{3}\pi} \frac{\sin \rho}{\sin(\rho + \theta)} \left[\left(1 - \frac{\cos \lambda}{\sqrt{3 - \sin^2 \lambda}} \right) (2 + \cos \lambda) - \left\{ \lambda - \sin^{-1} \left(\frac{\sin \lambda}{\sqrt{3}} \right) \right\} \sin \lambda \right] \dots < 4.9 >$$

4.2.2. $\partial y/\partial \rho$ と $\partial y/\partial \lambda$

y の投影式を ρ と λ で偏微分する。

$$\frac{\partial y}{\partial \rho} = -\frac{2 + \cos \lambda}{3\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{\sin^2(\rho + \theta)} \dots < 4.10 >$$

$$\frac{\partial y}{\partial \lambda} = \frac{\sin \rho}{\sin(\rho + \theta)} \cdot \frac{\sin \lambda}{3} \dots < 4.11 >$$

4.2.3. $\partial x/\partial v$ と $\partial y/\partial v$

$$\frac{\partial x}{\partial v} = \frac{\partial x}{\partial \rho} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial v} \dots < 4.12 >$$

$$\frac{\partial y}{\partial v} = \frac{\partial y}{\partial \rho} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial v} \dots < 4.13 >$$

<4.6>を微分して

$$\frac{\partial \rho}{\partial v} = -1 \dots < 4.14 >$$

つまり、求める $\partial x/\partial v$ と $\partial y/\partial v$ は既に求めた $\partial x/\partial \rho$ 、 $\partial y/\partial \rho$ にそれぞれ-1を乗じたものになる。

$$\frac{\partial x}{\partial v} = -1 \cdot \frac{\partial x}{\partial \rho}, \quad \frac{\partial y}{\partial v} = -1 \cdot \frac{\partial y}{\partial \rho} \dots < 4.15 >$$

4.2.4. $\partial x/\partial u$ と $\partial y/\partial u$

$$\frac{\partial x}{\partial u} = \frac{\partial x}{\partial \lambda} \cdot \frac{\partial \lambda}{\partial u}, \quad \frac{\partial y}{\partial u} = \frac{\partial y}{\partial \lambda} \cdot \frac{\partial \lambda}{\partial u} \dots < 4.16 >$$

<3.3>式を λ について解く

$$\lambda = \frac{u}{\cos \phi_0} + \lambda_0$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial u} = \frac{1}{\cos \phi_0} = \frac{1}{\sin \rho_0} \dots < 4.17 >$$

<3.16><3.17>より

$$\frac{\partial x}{\partial u} = \frac{1}{\sin \rho_0} \cdot \frac{\partial x}{\partial \lambda}, \dots < 4.18 >$$

$$\frac{\partial y}{\partial u} = \frac{1}{\sin \rho_0} \cdot \frac{\partial y}{\partial \lambda} \dots < 4.19 >$$

ここでは $\rho_0 = \rho$ での微分値を求めているので

$$\frac{\partial x}{\partial u} = \frac{1}{\sin \rho} \cdot \frac{\partial x}{\partial \lambda}, \dots < 4.20 >$$

$$\frac{\partial y}{\partial u} = \frac{1}{\sin \rho} \cdot \frac{\partial y}{\partial \lambda} \dots < 4.21 >$$

つまり、求める $\partial x / \partial u$ と $\partial y / \partial u$ は、既に求めた $\partial x / \partial \lambda$, $\partial y / \partial \lambda$ に夫々 $1 / (\sin \rho)$ を乗じたものである。

4.3. ティソーの指示楕円の長径と短径

$$m_{11} = \frac{\partial x}{\partial u}, \quad m_{12} = \frac{\partial x}{\partial v}, \quad m_{21} = \frac{\partial y}{\partial u}, \quad m_{22} = \frac{\partial y}{\partial v}$$

$$M_1 = m_{11}^2 + m_{12}^2 + m_{21}^2 + m_{22}^2$$

$$M_2 = 2(m_{11}m_{22} - m_{12}m_{21})$$

とすると、ティソーの指示楕円の半長径 a と半短径 b は、

$$a = \frac{\sqrt{M_1 + M_2} + \sqrt{M_1 - M_2}}{2} \dots < 4.22 >$$

$$b = \frac{\sqrt{M_1 + M_2} - \sqrt{M_1 - M_2}}{2} \dots < 4.23 >$$

によって求まる。(政春, 2011) ³⁷

4.3.1. 各種歪みの算定式

上式にて得られた a, b を用いて各地点での微小円における各種歪み値が以下として得られる。

$$\text{面積歪み} = |ab - 1| \dots < 4.24 >$$

$$\text{角歪みの最大値} = 2 \sin^{-1} \left(\frac{a - b}{a + b} \right) \dots < 4.25 >$$

$$\text{距離の歪みの最大} = \max (|a - 1|, |b - 1|) \dots < 4.26 >$$

4.3.2. 歪みの視覚化

3種類の歪みを合算して図法を定量的に評価する方法に定式化されたものは少ない。本論文では独自の方法を用いる。まず緯線に沿って約 0.2 ラジアン毎、経線に沿って $\pi / 6$ ラジアン毎に各 $1 / 24$ 領域を再分割し算定用の 13 領域を定め

る。図 4-3 の PL (太線枠) はその 1 領域である。各領域の中心点の歪みを算定する。13 x 24 領域 = 球面上 312 地点の歪みを算出し、その値を球面に色分けすることで歪みの偏りを視覚化する。(図 4-4)

正多面体図法を用いた歪みの少ない長方形世界地図の提案

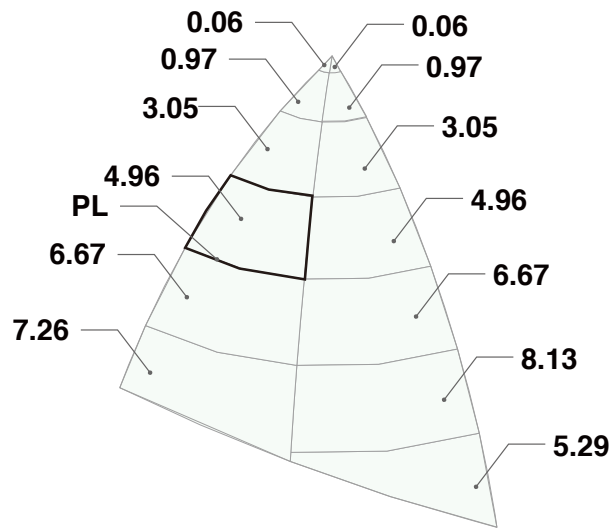


図 4-3：各区分領域の面積の値（1/24 領域）

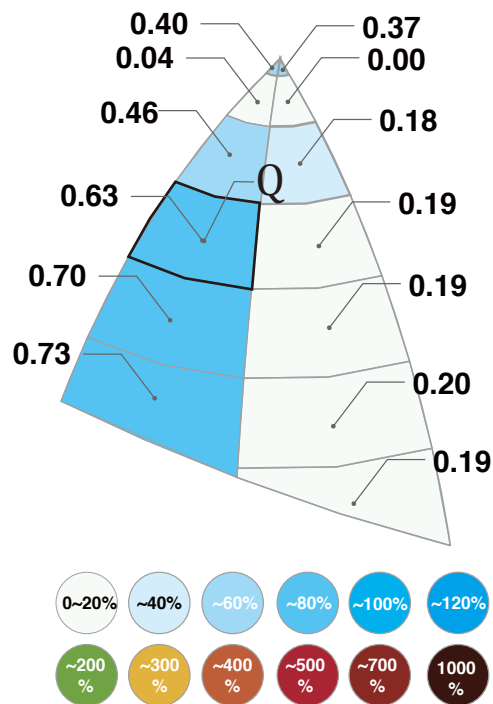


図 4-4：各区分領域の面積歪みの値（1/24 領域）

この検証では検証領域を緯線（南北）方向により細かく分割した。提案図法は図 3-10 に図示する円弧 NP，つまり経線方向の分割領域 NOP の面積比を担保する図法だからである。よって 1/24 領域内を緯線方向に再分割した局所での歪みとその分布を算出することがこの検証の目的である。

さらに算出した歪みの値から平均値を導く。平均値は[各 13 再分割領域の歪みの値（絶対値）] × [13 再分割領域の各面積] を合算し全体面積で割ることで算出する（〈表〉4-1）。図 4-3 の引出線には算定領域の面積の 100 倍を示す。

算出した各種歪み（絶対値）の平均値をレーダーチャートにまとめ視覚化する。

4.3.3. 面積歪み

算定式〈4.24〉を用いて各地点 Q での面積歪みの算定値を記し、色分けマッピングしたものが図 4-4 である。これは球の 1/24 領域の抜粋である。色分け単位となる領域は算定点 Q と隣り合う算定点との中点を境に区分する。図 4-4 の引出し線には各算定領域の中心点 Q における微小円の歪み値を記している。

全球を描いたものが図 4-5 である。面積の局所的な歪みを正四面体の頂点 4 カ所に分散し、極端な歪みの偏りを抑えているもののマッピングから面積歪みが残存していることがわかる。

〈表〉4-1 に上記マッピングの根拠となる算定結果をまとめた。歪みの平均の算定方法を表したものが下式である。

$$\Sigma |ab - 1| \times \frac{A}{\Sigma A} \dots \langle 4.27 \rangle$$

図 4-3 は図 4-4 に示す各区分領域の面積を示したものである。区分領域での歪みにこの面積を掛け、全区分領域を積算して「歪みの総和」を算出し、該当領域の全面積で割ったものが単位面積当たりの歪みの平均であるとする。これによると局所的な面積歪みの平均は 38%となる。

正多面体図法を用いた歪みの少ない長方形世界地図の提案

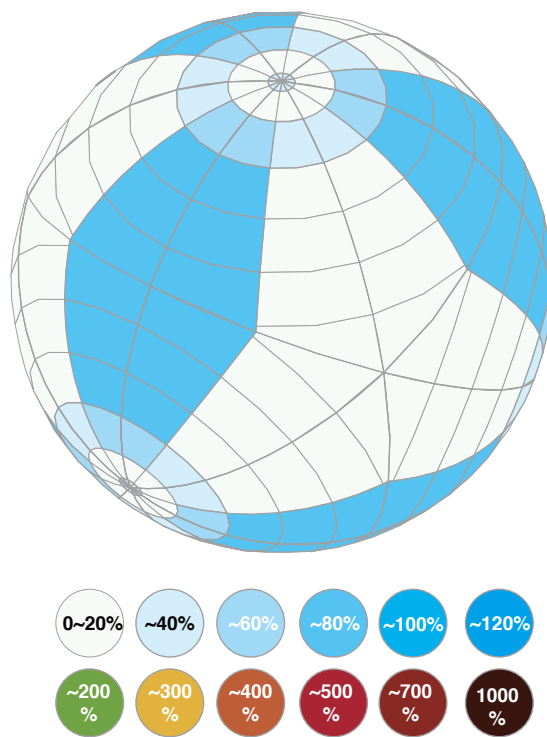


図 4-5：面積歪みの分布（全球領域）

<表>4-1：提案図法の局所的な面積歪みの平均値

ρ	λ	区分領域 の面積歪み	区分領域 の面積A	A x (面積歪み)	平均
0.0	15	0.40	0.06	0.02	
0.1	15	0.04	0.97	0.04	
0.3	15	0.46	3.05	1.39	
0.5	15	0.63	4.96	3.10	
0.7	15	0.70	6.67	4.67	
0.9	15	0.73	7.26	5.28	
小計			23.0	14.5	0.63
0.0	45	0.37	0.06	0.02	
0.1	45	0.00	0.97	0.00	
0.3	45	0.18	3.05	0.55	
0.5	45	0.19	4.96	0.95	
0.7	45	0.19	6.67	1.29	
0.9	45	0.20	8.13	1.66	
1.1	45	0.19	5.29	1.02	
小計			29.1	5.5	0.19
合計			52.0	20.0	38%

4.3.4. 角歪みの最大値

各地点 Q での角歪みの最大値（絶対値）を算定し、色分けマッピングしたものが図 4-6 である。上記の面積歪み算定同様、マッピングにより歪みの偏りを示す。各地点での数値は<表>4-2 に示す。角歪みの最大値（絶対値）の平均値は

$$\Sigma 2\sin^{-1}\left(\frac{|a-b|}{|a+b|}\right) \times \frac{A}{\Sigma A} \dots <4.28>$$

により算出する。これによると提案図法の局所的な角歪みの最大値（絶対値）の平均は 0.77 (radian)となる。（<表>4-2）

正多面体図法を用いた歪みの少ない長方形世界地図の提案

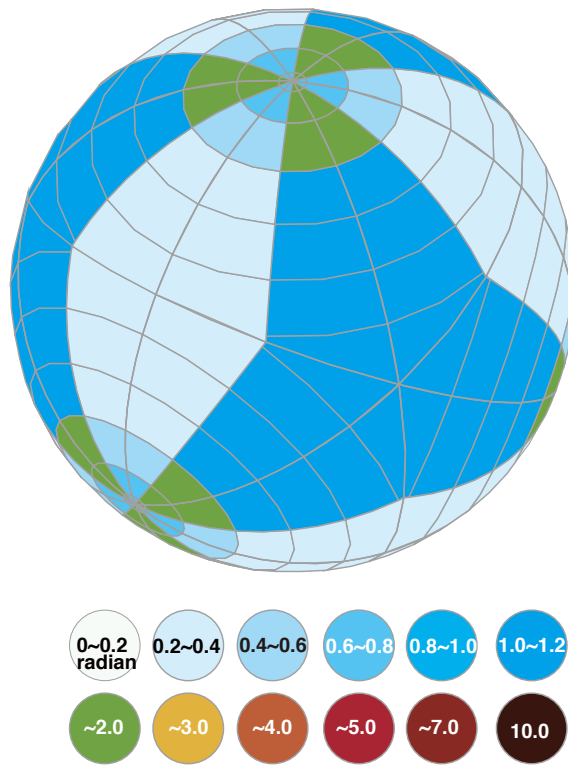


図 4-6：角歪みの最大値の分布（全球領域）

<表> 4-2：提案図法の局所的な角歪みの最大値の平均値

ρ	λ	区分領域の角歪み (radian)	区分領域 の面積A	A x (角歪み)	平均(radian)
0.0	15	0.73	0.06	0.04	
0.1	15	0.61	0.97	0.59	
0.3	15	0.43	3.05	1.31	
0.5	15	0.31	4.96	1.53	
0.7	15	0.24	6.67	1.58	
0.9	15	0.21	7.26	1.50	
小計			23.0	6.6	0.29
0.0	45	1.50	0.06	0.09	
0.1	45	1.54	0.97	1.50	
0.3	45	1.41	3.05	4.31	
0.5	45	1.23	4.96	6.09	
0.7	45	1.11	6.67	7.39	
0.9	45	1.06	8.13	8.66	
1.1	45	1.07	5.29	5.65	
小計			29.1	33.6	1.16
合計			52.0	40.2	0.77

