

学位論文 博士（工学）

エネルギー整形による
システムの動力学的特性を利用した
倒立振子型移動体の非線形制御

2013年3月

慶應義塾大学大学院理工学研究科

横 山 和 人

エネルギー整形によるシステムの動力的特性を利用した 倒立振子型移動体の非線形制御

論文要旨

次世代移動支援技術などに応用されている倒立振子型移動体 (MIP: Mobile Inverted Pendulum) の安定化・走行制御系設計を行う．特にシステムのエネルギー状態の整形および 2 つの動力的に特性に着目する．1 つは物理システムが本来有する運動に伴うエネルギー減衰特性である受動性, もう 1 つは MIP の不安定性である．制御理論は **Interconnection and Damping Assignment Passivity-Based Control (IDA-PBC)** を用い, 安全性を考慮した非線形な制御特性を付与した．提案するいずれの制御系もエネルギー整形の自由度を利用した状態量依存のゲイン特性を有し, MIP の状態を指定範囲内に制限するとともに, 転倒に近づくとき積極的に目標状態へ復帰させる．本論文の構成は以下の通りである．

第 1 章では, 本論文の背景を述べた．

第 2 章では, MIP と類似するシステムである台車型倒立振子に IDA-PBC を適用し, 制御性能を検証した．エネルギー整形に基づく制御は広範囲な状態に対する安定性保証などの利点がある反面, 過渡応答が遅くなる傾向があるといわれる．本章では従来用いられなかったエネルギー整形の自由度を利用することにより, 過渡応答の速さと引き込み領域の大きさを両立可能であることを示し, MIP に IDA-PBC を応用することの妥当性を確認した．

第 3 章では, MIP を指定した位置に倒立状態で停止させる安定化制御について述べた．劣駆動システムの MIP に IDA-PBC を適用する場合, 非線形偏微分方程式を解く必要があり, 一般的に困難を伴う．MIP に対してはこれが解けることを示して制御系を導出し, 併せて安定性を保証する制御系パラメータの視覚的選択法を示した．第 2 章の知見に基づき制御系を調整し, シミュレーションと実機実験により提案制御系の有効性を示した．

第 4 章では, 運転者からの指令に対して力学的な不安定性を利用しつつ MIP を加減速させる走行制御について述べた．MIP が前方または後方に倒れ込み, 定常状態となるように制御されるとき, 動力的釣り合いから間接的に並進方向加速度も一定となる．本章では車輪の状態量を消去した MIP のダイナミクスを解析することで, これが全駆動システムの枠組みで非線形偏微分方程式を解かずに IDA-PBC を適用可能な構造を有することを示した．導出した制御系は車体角度のみに着目するものであるが, 加減速指令に応じて故意に MIP を倒れ込ませることで並進方向加速度を制御した．シミュレーションと実機実験により提案制御系が有効に機能することを示した．

第 5 章では車体重心移動機構を追加した MIP に対する走行制御について述べた．本システムは民間で実車開発が進む一方, 静力学的な平衡点近傍での安定性を保証する線形制御を用いた従来研究が少数存在するのみである．本章では新しい自由度が追加された MIP に対しても第 4 章で提案した制御系導出方法が拡張可能であることを示した．倒れ込みと車体重心移動を併用する不安定化により MIP を加減速させる走行制御系を提案し, シミュレーションと実機実験により有効性を示した．

最後に第 6 章では, 本論文の結論を述べた．

Dynamics-Based Nonlinear Control with Energy Shaping for Mobile Inverted Pendulum

SUMMARY OF Ph.D. DISSERTATION

In this dissertation, stabilizing and driving nonlinear controllers for a mobile inverted pendulum (MIP) are proposed. The key idea of the controllers is based on energy shaping and two dynamical properties of the MIP. The one is passivity, which is the inherent property of energy dissipation of physical systems in motion, and the other is dynamical instability. Especially, interconnection and damping assignment passivity-based control (IDA-PBC) is applied and the way of energy shaping to enhance the safety of the MIP is shown. All of the proposed controllers have state-dependent gain properties. They stabilize and drive the MIP theoretically restricting the states in a predefined region and actively recover the system back to desired states. The contents of this dissertation are as follows.

Chapter 1 describes the introduction and the motivation of this study.

In chapter 2, performance of IDA-PBC is verified. It is applied to a cart-inverted pendulum which has similar dynamics to the MIP. Although controllers based on energy shaping can guarantee a large domain of attraction, transient responses tend to be slow in general. Utilizing free parameters which are not focused on in previous studies, IDA-PBC is shown to be able to achieve both of fast transient responses and a large domain of attraction. Validity of applying IDA-PBC for the MIP is decided based on the results.

In chapter 3, the stabilizing controller for the MIP is designed. Nonlinear partial differential equations (PDEs) must be solved when IDA-PBC is applied for an underactuated system like the MIP. This is difficult task in general. The PDEs are shown to be solved for the MIP and the controller is derived. A graphical way of selecting controller parameters to guarantee stability is also proposed. With appropriate tuning based on the knowledge obtained in chapter 2, the proposed nonlinear controller shows performance which is superior to a typical linear controller.

In chapter 4, the driving controller to track a reference translational acceleration utilizing instability is proposed. When the body angle is controlled to be inclined steadily, the acceleration becomes constant due to the dynamic equilibrium. The dynamics of the MIP focusing on the body angle is shown to have an appropriate structure to derive the IDA-PBC controller without solving the PDEs. Although it focuses only on the body angle, the MIP is driven with destabilization. Effectiveness of the controller is verified in simulations and experiments.

In chapter 5, the MIP is extended introducing a slider mechanism for the center of gravity of the body and the driving controller is designed. Previous studies on the extended MIP use linear controllers which guarantee stability in the neighborhood of the static equilibrium. This study extends the controller design procedure in chapter 4 to the new system. Effectiveness of accelerating with intentional inclining and sliding body is shown in simulations and experiments.

Chapter 6 describes the conclusion of this dissertation.

目次

目次	i
図目次	iv
表目次	vi
第 1 章 序論	1
1.1 次世代個人用移動技術としての倒立振子型移動体	2
1.1.1 モビリティと都市・環境・エネルギー問題	2
1.1.2 超小型モビリティの導入による問題解決	2
1.1.3 倒立振子型移動体の種類・特徴	3
1.2 倒立振子型移動体に関する従来研究	4
1.2.1 安定化制御	6
1.2.2 静力学的に安定な状態を目標とした走行制御	6
1.2.3 動力学的に安定な状態を目標とした走行制御（不安定性を利用した走行制御）	7
1.3 従来研究の課題と問題点の整理	7
1.4 本論文の目的と指針	8
1.5 本論文の指針の実現方法	8
1.6 本論文の全体構成	9
第 2 章 エネルギー整形非線形制御の制御性能の検証（台車型倒立振子を対象とした検証）	13
2.1 緒言	14
2.1.1 エネルギー整形と受動性を利用した制御手法と台車型倒立振子への適用事例	14
2.1.2 本章の目的	15
2.2 port-Hamiltonian システム	16
2.2.1 PH システムと受動性	16
2.2.2 機械システムの PH システム表現	16
2.3 IDA-PBC 制御理論	17
2.4 台車型倒立振子の運動方程式とフィードバック部分線形化	21
2.4.1 台車型倒立振子の運動方程式	21
2.4.2 運動方程式の部分線形化	22
2.5 制御系設計	23
2.5.1 あるクラスの劣駆動機械システムに対する PDE の手続き的解法（Acosta らの方法 ^[92] ）	23
2.5.2 安定性保証のための条件の確認	24
2.5.3 安定性保証のための条件の可視化	25
2.5.4 IDA-PBC 制御入力 of 導出	28
2.5.5 引き込み領域の導出	29
2.6 シミュレーション	30
2.6.1 運動エネルギー整形による過渡応答への影響の検証	31
2.6.2 引き込み領域の比較	31
2.6.3 適切な制御系パラメータによる過渡応答の性能と引き込み領域の両立	32
2.7 結言	33
第 3 章 エネルギー整形非線形制御による倒立振子型移動体の安定化制御	34
3.1 緒言	35
3.2 倒立振子型移動体の運動方程式	38

3.3 制御系設計	39
3.3.1 制御系導出のための PDE の簡単化	39
3.3.2 運動エネルギーに関する PDE の解	41
3.3.3 ポテンシャルエネルギーに関する PDE の解	42
3.3.4 IDA-PBC 制御入力 of 導出	42
3.4 制御系パラメータの設計と引き込み領域の導出	43
3.4.1 安定性保証条件の定式化	43
3.4.2 安定性を保証する制御系パラメータの領域表示による視覚的設計法	44
3.4.3 引き込み領域の導出	45
3.5 シミュレーション	48
3.6 安定化制御実験	48
3.6.1 実験装置	48
3.6.2 実験条件	49
3.6.3 実験結果および考察	51
3.7 結言	53
第 4 章 エネルギー整形と不安定性を利用した倒立振子型移動体の走行制御	54
4.1 緒言	55
4.2 走行制御系設計のための PH システムの導出	57
4.2.1 不安定性と並進方向加速度の関係	57
4.2.2 車体角度に着目した PH システムの導出	57
4.3 制御系設計	58
4.3.1 IDA-PBC 制御系の定式化と安定性保証条件	58
4.3.2 所望のエネルギー関数設計例と安定性保証範囲	60
4.3.3 車体角度を指定範囲内に制限するエネルギー関数の設計	61
4.4 シミュレーション	64
4.5 走行制御実験	65
4.5.1 摩擦補償入力	65
4.5.2 実験結果および考察	66
4.6 結言	68
第 5 章 車体重心移動機構を有する倒立振子型移動体のエネルギー整形と不安定性を利用した走行制御	69
5.1 緒言	70
5.2 運動方程式の導出および不安定化と並進方向加速度の関係	73
5.2.1 運動方程式の導出	73
5.2.2 不安定性と並進方向加速度の関係	75
5.3 車体角度と車体重心移動距離に着目した PH システムの導出	76
5.4 制御系設計	78
5.4.1 IDA-PBC 制御系の定式化と安定性保証条件	78
5.4.2 車体角度と車体重心移動距離を指定範囲内に制限するエネルギー関数の設計	78
5.5 シミュレーション	82
5.5.1 シミュレーション条件	82
5.5.2 検証結果および考察	82
5.6 走行制御実験	84
5.6.1 実験装置	84
5.6.2 実験条件	86
5.6.3 摩擦補償入力	86

5.6.4 実験結果および考察	88
5.7 結言	97
第6章 結論	98
6.1 理論的観点	99
6.2 実用的観点	100
6.3 総括	101
6.4 今後の展望	102
参考文献	104
謝辞	112
付録	114
A 3章の付録	114
A.1 倒立振子型移動体が PDE の手続き的解法 ^[92] の前提条件を満たさないことについて	114
A.2 非線形偏微分方程式の簡単化について ^{[90][91]}	114
A.3 零状態可検出性の証明	115
A.4 実機のコンポーネントの詳細なスペック	118
A.5 提案制御系の外乱に対するロバスト性の理論的な考察（有限ゲイン L_2 安定性）	118
B 4章の付録（提案手法の多自由度系への拡張に関する考察）	119
C 5章の付録	120
C.1 比較対象の IDA-PBC 制御系の数式の詳細	120
C.2 実機のコンポーネントの詳細なスペック	121
C.3 摩擦補償入力生成のための外乱オブザーバの設計	121
著者論文目録	123

图目次

Figure 1.1	Ultra small vehicles	2
Figure 1.2	Standing type mobile inverted pendulums	3
Figure 1.3	Sitting type mobile inverted pendulums	3
Figure 1.4	Driving control with statically stable reference body angle	5
Figure 1.5	Driving control utilizing instability (with statically unstable reference body angle).....	5
Figure 1.6	Outline of IDA-PBC (an example of the single pendulum)	9
Figure 1.7	Overview of this thesis	12
Figure 2.1	Procedure to derive the IDA-PBC controller for the cart-inverted pendulum	19
Figure 2.2	Diagram of the cart-inverted pendulum.....	21
Figure 2.3	Graphical representation of the assumptions	26
Figure 2.4	Block diagram of the IDA-PBC stabilizing controller for the cart-inverted pendulum.....	27
Figure 2.5	Properties of T_γ and T_M	29
Figure 2.6	Regulator performance the IDA-PBC controllers of Cases 1 and 2	30
Figure 2.7	Regulator performance of IDA-PBC and LQR from $q_1 = 0.1$ rad.....	31
Figure 2.8	Regulator performance of IDA-PBC from the edge of the domain of attraction.....	32
Figure 3.1	Concept of the stabilizing control for the MIP with IDA-PBC	35
Figure 3.2	Procedure to derive the IDA-PBC stabilizing controller for the MIP.....	35
Figure 3.3	Experimental mobile inverted pendulum	36
Figure 3.4	Diagram of the mobile inverted pendulum.....	37
Figure 3.5	Block diagram of the IDA-PBC stabilizing controller for the MIP	41
Figure 3.6	Region of controller parameters which guarantee stability	45
Figure 3.7	Relation between the domain of attraction and the regions of controller parameters.....	45
Figure 3.8	Regulator performance of IDA-PBC and LQR	47
Figure 3.9	Regulator performance of IDA-PBC from the edge of the domain of attraction.....	47
Figure 3.10	Regulator performance of IDA-PBC with the large domain of attraction parameters.....	47
Figure 3.11	Friction compensation inputs.....	49
Figure 3.12	Equipment for adding disturbance.....	49
Figure 3.13	Experimental results with small disturbance in Case 1	50
Figure 3.14	Experimental results with medium disturbance in Case 2	50
Figure 3.15	Experimental results with large disturbance in Case 3	50
Figure 3.16	Enlarged results of the experiment in Case 3	51
Figure 3.17	Successive pictures of the experiment with IDA-PBC in Case 3	52
Figure 3.18	Successive pictures of the experiment with LQR in Case 3	52
Figure 4.1	Concept of the driving control for the MIP with IDA-PBC	55
Figure 4.2	Procedure to derive the IDA-PBC driving controller for the MIP.....	55
Figure 4.3	Relation between the body angle and translational acceleration	56
Figure 4.4	Gain property of $K_{pv}(q_1, q_{1ref})$ ($q_{1ref} = 0.30$ rad, $q_{1l} = 0.60$ rad and $K_p = 1$)	60
Figure 4.5	Block diagram of the IDA-PBC driving controller for the MIP	60

Figure 4.6	Tracking for a constant reference body angle.....	62
Figure 4.7	Tracking for a constant reference body angle from the edge of the domain of attraction	62
Figure 4.8	Tracking for a varying reference body angle.....	63
Figure 4.9	Friction compensation inputs with Karnopp model.....	65
Figure 4.10	Successive pictures of the experiment Case 1 (maximum $ q_{1ref} = 0.1$ rad)	66
Figure 4.11	Time histories of the experiment Case 1 (maximum $ q_{1ref} = 0.1$ rad).....	66
Figure 4.12	Successive pictures of the experiment Case 2 (maximum $ q_{1ref} = 0.2$ rad)	67
Figure 4.13	Time histories of the experiment Case 2 (maximum $ q_{1ref} = 0.2$ rad)	67
Figure 5.1	Concept of the driving control for the MIP with the slider mechanism with IDA-PBC.....	70
Figure 5.2	Procedure to derive the IDA-PBC driving controller for the MIP with the slider mechanism	70
Figure 5.3	Diagram of the mobile inverted pendulum with the slider mechanism	71
Figure 5.4	Experimental setup of the MIP with the slider mechanism	72
Figure 5.5	Relationship between instability and translational acceleration	75
Figure 5.6	Block diagram of the IDA-PBC driving controller for the MIP with the slider mechanism	77
Figure 5.7	Numerical calculation of the range of $\mathbf{q}_L$ where $\mathbf{M}_L$ is positive define	79
Figure 5.8	Comparison of the IDA-PBC controllers for the systems with or without the slider mechanism	80
Figure 5.9	Tracking for constant reference states from the edge of the domain of attraction.....	80
Figure 5.10	Simulation results of the driving control with the 4 cases of the reference body angles	81
Figure 5.11	Actuators and decelerators for the wheels of the experimental mobile inverted pendulum	84
Figure 5.12	Slider mechanism of the experimental mobile inverted pendulum	84
Figure 5.13	Original reference signal for the experiments	85
Figure 5.14	Experimental results of the driving control of Case 1	91
Figure 5.15	Experimental results of the driving control of Case 2	92
Figure 5.16	Experimental results of the driving control of Case 3	93
Figure 5.17	Experimental results of the driving control of Case 4 (with the fixed slider).....	94
Figure 5.18	Time histories of the control inputs in the experiments.....	95
Figure 5.19	Time histories of acceleration of the center of mass of the sliding body.....	96
Figure 6.1	Concept of simultaneous stabilizing and obstacle avoidance control utilizing energy shaping	103

表目次

Table 1.1	Specifications of the typical mobile inverted pendulums.....	4
Table 2.1	Parameters of the cart-inverted pendulum	21
Table 2.2	Three cases of parameters of the IDA-PBC controllers	29
Table 2.3	Domains of attraction of the pendulum angle	32
Table 2.4	Feedback gain of the LQR controller.....	32
Table 3.1	Parameters of the mobile inverted pendulum.....	37
Table 3.2	Parameters of the IDA-PBC controller with fast transient performance.....	46
Table 3.3	Parameters of the IDA-PBC controller with the large domain of attraction	46
Table 4.1	Parameters of the friction compensation inputs	65
Table 5.1	Parameters of the mobile inverted pendulum with the slider mechanism.....	71
Table 5.2	Maximum absolute acceleration of the center of mass of the sliding body in the simulations	83
Table 5.3	Parameters of the mobile inverted pendulum with the slider mechanism in the experiments.....	85
Table 5.4	Three cases of the parameters of the reference signals for the experiments	85
Table 5.5	Comparison of the values of the control inputs in the experiments	89
Table 5.6	Maximum absolute acceleration of center of mass of the sliding body in the experiments	89
Table A.1	Parameters of the actuator (maxon, RE25).....	117
Table A.2	Parameters of the encoder (maxon, Encoder MR Type ML).....	117
Table A.3	Parameters of the gyro sensor (SILICON SENSING SYSTEMS, CRS03-04).....	117
Table C.1	Parameters of the actuator (maxon, RE35).....	121
Table C.2	Parameters of the encoder (maxon, HEDS 5540).....	121
Table C.3	Parameters of the attitude measurement unit (Sumitomo Precision Products, AMU-1802A).....	121

第 1 章

序論

1.1 次世代個人用移動技術としての倒立振子型移動体

1.1.1 モビリティと都市・環境・エネルギー問題

国際連合の予測によると、2030年には世界の人口の60%^[1]、2050年には70%^[2]が都市に集中するといわれる。また、現代では世界のエネルギーの75%は都市部で消費されるといわれる^[3]。都市は世界の陸地面積の約2%であることから、将来、世界中の大部分の人や物がいかに特定の地域や場所に集中するかがわかる。

一方、人や物の移動手段として必要不可欠なものの1つとして自動車があり、将来は自動車も都市に集中することが予想される。従来の自動車は100 km/h以上の速度で走行可能であり、給油なしでの航続距離が500 kmのものもある。乗用車は定員が4,5名で荷物を積み込むことも想定していることから、重量は運転者の20倍以上となる。しかし現在、自動車の都市部における平均時速は約30 km/hであり、密集した都市中心部では16 km/hを下回る場合もある^[4]とされる。統計的に自動車の平均乗員数は1~2名であり^{[3][5]}、2020年には日本の全都道府県で単独世帯の割合が最大となる見込み^[6]であることから、今後自動車の平均乗員数が増加する可能性は低いと考えられる。また、アメリカでは1日の典型的な走行距離は約40 kmといわれる^[3]。日本では走行距離はさらに短く、10 km以内が約6割を占めるという調査結果がある^[5]。さらに普通自動車は90%以上の時間は駐車されている上、駐車には15~30 m²という比較的広い敷地を必要とする。

これらを総合的に考えると、将来的に駐車スペースを目的として都市が拡大し、それが不必要な移動距離の増大へとつながり、無駄なエネルギー消費を生むことが懸念される。その移動に使用する自動車自体も、従来のものは都市部での使用においては定員、走行速度や航続距離の観点から過剰装備、過剰性能であり、無駄なエネルギー消費が非常に多くなる。さらに都市の拡大は中心市街地へのアクセスの悪化の原因となるなど、高齢者の移動に伴う身体的負担や外出機会の減少につながる。世界的に高齢化が進行しており、2025年には中国で2億9000万人が60歳代となる予測である^[3]。これは現在のアメリカの人口に匹敵する規模である。日本では2035年に日本の人口の3人に1人が65歳以上の高齢者になると予測されている^[7]。高齢者を含めた人々が暮らしやすい都市を適切にデザインすること、および無駄なエネルギー消費をなくして持続可能な世界を実現することには、自動車などの移動手段のデザインが深く関わってくる^[8]。これを実現する手段として、次項で述べる超小型モビリティの研究・開発が世界的に進んでいる。

1.1.2 超小型モビリティの導入による問題解決

日本では国土交通省により超小型モビリティの車両区分が検討されており、2012年6月にガイドラインが発表された^[5]。そこでは超小型モビリティを「自動車よりコンパクトで小回りが利き、環境性能に優れ、地域の手軽な移動の足となる1~2人乗り程度の車両」と定義している。これにより、国として



© トヨタ車体
(a) coms



© 日産自動車
(b) NISSAN New Mobility Concept



© 本田技研工業
(c) Honda Micro Commuter Prototype^[9]

Figure 1.1 Ultra small vehicles



Figure 1.2 Standing type mobile inverted pendulums



Figure 1.3 Sitting type mobile inverted pendulums

エネルギー消費を抑制した低炭素化，都市や地域の新たな交通手段の導入，高齢者の移動支援などの効果や社会便益を産み出すことを目指している．日本で開発中の超小型モビリティの例としては，Figure 1.1 に示すトヨタ車体の *coms*，日産自動車の *NISSAN New Mobility Concept* および本田技研工業の *Honda Micro Commuter Prototype* などが挙げられる．これらは全て4輪車両で車道の走行を想定しており，電気駆動である．

アメリカでは1998年に運輸省全国高速道路交通安全局 (National Highway Traffic Safety Administration) が時速 25 マイル以下で走行する低速電気自動車の区分として近隣用 EV (NEV: Neighborhood Electric Vehicles) を設けている．近年は MIT (Massachusetts Institute of Technology) の Media Lab が NEV の考え方をさらに進めた USV (Ultra Small Vehicle) を提案している．USV のコンセプトとして定員 2 名，車体重量 450 kg 以下，全長 2.5 m 未満および電気駆動であることなどを掲げており，実証機体としては4輪車両の *City Car*^[3] を発表している．

以上のように，近年は産学官ともに世界が直面している環境・エネルギー問題を解決する手段の1つとして超小型モビリティに着目する動きが活発化している．

1.1.3 倒立振子型移動体の種類・特徴

4 輪の超小型モビリティよりもさらに小型化を目指し，個人使用の手軽さの特長を強化したものとして倒立振子型移動体 (MIP: Mobile Inverted Pendulum) がある．MIP の代表例としては Segway 社の Segway PT (Personal Transporter) やトヨタ自動車の Winglet が挙げられる．これらは並列に配置された 2 つの車輪で走行するため，4 輪車両に比べて占有面積が小さく，その場回転も可能で旋回性が良い．一方，2 輪のみで支持された車体は力学的に不安定であることから，倒立状態を維持するように車輪の回転が自動的に制御される仕組みとなっている．MIP には Figure 1.2 と Figure 1.3 に示すように，大きく分けて立ち乗り式と着座式の 2 種類がある．Figure 1.2 に示す Segway PT と Winglet は立ち乗り式で，車体は常に

Table 1.1 Specifications of the typical mobile inverted pendulums

Type	Standing		Sitting		
MIP	Segway PT i2 ^[14]	Winglet ^[11]	MOBIRO ^[12]	P. U. M. A. ^[17]	EN-V ^[18]
Weight [kg]	47.7	9.9 ~ 12.3	150	136	210
Top Speed [km/h]	20	6	6	40 ~ 56	40
Cruising Distance [km]	38	10	20	40 ~ 56	40

倒立状態を保つように制御が行われる。運転者は体重を前後に移動させて倒れ込むことで車体を不安定化させ、それに伴い制御系が車体を倒立状態に戻そうとして車輪を前後に回転させることで走行が達成される。従って立ち乗り式の MIP は超小型モビリティの 1 つであることに加え、力学的に安定な 4 輪車両にはない直感的な操縦感が特長である。なお Segway PT i2 の最高時速は 20 km、車体重量は 47.7 kg である^[14]。Winglet の最高時速は 6 km、1 時間の充電で 5 ~ 10 km を走行可能であり、車体重量は 9.9 ~ 12.3 kg (3 タイプあり異なる)、占有面積は A3 用紙ほどのサイズである。

立ち乗り式の MIP は運動能力が低下した高齢者などの人々には使用が難しいことや、走行距離が長くなる場合の快適性の観点からは不利な点を有することから、Figure 1.3 に示す着座式のものも提案されている^{[15][16]}。代表例としてはトヨタ自動車が 2007 年に発表した MOBIRO や、Segway 社と GM (General Motors) が共同で開発し、2009 年に公開された P. U. M. A. (Personal Urban Mobility and Accessibility) が挙げられる。これらにはシートを含めた車体が前後に移動するように制御される車体重心移動機構が搭載されており、立ち乗り式 MIP では必要であった運転者の体重移動を用いることなく走行が可能である。立ち乗り式 MIP の利点である倒れ込みによる直感的な操作がない反面、幅広い人々が利用可能であり、走行距離が長い場合でも快適性を保ちやすい利点がある。MOBIRO は定員 1 名、最高時速は 6 km、充電時間は 1 時間で約 20 km を走行可能である^[12]。P. U. M. A. は最高時速 40 ~ 50 km を目指した MIP であり、車道での走行を想定している。試作機は 1 回の充電で走行距離が約 40 km である^[17]。2010 年の上海万博において両社は P. U. M. A. をさらに発展させ、2030 年の移動手段を想定した EN-V (Electric Networked Vehicle) と呼ばれる MIP も発表した^[18]。参考として、以上に述べた各 MIP の仕様を Table 1.1 に示す。

MIP はその旋回性と占有面積の小ささから歩行者との親和性が高く、2011 年に日本では茨城県つくば市でロボット特区実証実験推進協議会がモビリティロボット実験特区を設け、Segway PT などの公道走行の認可を目指した検証を開始している。MOBIRO はこれまで商業施設、空港や病院などの屋内において実証実験が行われている。また、海外では既に Segway PT による車道の走行が法的に認められている国もある。MIP は他にも様々な応用がなされており、2 輪ではなく 1 輪で走行する本田技研工業の U3-X などもある。人が搭乗しない自律移動ロボットの移動方式として MIP を採用したものも数多くある^[19]。日立製作所の EMIEW^{[20][21][22]}、人型の上半身を MIP に取り付けた NASA (National Aeronautics and Space Administration) の Robonaut^[23] や、MIP 型の移動型マニピュレータへ応用した研究^{[24][25][26]} などが挙げられる。以上のように、MIP は次世代の移動手段の 1 つとして研究開発が世界的に進められている。

1.2 倒立振子型移動体に関する従来研究

MIP が他の移動体と異なる特徴は、運用の前提条件として倒立状態を維持するための制御が要求されることである。従っていかに安全に車体を安定化制御するかということ、その上でいかに安全に走行制御を達成するかということに関する研究が数多く存在する。ここで本論文における安定化制御と走行制御を次に定義する。

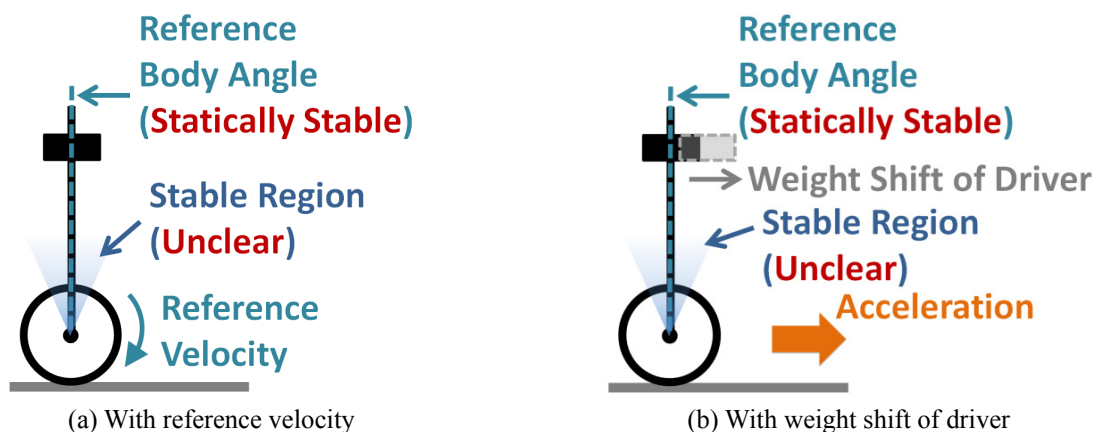


Figure 1.4 Driving control with statically stable reference body angle

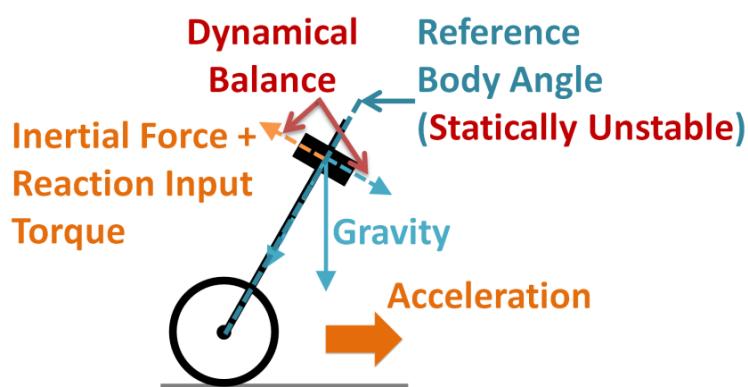


Figure 1.5 Driving control utilizing instability (with statically unstable reference body angle)

安定化制御

倒立状態へと MIP の車体角度を収束させて停止状態にすることを指す。同時に MIP の位置（車輪回転角度）も指定した場所に収束させて停止させる場合も含める。

走行制御

MIP が転倒しないように制御しつつ、所望の走行速度もしくは加速度へ追従させることを指す。

本論文は MIP の運動を進行方向に関する 2 次元平面内に限定した安定化制御と走行制御に関して、新たな制御系設計法の提案と有効性の検証を行うものである。

MIP の制御の歴史は磯部が行った「人形を直立させる実験」が起源であると考えられる。この実験は磯部を含む 6 人の研究者が作ったグループ「ロゲルギスト」により 1963 年に出版された書籍^[27]に記録されている。磯部は高さ 50 cm の人形に見立てた MIP の実機を製作し、安定化制御系は理論的に導出したものではないが、倒れそうになるとその方向に車輪を回転させることで倒立状態を維持できることを明らかにした。その後 1985 年に本田技研工業から人間が運転することを想定した同軸二輪車の特許^[28]が出願され、1986 年 2 月に同軸二輪車の制御装置に関する特許^[29]として、PD 制御による安定化・走行制御系が提案された。ただし特許の中に理論的に安定性を保証する記述は見られない。一方学術論文としては、山藤と馮により 1986 年 11 月に投稿され、1987 年に発表された研究成果がある^[30]。彼らは知能移動ロボットとしての MIP の車体に、前後に振ることが可能な錘付きのアームを付加し、車輪とアームを適切に駆動させることで倒立状態を維持しつつ安定化・走行を達成する制御系を設計可能であることを示した。制御系には線形制御理論に基づく極配置による状態フィードバックを用い、理論的に安定性を保証した。さらに実機実験によりその有効性を確認した^[31]。また、これらの成果は 1987 年に特許として出願された^[32]。MIP が世界的に広く知られたのは 2001 年にアメリカで Segway が発表されてからで

あるが、日本にはその約 40 年前から MIP の基本的なアイデアが存在していたといえる。以下では安定化制御と走行制御の 2 つの観点から、従来の代表的な MIP の制御系設計法を述べる。

1.2.1 安定化制御

MIP の非線形運動方程式を倒立状態近傍で線形近似し、それに基づき制御系を設計することが最も一般的である。代表的な制御手法としては古典制御理論の PID 制御^{[33][34]} を適用した Segway の開発者らによるもの^[35]、現代制御理論の最適レギュレータ (LQR: Linear Quadratic Regulator) をはじめとする線形制御^{[36][37]} を適用したもの^{[38][39]}、および搭乗者や荷物の重量変動や外乱に対するロバスト性向上を目指した H_∞ 制御^{[40][41][42][43]} を適用したものがある^{[44][45][46]}。これらの手法ではいずれも理論的に安定性が保証されるのは倒立状態近傍のみであるため、外乱や操縦ミスで車体が大きく傾いた場合などに安定化を達成できない可能性がある。

これを解決する 1 つの方法としてゲインスケジューリング (GS: Gain Scheduling) 制御^[47] を適用し、倒立状態近傍以外でもいくつかの動作点を定め、それぞれの動作点に対する制御系を複数設計してそれらを統合することも考えられる。しかし、複数の制御系を調整することから設計が煩雑になる。制御対象を車体重心移動機構を有する MIP にする場合は、車体角度と重心位置の複数の組み合わせに対して動作点を定めることとなり、制御系設計はさらに複雑になる。

MIP 型の移動マニピュレータを対象とした研究^[24] では、線形化などを用いない非線形制御による安定化制御系が提案された。外乱オブザーバ^[48] の使用により加速度制御系^{[49][50]} を構築した上で Lyapunov 関数を適切に設計することで、受動性の観点から安定性を保証した。引き込み領域やゲイン特性に関する詳細は述べられていないが、これによりロバスト性の向上を目指し、シミュレーションと実機実験により有効性を示した。

1.2.2 静力学的に安定な状態を目標とした走行制御

従来研究の走行制御手法は大きく分けて 2 つある。そのうち最も主流な手法は、車体角度を静力学的な釣り合いを保つことができる状態、つまり鉛直上向きの倒立状態を目標とするものである。その上で車輪にも所望の回転角度や角速度を与えて走行するか、または車輪に目標値を与えずに制御系には倒立制御だけを行わせ、運転者が体を傾けて前後へ重心を移動させることで、制御系が転倒を回避しようと働くことを利用して走行する。Figure 1.4 にそれらの概念図を示す。

安定化制御と同様に、非線形運動方程式を倒立状態近傍で線形近似したモデルに基づく線形制御が主流である^{[38][39][51][52]}。従って安定性は倒立状態近傍のみで保証される。非線形運動方程式に基づきスライディングモード制御系^[41] を導出する研究^[53] もあるが、切替超平面上でのシステムを平衡点まわりで線形化した上で局所的な安定性を保証している。従ってこれらの手法では、外乱や操縦ミスなどでシステムの状態が所望の平衡点近傍から大きく外れた場合などに理論的には安定性を保証できない。また、走行は車輪の回転角度や角速度に対して目標値を与えて行うことから、追従動作に伴う車体角度の動きの予測が難しい。目標値の与え方によっては車体が大きく傾き、安定性を保証できなくなる可能性がある。また、安定化制御と同様に理論的に引き込み領域を拡大しようとした場合、GS 制御では制御系設計や調整が複雑化することが予想される。

他にも、3 次元空間内の平地および斜面でヨー方向の運動も同時に制御する研究も提案されている^[54]。しかし、制御対象の正確なパラメータを必要とするフィードバック線形化^[55] を併用しており、モデル化誤差に対する脆弱性が懸念される。着座式の MIP に対して外乱オブザーバ^[48] を用いた加速度制御系^{[49][50]} を構築し、摩擦、運転者の体重変動や着座位置のずれなどに対するロバスト性の向上を目指した研究もある^[56]。線形化などを用いず、Lyapunov 関数を適切に設計することで非線形制御系が導出されたが、引き込み領域やゲイン特性に関する詳細は述べられていない。

なお上記とは異なる視点からの走行制御として、著者のグループにより行われた、MIP が車道から歩道へ入る場合などの安全性向上を目的とした斜面走破時の MIP の挙動を考慮した制御系の研究^[57] や、

乗り心地向上のため人間が不快に感じる周波数帯の振動を低減させる制御系および MIP の機構の研究^[58]もある。

1.2.3 動力学的に安定な状態を目標とした走行制御(不安定性を利用した走行制御)

もう1つの従来研究の制御手法は MIP の力学的特徴である不安定性を利用し、目標車体角度を与えて走行を達成するものである。ここで不安定性の利用とは、車体が前方または後方に倒れ込み定常状態となるように MIP が制御されているとき、制御入力、重力および慣性力間の動力学的な釣り合いから、MIP の並進方向加速度も一定値になるという関係^[59]の利用を指す。Figure 1.5 に概念図を示す。従って目標車体角度を鉛直上向きではなく、静力学的に不安定な傾いた状態として与えることで、間接的に走行制御を行うことができる。目標車体角度を直接的に与えるため、車体の動きも予測しやすく、安全性の観点からも好ましい。また、MIP は走行時、車輪への制御入力の反トルクが車体に加わるため、鉛直上向きの倒立状態を保つことは不可能であり、車体は必ず傾く。ゆえに故意に傾いた状態に目標車体角度を与える不安定性を利用した走行制御は、力学的にも合理的である。

しかし、この関係を利用した従来研究では、ヨー方向の運動も同時に制御するという目的も有するものの、フィードバック線形化を併用した制御系設計が行われてきた^{[59][60][61]}。従って制御対象の正確なパラメータが必要であり、モデル化誤差などに対する脆弱性が懸念される。倒立状態近傍で線形化したモデルに基づき、フィードフォワード制御入力と PID 制御を用いた研究^[62]もあるが、安定性は目標の車体角度近傍で保証される。

MIP 型の移動マニピュレータを対象とした研究^{[25][26]}では、回転関節で構成されるマニピュレータの姿勢を制御し、重心位置を動かすことで MIP を移動させる手法が提案された。目標重心位置を静力学的な平衡点からずれた位置にすることで、不安定性を利用して並進方向加速度を制御する。これを実現するために外乱オブザーバ^[48]を用いた加速度制御系^{[49][50]}を構築した上で、劣駆動の状態量に対しては Backstepping^[63]とスライディングモード制御を用いてロバスト性の向上を目指した。制御系導出には線形化などを用いていないが、引き込み領域やゲイン特性に関する詳細は述べられていない。

なお、Figure 1.3 に示す MOBIRO, P. U. M. A. や EN-V のように、シートが前後にスライドする車体重心移動機構を有する MIP に対して不安定性を利用した走行制御を提案した従来研究はなく、静力学的な平衡点近傍での安定性を保証する線形制御を用いた研究が少数存在するのみである^{[64][65][66]}。

1.3 従来研究の課題と問題点の整理

MIP の安定化制御および走行制御に関する従来研究を受け、本論文では以下の課題や問題点に着目する。

- MIP の非線形運動方程式を倒立状態近傍で線形近似したモデルに基づく制御系設計を行う方法では、外乱や操縦ミスで車体が大きく傾いた場合に理論的には安定性が保証されておらず、転倒の危険性がある。
- 倒立状態近傍外での安定性を保証するために GS 制御を用いることも考えられるが、制御系の調整が煩雑になる可能性がある。また、車体重心移動機構を導入した場合、システムを線形近似する状態の組み合わせが増大し、制御系設計が困難になることが予想される。
- 走行制御において主流な手法である静力学的に安定な状態を目標とする制御では、車輪の目標車輪角度や角速度に追従するように MIP が動作するため、それに伴う車体の動きの予想が難しい。
- 不安定性を利用する走行制御は、MIP の特徴を活かしている点で力学的に合理的であるが、従来手法ではフィードバック線形化が用いられており、モデル化誤差に対する脆弱性が懸念される。
- 線形化などを用いない、Lyapunov 関数の適切な設計に基づく非線形制御系や Backstepping とスライディングモード制御を併用した非線形制御系は提案されてきたが、非線形なゲイン特性や引き込み領域に着目した設計は行われていない。

1.4 本論文の目的と指針

本論文では MIP の安全性の高い安定化・走行制御系の提案を目的とする。安全性の定義には様々な観点のものが考えられ議論の余地があるが、本研究では MIP の安定化・走行制御に伴う車体角度や車体重心移動距離の運動範囲や、転倒を積極的に回避するために望ましい制御特性の観点から安全性を考えるものとする。1.3 節に示した従来研究の課題や問題点に対して、本論文では以下の事項を指針とした制御系設計を目指す。

- 非線形運動方程式の線形近似やフィードバック線形化を用いず、直接的に非線形制御系を設計する。これにより倒立状態近傍以外でも安定性を保証するとともに、モデル化誤差に対する脆弱性を回避する。
- 非線形制御は線形制御と比較して一般的に複雑化する問題があるが、本質的物理量であるエネルギーに着目し、比較の見通し良く安定性保証や制御系設計を行う。
- 線形制御では実現が難しい非線形な制御特性を付加することで安全性を向上させる。特にシステムのエネルギー整形の自由度を利用することで、安全性を考慮した状態量依存の非線形なゲイン特性を、理論的に安定性を保証した上で与える。
- 走行制御では MIP の不安定性を利用した制御系設計を行う。MIP は走行時、制御入力 of 反トルクが車体に加わるため車体は必ず傾く。ゆえに故意に傾いた状態に目標車体角度を与えて不安定化することは力学的に合理的である。
- 車体重心移動機構を有する MIP に対して、従来研究では提案されていない車体の倒れ込みと車体重心移動を併用した故意の不安定化による走行制御を行う。これにより所望の加減速を行う際に大きく車体を傾ける必要をなくして安全性を向上させるとともに、着座式の MIP に対しても立ち乗り式の利点である倒れ込みによる操縦感を導入する。

1.5 本論文の指針の実現方法

MIP の制御系を設計するにあたり、前項で述べた指針の実現方法として非線形制御を用いると述べた。非線形制御には様々な手法がある。例えば非線形最適制御^{[67][68]}、Isidori の著書^[55]に体系的にまとめられているフィードバック線形化などを用いた微分幾何学的アプローチ^{[69][70]}、および適応制御^{[71][72]}への応用などで用いられることが多い Backstepping によるアプローチ^[63]などが挙げられる。

特に本論文では MIP の非線形制御系を設計するにあたり、システムのエネルギー状態の整形、および受動性と呼ばれる物理システムが本来有する運動に伴うエネルギー減衰特性^[73]と MIP の不安定性というシステムの動力学的特性に着目する。システムを線形近似することで非線形性を排除し、数学的に単純化した上で制御系設計や安定性の議論をするのではなく、非線形性を含めた物理システムが有する特性を積極的に利用する立場をとる^{[74][75][76][77][78]}。その利点は、他の非線形制御手法よりも比較の見通し良く安定性保証や制御系設計が可能になることである。非線形システムでは Lyapunov 安定性を有する 2 つのサブシステムを単純に直列結合するだけでも、システム全体の安定性は必ずしも保証されない。一方で受動性を有する 2 つのサブシステムは直列・並列接続を行った場合でもシステム全体として受動性が満たされる性質を有する^[79]。それゆえ受動性は非線形システムの安定性解析や制御系設計に有効であり、線形制御では実現が難しい広範囲なシステムの状態に対する安定性保証や、非線形な制御特性の付与も比較的容易に行うことができる可能性がある。

このような制御手法は竹垣と有本による研究に端を発し^[80]、彼らはシステムのポテンシャルエネルギーを整形した上で受動性を利用することで、所望の状態へとシステムを収束させる方法を提案した。この手法は後に Ortega ら^[81]によって PBC (Passivity-Based Control) と呼ばれるようになった。PBC は

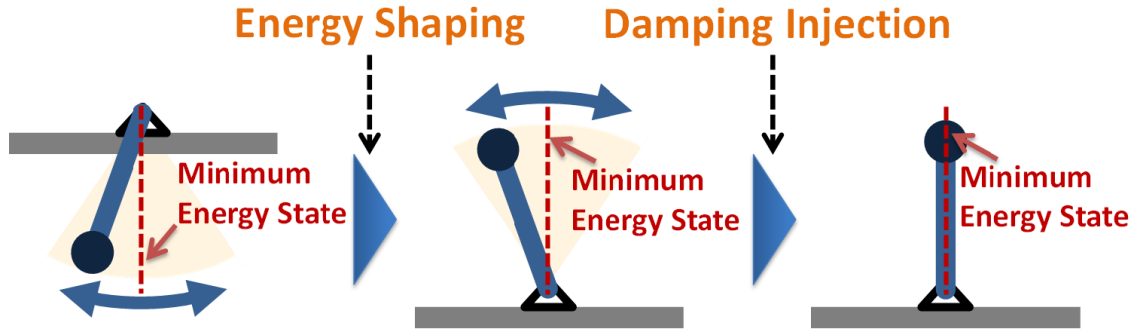


Figure 1.6 Outline of IDA-PBC (an example of the single pendulum)

Euler-Lagrange (EL) の運動方程式で記述される物理システムに対する，ロバスト性の高い制御系設計手法であるといわれ^{[76][79][82][83][84][85]}，様々な適用例とその有効性は Ortega らの著書^[82] や Brogliato らの著書^[79] などにまとめられている．本論文ではポテンシャルエネルギーだけではなく運動エネルギーも整形するという意味で PBC の拡張である IDA-PBC (Interconnection and Damping Assignment Passivity-Based Control)^{[86][87]} による非線形制御を MIP に適用する．定式化の詳細は次章で述べるが，IDA-PBC は port-Hamiltonian (PH) システムとして記述されたシステムを対象とする制御理論である．PH システムは EL システムを包含するより一般的な物理システムの表現形式である^{[68][88]}．電気・機械・熱流体などの複合物理領域を含む大規模・複雑システムのモデル化や解析にも適しているとされ^[89]，近年も活発に研究が行われている．従って IDA-PBC は従来の PBC よりも一般的な物理システムを対象とした制御系設計を可能とする理論である．IDA-PBC は PH システムの構造を保存したままシステムの運動エネルギーとポテンシャルエネルギーの両者を整形し，最終的に受動性を利用することで安定化を達成する．

そのメカニズムの概要を述べるために，Figure 1.6 に単振子の例を示す．振子の支持部は摩擦のないピンジョイントで外部環境に接続されているものとし，ピンジョイントから振子に対してトルクを入力可能であるとする．単振子をエネルギーの観点から倒立状態へ制御することを考える．制御入力がない場合，単振子は鉛直下向きを中心に単振動する．これは鉛直下向きが単振子のシステムのエネルギー最小状態であるということで説明がつく．IDA-PBC ははじめ Energy Shaping によりシステムのエネルギー最小状態が倒立状態になるように制御する．これにより単振子は鉛直上向きを中心に単振動することが，ある意味自然な状態となる．その上で Damping Injection と呼ばれる減衰効果を付加し，システムはエネルギー最小状態へと収束する，つまり単振子は倒立状態へと制御されるというメカニズムである．この場合，減衰効果は振子の角速度のネガティブフィードバックであり，物理的にはダンパーや摩擦に相当する．また，振子の角速度はこのシステムの受動出力に対応するものであり，これをネガティブフィードバックすることで安定化を達成することから，受動性に基づく制御 (PBC) と呼ばれる．

一般の非線形制御手法にもある程度あてはまるが，IDA-PBC は物理システムが有する特性を利用するため，制御系の導出の可否は対象とするシステムの構造に依存する．従って MIP の安定化制御や走行制御に必ずしも適用可能であるかは明らかではない．本論文では MIP に対して IDA-PBC 制御系が導出可能であることを明らかにするとともに，エネルギー整形を行う際の設計自由度を利用することで，線形制御では実現が難しい非線形な制御特性を付加し，MIP の安全性の向上を目指す．

1.6 本論文の全体構成

各章の関係をまとめたものを本章の末尾の Figure 1.7 に示す．1 章では本論文全体の研究背景を述べた．2 章は本論文の基礎的な検証の位置付けであり，MIP ではなく台車型倒立振子を対象とした IDA-PBC 制御系の制御性能の検証を行う．3 章では MIP の安定化制御系を設計する．制御系のパラメータの調整には 2 章で得た知見を利用する．4 章では走行制御系設計を行う．特に MIP の力学的特性である不安定性

を利用することで、IDA-PBC 制御系を比較的容易に設計できることを示す。5 章では MIP に車体重心移動機構を追加したシステムを対象とし、4 章の提案手法を拡張した走行制御系設計を行う。最後に 6 章では本論文の結論と今後の展望を述べる。なお本論文が 3～5 章で MIP に対して提案する制御系は、共通して以下の特色を有する。

- ・ 制御系導出の過程で、非線形運動方程式の線形近似やフィードバック線形化を用いない。従って広範囲な車体角度に対する安定性保証やモデル化誤差に対する脆弱性の回避が期待できる。
- ・ 導出した制御系では閉ループシステムに与える所望のエネルギー関数の設計自由度を利用することで、従来主流の線形制御では実現が難しい様々な特性を有する制御系を構築可能である。

2 章以降の各章の概要と特色は以下の通りである。

第2章

IDA-PBC の MIP への適用に向けた基礎的な検証について述べる。はじめに本論文を通して使用する PH システムと IDA-PBC の理論について概要を述べ、定式化を行う。エネルギー整形に基づく制御はシステムの広範囲な状態に対する安定性保証などの利点^{[90][91][92]}がある反面、一般的に過渡応答が遅くなる傾向があるといわれる^{[90][91][92][93]}。従ってこの問題を解決できる可能性を明らかにした上で、MIP に対する IDA-PBC 制御系の導出に着手することが望ましい。2 章では倒立振り子型移動体と類似したシステムであり、かつ従来研究^[92]で IDA-PBC 制御系が導出されている台車型倒立振り子を対象として制御性能の検証を行う。システムの自由度よりも制御入力の数が少ない劣駆動システム（台車型倒立振り子と MIP は劣駆動システムである）を対象とする場合、IDA-PBC 制御系導出には非線形偏微分方程式 (PDE: Partial Differential Equation) を解く必要があり^[91]、これは一般的に困難である。制御系の導出方法は従来研究で示された、7つの条件を前提とする PDE の手続き的解法^[92]に従うが、2 章の主な特色は以下の点である。

- ・ 従来研究で使用されていなかった制御系のフリーパラメータを利用することで、過渡応答の速さの改善を目指す。このフリーパラメータは IDA-PBC により閉ループシステムに与える所望の慣性行列に含まれ、従来よりも運動エネルギー整形を積極的に行うことに相当する。
- ・ 安定性を保証するフリーパラメータを 2 次元平面内から視覚的に選択する方法を示す。従来研究の制御系導出手順においてはいくつかの条件を満たさなければならないが、フリーパラメータを新たに利用する場合、条件が複雑化する問題が発生する。本研究では視覚的選択方法を示すことで、制御性能の検証の際のフリーパラメータの選定を容易にする。
- ・ フリーパラメータを利用して IDA-PBC 制御系を設計することで、引き込み領域の縮小をある程度許容しながらも、線形制御と比較して大きな引き込み領域を達成しつつ IDA-PBC の過渡応答の速さを改善できることを明らかにする。

2 章の結果から、従来指摘されてきた IDA-PBC の過渡応答の遅さの問題は MIP を制御対象とした場合でも解決できる可能性が高いと判断する。これに基づき 3～5 章で MIP の安定化・走行制御系設計に着手する。

