

論文審査の要旨および学識確認結果

報告番号	甲／乙第 号	氏 名	大鳥羽 暢彦
論文審査担当者：	主査	慶應義塾大学教授	博士（理学） 井関 裕靖
	副査	慶應義塾大学教授	理学博士 下村 俊
		慶應義塾大学准教授	博士（理学） 亀谷 幸生
		慶應義塾大学准教授	博士（数理科学） 勝良 健史
(論文審査の要旨) 学士（理学）、修士（理学）大鳥羽暢彦君提出の学位請求論文は、「Uniqueness and multiplicity of constant scalar curvature metrics（スカラー曲率一定計量の一意性と多重性）」と題し、全5章から成っている。 1960年に山辺英彦により提起された「山辺の問題」が Aubin、Schoen 等の努力により 1980 年代に解決され、コンパクトな Riemann 多様体の各共形類にスカラー曲率が一定な計量が存在することが明らかになった。しかし、各共形類におけるスカラー曲率一定計量について、その一意性は成り立つのか、成り立たないとするどのくらいのスカラー曲率一定計量が存在するのか等の基本的な問題については、現在も多くは知られておらず、活発な研究が続けられている。本論文において、著者は、Hirzebruch 複素曲面およびある条件を満たす等質空間上の球面束にスカラー曲率一定計量の族を構成し、それらの計量の族の幾何学的な性質や挙動を詳細に論じている。とくに、Hirzebruch 複素曲面上にはいくらかでも多くのスカラー曲率一定計量を含む共形類が存在することを明らかにし、共形類内のスカラー曲率一定計量の存在と分布に関する新たな知見を与えている。 第1章は序章であり、スカラー曲率一定計量の存在に関する既存の研究を概観し、本論文の主定理および構成について述べている。 第2章では、等質空間 G/H 上に G の線形表現を用いて構成される球面束の上にスカラー曲率一定計量の族を構成している。これらの計量は、球面束の底空間への射影が Riemann 沈め込みで、各ファイバーが全測地的になっているという点で、この球面束の束構造を尊重した計量となっている。一般に、共形類内のスカラー曲率一定計量は非線形偏微分方程式の解として得られるが、この構成においては、多様体のもつ対称性を巧みに用いて問題を常微分方程式に帰着している。 第3章では、ラプラシアン可換な沈め込み写像による偏微分方程式の簡約手法についてまとめている。前述のように、共形類内のスカラー曲率一定計量は非線形偏微分方程式の解として与えられるが、この方程式はソボレフ埋め込みの臨界指数が現れる変分問題の第1変分として導かれる。解の存在および解の一意性・多重性に関わる解析の困難はこの指数の臨界性に由来している。ラプラシアン可換な写像による簡約法は、この変分問題を低い次元の多様体上の劣臨界な指数が現れる変分問題へと帰着させる手法で、本論文の後半で重要な役割を果たす。 第4章では、第3章で述べた手法を用いて、共形類内のスカラー曲率一定計量の一意性および多重性に関する既存の成果を整理している。 第5章では、第2章で構成した計量の族の特殊な場合として、Hirzebruch 複素曲面上のスカラー曲率一定計量について精密な解析を行っている。まず、この Hirzebruch 複素曲面上の計量の族を、余等質性が1の Lie 群の作用に注目することにより、第2章とは異なる視点から捉え直し、具体的な計量の表示を与えている。この表示を用いることにより、種々の曲率汎関数の値の決定にも成功している。さらに、この計量の族に第3章、第4章で述べた手法を適用し、共形類内のスカラー曲率一定計量の個数の評価を与えている。この評価により、Hirzebruch 複素曲面上には、いくらかでも多くのスカラー曲率一定計量を含む共形類が存在することが導かれる。 このように、本論文は、具体的な計量の族の構成を通じて得られた、コンパクト多様体上の共形類内のスカラー曲率一定計量の一意性および多重性に関する新たな成果をまとめたものであり、その成果はこの分野のさらなる発展に寄与するところが少なくない。よって、本論文の著者は博士（理学）の学位を受ける資格があるものと認める。			
学識確認結果	学位請求論文を中心にして関連学術について上記審査会委員で試問を行い、当該学術に関し広く深い学識を有することを確認した。 また、語学（英語）についても十分な学力を有することを確認した。		