4.3.5. 距離の歪み

各地点 Q での距離の歪みを算定し、色分けマッピングしたものが図 4-7 である。マッピングにより歪みの偏りを示す。各地点での数値は<表> 4-3 に示す。距離の歪み（絶対値）の平均値は

$$\Sigma \max(|a-1|, |b-1|) \times \frac{A}{\Sigma A} \dots <4.29>$$

により算出している。これによると提案図法の局所的な距離の歪みは 59%となる。（<表> 4-3）。

正多面体図法を用いた歪みの少ない長方形世界地図の提案

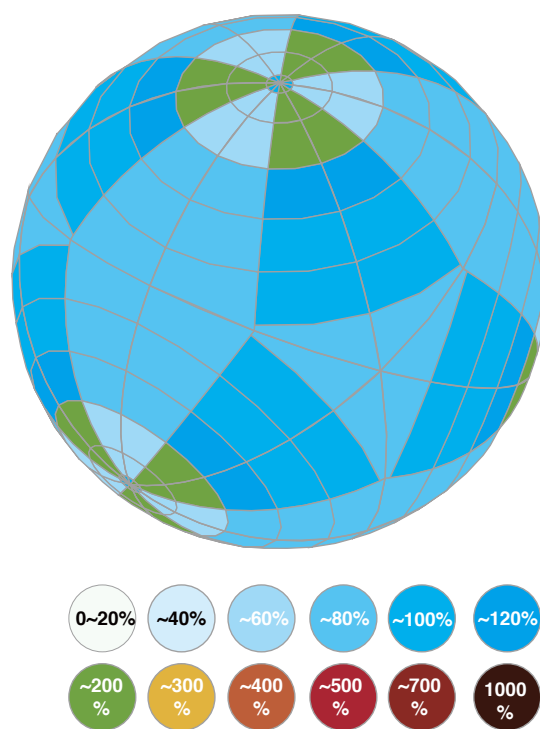


図 4-7：距離の歪みの分布（全球領域）

<表> 4-3：提案図法の距離の歪みの平均値

ρ	λ	区分領域 の距離の歪み	区分領域 の面積A	A x (距離歪み)	平均
0.0	15	0.72	0.06	0.04	
0.1	15	0.34	0.97	0.33	
0.3	15	0.41	3.05	1.24	
0.5	15	0.48	4.96	2.36	
0.7	15	0.51	6.67	3.43	
0.9	15	0.53	7.26	3.84	
小計			23.0	11.2	0.49
0.0	45	1.69	0.06	0.10	
0.1	45	1.37	0.97	1.33	
0.3	45	0.96	3.05	2.93	
0.5	45	0.73	4.96	3.64	
0.7	45	0.61	6.67	4.07	
0.9	45	0.56	8.13	4.57	
1.1	45	0.58	5.29	3.04	
小計			29.1	19.6	0.67
合計			52.0	30.8	59%

5. 図法の応用

前節で提示した実践ツールを用いて多様な分野の主題を提案図法に則って描き、本論文が掲げた視認性の高い世界地図の創出を目指す。

5.1. 世界史地図「クロノマップ 4700」

面積歪みを低減する特長と世界地図を平面充填できる特長の活用事例である（図 5.1-1）。各時代の世界地図がシームレスに繋がりつつ、4700 年を跨いで一望できる。面情報と点情報を主にマッピングした事例である。

作品は提案図法による世界地図 96 個により構成されている。筆者は協力者らと世界史を古代エジプト時代から現在まで 50 年毎に区分し、50 年毎の時代を表す世界地図を 96 個製作した。各地図には各時代の帝国（色塗）および著名人（引出線）を生没年、略歴と共に記載した。これら地図が時系列順に繋がっている。左上が B.C.2750～B.C.2700 年、右隣に B.C.2700～B.C.2650 年の世界地図が続く。

作品は各時代の地図を横 8 列、縦 12 列の行列状に配列しており横方向には 50 年／列の時間の推移があり、縦方向には $50 \times 8 = 400$ 年／行の時間の推移がある。配列は展示壁面の形状により横 6 列、縦 16 列にて構成した展示もある（鳴川 2016）³⁸。

正多面体図法を用いた歪みの少ない長方形世界地図の提案

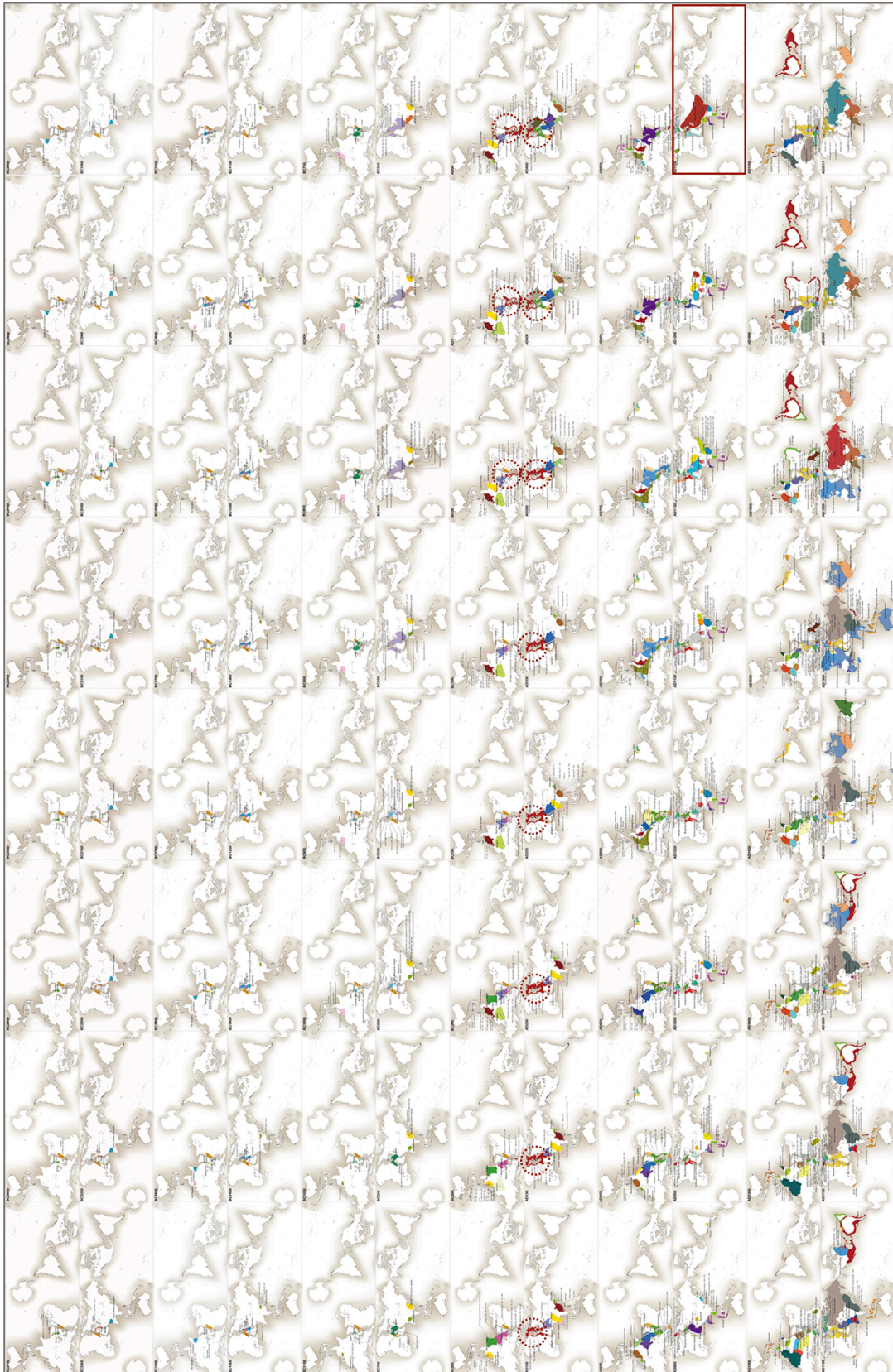


図 5.1-1：世界史地図「クロノマップ 4700」全体図

特徴と効果を説明する。

まず各時代の地図において、異なる地域で同時進行する出来事を並列視できる。図 5.1-2 は、紀元前 550 年～紀元前 500 年の世界地図である。地中海ではピタゴラス(BC570-BC495)、中国では孔子(BC551-BC479)、インドではブッタ(BC563-BC483)が、同時代に活躍していたこと(水村光男, 1991)³⁹が並列視できる。

掲載する史実は高校の世界史教材から取り上げている(木村靖二ほか 2007)⁴⁰。本作品でも示すように高校の世界史では地図右側の南米、北米の情報が西暦 1500 年まで極めて少ない。これは文明が存在しなかったのではなく諸説ある史実から教科書に記載困難なためである。我々が学ぶ世界史は史実記録に秀でたヨーロッパと中国地域に偏ることが本作品から視覚的に読解できる。

次に世界地図が多数繋がる平面充填地図としての特徴は時間の流れある世界史を一望できることにある。西暦 1250 年の地図の周囲を抜粋し拡大した図 5.1-3 においてモンゴル帝国の巨大さがわかる一方、モンゴル帝国が一度しか出現しないことがわかる。モンゴル帝国は短命だったからである。(Black, 2001)⁴¹

正多面体図法を用いた歪みの少ない長方形世界地図の提案

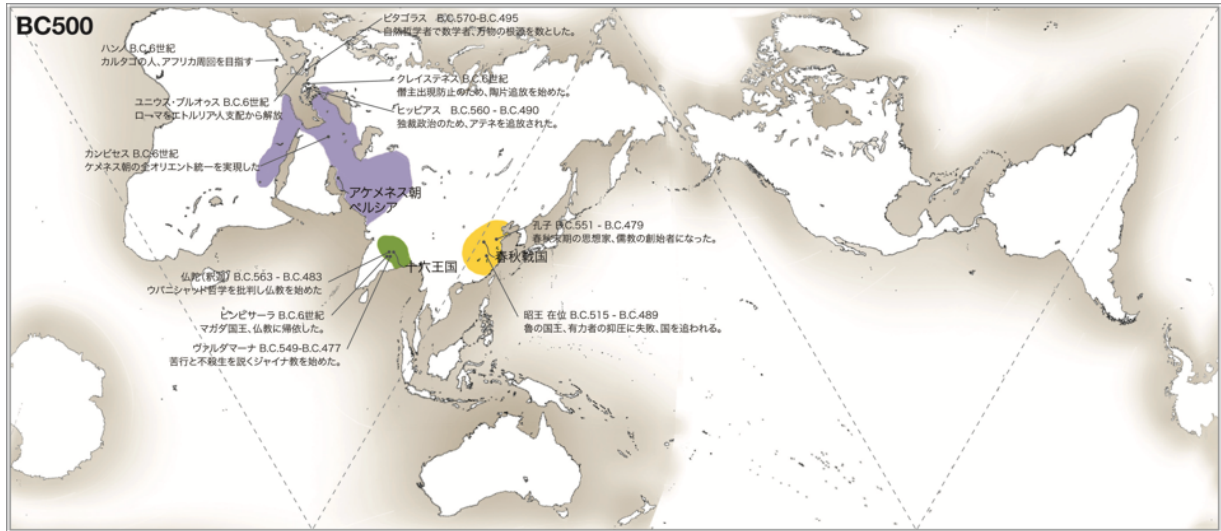


図 5.1-2 : 「クロノマップ 4700」より紀元前 550-紀元前 500 の世界地図

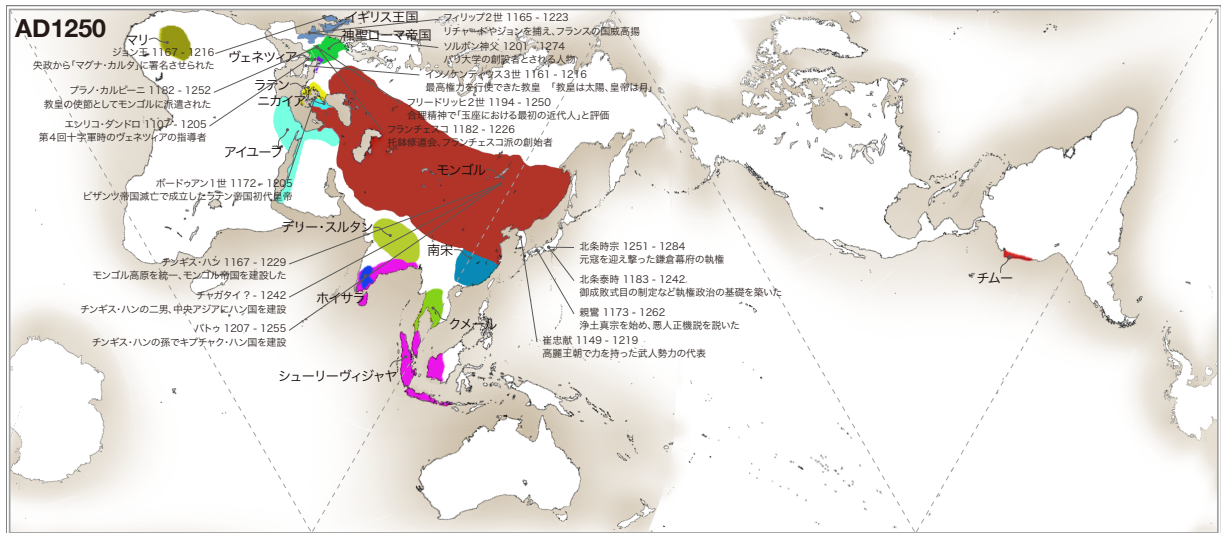


図 5.1-3 : 「クロノマップ 4700」より AD1250 年の世界地図

図 5.1-4 からモンゴル帝国とローマ帝国を比較できる。モンゴル帝国ほど大きくないが、ローマ帝国は長期存続し 1 1 個の時代の地図に反復して現れる。それら”複数のローマ帝国”の面積を合算すると、1250 年の世界地図に一度だけ現れるモンゴル帝国よりも大きくなるのが視覚表現できる。

この作品は美術館の出展作品（鳴川、2012）⁴²として制作された。その後 2013 年に東京都歴史文化事業財団パーマネントコレクションとなった。また、出版物掲載（学研教育出版編 2013）⁴³や国内外の展覧会（鳴川 2014）⁴⁴への出展を通して発表された。

図 5.1-5 は展示風景である。各時代地図は右プロジェクタにアニメーション表示された。操作卓のつまみで再生速度を調整しながら眺めることができる。平面充填地図は左プロジェクタに表示した。時間尺度を変えながら眺めることができる。1 世紀毎の地図 48 枚を配列した画面や、600 年のショートアニメーションを 8 画面同時に再生し一望できる展示になっている。