第3章

IDA-PBC を用いて MIP を指定した位置に倒立状態で停止させる安定化制御を行う。IDA-PBC 制御系導出には 2 章と同様に PDE を解かなければならないが、MIP は 2 章の台車型倒立振り子と運動方程式の構造が異なる。台車型倒立振り子では台車に対してシステムの外部から並進方向への制御入力が付加され、振り子に対して直接的に制御入力は付加されない。一方、MIP は車体に取り付けられたアクチュエータにより車輪へ制御入力トルクを付加するため、車体に対して制御入力の反トルクが直接的に作用する。従って MIP に対して PDE が解けるかはこれまで明らかではなかった。3 章では Ortega らが示した手法^[91]を用い、3つの条件を前提として PDE を常微分方程式 (ODE: Ordinary Differential Equation) に変形した上で制御系の導出を試みる。以上に基づき、3 章は以下の点を主な特色とする。

- ・ ODE の解を得ることで、MIP に対して IDA-PBC による安定化制御系を導出可能であることを示す。

- ODE を解く際に、閉ループ系に与える所望の慣性行列に含まれる変数パラメータの構造を適切に設定することで、安定性を保証する制御系パラメータを2次元領域から視覚的に選択する体系的な方法を示す。
- 設計した制御系の車体角度の引き込み領域は、単純な方程式の解として得ることができることを示す。逆にこの方程式を利用することで、MIP の車体角度を指定範囲内に制限しつつ安定化を達成する制御系パラメータを選択することも可能となる。
- 2章で得られた知見である過渡応答の速さと引き込み領域トレードオフを考慮した制御系パラメータの調節を行うことで、これらを両立した安定化制御系を実現する。

第4章

運転者からの指令に対して MIP を加減速させる走行制御について述べる。IDA-PBC により非線形な制御特性を付加することで安全性の向上を目指し、走行には力学的に合理的な MIP の不安定性を利用する。3章では MIP の安定化制御問題に対して PDE が解けることを示して制御系を導出したが、これを走行制御へ直接的に拡張することは困難を伴うことが予想される。4章ではこの問題を回避する方法を示すと同時に、安全性を考慮した所望の特性を有する制御系を設計する方法を提案する。主な特色は以下の点である。

- MIP の車体部分のダイナミクスのみに着目すると、これは全駆動 PH システムかつ IDA-PBC を適用可能な構造を有することを示し、PDE を解くことなく IDA-PBC 制御系を導出する。導出した制御系は車体角度のみに着目するものであるが、運転者がアクセルペダルなどで与えることを想定した加減速指令に応じて、制御系が MIP を倒れ込ませることで間接的に並進方向加速度を制御する。
- 安全性の観点から、設計者が予め指定した角度範囲内に車体の運動を制限することを理論的に保証しながら、目標の車体角度（目標並進方向加速度）へと MIP を収束させるエネルギー関数の設計法を示す。
- 目標角度を超えて車体が転倒に近づく場合には、それに伴い値が大きくなる車体角度依存ゲインにより目標状態へと積極的に復帰させる制御特性を実現する。

第5章

4章の結果を拡張し、車体重心移動機構を有する MIP に対する走行制御について述べる。本システムは民間で実車開発が進む一方、静力学的に安定な状態を目標として平衡点近傍での安定性を保証する線形制御を用いた従来研究が少数存在するのみである^{[64][65][66]}。本研究の主な特色は以下の点である。

- 従来研究では提案されていない、倒れ込みと車体重心移動による不安定化を利用する。運転者がアクセルペダルなどで目標並進加速度を与えることを想定し、それに対応する適切な目標車体角度と目標車体重心移動距離へと制御系が MIP を収束させることで、間接的に並進方向加速度を制御する。
- 車体重心移動を利用することで、必要以上に車体を傾けることなく所望の並進方向加速度を実現でき、走行制御時の安全性を従来よりも増して配慮可能となる。従来研究の MIP の不安定性を利用する制御では1つの目標並進方向加速度に対して必要な倒れ込み角度が力学的に一意に定まり、大きな加速度を達成するためには車体を大きく傾ける必要があった。
- 立ち乗り式の MIP の利点でもある倒れ込みによる操縦感を着座式においても実現可能となる。
- MIP の車体角度と車体重心移動距離のダイナミクスのみに着目すると、これは全駆動 PH システムかつ IDA-PBC を適用可能な構造を有することを示し、PDE を解くことなく IDA-PBC 制御系を導出する。

エネルギー関数の設計法は4章で提案した方法を応用し、車体角度と車体重心移動距離の理論的な制限や状態量依存ゲインによる積極的な転倒回避特性を与える。

第6章

本研究により達成される MIP の安全制御の特性を、理論的、実用的観点から結論付ける。また、本研究が現時点で有する課題を整理し、今後の展望を述べる。

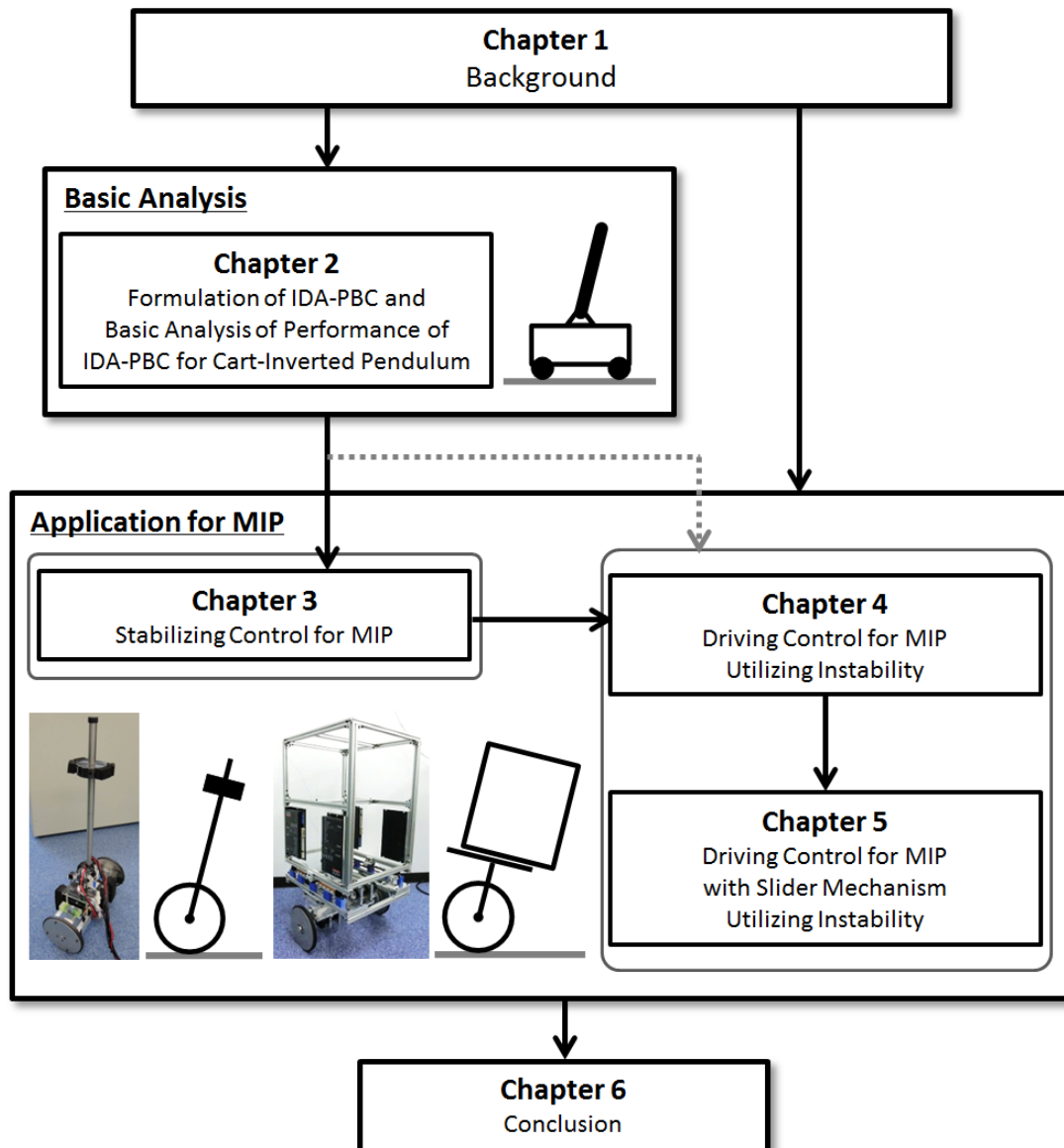


Figure 1.7 Overview of this thesis

第 2 章

エネルギー整形非線形制御の 制御性能の検証 (台車型倒立振子を対象とした検証)

2.1 緒言

2.1.1 エネルギー整形と受動性を利用した制御手法と台車型倒立振子への適用事例

本論文では倒立振子型移動体 (MIP: Mobile Inverted Pendulum) の安全性の高い安定化・走行制御系設計を目指して Interconnection and Damping Assignment Passivity-Based Control (IDA-PBC) の適用を試みる。しかし、MIP に対して IDA-PBC 制御系を導出可能かどうかはシステムの構造に依存する上、エネルギー整形に基づく制御は過渡応答が遅くなる傾向があるといわれている。本章では IDA-PBC を MIP に適用することに先立ち、既に制御系を導出可能であることが従来研究で示されている台車型倒立振子を対象として^{[90][92]} IDA-PBC の制御性能の検証を行う。なお、過渡応答を改善できる可能性がある手法^[87] として、エネルギーの時間変化率であるパワーを整形する Power Shaping^{[94][95]} と呼ばれる手法も提案されている。しかしながら、現段階では適用可能な制御対象が主に電気システムであり、今後の発展が期待されている。また、port-Hamiltonian (PH) システムを対象とし、エネルギー整形とシステムの受動性を利用して制御を行う他の代表的な制御手法として、藤本らが提案した一般化正準変換を用いる方法がある^[96]。非ホロノミックシステムに対しても構造がシンプルな制御系を導出可能であり^{[97][98]}、さらに IDA-PBC の枠組みでは提案されていない軌道追従制御^[99] も実現可能である。また、地面にピンジョイントで接続した振子の先端にリアクションホイールを付加した車輪振子と呼ばれるシステムに対して、一般化正準変換による劣駆動システムの軌道追従制御実現を目指した予備的な結果も示されている^[100]。最近では PH システムを確率システムへと拡張したものに対しても、確率一般化正準変換^[101] を導入した制御手法が提案されている。ただし、一般化正準変換によるアプローチでは台車型倒立振子に対する制御系はこれまで得られていないことから、本論文では IDA-PBC を用いて性能の検証を行う。

MIP は 2 自由度 1 入力、もしくは車体重心移動機構を有する場合 3 自由度 2 入力の劣駆動システムに分類される。劣駆動システムとは、システムの自由度の数よりも入力数が少ないシステムのことを指す。IDA-PBC は劣駆動機械システムに対して強力な安定化制御性能を有することが報告されている^{[90][91][92]}。Acosta ら^[92] と Gómez-Estern ら^[90] は MIP と同様に劣駆動システムである台車型倒立振子に IDA-PBC を適用し、振子角度の初期状態を水平上半面内に与える限り、振子を振り下げることなく漸近安定化を達成する制御系を示した。このような安定化制御性能を有する制御系は少なく、他の例としては Controlled Lagrangian (CL)^{[102][103][104][105]} による制御手法が挙げられる。初期の CL は運動エネルギーのみを整形する手法として提案され^[102]、後にポテンシャルエネルギーも同時に整形する手法へと拡張された^[104]。CL もまた、前述の IDA-PBC と同様に台車型倒立振子へ適用され、水平上半面を振子角度の引き込み領域とする安定化制御系が設計可能であることが示された^[103]。エネルギー整形を用いてシステムを安定化するという観点では IDA-PBC と CL は類似している。両者の主な違いは、対象とするシステムの形式が異なることである。CL は Euler-Lagrange (EL) システムとして表現されたシステムに基づく一方、IDA-PBC は PH システムを対象とし、PH システムは EL システムを包含する表現形式である^[68]。また、電気・機械・熱流体などの複合物理領域を含む大規模・複雑システムのモデル化や解析にも適しているとされる。従って、IDA-PBC の方がより一般的な物理システムを対象とした制御系設計が可能となる。

IDA-PBC と CL はともに強力な安定化制御性能を有する一方、従来研究における台車位置の収束は遅くなる傾向が報告されていた^{[90][92][93][103][104][105]}。CL を用いて良好な過渡応答の速さを示した研究もあるが、振子角度の引き込み領域は鉛直上向きを基準として $\pm 0.3\pi$ rad であった^[106]。一方、Acosta らは特定の構造を有するシステムに対する IDA-PBC 制御系の手続き的導出法を提案するとともに、制御系を見通し良く調整可能な定式化を行った。これは台車型倒立振子へと適用されたが、運動エネルギーの整形の自由度を与えるフリーパラメータの一部は活用されておらず、過渡応答が速い結果は得られていなかった^[92]。従ってこの自由度を利用することで、引き込み領域を維持したまま過渡応答を改善できる可能性がある^{[87][92][93]}。

2.1.2 本章の目的

本章ではMIPと類似したシステムであり、かつ従来研究^[92]でIDA-PBC制御系が導出されている台車型倒立振子を対象として、過渡応答が遅くなる問題を解決できるか可能性を検証する。この結果に基づき、MIPに対してIDA-PBCを適用した場合にも、良好な過渡応答と十分大きな引き込み領域の実現を期待できるか判断する。制御系導出はAcostaらが示したPDEの手続き的解法と同様の手順^[92]に従うが、本章ではこれまで用いられていなかった制御系のフリーパラメータを利用することを特色として、過渡応答の速さの改善を目指す。なおGómez-Esternらは、ある条件のもとでPDEをODEに簡単化する方法（3章で用いる）に基づき、台車型倒立振子に対するIDA-PBC制御系を導出したが^[90]、Acostaらが提案した制御系よりもパラメータ調整の見通しが悪い構造であった。従って2章で目的とするIDA-PBC制御系の制御性能や引き込み領域の基礎的な検証には適切ではないと判断した。本章で利用するフリーパラメータはIDA-PBCにより閉ループPHシステムに与える所望の慣性行列に含まれることから、従来よりも運動エネルギー整形を積極的に行うことに相当する。しかしながら、従来研究の制御系導出手順において漸近安定性を保証するためにはいくつかの条件を満たさなければならない^[92]。本研究でフリーパラメータを新たに利用する場合、条件を満たす制御系のパラメータ選択は複雑化する。この問題を解決するために、安定性を保証するパラメータを2次元平面内から視覚的に選択する方法も併せて示す。シミュレーションではフリーパラメータを利用して設計したIDA-PBC制御系を、従来研究のIDA-PBC制御系およびLinear Quadratic Regulator (LQR)と比較する。運動エネルギー整形の自由度を利用することで、引き込み領域を十分大きく保ちながらIDA-PBCの過渡応答を改善できることを示し、これまでIDA-PBCの欠点とされていた過渡応答の遅さを解消可能であることを明らかにする。

以下、はじめの2.2節と2.3節では、本論文全体を通して使用するシステムの表現形式であるPHシステムとIDA-PBC制御理論について述べる。

本論文の数式表現について

- ベクトル、行列はボールド文字で表現し、ベクトルは列ベクトルを表す。
- ベクトル $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^T$ を定義したとき、スカラー関数に対する勾配の演算子を次の列ベクトルで定義する。

$$\nabla_{\mathbf{x}} = \left[\frac{\partial}{\partial x_1} \quad \frac{\partial}{\partial x_2} \quad \dots \quad \frac{\partial}{\partial x_n} \right]^T \quad (2.1)$$

- スカラー関数のヘッセ行列を算出する演算子を次式で定義する。

$$\nabla_{\mathbf{x}}^2 = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \frac{\partial^2}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} & \dots & \frac{\partial^2}{\partial x_2 \partial x_n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial^2}{\partial x_n \partial x_1} & \frac{\partial^2}{\partial x_n \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2}{\partial x_n^2} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

- 文字の上部に付したドット「 $\dot{\cdot}$ 」は時間微分を表す。
- 上付き文字の n , m は行列やベクトルの次元を表す。

2.2 port-Hamiltonian システム

2.2.1 PH システムと受動性

PH システムはエネルギーが保存する集中定数系のネットワークのモデル化を起源^[88]とし、古典力学におけるハミルトンの正準方程式を一般化したものである。Euler-Lagrange の運動方程式を包含し、機械システムだけではなく電気、熱流体など他の物理領域のシステムも統一的に表現可能であり、次式で表現される。

$$\dot{\mathbf{x}} = [\mathbf{J}(\mathbf{x}) - \mathbf{R}(\mathbf{x})] \nabla_{\mathbf{x}} H(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x}) \mathbf{u} \quad (2.3)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{g}^T(\mathbf{x}) \nabla_{\mathbf{x}} H(\mathbf{x}) \quad (2.4)$$

$\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{2n}$ は状態ベクトル、 $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m$ は制御入力、 $\mathbf{g} \in \mathbb{R}^{2n \times m}$ は入力行列および H は PH システムの全エネルギーを表す。歪対称行列 $\mathbf{J}(\mathbf{x}) = -\mathbf{J}^T(\mathbf{x})$ は構造行列 (Interconnection Matrix)、および準正定行列 $\mathbf{R}(\mathbf{x}) = \mathbf{R}^T(\mathbf{x}) \geq 0$ は散逸行列 (Damping Matrix) と呼ばれる。 $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^m$ は PH システムの構造から自然に定義される受動出力である。 $\mathbf{J}(\mathbf{x})$ の歪対称性などにより、全エネルギーの時間微分を計算すると次式が得られる。

$$\dot{H}(\mathbf{x}) = \mathbf{u}^T \mathbf{y} - \{\nabla_{\mathbf{x}} H(\mathbf{x})\}^T \mathbf{R}(\mathbf{x}) \nabla_{\mathbf{x}} H(\mathbf{x}) \quad (2.5)$$

さらに $\mathbf{R}(\mathbf{x}) \geq 0$ を考慮しつつ式変形することで次式が得られる。

$$\mathbf{u}^T \mathbf{y} = \dot{H}(\mathbf{x}) + \{\nabla_{\mathbf{x}} H(\mathbf{x})\}^T \mathbf{R}(\mathbf{x}) \nabla_{\mathbf{x}} H(\mathbf{x}) \geq \dot{H}(\mathbf{x}) \quad (2.6)$$

この関係式を満たすとき、システムは入力 $\mathbf{u}$ と出力 $\mathbf{y}$ に関して H を蓄積関数 (Storage Function) として受動的であると定義される^{[107][108]}。特に $\mathbf{R}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$ で $\mathbf{u}^T \mathbf{y} = \dot{H}(\mathbf{x})$ となる場合、システムは無損失 (Lossless) であるといわれる。

2.2.2 機械システムの PH システム表現

上で述べた PH システムは一般的な物理システムに対応した表現であるが、本論文で制御対象とするシステムは、本章の台車型倒立振子、3 章と 4 章の MIP および 5 章の車体重心移動機構を有する MIP であり、全て機械システムである。PH システムは機械システムを対象とする場合、次式で表現できる^{[91][109][110]}。

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \dot{\mathbf{p}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I}_n \\ -\mathbf{I}_n & -\mathbf{R}_o(\mathbf{q}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla_{\mathbf{q}} H \\ \nabla_{\mathbf{p}} H \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{G}(\mathbf{q}) \end{bmatrix} \mathbf{u} \quad (2.7)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{G}^T(\mathbf{q}) \nabla_{\mathbf{p}} H = \mathbf{G}^T(\mathbf{q}) \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{q}) \mathbf{p} \quad (2.8)$$

$$H(\mathbf{q}, \mathbf{p}) = \frac{1}{2} \mathbf{p}^T \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{q}) \mathbf{p} + V(\mathbf{q}) \quad (2.9)$$

$\mathbf{q} \in \mathbb{R}^n$ は一般化座標, $\mathbf{p} = \mathbf{M}\dot{\mathbf{q}} \in \mathbb{R}^n$ は一般化運動量である. $\mathbf{G} \in \mathbb{R}^{n \times m}$ は入力行列であり, 劣駆動システムの場合 $\text{rank}(\mathbf{G}) = m < n$ となる. $\mathbf{I}_n \in \mathbb{R}^{n \times n}$ は単位行列とする. H は機械システムの運動エネルギーとポテンシャルエネルギーの和をとった全力学的エネルギーであり, $\mathbf{M} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ は慣性行列, $V \in \mathbb{R}$ はポテンシャルエネルギーである. $\mathbf{R}_o \in \mathbb{R}^{n \times n}$ は摩擦などによる物理的な減衰効果を表す行列であり, 散逸エネルギーは次の形を仮定している.

$$F_{di} = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{R}_o(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \quad (2.10)$$

ここで PH システムの一般的表現式 (2.3) における状態ベクトル, 入力行列, 構造行列および散逸行列は次式で与えられる.

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ \mathbf{p} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{g}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{G}(\mathbf{q}) \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

$$\mathbf{J}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I}_n \\ -\mathbf{I}_n & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

$$\mathbf{R}(\mathbf{x}) = \mathbf{R}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_o(\mathbf{q}) \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

2.3 IDA-PBC 制御理論

IDA-PBC 制御系は 2 種類の制御入力から構成される. 1 つはシステムの全エネルギーを整形 (Energy Shaping) する入力, もう 1 つは漸近安定性を達成するための減衰付加 (Damping Injection) に相当する入力である. 以下では開ループシステムの減衰効果を見捨てる, $\mathbf{R}_o(\mathbf{q}) = \mathbf{0}$ として定式化する. 現実の物理システムでは一般的に減衰要素が存在するため, 3 章以降で IDA-PBC を MIP の実機に適用する際は, 別途摩擦補償入力を設計することで摩擦の影響を打ち消すものとする.

エネルギー整形を通して閉ループ PH システムに与える所望の慣性行列を $\mathbf{M}_d \in \mathbb{R}^{n \times n}$, ポテンシャルエネルギーを $V_d \in \mathbb{R}$, および全エネルギーを H_d とする. 所望の平衡点を $\mathbf{q}^*$ とし, $\mathbf{M}_d$ は $(\mathbf{q}, \mathbf{p}) = (\mathbf{q}^*, \mathbf{0})$ 近傍で正定対称であるとする.

$$\mathbf{M}_d(\mathbf{q}^*) = \mathbf{M}_d^T(\mathbf{q}^*) > 0 \quad (2.15)$$

V_d は $\mathbf{q} = \mathbf{q}^*$ において孤立した最小点をもつとする.

$$\mathbf{q}^* = \arg \min V_d(\mathbf{q}) \quad (2.16)$$

これは次式と等価である.

$$\nabla_{\mathbf{q}} V_d(\mathbf{q}^*) = \mathbf{0} \quad (2.17)$$

$$\nabla_{\mathbf{q}}^2 V_d(\mathbf{q}^*) > 0 \quad (2.18)$$

ここで Energy Shaping のための制御入力を $\mathbf{u}_{es}$ とおき、 $\mathbf{v}$ を新しい制御入力として次式を開ループ PH システムの式 (2.7) に入力することを考える.

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_{es} + \mathbf{v} \quad (2.19)$$

これにより所望の慣性行列 $\mathbf{M}_d$, 所望のポテンシャルエネルギー V_d およびそれらを用いて定義される全エネルギー H_d により特徴付けられる閉ループ PH システムは次式で表すことができる^[91].

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \dot{\mathbf{p}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{q})\mathbf{M}_d(\mathbf{q}) \\ -\mathbf{M}_d(\mathbf{q})\mathbf{M}^{-1}(\mathbf{q}) & \mathbf{J}_2(\mathbf{q}, \mathbf{p}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla_{\mathbf{q}} H_d \\ \nabla_{\mathbf{p}} H_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{G}(\mathbf{q}) \end{bmatrix} \mathbf{v} \quad (2.20)$$

$$\mathbf{y}_c = \mathbf{G}^T(\mathbf{q})\nabla_{\mathbf{p}} H_d = \mathbf{G}^T(\mathbf{q})\mathbf{M}_d^{-1}(\mathbf{q})\mathbf{p} \quad (2.21)$$

$$H_d(\mathbf{q}, \mathbf{p}) = \frac{1}{2} \mathbf{p}^T \mathbf{M}_d^{-1}(\mathbf{q})\mathbf{p} + V_d(\mathbf{q}) \quad (2.22)$$

H_d は条件式 (2.15), (2.16) が満たされるとき $(\mathbf{q}, \mathbf{p}) = (\mathbf{q}^*, \mathbf{0})$ 近傍で正定関数である. また, $\mathbf{J}_2 = -\mathbf{J}_2^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$ はフリーパラメータである. $\mathbf{y}_c$ は入力 $\mathbf{v}$ との間で受動性が成立するように閉ループ PH システムの構造から自然に定義される受動出力である. 従って次式が成立するとともに, $\mathbf{v} = \mathbf{0}$ とすると H_d を Lyapunov 関数として $(\mathbf{q}, \mathbf{p}) = (\mathbf{q}^*, \mathbf{0})$ の近傍で安定性が保証される.

$$\dot{H}_d = \mathbf{v}^T \mathbf{y}_c \quad (2.23)$$

Damping Injection 制御入力

$\mathbf{K}_{di}$ を正定対称行列の制御系パラメータとして, 受動出力の負のフィードバックを Damping Injection とする.

$$\mathbf{v} = \mathbf{u}_{di} = -\mathbf{K}_{di} \mathbf{y}_c \quad (2.24)$$

最終的に閉ループ PH システムは次式となる.

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \dot{\mathbf{p}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_d(\mathbf{q}, \mathbf{p}) - \mathbf{R}_d(\mathbf{q}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla_{\mathbf{q}} H_d \\ \nabla_{\mathbf{p}} H_d \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

$$\mathbf{J}_d(\mathbf{q}, \mathbf{p}) = -\mathbf{J}_d^T(\mathbf{q}, \mathbf{p}) = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{q})\mathbf{M}_d(\mathbf{q}) \\ -\mathbf{M}_d(\mathbf{q})\mathbf{M}^{-1}(\mathbf{q}) & \mathbf{J}_2(\mathbf{q}, \mathbf{p}) \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

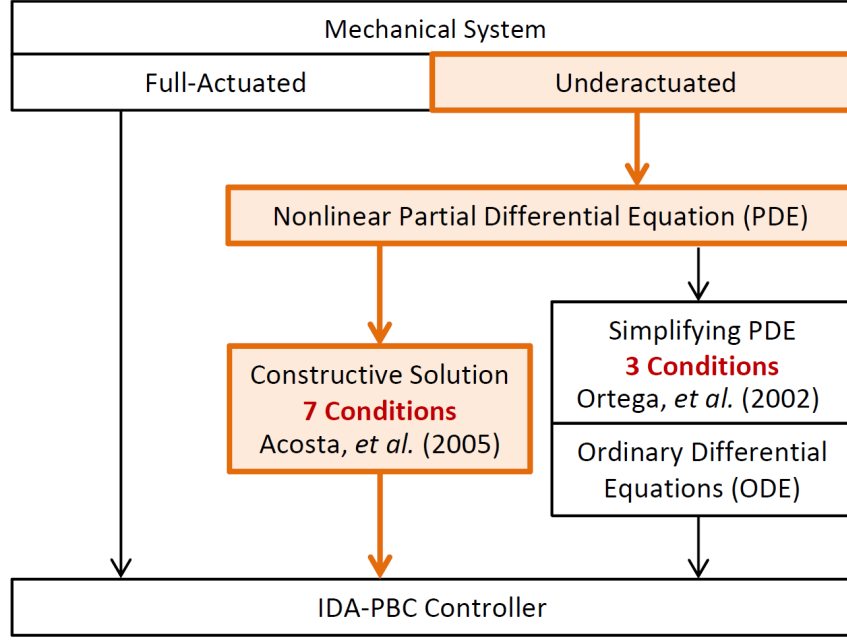


Figure 2.1 Procedure to derive the IDA-PBC controller for the cart-inverted pendulum

$$\mathbf{R}_d(\mathbf{q}, \mathbf{p}) = \mathbf{R}_d^T(\mathbf{q}, \mathbf{p}) = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{G}(\mathbf{q})\mathbf{K}_{di}\mathbf{G}^T(\mathbf{q}) \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

$\mathbf{J}_d$ および $\mathbf{R}_d \geq 0$ はそれぞれ閉ループシステムに与えられた所望の構造行列と散逸行列である。このとき、システムの全エネルギーの時間微分 $\dot{H}_d$ を計算すると準負定関数となる。

$$\Omega_W = \{(\mathbf{q}, \mathbf{p}) \in \mathbb{R}^{2n} \mid H_d(\mathbf{q}, \mathbf{p}) < W\} \quad (2.28)$$

$\lambda_{\min}(\mathbf{K}_{di})$ は $\mathbf{K}_{di}$ の最小の固有値、 $\|\cdot\|_2$ はユークリッドノルムを表す。ゆえに零状態可検出性 $\mathbf{y}_c \equiv \mathbf{0}$ 、 $\mathbf{v} = \mathbf{u}_{di} \equiv \mathbf{0} \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{q}(t) = \mathbf{q}^*$ が満たされるとき、システムは漸近安定となる。推定引き込み領域は次式を定めるとき $\Omega_{\bar{W}}$ で与えられる^[91]。

$$\Omega_W = \{(\mathbf{q}, \mathbf{p}) \in \mathbb{R}^{2n} \mid H_d(\mathbf{q}, \mathbf{p}) < W\} \quad (2.29)$$

$$\bar{W} \triangleq \sup \{W > H_d(\mathbf{q}^*, \mathbf{0}) \mid \Omega_W \text{ is bounded}\} \quad (2.30)$$

ここで Energy Shaping のための制御入力 $\mathbf{u}_{es}$ を定式化することを考える。開ループ PH システムの式 (2.7) において制御入力式 (2.19) を与えたものと、Energy Shaping 後の閉ループ PH システムの式 (2.20) と等式で結ぶと次式が得られる。

$$\mathbf{G}\mathbf{u}_{es} = \nabla_{\mathbf{q}} H - \mathbf{M}_d \mathbf{M}^{-1} \nabla_{\mathbf{q}} H_d + \mathbf{J}_2 \mathbf{M}_d^{-1} \mathbf{p} \quad (2.31)$$

この方程式を $\mathbf{u}_{es}$ について解くことで Energy Shaping のための入力が見られる。しかし、制御対象が劣駆動システムの場合 $\text{rank}(\mathbf{G}) = m < n$ となり、 $\mathbf{G}$ の逆行列を計算できない。以下では、制御対象が全駆動および劣駆動の場合それぞれについて制御入力を定式化する。

全駆動システムに対する Energy Shaping 制御入力

システムが全駆動のとき $\mathbf{G}$ は正則であり、 $\mathbf{u}_{es}$ は n 次元空間全体に影響を及ぼすことができる。従って、式 (2.31) の右辺は n 次元ベクトルであるが、任意の H_d と $\mathbf{J}_2$ を与えたとしてもそれに対応する $\mathbf{u}_{es}$ を一意に計算することができる。 $\mathbf{u}_{es}$ は次式で与えられる^[91]。

$$\mathbf{u}_{es} = \mathbf{G}^{-1} \left(\nabla_{\mathbf{q}} H - \mathbf{M}_d \mathbf{M}^{-1} \nabla_{\mathbf{q}} H_d + \mathbf{J}_2 \mathbf{M}_d^{-1} \mathbf{p} \right) \quad (2.32)$$

劣駆動システムに対する Energy Shaping 制御入力

劣駆動の場合 $\mathbf{G}$ は正則ではなく、列フルランクである場合、疑似逆行列 $\mathbf{G}^+$ を用いて $\mathbf{u}_{es}$ は次式で与えられる^{[91][92]}。

$$\mathbf{u}_{es} = \mathbf{G}^+ \left(\nabla_{\mathbf{q}} H - \mathbf{M}_d \mathbf{M}^{-1} \nabla_{\mathbf{q}} H_d + \mathbf{J}_2 \mathbf{M}_d^{-1} \mathbf{p} \right) \quad (2.33)$$

$$\mathbf{G}^+ = \left(\mathbf{G}^T \mathbf{G} \right)^{-1} \mathbf{G}^T \quad (2.34)$$

$\mathbf{u}_{es}$ は n 次元空間全体ではなく $\mathbf{G}$ の値域にのみ影響を及ぼすことに注意を要する。式 (2.31) の右辺においてある H_d と $\mathbf{J}_2$ を与え、右辺が $\mathbf{G}$ の値域に含まれる場合、疑似逆行列を用いて導出した式 (2.33) の $\mathbf{u}_{es}$ は方程式 (2.31) の解のうち $\|\mathbf{u}_{es}\|_2$ を最小にするものを与える。

一方、式 (2.31) の右辺が $\mathbf{G}$ の値域に含まれなくなる H_d と $\mathbf{J}_2$ を与えた場合、方程式 (2.31) の解は存在しない。式 (2.33) の $\mathbf{u}_{es}$ は式 (2.31) の最小 2 乗近似解の中で、 $\|\mathbf{u}_{es}\|_2$ が最小のものとなる^[111]。従って閉ループ PH システムにその H_d と $\mathbf{J}_2$ を正確に与えることはできない。

後者の場合を厳密に除外するためには、式 (2.31) の右辺が $\mathbf{G}$ の値域に含まれるように H_d と $\mathbf{J}_2$ に制約を設けなければならない。これを数学的に表現するために、 $\mathbf{G}$ の左零化作用素 $\mathbf{G}^\perp \in \mathbb{R}^{m \times n}$ を式 (2.31) の両辺に左から掛けると次式が得られる。ただし $\mathbf{G}^\perp$ は $\text{rank}(\mathbf{G}^\perp) = n - m$ 、 $\mathbf{G}^\perp \mathbf{G} = \mathbf{0}$ を満たす。

$$\mathbf{G}^\perp \left(\nabla_{\mathbf{q}} H - \mathbf{M}_d \mathbf{M}^{-1} \nabla_{\mathbf{q}} H_d + \mathbf{J}_2 \mathbf{M}_d^{-1} \mathbf{p} \right) = \mathbf{0} \quad (2.35)$$

この条件式が、劣駆動システムにおいて閉ループ系に付与可能な所望のエネルギー関数に対する制約を表す。これはさらに $\mathbf{p}$ に依存する項と、 $\mathbf{p}$ に独立な項へと分離することができ、次式が得られる。

$$\mathbf{G}^\perp \left\{ \nabla_{\mathbf{q}} \left(\mathbf{p}^T \mathbf{M}^{-1} \mathbf{p} \right) - \mathbf{M}_d \mathbf{M}^{-1} \nabla_{\mathbf{q}} \left(\mathbf{p}^T \mathbf{M}_d^{-1} \mathbf{p} \right) + 2 \mathbf{J}_2 \mathbf{M}_d^{-1} \mathbf{p} \right\} = \mathbf{0} \quad (2.36)$$

$$\mathbf{G}^\perp \left\{ \nabla_{\mathbf{q}} V - \mathbf{M}_d \mathbf{M}^{-1} \nabla_{\mathbf{q}} V_d \right\} = \mathbf{0} \quad (2.37)$$

式 (2.36) は運動エネルギーに関する方程式で、 $\mathbf{M}_d$ について解かなければならない。これは非線形偏微分方程式であり、劣駆動システムに対する IDA-PBC 制御系設計を一般的に困難にする。式 (2.37) はポテンシャルエネルギーに関する方程式で、式 (2.36) から得られた $\mathbf{M}_d$ を用いつつ V_d について解かなければならない。これは線形な偏微分方程式であり、適切な $\mathbf{M}_d$ が得られれば解くことは容易である。

本論文で制御対象とする台車型倒立振子、MIP および車体重心移動機構を有する MIP は劣駆動システムであるため、IDA-PBC 制御系設計には工夫を要する。Figure 2.1 に本論文で用いる制御系設計法の全

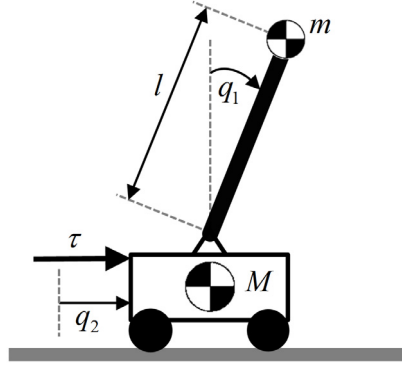


Figure 2.2 Diagram of the cart-inverted pendulum

Table 2.1 Parameters of the cart-inverted pendulum

Parameter	Unit	Value
m	kg	0.39
M	kg	0.60
l	m	0.36

体像を示す．それぞれの手順の詳細は各章で述べるが，太線で示した部分が本章の台車型倒立振子を対象とした安定化制御系の導出手順である．

2.4 台車型倒立振子の運動方程式とフィードバック部分線形化

2.4.1 台車型倒立振子の運動方程式

Figure 2.2 に示される台車型倒立振子の運動方程式は次式となる．

$$\mathbf{M}_a \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}_a + \mathbf{G}_a = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \tau' \quad (2.38)$$

ここで

$$\mathbf{M}_a = \begin{bmatrix} m_{a11} & m_{a12} \\ m_{a21} & m_{a22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & a \cos q_1 \\ a \cos q_1 & m' \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

$$\mathbf{C}_a = \begin{bmatrix} c_{a1} \\ c_{a2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -a \sin q_1 \cdot \dot{q}_1^2 \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

$$\mathbf{G}_a = \begin{bmatrix} g_{a1} \\ g_{a2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -g_b \sin q_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

$$a = \frac{1}{l} \quad (2.42)$$

$$m' = \frac{M + m}{ml^2} \quad (2.43)$$

$$g_b = \frac{g}{l} \quad (2.44)$$

$$\tau' = \frac{\tau}{ml^2} \quad (2.45)$$

$\mathbf{q} = [q_1 \ q_2]^T$ は一般化座標ベクトルで、 q_1 は鉛直上向きを基準とした振子の角度、および q_2 は台車の位置を表す。 g は重力加速度、 m は振子の質量、 l は振子の台車との接続部分から質量中心までの長さ、 M は台車の質量および τ は台車に付加する制御入力を表す。 $\mathbf{M}_a$ は慣性行列、 $\mathbf{C}_a$ は遠心力とコリオリ力に関する項、および $\mathbf{G}_a$ は重力に関する項である。なお制御系導出時の計算の簡単化のため、慣性行列 $\mathbf{M}_a$ の1行1列成分が1となるように定数 ml^2 で運動方程式全体を割った。台車型倒立振子の物理パラメータは Table 2.1 に示すものを使用し、これは従来研究^[93] と同じ値である。

2.4.2 運動方程式の部分線形化

台車型倒立振子への IDA-PBC 適用を簡単化するために、非線形運動方程式をフィードバック制御により部分線形化^[112] する。なお、3～5章で MIP に対して IDA-PBC を適用する際は、モデル化誤差などに対する脆弱性が懸念されるフィードバック線形化は用いずに制御系を設計する。その制御入力は次式で与えられる。

$$\tau' = \bar{m}_{a22}u + \bar{c}_{a2} + \bar{g}_{a2} \quad (2.46)$$

$$\bar{m}_{a22} = m_{a22} - m_{a21}m_{a11}^{-1}m_{a12} \quad (2.47)$$

$$\bar{c}_{a2} = c_{a2} - m_{a21}m_{a11}^{-1}c_{a1} \quad (2.48)$$

$$\bar{g}_{a2} = g_{a2} - m_{a21}m_{a11}^{-1}g_{a1} \quad (2.49)$$

ここで $u \in \mathbb{R}$ は新しい制御入力を表す。これによりもとの運動方程式は次のシステムへと変換される。

$$\ddot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} g_b \sin q_1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -a \cos q_1 \\ 1 \end{bmatrix} u \quad (2.50)$$

このシステムの慣性行列 $\mathbf{M}$ およびポテンシャルエネルギー V および入力行列 $\mathbf{G}$ は次式として考えることができる。

$$\mathbf{M} = \mathbf{I}_2 \quad (2.51)$$

$$V(q_1) = g_b \cos q_1 \quad (2.52)$$

$$\mathbf{G}(q_1) = \begin{bmatrix} -a \cos q_1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.53)$$

2.5 制御系設計

2.5.1 あるクラスの劣駆動機械システムに対する PDE の手続き的解法 (Acosta らの方法^[92])

劣駆動機械システムに対して IDA-PBC 制御系を設計するためには, 式 (2.36), (2.37) の PDE を $\mathbf{M}_d$ と V_d に関して解かなければならない. この作業は一般的に困難である. Acosta らは入力の数 m がシステムの自由度 n よりも 1 少ない劣駆動機械システムに対して, いくつか条件のもとで手続き的に PDE を解く手法を提案した^[92]. 本章で制御入力の導出はその手法に従うため, 本項では概要を述べる.

条件 1

システムの入力の数 m はシステムの自由度 n よりも 1 少ない

$$m = n - 1 \quad (2.54)$$

条件 2

次式を満たす $\mathbf{G}^\perp$ が存在する.

$$\mathbf{G}^\perp \nabla_{\mathbf{q}} (\mathbf{p}^T \mathbf{M}^{-1} \mathbf{p}) = 0 \quad (2.55)$$

条件 3

入力行列 $\mathbf{G}$ は単一の一般化座標 q_r のみに依存する. ただし r は $1 \sim n$ のうちいずれかの整数である.

条件 1~3 が満たされているとき, 閉ループ PH システムに割り当て可能な所望の慣性行列は次式で与えられる.

$$\mathbf{M}_d(q_r) = \int_{q_r^*}^{q_r} \mathbf{G}(\mu) \Psi(\mu) \mathbf{G}^T(\mu) d\mu + \mathbf{M}_c \quad (2.56)$$

ここで $\Psi = \Psi^T \in \mathbb{R}^{(n-1) \times (n-1)}$ は行列関数である. $\mathbf{M}_c = \mathbf{M}_c^T > 0$ は定数行列であり, この後に述べるものまで含む各種仮定が満たされる範囲内で自由に設定できる. s は所望の平衡点を表すベクトル $\mathbf{q}^*$ の r 番目の成分を表す. 式 (2.56) で $\mathbf{M}_d$ を定めるとき, PDE 式 (2.36) が $q_r = q_r^*$ の近傍で満たされるような行列 $\mathbf{J}_2$ が存在する.

γ と s を次式で定義する.

$$\gamma = [\gamma_1 \quad \gamma_2 \quad \cdots \quad \gamma_n]^T = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{M}_d (\mathbf{G}^\perp)^T \quad (2.57)$$

$$s = \mathbf{G}^\perp \nabla_{\mathbf{q}} V \quad (2.58)$$

条件 4

γ と s は条件 3 により決定される q_r のみに依存する.

条件 5

次式が成立するものとする.

$$\gamma_r(q_r^*) \neq 0 \quad (2.59)$$

条件 1～5 が満たされ、 $\mathbf{M}_d$ が式 (2.56) で与えられるものとする。このとき、もう 1 つの PDE 式 (2.37) の解は次式で与えられる。

$$V_d(\mathbf{q}) = \int_0^{q_r} \frac{s(\mu)}{\gamma_r(\mu)} d\mu + \Phi(\mathbf{z}(\mathbf{q})) \quad (2.60)$$

ここで

$$\mathbf{z}(\mathbf{q}) = \mathbf{q} - \int_0^{q_r} \frac{\gamma(\mu)}{\gamma_r(\mu)} d\mu \quad (2.61)$$

および Φ は微分可能な任意の関数である。本研究では IDA-PBC 制御系の構造を簡単化するため、従来研究と同様に Φ は次式で定める^{[91][92]}。ただし $\mathbf{P} = \mathbf{P}^T > 0$ は定数行列である。

$$\Phi(\mathbf{z}(\mathbf{q})) = \frac{1}{2} [\mathbf{z}(\mathbf{q}) - \mathbf{z}(\mathbf{q}^*)]^T \mathbf{P} [\mathbf{z}(\mathbf{q}) - \mathbf{z}(\mathbf{q}^*)] \quad (2.62)$$

条件 6

次式が成立するものとする。

$$\gamma_r(q_r^*) \frac{ds}{dq_r}(q_r^*) > 0 \quad (2.63)$$

条件 1～6 が満たされるとき、IDA-PBC 制御系は所望の平衡点 $\mathbf{q} = \mathbf{q}^*$ の安定性を保証する。漸近安定性は次の条件のもとで成立する。

条件 7

次式が成立するものとする。

$$\left| \mathbf{G}^T \mathbf{M}^{-1} \mathbf{e}_r(q_r^*) \right| \neq 0 \quad (2.64)$$

以上より、7 つの条件が全て満たされるとき、IDA-PBC 制御系は少なくとも q_r^* の近傍でシステムの漸近安定性を保証する。

2.5.2 安定性保証のための条件の確認

IDA-PBC 制御系を導出するために、部分線形化された台車型倒立振子が条件を満たすか確認する。なお、台車型倒立振子においては $n=2$ および $m=1$ である。

条件 1 の確認

明らかに満たされる。

条件 2 の確認

開ループシステムの慣性行列は単位行列であり、定数であることから満たされる。

ここで、 $\mathbf{G}^\perp$ を計算すると次式となる。

$$\mathbf{G}^\perp = \begin{bmatrix} 1 & a \cos q_1 \end{bmatrix} \quad (2.65)$$

条件3の確認

式 (2.53) より $\mathbf{G}$ は単一の一般化座標 q_1 のみに依存することから満たされる．なお $r=1$ となる．

条件4の確認

Ψ を q_1 のみに依存する関数もしくは定数とすることで，式 (2.53)，(2.56) および (2.57) より γ も q_1 のみに依存する．本研究では Ψ を次式で定める^[92]．

$$\Psi(q_1) = -k \sin q_1 \quad (2.66)$$

ここで $k > 0$ はフリーパラメータであり， s は次式となる．

$$s = -g_b \sin q_1 \quad (2.67)$$

それゆえ条件4は満たされる．

条件5, 6の確認

本研究では振子を水平下半面からの振り上げ問題を考えないものとし，振子が水平上半面にある場合を考える．従って $q_1 \in (-\pi/2, \pi/2)$ の範囲内で考えると， $ds/dq_1 = -g_b \cos q_1 < 0$ がいえる．このとき，条件5と6は次式に統合することができる．

$$\gamma_1(q_1^*) < 0 \quad (2.68)$$

式 (2.57) を考慮すると， $\mathbf{M}_d$ はこの仮定の成否に重要な役割を果たす．従って，フリーパラメータの定数行列 $\mathbf{M}_c$ の設計には注意を払わなければならない．本研究では，IDA-PBC 制御系のパラメータ調整を容易にする $\mathbf{M}_c$ の設計法を次項で示す．

条件7の確認

式 (2.64) を計算すると次式となる．

$$|a \cos q_1^*| \neq 0 \quad (2.69)$$

従って条件7は $q_1 \in (-\pi/2, \pi/2)$ に対して常に満たされる．

2.5.3 安定性保証のための条件の可視化

本項では IDA-PBC 制御系設計に必要な全ての仮定を満たす $\mathbf{M}_c$ を容易に設計する方法を示す．

はじめに，条件 $\mathbf{M}_d(q_1^*) > 0$ を考える． $\mathbf{M}_d$ は次式で得られる．

$$\mathbf{M}_d(q_1) = \begin{bmatrix} m'_{d11}(q_1) & m'_{d12}(q_1) \\ m'_{d21}(q_1) & m'_{d22}(q_1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m'_{c11} & m'_{c12} \\ m'_{c21} & m'_{c22} \end{bmatrix} \quad (2.70)$$

$$m'_{d11}(q_1) = \frac{ka^2}{3} \cos^3 q_1 \quad (2.71)$$

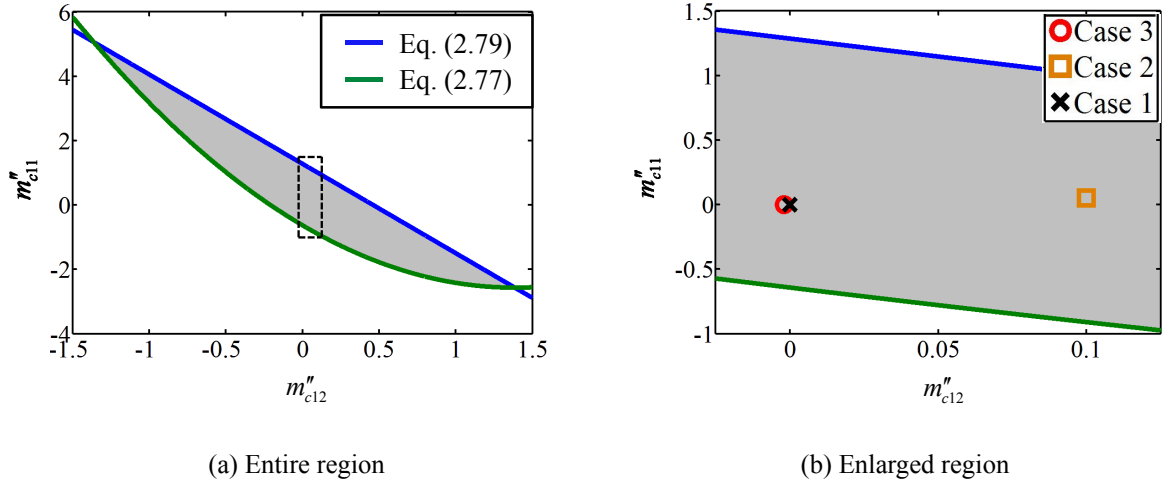


Figure 2.3 Graphical representation of the assumptions

$$m'_{d12}(q_1) = m'_{d21}(q_1) = -\frac{ka}{2} \cos^2 q_1 \quad (2.72)$$

$$m'_{d22}(q_1) = k \cos q_1 \quad (2.73)$$

ここで $\mathbf{M}_c$ は次式で定めた.

$$\mathbf{M}_c = \begin{bmatrix} \frac{ka^2}{3} \cos^3 q_1^* + m'_{c11} & -\frac{ka}{2} \cos^2 q_1^* + m'_{c12} \\ -\frac{ka}{2} \cos^2 q_1^* + m'_{c21} & k \cos q_1^* + m'_{c22} \end{bmatrix} \quad (2.74)$$

計算の際、所望の平衡点は倒立状態への安定化を考えて次式とした.

$$q_1^* = 0 \quad (2.75)$$

ここで式 (2.70) の第 2 項を $\mathbf{M}'_c$ とおく. $\mathbf{M}'_c$ は $\mathbf{M}_d(q_1^*) > 0$ を満たす限り任意に設計可能な定数対称行列である. 従来研究では m'_{c11} と $m'_{c12} = m'_{c21}$ は 0 として設計していた^{[92][93]}. 本研究ではこれらを非 0 の値も含めて設計することを試みる. これは従来研究よりも運動エネルギーを積極的に整形することを意味し、制御性能向上のための重要な点である.

一方、統合された条件式 (2.68) の成否は $\mathbf{M}_d$ に依存する. 従って $\mathbf{M}'_c$ の全ての成分を使用して制御系を調整することは、条件の成否との兼ね合いが従来研究よりも複雑化する. これを回避するため、パラメータ k が閉ループ PH システム式 (2.70) の慣性行列の全ての成分に含まれていることに着目して、 $\mathbf{M}'_c$ を次式で再定義する.

$$\mathbf{M}'_c = k\mathbf{M}''_c = k \begin{bmatrix} m''_{c11} & m''_{c12} \\ m''_{c12} & m''_{c22} \end{bmatrix} \quad (2.76)$$

ここで $\mathbf{M}''$ は $\mathbf{M}_d(q_1^*) > 0$ を満たす限り任意に設計可能な定数対称行列である. 後に述べるように、この操作により条件式を簡単化することができ、フリーパラメータである $\mathbf{M}'_c$ の成分は全ての条件を満たすように 2 次元平面内から容易に選ぶことができるようになる.

$k > 0$ であることから、条件 $\mathbf{M}_d(q_1^*) > 0$ は次式に等しい.

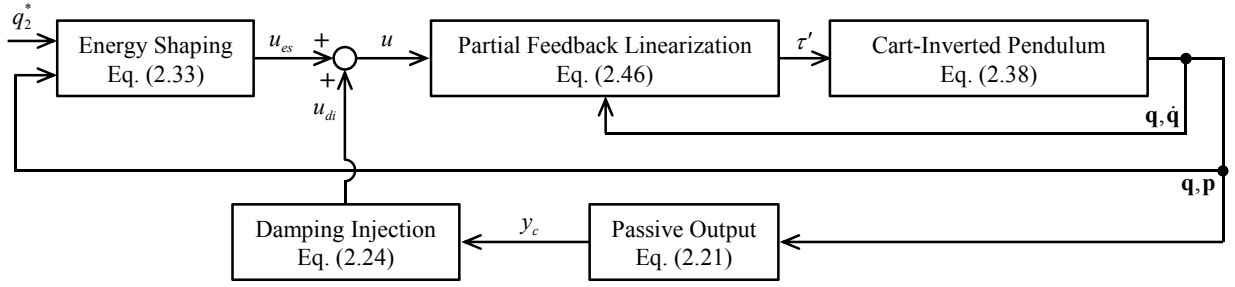


Figure 2.4 Block diagram of the IDA-PBC stabilizing controller for the cart-inverted pendulum

$$m_{c11}'' > \frac{1}{1+m_{c22}''} \left(m_{c12}'' - \frac{a}{2} \right)^2 - \frac{a^2}{3} \quad (2.77)$$

$$m_{c22}'' > -1 \quad (2.78)$$

これらの条件式の成否は 3 つのパラメータ m_{c11}'' , m_{c12}'' および m_{c22}'' に依存する. 式 (2.78) を満たすように m_{c22}'' を与えることで, これらの条件式は式 (2.77) の放物線で特徴付けられる 2 次元領域で表現可能な単純なものとなる. 式 (2.76) を用いなければ, 条件式 $\mathbf{M}_d(q_1^*) > 0$ は m_{c11}'' , m_{c12}'' , m_{c22}'' および k の 4 つのパラメータに依存し, 制御系の調整が複雑化していたことに注意されたい.

統合された条件式 (2.68) を計算すると次式となる.

$$m_{c11}'' < -am_{c12}'' + \frac{a^2}{6} \quad (2.79)$$

これは 2 つのパラメータ m_{c11}'' および m_{c12}'' に依存し, 直線で特徴付けられる 2 次元平面で表現可能である. 式 (2.76) を用いなければ, 条件式 $\gamma_1(q_1^*) < 0$ は m_{c11}'' , m_{c12}'' および k の 3 つのパラメータに依存していたことに注意されたい.

式 (2.77) と (2.79) から得られる領域の例を Figure 2.3 (a) に示す. 灰色で示した領域は, 安定性保証のための条件を満たすパラメータ m_{c11}'' , m_{c12}'' の集合を表す. ただし境界線上は含まない. 結論として, 式 (2.78) を満たす m_{c22}'' を選択し, さらに Figure 2.3 (a) に示される領域から視覚的に m_{c11}'' と m_{c12}'' を選択することが可能となる. これにより, IDA-PBC の過渡応答の遅さを改善するために運動エネルギーを整形する手順が簡単化される. Figure 2.3 (b) は Figure 2.3 (a) 中の破線で囲んだ領域を拡大表示したものである. Figure 2.3 (b) 中の 3 つのプロットは次節のシミュレーションで使用される IDA-PBC 制御系のパラメータである. 値は Table 2.2 に示す.

さらに, 式 (2.77) と (2.79) の右辺を等式で結び, m_{c12}'' に関する 2 次方程式とみなす. その判別式 Dis を計算すると, 次式が成立する.

$$Dis = a^2 (m_{c22}'' + 1)^2 > 0 \quad (2.80)$$

これは放物線と直線が必ず異なる 2 点で交わることを意味する. システムの物理パラメータ a は正値であること, また, 条件式 (2.78) が満たされる範囲内で m_{c22}'' を選択する限り放物線は下に凸であることから, 安定性を満たす灰色の領域は常に存在することがいえる.

2.5.4 IDA-PBC 制御入力の変導

式 (2.60) - (2.62) を用いて V_d を計算することで、IDA-PBC 制御入力は次式で与えられる。

$$u = \left(\mathbf{G}^T \mathbf{G} \right)^{-1} \mathbf{G}^T \left(\mathbf{u}_{ke} + \mathbf{u}_{pe} + \mathbf{u}_{J_2} \right) + u_{di} \quad (2.81)$$

$$\mathbf{u}_{ke}(q_1, \mathbf{p}) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} m_{d11}(q_1) \mathbf{p}^T \mathbf{M}_d^{-1}(q_1) \mathbf{G}(q_1) \Psi(q_1) \mathbf{G}^T(q_1) \mathbf{M}_d^{-1}(q_1) \mathbf{p} \\ m_{d12}(q_1) \mathbf{p}^T \mathbf{M}_d^{-1}(q_1) \mathbf{G}(q_1) \Psi(q_1) \mathbf{G}^T(q_1) \mathbf{M}_d^{-1}(q_1) \mathbf{p} \end{bmatrix} \quad (2.82)$$

$$\mathbf{u}_{pe}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} -g_b \sin q_1 \\ 0 \end{bmatrix} - \mathbf{M}_d(q_1) \left\{ \begin{bmatrix} \frac{s(q_1)}{\gamma_1(q_1)} \\ 0 \end{bmatrix} + P_{22} \begin{bmatrix} (q_2 - q_2^* + F(q_1) - F(q_1^*)) \frac{dF(q_1)}{dq_1} \\ q_2 - q_2^* + F(q_1) - F(q_1^*) \end{bmatrix} \right\} \quad (2.83)$$

$$\mathbf{u}_{J_2}(q_1, \mathbf{p}) = \mathbf{J}_2(q_1, \mathbf{p}) \mathbf{M}_d^{-1}(q_1) \mathbf{p} \quad (2.84)$$

$$u_{di}(q_1, \mathbf{p}) = -K_{di} \mathbf{G}^T(q_1) \mathbf{M}_d^{-1}(q_1) \mathbf{p} \quad (2.85)$$

ここで

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}^T = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{12} & P_{22} \end{bmatrix} > 0 \quad (2.86)$$

$$F(q_1) = - \int_0^{q_1} \frac{\gamma_2(\mu)}{\gamma_1(\mu)} d\mu \quad (2.87)$$

であるが P_{11} , $P_{12} = P_{21}$ は数式を整理する時に消去される。 $\mathbf{J}_2$ は $\mathbf{e}_2 = [0 \ 1]^T$ として次式で計算される [92][93]。

$$\mathbf{J}_2(q_1, \mathbf{p}) = \begin{bmatrix} 0 & j_2 \\ -j_2 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.88)$$

$$j_2(q_1, \mathbf{p}) = -\frac{1}{2} \gamma_1(q_1) \mathbf{p}^T \mathbf{M}_d^{-1}(q_1) \mathbf{G}(q_1) \Psi(q_1) \mathbf{G}^T(q_1) \mathbf{e}_2 \quad (2.89)$$

制御系のブロック線図を Figure 2.4 に示す。

以上より、IDA-PBC 制御系はパラメータ集合 $\{m_{c11}''', m_{c12}''', m_{c22}''', k, P_{22}, K_{di}\}$ により決定される。少なくとも倒立状態近傍で安定性を保証する制御系パラメータの選択方法を整理すると以下ようになる。

1. k , P_{22} および K_{di} を正の値で設定する。特に P_{22} は式 (2.83) より台車位置 q_2 に対するゲイン, K_{di} が減衰効果に対するゲインとして働くことに留意する。
2. $m_{c22}''' > -1$ の範囲で m_{c22}''' を決定する。
3. 式 (2.77) と (2.79) によって定められる m_{c11}''' , m_{c12}''' のパラメータ領域から、これらを選択する。

なお手順 1 は手順 2, 3 とは独立している。

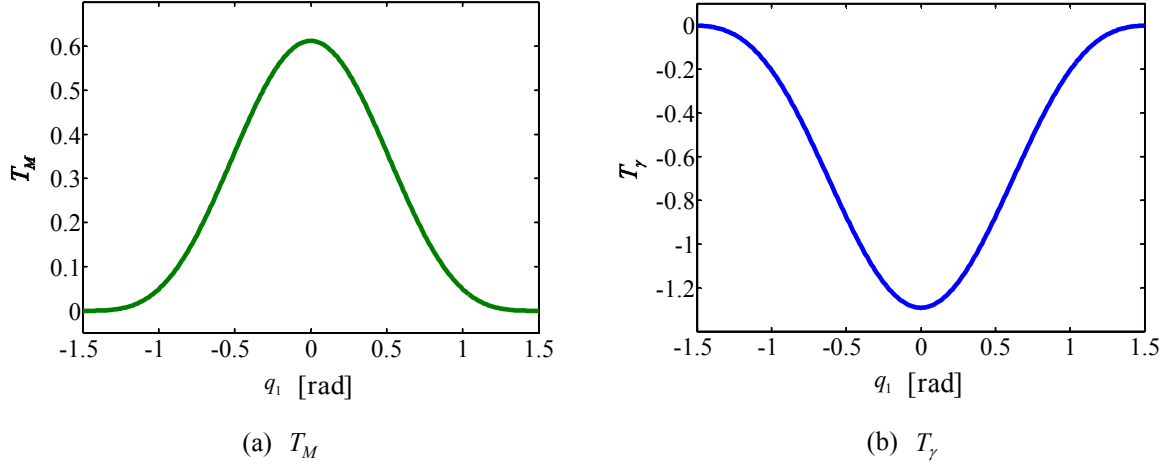
Figure 2.5 Properties of T_γ and T_M

Table 2.2 Three cases of parameters of the IDA-PBC controllers

Parameter	Value		
	Case 1 (Previous Study)	Case 2 (With Tuned $\mathbf{M}'_c$)	Case 3 (Suitable Selection)
m''_{c11}	0	0.05	0.0001
$m''_{c12} = m''_{c21}$	0	0.1	-0.002
m''_{c22}	0	-0.1	-0.01
k	0.07	0.07	2.5
P_{22}	20	20	5
K_{di}	0.13	0.13	7

2.5.5 引き込み領域の導出

前項までで IDA-PBC 制御系の導出方法と安定性保証条件について述べたが、全ての条件は $q_1 = q_1^* = 0$ rad において評価されていた。それゆえ引き込み領域は不明確であり、倒立状態近傍のみでの安定性が保証されていた。安定性保証のために考えるべき条件は、 $\mathbf{M}_d(q_1^*) > 0$ に対応する式 (2.77), (2.78) および $\gamma_1(q_1^*) < 0$ に対応する式 (2.79) であった。 $\mathbf{M}_d$ と γ_1 を $q_1 \in (-\pi/2, \pi/2)$ の範囲で評価し、条件が満たされる最小範囲を計算することで引き込み領域を算出することができる。条件を書き下すと次式となる。

$$(m''_{c22} + \cos q_1) \left(m''_{c11} + \frac{a^3}{3} \cos^3 q_1 \right) - \left(m''_{c12} - \frac{a}{2} \cos q_1 \right)^2 > 0 \quad (2.90)$$

$$m''_{c22} + \cos q_1 > 0 \quad (2.91)$$

$$-\frac{a^2}{6} \cos^3 q_1 + m''_{c11} + a \cos q_1 \cdot m''_{c12} < 0 \quad (2.92)$$

これらは全て偶関数で表されており、条件式の評価は $q_1 \in [0, \pi/2)$ の範囲で行えば十分である。ここで不等式 (2.90), (2.92) の左辺をそれぞれ T_M , T_γ とおき、例として Table 2.2 に示す Case 3 の制御系パラメータを使用した場合これらのプロットを Figure 2.5 に示す。

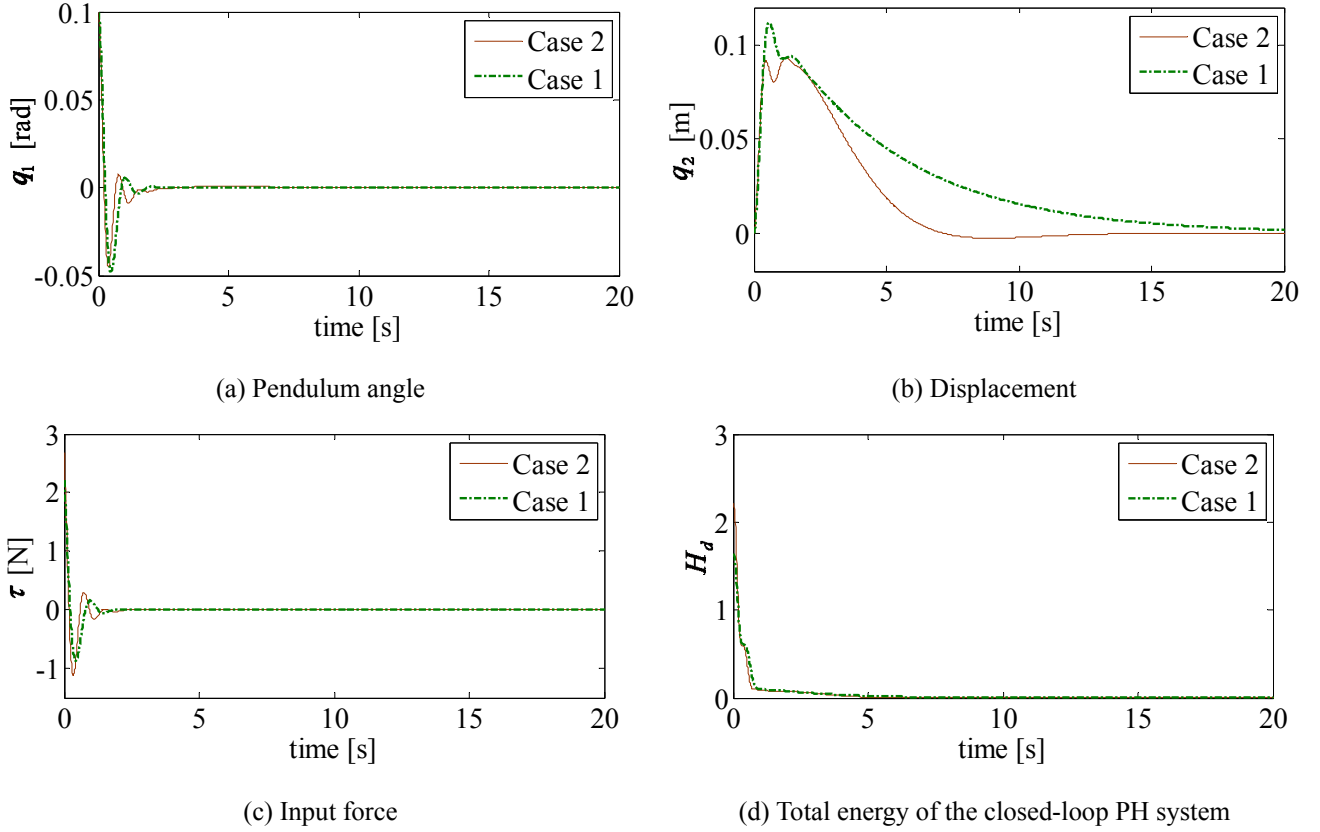


Figure 2.6 Regulator performance the IDA-PBC controllers of Cases 1 and 2

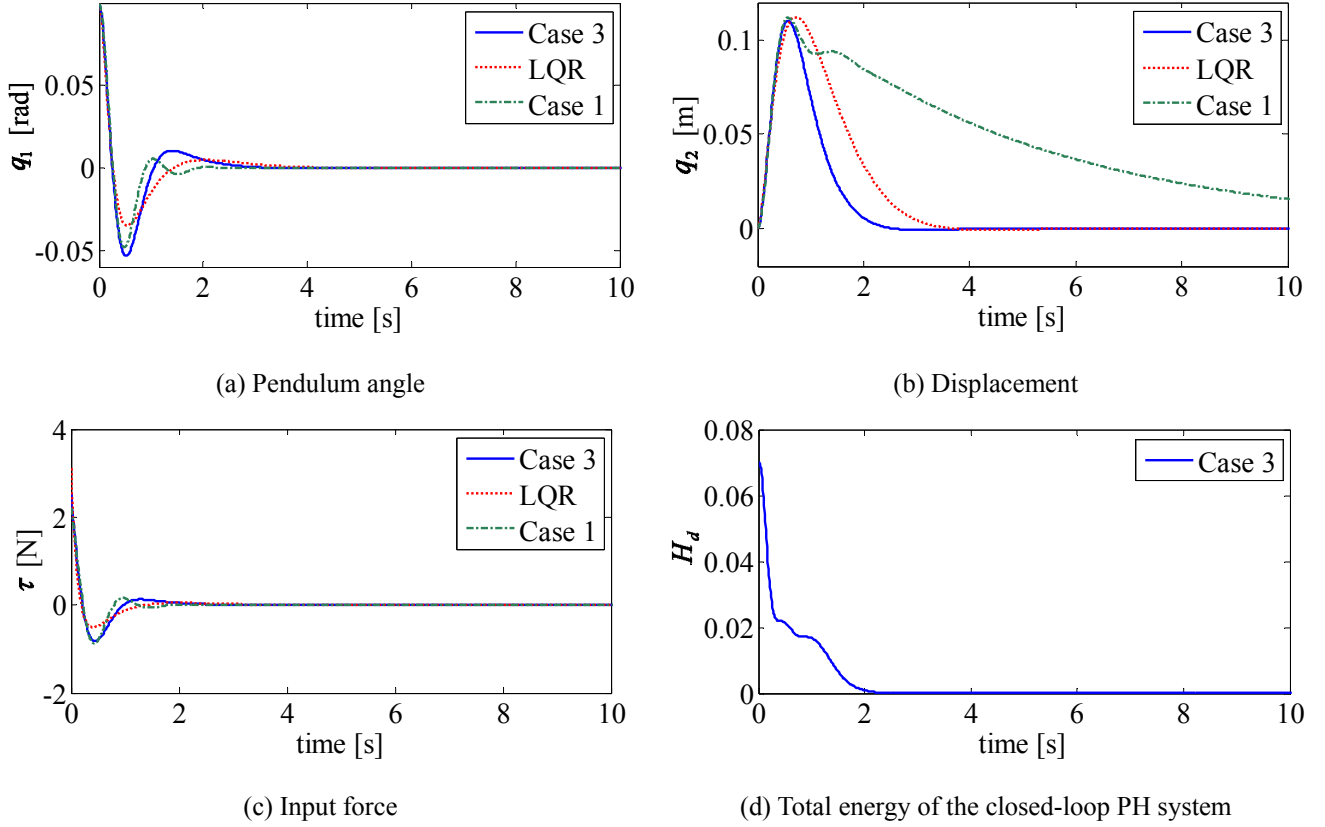
$\mathbf{M}_d(q_1) > 0$ は閉ループ PH システムの運動エネルギーが有界となる q_1 の範囲に関わる．また、 $\gamma_1(q_1) < 0$ は $\gamma_1(q_1)$ が式 (2.60) - (2.62) において分母に入ることから、閉ループ PH システムのポテンシャルエネルギーが有界となる q_1 の範囲に関わる．従って領域

$$D = \{(\mathbf{q}, \mathbf{p}) \in \mathbb{R}^4 \mid \mathbf{M}_d(q_1) > 0, \gamma_1(q_1) < 0\} \quad (2.93)$$

において閉ループ PH システムの全エネルギー H_d は半径方向に非有界である．一方で IDA-PBC 制御入力により $\dot{H}_d < 0$ が保証されていることから、領域 D から出発したシステムの軌道は、この領域を逸脱することなく所望の平衡点へと収束する．

2.6 シミュレーション

前節で示した設計法を用いて導出した IDA-PBC 制御系を、従来研究のもの^[93] とシミュレーションにより比較する．Table 2.2 に示す 3 種類の制御系を使用する．Case 1 は従来研究と同じパラメータを用いた制御系を表す．Case 2 は運動エネルギーの整形による過渡応答の速さの改善を検証するために $\mathbf{M}_c^*$ のみを調整し、他のパラメータは Case 1 と同様とする．Case 3 では IDA-PBC 制御系の全てのパラメータを調整して制御性能を検証する．重力加速度は $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ とする．Table 2.1 に示す台車型倒立振子の物理パラメータは従来研究^[93] と同じものである．

Figure 2.7 Regulator performance of IDA-PBC and LQR from $q_1 = 0.1$ rad

2.6.1 運動エネルギー整形による過渡応答への影響の検証

Case 1 と Case 2 を比較し、 $\mathbf{M}_c^*$ を調整すること（ $\mathbf{M}_c^*$ を調整することと等価）の有効性を検証する。シミュレーション結果を Figure 2.6 に示す。初期状態は振り角度に 0.1 rad を与え、他の値は全て 0 とした。目標台車位置は $q_2 = q_2^* = 0$ m とした。Figure 2.6 (a), (c) はそれぞれ、振り角度および式 (2.45) 中の台車への物理的な制御入力 τ の時刻歴である。これらはどちらの Case も類似した過渡応答を示している。一方、Figure 2.6 (b) は台車位置の応答の結果である。従来研究の Case 1 は Case 2 よりも応答が遅いことがわかる。Figure 2.6 (d) は閉ループ PH システムの全エネルギーを表し、常に正值で単調非増加となっており、理論通りに Lyapunov 関数となっている。以上より、 $\mathbf{M}_c^*$ を調整することにより IDA-PBC の過渡応答を改善可能であることが明らかになった。しかしながら次項で示すように、 $\mathbf{M}_c^*$ の調整は欠点も有する。

2.6.2 引き込み領域の比較

シミュレーションで用いる 3 つの制御系に対して、2.5.5 項で述べた方法を用いて IDA-PBC 制御系の引き込み領域を計算し、それらを比較する。振り角度の引き込み領域を Table 2.3 にまとめた。LQR の最適フィードバックゲインは次項で示すが、その引き込み領域は振り角度のみに非 0 の初期値を与え、これを徐々に大きくしていき、安定化を達成可能な最大角度をシミュレーションにより算出した。従って振り角度以外にも非 0 の初期値を与えた場合、Table 2.3 の LQR の引き込み領域は変動すると考えられる。

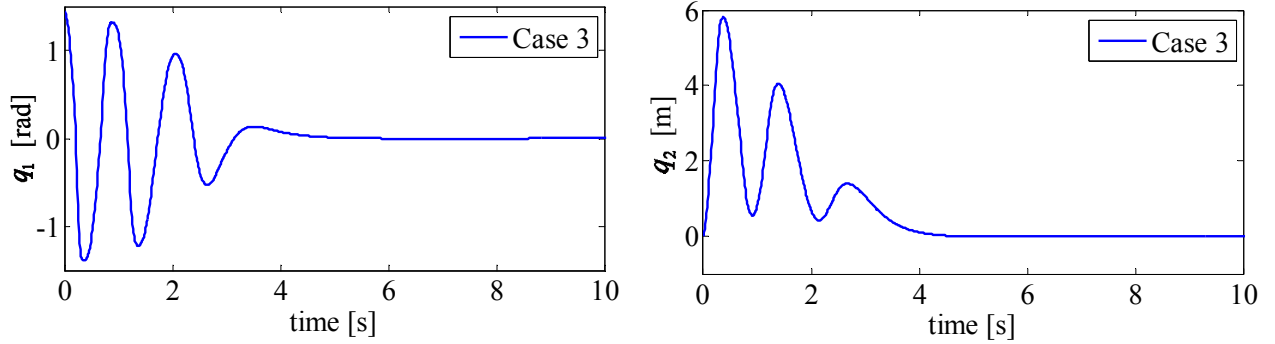
Case 2 の引き込み領域は Case 1 よりも小さくなっており、 $\mathbf{M}_c^*$ の調整による過渡応答の速さの改善と引き込み領域の大きさにトレードオフが見られた。しかしながら、引き込み領域の縮小は適切に制御系パラメータを選択することで防ぐことができることを次項で示す。

Table 2.3 Domains of attraction of the pendulum angle

Case 1 (Previous Study)	Case 2 (With Tuned $\mathbf{M}_c'$)	Case 3 (Suitable Selection)	Linear Quadratic Regulator
$-\frac{\pi}{2} < q_1 < \frac{\pi}{2}$	$-1.001 < q_1 < 1.001$	$-1.459 < q_1 < 1.459$	$-1.073 < q_1 < 1.073$

Table 2.4 Feedback gain of the LQR controller

LQR Gain	$\mathbf{F}_{LQR} = [-31.2 \quad -3.16 \quad -5.17 \quad -4.11]$
Eigen Value	$-7.09 \pm j0.52, -1.45 \pm j0.86$



(a) Pendulum angle

(b) Displacement

Figure 2.8 Regulator performance of IDA-PBC from the edge of the domain of attraction

2.6.3 適切な制御系パラメータによる過渡応答の性能と引き込み領域の両立

制御系の全てのパラメータの調整を施した Case 3 の IDA-PBC 制御系を Case 1 および LQR と比較する. Case 3 のパラメータは, K_{di} が減衰効果のゲイン, および P_{22} は式 (2.83) より台車位置 q_2 に対するゲインとして働くことを考慮して決定した. $\mathbf{M}_c'$ は試行錯誤的に決定した. LQR は台車型倒立振子の非線形運動方程式 (2.38) の全体に ml^2 を掛けたものを倒立状態近傍で線形化し, 状態方程式の状態ベクトルを $\mathbf{x} = [q_1 \quad q_2 \quad \dot{q}_1 \quad \dot{q}_2]^T$ として設計した. 最適フィードバックゲインと, 閉ループ系の固有値を Table 2.4 に示す. 評価関数は状態ベクトルへの重み行列を $\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$, 制御入力への重みを $R \in \mathbb{R}$ として次式とした.

$$J = \int_0^\infty \{ \mathbf{x}^T(t) \mathbf{Q} \mathbf{x}(t) + R \tau^2(t) \} dt \quad (2.94)$$

初期状態は振り角度に 0.1 rad を与え, 他の値は全て 0, 目標台車位置は $q_2 = q_2^* = 0$ m としてシミュレーションを行った結果を Figure 2.7 に示す. Figure 2.7 (a), (c) から, IDA-PBC 制御系は振り角度と制御入力において LQR よりもやや大きいオーバーシュートを生じている. また, 全ての制御系で振り角度の収束の速さは同程度である. Figure 2.7 (b) の台車位置に関しては Case 3 の IDA-PBC 制御系が最も収束が速く, Figure 2.6 (b) に示した Case 2 と比較しても速いことがわかる (時間軸の幅が異なることに注意されたい). Figure 2.7 (d) は Case 3 の IDA-PBC 制御系を使用したときの閉ループ PH システムの全エネルギーも理論通りに Lyapunov 関数となっていることを示している.

Figure 2.8 は Case 3 の IDA-PBC 制御系の引き込み領域を検証した結果である. Table 2.3 に示した値を考慮し, 初期状態として $q_1 = 1.4589$ rad を与え, 他の初期状態は全て 0 とした. 目標台車位置は

$q_2 = q_2^* = 0$ m とした．システムは安定化されており，過渡応答の速さも初期角度を $q_1 = 0.1$ rad とした場合と同程度である．

以上より，Case 3 の IDA-PBC 制御系の引き込み領域は従来研究で水平上半面を保証した $|q_1| < \pi/2$ rad のものよりもやや小さいが，過渡応答の速さは LQR と同程度である．制御系パラメータと制御性能の明確な関係は現時点で明らかではないが， $\mathbf{M}_c''$ の調整により運動エネルギー整形を従来研究よりも積極的に行うことで，これまで問題が指摘されていた IDA-PBC の収束の遅さを改善可能であることが明らかになった．

2.7 結言

Interconnection and Damping Assignment Passivity-Based Control (IDA-PBC) を台車型倒立振子へ適用し，シミュレーションにより制御性能の検証を行った．制御系設計の際，従来研究では用いられていなかった閉ループ port-Hamiltonian (PH) システムに与える所望の慣性行列に含まれるフリーパラメータを使用し，IDA-PBC の欠点とされていた過渡応答の速さの改善を目指した．これは運動エネルギーを従来よりも積極的に整形することを意味する．フリーパラメータの使用により，漸近安定性を保証するための条件が複雑化するが，本研究では2次元領域内から条件を満たすパラメータを視覚的に簡単に選択する方法を併せて示した．シミュレーションでは，従来研究に対してフリーパラメータのみを新たに調整することで，引き込み領域の大きさとトレードオフで過渡応答の速さを改善可能であることを確認した．その上で，IDA-PBC 制御系の全てのパラメータを適切に調整することで，過渡応答の速さを代表的な線形制御手法である Linear Quadratic Regulator と同程度にしつつ，理論的に大きな引き込み領域を実現可能であることを明らかにした．以上の結果から，従来指摘されてきた IDA-PBC の過渡応答の遅さの問題は MIP を制御対象とした場合でも解決できる可能性が高いと判断し，3～5章で MIP の安定化・走行制御系設計に着手する．

第 3 章

エネルギー整形非線形制御による 倒立振子型移動体の安定化制御

3.1 緒言

本章では MIP (Mobile Inverted Pendulum) の進行方向に関する 2 次元平面内における, 安全性の高い安定化制御系設計を目指す. 従来の MIP の安定化制御手法では, 非線形運動方程式を倒立状態近傍で線形近似し, それに基づき制御系を設計することが最も一般的である. 代表的な制御手法としては古典制御理論の PID 制御^{[33][34]} を適用した Segway の開発者らによるもの^[35], 現代制御理論の最適レギュレータ (LQR: Linear Quadratic Regulator) をはじめとする線形制御^{[36][37]} を適用したもの^{[38][39]} や搭乗者や荷物の重量変動や外乱に対するロバスト性向上を目指した H_∞ 制御^{[40][41][42][43]} を適用したものがある^{[44][45][46]}. これらの手法ではいずれも理論的に安定性が保証されるのは倒立状態近傍のみであるため, 外乱や操縦ミスで車体が大きく傾いた場合などに安定化を達成できない可能性がある.

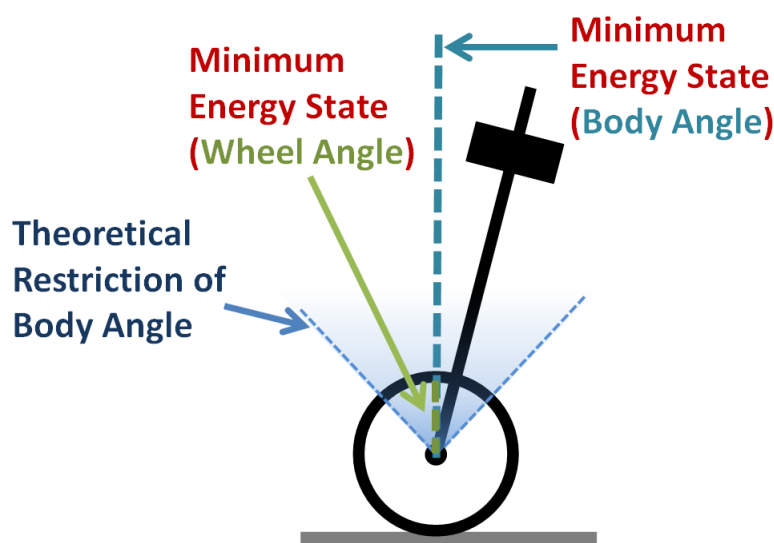


Figure 3.1 Concept of the stabilizing control for the MIP with IDA-PBC

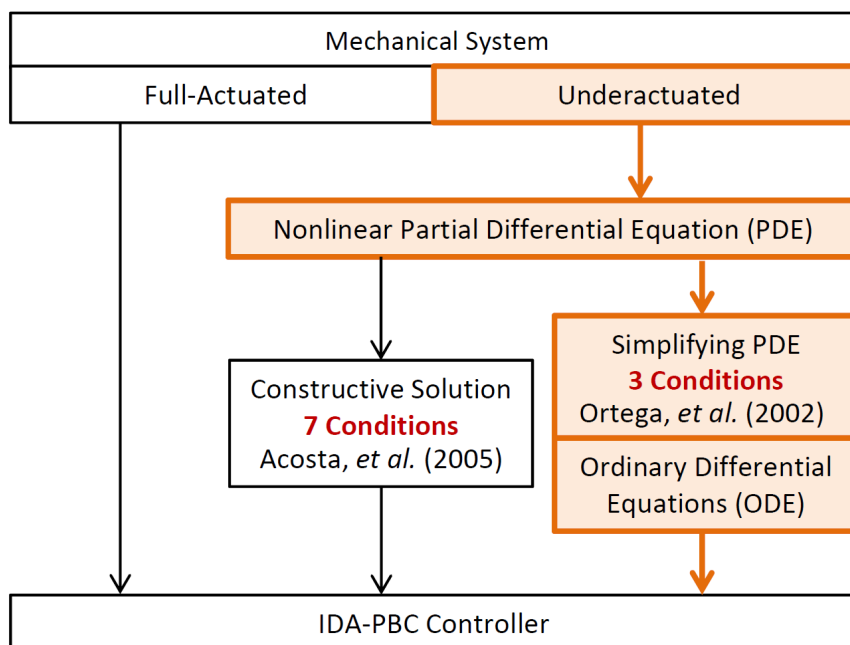


Figure 3.2 Procedure to derive the IDA-PBC stabilizing controller for the MIP

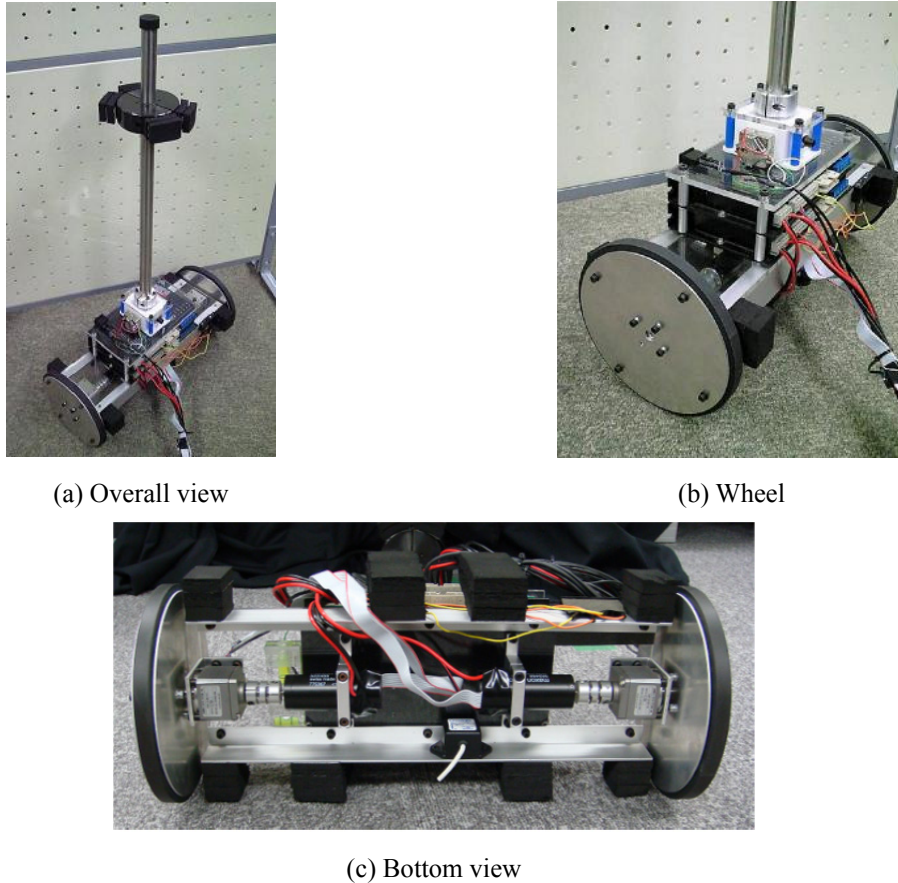


Figure 3.3 Experimental mobile inverted pendulum

これを解決する1つの方法としてゲインスケジューリング (GS: Gain Scheduling) 制御^[47]を適用し、倒立状態近傍以外でいくつかの動作点を定め、それぞれの動作点に対する制御系を複数設計してそれらを統合することも考えられる。しかし、複数の制御系を調整することから設計が煩雑になる。MIP型の移動マニピュレータを対象とした研究^[24]では、線形化などを用いない非線形制御による安定化制御系が提案された。外乱オブザーバ^[48]の使用により加速度制御系^{[49][50]}を構築した上で Lyapunov 関数を適切に設計することで、受動性の観点から安定性を保証した。引き込み領域やゲイン特性に関する詳細は述べられていないが、これによりロバスト性の向上を目指し、シミュレーションと実機実験により有効性を示した。

以上の従来研究に対して本研究では MIP の安定化制御において Interconnection and Damping Assignment Passivity-Based Control (IDA-PBC) の適用を試みる。従来研究において IDA-PBC は強力な安定化制御性能を有する一方、収束は緩やかになる傾向が報告されていた。これらの研究では引き込み領域をできる限り大きくした設計を目指していたが、本論文の2章では台車型倒立振り子を対象として IDA-PBC を適用し、引き込み領域の大きさの縮小をある程度許容することで、良好な過渡応答の速さと十分大きな引き込み領域を両立できる可能性を明らかにした^[113]。この結果に基づき、本章では MIP に対して IDA-PBC を適用することで、良好な過渡応答と広範囲な引き込み領域を有する安定化制御系の設計を目指す。本章では MIP の車体角度と車輪角度の両者に対してエネルギー整形を行う。概念図を Figure 3.1 に示す。制御系導出は2.3節で述べた PDE (Partial Differential Equation) の可解性に依存するが、これを解くことは一般的に困難とされる。Acosta らにより特定の条件を満たす劣駆動機械システムに対して PDE を手続き的に解く方法^[92]が示され、台車型倒立振り子などへ適用されたが、本研究の制御対象である MIP は後述するようにその前提条件を満たさない。本章では Gómez-Estern ら^[90]と Ortega ら^[91]により示された、あるクラスのシステムに対して PDE を ODE (Ordinary Differential Equation) に変形する手法を利用する。本研究では ODE の解を示し、MIP に対して IDA-PBC による安定化制御系を導出可能

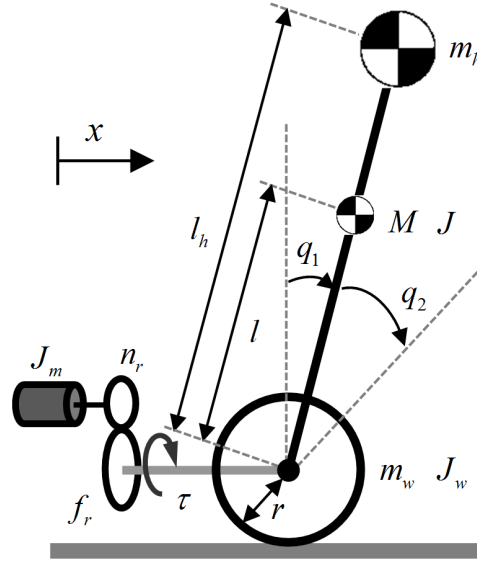


Figure 3.4 Diagram of the mobile inverted pendulum

Table 3.1 Parameters of the mobile inverted pendulum

Parameter	Unit	Value	Parameter	Unit	Value
M	kg	2.3	J	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$	1.9×10^{-2}
m_w	kg	0.63	J_w	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$	1.8×10^{-3}
m_h	kg	1.0	J_m	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$	2.1×10^{-6}
l	m	0.061	n_r	–	50
l_h	m	0.50	f_r	$\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}/\text{rad}$	0
r	m	0.075			

であることを明らかにする．導出過程において，非線形運動方程式の線形近似やフィードバック線形化は用いず，広範囲な車体角度に対する安定性保証やモデル化誤差に対する脆弱性の回避を目指す．Figure 3.2 において，太線で示したルートが本章の制御系導出手順である．なお，3次元モデルのMIPに対してIDA-PBCを適用した研究があるが，車体角度のみを鉛直上向きに安定化する条件のもとでPDEを単純化して制御系を導出しており，他の状態量の安定性は考慮していない^[114]．

ODEから解が得られたとき，その解は制御系が安定性を保証するための各種条件を満たさなければならず，制御系パラメータの選択は煩雑な作業となる．本章では閉ループ系に与える所望の慣性行列に含まれる変数パラメータの構造を適切に設定することで，安定性を保証する制御系パラメータを2次元領域から視覚的に選択する体系的な方法を示す．また，設計した制御系の車体角度の引き込み領域は，単純な方程式の解として得ることができることを示す．これにより安定化制御時にMIPの車体角度は，制御系の設計段階から理論的に算出される範囲に制限されつつMIPは目標位置かつ静止倒立状態へと収束することを保証する．逆にこの方程式を利用することで，車体角度を指定範囲内に制限するように制御系パラメータを選択することも可能となる．

シミュレーションでは，設計したIDA-PBC制御系が十分広い引き込み領域を理論的に保証しつつ良好な制御性能を有することを示す．このときの制御系パラメータ決定には2章で得られた知見を活かし，引き込み領域の縮小をある程度許容したエネルギー整形を行うことで，過渡応答の速さとの両立を目指す．さらにこの制御系をFigure 3.3に示す実機に適用する．実験では特に車体部分にインパルス的な外乱が加わった際の安定化制御性能を，LQRと比較する．設計したIDA-PBC制御系が実機適用時にも良

好な過渡応答の速さを有することを確認するとともに、外乱によりシステムの状態が線形近似可能な範囲を超えた場合において IDA-PBC 制御系が優位性を持つことを示す。

3.2 倒立振子型移動体の運動方程式

本研究で用いる MIP の模式図を Figure 3.4 に示す。 M 、 m_w および m_h はそれぞれ車体、車輪および調整可能な追加錘の質量を表す。 J 、 J_w および J_m はそれぞれ車体、車輪およびモータの質量中心まわりの慣性モーメントとする。 l 、 l_h はそれぞれ車輪の中心軸から車体の質量中心および追加錘までの長さ、 r は車輪の半径を表す。 n_r は減速比、 f_r はモータと車輪間の摩擦係数、 τ はモータが発生する制御入力トルクを表す。実機のパラメータを Table 3.1 に示す。実機のパラメータは提案制御系の性能の検証用であり、特定の MIP を想定したものではない。ただし参考として、この実機において運転者に対応する追加質量 m_h は 1.0 kg、車体と車輪の合計質量は 2.93 kg であり、その比は 1 : 2.93 である。日本人の成人男性の平均体重は 65.38 kg であり^[115]、Table 1.1 に示した民間で開発された MIP との質量比は 1 : 0.188 ~ 1 : 3.21 である。慣性モーメントや重心位置などの違いも考慮すると必ずしも適切とはいえないが、本研究の実機の質量比は現実的な範囲の設定であると考えられる。

本研究では摩擦や滑りは考慮しない。システムの状態量として q_1 を車体角度、 q_2 を車体を基準とした相対的な車輪の回転角度とする。 x は並進方向への車輪中心軸の移動距離である。 $\mathbf{q} = [q_1 \ q_2]^T$ を一般化座標ベクトル、 g を重力加速度とする。運動方程式の導出は松本らの研究^[39]に基づき次式となる。

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}_s + \mathbf{G}_s = \mathbf{G}u \quad (3.1)$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 2a \cos q_1 + b & a \cos q_1 + c \\ a \cos q_1 + c & 1 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

$$\mathbf{C}_s = \begin{bmatrix} -a \sin q_1 \cdot \dot{q}_1^2 \\ -a \sin q_1 \cdot \dot{q}_1^2 + \frac{f_r}{d} \dot{q}_2 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

$$\mathbf{G}_s = \begin{bmatrix} -e \sin q_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

$$\mathbf{G} = [0 \ 1]^T \quad (3.5)$$

$$d = (M + m_h + m_w)r^2 + J_w + n_r^2 J_m \quad (3.6)$$

$$a = \frac{1}{d} (Ml + m_h l_h) r \quad (3.7)$$

$$b = \frac{1}{d} \{ (M + m_h + m_w)r^2 + Ml^2 + m_h l_h^2 + J + J_w \} \quad (3.8)$$

$$c = \frac{1}{d} \{ (M + m_h + m_w) r^2 + J_w \} \quad (3.9)$$

$$e = \frac{g}{d} (Ml + m_h l_h) \quad (3.10)$$

$$u = \frac{\tau}{d} \quad (3.11)$$

$\mathbf{M}$ は慣性行列, $\mathbf{C}_s$ は遠心力とコリオリ力に関する項, および $\mathbf{G}_s$ は重力に関する項である. 詳細は 3.3.1 項と付録 A.1 で述べるが, MIP の運動方程式は台車型倒立振子の式 (2.38) - (2.45) と異なり, $\mathbf{C}_s$ の第 1 成分が存在する. この影響により, 2 章で適用した Acosta らによる IDA-PBC 制御系の手続き的導出方法が使用できない. また, 計算の簡単化のため, 慣性行列 $\mathbf{M}$ の 2 行 2 列成分が 1 となるように定数 d で運動方程式全体を割った. q_2 を地面鉛直上向きを基準とした絶対角度ではなく, 車体角度を基準とした相対角度としたが, IDA-PBC 制御系導出の都合上, $\mathbf{G}$ を単位ベクトルとするためである. また, 実機では車体に固定されたアクチュエータに接続されたエンコーダを用いて車輪の回転角度・角速度を取得することから, q_2 を相対角度で定義することは物理的にも合理的である. このときシステムのポテンシャルエネルギー V は次式となる.

$$V(q_1) = e \cos q_1 \quad (3.12)$$

本研究では車体角度 q_1 は物理的に合理的な水平上半面 $q_1 \in (-\pi/2, \pi/2)$ の範囲で考える. IDA-PBC 制御系導出には $\mathbf{M}$ の正定性が要求されるが, その条件である次式は $q_1 \in (-\pi/2, \pi/2)$ において成立すると仮定する.

$$\det(\mathbf{M}) > 0 \quad (3.13)$$

さらに次の仮定を設ける.

$$b > 1 \quad (3.14)$$

$$a \cos q_1 + c > 1 \quad (3.15)$$

物理的解釈として式 (3.6), (3.8) より, 式 (3.14) はモータと減速機による影響が車体と追加質量に比べて小さいことを表すため, 実用的には満たされることが多いと考えられる. 本研究で用いる Table 3.1 の物理パラメータはこれらを全て満たす. もし式 (3.13), (3.15) の仮定を満たさない MIP の物理パラメータを用いる場合, 安定性は仮定が成立する車体角度の範囲内において考えるものとする.