<制作協力>

東京都写真美術館

学研教育出版

歴史地図データ協力：久保木進児（TN コンテンツ工房）

監修：関真興

システム設計：石橋素（株）ライゾマティクス

作品製作：堀川みどり，桑沢デザイン研究所 SD 分野学生

英語版翻訳：慶應義塾大学鳴川研究室

正多面体図法を用いた歪みの少ない長方形世界地図の提案

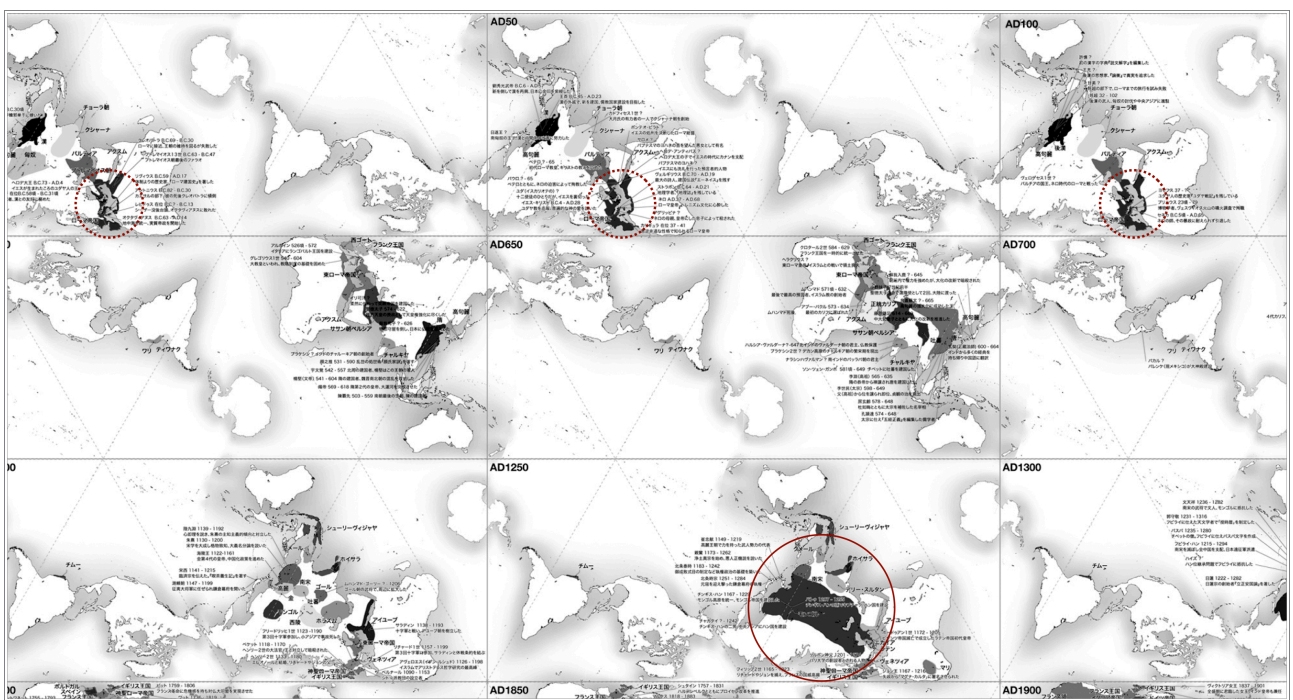


図 5.1-4：モンゴル帝国（実線赤円）とローマ帝国（点線赤円）が反復して現れる部分拡大図

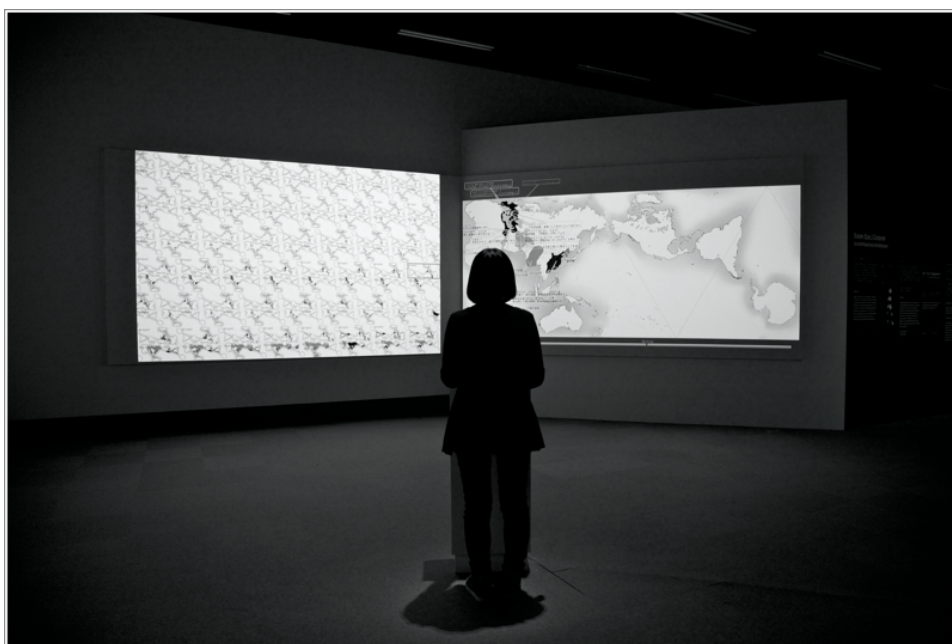


図 5.1-5：「クロノマップ 4700」の展示風景
写真提供：東京都写真美術館，撮影：山中慎太郎

5.2. 大陸移動地図

歪みの偏りが少ない特長の活用事例「クロノマップ 120M」(図 5.2-1), および平面充填の活用事例「クロノマップ 600M」である(図 5.2-2)。古地理学者 Ron Blakey 氏による各年代の大陸配置データを提供いただき提案図法に基づいて投影変換し時系列に配列した世界地図である。面情報を主にマッピングした事例である。

クロノマップ 600M (図 5.2-2) は平面充填する試み, クロノマップ 120M は垂直に積層する(図 5.2-1) 試みである。600M と 120M の M は Milion years の頭文字である。地質年代により区分されるような長いタイムスパンを視覚表現し Paleo Geography (古地理学) を一望する。以下, 2 作品を総称して大陸移動地図と呼ぶ。

クロノマップ 600M は提案図法による地図 27 個により構成されている。6 億年前から現在までの各時代を提案図法により地図にしたものである。海岸線, 標高, 極地の冠氷分布を推測したデータは Ron Blakey 氏により提供された (Blakey, 2006) ⁴⁵。このデータを提案図法に沿って変換した地図を平面充填したものがクロノマップ 600M である。

右下が 6 億年前の世界地図であり左隣に 5 億 6000 万年前の世界地図が繋がる。同規則で時系列順に各時代の世界地図を連結させ左上が現在の世界地図である。横 3 列, 縦 9 列の行列状に各時代の世界地図を配置している。

図 5.2-2 において, K-T 境界 (6,500 万年前) と P-T 境界 (2,5 億年前) を太線で特記している。生物が大量絶滅した 2 つの時期 (海保, 1992) ⁴⁶ に挟まれた領域は大型恐竜の時代であり, K-T 境界より上部は哺乳類台頭の時代である。このように領域毎に生態系の変化を視覚表現できる世界地図になっている。

K-T 境界における大量絶滅は諸説ある。ここでは Alvarez LW らの,

A hypothesis is suggested which accounts for the extinctions and the iridium observations. Impact of a large earth-crossing asteroid would inject about 60 times the object's mass into the atmosphere as pulverized rock; a fraction of this dust would stay in the stratosphere for several years and be distributed worldwide. The resulting darkness would

suppress photosynthesis, and the expected biological consequences match quite closely the extinctions observed in the paleontological record.

とした仮説に基づく（Alvarez LW ら，1980）⁴⁷。



図 5.2-1：大陸移動地図「クロノマップ 120M」

撮影：筆者

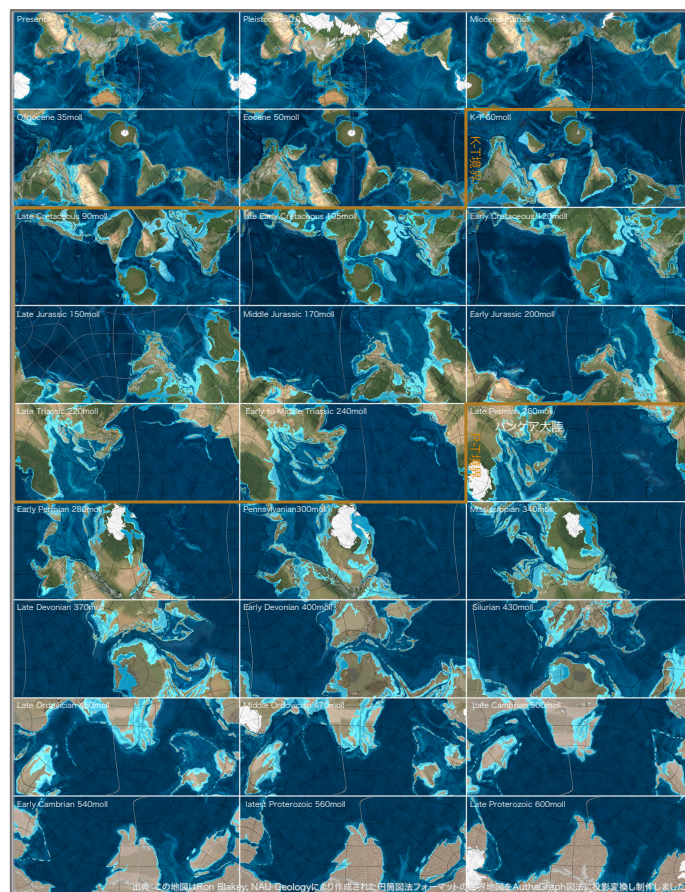


図 5.2-2：大陸移動地図「クロノマップ 600M」

右列の上から5段目のP-T境界が発生した世界地図では超大陸パンゲアが確認できる。佐藤は、

超大陸形成時にはプレート運動が減速し、火山活動が衰える。大気中に放出される二酸化炭素が減少し、温室効果が働かなくなって気候が寒冷化する。

と述べており（佐藤，2008）⁴⁸，超大陸形成が地球環境を変化させる可能性を指摘している。

クロノマップ600Mから5つの地図を抜粋し1億2000万年前～現在までを視覚表現した地図がクロノマップ120Mである。各時代の海岸線に沿って切り取った陸地を時系列順に積層している。地層のように下方向に時代を遡る順で重ねて時間軸を垂直座標にとり等高線に見立てている。

提案図法により極地に偏ることなく歪みを分散することで大陸移動の軌跡を視認性高く表示している。図5.2-3はクロノマップ120Mの南極付近の拡大写真である。従来地図では南極付近では視認性が低かった。だがこの作品では南極大陸、オーストラリア大陸、インド亜大陸が、一体化した状態から離散していく過程を視認性高く描いている。特にインド亜大陸がマダガスカル島と分裂しインド洋を横断しユーラシア大陸に衝突する顕著な動きを捉えている。この衝突によりヒマラヤが誕生している（酒井ら 2017）⁴⁹。

クロノマップ120Mはデザインの企画展の展覧作品として制作（プロトタイプ展実行委員会，2011）⁵⁰された。

クロノマップ600Mは美術館の企画展展覧作品（鳴川，2012）⁵¹として制作された。

図5.2-4は大陸移動地図の展示風景である。クロノマップ600Mは動画（画面左側）として展示されている。

本作品は、この他、出版物（学研教育出版編 2013）⁵²や国内外の展覧会（鳴川 2014）⁵³への出展を通して発表された。

<制作協力>

歴史データ協力：Ron Blakey, NAU Geology

作品製作：桑沢デザイン研究所 SD 分野学生，（株）中川ケミカル CS デザインセンター，門脇太一，（株）東京スタデオ

正多面体図法を用いた歪みの少ない長方形世界地図の提案

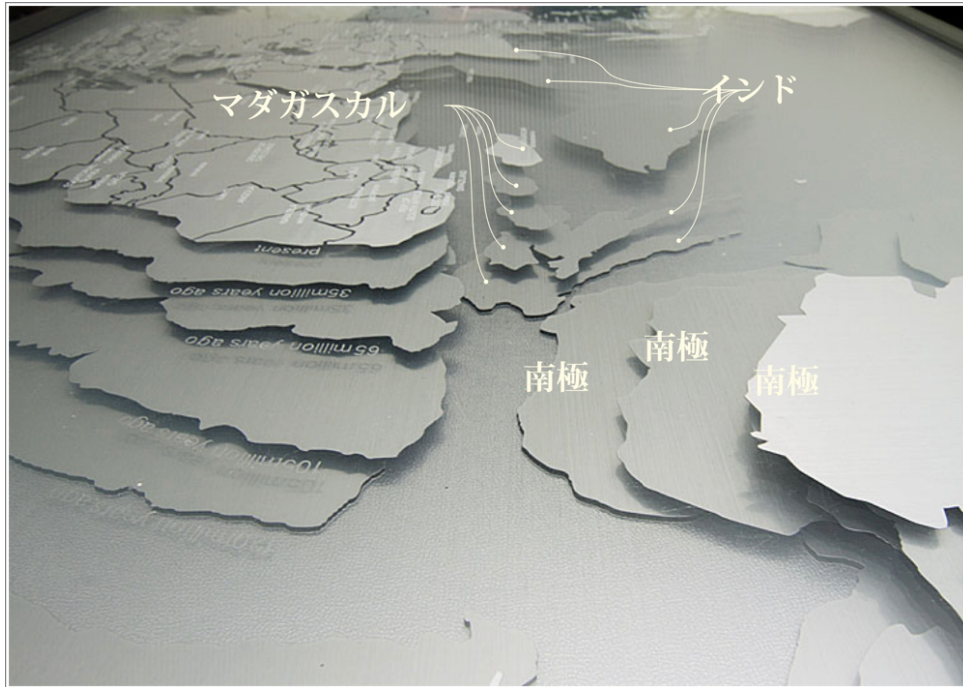


図 5.2-3：大陸移動地図「クロノマップ 120M」の拡大写真
撮影：筆者



図 5.2-4：大陸移動地図「クロノマップ」の展示風景
写真提供：東京都写真美術館，撮影：山中慎太郎

5.3. 大航海時代地図

地理関係が全方向にシームレスにつながる特長の活用事例である（図 5.3-1）。図 5.3-2 はその一部を抜粋して示す。線情報を主にマッピングした事例である。

15 世紀以降の複数の大航海を描いた世界地図である。海の領域を図とするとともに、海流を併記し彼らの航路が海流を利用していたか否かを推測する試みでもある。

大航海時代地図は提案図法による世界地図を縦 3 枚横 3 枚、合計 9 枚平面充填している。海上の視認性を確保するため陸上の地名や出来事は捨象し、該当する航海に関連した港町、海の要衝、航海の到着地点のみ海岸に記載した。そこにコロンブス、ヴァスコダ・ガマ、マゼラン他、航海者 17 名、延べ 19 の航海の軌跡を連鎖する矢印で描いた。同時に桃色の矢印により暖流を水色の矢印により寒流を描いた。現在の海流であるが当時の海流と類似したものと仮定して、記載した航海がどの海流を利用したか又は海流を見逃したかを推測する目的で描画した。

大航海時代地図は、ヴァスコ・ダ・ガマおよびコロンブスの航路を途切れず図示している（図 5.3-2 参照）。

ヴァスコ・ダ・ガマの航路は東回りでインド・コルカタに到達したインド洋上の航路である。世界史用語集によるとこの航海により

インド航路が開かれ、以降東方（レヴァント）貿易ルートに替わる、アジア交易の中心航路となった。航路の開拓により胡椒の値段が急激に低下した。

（全国歴史教育研究協議会編，2018）⁵⁴。

コロンブスの航路は西回りでインド到達を目指しカリブ海に到達した航路である（Black, 2001）⁵⁵。世界史用語集によると

トスカネリの地球球体説を根拠に西回りでアジア到達が可能と唱え〈中略〉現在のバハマ諸島に到達、〈中略〉のちに 3 回にわたり航海・探検を行うが終生ここを「インド」と信じた。