3.3 制御系設計

3.3.1 制御系導出のための PDE の簡単化

IDA-PBC 制御系の導出には式 (2.36), (2.37) で与えられる PDE を各種条件のもとで $\mathbf{M}_d$ と V_d に関して解かなければならない. この作業は一般的に困難である. 2 章で述べたように, 制御入力の数が増えるほどシステムの自由度よりも 1 小さい劣駆動システムに対しては, この解を手続き的に得る有効な方法が Acosta らにより示され, 台車型倒立振子などへ適用されている^[92]. 台車型倒立振子では非線形フィードバックによる部分線形化^[112]により条件を満たすシステムへ変換可能である. MIP はこの条件を満たさず, 部

分線形化を用いても運動方程式 (3.1) 中の $\mathbf{C}_s$ の第 1 成分の影響により条件を満たさない。よって Acosta らによる IDA-PBC 制御系導出法は適用できない。この詳細は付録 A.1 に示す。

本研究では Gómez-Estern ら^[90] と Ortega ら^[91] により示された、あるクラスのシステムに対して PDE を ODE に単純化する手法を利用する。この手法の概要は付録 A.2 に示す。これは手続き的に解を求めるものではないが、本研究では ODE を解いて IDA-PBC 制御系が導出可能であることを示す。単純化のための仮定は次の 3 つである。

仮定 1

次式が成立するものとする。

$$m = n - 1 \quad (3.16)$$

このとき k を劣駆動座標に対応する自然数として $\mathbf{G}^\perp$ は次式となる。 $\mathbf{e}_k$ は第 k 成分が 1 の単位列ベクトルである。

$$\mathbf{G}^\perp = \mathbf{e}_k^T \quad (3.17)$$

$\mathbf{G}^\perp$ は $\mathbf{G}$ の左零化作用素であり $\mathbf{G}^\perp \mathbf{G} = \mathbf{0}$ が成立する。ただしシステムの座標系のとり方によっては式 (3.17) から得られる $\mathbf{G}^\perp$ が $\mathbf{G}$ の左零化作用素とはならないことがあるが、座標変換を施すことで問題は解決される。

仮定 2

次式が成立するものとする。

$$\mathbf{e}_k^T \nabla_{\mathbf{q}} \mathbf{M}_{ij} = \mathbf{e}_k \frac{d\mathbf{M}_{ij}}{dq_k} \quad (3.18)$$

$\mathbf{M}_{ij}$ は $\mathbf{M}$ の i 行 j 列成分を表す。これは $\mathbf{M}$ が劣駆動座標のみに依存することを要求する。

仮定 3

次式が成立するものとする。

$$\mathbf{e}_k^T \nabla_{\mathbf{q}} \mathbf{M}_{dij} = \mathbf{e}_k \frac{d\mathbf{M}_{dij}}{dq_k} \quad (3.19)$$

$\mathbf{M}_{dij}$ は $\mathbf{M}_d$ の i 行 j 列成分を表す。これは $\mathbf{M}_d$ が劣駆動座標のみに依存することを要求する。

運動エネルギーに関する PDE 式 (2.36) は次の常微分方程式 (ODE: Ordinary Differential Equation) へ単純化できる。

$$\frac{d}{dq_k} (\mathbf{M}_d)_{(\cdot,k)} = - \frac{1}{(\mathbf{M}_d \mathbf{M}^{-1})_{(k,k)}} \left(\mathbf{M}_d \frac{d}{dq_k} (\mathbf{M}^{-1}) \mathbf{M}_d \right)_{(\cdot,k)} \quad (3.20)$$

下付き添字 (i, j) を付したものは、その行列やベクトルの i 行 j 列成分を表す。ただしこの ODE は次式が成立するときのみ得られ、これを条件 A とする。

条件 A

$$(\mathbf{M}_d \mathbf{M}^{-1})_{(k,k)} (q_k^*) \neq 0 \quad (3.21)$$

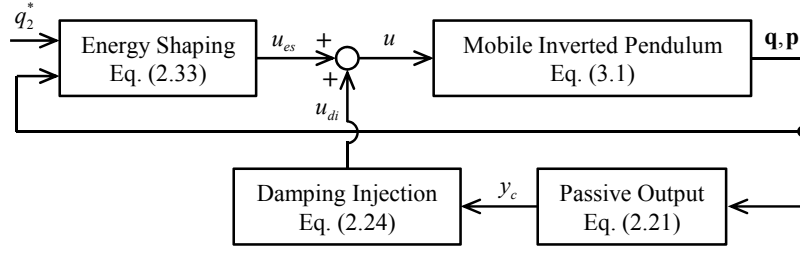


Figure 3.5 Block diagram of the IDA-PBC stabilizing controller for the MIP

3.3.2 運動エネルギーに関する PDE の解

本制御対象において $n=2$, $m=1$ である．また, q_1 が劣駆動座標に対応することから, $k=1$ である．よって仮定 1 と 2 は明らかに満たされる．仮定 3 から, $\mathbf{M}_d$ を q_1 のみに依存する形でおく．

$$\mathbf{M}_d(q_1) = \begin{bmatrix} m_{d1}(q_1) & m_{d2}(q_1) \\ m_{d2}(q_1) & m_{d3}(q_1) \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

以上より, 運動エネルギーに関する ODE は次式となる．

$$\frac{dm_{d1}}{dq_1} = \frac{-2a\{(-a \cos q_1 - c + 1)m_{d1} + (a \cos q_1 + b - c)m_{d2}\}}{\det(\mathbf{M})} \sin q_1 \quad (3.23)$$

$$\frac{dm_{d2}}{dq_1} = \frac{-a\{2(a \cos q_1 + c - 1)m_{d1}m_{d2} + (-a^2 \cos^2 q_1 - 2ac \cos q_1 - c^2 + 2c - b)(m_{d1}m_{d3} + m_{d2}^2) + (2a^2 \cos^2 q_1 + 2ab \cos q_1 - 2c^2 + 2bc)m_{d2}m_{d3}\}}{\det(\mathbf{M})\{-m_{d1} + (a \cos q_1 + c)m_{d2}\}} \sin q_1 \quad (3.24)$$

ここで MIP の運動方程式は台車型倒立振り子とは異なるが, これらの ODE は結果的に台車型倒立振り子を対象とした研究^[90] と類似した構造である．右辺が $\mathbf{M}_d$ の成分に関して 1 次式であることに着目し, m_{d2} と m_{d3} を次式でおく．

$$m_{d2}(q_1) = \alpha_2(q_1)m_{d1}(q_1) \quad (3.25)$$

$$m_{d3}(q_1) = \alpha_3(q_1)m_{d1}(q_1) \quad (3.26)$$

このとき式 (3.27) およびその解は次式となる．

$$\frac{dm_{d1}}{dq_1} = \frac{-2a\{\alpha_2(a \cos q_1 + b - c) - a \cos q_1 - c + 1\}}{\det(\mathbf{M})} \sin q_1 \cdot m_{d1} \quad (3.27)$$

$$m_{d1}(q_1) = K_m e^{\int_{q_1^*}^{q_1} F(\mu) d\mu} \quad (3.28)$$

$K_m > 0$ は定数, q_1^* は所望の車体角度を表し, 本研究では倒立状態の $q_1^* = 0$ rad とする． K_m は ODE 式 (3.27) を解くときの初期条件に相当し, 制御系のパラメータとして使用できる． $F(q_1)$ は次式である．

$$F(q_1) = \frac{-2a\{\alpha_2(a \cos q_1 + b - c) - a \cos q_1 - c + 1\}}{\det(\mathbf{M})} \sin q_1 \quad (3.29)$$

以上より、適切な $\alpha_2(q_1)$ を設定することで式 (3.25) より m_{d2} を決定すると、それに伴い式 (3.24) より m_{d3} が定まる。しかし、 $\mathbf{M}_d$ の正定性などの複数の条件を満たすように $\alpha_2(q_1)$ を決定し、かつ制御性も考慮しなければならないことから、この作業は重要であると同時に煩雑である。本研究では $\alpha_2(q_1)$ の体系的な決定法を次節で示す。

3.3.3 ポテンシャルエネルギーに関する PDE の解

PDE 式 (2.37) の計算を進めたものとその解 V_d は次式となる。

$$\left(\mathbf{M}_d \mathbf{M}^{-1}\right)_{(1,1)} \frac{\partial V_d}{\partial q_1} + \left(\mathbf{M}_d \mathbf{M}^{-1}\right)_{(1,2)} \frac{\partial V_d}{\partial q_2} = \frac{\partial V}{\partial q_1} \quad (3.30)$$

$$V_d(\mathbf{q}) = \int_0^{q_1} \frac{1}{\left(\mathbf{M}_d \mathbf{M}^{-1}\right)_{(1,1)}(\mu)} \frac{\partial V}{\partial q_1}(\mu) d\mu + \Phi(z(\mathbf{q})) \quad (3.31)$$

ただし解 V_d は式 (3.21) の条件 A が成立するときのみ得られ、 Φ を任意の微分可能な関数として z は次式である。

$$z(\mathbf{q}) = q_2 - \int_0^{q_1} \frac{\left(\mathbf{M}_d \mathbf{M}^{-1}\right)_{(1,2)}(\mu)}{\left(\mathbf{M}_d \mathbf{M}^{-1}\right)_{(1,1)}(\mu)} d\mu \quad (3.32)$$

3.3.4 IDA-PBC 制御入力の変導

算出した $\mathbf{M}_d$ と V_d を用いて IDA-PBC 制御入力がある。ただし $\mathbf{J}_2$ は次式である^[90]。

$$\mathbf{J}_2 = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{2} \mathbf{p}^T \mathbf{E} \mathbf{M}_d \mathbf{e}_2 \\ \frac{1}{2} \mathbf{p}^T \mathbf{E} \mathbf{M}_d \mathbf{e}_2 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

$$\mathbf{E} = \frac{d\mathbf{M}^{-1}(q_1)}{dq_1} - \mathbf{G}^\perp \mathbf{M}_d \mathbf{M}^{-1} (\mathbf{G}^\perp)^T \frac{d\mathbf{M}_d^{-1}(q_1)}{dq_1} \quad (3.34)$$

式 (3.28), (3.31) および (3.32) 中の積分計算は解析的に求めることが困難であったことから、本研究では数値的に計算した。制御系のブロック線図を Figure 3.5 に示す。また、システムの漸近安定性を保証するために必要な零状態可検出性は付録 A.3 で示す。

3.4 制御系パラメータの設計と引き込み領域の導出

3.4.1 安定性保証条件の定式化

IDA-PBC 制御系は $\alpha_2(q_1)$ の具体的な形を決定することで得られる．しかし，各種条件を満たしつつ，応答の良いパラメータを選択する作業は煩雑である．ここでは体系的な設計を行うため，安定性が保証される条件を明確化する．最終的に条件を満たすパラメータ集合は2次元領域で表すことが可能であることを示す．また，この領域表示を用いて引き込み領域も事前に容易に推定可能であることを示す．

閉ループ慣性行列に関する条件

$\mathbf{M}_d$ が正定である条件は $m_{d1} > 0$ を考慮すると次式となり，これを条件 B とする．

条件 B

$$\det(\mathbf{M}_d(q_1^*)) > 0 \quad (3.35)$$

式 (3.25), (3.26) を用いると，これは次式となる．

$$\alpha_3(q_1^*) - \alpha_2^2(q_1^*) > 0 \quad (3.36)$$

閉ループポテンシャルエネルギーに関する条件

V_d が満たすべき条件は式 (2.17), (2.18) で示した．本研究において条件式 (2.18) は次式へと書き直すことができる．

$$\nabla_{\mathbf{q}}^2 \Phi(\mathbf{q}^*) > 0 \quad (3.37)$$

$$\frac{\partial^2 V_{d1}}{\partial^2 q_1}(q_1^*) > 0 \quad (3.38)$$

式 (3.31) の第1項を $V_{d1}(q_1)$ とおいた．式 (2.17), (3.37) は $P > 0$ を定数として Φ を次式とすることで満たされる^{[90][91][92]}．

$$\Phi(z(\mathbf{q})) = \frac{P}{2} \{z(\mathbf{q}) - z(\mathbf{q}^*)\}^2 \quad (3.39)$$

なお $q_1 \in (-\pi/2, \pi/2)$ において $\nabla_{\mathbf{q}} V_d(\mathbf{q}) = \mathbf{0}$ を満たすのは $\mathbf{q} = \mathbf{q}^* = [q_1^* \ q_2^*]^T$ のとき (q_2^* は目標車輪回転角度) に限られ，極小点は孤立した最小点となる．ゆえに式 (3.38) のみを考えれば良い．計算を進めると次式となり，これを条件 C とする．

条件 C

$$\frac{1}{(\mathbf{M}_d \mathbf{M}^{-1})_{(1,1)}(q_1^*)} < 0 \quad (3.40)$$

さらに計算を進めると条件 C は次の不等式となる．

$$\alpha_2(q_1^*) > \frac{1}{a \cos q_1^* + c} > 0 \quad (3.41)$$

この不等式条件の見通しを良くするため $\alpha_2(q_1)$ を次式でおく.

$$\alpha_2(q_1) = \frac{1}{\beta_1 \cos q_1 + \beta_2} \quad (3.42)$$

ここで β_1, β_2 は定数とし、これらは制御系パラメータとなる. $\alpha_2(q_1)$ の設計は式 (3.42) 以外に様々なものが考えられ、制御性能に影響を与えることが予想される. 本研究では以降に示すように、式 (3.42) を用いると制御系設計の際の重要な前提であるシステムの安定性を考慮したパラメータ選定を容易に行うことができる. また、制御性能に関しても、シミュレーションと実機実験において LQR と同程度の過渡応答の速さが得られるとともに、理論的に十分広い引き込み領域を保証することができたため、式 (3.42) の $\alpha_2(q_1)$ を採用した. 条件 C は次の2つの条件に書き直すことができる.

$$\beta_2 < -\cos q_1^* \cdot \beta_1 + a \cos q_1^* + c \quad (3.43)$$

$$\beta_2 > -\cos q_1^* \cdot \beta_1 \quad (3.44)$$

ゆえに、IDA-PBC 制御系が安定性を保証するか否かは β_1, β_2 の設定で決まる.

3.4.2 安定性を保証する制御系パラメータの領域表示による視覚的設計法

少なくとも所望の平衡点近傍で安定性を保証するパラメータ領域の導出には、前述の条件 A~C を全て満たす (β_1, β_2) を明らかにすればよい. 前節で $\alpha_2(q_1)$ の具体的な形を決定し、 $\mathbf{M}_d$ が定まったことから条件 B を考える. 式 (3.36) の左辺の具体的な計算は式 (3.24) から α_3 を求める必要があり複雑になる. しかし、変数変換 $x = \cos q_1, x \in (0, 1]$ を行って計算を進めると、最終的に条件 B は次式となる. また、 $x^* = \cos q_1^*$ とする.

$$\frac{d\alpha_2(x^*)}{dx} \cdot \det(\mathbf{M}) \cdot \frac{(ax^* + c)\alpha_2(x^*) - 1}{2a(ax^{*2} + abx^* - c^2 + bc)\alpha_2(x^*) - a\{(ax^* + c)^2 + (b - 2c)\}} > 0 \quad (3.45)$$

式 (3.13) で仮定した $\det(\mathbf{M}) > 0$ 、および $d\alpha_2(x)/dx = -\beta_1/(-\beta_1 x + \beta_2)^2$ は β_1 と逆符号になることを考慮し、不等式の両辺をこれらで割ることで、残りの分数部分の正負について場合分けをして考えることができる. $\alpha_2(q_1)$ に式 (3.42) を代入し、変数変換を元に戻して計算を進めると、同時に満たされるべきポテンシャルエネルギーに関する条件 C の式 (3.43), (3.44) と共通部分を持つのは次の場合に限定される.

$$\beta_1 < 0 \quad (3.46)$$

$$\beta_2 < -\cos q_1^* \cdot \beta_1 + a \cos q_1^* + c \quad (3.47)$$

$$\beta_2 < -\cos q_1^* \cdot \beta_1 + \frac{2\{a \cos q_1^* (a \cos q_1^* + b) + c(b - c)\}}{(a \cos q_1^* + c)^2 + (b - 2c)} \quad (3.48)$$

なお、式 (3.48) の右辺第2項の分母は式 (3.14) を満たす限り常に正である.

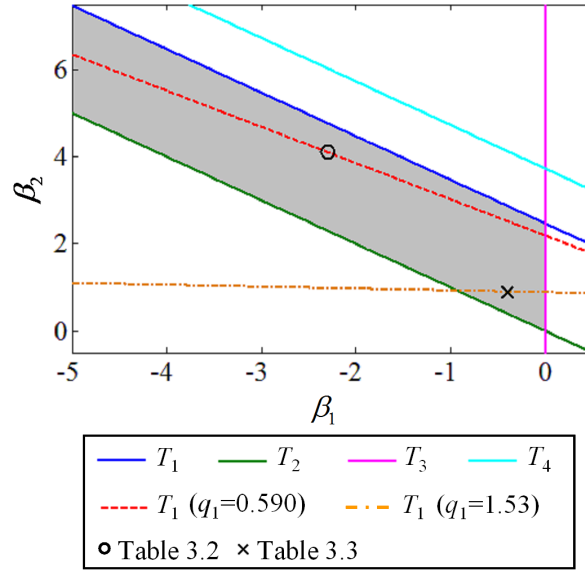


Figure 3.6 Region of controller parameters which guarantee stability

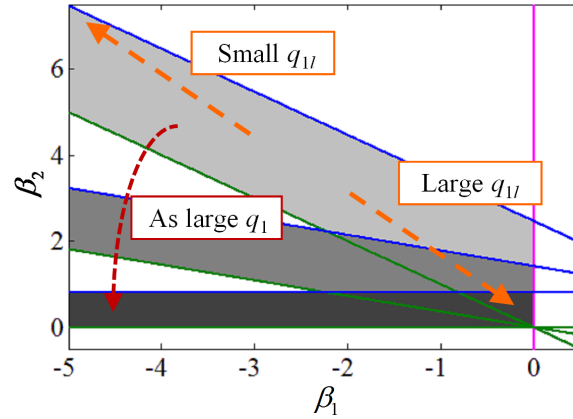


Figure 3.7 Relation between the domain of attraction and the regions of controller parameters

以上より、条件 A ~ C を統合することで、安定性を保証するパラメータ集合は $\beta_1 - \beta_2$ 平面に領域表示できる。ここで式 (3.43), (3.44), (3.46) および (3.48) において、不等号を等号としたときに表される直線をそれぞれ T_1 , T_2 , T_3 , T_4 とする。なお式 (3.43), (3.47) は等価である。領域は Figure 3.6 の灰色の部分（ただし境界線上を除く）となり、この中から点 (β_1, β_2) を選択する限り、IDA-PBC 制御系は少なくとも所望の平衡点近傍での安定性を保証する。

3.4.3 引き込み領域の導出

前述の領域表示を利用して、引き込み領域を容易に推定可能であることを示す。これまで条件 A ~ C は固定した $q_1 = q_1^* = 0$ rad において評価したが、引き込み領域の推定には、選択した点 (β_1, β_2) に対して、条件 A, B が成立する q_1 の値の範囲を明らかにすればよい。これは推定引き込み領域を一般的に表した式 (2.29), (2.30) において、 H_d が存在し、かつ発散しない q_1 の範囲を求めることに対応する。条件 C は V_d の極値に対するものであるから $q_1 = q_1^* = 0$ rad において成立すれば良い。

よって条件 A, B において q_1^* を $q_1 \in [0, \pi/2)$ に置き換えて考える。 q_1 の範囲は条件が全て偶関数で表されることに基づいた。条件 A は $q_1 = 0$ において条件 C を満たさなければならないことを考慮すると、結局条件 A の否定等号は右開きの不等号に置き換えた次式で考えなければならない。

Table 3.2 Parameters of the IDA-PBC controller with fast transient performance

Parameter	Value	Parameter	Value
K_m	50	β_1	-2.3
P	0.35	β_2	4.1
K_{di}	45		

Table 3.3 Parameters of the IDA-PBC controller with the large domain of attraction

Parameter	Value	Parameter	Value
K_m	50	β_1	-0.4
P	0.4	β_2	0.9
K_{di}	100		

$$(\mathbf{M}_d \mathbf{M}^{-1})_{(1,1)}(q_1) < 0 \quad (3.49)$$

q_1 を 0 から $\pi/2$ rad へ徐々に大きくしていくと、条件 A, B が表す領域は Figure 3.7 に示すように連続的に変化する. $q_1 = 0$ rad のとき領域は Figure 3.6 の領域と完全に一致する. ここで注意点として、Figure 3.6 よりも濃い灰色で示した Figure 3.7 の領域は条件 C を考慮していないことから、その全ての点において倒立状態での安定性を保証するわけではない. 従って、少なくとも所望の平衡点近傍で安定性を保証する Figure 3.6 の領域内から点 (β_1, β_2) をまず選択し、その点が Figure 3.7 の変化後の領域にも含まれれば、そのときの q_1 は引き込み領域内にあるといえる. なお、 T_4 も T_1 と同じ傾きを保ちつつ変化するが、式 (3.13), (3.14) が成立する限り $T_4 > T_1$ であることが確認できる. よって引き込み領域推定の際は T_1 のみを考慮すればよい. 以上をまとめると、引き込み領域は次の手順で推定できる.

1. Figure 3.6 に示す灰色の領域（ただし境界線上を除く）から点 (β_1, β_2) を選択する.
2. T_1 が選択点を通るするときの $q_1 = q_{1l} > 0$ rad を求める. これは次の方程式を q_{1l} について解くことに相当する.

$$\beta_2 = -\cos q_{1l} \cdot \beta_1 + a \cos q_{1l} + c \quad (3.50)$$

3. 車体角度の引き込み領域は $q_1 \in (-q_{1l}, q_{1l})$ となる.

定性的には Figure 3.6, Figure 3.7 の薄い灰色の領域の右下ほど引き込み領域は広く、左上ほど狭くなる.

条件 B を $q_1 \in [0, \pi/2)$ で評価したものは $\mathbf{M}_d(q_1) > 0$ の成否に関連し、閉ループ PH システムの運動エネルギーが有界となる q_1 の範囲に関わる. また、条件 A と C を統合して $q_1 \in [0, \pi/2)$ で評価した式 (3.49) は、 $(\mathbf{M}_d \mathbf{M}^{-1})_{(1,1)}(q_1)$ が式 (3.31), (3.32) において分母に入ることから、閉ループ PH システムのポテンシャルエネルギーが有界となる q_1 の範囲に関わる. 従って領域

$$D = \{(\mathbf{q}, \mathbf{p}) \in \mathbb{R}^4 \mid |q_1| < q_{1l}\} \quad (3.51)$$

において閉ループ PH システムの全エネルギー H_d は半径方向に非有界である. 一方で IDA-PBC 制御入力により $\dot{H}_d \leq 0$ が保証されていることから、領域 D から出発したシステムの軌道は、この領域を逸脱することなく所望の平衡点へ収束する. 従って安定化制御時に MIP の車体角度は $|q_1| < q_{1l}$ に制限されつつ、倒立状態かつ所望の車輪回転角度（水平方向移動距離に対応） $q_2 = q_2^*$ で最終的に停止する. なお車体角度の引き込み領域を算出する方程式 (3.50) を逆に利用することで、はじめに安全性を考慮して車体角度の制限値 q_{1l} を与え、それに対応する制御系パラメータ β_1, β_2 を選択することも可能である.

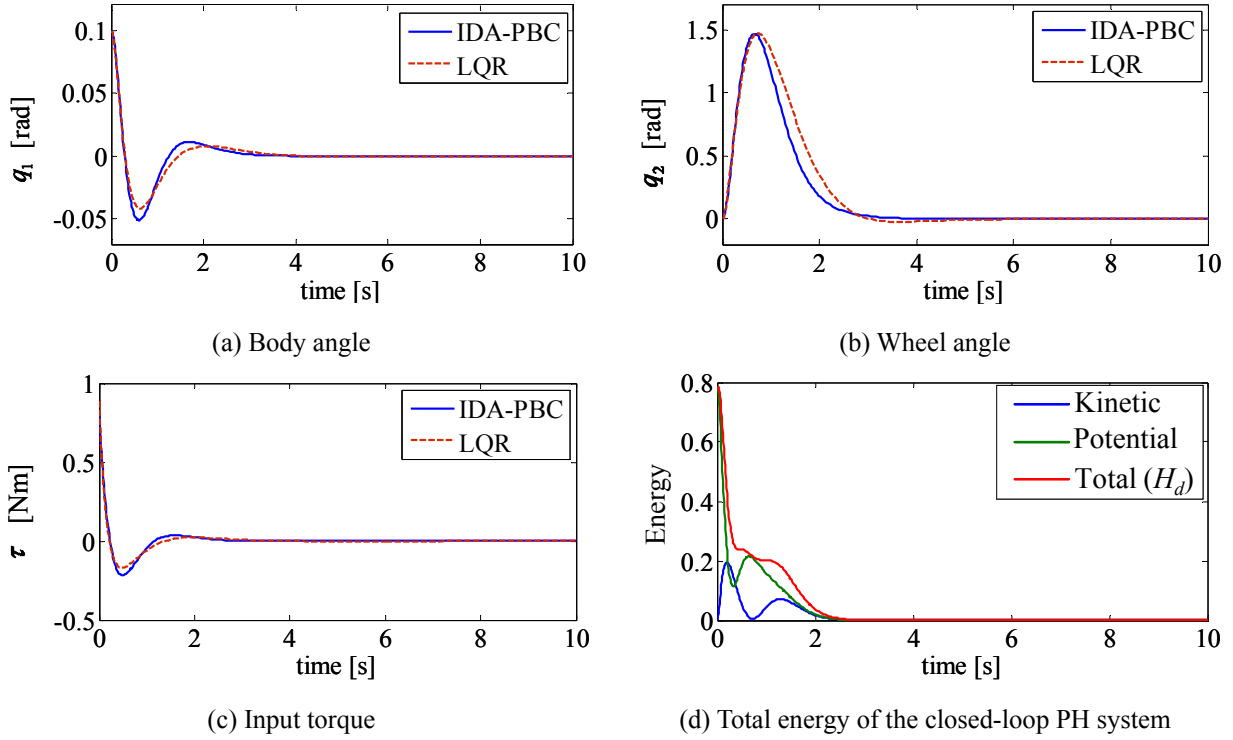


Figure 3.8 Regulator performance of IDA-PBC and LQR

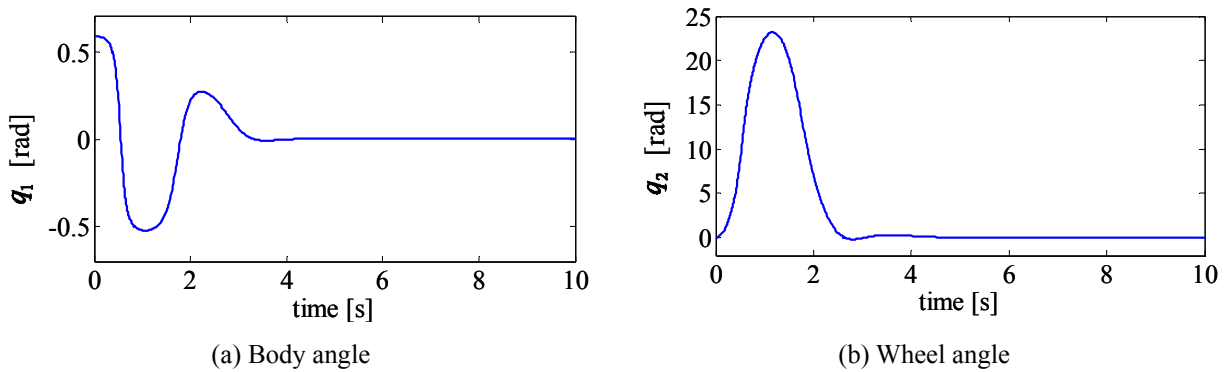


Figure 3.9 Regulator performance of IDA-PBC from the edge of the domain of attraction

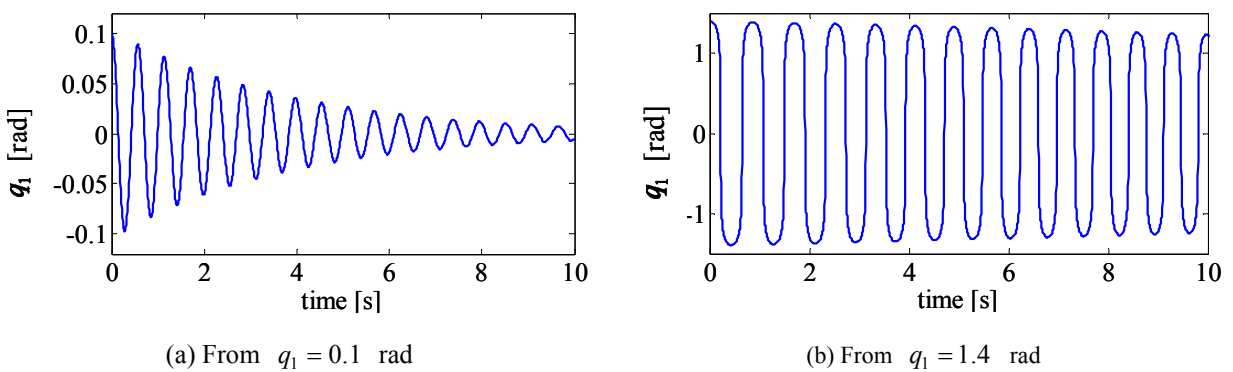


Figure 3.10 Regulator performance of IDA-PBC with the large domain of attraction parameters

3.5 シミュレーション

シミュレーションおよび次章の実機実験で用いる IDA-PBC 制御系のパラメータを Table 3.2 に示す。これは Figure 3.6 に示す「○」のプロットに対応する。制御入力は式 (2.19), (2.24) および (2.33) から得られ, K_{di} は Damping Injection のゲインに対応する。比較対象として用いる LQR の最適フィードバックゲインは, 非線形運動方程式 (3.1) を倒立状態近傍で線形化して得た状態方程式の状態ベクトルを $\mathbf{x} = [q_1 \ q_2 \ \dot{q}_1 \ \dot{q}_2]^T$, および状態ベクトルへの重み行列を $\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$, 制御入力への重みを $R \in \mathbb{R}$ とした評価関数を次式として計算し, $\mathbf{F}_{LQR} = [-303 \ -3.38 \ -65.8 \ -4.26]$ を得た。

$$J = \int_0^\infty \{ \mathbf{x}^T(t) \mathbf{Q} \mathbf{x}(t) + R u^2(t) \} dt \quad (3.52)$$

このゲインはシミュレーションにおけるシステムの応答および入力トルクが IDA-PBC とほぼ同じになるように決定した。ゲインを大きくするほど LQR のシミュレーション上での安定化可能領域は広まる傾向があったが, 実機適用時にセンサノイズなどの影響が大きくなり安定化制御が難しくなったため, これを考慮した設計となっている。シミュレーション上での性能の比較として, 初期状態 $\mathbf{x}_0 = [0.1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ から原点への安定化制御の応答を Figure 3.8 に示す。どちらの制御系も類似した応答と制御入力履歴が得られていることがわかる。次節の実験ではこれらの制御系を実機実装した際に現れる差を検証する。Figure 3.8 (d) は閉ループ PH システムのエネルギーの履歴を表す。 H_d は常に正值かつ単調非増加であり, IDA-PBC の理論通りに Lyapunov 関数となっている。IDA-PBC 制御系の引き込み領域は前章で提案した手法を用いて $|q_1| < 0.590 \text{ rad}$ と算出された。Figure 3.9 に引き込み領域の端点に近い初期状態 $\mathbf{x}_0 = [0.589 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ としたシミュレーションを示す。制御系パラメータは Table 3.3 のものを用いた。過渡応答の速さは損なわれていないが, オーバーシュートが大きく応答が急峻である。なお, 理論的には $|q_1| < \pi/2 \text{ rad}$ まで引き込み領域を保証する設計は可能であるが収束が遅くなる結果が得られた。Table 3.3 に引き込み領域が $|q_1| < 1.53 \text{ rad}$ となるパラメータを示す。これは Figure 3.6 に示す「×」のプロットに対応する。Figure 3.10 (a), (b) に初期状態を $\mathbf{x}_0 = [0.1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ および $\mathbf{x}_0 = [1.4 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ とした車体角度の応答をそれぞれ示す。広範囲な引き込み領域が得られている一方で, 収束が非常に遅い。このことから Table 3.2 のパラメータは, 2章で示した引き込み領域の大きさと収束の速さのトレードオフに関する知見^[113]を活かして設計した。

3.6 安定化制御実験

3.6.1 実験装置

アクチュエータとして 20 W の DC モータ (maxon, RE 25) を左右の車輪に対して 1 機ずつ使用し, 左右の車輪は独立に回転させることができる。ただし本研究では MIP の進行方向のみの運動を扱うため, 制御系から算出される入力トルクは左右の車輪に均等に分配した。減速機はバックラッシュを回避するためハーモニックドライブ (ハーモニックドライブシステムズ, CSF-8-50-1U) を使用した。アクチュエータと減速機は本研究の実験条件においては制御入力に飽和することがないように選定した。車体角速度検出には振動式ジャイロセンサ (シリコンセンシングシステムズ, CRS03-04) を使用し, 車体角度は得られた角速度情報を数値積分して算出した。また, 姿勢角検出器 (住友精密工業, AMU-1802A) を取り付け, 角速度の積分の初期値の決定に使用した。モータの回転角度および角速度はモータに取り付けたエンコーダ (maxon, MR Type L) から検出した。アクチュエータ, ジャイロセンサおよびエンコーダの詳細なスペックは付録 A.4 に示した。センサからの情報の取り込みおよびモータへの制御入力生成には Digital Signal Processor (DSP) (dSPACE, DS1103) を用いた。制御系は Matlab および Simulink を用いて作

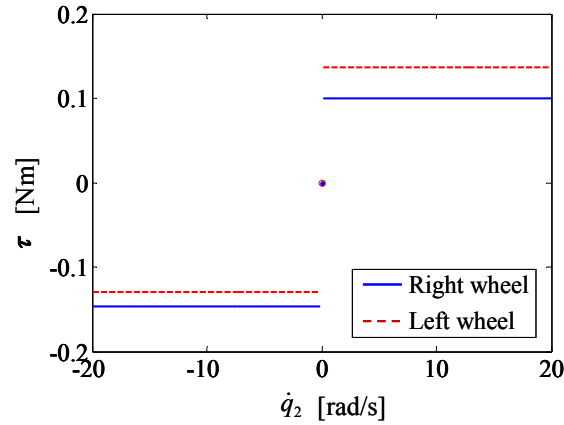
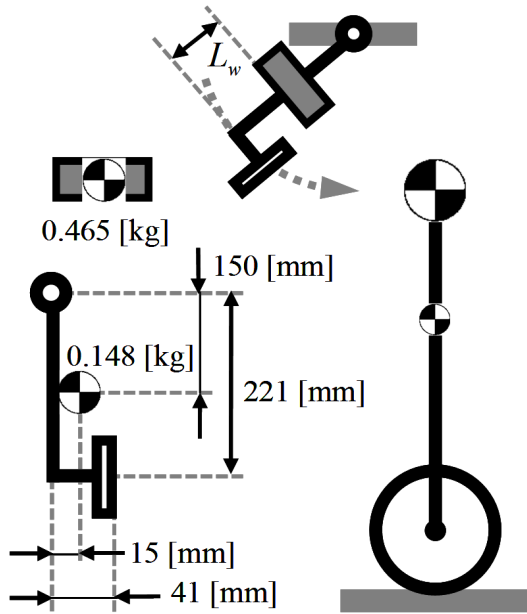
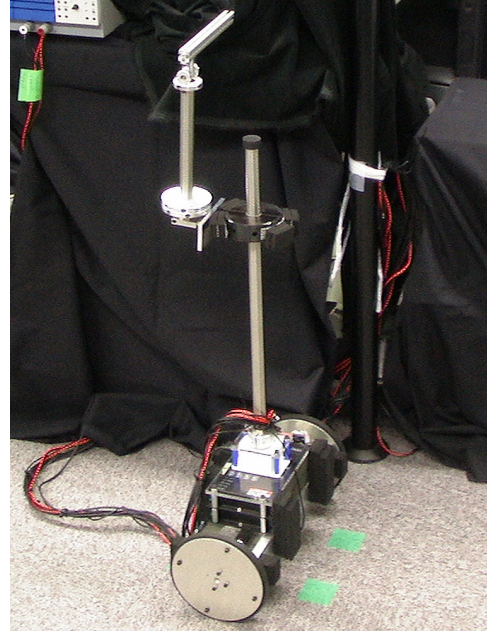


Figure 3.11 Friction compensation inputs



(a) Diagram of the experimental setup



(b) Experimental setup

Figure 3.12 Equipment for adding disturbance

成し, Real-Time Workshop を通して DSP ボードへ書き込み実装した. DSP から出力される電圧指令値はモータドライバ (maxon, ADS 50/10) により電流指令値に変換してモータへ入力し, 所望の制御入力トルクを発生させた. 制御のサンプリング時間は 0.001 s とした. なお本研究において制御系はモータと車輪間の摩擦を無視して導出した. IDA-PBC において動的摩擦モデルを仮定した上でシステムの安定性を保証する方法も提案されており^[116], 適用できる可能性があるが, 動的摩擦の各種パラメータの正確な同定は一般的に容易ではない. 本研究では松本らによる研究^[39]を参考に静的なクーロン摩擦を仮定し, Figure 3.11 に示す補償入力トルクを制御入力とは別途付加して実験を行った. 入力の大さは同定試験に基づき実験的に決定した.

3.6.2 実験条件

実験環境を Figure 3.12 に示す. Figure 3.12 (a) は実験方法の模式図を表し, Figure 3.12 (b) は実験環境の写真である. 実験では MIP の車体部分に外乱を付加し, それに対する安定化制御性能を調べることで

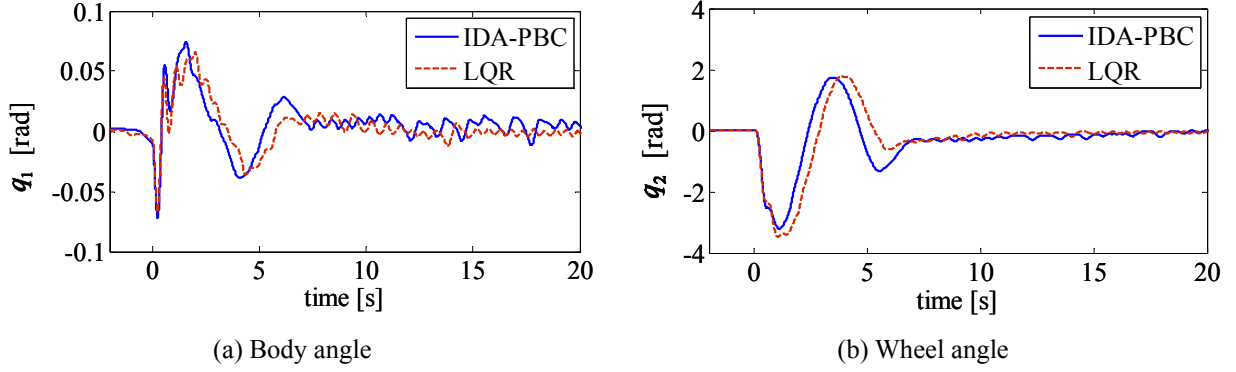


Figure 3.13 Experimental results with small disturbance in Case 1

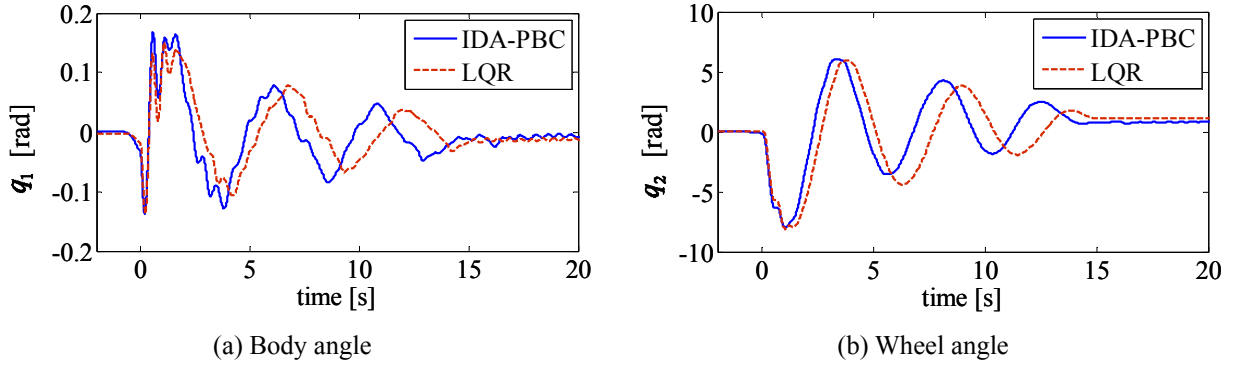


Figure 3.14 Experimental results with medium disturbance in Case 2

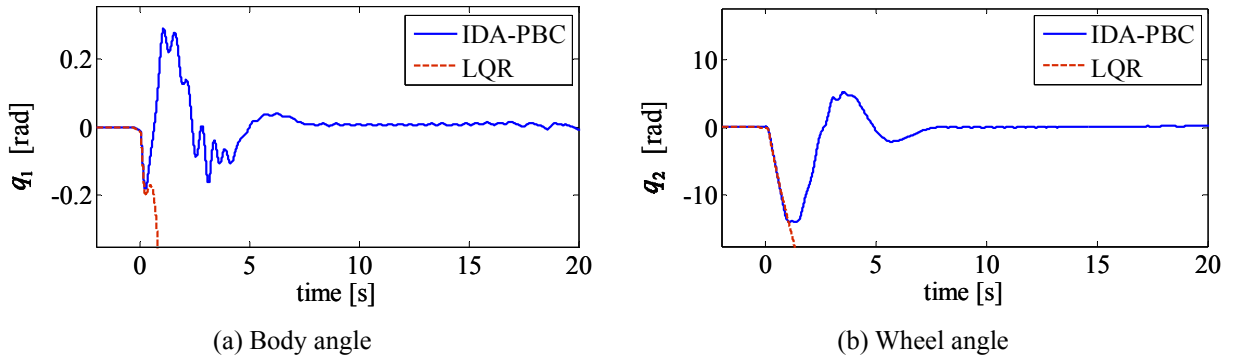


Figure 3.15 Experimental results with large disturbance in Case 3

IDA-PBC と LQR の性能の比較を行う。外乱の付加には外部に固定した回転軸からぶら下げたアームに、錘を取り付けた装置を用いる。外乱付加装置のパラメータを Figure 3.12 (a) 中に示す。アームを持ち上げて、毎回一定の高さから静かに放し、静止倒立状態の MIP と衝突させる。アームは MIP の車体部分に取り付けた Figure 3.3 (a) および Figure 3.12 (b) 中の黒い錘と衝突するように設計した。これにより各試行において同じ外乱条件を再現した。外乱の大きさは Figure 3.12 (a) 中の L_w に対応する錘の位置を変えて調節できる。 L_w の値を小さくするほど外乱付加装置の回転軸まわりの慣性モーメントが大きくなり、付加する外乱は大きくなる。実験では $L_w = 190, 80$ および 40 mm の 3 種類の大きさの外乱を用いた。各外乱を順に Case 1, 2 および 3 とし、それぞれに対して IDA-PBC と LQR を用いた安定化制御を行った。なお、外乱の大きさは人間が搭乗する規模の MIP で想定されるものをスケーリングしたものではない。あくまで小型実機において IDA-PBC と LQR の安定化制御性能を比較するために十分な大きさの外乱を用意した。実験の際、ジャイロセンサ信号の零点ドリフト成分は積分を通して車体角度の誤差として蓄積される。また、ドリフトの程度はセンサの温度特性やノイズにより変動し、実験の精度を高めるため

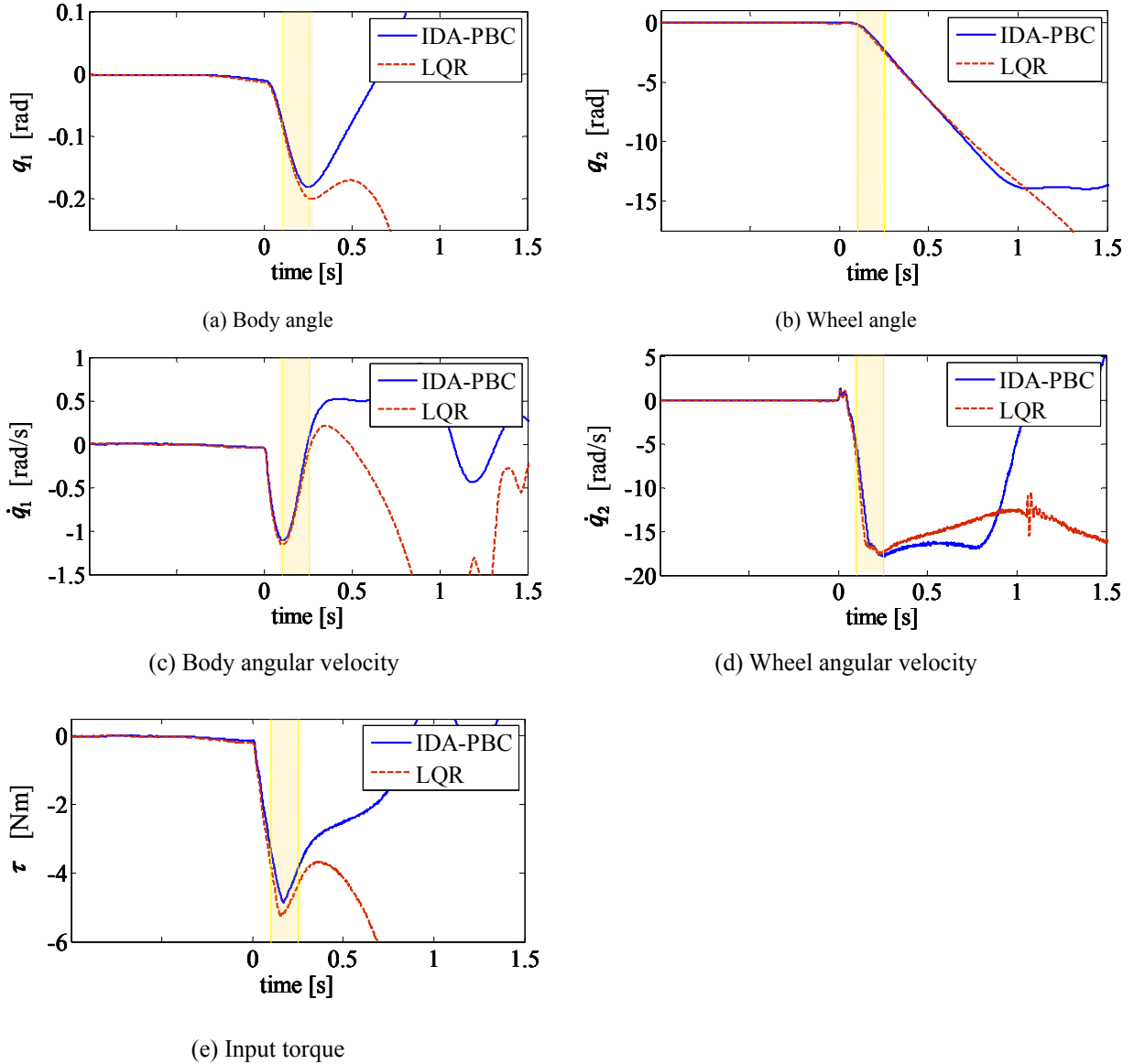


Figure 3.16 Enlarged results of the experiment in Case 3

にはドリフトの影響を低減しなければならない。各試行の直前に静止状態におけるジャイロセンサ信号を 10 s 間読み取り、その平均値を打ち消す補正をソフトウェア上で行った。さらに姿勢角検出器の値を参照し、積分の初期値をリセットした後に各試行を開始した。

なお MIP のような移動体は、停車中だけではなく走行時に外乱が付加された場合の挙動も検証することが理想的である。本研究では、走行中の MIP に対して外乱を高い再現性で付加し、挙動を公平に比較することが設備的に困難であったこと、および安定化制御系は指定した位置に自動停車する場合に使用することを想定し、外乱が付加されときの MIP の走行速度は遅いと考えられることから、静止倒立状態の MIP への外乱付加の実験のみを行った。

3.6.3 実験結果および考察

Figure 3.13, Figure 3.14 および Figure 3.15 に実験から得られた車体角度と車輪回転角度の応答を、3 種類の大きさの外乱に対してそれぞれ示す。なお q_2 および $\dot{q}_2$ の値は左右の車輪回転角度と角速度の平均値とした。最も小さな外乱を付加した Case 1 においては、IDA-PBC, LQR の両者とも類似した応答を示した。いずれも最大車体角度は 0.1 rad 以下であり線形近似可能範囲内の挙動であるとしてよい。Case 2 では、Case 1 と比較して両制御系の応答に差が見られ、IDA-PBC がやや早い応答を示した。車輪

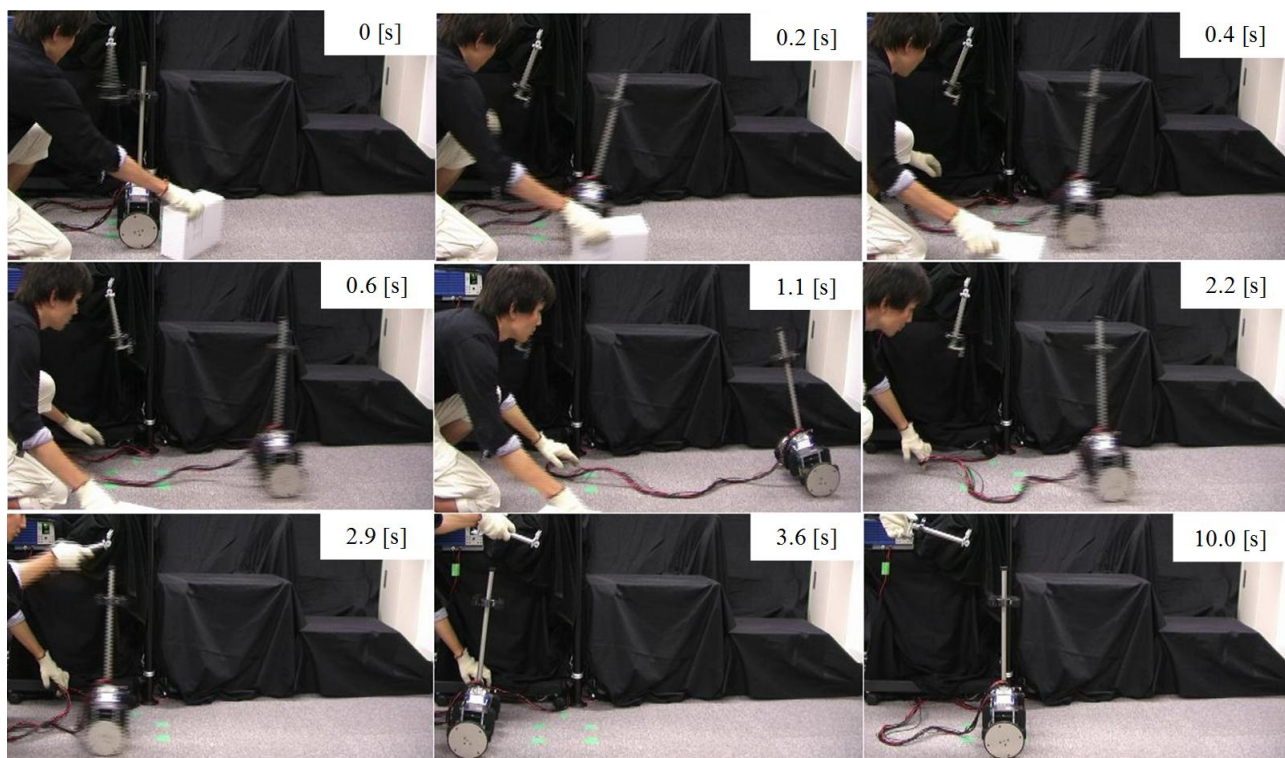


Figure 3.17 Successive pictures of the experiment with IDA-PBC in Case 3

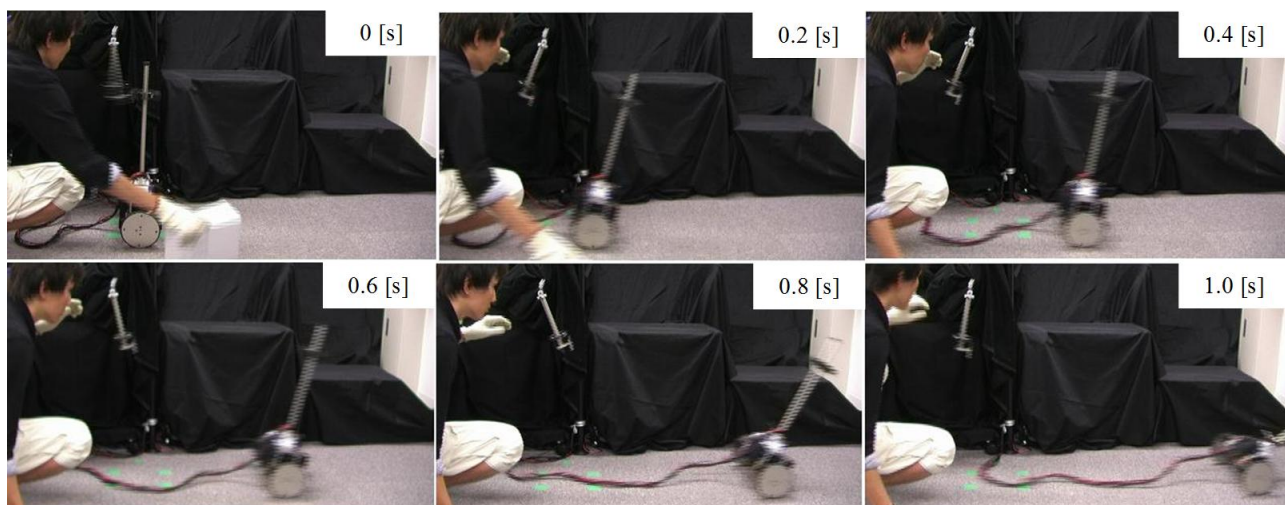


Figure 3.18 Successive pictures of the experiment with LQR in Case 3

角度が 0 rad に収束していないが、これはジャイロセンサのドリフトによる車体角度の積分誤差に伴い生じていると考えられる。最も強い外乱を付加した Case 3 では、IDA-PBC のみが安定化制御を達成した。LQR の車体角度の応答では、外乱付加後に一度車体を立て直そうとする動きが見られるが、最終的に転倒に至った。

Case 3 の詳細を考察するために、車体および車輪の角速度、制御入力履歴を追加し、転倒開始の前後を拡大した結果を Figure 3.16 に示す。黄色で示した時間帯に着目すると、IDA-PBC および LQR はその直前までほぼ同様の履歴を示した。しかし、まず車体角度と制御入力に差が現れはじめた。それに引き続き他の状態量に差が現れ、IDA-PBC と LQR の差が拡大してゆき、LQR は転倒に至った。つまり、外乱により大きく振れた車体角度に起因してシステムが不安定化しており、LQR が前提とする線形近似

が崩れたことが IDA-PBC との制御性能の差につながったと考えられる。また、両制御系は摩擦を無視して導出したが、アクチュエータまわりの摩擦は車輪に対してはその回転方向と逆向きに作用する。従って作用反作用の関係から、外乱付加後に MIP が加速している間、摩擦は車体に対しては倒れ込む方向に作用する。本研究では摩擦補償入力を別途負荷したが、摩擦を完全に補償することは困難であり、IDA-PBC と LQR のモデル化されていない摩擦に対するロバスト性が、上記の実験結果につながった可能性がある。定量的ではないが、理論的に IDA-PBC は摩擦に対してロバスト性が期待され、これを付録 A.5 に示す。Figure 3.15, Figure 3.16 に対応する実験の映像のコマ送り写真を、IDA-PBC と LQR についてそれぞれ Figure 3.17, Figure 3.18 に示す。

以上より、IDA-PBC 制御系は実機適用時にも LQR と同等の過渡応答の速さを有するとともに、システムの挙動が線形近似可能な範囲を逸脱する場合、LQR と比較して優位性があることを示した。