（全国歴史教育研究協議会編，2018）⁵⁶

正多面体図法を用いた歪みの少ない長方形世界地図の提案

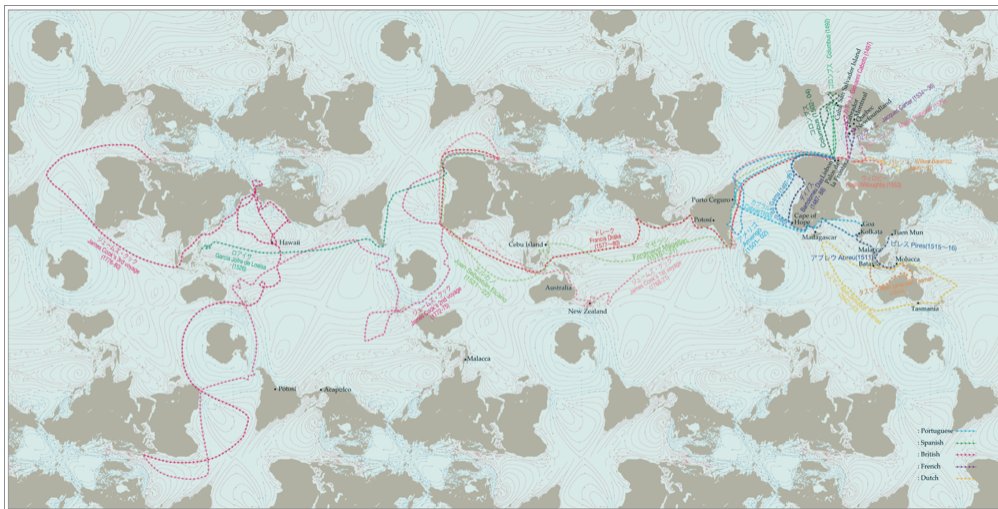


図 5.3-1 : 「大航海時代地図」 全体図

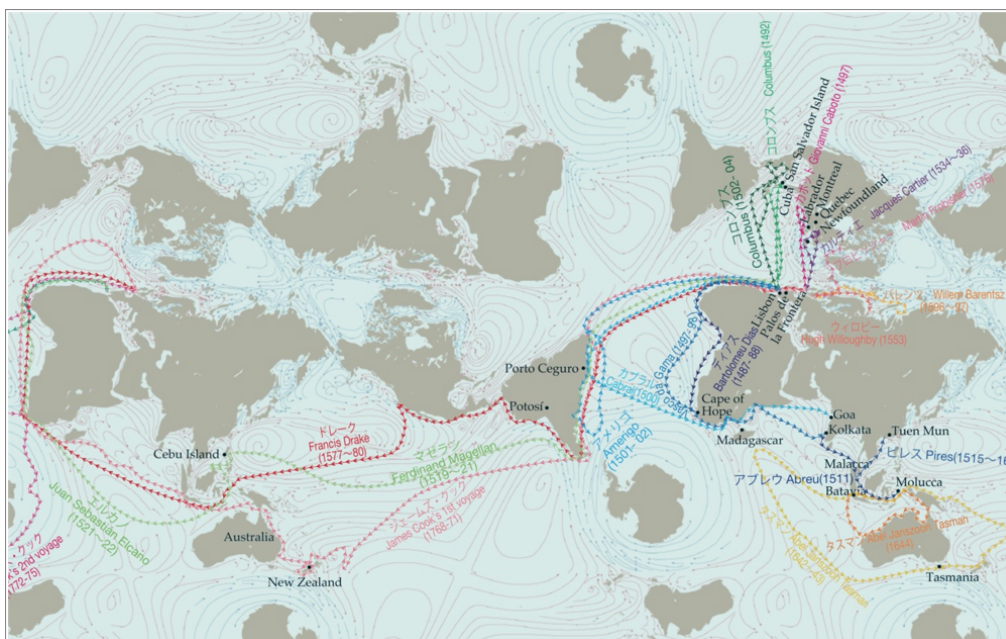


図 5.3-2 : 「大航海時代地図」 の拡大図

大航海時代地図は、世界周航を成功させたマゼランによる航路も途切れず図示している。その後のスペインによるガレオン貿易の礎になった（Black, 2001）⁵⁷ことも視覚的に理解できる。

大航海時代地図は3度の航海を行ったクックの航路も途切れず図示している。航海の目的は伝説の南方大陸テラアウストラリス、現在の南極大陸を探すことであったためクックは南極海を航海している。この海域の航路をメルカトル図法で表示すると長大化するが提案図法を用いて視認性高く図示した。この3航路により太平洋のほぼ全域が探検された。「第一回るときオーストラリアの領有宣言を行った」（全国歴史教育研究協議会編, 2018）⁵⁸など、イギリスが覇権を強めたきっかけが視覚的に理解できる。

クックの航海を前述の大航海時代の航海と比較すると航海距離と範囲が拡大したことが理解できる。

またこれら航路と海流には視認できるような明快な関連は確認できなかった。

世界地図は一般に陸を図、海を地とするが、大航海時代以降、世界に覇権を広げたポルトガル、スペイン、イギリス、オランダは海洋国家（MARITIME NATION）と呼ばれ地政学的に重要なシーレーンは海に描かれる。その影響力は陸上の版図には反映され難いが大航海時代地図は、そのような世界観の視覚化を試みた世界地図である。

大航海時代地図は、2013年「くらべてみる地図帳」（学研プラス, 2012）⁵⁹（図5.3-4）に掲載する目的で制作された後同年、デザイン展の展示物としても発表された⁶⁰。（図5.3-3）。

<制作協力>

学研教育出版

作品製作：門脇太一 桑沢デザイン研究所 SD 分野学生

英語版翻訳：慶應義塾大学鳴川研究室

正多面体図法を用いた歪みの少ない長方形世界地図の提案

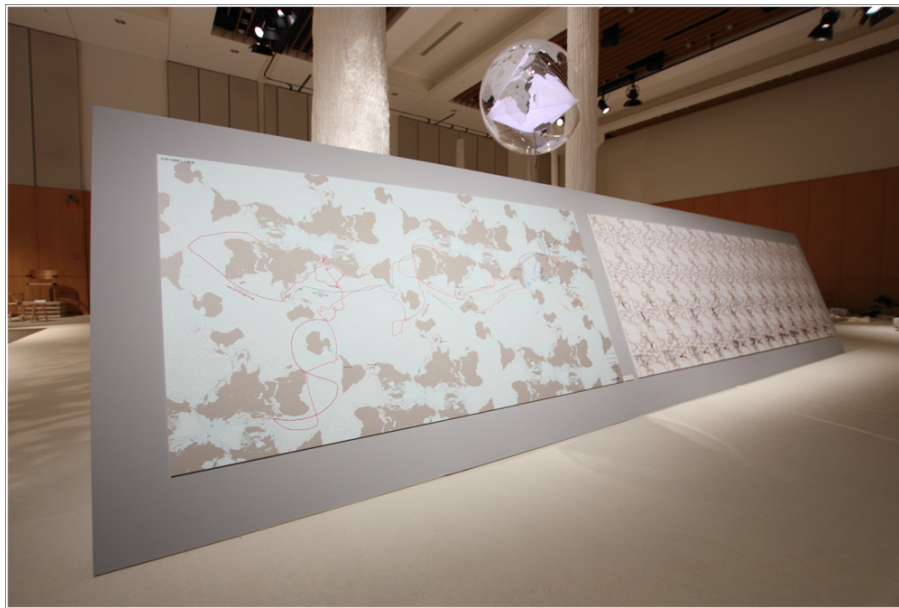


図 5.3-3：「デザインタイド」展での「大航海時代地図」の展示風景
撮影：筆者

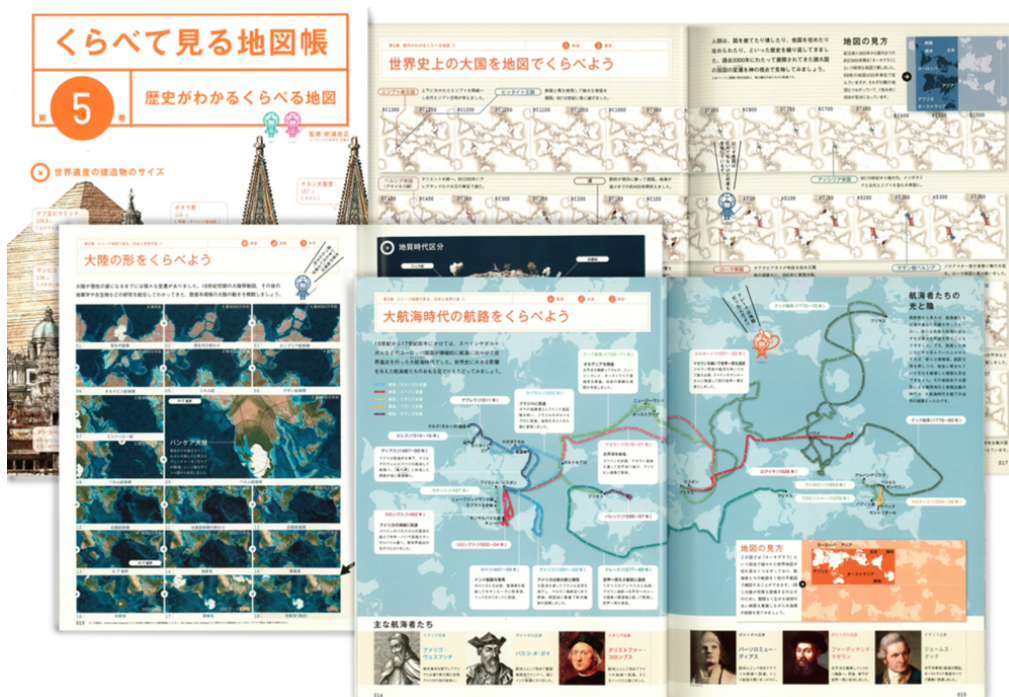


図 5.3-4：「くらべてみる地図帳」掲載クロノマップ 600M と大航海時代地図
出典：「くらべてみる地図帳」，学研プラス，2012

5.4. ISS ロングタームトラッキング

地理関係がつながる特長を活用した作品事例である。ISS ロングタームトラッキングは地球を1日16周する国際宇宙ステーション（ISS）の周回軌道を視覚化する作品である（図 5.4-1）。線情報を主にマッピングした事例である。この作品は美術館への出展作品（図 5.4-2）として制作された（鳴川，2009）⁶¹。

提案図法による地図 45 枚による平面充填地図に、ISS の軌跡を途切れず表示している。図 5.4-1 は当時の取得データから再作成した図版である。平面充填した地図構成・媒体（縦使い・印刷媒体）が展覧会当時の構成（横使い・スクリーン投影）と異なるが表現する主題は同じである。展覧会が開催された 2009 年 5 月 13 日～2010 年 3 月 31 日の 10 ヶ月、ISS の現在位置を絶えず表示した。ここで ISS の現在位置とは位置を表す 3 次元座標から高さ情報を捨象して得られる緯度経度を指す。

ISS の位置データは、NASA、アメリカ国防省から 1 日 5 回発行される。そのデータをポーランドのサイト cerestrak が一般向けに配信している。筆者らはこれを受信し当該の緯度経度を提案図法に変換して展覧会上の地図に投影した。

図 5.4-1 に図示するオレンジ色のラインが ISS の軌跡である。文字列は、位置座標を入手しプロットした年月日時分秒である。

ISS は静止衛星とは違い地球上の全域を通過する。10 ヶ月間に ISS は地球を約 4800 周回した。その軌跡を途切れず一筆で描けたことで球面上の任意の一点と地図上の一点が常に 1:1 対応していること、つまり図法に一意性があることが実践的に確認できた。

<制作協力>

NTT インターコミュニケーションセンター

システム設計：星鉄矢

衛星の位置情報提供：Dr. T・S・ケルソ（CelesTrak）、柏井勇魚（Google Sat Track）、セバスティアン・ストッフ（Orbitron）

正多面体図法を用いた歪みの少ない長方形世界地図の提案

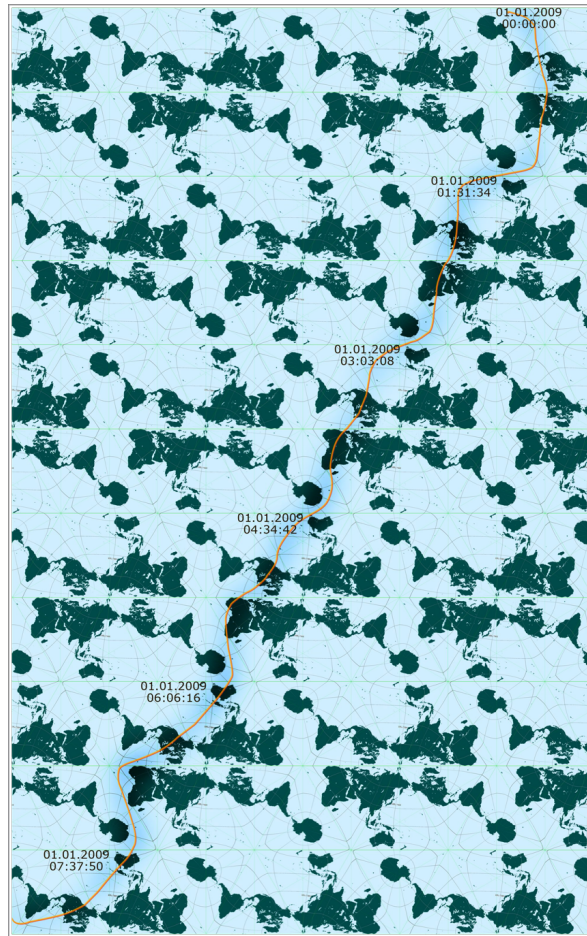


図 5.4-1：国際宇宙ステーション追跡地図「ISS ロングタームトラッキング」



図 5.4-2：企画展 「OPEN SPACE 2009 MISSION G」展における展示風景
撮影：市川創太

5.5. 石川直樹冒険の軌跡地図

歪みの偏りを低減した特長の活用事例である（図 5.5-1）。線情報と点情報を主にマッピングした事例である。

石川直樹氏は自身の写真集の中で

22 歳で北極から南極までを人力で踏破、23 歳で七大陸最高峰の登頂に成功した。その後も世界各地を縦横に旅して撮影を続けている写真家である。

と紹介されている。（石川，2019）⁶²

本作品は現在において人類がほぼ未踏の地域を踏破した石川氏の軌跡を描いた（図 5.5-1）。石川氏が訪れた太平洋上の島々，日本列島の小さな島々（図 5.5-2 に拡大図）とともに，彼が磁北点から出発し南極点に到達した軌跡を含む。

本作品は石川氏の写真展（石川，2016）⁶³の出展作品として制作された。（図 5.5-3）その後の巡回展（石川，2019）⁶⁴や展覧会に併せて出版された同名の写真集（石川，2019）⁶⁵でも展示，掲載された。

<制作協力>

水戸芸術館現代美術センター

監修：石井一十三

正多面体図法を用いた歪みの少ない長方形世界地図の提案

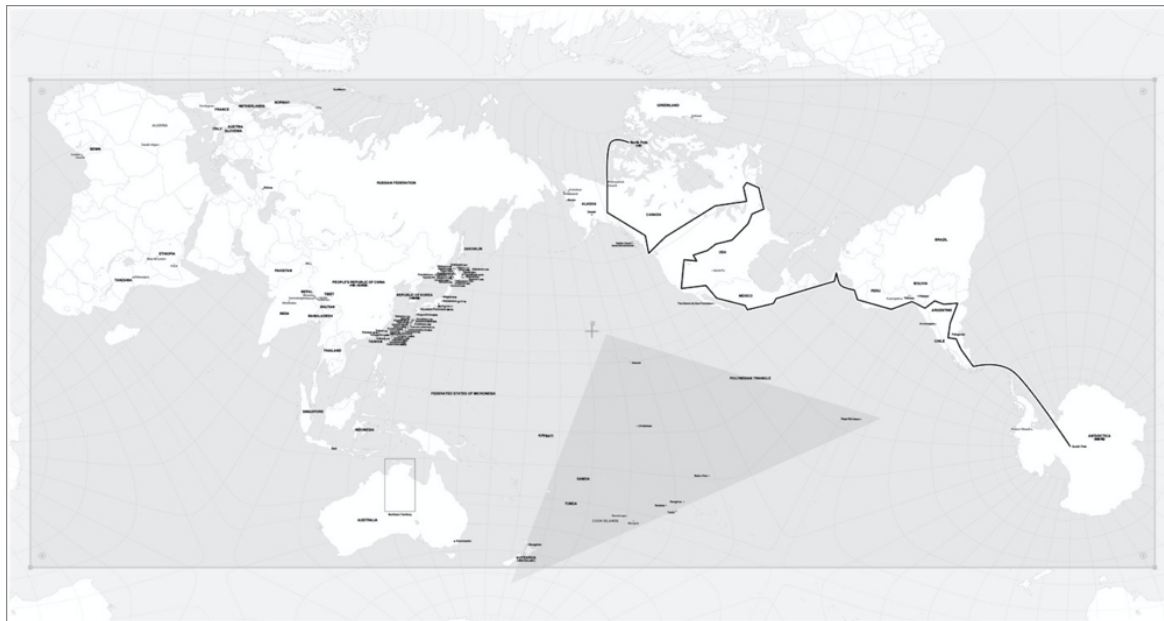


図 5.5-1：「石川直樹冒険の軌跡地図」全体図



図 5.5-2：「石川直樹冒険の軌跡地図」より日本列島の部分拡大図



図 5.5-3： 石川直樹「この星の光の地図を写す」展 展示風景
撮影：筆者

5.6. ジオパレット

提案図法の特長を活かした地図アーカイブサービスの作品事例である（図 5.6-1）。面情報と点情報を主にマッピングした事例である。

1. 自然科学，統計データなど多分野のデータから主題図を作成できる。
2. それら 4つの主題図を重合して新たな主題図を作成できる。
3. 作成した主題図の中心を移動できる。
4. 所望するカラースキームでマッピングができる。
5. 作成した主題図を「みんなの世界地図」にアップロードでき意見交換できる。
6. 作成した主題図を正四面体に組立てられる型紙を作成できる。