3.7 結言

倒立振り子型移動体 (MIP: Mobile Inverted Pendulum) に対する安全性の高い安定化制御を目的とし、エネルギー整形と受動性に基づく非線形制御手法の 1 つである Interconnection and Damping Assignment Passivity-Based Control (IDA-PBC) を適用した。制御系導出は非線形偏微分方程式 (PDE: Partial Differential Equation) の可解性に依存するが、MIP に対して PDE が解けるかはこれまで明らかではなかった。本章では従来研究で示された 3 つの条件を前提として PDE を常微分方程式 (ODE: Ordinary Differential Equation) に変形する方法を用いた上で、MIP に対して ODE を解き、IDA-PBC 制御系を導出した。これにより、線形近似モデルやフィードバック線形化を用いず、引き込み領域を理論的に保証する非線形制御系を得た。また、ODE を解く際に、閉ループ系に与える所望の慣性行列に含まれる変数パラメータの構造を適切に設定することで、安定性を保証する制御系パラメータを 2 次元領域から視覚的に選択する体系的な方法を提案した。さらに設計した制御系の車体角度の引き込み領域は、単純な方程式の解として得ることができることを示した。逆にこの方程式を利用することで、MIP の車体角度を指定範囲内に制限しつつ安定化を達成する制御系パラメータを選択することを実現した。シミュレーションにより IDA-PBC の性能を検証し、2 章で得られた知見である過渡応答の速さと引き込み領域トレードオフを考慮した制御系パラメータの調節を行うことである程度広い引き込み領域を理論的に保証しつつも、過渡応答が良好な結果が得られることを確認した。さらにこれを実機実装し、その有効性を検証した。特に車体部分にインパルスの外乱が付加された場合の安定化制御性能を、代表的な線形制御手法である Linear Quadratic Regulator (LQR) と比較した。実験の結果、外乱が小さい場合においては IDA-PBC と LQR は同等の制御性能を示した。しかし、大きな外乱が加わり、システムの挙動が線形近似可能範囲を外れるような状況においては、MIP は LQR では転倒する一方、IDA-PBC は安定化制御を達成した。以上より、IDA-PBC が実機適用時にも良好な応答を実現するとともに、IDA-PBC を MIP の安定化に用いることの有効性を示した。

第 4 章

エネルギー整形と不安定性を利用した 倒立振子型移動体の走行制御

4.1 緒言

本章では3章で倒立振り子型移動体 (MIP: Mobile Inverted Pendulum) の安定化制御に対する有効性を確認した Interconnection and Damping Assignment Passivity-Based Control (IDA-PBC) を用いて、安全性の高い走行制御系を設計する。ここで本研究における安全性とは、MIP の車体の傾き角度に関するものを意味する。制御時に車体が予期せず大きく傾き転倒する危険性を回避しつつ、所望の並進方向加速度を達成するための制御系を提案する。

従来研究の走行制御手法は大きく分けて2つある。1つ目は、車体角度を静力学的な釣り合いを保つことができる状態、つまり鉛直上向きの倒立状態を目標とするものである。その上で車輪にも所望の回転角度や角速度を与えて走行するか、または車輪に目標値を与えずに制御系には倒立制御だけを行わせ、運転者が体を傾けて前後へ重心を移動させることで、制御系が転倒を回避しようと働くことを利用して

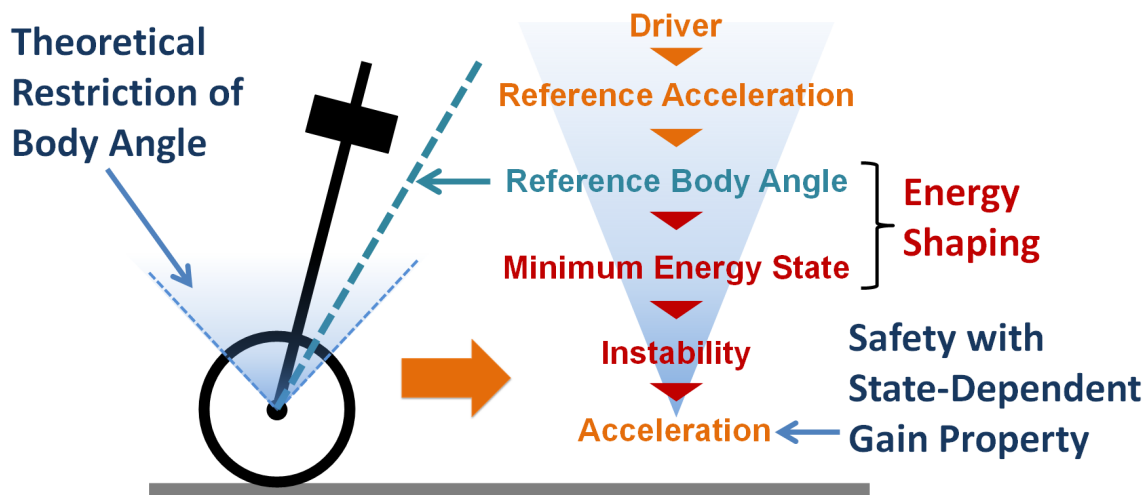


Figure 4.1 Concept of the driving control for the MIP with IDA-PBC

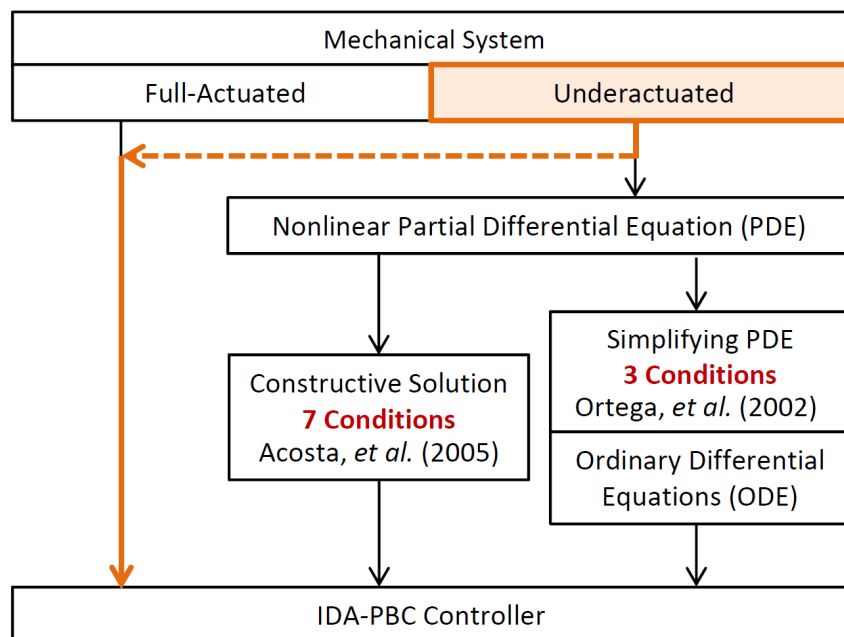


Figure 4.2 Procedure to derive the IDA-PBC driving controller for the MIP

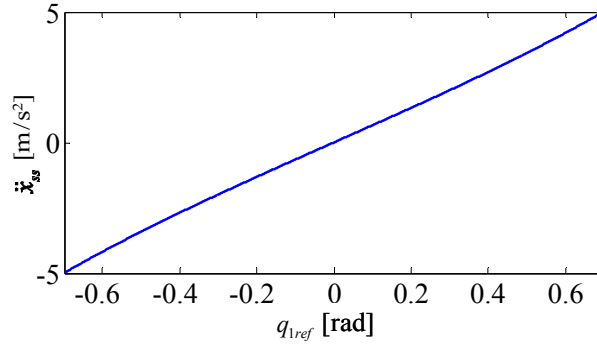


Figure 4.3 Relation between the body angle and translational acceleration

走行する。線形近似モデルに基づく線形制御が主流であるが^{[38][39][51]}，安定性は所望の平衡点近傍のみで保証される。非線形運動方程式に基づきスライディングモード制御系を導出する研究^[53]もあるが，切替超平面上でのシステムを平衡点まわりで線形化した上で局所的な安定性を保証している。従ってこれらの手法では，外乱などでシステムの状態が所望の平衡点近傍から大きく外れた場合などに理論的には安定性を保証できない。また，車輪の回転角度や角速度に対する目標値を与えて走行する場合は，速度追従動作に伴う車体角度の動きの予測が難しい。目標値の与え方によっては車体が大きく傾き，安定性を保証できなくなる可能性がある。運転者が体を傾けて前後へ重心を移動させて走行する場合は，制御系からすると重心移動はモデル化誤差や外乱に相当する。従ってこれらを考慮した制御系を設計しない限り，安定性は厳密には保証されない。

これに対して2つ目は，本制御対象の力学的特徴である不安定性を利用し，目標車体角度を与えて走行を達成するものである。ここで不安定性の利用とは，車体が前方または後方に倒れ込み定常状態となるときの，動力学的な釣り合いから，MIPの並進方向加速度も一定値になるという関係^[59]の利用を指す。従って目標車体角度を鉛直上向きではなく，故意に傾いた状態として与えることで，間接的に走行制御を行うことができる。車体角度の動きも予測しやすく，安全性の観点からも好ましい。しかし，この関係を利用した従来研究では，ヨー方向の運動も同時に制御するという目的も有するものの，フィードバック線形化を併用した制御系設計が行われてきた^{[59][60][61]}。従って制御対象の正確なパラメータが必要であり，モデル化誤差などに対する脆弱性が懸念される。倒立状態近傍で線形化したモデルに基づき，フィードフォワード制御入力とPID制御を用いた研究^[62]もあるが，安定性は目標の車体角度近傍で保証される。なお，MIP型の移動マニピュレータを対象とした研究^{[25][26]}では，回転関節で構成されるマニピュレータの姿勢を制御し，重心位置を動かすことでMIPを移動させる手法が提案された。目標重心位置を静力学的な平衡点からずれた位置とすることで，MIPの不安定性を利用して並進方向加速度が制御される。これを実現するために従来研究は外乱オブザーバ^[48]を用いて加速度制御系^{[49][50]}を構築した上で，劣駆動となる状態量に対してはBackstepping^[63]とスライディングモード制御を用いてロバスト性の向上を目指している。制御系導出には線形化などを用いていないが，引き込み領域やゲイン特性に関する詳細は述べられていない。

以上に基づき，本研究では広範囲なシステムの状態での安定性保証，およびロバスト性の観点から，線形近似モデルやフィードバック線形化を用いず，不安定性を利用した走行制御系の設計を目指す。ただしMIPの運動は進行方向の2次元平面内に限定して考える。IDA-PBC導出時，本制御対象のような劣駆動システムに対しては非線形偏微分方程式(PDE: Partial Differential Equation)を解く必要があり^{[9][114][117]}，一般的には困難な作業とされる。前章ではMIPの安定化制御問題に対してPDEが解けることを示して制御系を導出し，有効性を示した^[117]。しかし，走行制御では車輪の回転角度や角速度を必ずしも一定値に収束させるわけではないため，これまでレギュレータとして理論構築されてきたIDA-PBCを直接的に応用することは困難である。そこで本章では，MIPの車体部分のダイナミクスのみに着目すれば，これを全駆動port-Hamiltonian (PH) システムとして記述可能であることを示し，PDEを

解くことなく IDA-PBC 制御系を導出する．その際、線形近似モデルやフィードバック線形化は用いない．従って広範囲な車体角度に対する安定性保証やモデル化誤差に対する脆弱性の回避が期待できる．また、制御系は MIP の車体部分のみに対するものであるが、前述のシステムの不安定性を利用して間接的に並進方向加速度を制御する．

導出した制御系では閉ループシステムに与える所望のエネルギー関数の設計が重要となり、この自由度を利用することで様々な特性を有する制御系を構築可能である．特に本研究では、安全性の観点から、設計者が予め指定した角度範囲内に車体の運動を制限することを理論的に保証しながら、目標の車体角度へと MIP を収束させる設計法を示す．さらに目標角度を超えて車体が転倒に近づく場合には、それに伴い値が大きくなる車体角度依存ゲインにより目標状態へと積極的に復帰させる制御特性を実現する．提案する制御系の有効性はシミュレーションおよび実機実験により検証する．提案制御系の概念図を Figure 4.1 に示す．Figure 4.1 は運転者がアクセルペダルなどで目標並進加速度を与え、それに対応する適切な目標車体角度へと制御系がシステムを収束させることで、不安定性を利用して並進方向加速度が制御される流れを表す．また、Figure 4.2 において、太線で示したルートが本章の制御系導出手順である．

4.2 走行制御系設計のための PH システムの導出

4.2.1 不安定性と並進方向加速度の関係

車体角度が $q_1 = q_{1ref}$ へ収束している状態を考える．このとき $\dot{q}_1 = 0$ rad/s であり、 $\ddot{q}_2 = \ddot{q}_{2ss}$ および $u = u_{ss}$ において運動方程式 (3.1) に代入すると次式が成立する．ただし Table 3.1 より $f_r = 0$ N·m/s/rad である．

$$(a \cos q_{1ref} + c) \ddot{q}_{2ss} - e \sin q_{1ref} = 0 \quad (4.1)$$

$$\ddot{q}_{2ss} = u_{ss} \quad (4.2)$$

車体が目標車体角度 q_{1ref} に追従しているとき、車輪の回転角加速度は一定値 $\ddot{q}_{2ss}$ となる．Figure 4.3 に上式から算出した定常状態における車体角度 q_1 と並進方向加速度 $\ddot{x}_{ss} = r \ddot{q}_{2ss}$ の関係を示す．これを利用することで、車体角度の制御を通して間接的に並進方向加速度を制御可能となる．

4.2.2 車体角度に着目した PH システムの導出

IDA-PBC 制御系設計のためには、制御対象を PH システムとして記述しなければならない．PH システムは Euler-Lagrange (EL) の運動方程式を包含する物理システムのより一般的な表現形式であり^[68]、式 (3.1) は PH システムとして記述可能であるが、車輪角度を状態変数として含む．本研究では 4.2.1 項で述べた関係を利用し、車体角度の目標値へのレギュレータ制御を通して、MIP の走行制御を行う．そこで運動方程式 (3.1) を連立方程式とみなして $\ddot{q}_2$ を消去すると、 q_1 のみに関する次のダイナミクスが得られる．

$$\left\{ (2a \cos q_1 + b) - (a \cos q_1 + c)^2 \right\} \ddot{q}_1 + a \left\{ (a \cos q_1 + c) - 1 \right\} \sin q_1 \cdot \dot{q}_1^2 - e \sin q_1 = -(a \cos q_1 + c) u \quad (4.3)$$

このダイナミクスは、単純に車輪を除外して MIP の車体だけに着目して導出した運動方程式とは異なることに注意されたい．これを PH システムとして記述することができれば、IDA-PBC が適用可能となる．そこで $\ddot{q}_1$ の係数を $M_p(q_1) = (2a \cos q_1 + b) - (a \cos q_1 + c)^2$ および左辺第 3 項を積分したもの（積分定数は 0 とする）を $V_p(q_1) = e \cos q_1$ とする．

$$L_p = \frac{1}{2} M_p(q_1) \dot{q}_1^2 - V_p(q_1) \quad (4.4)$$

とおき,

$$Q_p = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L_p}{\partial \dot{q}_1} \right) - \frac{\partial L_p}{\partial q_1} \quad (4.5)$$

を計算すると, Q_p は式 (4.3) の左辺と一致したことが確認できる. ゆえにシステム式 (4.3) は M_p を慣性, V_p をポテンシャルエネルギーおよび L_p をラグランジアンとした運動方程式とみなすことができる. EL システムは本質的に受動性を有することから, この時点で車体角度のダイナミクスのみに着目して様々な受動性に基づく制御を適用可能であることが明らかになった. 本研究では特に IDA-PBC の適用を考えることから, このシステムを PH システム表現に変換して制御系を設計する.

なお, ラグランジュ形式の力学ではラグランジアンは必ずしも一意に定まるとは限らない. ポテンシャルエネルギーを速度次元の状態にも依存する一般化ポテンシャルエネルギーとして定義できることもある^[118]. しかし, 本研究では IDA-PBC 制御系導出に用いる PH システムの式 (2.7) - (2.9) を, 慣性, ポテンシャルエネルギーがともに一般化座標のみに依存するとして考えるため, 車体角度のダイナミクスの式 (4.3) が式 (4.4) のラグランジアンから導かれるものとして制御系を導出する.

Euler-Lagrange の運動方程式は PH システムとして表現可能であることから, 車体角度のダイナミクスに関して次式を得る.

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{p}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla_{q_1} H_p \\ \nabla_{p_1} H_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ G_p(q_1) \end{bmatrix} u \quad (4.6)$$

$$H_p = \frac{1}{2} M_p^{-1}(q_1) p_1^2 + V_p(q_1) \quad (4.7)$$

ここで $p_1 = M_p \dot{q}_1$, $G_p = -(a \cos q_1 + c)$ である.

なお, 本項では車体角度のダイナミクスが EL システムの構造 (およびそれを包含する PH システムの構造) を有することを, 運動方程式を連立方程式とみなして車輪の状態量を削除して解析することで発見的に示した. しかし, 解析力学の観点から, MIP の自由度が増加した場合でも, これを体系的に示して制御系を設計できる可能性がある. ここで MIP の自由度の増加とは, 5 章における車体重心移動機構を有する MIP や, MIP 型の移動マニピュレータ^{[24][25][26]} を制御対象とする場合などを指す. これに関する考察を付録 B に示す.

4.3 制御系設計

4.3.1 IDA-PBC 制御系の定式化と安定性保証条件

式 (4.6) の車体角度に関する開ループ PH システムは 1 自由度 1 入力 of 全駆動システムであることから, 2.3 節より任意の H_d , $\mathbf{J}_2$ を与えて制御入力を得ることができる.

閉ループ系に与える所望の慣性を M_{pd} , ポテンシャルエネルギーを V_{pd} とすると, 閉ループ PH システムは式 (2.20) - (2.22) および 式 (2.25) - (2.27) に基づき次式となる. ただしシステムの自由度が 1 であることから, 歪対称行列である $\mathbf{J}_2$ は 0 である.

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{p}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & M_p^{-1} M_{pd} \\ -M_{pd} M_p^{-1} & -K_{di} G_p^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla_{q_1} H_{pd} \\ \nabla_{p_1} H_{pd} \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

$$H_{pd} = \frac{1}{2} M_{pd}^{-1} p_1^2 + V_{pd} \quad (4.9)$$

$$y_{pc} = G_p \nabla_{p_1} H_{pd} = G_p M_{pd}^{-1} p_1 \quad (4.10)$$

H_{pd} は全エネルギー、 y_{pc} は受動出力を表す。本研究では車体角度を物理的に合理的な $q_1 \in (-\pi/2, \pi/2)$ の範囲内で考える。また、Table 3.1 の MIP の物理パラメータを用いるとき常に $M_p(q_1) > 0$ 、 $G_p \neq 0$ である。従って IDA-PBC による走行制御系は次式となる。

$$u = u_{es} + u_{di} \quad (4.11)$$

$$u_{es} = G_p^{-1} (\nabla_{q_1} H_p - M_{pd} M_p^{-1} \nabla_{q_1} H_{pd}) \quad (4.12)$$

$$u_{di} = -K_{di} y_{pc} = -K_{di} G_p \nabla_{p_1} H_{pd} = -K_{di} G_p M_{pd}^{-1} p_1 \quad (4.13)$$

2 章より、IDA-PBC 制御系が少なくとも目標状態 $(q_1, p_1) = (q_{1ref}, 0)$ 近傍において安定性を保証するための条件は次式である。

$$M_{pd}(q_{1ref}) > 0 \quad (4.14)$$

$$q_{1ref} = \arg \min V_{pd}(q_1) \quad (4.15)$$

条件式 (4.15) は次式と等価である。

$$\frac{dV_{pd}}{dq_1}(q_{1ref}) = 0 \quad (4.16)$$

$$\frac{d^2 V_{pd}}{dq_1^2}(q_{1ref}) > 0 \quad (4.17)$$

導出した制御系では、条件式 (4.14)、(4.16) および (4.17) を満たす範囲内で M_{pd} と V_{pd} を与えることで、様々な特性を有する自由度の高い制御系設計が可能となる。本研究では設計指針として、設計者が予め指定した角度範囲内に車体の運動を制限することを理論的に保証する。さらに目標角度を超えて車体が転倒に近づく場合には、それに伴い値が大きくなる車体角度依存ゲインにより目標状態へと積極的に復帰させる制御特性を実現する。これは所望の移動を達成しながらも転倒の回避が必須である MIP の制御において、安全性の観点から好ましい特性である。まず 4.3.2 項で代表的なエネルギー関数設計法を述べ、制御特性および設計指針との整合性を考察する。これを受けて 4.3.3 項では、前述の設計指針を満たすエネルギー関数設計法を示す。

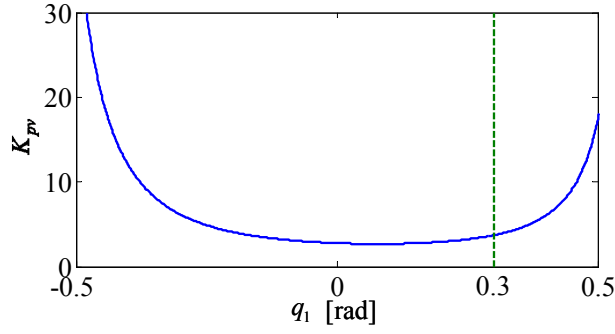


Figure 4.4 Gain property of $K_{pv}(q_1, q_{lref})$ ($q_{lref} = 0.30$ rad, $q_{ll} = 0.60$ rad and $K_p = 1$)

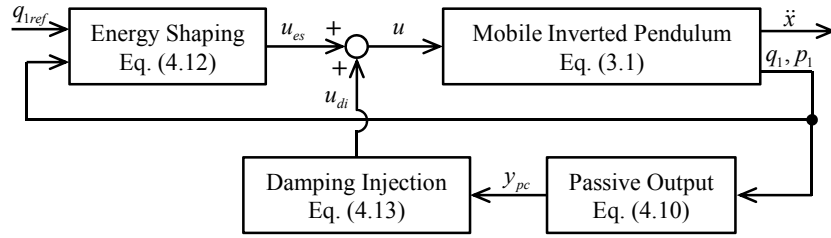


Figure 4.5 Block diagram of the IDA-PBC driving controller for the MIP

4.3.2 所望のエネルギー関数設計例と安定性保証範囲

運動エネルギー整形を行わない、つまり $M_{pd} = M_p > 0$ とし、ポテンシャルエネルギーのみを整形する場合を考える。 $K_p > 0$ を用い、 V_{pd} を単純な 2 次形式

$$V_{pd}(q_1) = \frac{K_p}{2} (q_1 - q_{lref})^2 \quad (4.18)$$

とおくと、制御入力式 (4.11) は次式となる。

$$u = G_p^{-1}(q_1) \frac{dV_p}{dq_1}(q_1) - G_p^{-1}(q_1) K_p (q_1 - q_{lref}) - K_{di} G_p(q_1) \dot{q}_1 \quad (4.19)$$

これは PD 制御型^[82]である。右辺第 1 項は車体角度のダイナミクスの式 (4.3) の左辺第 3 項の重力に関する項と相殺される。制御入力の第 2 項は P 制御、第 3 項は D 制御に相当する。また、 V_{pd} を次式

$$V_{pd}(q_1) = V_p(q_1) + \frac{K_p}{2} \{q_1 - \delta(q_{lref})\}^2 \quad (4.20)$$

$$\delta(q_{lref}) = q_{lref} + \frac{1}{K_p} \frac{dV_p}{dq_1}(q_{lref}) \quad (4.21)$$

とすると、制御入力式 (4.11) は次式となる。

$$u = G_p^{-1}(q_1) \frac{dV_p}{dq_1}(q_{lref}) - G_p^{-1}(q_1) K_p (q_1 - q_{lref}) - K_{di} G_p(q_1) \dot{q}_1 \quad (4.22)$$

右辺第1項は定数の重力補償項, 第2項はP制御および第3項はD制御に相当し, この制御系はPD + 重力補償項型^{[82][80]}と呼ばれる. PD制御型とは異なり, 車体角度のダイナミクスに含まれる重力に関する非線形項を相殺することに頼らないことから, PD + 重力補償項型はパラメータの不確かさに対してロバスト性が高まるといわれている^[82]. このロバスト性向上の理由を理論的に示すことは一般的に困難であるが, 一例としてはインダクションモータを対象とした従来研究^[119]が挙げられる.

これらの V_{pd} はいずれも条件式(4.16)を満たし, 条件式(4.17)は計算によりそれぞれ $K_p > 0$, $K_p > e$ と設計する限り常に成立する. また, V_{pd} は $q_1 = q_{1ref} \in (-\pi/2, \pi/2)$ において唯一の極小値をとる. さらに $y_{pc} \equiv 0$, $u_{di} \equiv 0 \Rightarrow G_p \nabla_{p_1} H_{pd} \equiv 0 \Rightarrow \dot{p}_1 \equiv 0$ で, 式(4.8)より $\nabla_{q_1} H_{pd} \equiv 0 \Rightarrow \nabla_{q_1} V_{pd} \equiv 0 \Rightarrow q_1 \equiv q_{1ref}$ となることから, 零状態可検出性よりも強い条件である零状態可観測性が満たされ, 所望の平衡点は H_{pd} をLyapunov関数として漸近安定となる. つまり式(2.28)に基づき閉ループ系の全エネルギー H_{pd} は時間経過とともに増加することなく減少を続ける. 最終的に $\dot{H}_{pd} \equiv 0$ となりエネルギーの変化が恒等的に停止するとき, H_{pd} は必ず最小値(V_{pd} の最小値と一致)となることがいえる. このときの閉ループ系の状態は所望の平衡点と一致する. なお, 零状態可検出性が満たされないエネルギー関数設計を行った場合, 最終的に H_{pd} が最小値に収束することは保証されない. 以上より, 初期状態を $(q_1, p_1) = (q_{10}, 0)$, $q_{10} \in (-\pi/2, \pi/2)$ とする限り, MIPは転倒することなく($q_{10} \geq |\pi/2|$ radとなることなく)目標角度へと収束する.

しかしながら, これらの V_{pd} は $q_1 \in (-\pi/2, \pi/2)$ において半径方向に非有界な関数ではない. $q_{1l} \in [0, \pi/2)$ を設計者が指定する車体の角度制限値, q_{1ref} を一定値, および初期状態を (q_{10}, p_{10}) , $q_{10} \in [-q_{1l}, q_{1l}]$ とする. 仮に

$$H_{pd}(q_{10}, p_{10}, q_{1ref}) > H_{pd}(q_{1l}, 0, q_{1ref}) \quad (4.23)$$

となる初期状態を与えた場合, もしくは外乱などにより角速度が増加して上式を満たす状況になった場合には, 車体が目標角度へ収束する途中で $q_1 > q_{1l}$ となる可能性がある. 従って状況によって変化する様々な初期角速度, 目標角度や角度制限値に対して逐一条件式(4.23)を考察しない限り, 車体が予期しない角度まで大きく傾くことがある.

また, 式(4.12), (4.13)より, IDA-PBC制御入力エネルギー関数の勾配の形で与えられる. 式(4.18), (4.20)のいずれの V_{pd} を用いた場合でも, dV_{pd}/dq_1 を計算すると $q_1 - q_{1ref}$ にゲインが掛かった比例制御と類似した制御入力項となる. このゲインは K_p であり, 車体角度に依存せず一定値であることから設計指針を満たさない.

4.3.3 車体角度を指定範囲内に制限するエネルギー関数の設計

ここでは4.3.1項で述べた設計指針を満たすエネルギー関数を設計し, 詳細を考察する. V_{pd} を次式で定める.

$$V_{pd}(q_1) = \frac{1}{q_{1l}^2 - q_1^2} \cdot \frac{K_p}{2} (q_1 - q_{1ref})^2 \quad (4.24)$$

q_1 による1階および2階導関数は次式となる.

$$\frac{dV_{pd}}{dq_1}(q_1) = K_{pv}(q_1, q_{1ref})(q_1 - q_{1ref}) \quad (4.25)$$

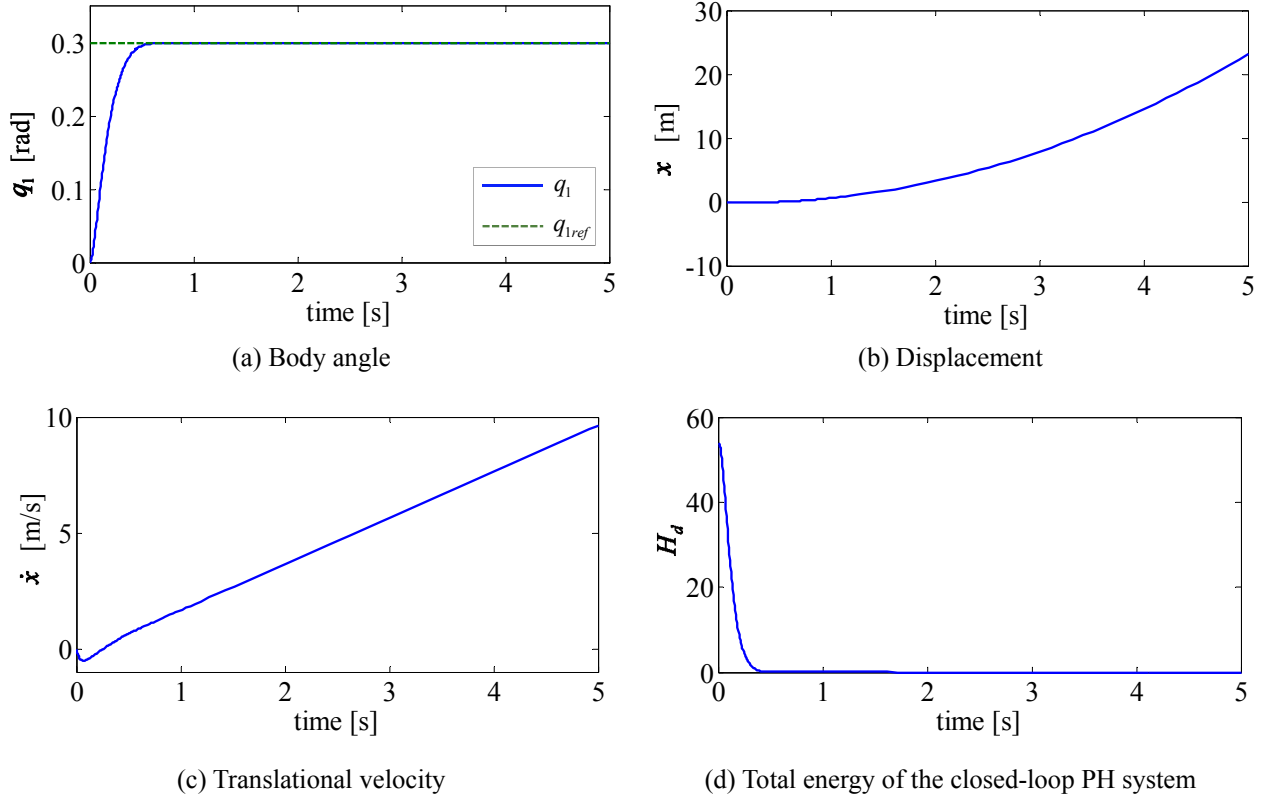


Figure 4.6 Tracking for a constant reference body angle

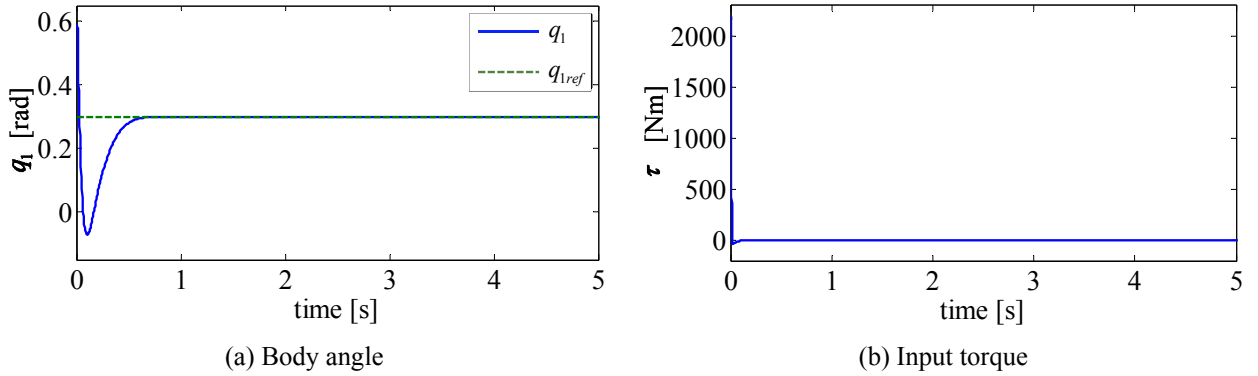


Figure 4.7 Tracking for a constant reference body angle from the edge of the domain of attraction

$$K_{pv}(q_1, q_{1ref}) = \frac{(q_{1l}^2 - q_1 q_{1ref})}{(q_{1l}^2 - q_1^2)^2} \cdot K_p \quad (4.26)$$

$$\frac{d^2 V_{pd}}{dq_1^2}(q_1) = \frac{K_p (q_1 + q_{1ref})^2}{2q_{1l}(q_{1l} + q_1)^3} + \frac{K_p (q_1 - q_{1ref})^2}{2q_{1l}(q_{1l} - q_1)^3} \quad (4.27)$$

$q_1, q_{1ref} < q_{1l}$ として考えれば、式 (4.25) は $q_1 = q_{1ref}$ のときに限って 0 であることから条件式 (4.16) が成立する。式 (4.27) は常に正であり条件式 (4.17) も成立する。従って V_{pd} は $q_1 = q_{1ref}$ で唯一の極小値をとる。

閉ループ系に与える所望の慣性 M_{pd} も設計自由度であるが、本章では $M_{pd} = M_p > 0$ とする。2 章および 3 章においては、運動エネルギー整形を利用することで引き込み領域を十分大きく維持しつつ過渡応

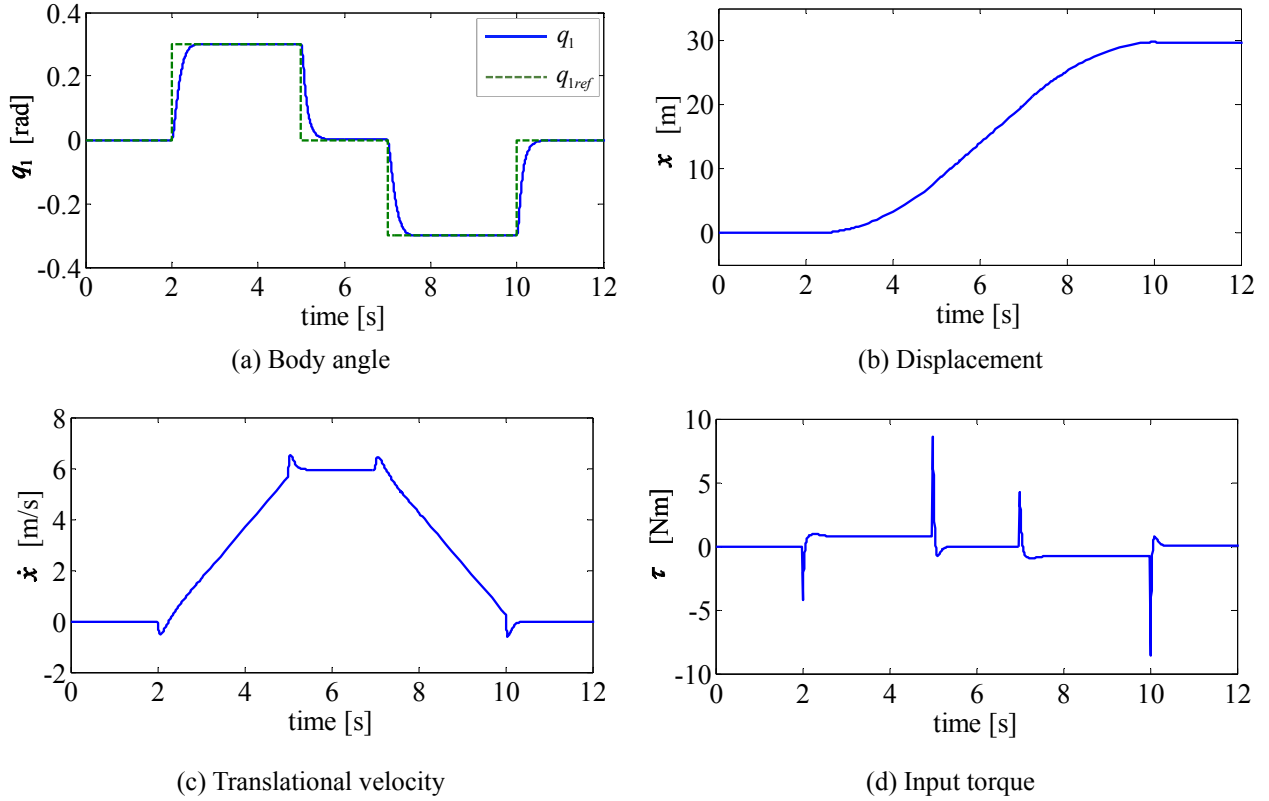


Figure 4.8 Tracking for a varying reference body angle

答の速さも良好な IDA-PBC 制御系を設計できることを示した。本章および 5 章では、運動エネルギーの整形を行わない場合でも良好な性能を有する制御系を設計することができたことから、制御系の調整の複雑化を避けるためにポテンシャルエネルギーのみの整形に留めた。2 章および 3 章のように PH システムが劣駆動である場合、閉ループ系に与えることができるエネルギー関数が PDE により制限されることから、この違いが生じていると考えられる。 M_{pd} が制御性能やロバスト性などに与える影響は今後の検討事項とする。漸近安定性は 4.3.2 項と同様の考え方により保証される。

また、式 (4.24) の V_{pd} は分母に $q_{il}^2 - q_1^2$ を含み、 $M_{pd} > 0$ であることから領域

$$D = \{(q_1, p_1) \in \mathbb{R}^2 \mid |q_1| < q_{il}\} \quad (4.28)$$

において閉ループ PH システムの全エネルギー H_{pd} は半径方向に非有界な関数である。ゆえに $q_{10} \in (-q_{il}, q_{il})$ を満たす任意の初期状態 (q_{10}, p_{10}) に対して、車体の運動は $q_1 \in (-q_{il}, q_{il})$ に制限された上で目標角度へ収束し、同時に MIP の並進方向加速度は式 (4.1) より一定値 $\ddot{x}_{ss} = r\ddot{q}_{2ss} \text{ m/s}^2$ へと収束する。

次に上記 V_{pd} が制御入力に与える影響を考察する。 V_{pd} は式 (4.25) の形で制御入力へ寄与し、 $q_1 - q_{lref}$ に車体角度依存ゲイン $K_{pv}(q_1, q_{lref})$ が掛かった比例制御と類似した役割を担う。これは $q_1 - q_{lref}$ に対するゲインが定数 K_p であった 4.3.2 項とは異なる重要な点である。また、 $K_{pv}(q_1, q_{lref})$ は $q_1, q_{lref} < q_{il}$ より常に正值である。ここで $q_{lref} = 0.30 \text{ rad}$, $q_{il} = 0.60 \text{ rad}$ および $K_p = 1$ とし、 $K_{pv}(q_1, q_{lref})$ のゲイン特性を Figure 4.4 に示す。縦の破線は目標車体角度 $q_1 = q_{lref} = 0.30 \text{ rad}$ を表し、この付近の特性に着目して考える。車体が倒立状態へ近づく方向である $q_1 < 0.30 \text{ rad}$ では、 $K_{pv}(q_1, q_{lref})$ は小さくなる傾向がある。一方、車体が転倒に向かう方向である $q_1 > 0.30 \text{ rad}$ においては、 $K_{pv}(q_1, q_{lref})$ は大きくなる傾向がある。従って、目標角度を超えて車体が転倒に近づくにつれて値が大きくなるゲイン特性が実現されている。なお、4.3.2 項で示した V_{pd} を用いる場合、ゲイン K_p は車体角度に依らず一定値であることから、Figure 4.4 において水平線となる。

以上より, IDA-PBC の設計自由度を活かして本項で提案する V_{pd} を設計することで, 設計指針を満たす制御系設計が可能であることが示された. 提案制御系のブロック線図を Figure 4.5 に示す.

4.4 シミュレーション

制御系パラメータは, 制御系の構造から K_p を比例ゲイン, K_{di} を微分ゲインのように扱えることを考慮して試行錯誤的に決定し, $K_p = 2e = 431$, $K_{di} = 35$ とした. q_{li} は安定性を保証したい車体角度範囲, およびゲインに急峻な特性を持たせたい角度を考慮して $q_{li} = 0.60$ rad とした. 理論的には $q_{li} = \pi/2$ rad とし, 車体が水平上半面内にある限り目標車体角度への収束を保証することも可能である.

Figure 4.6 に静止倒立状態のシステムに対して一定目標角度 $q_{lref} = 0.30$ rad を与えたときのシミュレーション結果を示す. Figure 4.6 (a) より, 約 0.5 s で目標値へ収束して定常状態となり, Figure 4.6 (b), (c) より並進方向に MIP が加速していることがわかる. Figure 4.6 (d) に閉ループ PH システムの全エネルギー H_d の時刻歴を示す. H_d は常に正値かつ単調非増加であり, 最終的に最小値 0 へ収束し, 理論通りに Lyapunov 関数となっていることがわかる.

Figure 4.7 に示すシミュレーションでは, システムの状態が引き込み領域の端点に近い場合の制御性能を検証した. 初期車体角度として $q_{l0} = 0.59$ rad を与えた. さらに条件を厳しくするため, 初期車体角速度として車体が倒れ込む方向に $\dot{q}_{l0} = 2.0$ rad/s を与えた. 目標車体角度は前シミュレーションと同様に $q_{lref} = 0.30$ rad とした. Figure 4.7 (a) より, 理論通りに車体角度は最終的に目標値へ収束している. 一方, 制御初期段階でオーバーシュートしており, Figure 4.7 (b) より入力トルクが過大になっている. 従って q_{li} で与える引き込み領域の大きさにはある程度余裕をもたせる必要がある.

Figure 4.8 に静止倒立状態のシステムに対してステップ状に変化する q_{lref} を与えたシミュレーション結果を示す. 時刻 2 ~ 5 s 間に $q_{lref} = 0.30$ rad, 時刻 7 ~ 10 s 間に $q_{lref} = -0.30$ rad とし, その他の時間帯では $q_{lref} = 0$ rad とした. はじめ静止倒立状態から倒れ込み動作を行い加速している. その後定常速度の走行を約 2 s 間続けた後, 後傾姿勢をとり減速している. 車体角度 q_l は各時間帯における目標値 q_{lref} に対して追従している. 以上より, 適切な q_{lref} を与えて加減速を行うことで走行動作を達成できることがわかる. ただしステップ状の目標値が変化すると同時に, Figure 4.8 (d) に示す入力トルクも急激に変化することがわかる. 実機適用時には滑らかに変化する目標車体角度を与えることが望ましい.

なお, 本研究で導出した制御系は積分特性が組み込まれていない. 従って定常的な外乱に相当する運転者の体重変動, 重心位置のずれ, および坂道を走行するときの斜面下方向の重力の影響などがある場合, 理論的に目標車体角度と実際の角度に定常偏差が生じる. 従来研究では外乱オブザーバ^[48]を用いて着座式 MIP におけるこの問題を解決したもの^[120]もある. IDA-PBC のロバスト性向上のために積分制御を導入する研究もなされており^{[121][122]}, 今後このような手法を取り入れることで問題は解決可能であると考えられる.

また, 本制御対象のような移動体では状況によって停車や一定速度での走行が要求されることも考えられる. 提案制御系は MIP を目標車体角度に倒れ込ませることで並進方向加速度を制御するものであるが, これは自動車において運転者がアクセルペダルとブレーキペダルで加減速を制御することと類似している. 従って停車や一定速度での走行は, 本研究で提案するエネルギー関数を用いて目標並進方向加速度 (すなわち q_{lref}) を適切に与えることで原理的には実現可能であると予想されるが, その具体的な手法の提案は今後の検討事項とする.

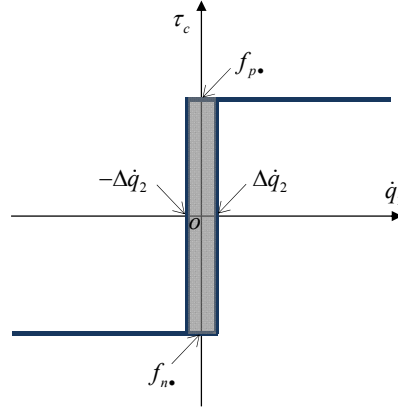


Figure 4.9 Friction compensation inputs with Karnopp model

Table 4.1 Parameters of the friction compensation inputs

Parameter	Unit	Value	Parameter	Unit	Value
f_{pL}	Nm	0.0757	f_{pR}	Nm	0.0662
f_{nL}	Nm	-0.0599	f_{nR}	Nm	-0.0757
$\Delta \dot{q}_2$	rad/s	0.05			

4.5 走行制御実験

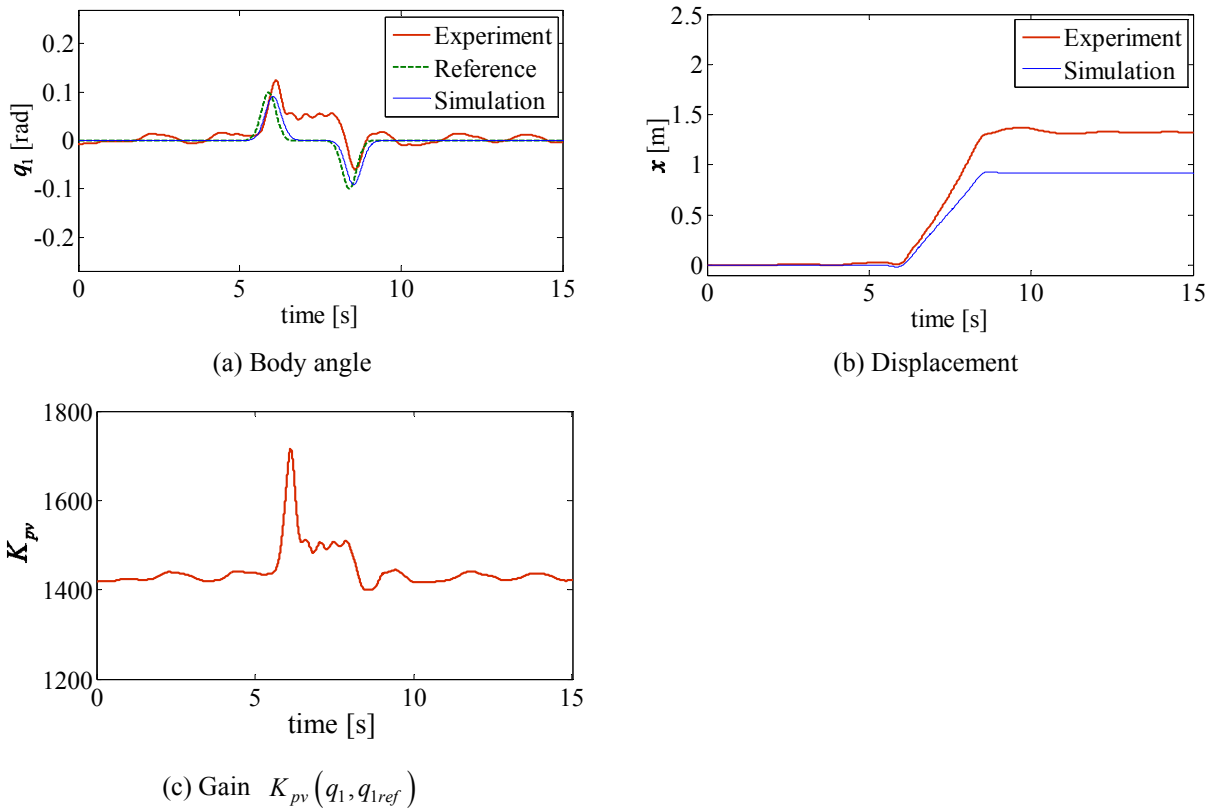
4.5.1 摩擦補償入力

使用する実機は3章の実験と同じである．その詳細は3.6.1項で述べた．本研究において制御系はモータと車輪間の摩擦を無視して導出した．これを補償するため，松本らによる研究^[39]を参考に，クーロン摩擦を仮定した摩擦補償入力を別途付加して実験を行う．ただし $\dot{q}_2 = 0$ rad/sの瞬間を検出することは困難である．また， $\dot{q}_2 = 0$ rad/sのときは静止摩擦力が働き，その方向と大きさは入力トルクや外力に依存する．これを考慮した補償を行うために，3章で用いたクーロン摩擦を仮定した補償入力を改良し，次式に示すKarnoppモデル^{[123][124][125]}を導入した．Figure 4.9にその入力形状を示す．

$$\tau_c = \begin{cases} f_{p\bullet} & (\dot{q}_2 > 0) \\ f_{n\bullet} & (\dot{q}_2 < 0) \end{cases} \quad (|\dot{q}_2| > \Delta \dot{q}_2) \quad (4.29)$$

$$\tau_c = \begin{cases} \min\{|f_{p\bullet}|, |\tau|\} & (\tau > 0) \\ -\min\{|f_{n\bullet}|, |\tau|\} & (\tau < 0) \end{cases} \quad (|\dot{q}_2| \leq \Delta \dot{q}_2) \quad (4.30)$$

$f_{p\bullet}$ と $f_{n\bullet}$ の添字にある「●」にはLまたはRが入り，それぞれ左右のアクチュエータまわりの動摩擦力を表す． $\Delta \dot{q}_2$ は静止摩擦が働くと仮定する領域を指定するパラメータである．本研究では同定試験に基づき，これらをTable 4.1に示す値に設定した．式(4.30)は静止摩擦が働く状態を表し，Figure 4.9中の灰色の領域に対応する．これは $|\dot{q}_2| \leq \Delta \dot{q}_2$ の条件下では近似的に $\dot{q}_2 = 0$ rad/sとして扱うことを意味する．なお摩擦力を正確に同定することは困難であり，摩擦補償入力が大きすぎるとシステムの不安定化を招くため，本研究では最大静止摩擦力は動摩擦力の大きさと等しく扱った．

Figure 4.10 Successive pictures of the experiment Case 1 (maximum $|q_{1ref}| = 0.1$ rad)Figure 4.11 Time histories of the experiment Case 1 (maximum $|q_{1ref}| = 0.1$ rad)

4.5.2 実験結果および考察

実験では静止倒立制御状態 ($q_{1ref} = 0$ rad) の MIP に対して、適切に目標車体角度 q_{1ref} を変化させて与えることで、提案する走行制御系の有効性を検証する。制御系パラメータは 4.4 節で用いたものから試行錯誤的に調整を行い、 $M_{pd} = M_p(q_1)$ 、 $K_p = 2e = 431$ 、 $q_{il} = 0.55$ rad および $K_{di} = 35$ とした。4.2.1 項より、正の q_{1ref} に対して MIP は前傾姿勢をとり加速動作を行い、負の q_{1ref} に対しては後傾姿勢をとり減速動作を行う。

2 通りの q_{1ref} の与え方の下で実験を行った。それぞれ Case 1, 2 とする。Case 1 では $|q_{1ref}|$ の最大値を 0.1 rad とし、Case 2 では 0.2 rad とした。Figure 4.10, Figure 4.11 にそれぞれ Case 1 における実験の連続写真および時刻歴を示す。Figure 4.10 の一連の MIP の写真は等時間間隔ではなく、これは倒れ込みによる加減速動作の見易さを考慮したためである。また、MIP は PC との有線接続により制御したが、画像編集の都合上、連続写真中では一部ケーブルが消えている。Figure 4.11 の時刻歴には同一条件下におけるシミュレーション結果を併せてプロットした。

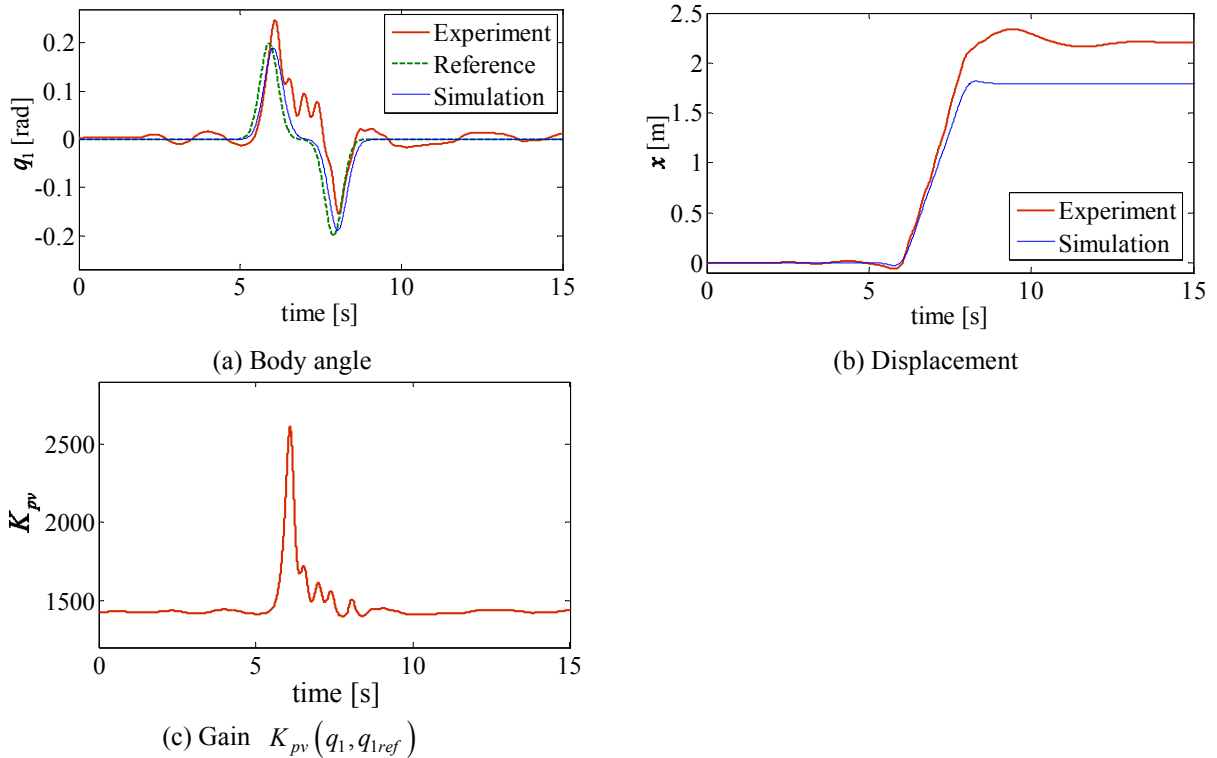
Figure 4.12 Successive pictures of the experiment Case 2 (maximum $|q_{lref}| = 0.2$ rad)Figure 4.13 Time histories of the experiment Case 2 (maximum $|q_{lref}| = 0.2$ rad)

Figure 4.10, Figure 4.11 より, MIP ははじめ倒れ込み動作による加速を行った後, 後傾姿勢をとり減速し, 最終的に停止状態となったことがわかる. Figure 4.11 (a) の実験結果を見ると, 倒れ込み動作を行った直後の車体角度は, 目標値に追従できずにオフセットが生じている. 原因の1つとしてアクチュエータまわりの摩擦が考えられる. MIP の加速時, この摩擦は車輪に対してその回転方向と逆向きに作用するが, 作用反作用の関係から車体に対しては倒れ込む方向に作用する. 従って摩擦の影響を完全になくさない限りオフセットを解消することは困難であると考えられる. 改善策として, ソフトウェアの観点からは摩擦モデルの変更や外乱オブザーバによる摩擦力推定に基づく摩擦補償入力の改良が挙げられる. ハードウェアの観点からは減速機の種類や減速比の変更などが候補として挙げられ, 今後検討する必要がある. Figure 4.11 (b) からは, 実験ではシミュレーションに比べて水平移動距離が長いことがわかる. アクチュエータの遅れなどにより, 倒れ込み動作が目標値を超えた結果, 安定性を保つための並進方向加速度が増大し, 移動距離が長くなったと考えられる. 提案制御系は車輪の状態量を全く考慮しないため, 不確かさが存在する限り直接的にこの差を解消することはできない. 従って車体角度の追従性を改善することで, これをある程度改善できると予想できる.