上記の機能を実装し，一般市民に世界観の創出を促す試みだった。2011年，日本科学未来館の新しいシンボル展示，つながりプロジェクトの一環として制作された。筆者は基本設計者および実施監修者として設計協力を行った。

図 5.6-1 はジオパレット⁶⁶のトップ画面である。UI画面の下半分に約 700 のサムネイル地図が並べられ閲覧者はこれらから複数の地図を選び，重ね合わせ，上半分の画面に大きく表示しながら編集する。重ね合わせながら各主題図の透明度を個別に調整して見易さを最適化する。

制作した地図は自動的に平面充填される（図 5.6-2）。そして中央丸印の OK をクリックし太枠を回転したり細線の三角グリッド沿いに太線枠をドラッグし連続移動でき地図の中心を移動できる機能を備えている。

図 5.6-3 は上述の操作により作成した世界地図である。アジアを中心にして右にユーラシア大陸，アメリカ大陸，左にインド洋，太平洋という世界地図である。上部のインド洋と下部の太平洋を東南アジアの島や半島が遮っている，故に地政学上重要な地域であることが視覚化されている。

正多面体図法を用いた歪みの少ない長方形世界地図の提案

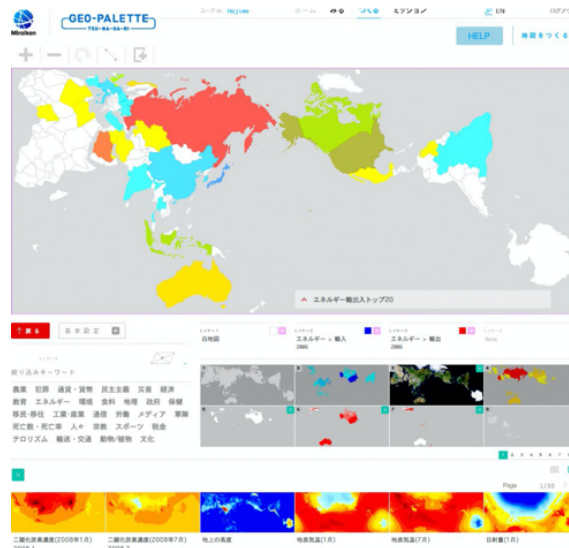


図 5.6-1：提案図法を用いた地図アーカイブ・「ジオ・パレット」の UI
出典：「ジオ・パレット」日本科学未来館，<https://geopalette.jst.go.jp/>
ウェブ運用は 2021 年 12 月にて終了

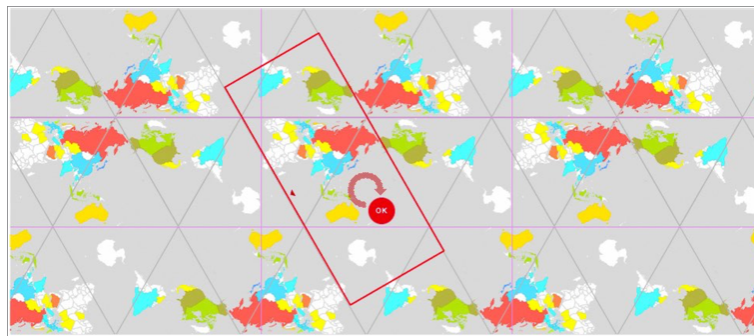


図 5.6-2：「ジオ・パレット」，ズームアウトした平面充填地図画面
出典：「ジオ・パレット」日本科学未来館，<https://geopalette.jst.go.jp/>
ウェブ運用は 2021 年 12 月にて終了

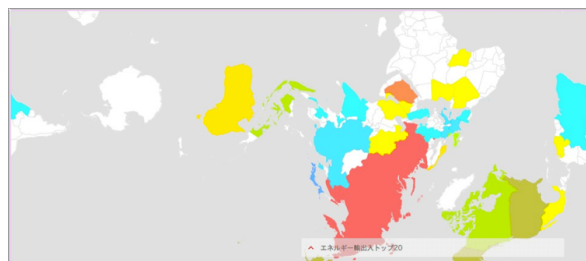


図 5.6-3：「ジオ・パレット」で作成した世界地図
出典：「ジオ・パレット」日本科学未来館，<https://geopalette.jst.go.jp/>
ウェブ運用は 2021 年 12 月にて終了

図 5.6-4 はジオパレット内の「みんなのマップ」サイトの UI 画面である。ジオパレットは日英で提供されている。「みんなのマップ」サイトも国内外からの投稿を日英で公開している。

図 5.6-5 は作成した地図に利用されたデータ出典を表示した様子である。引用元とともに具体的な数字を把握できる。

図 5.6-6 は日本科学未来館内のジオ・パレットを閲覧できる展示スペースの様子である。ジオ・パレットは 10 年間（2011 年 2 月～2020 年 12 月）の運営期間を満了しウェブ上での運営を終了したが、日本科学未来館内の常設展示において継続運営されることが決まった。

このジオ・パレットは他にも国内外の展覧会（Ars Electronica Center, 2012）⁶⁷において出展され広く社会に提示してきた。

<制作協力>

日本科学未来館

INTERNET INITIATIVE JAPAN

Semitransparent Design

地図投影プログラミング：星鉄矢

正多面体図法を用いた歪みの少ない長方形世界地図の提案

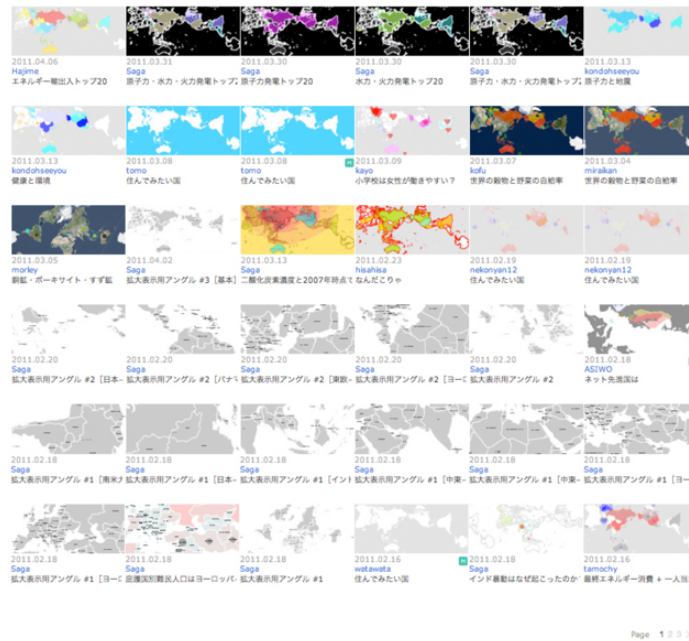


図 5.6-4: 「ジオ・パレット」, 「みんなのマップ」の UI
 出典: 「ジオ・パレット」日本科学未来館, <https://geopalette.jst.go.jp/>
 ウェブ運用は 2021 年 12 月にて終了



図 5.6-5: 「ジオ・パレット」, 主題図のデータを閲覧できる UI
 出典: 「ジオ・パレット」日本科学未来館, <https://geopalette.jst.go.jp/>
 ウェブ運用は 2021 年 12 月にて終了



図 5.6-6：日本科学未来館内「ジオ・パレット」を閲覧できるシンボルゾーン
撮影：筆者

6. 考察

本論文が設定した4つの評価基準に従って以下項目A~Dについて既存図法と比較する。また提案図法と同じ正四面体図法において歪み補正の有無による差を比較する。

(A)

正四面体に立体角写像および多階層写像を施した場合と施さない場合の歪みについて面積比と線分比を比較する。

(B)

縦横比の異なる長方形が何種類創出できるか長方形化の多様性について既存の長方形地図と比較する。また長方形の図郭を持たない既存世界地図の比較においては図郭の複雑さについて比較する。

(C)

中心移動できる方向の数を既存世界地図と比較する。

(D)

海岸線が途切れる大陸の数を既存世界地図と比較する。

さらに評価基準(A)の歪みの分散に関して、追加の比較検証を行う。前述のように歪みの低減と分散のうち低減に関して本論文では正積性を優先したが、一方でランベルト正積円筒図法のように1つの歪みの評価（正積性）の完全性を担保することで残りの歪みの評価（正角性、正距性）にしわ寄せをする図法を過大評価することになるためだ。よってここでは歪みの種類において偏りがある図法を評価する。歪みの分散を正しく評価するために、地域的な歪みの分散度合いに加えて歪みの種類の分散（バランス）についても比較検証する。

6.1. 図法の比較

6.1.1. 歪み低減（面積比） 心射正四面体図法との比較

評価基準 A の歪み低減について、同じ正四面体図法でも立体角写像と多階層写像を施さない正四面体図法（心射投影）と立体角写像と多階層写像を施した提案図法を比較する。

前節に記載した断面図 2-10 は提案図法が多階層写像を描いている。一方断面図 6-1 は多階層写像を用いない単純な心射投影による正四面体図法を描いている。ここでは単純な心射投影を便宜的に前投影と後投影の 2 段階に分けて描いている。これは提案図法と比較する目的である。

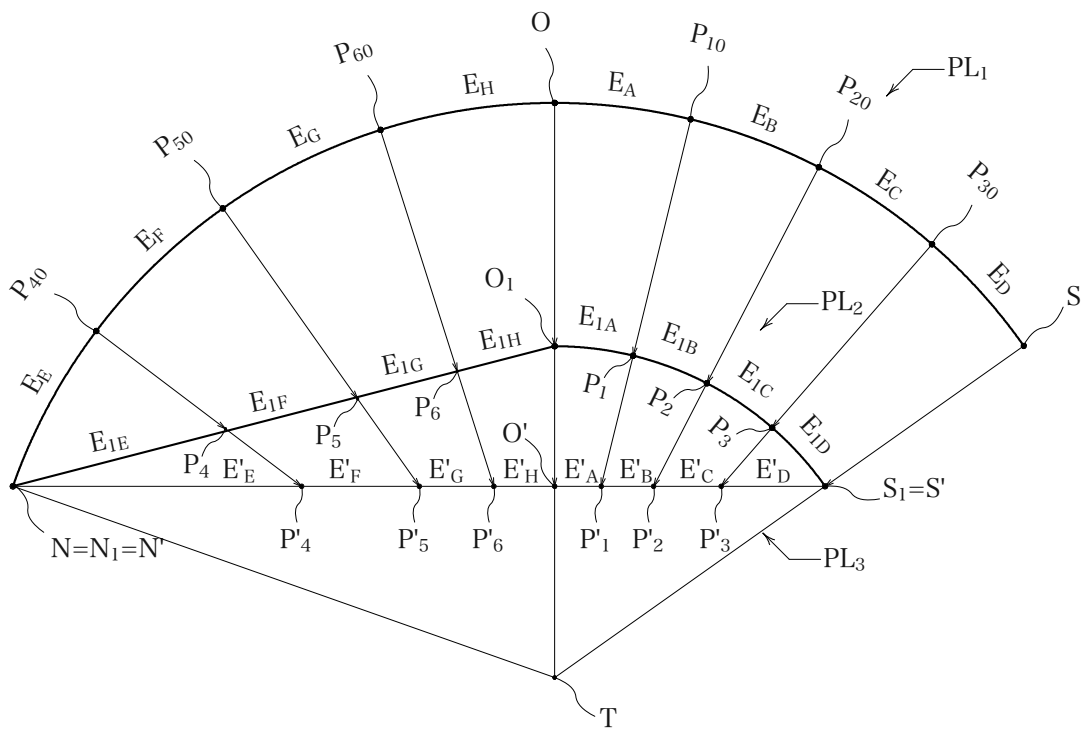


図 6-1：正四面体図法の心射投影を説明する断面図

まず面積比の誤差に関して図 6-1 の OS 区間を見てゆくと、

$$\angle STO = \tan^{-1}\sqrt{2}$$

であり、球面上の大円弧 E は中心角 $\angle STO$ を等分割したものとすると、正四面体 PL_3 上での 4 領域 A, B, C, D の底辺 E'_A , E'_B , E'_C , E'_D の線分長さの比は

$$E'_A = TO' \cdot \tan\left(\frac{\tan^{-1}\sqrt{2}}{4}\right)$$

$$E'_B = TO' \cdot \left\{ \tan\left(\frac{2 \tan^{-1}\sqrt{2}}{4}\right) - \tan\left(\frac{\tan^{-1}\sqrt{2}}{4}\right) \right\}$$

$$E'_C = TO' \cdot \left\{ \tan\left(\frac{3 \tan^{-1}\sqrt{2}}{4}\right) - \tan\left(\frac{2 \tan^{-1}\sqrt{2}}{4}\right) \right\}$$

$$E'_D = TO' \cdot \left\{ \tan\left(\frac{4 \tan^{-1}\sqrt{2}}{4}\right) - \tan\left(\frac{3 \tan^{-1}\sqrt{2}}{4}\right) \right\}$$

となる。ここで上記は半径を 1 としたときの長さである。

ここで歪みの度合いを割り出すために 4 辺の長さの平均を 1 としたとき

$$E'_A : E'_B : E'_C : E'_D \approx$$

$$0.68865439\cdots : 0.775447225\cdots : 0.999097539\cdots : 1.536800846\cdots$$

となる。この線分比は図 2-6 に図示するように頂点 N' を共通頂点とする 4 つの三角形の夫々の底辺の長さであり面積比に相当する。その結果、面積比の誤差は最大約 1.537 となる。

<表> 6-1：立体角写像の有無による 96 分割面領域における面積比の誤差比較

	補正あり (提案図法)	補正なし (単純な心射投影)
96 分割面領域の面積比 の誤差*	1.000	0.689~1.537...

* 球面上での面積 / 地図上での面積 = 1 の場合に誤差がないとしている。

6.1.2. 歪み低減（線分比） 心射正四面体図法との比較

評価基準 B の形や距離の歪みに関して NO 区間における線分比を比較する。図 6-1 では正四面体 PL_3 の線分 $N'O'$ 上での E'_E , E'_F , E'_G , E'_H の線分長さの比は

$$\angle NTO = 2\tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \text{ かつ}$$

球面上の大円弧 NO, つまり中心角 $\angle NTO$ を等分割したものであるので,

$$E'_H = TO' \cdot \tan\left\{\frac{1}{4} \cdot 2\tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right\}$$

$$E'_G = TO' \cdot \left[\tan\left\{\frac{2}{4} \cdot 2\tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right\} - \tan\left\{\frac{1}{4} \cdot 2\tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right\} \right]$$

$$E'_F = TO' \cdot \left[\tan\left\{\frac{3}{4} \cdot 2\tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right\} - \tan\left\{\frac{2}{4} \cdot 2\tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right\} \right]$$

$$E'_E = TO' \cdot TO' \cdot \left[\tan\left\{\frac{4}{4} \cdot 2\tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right\} - \tan\left\{\frac{3}{4} \cdot 2\tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right\} \right]$$

4 辺の長さの平均を 1 としたとき,

$$E'_E : E'_F : E'_G : E'_H \approx$$

$$2.130306155\cdots : 0.869693846\cdots : 0.550510257\cdots : 0.449489743\cdots$$

となる。

投影前に球面上において同じ長さであった円弧は多階層写像を施した場合、正四面体上において 0.71~1.57 の誤差となる。一方、多階層写像を施さない場合は 0.44~2.13 倍の誤差となることがわかる。

<表>6-2：多階層写像の有無による 96 分割面領域における線分比の誤差比較

	補正あり (提案図法)	補正なし (単純な心射投影)
96 分割面領域の線分比 の誤差*	0.71~1.57	0.44~2.13

6.1.3. 長方形の多様性 既存の長方形地図との比較

評価基準 A について縦横比の異なる長方形図郭を何種類獲得できるか既存の長方形地図と比較する。ランベルト正積円筒図法の縦横比は $1 : \pi$ である。図 1-1 に示すメルカトル図法の場合、縦横比は約 $1:1:05\dots$ である。

提案図法は、図 2-14 の平面充填地図に太枠で図示するように、以下の長方形世界地図が取得可能である。

LC1~4 の縦横比 $\sqrt{3} : 4$ の長方形

SC1~4 の縦横比 $1 : \sqrt{3}$ の長方形

LLC1 の縦横比 $1 : 4\sqrt{3}$

この特性は正四面体図法であれば潜在的に共通である。マップパズルと Lee's Projection に記述はないが潜在的には長方形世界地図を作成可能である。

Quincuncial Projection は図 1-6 における正方形世界地図がピースにより提案されているが図中の 4 つの二等辺直角三角形領域 $\triangle V_1M_1M_4$, $\triangle V_2M_1M_2$, $\triangle V_3M_2M_3$, $\triangle V_4M_3M_4$ を再配列させることで正方形を構成させ、中点を結んで得られる正方形 $M_1M_2M_3M_4$ と接続することで、縦横比 $1:2$ の長方形世界地図を取得できる。なお、この縦横比が $1:2$ の世界地図は 1887 年にグヨー (Guyou) によって提案されている (Snyder, 1993) ⁶⁸ (以下 Guyou's Projection)。Guyou's Projection では東半球と西半球で 2 つの正方形に投影している。またピース及びグヨーによる開示は確認できなかったが、辺の中点、例えば M_2 を回転軸にして長方形領域 $V_1V_2M_2M_4$ を 180 度回転させる操作により縦横比 $1:4$ の長方形世界地図も潜在的に獲得できることが推測できる。

<表> 6-3 : 縦横比による長方形の種類

	縦横比による長方形の種類数
円筒図法	1
Lee's Projection	3^{*1}
Quincuncial Projection	2^{*2}
提案図法	3

*¹ : Lee's Projection には長方形地図の開示はないが、提案図法と同じ正四面体図法であるから潜在的には提案図法と同じ数の長方形地図が取得可能とした。

*² : Quincuncial Projection は正方形地図。同じ投影図法である Guyou's Projection が縦横比 1:2 の長方形地図を開示。

6.1.4. 図郭の複雑さ 既存の非長方形地図との比較

評価基準 A について図郭の複雑さを比較検証する。地図全体の面積 S と図郭の長さの合計 L の比率

図郭線の長さの合計 L /面積 S

を算定して既存図法と比較し〈表〉6-4 に示す。

この表から提案図法はメルカトル図法とほぼ同じ値であることがわかる。一方、7.48 となった Dymaxion Map は断裂部分において視認性が低下する傾向が数値として現れている。

〈表〉6-4 : 面積／図郭線の比較

	S	L
メルカトル図法	1	4.10…
Dymaxion Map	1	7.48…
提案図法 (図 2-1)	1	4.36…
提案図法 (図 2-8)	1	4.15…

6.1.5. 中心移動の比較

評価基準 C の中心移動について、世界地図の一部を移動する簡易な編集作業によって中心移動ができる方向数を既存図法と比較し表にまとめた。

円筒図法は東西 1 方向しか中心移動できないのに対して、Dymaxion Map は 3 方向に移動可能である。Lee's Projection は具体的に中心移動の開示はないが実質的に 3 方向に移動可能である。提案図法はこれらの先行技術と同等の自由度がある。

＜表＞6-5：中心移動できる方向の数

	中心移動できる方向数
メルカトル図法	1
ランベルト正積図法	1
正距円筒図法	1
Dymaxion Map	3
Lee's 図法	3
Quincuncial Projection	2
提案図法	3

6.1.6. 海岸線の連続性

評価基準 D について、海岸線が途切れて描かれている大陸の数を比較する。Dymaxion Map と提案図法は全大陸の海岸線の連続性が担保された。ただしメルカトル図法も投影の設定を変えた横メルカトル図法の場合、全大陸の海岸線が途切れない世界地図を得ることができる。

<表> 6-6：海岸線の連続性の比較

	海岸線が途切れて描かれている大陸の数
メルカトル図法	1
ランベルト正積図法	1
正距円筒図法	1
Dymaxion Map	0
Lee's Projection	1
Quincuncial Projection	1
カライドサイクル	NA
テトラパック	NA
提案図法	0

6.2. 歪みの分散 三つの長方形図法との比較

基準 A の「長方形性」を達成し、基準 B の正積性、正角性、正距性をそれぞれ 100%達成している 3 つの円筒図法に比較対象を絞る。そして基準 B の歪みを以下の 2 種類の「歪み分散」に関して比較検証する。

(B1) 地域的分散：歪みが極圏などに偏らず、地域的に分散しているか、

(B2) 歪みの種類の分散：正積性などの 1 種類に偏らず他種類の歪みもバランスよく抑えられているか、

上記の歪みの分散を比較検証するために、歪み算定の節で用いた算定方法で正積性、正角性、正距性を達成している 3 つの円筒図法を算定する。

(B1) の地域的な歪みの偏りは各所で算定した歪みの値に従って球面上にマッピングして偏りを視覚化する。

(B2) の歪みの種類の偏りは正積性、正角性、正距性の平均値を出して歪みの種類間で数値に偏りがいないかを比較検証する。

最初にランベルト正積円筒図法との比較において歪みの平均値の算出方法を詳説しつつ算出結果を示し偏りをマッピングする。続いて正角図法のメルカトル図法と正距円筒図法の歪みを算出する。算出方法はランベルト正積円筒図法と同様であるため算出結果のみ示す。

歪みの偏りの視覚化に関しては、メルカトル図法は他の2つの円筒図法よりも偏りが大きいことは明らかのためメルカトル図法の歪み分布の図示は不要と判断した。

6.2.1. ランベルト正積円筒図法

ランベルト正積円筒図法 (Lambert 1772) (政春, 2011) ⁶⁹の投影式は,
 $x = \lambda, y = \cos\rho$ であり,

$$m_{11} = \frac{\partial x}{\partial u} = \frac{1}{\sin\rho}, m_{12} = \frac{\partial x}{\partial v} = 0, m_{21} = \frac{\partial y}{\partial u} = 0,$$

$$m_{22} = \frac{\partial y}{\partial v} = \sin\rho \dots <6.1>$$

となる。ここでランベルト正積円筒図法の場合、常に $ab=1$ となるので面積歪みは全域にわたって 0 である。

6.2.1.1. 歪み算定手法とランベルト正積円筒図法のア積歪み

円筒図法では、余緯度 ρ に沿って歪みの度合いが変化する。また赤道を軸に歪み値が南北で対称になる。従って北極点から赤道(赤線)までを $2\pi/24$ ラジアン毎の緯線(黒色太線)で区分し、区分の中間の緯度での歪みを算定する。また得られた各領域の算定値に該領域のア積を乗じ、その総和を総面積で除して平均値を算出する。総面積は半径 1 の半球であり 2π である。

算定結果を北半球の値のみ抜粋して<表>6-7 に示すとともに、結果を図 6-2 にマッピングする。マッピングでは北半球の算定値を参照し南半球側も色分けした。

なお、ランベルト正積円筒図法の算定結果であるので面積歪みは 0 であり、図 6-2 は全域に渡って白色であるが、上記と同じ手順で、角歪みの最大値、距離の歪みも、算定しマッピングする。

<表>6-7：ランベルト正積円筒図法の面積歪みの平均

ρ	区分領域 の面積の歪み	区分領域 の面積A	A x (面積歪み)	平均
$\pi/24$	0.00	0.21	0.00	
$3\pi/24$	0.00	0.63	0.00	
$5\pi/24$	0.00	1.00	0.00	
$7\pi/24$	0.00	1.30	0.00	
$9\pi/24$	0.00	1.52	0.00	
$11\pi/24$	0.00	1.63	0.00	
合計		6.28	0.0	0%

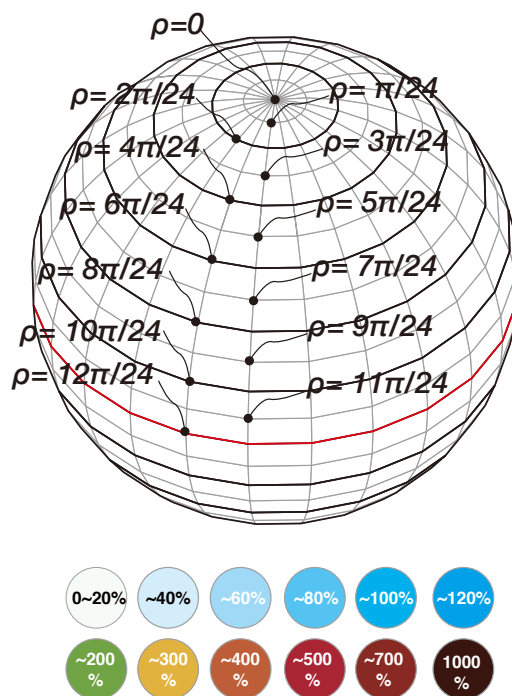


図 6-2：ランベルト正積円筒図法の面積歪み分布

6.2.1.2. ランベルト正積円筒図法の角歪みの最大値

<6.1>より算定した各緯度での角歪みの最大値（絶対値）とその平均値（0.55 ラジアン）を<表>6-8 に示す。各領域の算定値をマッピングしたものが図 6-3 である。

<表>6-8：ランベルト正積円筒図法の角歪みの最大値の平均値

ρ	区分領域 の角歪み	区分領域 の面積A	A x (角歪み)	平均 (radian)
$\pi/24$	2.62	0.21	0.56	
$3\pi/24$	1.68	0.63	1.05	
$5\pi/24$	0.95	1.00	0.95	
$7\pi/24$	0.46	1.30	0.60	
$9\pi/24$	0.16	1.52	0.24	
$11\pi/24$	0.02	1.63	0.03	
合計		6.28	3.4	0.55

正多面体図法を用いた歪みの少ない長方形世界地図の提案

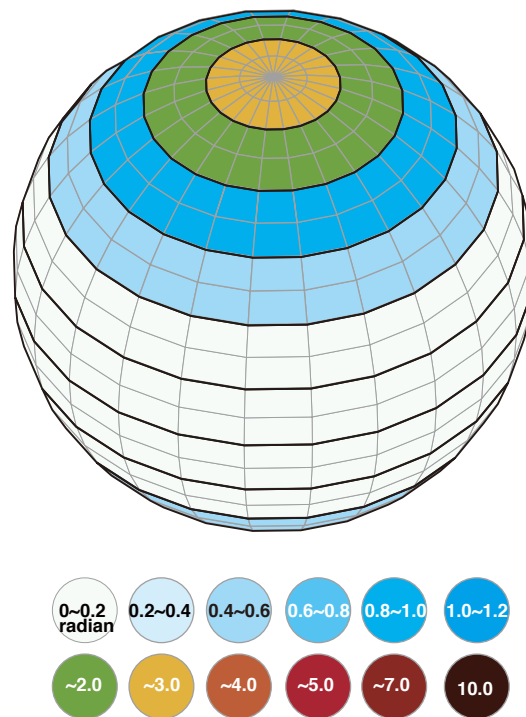


図 6-3：ランベルト正積円筒図法の角歪みの最大値の分布

6.2.1.3. ランベルト正積円筒図法の距離の歪み

<6.1>より算定した各緯度での距離の歪み値とその平均値（57%）を<表>6-9に示す。算定値をマッピングしたものが図6-4である。

<表>6-9：ランベルト正積円筒図法の距離の歪みの平均値

ρ	区分領域 の距離の歪み	区分領域 の面積A	A x (距離の歪み)	平均
$\pi/24$	6.66	0.21	1.43	
$3\pi/24$	1.61	0.63	1.01	
$5\pi/24$	0.64	1.00	0.64	
$7\pi/24$	0.26	1.30	0.34	
$9\pi/24$	0.08	1.52	0.12	
$11\pi/24$	0.01	1.63	0.01	
合計		6.28	4	57%

正多面体図法を用いた歪みの少ない長方形世界地図の提案

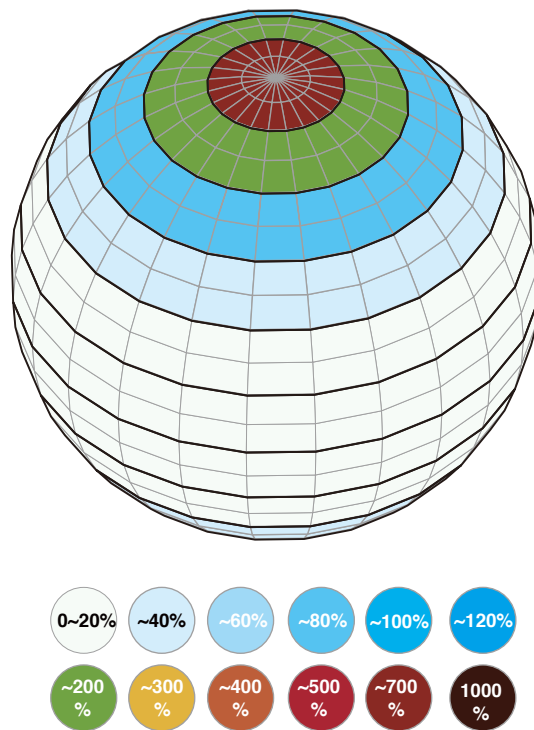


図 6-4：ランベルト正積円筒図法の距離の歪み分布

6.2.2. メルカトル図法

メルカトル図法（政春，2011）⁷⁰の投影式は，

$$x = \lambda, y = \ln\left(\cot\frac{\rho}{2}\right)$$

であり，

$$m_{11} = \frac{\partial x}{\partial u} = \frac{1}{\sin \rho}, m_{12} = \frac{\partial x}{\partial v} = 0, m_{21} = \frac{\partial y}{\partial u} = 0, m_{22} = \frac{\partial y}{\partial v} = \frac{1}{\sin \rho} \dots <6.2>$$

となる。

<6.2>より算定した歪み値を前述の歪み算定手法に準じて算出し結果を<表>6-10に示す。

<表>6-10：メルカトル図法の3種の歪みの平均値

メルカトル図法	面積歪み	角歪みの最大値	距離の歪み
	299%	0.00	57%

6.2.3. 正距円筒図法

正距円筒図法（政春，2011）⁷¹の投影式は，

$x = \lambda, y = \pi/2 - \rho$ であり，

$$m_{11} = \frac{\partial x}{\partial u} = \frac{1}{\sin \rho}, m_{12} = \frac{\partial x}{\partial v} = 0,$$

$$m_{21} = \frac{\partial y}{\partial u} = 0, m_{22} = \frac{\partial y}{\partial v} = 1 \dots <6.3>$$