Figure 4.12, Figure 4.13 には Case 2 の実験結果について Case 1 と同様の内容を示した. Figure 4.12, Figure 4.13 (b) からわかるように, $|q_{lref}|$ の最大値を大きくした分, 並進方向加速度も大きくなり移動距離が増している. Figure 4.13 (a) の実験結果を見ると, 倒れ込み動作を行った直後, 車体角度が振動している. これは Case 1 では見られなかった現象であり, 車体角度が大きくなるほど値が大きくなるゲイン $K_{pv}(q_l, q_{lref})$ の影響であると考えられる. 倒れ込み動作による加速時にオーバーシュートや振動があるものの, 転倒せず最終的には後傾姿勢をとることで減速した後停止した. 水平移動距離に関しては, Case 1 と同様にシミュレーションよりも長くなっている.

状態量依存の比例ゲインの役割をする $K_{pv}(q_l, q_{lref})$ の効果を見るため, Figure 4.11 (a), (c) および Figure 4.13 (a), (c) に着目する. Case 1, 2 とともに, 加速時に MIP が前方に倒れ込むと車体角度は目標値を超える動きをしており, 転倒の危険性が高まっていたといえる. このとき $K_{pv}(q_l, q_{lref})$ は増加し, 積極的に車体を目標状態へと復帰させようと制御系が機能していることがわかる. 一方, 減速時に MIP が後方へ倒れ込んだとき, 車体角度は目標値を超えておらず, 危険性はそれほど高くないと考えられる. このとき $K_{pv}(q_l, q_{lref})$ はあまり変化していないことがわかる. 従って提案制御系は MIP の状況に応じて適切にゲインが変化し, 安全性を向上させているといえる.

以上より, 目標状態への正確な追従はできていないが, 提案手法により, MIP の停止状態からの加速, 走行, 減速および停止という一連の動作を実現できることを示した. また, 今回用いていない設計自由度である閉ループ系に与える所望の慣性 M_{pd} の利用や, 他の形状の V_{pd} の導入により, 制御性能の改善は可能であると考ええる.

4.6 結言

倒立振り子型移動体 (MIP: Mobile Inverted Pendulum) に対して IDA-PBC (Interconnection and Damping Assignment Passivity-Based Control) による走行制御系設計を行った. IDA-PBC 制御系導出時, MIP の車体部分のダイナミクスのみに着目すればこれを全駆動 port-Hamiltonian システムとして記述可能であることを示し, 従来研究の線形近似モデルやフィードバック線形化を用いずに IDA-PBC 制御系を導出した. これにより広範囲な車体角度に対する安定性保証やモデル化誤差に対する脆弱性の回避が可能となり, 実機適用時や外乱の存在下において安全性の向上が期待できる. 制御系は MIP の車体部分のみに着目したものであるが, システムの不安定性に起因する倒れ込みと並進方向加速度の関係を利用し, 間接的に MIP の並進方向加速度を制御する. 提案手法は閉ループシステムに与える所望のエネルギー関数の設計自由度を活かして様々な制御特性を与えることが可能で, 拡張性の高さも特長の 1 つである. 特に本研究では安全性の観点から, 設計者が予め指定した角度範囲内に車体の運動を制限することの理論的な保証, および目標角度を超えて車体が転倒に近づく場合には, それに伴い値が大きくなる車体角度依存ゲインにより目標状態へと積極的に復帰させる制御特性の実現を目指した. これに対する具体的なエネルギー関数設計法を示すとともに, 提案した制御系の有効性をシミュレーションにより検証し, 良好な制御性能および理論通りの安定性を保証していることを示した. 実機実験では, パラメータ調整などによる制御性能の改善の余地はあるが, 実環境においても提案手法の状態量依存ゲイン特性による積極的な転倒回避特性が有効に機能するとともに, MIP の加速, 走行, 減速および停止という一連の動作を実現できることを示した.

第 5 章

車体重心移動機構を有する
倒立振子型移動体のエネルギー整形と
不安定性を利用した走行制御

5.1 緒言

倒立振子型移動体 (MIP: Mobile Inverted Pendulum) は搭乗方法の観点から立ち乗り式と着座式の2種類に大きく分けることができる。Figure 1.3 に示す MOBIRO, P. U. M. A. や EN-V のように、着座式で従来開発されているものには座席の位置を前後にスライドさせる機構が搭載され、車体重心位置を制御可能である。従って搭乗者が体重移動をしなくても走行制御が可能であり、車体も水平に保ちやすく、幅広い層の人々が利用しやすい。本章では着座式の MIP を対象とし、運用の前提条件である倒立状態を安全性高く維持しつつ、走行を実現するための制御系設計を行う。ここでの安全性とは、MIP の車体の傾き角度および重心の移動距離に関するものを意味する。制御時に車体が予期せず大きく傾いて転倒したり、過度に重心を移動させて機構的限界を超える危険性を回避しつつ、所望の並進方向加速度を達成するための制御系を提案する。

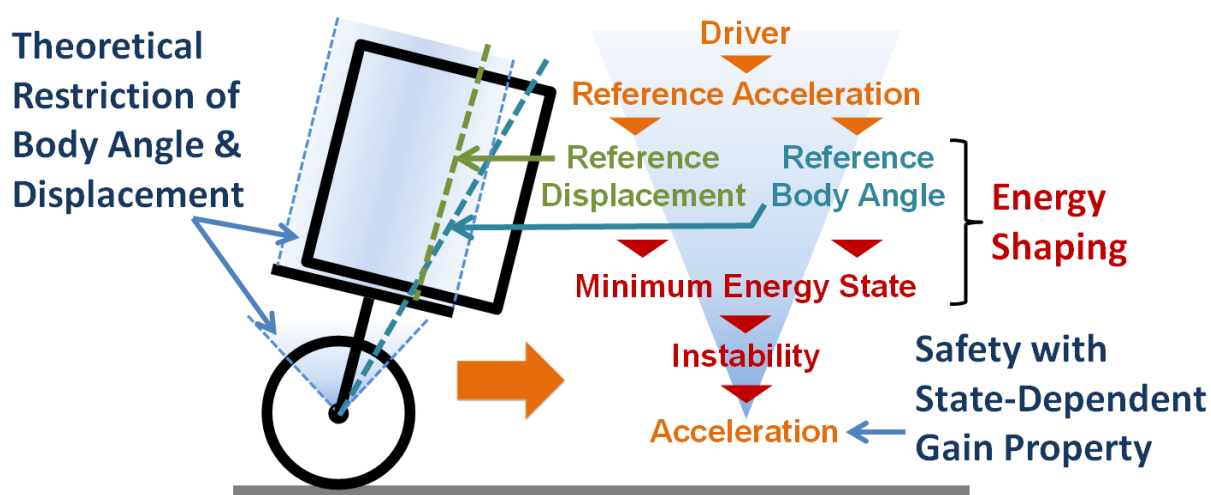


Figure 5.1 Concept of the driving control for the MIP with the slider mechanism with IDA-PBC

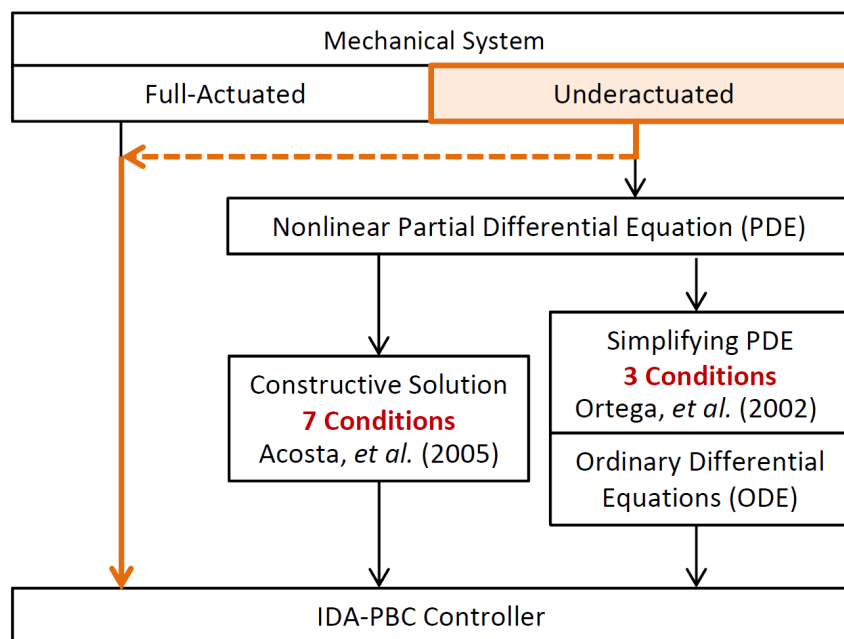


Figure 5.2 Procedure to derive the IDA-PBC driving controller for the MIP with the slider mechanism

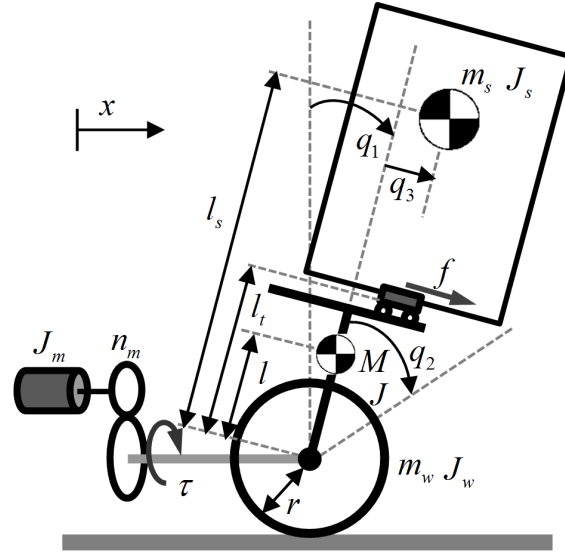


Figure 5.3 Diagram of the mobile inverted pendulum with the slider mechanism

Table 5.1 Parameters of the mobile inverted pendulum with the slider mechanism

Parameter	Unit	Value	Parameter	Unit	Value
M	kg	5	J_m	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$	7×10^{-6}
m_w	kg	1	l	m	0.1
m_s	kg	3	l_s	m	0.50
J	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$	6×10^{-2}	l_t	m	0.15
J_w	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$	3×10^{-3}	r	m	0.075
J_s	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$	2×10^{-2}	n_m	-	30

着座式の MIP を対象とした従来の走行制御手法は、線形近似モデルに基づく線形制御が主流である[44][64][65][66]。これらは静力学的な釣り合いを保てる状態を目標状態とした制御を行っている。つまり鉛直上向きを車体角度の目標値、およびこのとき倒立状態を静力学的に保つことができる重心位置を目標値としながら、車輪に所望の回転角度や角速度を与えて走行させている。これらの手法では、外乱などでシステムの状態が平衡点近傍から外れた場合などに理論的には安定性を保証できない。また、車輪の目標回転角度や角速度の与え方によっては車体が大きく傾き、安定性を保証できなくなる可能性がある。なお、MIP 型の移動マニピュレータを対象とした研究^{[25][26]}では、回転関節で構成されるマニピュレータの姿勢を制御し、重心位置を動かすことで MIP を移動させる手法が提案された。目標重心位置を静力学的な平衡点からずれた位置とすることで、MIP の不安定性を利用して並進方向加速度が制御される。ここで不安定性の利用とは、静力学的に不安定な状態を保つように制御するとき、制御入力、重力および慣性力の動力学的な釣り合いから MIP の並進方向加速度も一定値になるという関係^[59]の利用を指す。これを実現するために従来研究は外乱オブザーバ^[48]を用いて加速度制御系^{[49][50]}を構築した上で、劣駆動となる状態量に対しては Backstepping^[63]とスライディングモード制御を用いてロバスト性の向上を目指している。制御系導出には線形化などを用いていないが、引き込み領域やゲイン特性に関する詳細は述べられていない。

一方、4章で車体重心移動機構をもたない MIP に対して、車体角度を指定範囲内に理論的に制限しつつ安定化や走行を達成することを特色とする制御系を提案した^{[117][126]}。特に走行制御では MIP の力学的特徴である不安定性を利用し^[126]、実機実験においても有効性を検証した^{[127][128]}。従って提案手法は車体

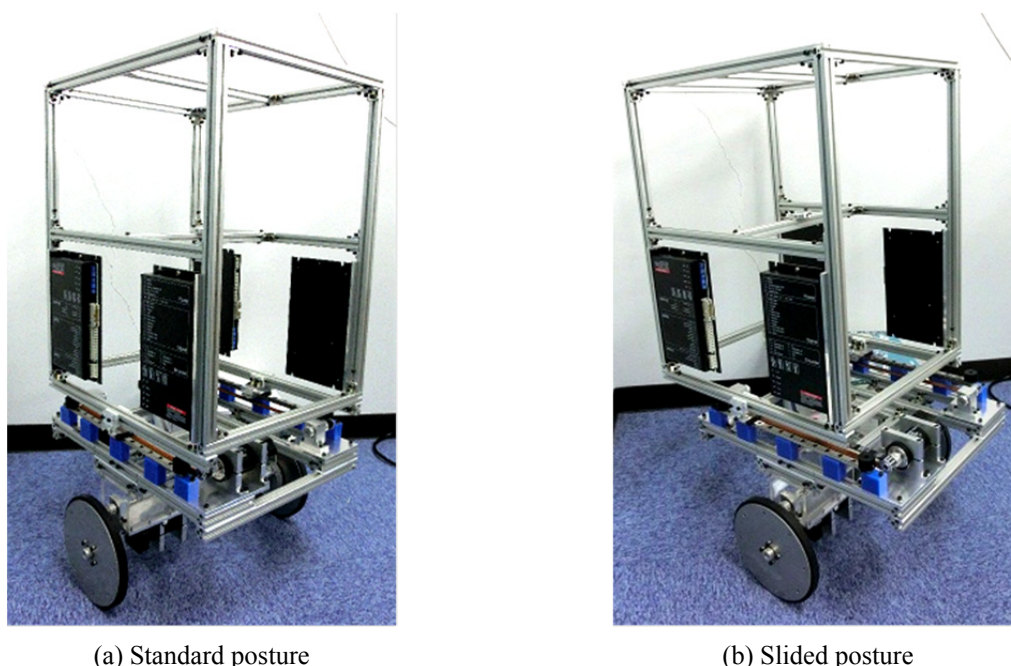


Figure 5.4 Experimental setup of the MIP with the slider mechanism

角度を直接的に制御し、目標車体角度を鉛直上向きではなく故意に傾いた状態として与えることで、間接的に走行制御を行うことができるとともに、車体角度の動きも予測しやすい利点もある。

以上に基づき、本章では4章の結果を拡張し、車体重心移動機構を有するMIPに対して、これまで提案されていない不安定性を利用した走行制御系を設計する。具体的には、MIPの車体角度と車体重心移動距離のダイナミクスのみに着目すればこれを全駆動PHシステムとして記述可能であることを示し、PDEを解くことなくIDA-PBC制御系を導出する。その際、線形近似モデルやフィードバック線形化は用いない。従って広範囲な車体角度に対する安定性保証やモデル化誤差に対する脆弱性の回避が期待できる。また、並進方向加速度は故意に車体を傾けると同時に車体重心も静力学的な平衡点からずれた位置に制御して不安定化させることで、間接的に制御する。これにより、立ち乗り式のMIPの利点でもある倒れ込みによる操縦感を着座式においても実現できる。従来研究では1つの目標並進方向加速度に対して必要な倒れ込み角度が力学的に一意に定まったため^{[59][61][126][127][128]}、状況によっては大きく車体を傾ける必要があった。しかし、車体重心移動を併用することで、必要以上に車体を傾けることなく所望の並進方向加速度を実現でき、走行制御時の安全性を従来よりも増して配慮可能となる。これらを達成するためにInterconnection and Damping Assignment Passivity-Based Control (IDA-PBC)を適用する。特に本章では安全性の観点から状態量依存ゲイン特性を付加し、設計者が予め指定した車体角度範囲内および車体重心移動範囲内にシステムの状態を制限することを理論的に保証しながら、目標の並進方向加速度へとMIPを収束させる設計法を示す。提案する制御系の有効性はシミュレーションおよび実機実験により検証し、不安定性を利用した走行制御に新たに車体重心移動機構を導入することで得られる知見を示す。提案制御手法の概念図をFigure 5.1に示す。Figure 5.1は運転者がアクセルペダルなどで目標並進加速度を与え、それに対応する適切な目標車体角度と目標車体重心移動距離へと制御系がシステムを収束させることで、不安定性を利用して並進加速方向加速度が制御される流れを表す。また、Figure 5.2において、太線で示したルートが本章の制御系導出手順である。

5.2 運動方程式の導出および不安定化と並進方向加速度の関係

5.2.1 運動方程式の導出

本研究では車体重心移動機構よりも下部の車体をベース車体、上部の車体を移動車体と呼ぶ。Figure 5.3 および Table 3.1 に車多重心移動機構を有する MIP の模式図と物理パラメータをそれぞれ示す。数値は Figure 5.4 に示す実機を想定した。実機は人が搭乗することは想定しておらず、提案制御系の基本的性能を検証するための小型のものとなっている。参考として、このパラメータにおいて運転者と座席に対応する追加質量 m_s は 3.0 kg、車体と車輪の合計質量は 6.0 kg であり、その比は 1:2 である。3.2 節で述べたように、日本人の成人男性の平均体重 65.38 kg^[115] であり、Table 1.1 に示した民間で開発された MIP との質量比は 1:0.188~1:3.21 である。慣性モーメントや重心位置などの違いも考慮すると必ずしも適切とはいえないが、本研究のパラメータの質量比は現実的な範囲の設定であると考えられる。Figure 5.3 において M 、 m_w および m_s はそれぞれ、ベース車体、車輪および移動車体の質量を表す。 J 、 J_w 、 J_s および J_m はそれぞれ、ベース車体、車輪、移動車体およびモータの質量中心まわりの慣性モーメントとする。 l 、 l_s および l_t はそれぞれ、車輪の中心軸からベース車体の質量中心、移動車体の質量中心および車体重心移動機構までの最短距離を表す。 r は車輪の半径を表す。 n_m は減速比、 τ はアクチュエータが発生させるトルク、 f は車体重心移動機構が発生させる力を表す。本研究では摩擦や滑りは考慮しない。システムの状態変数として q_1 は鉛直上向きを基準とした車体の角度、 q_2 は車体を基準とした相対的な車輪の回転角度とする。 q_3 は $q_1 = 0$ rad としたときに静止倒立状態を保つことができる重心位置を基準とした車体重心移動距離である。 $x = r(q_1 + q_2)$ は並進方向への車輪中心の移動距離である。 $\mathbf{q} = [q_1 \ q_2 \ q_3]^T$ を一般化座標ベクトル、 $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ を重力加速度とする。Figure 5.3 において x 軸の原点は $q_1 = q_2 = 0$ における車輪の中心位置、 z 軸の原点は地表とした。以上の定義に基づき、Lagrange の方法^{[129][130][131][132]} に基づき Euler-Lagrange の運動方程式を導出する。システムの各点の位置ベクトルは次式となる。

$$\mathbf{r}_w = [r(q_1 + q_2) \ r]^T \quad (5.1)$$

$$\mathbf{r}_b = \mathbf{r}_w + [l \sin q_1 \ l \cos q_1]^T \quad (5.2)$$

$$\mathbf{r}_s = \mathbf{r}_w + [l_s \sin q_1 \ l_s \cos q_1]^T + [q_3 \cos q_1 \ -q_3 \sin q_1]^T \quad (5.3)$$

$\mathbf{r}_w$ 、 $\mathbf{r}_b$ および $\mathbf{r}_s$ はそれぞれ車輪の中心位置、ベース車体の質量中心位置および移動車体の質量中心位置を表す。これらを用いて、運動エネルギー T とポテンシャルエネルギー V は次式で表される。

$$T = \left\{ \frac{1}{2} m_w \dot{\mathbf{r}}_w^T \dot{\mathbf{r}}_w + \frac{1}{2} J_w (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2 \right\} + \left(\frac{1}{2} M \dot{\mathbf{r}}_b^T \dot{\mathbf{r}}_b + \frac{1}{2} J \dot{q}_1^2 \right) + \left(\frac{1}{2} m_s \dot{\mathbf{r}}_s^T \dot{\mathbf{r}}_s + \frac{1}{2} J_s \dot{q}_1^2 \right) + \frac{1}{2} J_m (n_m \dot{q}_2)^2 \quad (5.4)$$

$$V = m_w g \mathbf{r}_{wz} + M g \mathbf{r}_{bz} + m_s g \mathbf{r}_{sz} \quad (5.5)$$

各位置ベクトルの添字に z を付したものは、そのベクトルの z 成分を表す。各一般化座標の仮想変位を δq_i 、 $i=1,2,3$ とすると、制御入力による仮想仕事 δW およびそこから求まる一般化力 $\mathbf{Q}$ は次式となる。

$$\delta W = \tau \delta q_2 + f \delta q_3 = \begin{bmatrix} 0 & \tau & f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta q_1 \\ \delta q_2 \\ \delta q_3 \end{bmatrix} = \mathbf{Q}^T \delta \mathbf{q} \quad (5.6)$$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau \\ f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau \\ f \end{bmatrix} = \mathbf{G}_I \mathbf{u} \quad (5.7)$$

$$\mathbf{G}_I = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \tau & f \end{bmatrix}^T \quad (5.9)$$

以上に基づき Euler-Lagrange の運動方程式

$$L = T - V \quad (5.10)$$

$$\frac{d}{dt}(\nabla_{\dot{\mathbf{q}}} L) - \nabla_{\mathbf{q}} L = \mathbf{Q} \quad (5.11)$$

を計算することで次式が得られる.

$$\mathbf{M}_S \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}_S + \mathbf{G}_S = \mathbf{G}_I \mathbf{u} \quad (5.12)$$

$$\mathbf{M}_{S11} = 2r(m_s l_s \cos q_1 + M l \cos q_1 - m_s q_3 \sin q_1) + m_s q_3^2 + (M + m_s + m_w) r^2 + M l^2 + m_s l_s^2 + J + J_s + J_w \quad (5.13)$$

$$\mathbf{M}_{S12} = r(m_s l_s \cos q_1 + M l \cos q_1 - m_s q_3 \sin q_1) + (M + m_s + m_w) r^2 + J_w \quad (5.14)$$

$$\mathbf{M}_{S13} = m_s (l_s + r \cos q_1) \quad (5.15)$$

$$\mathbf{M}_{S22} = (M + m_s + m_w) r^2 + n_m^2 J_m + J_w \quad (5.16)$$

$$\mathbf{M}_{S23} = m_s r \cos q_1 \quad (5.17)$$

$$\mathbf{M}_{S33} = m_s \quad (5.18)$$

$$\mathbf{C}_S = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{S1} \\ \mathbf{C}_{S2} \\ \mathbf{C}_{S3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\left(2m_s r \dot{q}_1 \dot{q}_3 \sin q_1 - 2m_s q_3 \dot{q}_1 \dot{q}_3 + M l r \dot{q}_1^2 \sin q_1 + m_s r q_3 \dot{q}_1^2 \cos q_1 + m_s l_s r \dot{q}_1^2 \sin q_1\right) \\ -\left(2m_s r \dot{q}_1 \dot{q}_3 \sin q_1 + M l r \dot{q}_1^2 \sin q_1 + m_s r q_3 \dot{q}_1^2 \cos q_1 + m_s l_s r \dot{q}_1^2 \sin q_1\right) \\ -m_s q_3 \dot{q}_1^2 \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

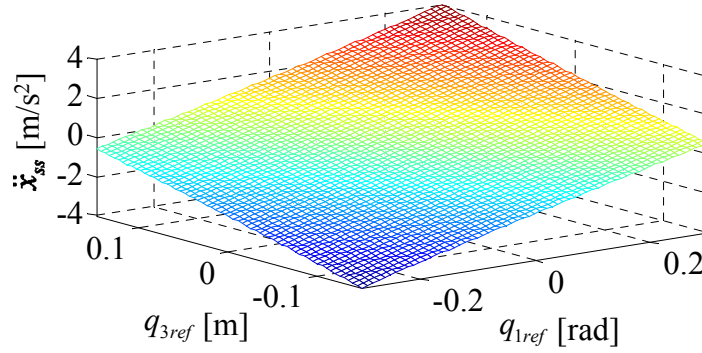


Figure 5.5 Relationship between instability and translational acceleration

$$\mathbf{G}_S = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{S1} \\ \mathbf{G}_{S2} \\ \mathbf{G}_{S3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -g(m_s q_3 \cos q_1 + m_s l_s \sin q_1 + Ml \sin q_1) \\ 0 \\ -m_s g \sin q_1 \end{bmatrix} \quad (5.20)$$

$\mathbf{M}_S$ は慣性行列で $\mathbf{M}_S = \mathbf{M}_S^T$ を満たし, $\mathbf{M}_{Sij}$ は慣性行列 $\mathbf{M}_S$ の i 行 j 列成分を表す. $\mathbf{C}_S$ は遠心力とコリオリ力に関する項, $\mathbf{G}_S$ は重力に関する項である.

5.2.2 不安定性と並進方向加速度の関係

車体角度および車体重心移動距離が一定の目標状態 $q_1 = q_{1ref}$ および $q_3 = q_{3ref}$ へ収束している状態を考える. このとき $\dot{q}_1 = \dot{q}_3 = 0$ である. 定常状態における車輪角加速度を $\ddot{q}_2 = \ddot{q}_{2ss}$, アクチュエータが発生させるトルクを $\tau = \tau_{ss}$, および車体重心移動機構が発生させる力を $f = f_{ss}$ とおいて運動方程式 (5.12) に代入すると次式が得られる.

$$\ddot{q}_{2ss} = \frac{g}{\mathbf{M}_{S12}(q_{1ref}, q_{3ref})} \{ (Ml + m_s l_s) \sin q_{1ref} + m_s q_{3ref} \cos q_{1ref} \} \quad (5.21)$$

$$\tau_{ss} = \mathbf{M}_{S22} \ddot{q}_{2ss} \quad (5.22)$$

$$f_{ss} = \mathbf{M}_{S23}(q_{1ref}) \ddot{q}_{2ss} - m_s g \sin q_{1ref} \quad (5.23)$$

従ってシステムが目標状態に収束しているとき, 車輪の回転角加速度は一定値 $\ddot{q}_{2ss}$ となる. Figure 5.5 は式 (5.21) から算出した目標車体角度 q_{1ref} , 目標車体重心移動距離 q_{3ref} と定常状態における並進方向加速度 $\ddot{x}_{ss} = r\ddot{q}_{2ss}$ の関係を表す. これを利用することで, 車体角度と車体重心移動の制御を通して間接的に並進方向加速度を制御可能となる. 従来研究では目標車体角度のみを利用した制御^{[59][61][126][127][128]} だったため, 目標並進方向加速度の大きさによっては車体を大きく傾ける必要があった. 一方, 本研究では車体重心移動機構を併用することで, 必要以上に車体を傾けることなく所望の並進方向加速度を達成する制御が可能となる.

ただし1つの目標並進方向加速度に対して, それを実現する q_{1ref} と q_{3ref} は様々な組み合わせが存在する. 実用性の観点からはそれらを一意に決定できることが望ましい. q_{1ref} と q_{3ref} の与え方によって制御時の MIP の挙動は変化するため, 例えばエネルギー消費や乗り心地などへの影響を考慮して q_{1ref} と q_{3ref} を一意に決定することが有効であると考えられるが, 詳細な検証は今後の課題としたい.

5.3 車体角度と車体重心移動距離に着目した PH システムの導出

本研究で用いる非線形制御手法である IDA-PBC は、port-Hamiltonian (PH) システムの構造^[68]を保存しつつ運動エネルギーとポテンシャルエネルギーの両者を整形し、PH システムが有する受動性を利用して安定化を達成する。エネルギー整形を用いた受動性に基づく制御は竹垣、有本による研究^[80]に端を発し、モデル化されていない不確かさなどに対するロバスト性も期待されている^{[76][79][82][83][84][85]}。IDA-PBC 導出時、本制御対象のような劣駆動システムに対しては非線形偏微分方程式 (PDE: Partial Differential Equation) を解く必要があり^{[91][114][117]}、一般的には困難な作業とされる。本研究では車体重心移動機構を有する MIP において、車輪を除いたダイナミクスのみに着目すればこれを全駆動 PH システムとして記述可能であることを示し、PDE を解くことなく IDA-PBC 制御系を導出する。その際、線形近似^{[38][39][44][65][66]}やモデル化誤差などに対する脆弱性が懸念されるフィードバック線形化^{[59][60][61]}は用いない。従って広範囲なシステムの状態に対する安定性保証やロバスト性の確保も期待できる。PH システムは Euler-Lagrange の運動方程式を包含する物理システムのより一般的な表現形式であり^[68]、運動方程式 (5.12) は PH システムとして記述可能であるが、車輪角度を状態変数として含む。このモデルを用いる場合、走行制御では車輪角度を一定値へ収束させるわけではないため、これまでレギュレータとして理論構築されている IDA-PBC を直接的に適用することは困難である。本章では 5.2.2 項で述べた関係を利用し、車体角度と車体重心移動距離の目標値へのレギュレータ制御を通して、MIP の走行制御を行う。そこで運動方程式 (5.12) を連立方程式とみなして $\ddot{q}_2$ を消去すると、 q_1 と q_3 のみ関する次のダイナミクスが得られる。

$$\mathbf{M}_L \ddot{\mathbf{q}}_L + \mathbf{C}_L + \mathbf{G}_L = \mathbf{G}_{LI} \mathbf{u} \quad (5.24)$$

$$\mathbf{M}_L = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{S11} - \frac{\mathbf{M}_{S12}^2}{\mathbf{M}_{S22}} & \mathbf{M}_{S13} - \frac{\mathbf{M}_{S12}\mathbf{M}_{S23}}{\mathbf{M}_{S22}} \\ \mathbf{M}_{S13} - \frac{\mathbf{M}_{S12}\mathbf{M}_{S23}}{\mathbf{M}_{S22}} & \mathbf{M}_{S33} - \frac{\mathbf{M}_{S23}^2}{\mathbf{M}_{S22}} \end{bmatrix} \quad (5.25)$$

$$\mathbf{C}_L = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{S1} - \frac{\mathbf{M}_{S12}}{\mathbf{M}_{S22}} \mathbf{C}_{S2} & \mathbf{C}_{S3} - \frac{\mathbf{M}_{S23}}{\mathbf{M}_{S22}} \mathbf{C}_{S2} \end{bmatrix}^T \quad (5.26)$$

$$\mathbf{G}_L = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{S1} - \frac{\mathbf{M}_{S12}}{\mathbf{M}_{S22}} \mathbf{G}_{S2} & \mathbf{G}_{S3} - \frac{\mathbf{M}_{S23}}{\mathbf{M}_{S22}} \mathbf{G}_{S2} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} -(Ml + m_s l_s) g \sin q_1 - m_s g q_3 \cos q_1 & -m_s g \sin q_1 \end{bmatrix}^T \quad (5.27)$$

$$\mathbf{G}_{LI} = \begin{bmatrix} -\frac{\mathbf{M}_{S12}}{\mathbf{M}_{S22}} & 0 \\ -\frac{\mathbf{M}_{S23}}{\mathbf{M}_{S22}} & 1 \end{bmatrix} \quad (5.28)$$

$\mathbf{q}_L = [q_1 \ q_3]^T$ とした。このダイナミクスは、単純に車輪を除外したシステムを考えて導出した運動方程式とは異なることに注意されたい。これを PH システムとして記述できれば、IDA-PBC を適用できる。そこで重力に関連する項 $\mathbf{G}_L$ に対応するポテンシャルエネルギーを次式で仮定する。

$$V_L = (Ml + m_s l_s) g \cos q_1 - m_s g q_3 \sin q_1 \quad (5.29)$$

また、 $\mathbf{M}_L$ を本システムの慣性行列とみなし、

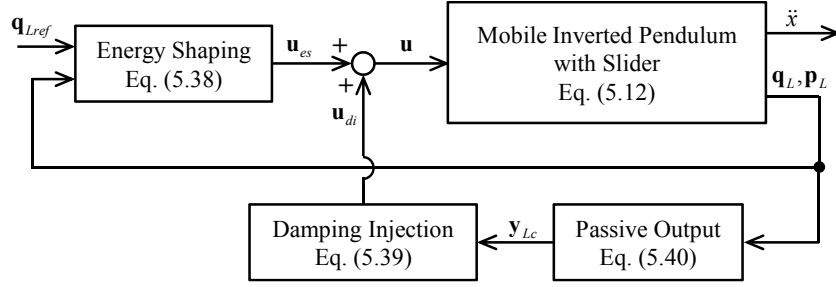


Figure 5.6 Block diagram of the IDA-PBC driving controller for the MIP with the slider mechanism

$$L_L = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}_L^T \mathbf{M}_L \dot{\mathbf{q}}_L - V_L \quad (5.30)$$

$$\mathbf{Q}_L = \frac{d}{dt} (\nabla_{\dot{\mathbf{q}}_L} L_L) - \nabla_{\mathbf{q}_L} L_L \quad (5.31)$$

を計算すると、 $\mathbf{Q}_L$ は式 (5.24) の左辺と一致したことが確認できる。ゆえにシステム式 (5.24) は $\mathbf{M}_L$ を慣性行列、 V_L をポテンシャルエネルギーおよび L_L をラグランジアンとした運動方程式とみなすことができる。EL システムは本質的に受動性を有することから、この時点で車体角度と車体重心移動距離のダイナミクスのみに着目して様々な受動性に基づく制御を適用可能であることが明らかになった。本研究では特に IDA-PBC の適用を考えることから、このシステムを PH システム表現に変換して制御系を設計する。ただし式 (5.24) に対応するラグランジアンは解析力学の観点から必ずしも一意に定まらないが^[118]、ここではラグランジアンを L_L として制御系を導出する。

なお、本項では 4.2.2 項と同様の手順で式 (5.24) のシステムが EL システムの構造（およびそれを包含する PH システムの構造）を有することを、運動方程式を連立方程式とみなして車輪の状態量を削除して解析することで発見的に示した。制御対象を多自由度系に拡張した場合でも、解析力学の観点からこれを体系的に示して制御系を設計できる可能性を付録 B に述べたが、車体重心移動機構の自由度が追加された MIP にも 4 章の設計手順が適用できることが明らかになった点で、提案手法の拡張性の 1 つの裏付けとなっている。

Euler-Lagrange の運動方程式は PH システムとして表現可能であることから、車輪のダイナミクスを含まない次の PH システムを得る。ただし $\mathbf{p}_L = \mathbf{M}_L \dot{\mathbf{q}}_L$ は一般化運動量、 $\mathbf{I}_2$ は 2 行 2 列の単位行列である。

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_L \\ \dot{\mathbf{p}}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I}_2 \\ -\mathbf{I}_2 & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla_{\mathbf{q}_L} H_L \\ \nabla_{\mathbf{p}_L} H_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{G}_{Ll} \end{bmatrix} \mathbf{u} \quad (5.32)$$

$$H_L = \frac{1}{2} \mathbf{p}_L^T \mathbf{M}_L^{-1} \mathbf{p}_L + V_L \quad (5.33)$$

5.4 制御系設計

5.4.1 IDA-PBC 制御系の定式化と安定性保証条件

IDA-PBCにより閉ループPHシステムに与える所望の慣性行列を $\mathbf{M}_{Ld}$, ポテンシャルエネルギーを V_{Ld} および全エネルギーを H_{Ld} とする. 目標一般化座標ベクトルを $\mathbf{q}_{Lref} = [q_{1ref} \ q_{3ref}]^T$ とし, H_{Ld} が $(\mathbf{q}_L, \mathbf{p}_L) = (\mathbf{q}_{Lref}, \mathbf{0})$ 近傍で正定関数となるための条件は式 (2.15), (2.17) および (2.18) に基づき次式となる.

$$\mathbf{M}_{Ld}(\mathbf{q}_{Lref}) = \mathbf{M}_{Ld}^T(\mathbf{q}_{Lref}) > 0 \quad (5.34)$$

$$\nabla_{\mathbf{q}_L} V_{Ld}(\mathbf{q}_{Lref}) = \mathbf{0} \quad (5.35)$$

$$\nabla_{\mathbf{q}_L}^2 V_{Ld}(\mathbf{q}_{Lref}) > 0 \quad (5.36)$$

開ループ PH システムの式 (5.32) は 2 自由度 2 入力 of 全駆動システムであり, また, $\det(\mathbf{G}_{LI}) \neq 0$ である. 従って上記の条件を満たす任意の H_{Ld} , フリーパラメータである歪対称行列 $\mathbf{J}_{L2}$, および $\mathbf{K}_{Ldi}$ を正定対称行列の Damping Injection のゲインを用いて次の IDA-PBC 制御系を設計できる.

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_{es} + \mathbf{u}_{di} \quad (5.37)$$

$$\mathbf{u}_{es} = \mathbf{G}_{LI}^{-1} (\nabla_{\mathbf{q}_L} H_L - \mathbf{M}_{Ld} \mathbf{M}_L^{-1} \nabla_{\mathbf{q}_L} H_{Ld} + \mathbf{J}_{L2} \mathbf{M}_{Ld}^{-1} \mathbf{p}_L) \quad (5.38)$$

$$\mathbf{u}_{di} = -\mathbf{K}_{Ldi} \mathbf{y}_{Lc} \quad (5.39)$$

$$\mathbf{y}_{Lc} = \mathbf{G}_{LI}^T \nabla_{\mathbf{p}_L} H_{Ld} \quad (5.40)$$

$$H_{Ld} = \frac{1}{2} \mathbf{p}_L^T \mathbf{M}_{Ld}^{-1} \mathbf{p}_L + V_{Ld} \quad (5.41)$$

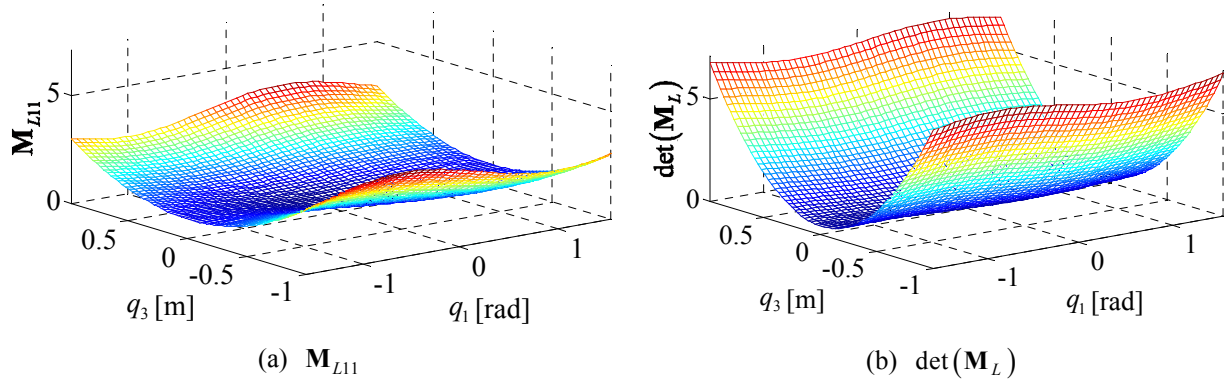
これを入力することでシステムは H_{Ld} を Lyapunov 関数として $(\mathbf{q}_L, \mathbf{p}_L) = (\mathbf{q}_{Lref}, \mathbf{0})$ 近傍で安定となる. さらに零状態可検出性 $\mathbf{y}_{Lc} \equiv \mathbf{0}$, $\mathbf{u}_{di} \equiv \mathbf{0} \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{q}_L = \mathbf{q}_{Lref}$ が満たされる場合は漸近安定となる.

導出した制御系では, 条件式 (5.34) - (5.36) を満たす範囲内で $\mathbf{M}_{Ld}$ と V_{Ld} を与えることで, 線形制御では実現が難しい様々な特性を有する自由度の高い制御系設計が可能となる. 制御系のブロック線図を Figure 5.6 に示す.