となる。

<6.3>より算定した歪み値を前述の歪み算定手法に準じて算出し結果を<表>6-11に示す。各領域の算定値をマッピングしたものが図6-5, 図6-6, 図6-7である。

<表>6-11：正距円筒図法の3種の歪みの平均値

正距円筒図法	面積歪み	角歪みの最大値	距離の歪み
	57%	0.30	57%

正多面体図法を用いた歪みの少ない長方形世界地図の提案

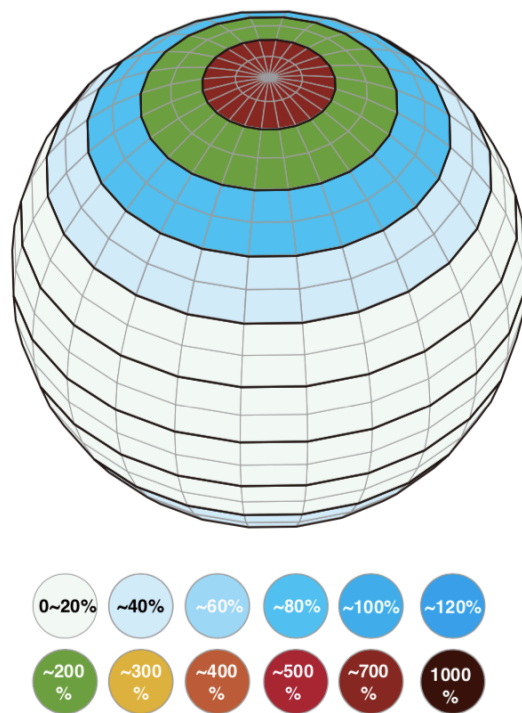


図 6-5：正距円筒図法の面積の歪み分布

正多面体図法を用いた歪みの少ない長方形世界地図の提案

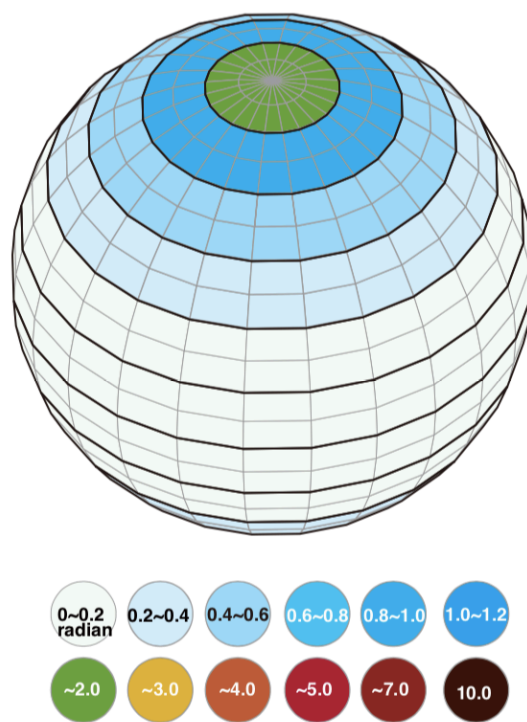


図 6-6：正距円筒図法の角歪みの最大値の歪み分布

正多面体図法を用いた歪みの少ない長方形世界地図の提案

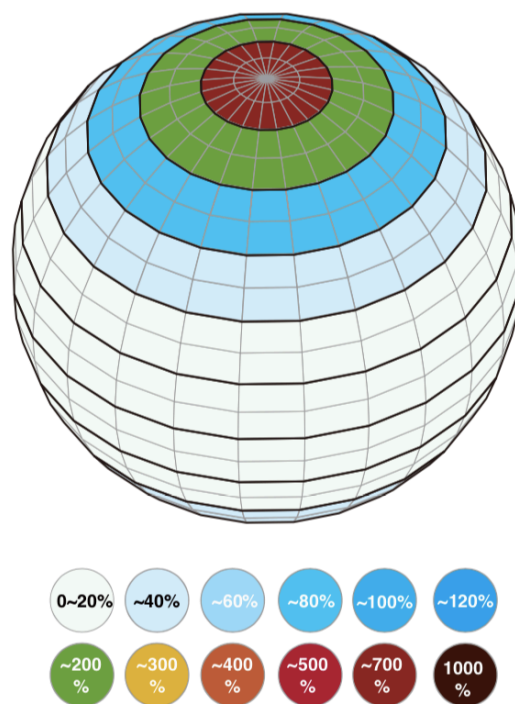


図 6-7：正距円筒図法の距離の歪み分布

6.2.4. 提案図法との歪みの種類のバランス比較

上記3つの既存長方形図法と提案図法について算定された微小円における局所的な面積，角歪みの最大値，距離の歪み値を図6-8にレーダーチャートを用いて表現した。

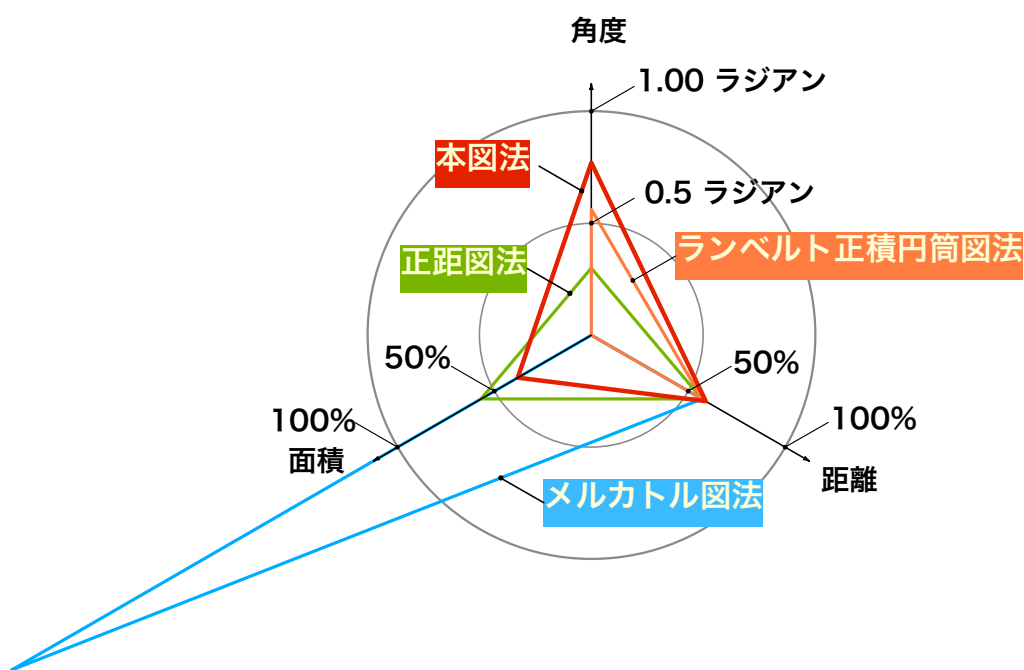


図 6-8：提案図法と 3 つの円筒図法を 3 種の歪みにおいて総合比較する図

6.3. 図法の世界地図への応用の考察

提案図法を用いて制作した世界地図を4つの評価基準に従って検証する。

6.3.1. 世界史地図

- A) 面積歪みが低減されモンゴル帝国，ローマ帝国，マケドニアなどの領土の大きさを比較できる。
- B) 長方形図郭のため各時代が縦横の格子に整列されている。
- C) 平面充填により4700年の世界史が一望できる。
- D) 海岸線の連続性による利点は活用されていない。

<表> 6-12：主題図クロノマップ4700にて活用した特長

歪みの低減と分散	長方形の図郭	中心移動と平面充填	海岸線の連続性
○	○	○	

6.3.2. 大陸移動地図

- A) 歪みが分散され極圏での大陸移動の軌跡の視認性が高い。
- B) 長方形図郭のため各時代が縦横の格子に整列されている。
- C) 平面充填により6億年の地学史が一望できる。
- D) 現在の海岸線が途切れないように頂点設定しているが，過去の海岸線の連続性は担保できていない。

<表> 6-13：主題図クロノマップ120M および600Mにおいて活用した特長

歪みの低減と分散	長方形の図郭	中心移動と平面充填	海岸線の連続性
○	○	○	

6.3.3. 大航海時代地図

- A) 歪みが分散されキャプテン・クックの軌跡が視認性高く描かれている。

- B) 長方形の図郭による特筆すべき効果は得られていない。
- C) 平面充填により世界一周以上を航海した軌跡を視認性高く描いている。
- D) 海岸線の連続性が担保され特に沿岸部を航行する部分の軌跡の視認性が高い。

<表>6-14：大航海時代地図において活用した特長

歪みの 低減と分散	長方形 の図郭	中心移動と 平面充填	海岸線の 連続性
○		○	○

6.3.4. ISS ロングタームトラッキング

- A) 歪みが分散され ISS の全ての軌跡が視認性高く描かれている。
- B) 長方形の図郭による特筆すべき効果は得られていない。
- C) 平面充填により ISS の長い軌跡が視認性高く描かれている。
- D) 海岸線の連続性による特筆すべき効果は得られていない。

<表>6-15：ISS ロングタームトラッキングにおいて活用されている
提案図法の主な特長

歪みの 低減と分散	長方形 の図郭	中心移動と 平面充填	海岸線の 連続性
○		○	

6.3.5. 石川直樹冒険の軌跡地図

- A) 歪みが低減，分散され世界を南北に移動した軌跡も太平洋上の訪れた島々の位置関係もともに視認性高く描かれている。
- B) 長方形の図郭による特筆すべき効果は得られていない。
- C) 中心移動と平面充填による特筆すべき効果は得られていない。
- D) 海岸線の連続性による特筆すべき効果は得られていない。

<表> 6-16：石川直樹冒険の軌跡地図において活用した特長

歪みの 低減と分散	長方形 の図郭	中心移動と 平面充填	海岸線の 連続性
○			

6.3.6. ジオパレット

- A) 歪みの低減と分散によりアーカイブされた多様な地図をくまなく視認性高く描けている。
- B) 長方形の図郭による特筆すべき効果は得られていない。
- C) 自由に中心設定でき、新鮮な世界観を共有できる。
- D) 海岸線が途切れず全ての陸が閉じたポリラインとなるためオンライン上で陸の色分け、色塗操作が容易にできる。

<表> 6-17：ジオパレットにおいて活用した特長

歪みの 低減と分散	長方形 の図郭	中心移動と 平面充填	海岸線の 連続性
○		○	○

7. 結論

7.1. 本研究のまとめ

本論文の結論を以下にまとめる。

第1章では世界地図についてその図法の特性和歴史を照合しながら地図の現代性に関して問題意識を設定した。その上で図法とその図法の設定の双方を考慮に入れ新しい世界地図を提案する目的を立てた。その目的を達成する評価基準は以下の四つである。

- A) ランベルト正積円筒図法のように面積の歪みが少なくかつ Dymaxion Map のように高緯度地域に歪みが偏らない。
- B) 円筒図法のように長方形であり、余白がなく図郭が地理情報を分断しない。
- C) Dymaxion Map, Lee's Projection, Quincuncial Projection のように、多方向に中心移動可能である。
- D) Dymaxion Map のように、海岸線が一切途切れない。

第2章では基準 A を満たすために使用事例が少なかった正四面体図法を採用し正四面体の展開方法を工夫することで長方形展開図を取得する考えを提示した。

さらに基準 B を満たすために図法の歪みの補正方法として球面を 96 分割し面積比を維持して地図投影を行う立体角写像を提案した。そして球面から曲面正四面体への心射投影と曲面正四面体から正四面体に正射投影（一部修正）を組み合わせた多階層写像を提案した。2つの投影を組み合わせにより線分比を補正することができる。

さらに基準 C を満たすために地図の中心移動ができる平面充填の仕組みについて提案した。平面充填した地図から新しい中心を持つ8つの世界地図を例示した。

さらに基準 D を満たすために海岸線が途切れない世界地図が得られる正四面体の頂点設定の一つを発見しその座標を示した。頂点は地球上で人間活動が少ない、人里離れた海上に配置されるように注意深く設定したが例えば頂点 3 がミサイル・人工衛星の追跡基地などに活用されていること、頂点 4 が核実験場の近傍にあることから現在の世界では遠隔地ゆえの希少価値があることもわかった。

第3章では独自の座標変換方法を提案した。また図法の投影式を算出した。

第4章では提案図法の歪みの偏り度合いを算定した。導出した投影式から面積、角歪みの最大値、距離の各種歪みを算出することで3種の歪みの偏りを算定した。同時に地点ごとに算定された値を用いて地域的な歪みの偏りを視覚化した。

第5章では提案図法を用いて視認性の高い世界地図の制作を実践した。

第6章では上記の評価基準に基づき提案図法を既存図法と比較検証した。比較検証した考察をまとめたものが表7.1である。この比較表から、個々の評価項目では提案図法を上回る図法があるものの4つの評価基準を全て満たすものは提案図法のみであることが確認できた。

<表> 7-1：提案図法と既存図法の比較

		正積性* ¹	長方形* ²	中心移動* ³	海岸線	正距性	正角性
円筒図法	メルカトル図法	×	○	△	×	×	○
	ランベルト正積図法	◎	○	△	×	×	×
	正距円筒図法	×	○	△	×	○	×
正多面体図法	Dymaxion Map	○	×	○	○	×	○
	Lee's Projection	×	×	○	×	×	○
その他の図法	Quincuncial Projection	×	○	○	×	×	○
	提案図法	○	○	○	○	×	×

*1：正積性が100%達成されているものは◎，正積性を担保しつつ歪みが局所的に残っているものを○とした。

*2：世界全体が余過分なく長方形に収めているものを○，そうでないものを×とした。メルカトル図法は極圏を省略しており厳密には世界全体を余過分なく長方形に収められていないが緯度 85 度付近までを描画しているため，実質的には○と評価して良いと判断した。

*3：中心移動できないものを X，一方向にしか中心移動できないもの△，2 方向以上に移動可能なものを○とした。

ここで 4 つの指標に含まなかった正角性と正距性の項目を表 7.1 に記述する。その正角性，正距性も含む 3 種類の総合的な歪みを比較検証するために第 6 章では微小円における局所的な面積，角歪みの最大値，距離の歪み値を算定し図 6-8 のレーダーチャートにまとめた。その結果，提案図法は面積歪みではランベルト正積円筒図法に，角歪みの最大値ではメルカトル図法に，距離の歪みでは正距円筒図法に全て劣るが 3 種のいずれの歪みも一定レベルにバランスよく留まることがわかった。また歪みの算定値を球面上にマッピングして歪みの偏りを視覚化した。これにより既存長方形図法では歪みが極地に偏るのに対し提案図法は正四面体の頂点，面を対称軸に歪みが分散していることが確認できた。ただし換言すると，既存の長方形図法は極地 2 ヶ所に歪みを閉じ込めて他地域の歪みを減らしており合理的と言え，提案図法は閉じ込めた歪みを分散したためどの地域も一定程度歪む結果になった，とも言える。

さらに 5 つの世界地図（主題図）の制作と 1 つの地図サービスの制作を通して提案図法が有する実践的な有用性を示した。表 7-2 にまとめる。

〈表〉 7-2：提案図法を活用した主題図が扱う主題の特徴

	面	線	点	歪みの 低減と分散	長方形	平面充填	海岸線の連続
世界史地図	○		○	○	○	○	
大陸移動地図	○			○	○	○	
大航海時代地図		○		○		○	○
ISSトラッキング		○		○		○	
石川直樹の軌跡		○	○	○			
ジオパレット	○		○	○		○	○