5.4.2 車体角度と車体重心移動距離を指定範囲内に制限するエネルギー関数の設計

本研究では提案制御系の基本的な性質を検証するため, 運動エネルギーの整形は行わず, 所望の慣性行列は $\mathbf{M}_{Ld} = \mathbf{M}_L$ と設定する. $\mathbf{M}_L(\mathbf{q}_L) > 0$ となる $\mathbf{q}_L$ の範囲を明らかにしなければならないが, 解析的にこれを確認する方法の1つとしては, 次の2つの条件の成立を確かめれば良い.

$$\mathbf{M}_{L11}(\mathbf{q}_L) > 0 \quad (5.42)$$

Figure 5.7 Numerical calculation of the range of $\mathbf{q}_L$ where $\mathbf{M}_L$ is positive definite

$$\det(\mathbf{M}_L) = \mathbf{M}_{L11}(\mathbf{q}_L)\mathbf{M}_{L22}(\mathbf{q}_L) - \mathbf{M}_{L12}(\mathbf{q}_L)\mathbf{M}_{L21}(\mathbf{q}_L) > 0 \quad (5.43)$$

$\mathbf{M}_{Lij}$ は $\mathbf{M}_L$ の i 行 j 列成分を表す．しかしながら，これらの条件式が成立する $\mathbf{q}_L$ の範囲の解析解を導出することは困難であったことから，本研究では Table 5.1 の物理パラメータを用いて数値的にこの範囲を計算した．Figure 5.7 にそれぞれ $\mathbf{M}_{L11}$ と $\det(\mathbf{M}_L)$ の値をプロットした結果を示す．車体角度は物理的に合理的な $|q_1| < \pi/2$ rad の範囲でプロットし，車体重心の移動範囲は実機の機構を想定した ± 0.2 m よりも十分大きな $|q_3| < 1.0$ m の範囲でプロットした． $\mathbf{M}_{L11}$ と $\det(\mathbf{M}_L)$ はどちらも常に正値であり，最小値はそれぞれ 0.2457, 0.5422 であった．

V_{Ld} を次式で定める．

$$V_{Ld} = \frac{1}{q_{1l}^2 - q_1^2} \cdot \frac{K_{Lp1}}{2} (q_1 - q_{1ref})^2 + \frac{1}{q_{3l}^2 - q_3^2} \cdot \frac{K_{Lp3}}{2} (q_3 - q_{3ref})^2 \quad (5.44)$$

ここで q_{1l} , q_{3l} はそれぞれ，制御時にシステムの運動を $|q_1| < q_{1l}$, $|q_3| < q_{3l}$ の範囲内に理論的に制限するために与えるパラメータである． K_{Lp1} , K_{Lp3} は制御系設計用のパラメータで正の値とする．初期状態は $|q_1| < q_{1l}$, $|q_3| < q_{3l}$ の範囲で，また，目標値も $|q_{1ref}| < q_{1l}$, $|q_{3ref}| < q_{3l}$ の範囲で与える限り，式 (5.44) で与えるポテンシャルエネルギーは正定かつ条件式 (5.35), (5.36) を満たし， $(\mathbf{q}_L, \mathbf{p}_L) = (\mathbf{q}_{Lref}, \mathbf{0})$ に唯一の最小値をもつことを計算により確認できる．従って正定関数 H_{Ld} を Lyapunov 関数として平衡点の安定性が保証される．さらに $\mathbf{y}_{Lc} \equiv \mathbf{0}$, $\mathbf{v} \equiv \mathbf{u}_{di} \equiv \mathbf{0} \Rightarrow \mathbf{G}_{Li}^T \nabla_{\mathbf{p}_L} H_{Ld} \equiv \mathbf{0} \Rightarrow \mathbf{p}_L \equiv \mathbf{0}$ で，式 (2.20) に基づき $\nabla_{\mathbf{q}_L} H_{Ld} \equiv \mathbf{0} \Rightarrow \nabla_{\mathbf{q}_L} V_{Ld} \equiv \mathbf{0} \Rightarrow \mathbf{q}_L \equiv \mathbf{q}_{Lref}$ となることから零状態可検出性よりも強い条件である零状態可観測性が満たされ，漸近安定性が保証される．また， V_{Ld} は分母に $q_{1l}^2 - q_1^2$, $q_{3l}^2 - q_3^2$ を含むことから領域

$$D = \{(\mathbf{q}_L, \mathbf{p}_L) \in \mathbb{R}^4 \mid |q_1| < q_{1l}, |q_3| < q_{3l}\} \quad (5.45)$$

において H_{Ld} は半径方向に非有界な関数である．ゆえに $|q_{10}| < q_{1l}$, $|q_{30}| < q_{3l}$ を満たす任意の初期状態に対して，車体角度と車体重心移動距離はそれぞれ $|q_1| < q_{1l}$, $|q_3| < q_{3l}$ に制限された上で目標値へ収束し，同時に MIP の加速度は式 (5.21) より一定値 $\ddot{x}_{ss} = r\ddot{q}_{2ss}$ に収束する．

次に提案制御系のゲイン特性を考察する．式 (5.38) より， V_{Ld} は次式の形で制御入力へ寄与する．

$$\nabla_{\mathbf{q}_L} V_{Ld} = \begin{bmatrix} K_{Lpv1}(q_1, q_{1ref})(q_1 - q_{1ref}) & K_{Lpv3}(q_3, q_{3ref})(q_3 - q_{3ref}) \end{bmatrix}^T \quad (5.46)$$

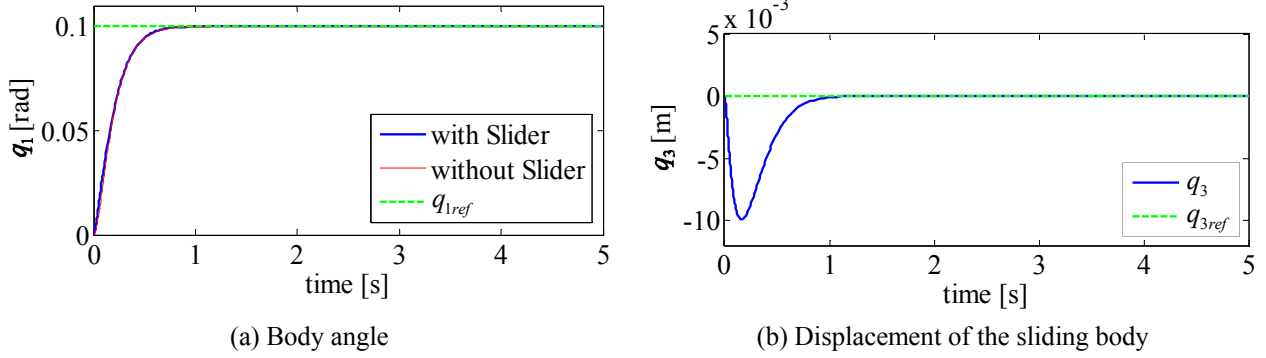


Figure 5.8 Comparison of the IDA-PBC controllers for the systems with or without the slider mechanism

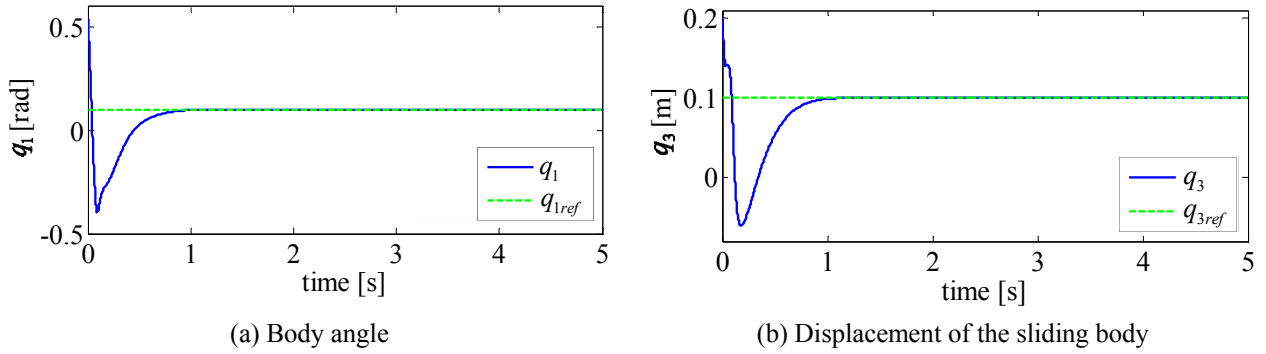


Figure 5.9 Tracking for constant reference states from the edge of the domain of attraction

$$K_{Lpvi}(q_i, q_{iref}) = \frac{(q_{il}^2 - q_i q_{iref})}{(q_{il}^2 - q_i^2)^2} \cdot K_{Lpi} \quad (i=1,3) \quad (5.47)$$

従って偏差 $q_i - q_{iref}$ に状態量依存ゲイン $K_{Lpvi}(q_i, q_{iref})$ が掛かった比例制御と類似した役割を担う。本研究で設計したこのゲイン特性は4章の結果を参考にした^{[126][127][128]}。MIPの状態が目標値を超えて制限範囲に近づくときゲインも増加することから、提案制御系は積極的に目標状態へと復帰させる特性を有し、安全性の観点からも好ましいと考えられる。

なお、4.4節の考察と同様に本章で導出した制御系も積分特性が組み込まれていない。従って定常的な外乱に相当する運転者の体重変動、重心位置のずれ、および坂道を走行するときの斜面下方向の重力の影響などがある場合、理論的に目標車体角度と実際の角度に定常偏差が生じる。一方でIDA-PBCのロバスト性向上のために積分制御を導入する研究もなされており^{[121][122]}、今後このような手法を取り入れることなどで問題は解決可能であると考えられる。

また、本制御対象のような移動体では状況によって停車や一定速度での走行が要求されることも考えられる。提案制御系はMIPの並進方向加速度を制御するものであるが、これは自動車において運転者がアクセルペダルとブレーキペダルで加減速を制御することと類似している。従って停車や一定速度での走行は、本研究で提案するエネルギー関数を用いて目標並進方向加速度（すなわち q_{1ref} と q_{3ref} ）を適切に与えることで原理的には実現可能であると予想されるが、その具体的な手法の提案は今後の検討事項とする。

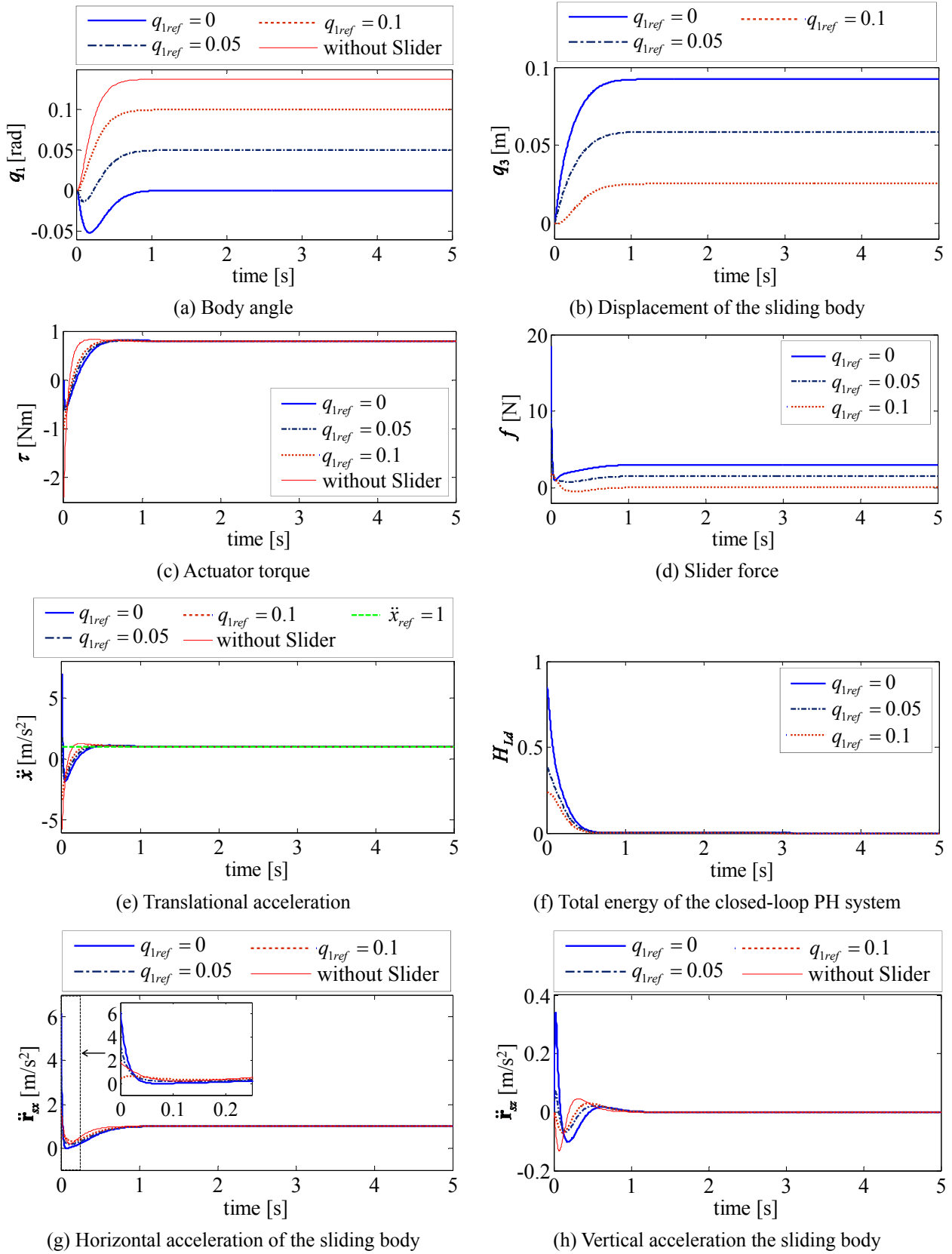


Figure 5.10 Simulation results of the driving control with the 4 cases of the reference body angles

5.5 シミュレーション

5.5.1 シミュレーション条件

本研究で設計した IDA-PBC 制御系の有効性をシミュレーションにより検証する．比較対象は4章で設計した，車体重心移動機構をもたない MIP に対する IDA-PBC 制御系^[126]とする．これらを用いて倒れ込みと車体重心移動を併用した故意の不安定化による走行制御の有効性を検証する．シミュレーションは制御入力を式 (5.24) の運動方程式に与えて行った．初期車輪角度 q_{20} と角速度 $\dot{q}_{20}$ は 0 とした．

本研究の IDA-PBC 制御系のパラメータは $q_{1l} = 0.55$ rad, $q_{3l} = 0.2$ m, $K_{lp1} = 10.5$, $K_{lp3} = 8$, $\mathbf{J}_{L2} = \mathbf{0}$ および $\mathbf{K}_{Ldi} = \text{diag}(0.6, 35)$ とした． q_{1l} は車体角度の制限角度を指定するとともに，制御系パラメータとして制御性能にも影響を与える．理論的には $\pi/2$ rad に設定することも可能であるが，本研究では安全性を考えた制限角度と制御性能の両者の観点から試行錯誤的に値を決定した． q_{3l} は実機に搭載する車体重心移動機構の可動範囲に基づき値を設定した． K_{lp1} , K_{lp3} は比例制御のゲインに類似した役割をもつことを考慮し， $\mathbf{K}_{Ldi}$ は一般化速度のフィードバックゲインの一部であることから微分ゲインに類似した役割をもつことを考慮して試行錯誤的に決定した． $\mathbf{J}_{L2}$ は式 (5.38) より一般化運動量に対する係数の一部であり， $\mathbf{J}_{L2}$ に関連する制御入力は $\mathbf{u}_{di}$ と同様に一般化速度のフィードバック制御入力と類似した役割をもつ．

従って MIP が目標状態へ収束するときの過渡応答に主に影響を及ぼす．ただし式 (2.24), (2.28) に基づき $\mathbf{u}_{di}$ に含まれるゲイン $\mathbf{K}_{Ldi}$ は Lyapunov 関数 H_{Ld} の時間変化率に影響を与えるが， $\mathbf{J}_{L2}$ に関連する制御入力は直接的には影響を与えない点で違いがある．また，この制御入力は安定性保証範囲に関する制御特性には影響を一切及ぼさない． $\mathbf{J}_{L2}$ の値の変更により制御性能がどのように変化するか一般的な知見は得られていないが，本章では $\mathbf{J}_{L2} = \mathbf{0}$ としても良好な制御性能が得られたことからこの値に決定した．

車体重心移動機構をもたない場合の IDA-PBC 制御系は，入力が車輪へのトルクのみであるため構造が本章の提案制御系と異なり，次式で与えられる．数式の詳細は付録 C.1 に示す．

$$\mathbf{u} = d \begin{bmatrix} u_{es} + u_{di} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.48)$$

$$u_{es} = G_P^{-1} \left(\nabla_{q_1} H_P - M_{Pd} M_P^{-1} \nabla_{q_1} H_{Pd} \right) \quad (5.49)$$

$$u_{di} = -K_{Pdi} G_P \nabla_{p_{p1}} H_{Pd} \quad (5.50)$$

制御系パラメータは $q_{1l} = 0.55$ rad, $K_{pp} = 300$ および $K_{Pdi} = 18$ とした．設計した2つの制御系の基本性能を比較した結果を Figure 5.8 に示す．初期状態は静止倒立状態とした．目標状態は $q_{1ref} = 0.1$ rad, $q_{3ref} = 0$ m とした．ただし従来研究の制御入力は本研究において移動車体を $q_3 \equiv 0$ m に拘束した MIP に対して付加した．両制御系は Figure 5.8 (a) より，車体角度の応答がほぼ同じになるように設計した．Figure 5.8 (b) より，車体重心移動機構を有する場合，重心は最大約 0.01 m 移動しつつ，車体角度と同様に約 1 s で目標位置へ収束している．

5.5.2 検証結果および考察

本研究で設計した IDA-PBC 制御系が理論通りに車体角度と車体重心移動距離を指定範囲内に制限するかを確認した結果を Figure 5.9 に示す．初期車体角度を $q_{10} = 0.54$ rad, 初期重心位置は $q_{30} = 0.19$ m として制限範囲の端点付近に設定した．さらに条件を厳しくするため，制限範囲の端点に近づく方向に初期車体角速度 $\dot{q}_{10} = \pi$ rad/s, 初期重心速度 $\dot{q}_{30} = 2$ m/s を与えた．目標状態は $q_{1ref} = 0.1$ rad, $q_{3ref} = 0.1$ m

Table 5.2 Maximum absolute acceleration of the center of mass of the sliding body in the simulations

	$q_{1ref} = 0$	$q_{1ref} = 0.05$	$q_{1ref} = 0.1$	without Slider
x direction [m/s^2]	6.15	3.27	1.00	1.82
z direction [m/s^2]	0.339	0.0718	0.0702	0.133

とした．Figure 5.9 より，応答は非常に急峻であるが，理論通りに MIP の状態は制限範囲を超えることなく目標状態へと収束している．

目標並進方向加速度を $\ddot{x}_{ref} = \ddot{x}_{ss} = r\ddot{q}_{2ss} = 1 \text{ m/s}^2$ とし，車体重心移動機構の有無による制御性能への影響を検証した結果を Figure 5.10 に示す．初期状態は静止倒立状態とした．5.2.2 項の解析結果から車体重心移動機構を有する場合，目標加速度 $\ddot{x}_{ref}$ を達成するための q_{1ref} と q_{3ref} の組み合わせには自由度がある．Figure 5.10 では目標車体角度を $q_{1ref} = 0, 0.05, 0.1 \text{ rad}$ の3通りで与えたときの結果を示した． q_{3ref} は式 (5.21) よりそれぞれの q_{1ref} に対して一意に定まる．

Figure 5.10 (e) より，全てのパターンで目標並進方向加速度が達成されていることがわかる．Figure 5.10 (f) より本研究で設計した IDA-PBC 制御系における Lyapunov 関数は，理論通りに時間経過とともに単調非増加であることがわかる．Figure 5.10 (a) より，車体重心移動機構を用いない場合（図中で without Slider として示す）に倒れ込み角度が最も大きい，他の場合では車体重心移動を利用することで角度を抑制できている．Figure 5.10 (b) と併せて考察すると，倒れ込み角度を小さくするほど車体重心移動距離が増加していることがわかる．このとき最大の車体重心移動距離は 0.1 m 未満であり，本研究で想定する可動範囲 $|q_3| < 0.2 \text{ m}$ に対して余裕がある．従って無理なく倒れ込みと車体重心移動を組み合わせで走行制御を達成できている．

Figure 5.10 (a) で $q_{1ref} = 0, 0.05 \text{ rad}$ とした結果に着目すると，加速開始直後に逆ぶれが生じており，搭乗者にとっては好ましくない挙動であると考えられる．これは車体重心を前方に移動させることによる反力が原因と考えられる． $q_{1ref} = 0 \text{ rad}$ とすることは，従来研究の多くのように目標車体角度を常に倒立状態にすることに相当するが， $q_{1ref} = 0.1 \text{ rad}$ の結果ではこの逆ぶれが解消されている．従って，車体重心移動機構を有する MIP における故意の倒れ込みによる加速の導入は，車体角度の挙動を望ましい方向へと変化させることができる点で有効であるといえる．

また，自動車などの移動体の乗り心地を考える際には搭乗者に加わる加速度が一般的に重要な指標の1つであるとされる．本章で用いる MIP の物理パラメータは実際に人間が搭乗する規模のものではなく，小型の検証用実機のものであるが，提案手法の特性を考察するために，移動車体の質量中心の x 方向加速度 $\ddot{\mathbf{r}}_{sx}$ および z 方向加速度 $\ddot{\mathbf{r}}_{sz}$ を Figure 5.10 (g), (h) にそれぞれ示す． x 方向， z 方向ともに倒れ込みを利用しない $q_{1ref} = 0 \text{ rad}$ の場合に最も大きな加速度が発生していることがわかる．常に倒立状態を目標とするのではなく倒れ込みを利用することは，移動車体の質量中心の加速度の低減に効果的であるといえる．車体重心移動の併用による効果を検証するため，Figure 5.10 の4つの場合における加速度の絶対値の最大値を Table 5.2 に示す．車体重心移動を用いる場合，倒れ込み角度が大きくなるほど加速度を低減できている．車体重心移動を用いない without Slider の場合を含めて比較しても $q_{1ref} = 0.1 \text{ rad}$ の場合が x 方向， z 方向ともに最も加速度が小さい．従って本章で提案する倒れ込みと車体重心移動の併用は，MIP の乗り心地改善にも有効である可能性がある．

Figure 5.10 (c) でアクチュエータが発生する制御入力トルクに着目すると，車体重心移動機構を用いなかった4章の制御系と比較して，本章の提案制御系では必要な最大トルクが低減されている．従って提案手法により，加速開始時の車輪・地面間のスリップ抑制が可能になる．Figure 5.10 (d) では， $q_{1ref} = 0 \text{ rad}$ として加速のための不安定化を全て車体重心移動に委ねる場合よりも，倒れ込みを利用する方が車体重心移動に必要な力の最大値が低減されている．ゆえに車体重心移動機構を有する MIP において，本研究で提案する倒れ込みと車体重心移動の併用による故意の不安定化を通した走行制御は，車輪回転用と車体重心移動用のアクチュエータの両者に対して必要出力低減による開発コスト削減の利点も有する．

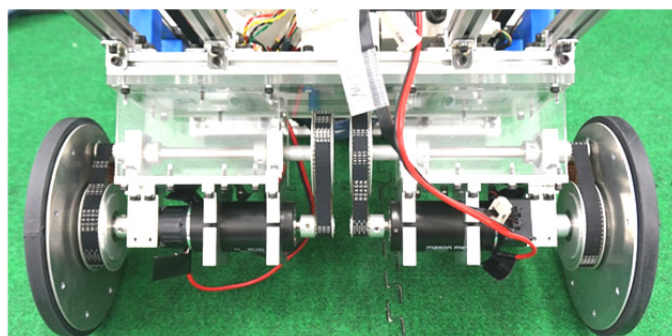
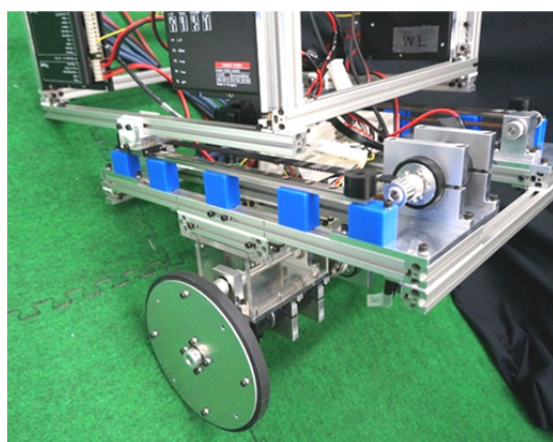
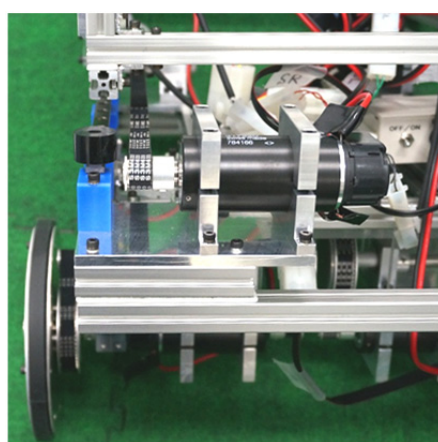


Figure 5.11 Actuators and decelerators for the wheels of the experimental mobile inverted pendulum



(a) Linear guide of the slider mechanism



(b) Actuator of the slider mechanism

Figure 5.12 Slider mechanism of the experimental mobile inverted pendulum

5.6 走行制御実験

5.6.1 実験装置

車体重心移動機構を有する MIP の車輪まわりの機構の写真を Figure 5.11 に示す. アクチュエータとして 90 W の DC モータ (maxon, RE 35) を左右の車輪に対して 1 機ずつ使用し, 左右の車輪は独立に回転させることができる. ただし本研究では MIP の進行方向のみの運動を扱うため, 制御系から算出される入力トルクは左右の車輪に均等に分配した. 減速機としてプーリを用いたベルトドライブ方式のものを設計, 製作し, 入出力の回転数比が 14 : 60 のユニットを 2 段階設置した. 車体角度, 角速度の検出には姿勢角検出器 (住友精密工業, AMU-1802A) を使用した. 車輪の回転角度および角速度はモータに取り付けたエンコーダ (maxon, HEDS 5540) から検出した.

車体重心移動機構の写真を Figure 5.12 に示す. 青い部材の上に配置されたリニアガイド上をブロックが並進移動する. このブロックはアルミフレームで構成された直方体状の移動車体と接続されており, これにより移動車体はベース車体に対して前後に移動可能な機構となっている. リニアガイドと並列に配置された黒いタイミングベルトは 1 機の DC モータ (maxon, RE 35) により駆動される. Figure 5.12 (b) に示すようにモータの出力軸には減速機を設けず, タイミングベルトを駆動させるための小型のプーリが取り付けられている. リニアガイド上のブロックはタイミングベルトと金属部材で接続されており, アクチュエータはベルトとブロックを介して移動車体を前後に駆動させる. 以上のユニットは MIP の左右にそれぞれ配置されており, 左右のリニアガイド上のブロックは移動車体を構成するアルミフレーム

Table 5.3 Parameters of the mobile inverted pendulum with the slider mechanism in the experiments

Parameter	Unit	Value	Parameter	Unit	Value
M	kg	5.75	J_m	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$	1.31×10^{-5}
m_w	kg	0.86	l	m	9.29×10^{-2}
m_s	kg	4.05	l_s	m	0.355
J	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$	6.98×10^{-2}	l_t	m	0.161
J_w	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$	3.82×10^{-3}	r	m	0.075
J_s	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$	0.152	n_m	-	$(60/14)^2$

Table 5.4 Three cases of the parameters of the reference signals for the experiments

	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4
q_{1Mref} [rad]	0	0.05	0.1	0.1453
q_{3Mref} [m]	0.0710	0.0465	0.0221	-

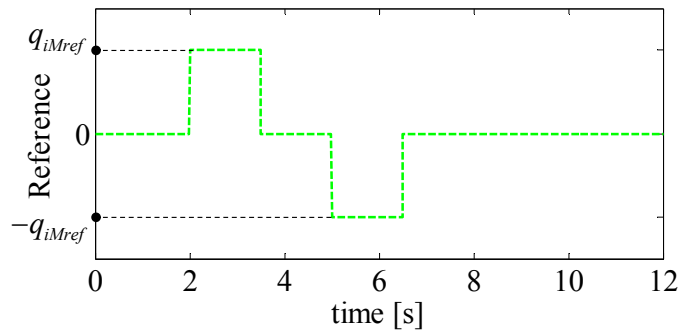


Figure 5.13 Original reference signal for the experiments

で接続されている。従って左右のブロックはリニアガイド上を同期して動き、移動車体は合計 2 機の DC モータにより駆動される機構である。移動車体の位置はモータに取り付けたエンコーダ (maxon, HEDS 5540) から得られた値と、モータの出力軸に取り付けたプーリの半径から算出した。

アクチュエータ、エンコーダおよび姿勢角検出器の詳細なスペックは付録 C.2 に示す。3 章と 4 章で用いた実機と共通するコンポーネントのスペックは付録 A.4 に示す。なおシミュレーションに基づき、アクチュエータと減速機は本研究の実験条件においては制御入力飽和することがないように選定した。センサからの情報の取り込みおよびモータへの制御入力生成には Digital Signal Processor (DSP) (dSPACE, DS1103) を用いた。制御系は Matlab および Simulink を用いて作成し、Real-Time Workshop を通して DSP ボードへ書き込み実装した。DSP から出力される電圧指令値はモータドライバ (maxon, ADS 50/10) により電流指令値に変換してモータへ入力し、所望の制御入力トルクを発生させた。制御のサンプリング時間は 0.001 s とした。

また、実機の開発に伴い MIP の物理パラメータが 5.5 節までで使用していた値から変化した。Table 5.3 に実験時の MIP の物理パラメータを示す。実験で用いる制御系のパラメータも、新しい物理パラメータを用いて行ったシミュレーションに基づき調整して決定した。

5.6.2 実験条件

実験では静止倒立制御状態 ($q_{1ref} = q_{3ref} = 0$) の MIP に対して、目標車体角度と車体重心移動距離を変化させて与える．これにより MIP に加速，走行，減速の一連の動作を行わせることで提案する制御系の有効性を検証する．目標値は Figure 5.13 に示すステップ状の信号を発生させた上で，次の伝達関数 $G_{delay}(s)$ で定義される 1 次遅れ系を通して MIP に与えた． s は複素数である．

$$G_{delay}(s) = \frac{1}{T_c s + 1} \quad (5.51)$$

T_c は時定数であり，本研究では 0.25 s とした．これは目標値の急激な変化に伴う MIP の急制動を防止するためである．また，現実的にも運転者がアクセルペダルなどを操作して目標並進方向加速度（それに伴い決定される q_{1ref} と q_{3ref} ）を与える場合，信号値はステップ状に瞬間的に変化するものではないことを想定した．Figure 5.13 中の $q_{iMref} \geq 0$ ($i=1,3$) は MIP に与える目標車体角度と車体重心移動距離の最大値を表し，これらの定め方により目標状態への収束時における並進方向加速度が変化する．実験では目標並進方向加速度および減速度はそれぞれ $\pm 1 \text{ m/s}^2$ を想定した．5.5 節のシミュレーションの条件と対応させるために，目標車体角度の最大値は $q_{1Mref} = 0, 0.05, 0.1 \text{ rad}$ の 3 パターンを用意し，それに対応する目標車体重心移動距離の最大値を式 (5.21) から算出した．これらをそれぞれ Case 1～3 とする．車体重心移動機構を機械的に固定した場合（このとき MIP は 4 章と同じ自由度となる）を Case 4 とし，目標車体角度の最大値は式 (4.1) から算出した．Case 1～4 における q_{iMref} の設定値を Table 5.4 にまとめる．以上の目標値を用いる場合，はじめ MIP は静止倒立状態から進行方向に向かって不安定化されつつ $\ddot{x} = 1 \text{ m/s}^2$ を目標に 1.5 s 間加速する．その後 1.5 s 間 $\ddot{x} = 0 \text{ m/s}^2$ の定常速度を目標とした走行を行い，最終的に進行方向と逆向きに不安定化されつつ $\ddot{x} = -1 \text{ m/s}^2$ を目標として 1.5 s 間減速することが予想される．

車体重心移動機構を固定しない Case 1～3 では，IDA-PBC 制御入力は式 (5.38), (5.39) を用い，そのパラメータは $q_{1l} = 0.4 \text{ rad}$, $q_{3l} = 0.12 \text{ m}$, $K_{lp1} = 11$, $K_{lp3} = 9.5$, $\mathbf{J}_{L2} = \mathbf{0}$ および $\mathbf{K}_{Ldi} = \text{diag}(1.6, 35)$ とした．

車体重心移動機構を固定する Case 4 の場合，IDA-PBC 制御入力に式 (5.49), (5.50) を用い，そのパラメータは $q_{1l} = 0.4 \text{ rad}$, $K_{pp} = 150$, $K_{pdi} = 25$ とした．これらのパラメータは Figure 5.8 に示したシミュレーションと同様の方法で両制御系を比較し，車体角度に関して類似した応答が得られるように設計した．

5.6.3 摩擦補償入力

本研究において制御系は車輪まわりと車体重心移動機構まわりの摩擦を無視して導出した．IDA-PBC において動的摩擦モデルを仮定した上でシステムの安定性を保証する方法も提案されており^[116]，適用できる可能性があるが，動的摩擦の各種パラメータの正確な同定は一般的に容易ではない．3 章と 4 章では静的なクーロン摩擦を仮定した摩擦補償入力を設計したが，その性能には改善の余地があった．さらに本章では MIP に車体重心移動機構を追加した．この機構の最大静止摩擦力を同定試験により測定したところ，前後方向ともにおよそ $\pm 4 \text{ N}$ であった．この値は摩擦を無視した理想的環境を仮定したシミュレーション結果の Figure 5.10 (d) における制御入力と比較しても大きいことがわかる．また，正確な摩擦力の大きさを得ることは困難であることから，それを固定値で仮定して補償入力を設計することは望ましくない．

この問題を解決するため，本章では外乱オブザーバ^[48]を用いてオンラインで摩擦力を含めた外乱を推定し，これを相殺する制御入力を IDA-PBC 制御入力と併せて MIP に付加する．制御入力と同じチャンネルから入る外乱を $\mathbf{v}_d$ とする．文字の上に「 $\wedge$ 」を付したものは，その量の推定値を表すものとする．本研究における外乱オブザーバの設計手順の詳細は付録 C.3 に示す．

車体重心移動機構を有する MIP に対する摩擦補償入力 (Case 1, Case 2, Case 3)

システムに入る外乱は $\mathbf{v}_d = [v_{dw} \ v_{ds}]^T$ とする. $v_{dw} \in \mathbb{R}$, $v_{ds} \in \mathbb{R}$ はそれぞれ車輪および車体重心移動機構に対する外乱を表す. 状態ベクトルを $\mathbf{x} = [q_1 \ q_2 \ q_3 \ \dot{q}_1 \ \dot{q}_2 \ \dot{q}_3]^T$ として非線形運動方程式 (5.12) を原点近傍で線形化したシステムに対して, 付録 C.3 中の式 (5.86) における重み行列を次式で与えて外乱オブザーバを設計した.

$$\mathbf{Q}_e = \text{diag}(1, 1, 1, 1, 1, 400, 600) \quad (5.52)$$

$$\mathbf{R}_e = 10^{-3} \cdot \mathbf{I}_6 \quad (5.53)$$

なお式 (5.87) 中の外乱オブザーバによる推定値 $\hat{\mathbf{x}}_e = [\hat{\mathbf{x}}^T \ \hat{\mathbf{v}}_d^T]^T$ の中でも使用するのは $\hat{\mathbf{v}}_d$ のみであることから, この値の収束性を良くすることを考慮して重み行列を設定した.

ただし外乱オブザーバにより推定される外乱の値は, 重み行列の設計次第では現実的に取り得る値よりも大きくなる可能性があり, 過剰な摩擦補償入力を発生させる懸念がある. 従って本研究では摩擦補償入力に上限値を設け, 実際に MIP に付加する制御入力は次式とした.

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_{es} + \mathbf{u}_{di} - \bar{\hat{\mathbf{v}}}_d \quad (5.54)$$

$$\bar{\hat{\mathbf{v}}}_d = [\bar{\hat{v}}_{dw} \ \bar{\hat{v}}_{ds}]^T \quad (5.55)$$

$$\bar{\hat{v}}_{d\bullet} = \begin{cases} \hat{v}_{d\bullet} & (|\hat{v}_{d\bullet}| \leq v_{Md\bullet}) \\ \text{sgn}(\hat{v}_{d\bullet}) \cdot v_{Md\bullet} & (|\hat{v}_{d\bullet}| > v_{Md\bullet}) \end{cases} \quad (5.56)$$

式 (5.56) 中の文字の下付き添字に含まれる「 $\bullet$ 」には「 w 」または「 s 」が入る. $v_{Md\bullet}$ は摩擦補償入力の上限値を与えるパラメータである. 同定試験の結果, 車輪の最大静止摩擦力は回転方向を問わずおよそ 0.8 Nm (両輪合計の値で, 片輪ではおよそ 0.4 Nm であった), 車体重心移動機構に関しては前述のように前後方向ともにおよそ 4 N であった. これに基づき本研究では 2 倍のマージンを与えて $v_{Mdw} = 1.6$ Nm, $v_{Mds} = 8$ N と設定した.

車体重心移動機構を固定した MIP に対する摩擦補償入力 (Case 4)

車体重心移動機構は機械的に固定するため, システムに入る外乱 $\mathbf{v}_d$ は v_{dw} として考える. 状態ベクトルを $\mathbf{x} = [q_1 \ q_2 \ \dot{q}_1 \ \dot{q}_2]^T$ として非線形運動方程式 (3.1) を原点近傍で線形化したシステムに対して, 式 (5.86) における重み行列を次式で与えて外乱オブザーバを設計した. このとき式 (3.1) 中の物理パラメータである a, b, c, d および e の計算には式 (5.69) - (5.73) を用いる. また, 外乱オブザーバの式 (5.87) 中の制御入力 $\mathbf{u}$ には, 後述の式 (5.59) の第 1 成分のみを入力する.

$$\mathbf{Q}_e = \text{diag}(1, 1, 1, 1, 10^5) \quad (5.57)$$

$$\mathbf{R}_e = 10^{-3} \cdot \mathbf{I}_4 \quad (5.58)$$

外乱オブザーバによる推定値 $\hat{\mathbf{x}}_e = [\hat{\mathbf{x}}^T \ \hat{v}_{dw}]^T$ の中でも使用するのは $\hat{v}_{dw}$ のみであることから, この値の収束性を良くすることを考慮して重み行列を設計した. 比較の公平性のため, 車体重心移動機構を有する場合の外乱オブザーバと行列 $\mathbf{A}_e - \mathbf{H}_e \mathbf{C}_e$ の固有値の配置が近くなるように設計した.

実機の MIP に付加する制御入力は次式とした.

$$\mathbf{u} = d \begin{bmatrix} u_{es} + u_{di} \\ 0 \end{bmatrix} - d \begin{bmatrix} \hat{v}_{dw} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.59)$$

$$\hat{v}_{dw} = \begin{cases} \hat{v}_{dw} & (|\hat{v}_{dw}| \leq v_{Mdw}) \\ \text{sgn}(\hat{v}_{dw}) \cdot v_{Mdw} & (|\hat{v}_{dw}| > v_{Mdw}) \end{cases} \quad (5.60)$$

摩擦補償入力の上限值は、車体重心移動機構を有する場合と同様に $v_{Mdw} = 1.6 \text{ Nm}$ とした。

なお、本研究で設計した外乱オブザーバは線形近似モデルに基づき外乱を推定するため、MIP の運動方程式が有する非線形性の効果が外乱とみなされる。従ってシステムの非線形性を利用して設計した IDA-PBC 制御系と競合して相互に悪影響を及ぼす可能性がある。この問題を厳密に回避するためには非線形外乱オブザーバ^[133]などを導入する必要がある。ただし次項で示す実験結果においては良好な応答が得られており、IDA-PBC 制御系と外乱オブザーバの競合による悪影響は、本研究においてはあまり大きくなかったと考えられる。

5.6.4 実験結果および考察

Case 1～4 の実験における連続写真と応答を Figure 5.14～Figure 5.17 にそれぞれ示す。連続写真は全ての Case で同時刻、等間隔ではなく、それぞれの Case で挙動が見易いように写真を選別して示した。MIP は PC との有線接続により制御したが、画像編集の都合上、連続写真中ではケーブルが一部消えている。実験結果のプロットには比較のためそれぞれの Case と同一条件でシミュレーションを行った結果を併せて示した。

MIP の運動の時刻歴に関する結果と考察

全ての Case において、実験結果の車体角度と車体重心移動距離はシミュレーションの結果と良く一致しつつ、目標値への追従を達成していることがわかる。Case 1～4 は全て目標状態量が異なるが、走行距離と走行速度の実験結果は全ての Case で類似した応答が得られている。従って走行距離 x と走行速度 $\dot{x}$ の観点では類似した加速、走行、減速動作を実現するとしても、動力学的釣り合いから得られる倒れ込み角度と車体重心移動距離の組み合わせの選び方により車体の挙動が大きく変化するといえる。

$q_{IMref} = 0, 0.05 \text{ rad}$ とした Figure 5.14, Figure 5.15 の結果に着目すると、目標値が切り替わるときに車体角度に逆ぶれが生じている。これは 5.5 節のシミュレーション結果の Figure 5.10 (a) でも見られた現象であり、望ましくないと考えられる。一方で $q_{IMref} = 0.1 \text{ rad}$ とした Figure 5.16 の結果に着目すると、逆ぶれは解消されている。従って本研究で提案する倒れ込みと車体重心移動の併用による不安定化の有効性が実験によっても確認できた。

走行距離と走行速度に着目すると、全ての Case に共通して実験結果はシミュレーション結果よりも値が小さくなる傾向があった。特に走行速度に関しては、減速時にシミュレーションでは見られなかった僅かな逆走が発生しており、MIP は連続写真中に破線矢印で示した流れで走行して停止に至った。原因として MIP と PC を接続するケーブルの影響が考えられる。車体角度と車体重心移動距離はシミュレーションと良く一致していることから、理想的には並進方向加速度もシミュレーションと一致し、走行距離と走行速度も一致するはずである。しかし、実験では MIP はケーブルを引きずりながら走行するため、進行方向と逆向きの力が働いたことからこの結果が得られたと予想できる。一方、Figure 4.10～Figure 4.13 に示した 4 章の走行実験では MIP の走行距離がシミュレーションよりも長くなるという結果が得られていた。このときは車体角度が目標値を超えながら走行しており、シミュレーションよりも大きな並進方向加速度が発生したことが、本章との傾向の違いにつながったと考えられる。

Table 5.5 Comparison of the values of the control inputs in the experiments

	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4
Maximum actuator torque [Nm]	4.0583	3.0154	2.8803	2.9731
RMS value of actuator torque [Nm]	1.0629	0.9753	1.0190	1.0523
Maximum slider force [N]	7.6740	6.5194	5.4985	-
RMS value of slider force [N]	2.6590	2.3024	1.9451	-

Table 5.6 Maximum absolute acceleration of center of mass of the sliding body in the experiments

	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4
x direction [m/s^2]	2.7325	1.5380	1.5708	1.3823
z direction [m/s^2]	0.1462	0.0609	0.0803	0.0597

提案制御系のゲイン特性に関する結果と考察

Case 1～3 において、状態量依存の比例ゲインに相当する式 (5.47) の $K_{Lpv1}(q_1, q_{1ref})$ と $K_{Lpv3}(q_3, q_{3ref})$ の履歴に着目する。それぞれ q_1 と q_3 の履歴と併せて見ると、ゲインの値は車体が傾くほど、また車体重心が移動するほど大きくなっている。特に目標値を超えて車体が傾いたり、車体重心が移動する場合（例えば Figure 5.15 (b), (e) における時刻 4 s の手前など）にはゲインが増大し、積極的に目標状態へと復帰させている。従って提案制御系の安全性を考慮したゲイン特性が実機実験においても有効に機能することが確認できた。なお車体重心移動機構を固定した Case 4 においても、式 (4.26) から得られる状態量依存の比例ゲイン $K_{pv}(q_1, q_{1ref})$ のプロットである Figure 5.17 (b) に着目すると、4 章と同様に積極的な転倒回避特性が実現されている。

制御入力に関する結果と考察

走行制御時の全ての Case の制御入力の時刻歴を Figure 5.18 に示す。凡例の Experiment, Simulation はそれぞれ実験とシミュレーションにおける IDA-PBC 制御入力を表す。Compensation は実験において外乱オブザーバから推定した摩擦力を補償するために MIP に付加した入力である。従って実機の MIP には Experiment と Compensation の和を全体の制御入力として付加している。全体として摩擦補償入力は IDA-PBC 制御入力に対して大きな値をとっているが、Experiment と Simulation の IDA-PBC 制御入力を比較すると、Experiment は波形が振動的であるものの両者の時刻歴の概形はよく一致している。ゆえに提案制御系が実環境においても有効に機能しているとともに、外乱オブザーバによる摩擦補償入力は過度に介入していないことがわかる。

Figure 5.18 においてそれぞれの Case で MIP に付加された入力の大きさを比較する。車輪と車体重心移動機構の両者において、 $q_{1Mref} = 0$ rad として鉛直上向きの車体角度を目標とした Case 1 の場合が全体的に大きな値をとっている。一方で q_{1ref} を非 0 として倒れ込みを行わせることで、制御入力を低減できる結果が得られた。これを定量的に評価するため、実機実験において MIP に付加した制御入力 (Experiment と Compensation の和) の最大値と RMS (Root Mean Square) 値を Table 5.5 にまとめた。Case 1～3 のうち、 $q_{1Mref} = 0.1$ rad とした Case 3 が全体的に小さな値である。従って $q_{1Mref} = 0$ rad として加減速のための不安定化を全て車体重心移動に委ねる場合よりも、倒れ込みを利用する方が制御入力を低減できることが実機実験において確認できた。同様の知見は 5.5 節のシミュレーションからも既に得られている。車輪への制御入力の大きさに関しては、Case 3 と Case 4 が近い値である。Case 3 では車体重心

移動のための入力が必要であるため、制御入力の値の上では Case 4 の方が優れているとも判断できる。しかし、倒れ込み角度の最大値は Case 3 は $q_{1Mref} = 0.1$ rad であり、Case 4 はその約 1.45 倍の $q_{1Mref} = 0.1453$ rad である。さらに大きな並進方向加速度を目標とする場合は、Case 4 では車体角度をさらに大きくしなければならない。実用上どの程度の車体角度まで許容するかは今後検討の余地があるが、本研究で提案する倒れ込みと車体重心移動による不安定性を利用した走行を行うことで、車体角度や制御入力の大きさを考慮しつつ、MIP が達成可能な並進方向加速度の幅が広がることが実機によっても示された。

移動車体の質量中心に加わる加速度に関する結果と考察

自動車などの移動体の乗り心地を考える際に、搭乗者に加わる加速度が重要な指標の 1 つであるとされる。本研究の実機は人が搭乗する規模のものではないが、加速度の数値の比較により提案手法の特性を検証するため、走行実験時の移動車体の質量中心の x 方向加速度 $\ddot{\mathbf{r}}_{sx}$ および z 方向加速度 $\ddot{\mathbf{r}}_{sz}$ の時刻歴を Figure 5.19 に示す。 $\ddot{\mathbf{r}}_{sx}$ と $\ddot{\mathbf{r}}_{sz}$ の算出には $\dot{q}_1$ 、 $\dot{q}_2$ および $\dot{q}_3$ が必要であるが、これらを直接計測するセンサを MIP には搭載していなかった。本研究では計測可能な $\dot{q}_1$ 、 $\dot{q}_2$ および $\dot{q}_3$ を次の伝達関数 $G_{diff}(s)$ を通して疑似微分することで $\ddot{q}_1$ 、 $\ddot{q}_2$ および $\ddot{q}_3$ を算出した。

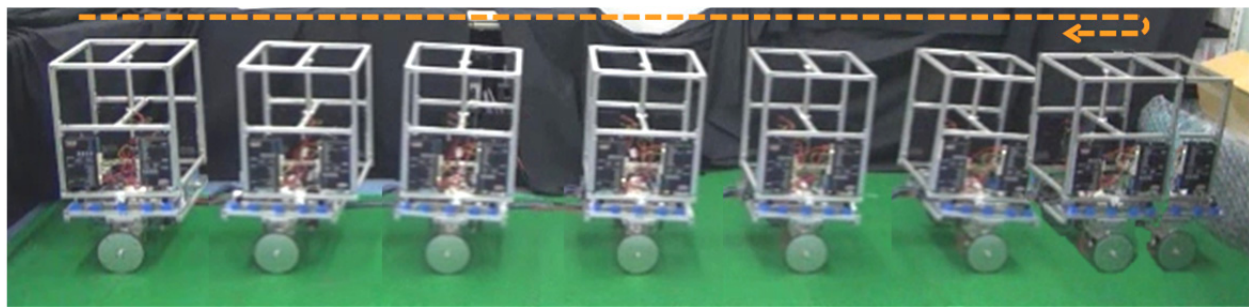
$$G_{diff}(s) = \frac{s}{T_d s + 1} \quad (5.61)$$

T_d はローパスフィルタの時定数であり $T_d = 0.1$ s とした。これにより 10 Hz までの周波数帯域に含まれる信号に対して微分を行う。 T_d の値をさらに小さくすることで微分を行う信号の周波数帯域を広げることができるが、そこから得られた加速度次元のデータを見るとノイズが大きくなったため、試行錯誤的に $T_d = 0.1$ s と定めた。

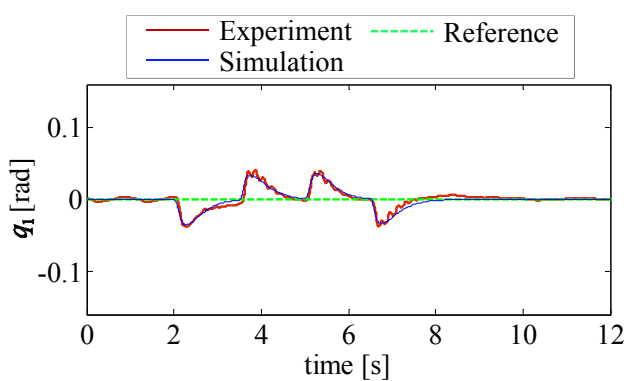
Figure 5.19 より、 x 方向、 z 方向ともに $q_{1Mref} = 0$ rad として鉛直上向きの車体角度を目標とした Case 1 が全体的に大きな値をとっている。他の Case 2 ~ 4 では値や波形に大きな違いは見られない。定量的に考察するためにそれぞれの Case における最大加速度を Table 5.6 に示したが、Case 1 の加速度が大きいことが明らかである。ゆえに倒れ込みによる不安定性は、移動車体にかかる加速度の低減に対しても効果があることが実験からも示された。全ての Case の中で x 方向、 z 方向ともに最も加速度が小さいのは Case 4 であるが、倒れ込み角度は他の Case と比較して大きくなるため、実用性や安全性を考慮した目標車体角度と目標車体重心移動距離は今後検討する必要がある。

走行制御実験の総括

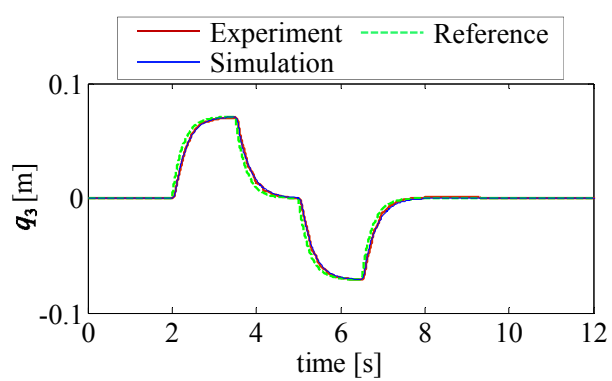
5.5 節においてシミュレーションにより検証した、倒れ込みと車体重心移動を併用した不安定性による走行制御の有効性を実機実験により確認した。提案手法による車体角度の挙動の改善、移動車体に加わる加速度の最大値の低減、制御入力の最大値の低減などの利点を実機実験においても示した。また、エネルギー整形の自由度を利用することで付与した状態量依存のゲイン特性も有効に機能し、MIP の状態に応じた積極的な転倒回避が達成されていることを確認した。



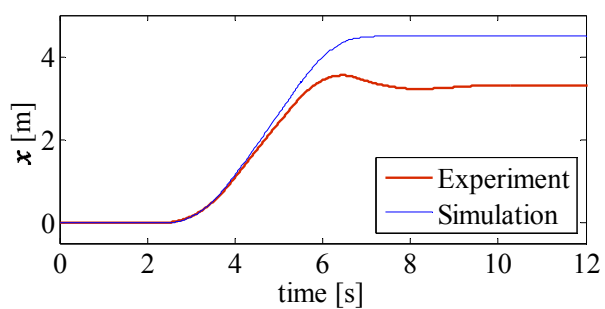
(a) Successive pictures of the experiment



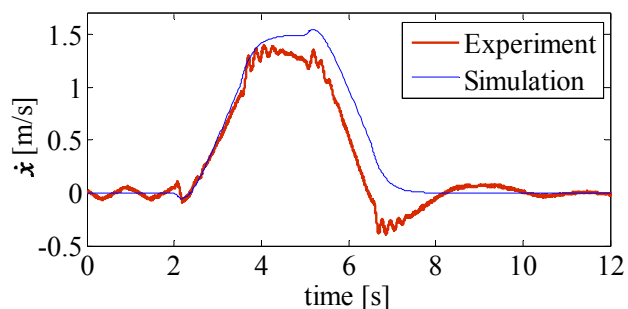
(b) Body Angle



(c) Displacement of the sliding body



(d) Displacement of the MIP



(e) Velocity of the MIP

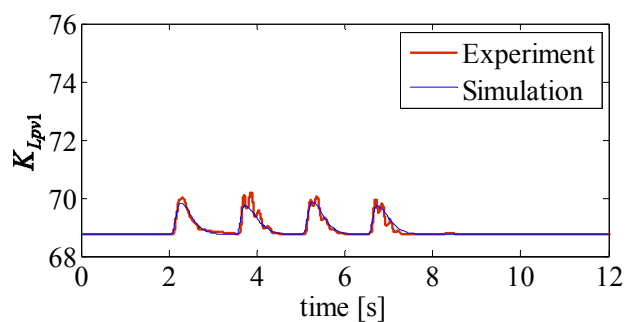
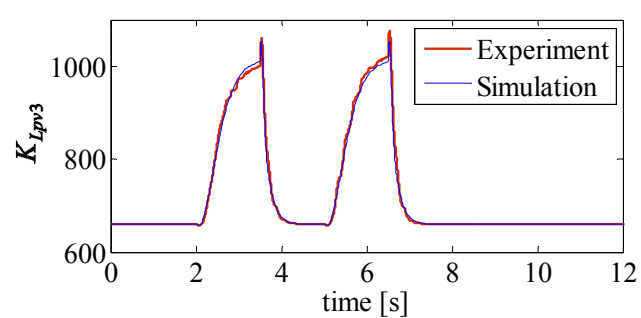
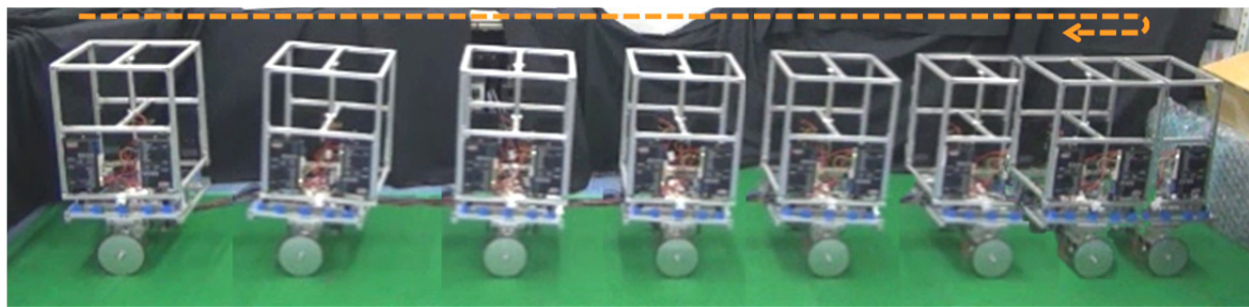
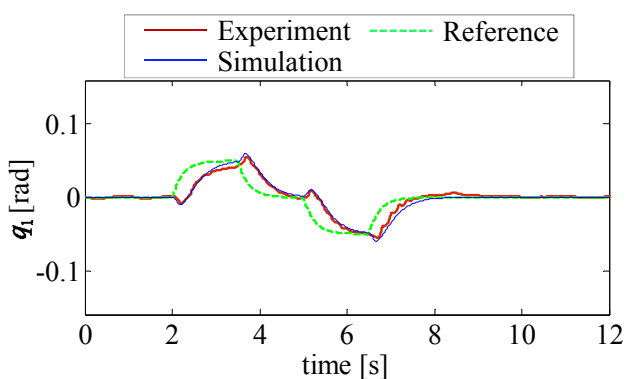
(e) State-dependent propotional gain $K_{Lpv1}(q_1, q_{1ref})$ (f) State-dependent propotional gain $K_{Lpv3}(q_3, q_{3ref})$

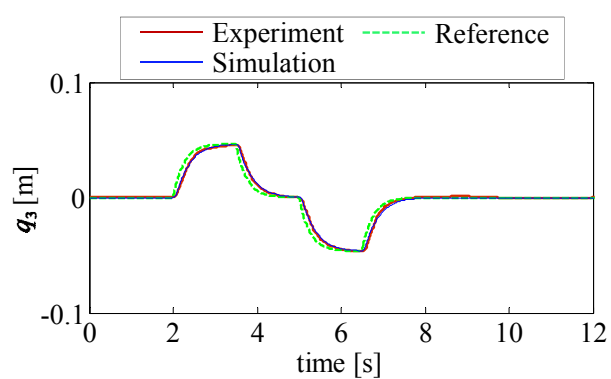
Figure 5.14 Experimental results of the driving control of Case 1



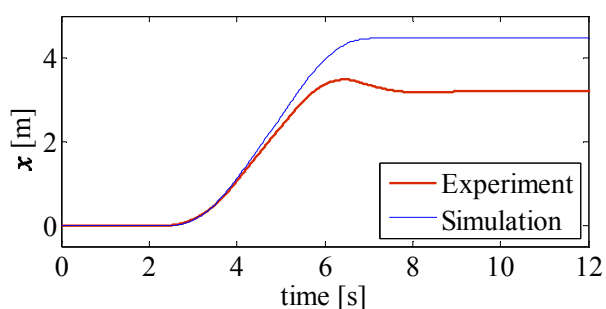
(a) Successive pictures of the experiment