表 7-2 から 4 つの評価基準を改善した本世界地図を実践的に活用すれば、面、線、点いずれのマッピングも視認性に支障をきたさず地図制作が可能であることが確認できた。

4 つの評価基準のなかでは、歪みの低減分散よりも、平面充填に時間性を付与した活用事例に反響があった。時代を区分した世界地図を時系列に並べる手法や、地球を周回する長い軌跡を通過時間とともに一筆描きする表現手法を獲得でき評価も高かった。

こうして上記の 4 つの評価基準を満たす図法を提案し視認性の高い世界地図を提案する本研究の目的が達成されたと結論づける。

ただし本成果のうち「海岸線が途切れない」という成果は、正四面体の幾何学的対称性を地軸や赤道に合わせることなく模索し偶然に得られたものである。その代償として地図上に描かれる経緯線は複雑な曲線になる。例えばローカルタイムゾーンは経線を下地にして区分されているためメルカトル図法などの円筒図法の方が見やすい。

また上記目的を達成したとはいえ、例えばパイロットが操縦席で任意の出発地から目的地に向かう方角と距離を確認する地図にはならない。その最短ルートを直線で示すことはできない。

このように本研究の成果はあくまでも上記のような代償の下で成り立っていたり世界地図としての性能の限界を伴っている。

7.2. 今後の課題

提案図法は局所的な歪みが残存する。完全な正積性より正角性と正距性をバランスよく保つ図法を目指したからだが、換言すればなにも正しくない図法ともいえる。提案した多階層写像がもつ多様なバリエーションを作り出せる特長を活かし正積性を極めた図法や、より正角性、正距性を優先する図法を提案する課題が残されている。

本論文ではティソーの指示楕円を用いた歪みの総合的な算定方法により提案図法と三つの円筒図法を算定・比較した。三つの円筒図法は図郭が長方形かつ正積、正角、正距図法のいずれかを兼備している理由から算定対象とした。だが要件 B の長方形図郭に限定せず、正四面体図法かつ正角図法である Lee's Projection や、ほぼ正積性かつ正角性がある Dymaxion Map などの先行事例を幅広く算定し提案図法と比較する課題が残されている。

本論文では正四面体を長方形展開する方法を提案した。だが長方形化を達成する方法は円筒、正四面体の展開図以外でも可能性があり今後探求する課題が残されている。

提案図法から創出される $4:\sqrt{3}$ の長方形地図は中心を連続移動できる。しかし $1:\sqrt{3}$ の長方形地図は断続的な移動しかできず中心移動は限定的である。真に自由な世界地図の再配列を可能にするには、 $1:\sqrt{3}$ の長方形地図形式も連続移動できる仕組みを提案するなどの課題が残されている。

海岸線の連続性に関して、本論文で提示した頂点設定以外にも海岸線が途切れない世界地図を創出できる正四面体の頂点設定が存在する可能性があり探求する課題が残されている。

本論文では4つの評価基準に従い地図としての視認性を試すために実践的な主題図の作成に取り組んだ。だがその視認性を定量化したり本図法の最適な用途や最適な主題図が何かを見定める課題が残されている。

主題図制作において歪みの低減分散よりも平面充填に時間性を付与した事例が評価された。平面充填が評価基準の中でも現代性を有するかもしれないが本論文では探究しなかった。故に4つの評価基準を順位付けする、もしくは「地球儀に戻せる」など項目を追加して順位付けする課題が残されている。それによりいま世界地図に求められているものを見出せることが期待できる。

提案図法は世界地図の図法であるが、球面を長方形化するその他の技術に応用し発展させる課題が残されている。例えば全方位写真においてはパノラマ写真を改善できる可能性がある。

正多面体図法を用いた歪みの少ない長方形世界地図の提案

本論文の第1章，第2章，第5章，第6章1節，3節は，

鳴川肇（2017）

“正多面体を用いた歪みの少ない長方形世界地図図法の提案”

KEIO SFC JOURNAL, Vol 17, No. 1, pp. 208-232, 2017年10月15日発行
をもとに執筆した。

第3章，第4章，第6章2節は，

鳴川肇（2022）

“オーサグラフ図法の数式化と歪み評価”

日本地図学会 地図, Vol 60 No. 1, pp. 1-16, 2022年3月31日発行
をもとに執筆した。

謝辞

主査の中西泰人先生には5年間、投影式を導出するよう指示頂きました。図法の別案でもなく地図表現のデザイン性でもなく地図投影の専門的論文を書くよう強く推奨いただき本論文に至りました。副査の石川初先生、松川昌平先生、三次仁先生には博士論文の基礎技術、論文の構成等多くの指摘、指導をいただきました。

筆者は美術分野において透視図法を描いていた経歴から図法全般に興味を持つに至りました。そのため地図に関する知識が不足していました。そんな中で政春尋志先生には図法の数学的知識、地図分野の論文の作法、投影式導出の具体的アドバイスまで、何度も長時間に渡ってご指導いただきました。

平井正司弁理士、神津堯子弁理士は本研究の初期段階から創出したアイデアの本当の意味は何か、アイデアの全体像の構築、それを人に伝える最適な切り口、をいまでも一緒に考えて頂いています。

導出した投影式による世界地図描画は星鉄矢氏、西原理人両氏に協力頂きました。星氏は投影面修正前の図法による地図作成プログラムでも協力頂きました。門脇太一氏は本図法を用いた世界地図のグラフィック制作に協力頂きました。本論文の基礎の一つとなる論文「オーサグラフ図法の数式化と歪み評価」の査読者の方には導出した投影式を整理しさらに単純化する具体的なアドバイスをいただき、掲載する数式の形になっています。

猪原紘太氏ならびに東京カートグラフィック（株）の皆様、鎌田高造先生、三浦公亮先生、太田弘先生には、日本地図学会および国土地理院において本図法をご紹介いただき地図学との接点を作っていただきました。

四方幸子氏はこの世界地図を初めて展覧会にて展示くださいました。ほぼ同じ時期に毛利衛氏、内田まほろ氏は日本科学未来館の常設展示において提案図法を採用くださいました。

畠中実氏、山峰潤也氏、アグニシュカ・クビツカ・ジェドシュツカ氏、塚田有那氏、成田真弥氏、千葉学先生、竹村真一先生、田中学先生、伊藤弘雅氏、佐藤恵子氏、アツコ・バルー氏、今泉真緒氏、宮原裕美氏、相川直美氏、宮木朝子氏、日本デザイン振興会の皆様、フレッド・ダイスならびに Board of Randal MacDonald Award の皆様、ジル・ベルジア氏、小川絵美子氏、松村磨氏、川上

典李子氏，竹久侑氏，松澤剛氏，ギャリー・ヴィヘラー氏ほかの皆様によりこの世界地図を国内外で展示，発表する機会をいただきました。

遠藤治朗氏，市川創太氏，小阪淳氏，野老朝雄氏，寺田尚樹氏，長岡勉氏，インゴ・ギュンター氏，西野隆史氏，山元史郎氏，安西葉子氏，林裕輔氏，芦沢啓治氏，藤田央氏，ナタリー・リボリッチ氏，ゲオルグ・トレメル氏，福原志保氏には作品制作，シンポジウム，ワークショップなどを通して多くのサポート，アドバイスを頂きました。

個別にお名前を記載すると書き切れませんが慶應義塾大学 SFC の教職員の方々，鳴川研で創作と研究を共にする学生達の協力なくしてはこの論文は書き上がりませんでした。深く感謝いたします。

最後にどんな時もこれまでの私の研究活動を支えてくれた両親，姉，娘，そして最愛の妻に心から感謝いたします。

引用文献

- ¹ 日本国際地図学会編 1998. 地図学用語辞典. 増補改訂版 2刷. 218
- ² 日本国際地図学会編 1998. 地図学用語辞典. 増補改訂版 2刷. 319
- ³ 日本国際地図学会編 1998. 地図学用語辞典. 増補改訂版 2刷. 155
- ⁴ 政春 尋志 2011. 地図投影法：地理空間情報の技法. 1
- ⁵ 仙石 新 2018. 海図って何?; -その役割と未来-. 地図 56: 19-26.
- ⁶ 朝日新聞 2021. 社説 北極の利活用 観測体制の強化が先だ. 朝日新聞朝刊.
<https://digital.asahi.com/articles/DA3S14905756.html>
- ⁷ パスカル・ボニファス 2019. 第3世界の終焉と西側による力の独占の終焉.
44.
- ⁸ 朝日新聞 2017. 記事 南極から氷山分離 過去最大級 1兆トン以上
- ⁹ 仙石 新 2018. 海図って何?; -その役割と未来-. 地図 56: 19-26.
- ¹⁰ 日本国際地図学会編 1998. 地図学用語辞典. 増補改訂版 2刷. 207
- ¹¹ 政春 尋志 2011. 地図投影法：地理空間情報の技法. 64
- ¹² 政春 尋志 2011. 地図投影法：地理空間情報の技法. 67
- ¹³ 政春 尋志 2011. 地図投影法：地理空間情報の技法. 67
- ¹⁴ 政春 尋志 2011. 地図投影法：地理空間情報の技法. 62
- ¹⁵ 政春 尋志 2004. 地図投影法における誤解しやすい概念と用語. 地図
42: 6-7.
- ¹⁶ 政春 尋志 2011. 地図投影法：地理空間情報の技法. 64
- ¹⁷ Richard Buckminster Fuller 1946. Cartography. US523842A.
- ¹⁸ Edmondson AC 1987. A Fuller explanation: the synergetic geometry of
R. Buckminster Fuller. 263-265
- ¹⁹ LIFE 1943. "Life Presents R. Buckminster Fuller's Dymaxion World".
LIFE. 1 March 1943. pp. 41-55.
- ²⁰ Snyder JP 1993. Flattening the earth: two thousand years of map
projections. 266-267.

- ²¹ S. Athelstan 1986. Map puzzle having periodic tessellated structure. US 4627622
- ²² Snyder JP 1993. Flattening the earth : two thousand years of map projections. 266
- ²³ Peirce CS 1879. A Quincuncial Projection of the Sphere. American Journal of Mathematics 2 : 394-396.
- ²⁴ Snyder JP 1993. Flattening the earth : two thousand years of map projections. 136-137
- ²⁵ Snyder ẽ, 1989. John Parr Snyder • US Geological Survey • Philip M. Voxland University of Minnesota 1989. An album of Map Projections. : 190-191.
- ²⁶ Alfred Fuchs 1948. Package Material Having a Strip on One Side and Covering Tapes on the Other Side. 822343.
- ²⁷ D. Schattschneider and W. Walker 1977. M.C.Escher カライドサイクル. 17
- ²⁸ D. Schattschneider and W. Walker 1977. M.C.Escher カライドサイクル. 10
- ²⁹ 政春 尋志 2014. 「正距図法」の定義と正積・正角等の性質との関係について. 地図 52 : 30-31.
- ³⁰ 野村 正七 1983. 地図投影法. : 16, 447.
- ³¹ 日本国際地図学会編 1998.: 地図学用語辞典. 増補改訂版 2 刷. 168
- ³² 政春 尋志 2006. 正角図法の意義と利用法. 地図 44 : 1-8.
- ³³ (株) 彰国社 1993. 建築大辞典 第 2 版. : 1729.
- ³⁴ 下中直人 1988. 世界大百科事典.1.264
- ³⁵ 政春 尋志 2011. 地図投影法 : 地理空間情報の技法 . 78
- ³⁶ 政春 尋志 2011. 地図投影法 : 地理空間情報の技法 . 144
- ³⁷ 政春 尋志 2011. 地図投影法 : 地理空間情報の技法 . 147
- ³⁸ 鳴川 肇 2016. Chronomap 4700. WRO Art Center, Eco Expanded City.
- ³⁹ 水村光男 1991. 世界史のための人名辞典. 320

- ⁴⁰ 木村靖二ほか 2007. 詳説世界史 改訂版. 山川出版社.
- ⁴¹ Jeremy Black 2001. Atlas of World History, 世界史アトラス. 68-69
- ⁴² 鳴川 肇 2012. Chronomap 4700. 映像にまつわる冒険・みえない世界のみ
つめ方」展. 東京都写真美術館
- ⁴³ 学研教育出版 2013. Chronomap 4700.くらべてみる地図帳. 学研教育出版
- ⁴⁴ 鳴川 肇 2014. 世界史テーブル, solaé art gallery project vol.6. 東京エ
レクトロン+博報堂
- ⁴⁵ Ron Blakey 2006. Paleo Geographic Maps. Emeritus NAU Geology
- ⁴⁶ 海保 邦夫 1992. 大量絶滅(用語解説). 地球科学 46:243-245.
- ⁴⁷ Alvarez LW・Alvarez W・Asaro F・Michel HV 1980. Extraterrestrial cause
for the Cretaceous-Tertiary extinction. Science 208:1095-1108.
- ⁴⁸ 佐藤和弘 2008. 生命と地球 II -総論として生命の多様性. 青森公立大学紀要
14:23-38.
- ⁴⁹ 酒井 治孝・今山 武志・吉田 孝紀朝日 克彦 2017. ヒマラヤのテクトニク
ス. 地質学雑誌 123:403-421.
- ⁵⁰ プロトタイプ展実行委員会 2011. プロトタイプ 03. 六本木ミッドタウン・
デザインハブ
- ⁵¹ 鳴川 肇 2012. Chronomap 4700. 映像にまつわる冒険・みえない世界のみ
つめ方」展. 東京都写真美術館
- ⁵² 学研教育出版 2013. Chronomap 4700.くらべてみる地図帳. 学研教育出版
- ⁵³ 鳴川 肇 2016. Chronomap 4700. WRO Art Center, Eco Expanded City
- ⁵⁴ 全国歴史教育研究協議会編 2018. 世界史用語集 改訂版.: 149.
- ⁵⁵ Jeremy Black 2001. Atlas of World History, 世界史アトラス. 80-81
- ⁵⁶ 全国歴史教育研究協議会編 2018. 世界史用語集 改訂版.: 149.
- ⁵⁷ Jeremy Black 2001. Atlas of World History, 世界史アトラス. 80-81
- ⁵⁸ 全国歴史教育研究協議会編 2018. 世界史用語集 改訂版.: 236.
- ⁵⁹ 学研プラス 2012. 第1巻 ユニーク地図で見る日本と世界の姿/
くらべて見る地図帳.

- ⁶⁰ 鳴川 肇 2013. Chronomap 4700. デザインタイド・デザインフォーカス展. 東京ミッドタウンホール
- ⁶¹ 鳴川肇 2009. ISS Long Term Tracking, OPEN SPACE 2009 MISSION G. NTT インターコミュニケーションセンター
- ⁶² 石川直樹 2019. この星の光の地図を写す. : 8.
- ⁶³ 石川直樹 2016. 水戸芸術館現代美術センター企画展「この星の光の地図を写す」
- ⁶⁴ 石川直樹 2019. 東京オペラシティアートギャラリー企画展「この星の光の地図を写す」
- ⁶⁵ 石川直樹 2019. この星の光の地図を写す.
- ⁶⁶ <https://geopalette.jst.go.jp/>
- ⁶⁷ Ars Electronica Center 2012. Geo Scope. Big Picture 展. Ars Electronica Center
- ⁶⁸ Snyder JP 1993. Flattening the earth : two thousand years of map projections. 137
- ⁶⁹ 政春尋志 2011. 地図投影法 : 地理空間情報の技法 . 67
- ⁷⁰ 政春尋志 2011. 地図投影法 : 地理空間情報の技法 . 67
- ⁷¹ 政春尋志 2011. 地図投影法 : 地理空間情報の技法 . 61