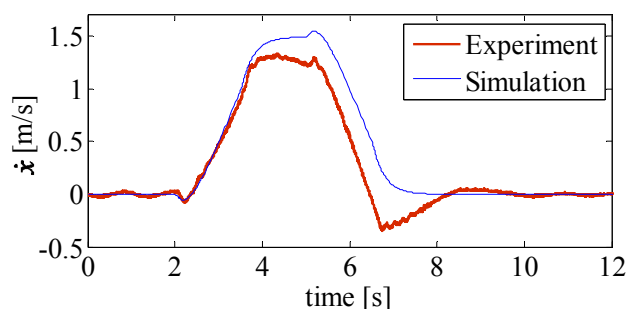
(b) Body Angle



(c) Displacement of the sliding body



(d) Displacement of the MIP



(e) Velocity of the MIP

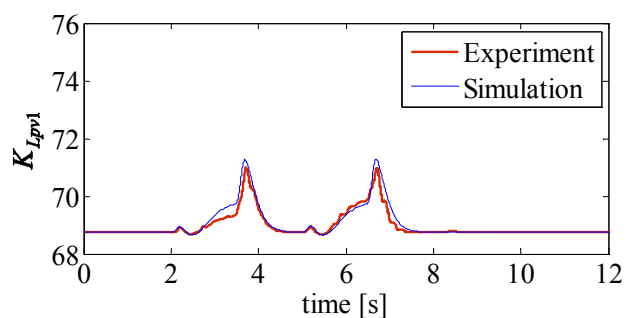
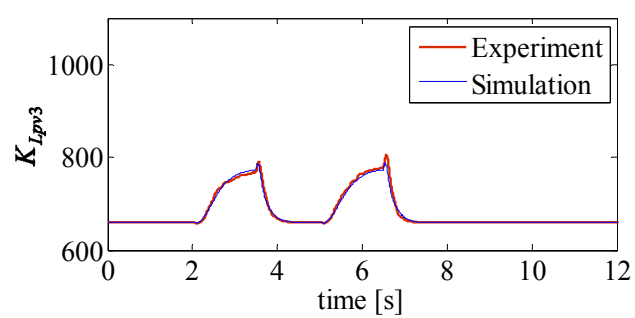
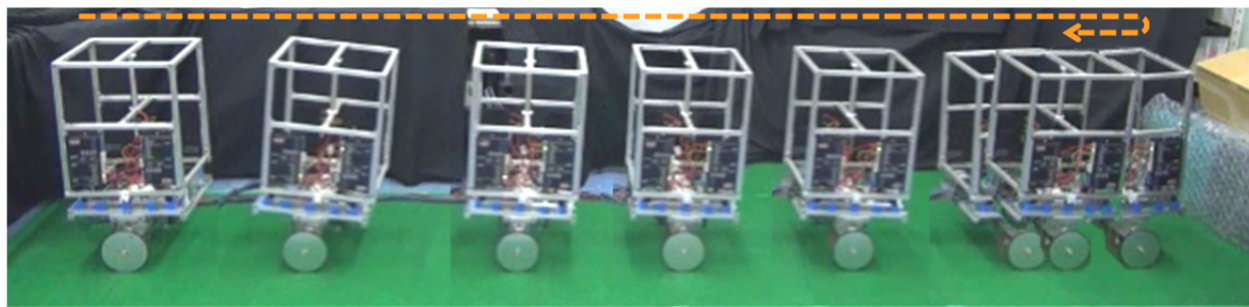
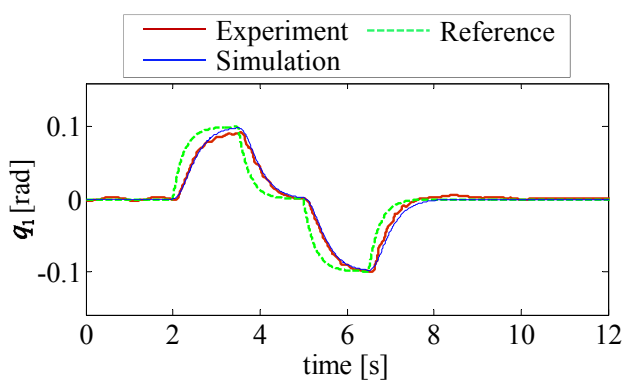

 (e) State-dependent propotional gain $K_{Lpv1}(q_1, q_{1ref})$

 (f) State-dependent propotional gain $K_{Lpv3}(q_3, q_{3ref})$

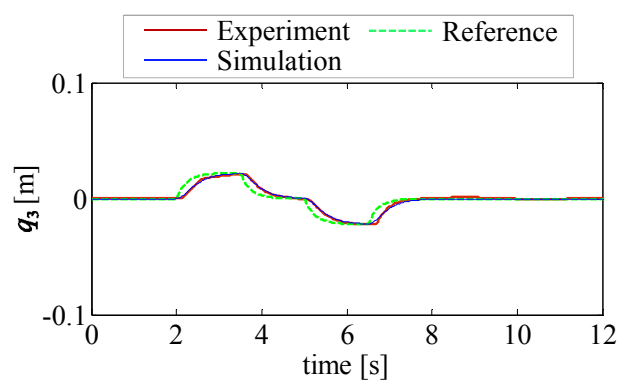
Figure 5.15 Experimental results of the driving control of Case 2



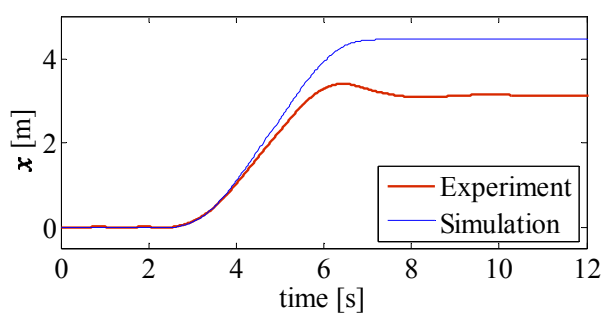
(a) Successive pictures of the experiment



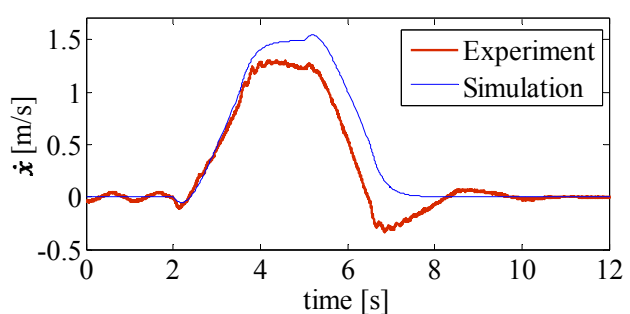
(b) Body Angle



(c) Displacement of the sliding body



(d) Displacement of the MIP



(e) Velocity of the MIP

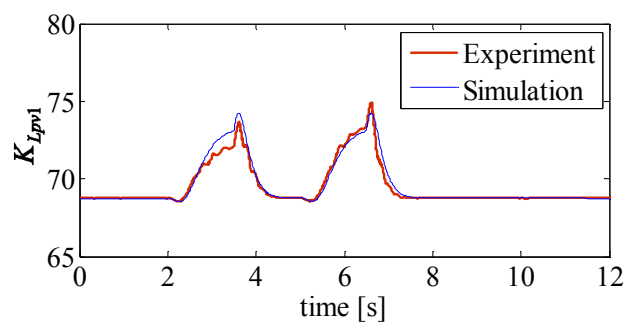
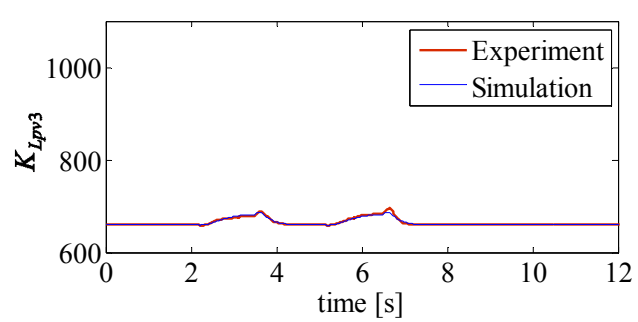
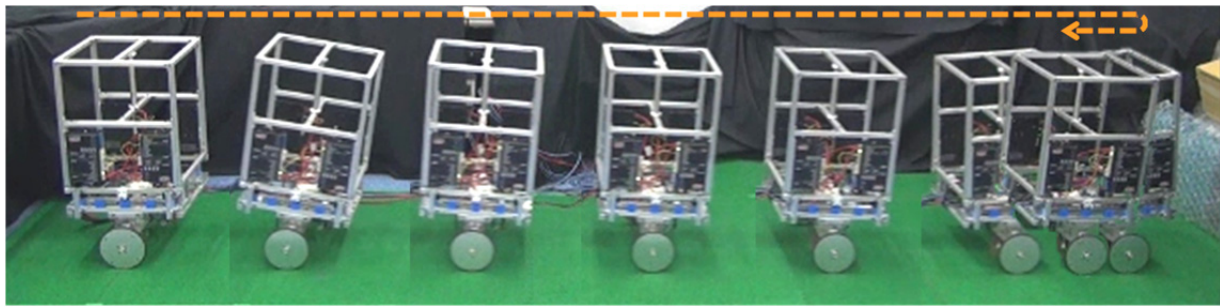
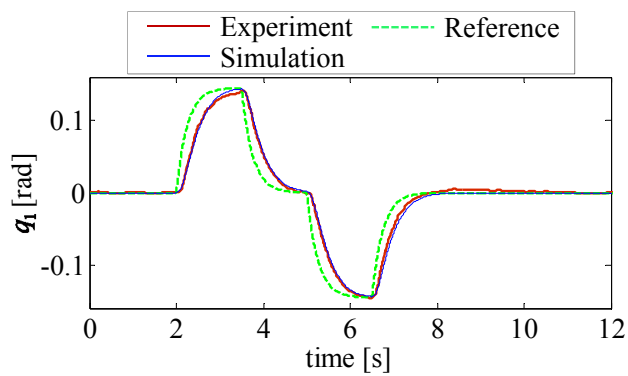

 (e) State-dependent propotional gain $K_{Lpv1}(q_1, q_{1ref})$

 (f) State-dependent propotional gain $K_{Lpv3}(q_3, q_{3ref})$

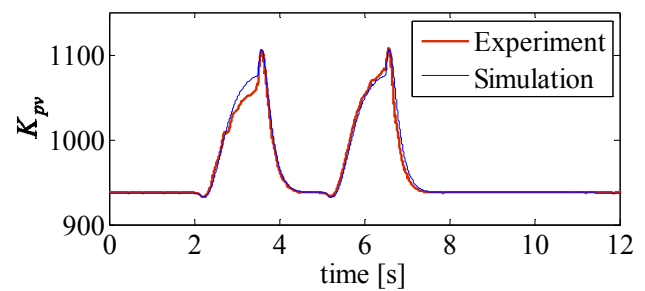
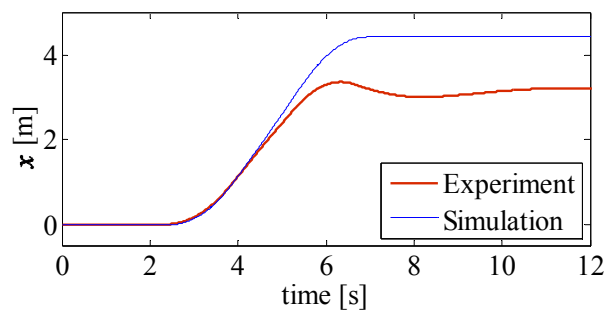
Figure 5.16 Experimental results of the driving control of Case 3



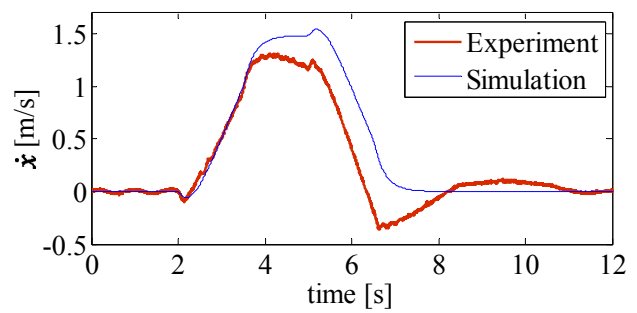
(a) Successive pictures of the experiment



(b) Body Angle

(b) State-dependent propotional gain $K_{pv}(q_1, q_{1ref})$ 

(c) Displacement of the MIP



(d) Velocity of the MIP

Figure 5.17 Experimental results of the driving control of Case 4 (with the fixed slider)

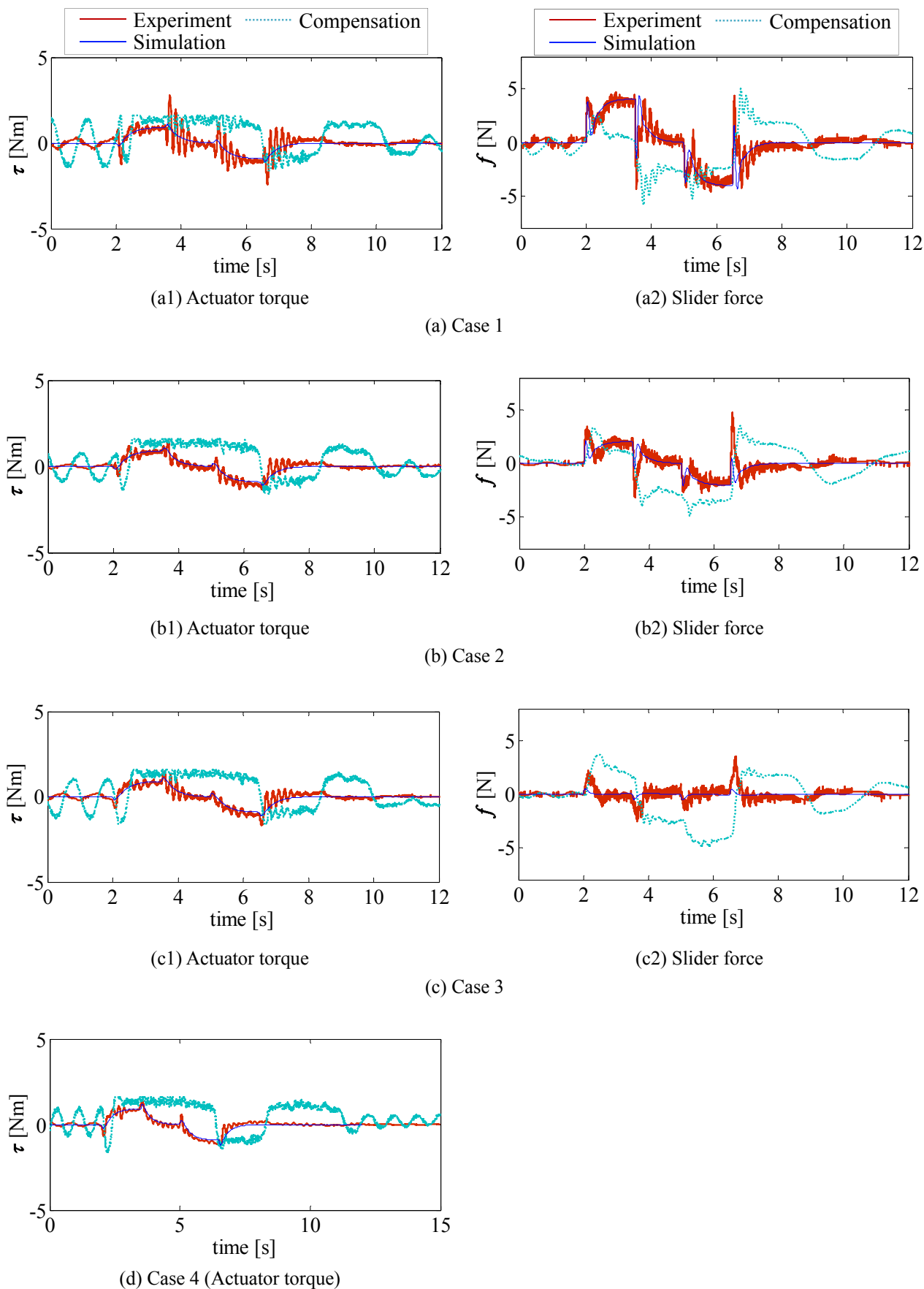


Figure 5.18 Time histories of the control inputs in the experiments

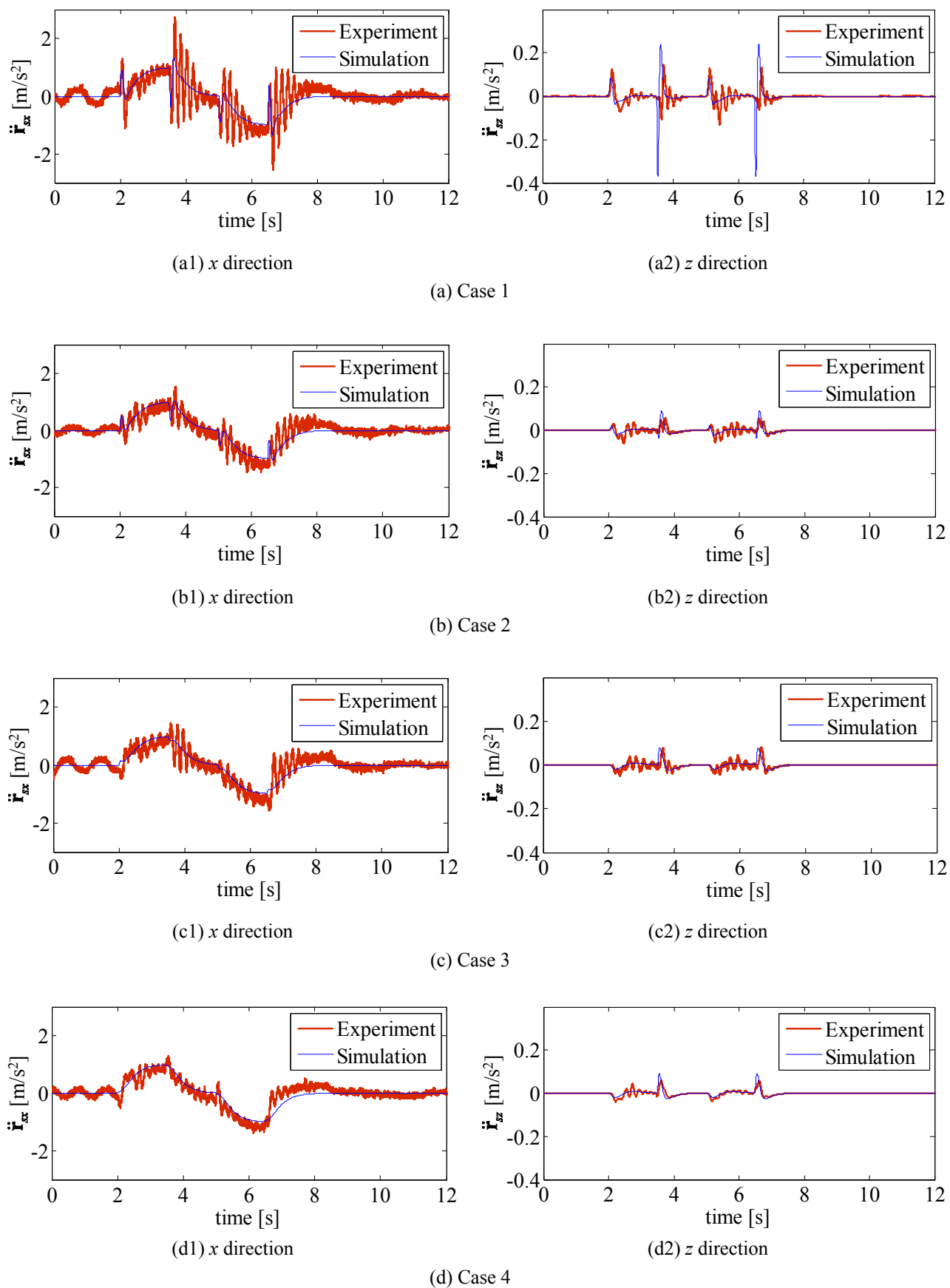


Figure 5.19 Time histories of acceleration of the center of mass of the sliding body

5.7 結言

車体重心移動機構を有する倒立振子型移動体 (MIP: Mobile Inverted Pendulum) に対して、エネルギー整形を用いた非線形制御系設計を行った。本章では4章の結果を拡張し、これまで提案されていない倒れ込みと車体重心移動の併用による、故意の不安定化を利用した走行制御手法を示した。制御系設計では、本制御対象において車輪を除いたダイナミクスのみに着目すればこれを全駆動 port-Hamiltonian (PH) システムとして記述可能であることを示した。これに基づき、線形近似やモデル化誤差などに対する脆弱性が懸念されるフィードバック線形化を用いずに Interconnection and Damping Assignment Passivity-Based Control 制御系を導出した。導出した制御系では閉ループ PH システムに与える所望のエネルギー関数の設計が重要となり、この自由度を利用することで線形制御では実現が難しい様々な特性を有する制御系を構築可能である。特に本章では安全性の観点から状態量依存ゲイン特性を付加し、設計者が予め指定した車体角度範囲内および車体重心移動範囲内にシステムの状態を制限することを理論的に保証しながら、目標の並進方向加速度へと MIP を収束させる設計法を示した。シミュレーションにより、倒れ込みだけではなく車体重心移動を併用した故意の不安定化による走行制御を行うことで、車体角度の挙動の改善、移動車体に加わる加速度の最大値の低減、および制御入力値の最大値の低減が可能であることを示した。さらに実機実験を行い、シミュレーションにより確認した提案制御系の有効性を実環境においても示した。

第 6 章

結論

本論文では都市における個人向け移動支援技術などに応用されている倒立振子型移動体 (MIP: Mobile Inverted Pendulum) に対して、その運用の前提条件である安全性の高い安定化・走行制御手法を提案した。従来の制御手法は MIP の非線形運動方程式を線形近似したモデルに基づくものが主流であり、外乱や操縦ミスで車体が大きく傾いた場合に理論的には安定性が保証されておらず、転倒の危険性があった。線形近似を用いない従来研究では、MIP の正確なパラメータを必要としてモデル化誤差に対する脆弱性が懸念されるフィードバック線形化を併用した制御がしばしば用いられてきた。これに対して本論文では、非線形運動方程式の線形近似やフィードバック線形化を用いることなく、直接的に非線形制御系を設計した。これにより倒立状態近傍以外での安定性の保証、外乱やモデル化誤差に対するロバスト性の向上を図った。さらに転倒の危険性が高まるにつれて値が変化する状態量依存ゲインにより、目標状態へと積極的に復帰させる制御特性など、線形制御では実現が難しい非線形な特性を付加することによる安全性の向上を目指した。制御系設計においては、システムのエネルギー状態の整形、および受動性 (Passivity) と呼ばれる物理システムが本来有する運動に伴うエネルギー減衰特性と MIP の力学的不安定性という、システムの動力的特性に着目したことが本論文の特長である。特に Interconnection and Damping Assignment Passivity-Based Control (IDA-PBC) と呼ばれる、システムのエネルギー整形と受動性を利用する制御手法に着目し、それが MIP に対して適用可能であることを明らかにするとともに上述の問題解決を行った。以下に、理論的観点・実用的観点から本論文の貢献を述べて総括する。

6.1 理論的観点

エネルギー整形の自由度の利用による IDA-PBC の制御性能向上の可能性の提示

従来研究において、エネルギー整形と受動性を利用する制御手法はシステムの広範囲な状態に対する安定性保証などが可能である一方で、過渡応答が遅くなる傾向があると指摘されていた。IDA-PBC を MIP に適用する場合、この問題を解決しない限り実用性の観点から本論文のアプローチは適切であるとはいえない。2 章では MIP と同様に制御入力の数が増えることでシステムの自由度よりも少ない、劣駆動システムとして代表的な台車型倒立振子に IDA-PBC を適用し、制御性能に関する基礎的な検証を行った。特に本論文では台車型倒立振子を対象とした従来研究で積極的に活用されていなかった、IDA-PBC の運動エネルギー整形の自由度を用いることで、理論的に引き込み領域を広く維持しつつも過渡応答を良好にすることが可能であることを明らかにした。この結果に基づき、IDA-PBC を MIP に適用する場合でも良好な制御性能と安全性の向上が両立できる可能性が高いと判断した。

MIP を対象とした IDA-PBC による安定化制御系の導出

IDA-PBC は物理システムが有する特性を利用する制御手法であるため、制御系の導出の可否は対象とするシステムの構造に依存する。従って MIP の安定化制御や走行制御に必ずしも適用可能であるかは明らかではない。3 章では IDA-PBC を用いて MIP を指定した位置に倒立状態で停止させる安定化制御系設計を行った。劣駆動システムである MIP に IDA-PBC を適用する場合、非線形偏微分方程式 (PDE: Partial Differential Equation) を解く必要がある。これは一般的に困難な作業であるが、MIP に対しては線形近似やフィードバック線形化を用いず、非線形運動方程式をそのまま用いて PDE が解けることを本論文では示し、制御系を導出した。安定性を保証する制御系パラメータを視覚的に容易に選択する方法も併せて示した。提案制御系は広範囲な引き込み領域を有することを理論的に確認するとともに、シミュレーションにより良好な過渡応答を確認した。

IDA-PBC による MIP の不安定性を利用した走行制御系の導出

3 章では MIP の安定化制御問題に対して IDA-PBC 制御系を導出可能であることを明らかにした。しかし、走行制御では車輪の回転角度や角速度を必ずしも一定値に収束させるわけではないため、これまでレギュレータとして理論構築されてきた IDA-PBC を直接的に応用することは困難である。4 章ではこ

の問題を回避するため、および走行においては MIP の力学的特徴である不安定性を利用することが合理的であるとの考えから、車輪の状態量を消去した MIP のダイナミクスに着目した。本論文ではこのダイナミクスは全駆動 port-Hamiltonian (PH) システムとして表現可能であり、PDE を解かずに IDA-PBC を適用可能であることを示した。本論文で導出した制御系は車体角度のみに着目するものであるが、運転者からの加減速指令に応じて、故意に MIP を倒れ込ませて不安定化することで並進方向加速度を制御する手法を提案した。導出した制御系は、閉ループ PH システムに与える所望のエネルギー関数の設計自由度を活かして様々な特性を与えることが可能で、拡張性の高さも特長の 1 つである。特に本論文では安全性の観点から、設計者が予め指定した角度範囲内に車体の運動を理論的に制限すること、および車体角度が目標値を超えて大きくなり、転倒の危険性が高まるにつれて値が大きくなる車体角度依存ゲインにより、目標状態へと積極的に復帰させる制御特性を付与することによる安全性の向上を目指した。これに対する具体的なエネルギー関数設計法を示すとともに、提案制御系の有効性をシミュレーションにより検証し、良好な制御性能および理論通りの安定性を保証していることを示した。また、実機実験においても提案制御系が有効に機能することを示した。

IDA-PBC による車体重心移動機構を有する MIP の不安定性を利用した走行制御系の導出

着座式の MIP で従来開発されているものの多くには、座席の位置を前後にスライドさせる機構が搭載され、車体重心位置を制御可能である。このシステムは民間で実車開発が進む一方、平衡点近傍での安定性を保証する線形制御を用いた従来研究が少数存在するのみである。5 章では 4 章の提案手法を車体重心移動機構を有する MIP へ拡張した。エネルギー整形の自由度の利用による安全性を考慮した非線形な制御特性を付加しつつ、これまで提案されていない倒れ込みと重心移動の併用による不安定化を利用する走行制御系を提案した。制御系設計では、4 章の流れと同様に、車輪を除いたダイナミクスのみに着目すればこれを全駆動 PH システムとして記述可能であることを示した。これに基づき、IDA-PBC 制御系を導出した。閉ループ PH システムに与える所望のエネルギー関数の設計自由度を利用し、安全性の観点から、加減速時に設計者が予め指定した車体角度範囲内および車体重心移動範囲内にシステムの状態を制限することを理論的に保証した。また、車体角度が目標値を超えて大きくなり転倒の危険性が高まる場合や、車体重心位置が機構的限界に近づいた場合に値が大きくなる状態量依存ゲインにより、目標状態へと積極的に復帰させる制御特性を付与した。シミュレーションにより、倒れ込みと車体重心移動を併用した故意の不安定化による走行制御を行うことで、車体角度の挙動の改善、移動車体に加わる加速度の最大値の低減、および制御入力 の最大値の低減が可能であることを示した。さらに実機実験を行い、シミュレーションにより確認した提案制御系の有効性を実環境においても示した。

6.2 実用的観点

MIP の自動停車制御の安全性向上

3 章で提案した IDA-PBC による安定化制御系は、車体角度を 0 rad 、車輪角度（つまり水平移動距離）を指定した値に収束させるものである。従って実用的には立ち乗り式・着座式を問わず、MIP を指定した位置に自動で停車させる場合に使用できる。この位置は運転者が指定する場合や、安定化制御系よりも上位に用意された制御系が、駐車場などの外部環境のセンシングに基づき自律的に指定する場合などが考えられる。本論文で提案した制御系は、MIP の状態に応じて車体角度を指定範囲内に制限するようにゲインが適宜変化し、従来手法よりも積極的に転倒を回避しようと機能するため、従来主流の LQR (Linear Quadratic Regulator) などによる定数ゲインの線形制御よりも安全性が向上すると考えられる。3 章の実機検証において、IDA-PBC を LQR と比較し、大きな外乱が付加された場合は IDA-PBC のみが安定化を達成するという結果が得られたことも、1 つの裏付けである。

運転者の体重移動を利用する MIP に対する貢献 (Figure 1.2 の Segway PT, Winglet など)

一般的な立ち乗り式の MIP および一部の着座式 MIP では、制御系は車体の倒立制御だけを行う。運転者が体重移動により車体を不安定化させることで、制御系が転倒を回避しようと機能して走行が達成される。4章で提案した MIP の不安定性を利用する走行制御系では、理論的には運転者の体重移動を考慮していないが、この種類の MIP に対しても応用できる。

提案制御系は運転者がアクセルペダルなどで与える加減速度に対応した目標車体角度に MIP を追従させるものであったが、目標車体角度を常に 0 rad に設定することで、単純に倒立制御を行う制御系となる。ただし提案制御系は従来主流の固定ゲインの PID 制御や LQR とは異なり、車体角度を理論的に指定範囲内に制限するように、MIP の状態に応じてゲインが変化する。運転者の体重移動があると、理論的な車体角度制約は厳密には失われるが、運転者の操縦ミスで車体が大きく傾いた場合などには積極的に倒立状態へと復帰させるように制御系が機能する。この状態量依存のゲイン特性により、MIP の安全性や操縦感を従来手法よりも向上させることができると考える。Segway の開発者の論文においても、実車開発を進める中で、運転者は制御系の効き具合に応じて MIP の挙動をしばしば “stiff” や “soft” という言葉で表現すると報告されている。また、適切な “stiff” や “soft” の具合を見つけることが制御系の設計で重要であると述べられている。本論文の提案手法は MIP の状態に応じた “stiff” や “soft” の程度を所望のエネルギー関数の勾配や全体的な形状から直感的に判断できることから、安全性や操縦感の向上、および制御系の調整のしやすさの点で優れていると考えられる。

運転者の体重移動を利用しない MIP に対する貢献 (Figure 1.3 の MOBIRO, P. U. M. A., EN-V など)

運転者の体重移動を使用しない場合、4章と5章で提案した制御系は直接的に応用することができる。本論文では従来研究のフィードバック線形化を用いず、非線形運動方程式から直接的に制御系を導出することから、モデル化誤差に対する脆弱性などの低減が期待できる。さらに車体角度と重心移動距離を指定範囲内に理論的に制限し、目標状態を超えて MIP が転倒に近付いた場合は積極的に倒立状態へと復帰させるように制御系が機能することから、安全性が向上すると考えられる。

5章では特に、着座式の MOBIRO, P. U. M. A. および EN-V などに代表される車体重心移動機構を有する MIP も扱い、倒れ込みと重心移動を併用した不安定化による走行制御を新規に提案した。MIP は機構的に、車輪にトルクを入力すると車体に反トルクが加わる。加減速時、従来研究の多くのように目標車体角度を鉛直上向きに設定した場合でも、力学的に必然的に前方または後方に倒れ込む動作が発生することになる。従って運転者がアクセルペダルを強く踏み込んで大きな並進方向加速度を出そうとすると、車体は大きく前方に傾き転倒の危険性が高まる。一方、提案手法により故意に車体重心を前方へ移動させる不安定化を併用することで、倒れ込み角度を低減して安全性を高めることができる。ある並進方向加速度を達成するための倒れ込み角度と重心移動距離の組み合わせは無数にあり、運転者の乗り心地や操縦感なども考慮して適切な組み合わせ決定するなどの拡張性がある。提案手法のこの設計自由度を活用することで、従来よりも安全性高く MIP を加減速させることが可能となり、MIP の機動性や実用性を向上させることができる。

6.3 総括

本論文は MIP の安定化制御および走行制御において、システムのエネルギー状態の整形、および受動性と呼ばれる物理システムが本来有する運動に伴うエネルギー減衰特性と MIP の不安定性という、システムの動力学的特性に着目した設計を行った。MIP は非線形システムである。本論文では従来研究の多くのように、MIP の非線形運動方程式を線形化して非線形性を排除し、数学的に扱いやすくした上で制御系を設計するのではなく、非線形性を含めたシステムの動力学的特性を積極的に利用する立場をとった。これに基づいて提案した制御系は、従来手法では実現が難しかった制御特性の付与による MIP の安全性、制御性能および実用性の向上が可能であることを、本論文は示した。

6.4 今後の展望

本研究が現時点で有する課題を整理し、今後の研究の方向性で代表的なものを以下に述べる。

一定速度での走行や停止制御への拡張

MIP のような移動体では、状況によって停車や一定速度での走行が要求されることが考えられる。4章と5章で提案した制御系は直接的に MIP の水平移動距離や走行速度を制御するものではなく、並進方向加速度を目標値へ収束させるように制御するものである。これは自動車において運転者がアクセルペダルとブレーキペダルで加減速を制御することと類似する。従って停車や一定速度での走行は、本論文で提案するエネルギー関数を用いて目標並進方向加速度（すなわち q_{1ref} や q_{3ref} ）を適切に与えることで原理的には実現可能であると予想される。その際、エネルギー効率や後述の運転者の乗り心地を考慮して目標並進方向加速度を計画して与えることが望ましいと考えられる。

ヨー方向も含めた運動に対する制御系設計

本論文では MIP の進行方向に関する 2 次元平面内において制御系設計を行った。MIP の安全性向上のためには、旋回動作などのヨー方向の運動も含めた、3 次元空間における制御系設計へと提案手法を拡張する必要がある。MIP はヨー方向に関しては 2 輪車両としてのダイナミクスを有しており、これは非ホロノミック^[134]な速度拘束を有するシステムとなる。これを線形近似したシステムは可制御ではなく、滑らかな状態フィードバックでは漸近安定化が不可能であり、一般的には制御が難しくなることが知られている^[135]。従って安定化制御手法の多くは、簡単のため入力を速度次元としてシステムを 1 階の微分方程式によりモデル化し、制御系の導出方法もホロノミック拘束を有するシステムとはしばしば異なる^[136]。

一方で、本論文がシステムの表現形式として用いてきた PH システムでも、非ホロノミックな速度拘束を有するシステムを加速度次元の入力を用いた形で表現できることが示されている^{[68][137]}。その PH システムに対して、不可微分なエネルギー関数を導入することで不連続な制御系を構築し、ホロノミックシステムと同様の枠組みで受動性に基づき安定性を保証する方法も提案されている^{[97][98]}。従って、本論文が提案するエネルギー整形と受動性を利用した MIP の安定化・走行制御手法は、非ホロノミック拘束を有するヨー方向の運動も含めた制御へと拡張できる可能性が高い。さらに後述の衝突回避制御への拡張を考えた場合にも、エネルギーに着目するアプローチが有効であることが期待できる。

定常的外乱に対するロバスト性の向上

4.4 節および 5.4.2 項で言及したが、本論文で MIP に対して提案する制御系は積分特性を持たない。従って定常的外乱に対しては必ず定常偏差を生じる。実環境における定常偏差は、物理的には運転者の体重変動、着座位置のずれ、および坂道走行時の斜面下方向の重力の影響などが考えられ、これらに対処することは重要である。従来研究では外乱オブザーバ^[48]を用いて着座式 MIP におけるこの問題を解決したもの^[120]がある。一方で IDA-PBC のロバスト性向上のために積分制御を導入する研究もなされており^{[121][122]}、本論文の提案制御系に組み込むことでこれらの問題は解決可能であると考えられる。

運転者の乗り心地を考慮した制御系設計

本論文では MIP のモデル化や制御系設計の際、搭乗者に与える影響や、搭乗者を含めた MIP のダイナミクス全体を考慮していない。モビリティとしての MIP の安全性や実用性を向上させるためには、今後これらの影響を考慮する必要がある。例えば、柔軟構造体としての搭乗者を力学モデルに組み込み^[138]、MIP と安定化・走行制御時の搭乗者の挙動を解析することなどが考えられる。乗り心地の評価指標としては搭乗者に加わる加速度や振動の周波数帯域が挙げられる。これらは自動車などの研究でしばしば用いられてきた。

前者に関しては、MIP において乗り心地が良いとされる加速度の閾値は明らかにはなっていないが、自動車の車間距離の制御や ACC (Adaptive Cruise Control) では $\pm 0.2 \text{ m/s}^2$ 程度に制限される傾向がある

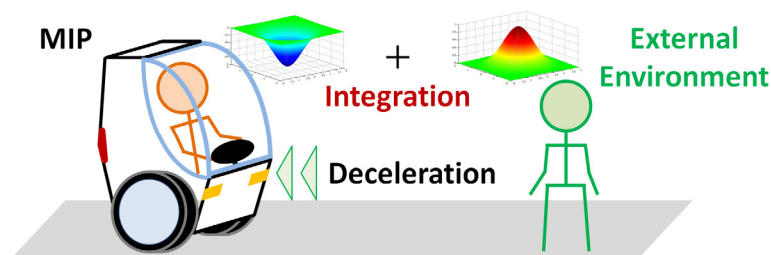


Figure 6.1 Concept of simultaneous stabilizing and obstacle avoidance control utilizing energy shaping

と言われる^[139]。MIP に対しても加速度の基準値を定めることができれば、自動運転時の目標並進方向加速度の計画の際に乗り心地を考慮できる。車体重心移動機構を有する MIP でも、アクセルペダルを通した運転者からの目標並進方向加速度に対応する q_{1ref} と q_{3ref} の組み合わせを適切に定めることで、乗り心地を考慮した設計が可能となる。

後者に関しては、制御入力から人間が不快に感じる周波数成分を除去し、その周波数帯の振動を励起しないように制御系を設計することが考えられる。搭乗者との共振現象による不安定化を防ぐ観点からも、周波数領域に着目した設計は重要となる。ISO2631-1^[140]によると、人間が不快に感じる振動の周波数帯域は、水平方向はおよそ 0.8～1.6 Hz、垂直方向はおよそ 4.0～8.0 Hz と考えることができる。共振周波数帯域に関しては人間の姿勢やハンドルへのつかまり方などで変化するが、例えば Griffin の研究^[141]が参考になると考えられる。

本論文の提案制御系は静的フィードバック制御であり、また、周波数帯域を考慮した設計ではない。一方で IDA-PBC を含む一般的な受動性に基づく非線形制御を、PH システムの相互接続による動的フィードバック制御へと拡張する研究もなされている^[142]。これを応用することで入力から特定の周波数帯域をフィルタリングし、MIP の乗り心地や共振による不安定化を考慮した設計ができる可能性がある。

エネルギーに基づく環境統合型制御系設計(衝突回避と倒立状態の維持を両立する制御系設計)

超小型モビリティは従来の自動車と比較して小型、軽量であることなどが特長である。しかし、車体の強度が従来車よりも劣ることから、外部環境との衝突事故を避けることはより重要となる。特に MIP は車体の安定化も同時に要求されるため、静力学的に常に安定な 4 輪車両よりも衝突回避のための操縦は難しくなると考えられる。従って MIP をはじめとする超小型モビリティの普及のためには外部環境との衝突を避ける制御やアシスト機能が重要である。

ロボットや移動体を制御対象として、時々刻々と変化する外部環境に対して衝突を回避する代表的手法として仮想ポテンシャル法がある^[143]。この手法は回避対象を山形状のポテンシャルエネルギー関数としてモデル化し、その勾配から仮想的な斥力を発生させて制御対象に付加する。その結果、所々に山がある平面上で玉を転がすと玉が山を避けて進むように、制御対象は障害物を回避する。仮想ポテンシャルエネルギー関数に基づき制御する方法はインピーダンス制御の枠組みでも同時期に提案された^{[144][145][146]}。これらの考え方には様々な応用があり^[147]、例えば自動車の運転者のアシスト制御^{[148][149]}が提案されている。PH システム関連では摩擦や重力場がない全駆動システムの経路追従制御へ応用した研究^[150]や、それを摩擦や非ホロミックな速度拘束を有するシステムへと拡張した研究^{[151][152]}がある。

本論文では MIP の安定化・走行制御系設計において、エネルギーに着目することを特徴としてきた。従って仮想ポテンシャルエネルギーの考え方を応用し、衝突回避用の仮想エネルギー関数を MIP のエネルギー整形過程に組み込むことで、安定化と衝突回避の問題をシンプルに統合して扱うことができると考えられる。その概念図を Figure 6.1 に示す。エネルギーという 1 つの視点から考えることができることから設計の見通しが良く、アルゴリズムの複雑化を原因とする予期せぬトラブルの防止による信頼性の高さも期待できる。本論文で提案するエネルギー整形と受動性の利用による MIP の制御は、非線形な制御特性の付与による安全性向上に加えて、拡張性の高さでも利点を有する。

参考文献

- [1] United Nations (Department of Economic and Social Affairs), “World Urbanization Prospects The 2011 Revision”, (2011).
- [2] United Nations Human Settlements Programme 2012, “State of the World’s Cities Report 2012/2013: Prosperity of Cities”, (2012).
- [3] Mitchell, W. J., Borroni-Bird, C. E., and Burns, L. D., *Reinventing the Automobile*, (2010), The MIT Press.
- [4] Kenworthy, J. R. and Laube, F. B., *An International Sourcebook of Automobile Dependence in Cities 1960-1990*, (1999), University Press of Colorado.
- [5] 国土交通省都市局・自動車局, “超小型モビリティ導入に向けたガイドライン ~新しいモビリティの開発・活用を通じた新たな社会生活の実現に向けて~, (2012).
- [6] 国立社会保障・人口問題研究所, “日本の世帯数の将来推計 (都道府県別推計)”, (2009).
- [7] 国立社会保障・人口問題研究所, “日本の将来推計人口”, (2012).
- [8] 日本デザイン機構, クルマ社会のリ・デザイン 近未来モビリティへの提言, (2004), 鹿島出版会.
- [9] Honda Motor Co., Ltd., “Honda Unveils Micro-sized Electric Vehicle “Micro Commuter Prototype””, Honda World Wide (News Releases 2012), <http://world.honda.com/news/2012/4121113Micro-EV-Commuter-Prototype/index.html> (accessed January 9th, 2013).
- [10] Segway Inc., “ABOUT SEGWAY (Product Photos)”, Segway – The leader in personal, green transportation, <http://www.segway.com/about-segway/media-center/product-photos.php> (accessed January 9th, 2013).
- [11] トヨタ自動車株式会社, “トヨタ, パーソナル移動支援ロボット『Winglet』を開発”, TOYOTA (News Release), http://www.toyota.co.jp/jp/news/08/Aug/nt08_045.html (accessed January 9th, 2013).
- [12] トヨタ自動車株式会社, “トヨタ, 『トヨタ・パートナロボット』の開発概要を発表”, TOYOTA (News Release), http://www2.toyota.co.jp/jp/news/07/12/nt07_076.html (accessed January 9th, 2013).
- [13] Segway Inc., “Segway Advanced Development PROJECT P. U. M. A. (Media Center)”, Segway – The leader in personal, green transportation, <http://www.segway.com/en-v/media-center.php> (accessed January 9th, 2013).
- [14] Segway Inc., “SEGWAY FOR INDIVIDUALS (i2)”, Segway – The leader in personal, green transportation, <http://www.segway.com/individual/models/i2.php> (accessed January 9th, 2013).
- [15] Baloh, M. and Parent, M., “Modeling and Model Verification of an Intelligent Self-Balancing Two-Wheeled Vehicle for an Autonomous Urban Transportation System”, *The Conference on Computational Intelligence, Robotics, and Autonomous Systems*, CD-ROM Proceedings (PS09-2-03), (2003).
- [16] Tirmant, H., Baloh, M., Vermeiren, L., Guerra, T. M., and Parent, M., “B2, An Alternative Two Wheeled Vehicle for an Automated Urban Transportation System”, *IEEE Intelligent Vehicle Symposium*, Vol. 2, (2002), pp. 594-603.
- [17] Segway Inc., “Segway Advanced Development PROJECT P. U. M. A. (FAQs)”, Segway – The leader in personal, green transportation, <http://www.segway.com/puma/> (accessed January 9th, 2013).
- [18] Segway Inc., “Segway Advanced Development (EN-V SPECS)”, Segway – The leader in personal, green transportation, <http://www.segway.com/en-v/> (accessed January 9th, 2013).
- [19] Nguyen, H. G., Morrel, J., Mullens, K., Burmeister, A., Miles, S., Farrington, N., Thomas, K., and Gage, D. G., “Segway Robotic Mobility Platform”, *Proceedings of SPIE*, Vol. 5609, (2004), pp. 207-220.

- [20] Hosoda, Y., Egawa, S., Tamamoto, J., Yamamoto, K., Nakamura, R., and Togami, M., “Basic Design of Human-Symbiotic Robot EMIEW”, *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, (2006), pp. 5079-5084.
- [21] 中村亮介, 網野梓, 一野瀬亮子, 柄川索, 玉本淳一, “人間共生ロボット “EMIEW 2” の開発 — 機構と制御システム構成 —”, *JSME Conference on Robotics and Mechatronics*, CD-ROM Proceedings (2P1-I03), (2008).
- [22] 中村亮介, 山本健次郎, 一野瀬亮子, 柄川索, 玉本淳一, 坪内孝司, “人間共生ロボットの衝突回避制御”, *日本機械学会論文集 C 編*, Vol. 77, No. 775 (2011), pp. 1051-1061.
- [23] Ambrose, R. O., Savely, R. T., Goza, S. M., Strawser, P., Diftler, M. A., Spain, I., and Radford, N., “Mobile Manipulation using NASA’s Robonaut”, *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, (2004), pp. 2104-2109.
- [24] 柴田剛慶, 村上俊之, “受動性理論を用いた 2 輪駆動型移動マニピュレータにおける零空間制御”, *電気学会論文誌 D*, Vol. 127, No. 11 (2007), pp. 1109-1116.
- [25] Acar, C. and Murakami, T., “A Robust Control of Two-Wheeled Mobile Manipulator with Underactuated Joint by Nonlinear Backstepping Method”, *IEEJ Transactions on Industry Applications*, Vol. 130, No. 6 (2010), pp. 742-751.
- [26] Acar, C. and Murakami, T., “Motion Control of Dynamically Balanced Two-Wheeled Mobile Manipulator through CoG Manipulation”, *IEEE International Workshop on Advanced Motion Control*, (2010), pp. 715-720.
- [27] ロゲルギスト (近角聡信, 磯部孝, 近藤正夫, 木下是雄, 大川章哉, 高橋秀俊), *物理の散歩道*, (1963), 岩波書店.
- [28] 野瀬英高, 川端和弘, 宮内正明, 竹嶋彰, 同軸二輪車, 日本国特許庁 公開特許公報 (A) (昭 62-99270), (1987).
- [29] 竹嶋彰, 長沢敏明, 嶋中睦郎, 同軸二輪車の制御装置, 日本国特許庁 公開特許公報 (A) (昭 62-181985), (1987).
- [30] 山藤和男, 馮青, “平行二輪車の姿勢制御に関する研究 (第 1 報) —倒立振子モデルによる非線形系の制御シミュレーション—”, *精密工学会誌*, Vol. 53, No. 10 (1987), pp. 1622-1625.
- [31] 山藤和男, 馮青, “平行二輪車の姿勢制御に関する研究 (第 2 報) —実験結果—”, *精密工学会誌*, Vol. 54, No. 9 (1988), pp. 1759-1763.
- [32] 山藤和男, 同軸二輪車における姿勢制御方法, 日本国特許庁 公開特許公報 (A) (昭 63-305082), (1988).
- [33] Franklin, G. F., Powell, J. D., and Emami-Naeini, A., *Feedback Control of Dynamic Systems*, 5th Edition (2005), Prentice Hall.
- [34] 杉江俊治, 藤田政之, *フィードバック制御入門*, (1999), コロナ社.
- [35] Morrell, J. B. and Field, D., “Design of a Closed Loop Controller for a Two Wheeled Balancing Transporter”, *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, (2007), pp. 4059-4064.
- [36] 小郷寛, 美多勉, *システム制御理論入門*, (1979), 実教出版株式会社.
- [37] 吉川恒夫, 井村順一, *現代制御論*, (1994), 昭晃堂.
- [38] Grasser, F., D’Arrigo, A., Colombi, S., and Rufer, A. C., “JOE: A Mobile, Inverted Pendulum”, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 49, No. 1 (2002), pp. 107-114.
- [39] 松本治, 梶田秀司, 谷和男, “移動ロボットの内界センサのみによる姿勢検出とその制御”, *日本ロボット学会誌*, Vol. 8, No. 5 (1990), pp. 541-550.
- [40] Zhou, K., Doyle, J. C., and Glover, K., *Robust and Optimal Control*, 1st Edition (1995), Prentice Hall.
- [41] 野波健蔵, 平田光男, 西村秀和, *MATLAB による制御系設計*, (1998), 東京電機大学出版局.
- [42] システム制御情報学会, *制御系設計 — H_∞ 制御とその応用 —*, (1994), 朝倉書店.

- [43] 藤森篤, ロバスト制御, (2001), コロナ社.
- [44] 廣瀬徳晃, 鋤柄和俊, 梶間日出輝, 山岡正明, “パーソナルモビリティロボットの走行切替制御ー初期値補償による4輪接地状態から倒立2輪走行への滑らかな移行ー”, 電気学会論文誌 D, Vol. 131, No. 9 (2011), pp. 1157-1164.
- [45] Karkoub, M. A., “Modelling and Robust μ -Synthesis Control of an Intelligent Self Balancing Two-Wheel Vehicle”, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-Body Dynamics*, Vol. 220, No. 4 (2006), pp. 293-302.
- [46] 廣瀬徳晃, 但馬竜介, 鋤柄和俊, 津坂祐司, “ヒト並みの運動性能を有する小型移動体の実現ー第3報 横加速度を用いた姿勢安定化制御ー”, 日本ロボット学会第30回記念学術講演会, CD-ROM Proceedings (RSJ2012AC1G2-1), (2012).
- [47] 内田健康, “ゲインスケジューリング”, 計測と制御, Vol. 34, No. 3 (1995), pp. 182-187.
- [48] 大西公平, “外乱オブザーバによるロバスト・モーションコントロール”, 日本ロボット学会誌, Vol. 11, No. 4 (1993), pp. 486-493.
- [49] 堀洋一, “加速度制御形サーボ系”, 電気学会論文誌 D, Vol. 108, No. 7 (1988), pp. 672-677.
- [50] 堀洋一, 内田利之, “加速度制御に基づく新しいモーションコントロール法の提案”, Vol. 109, No. 7 (1989), pp. 470-476.
- [51] Ha, Y. and Yuta, S., "Trajectory Tracking Control for navigation of the Inverse Pendulum Type Self-Contained Mobile Robot", *Robotics and Autonomous Systems*, Vol. 17, (1996), pp. 65-80.
- [52] 細田祐司, 中村亮介, 柄川索, “人間共生ロボットにおける倒立振子型移動機構の走行制御方式”, 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 76, No. 770 (2010), pp. 2678-2685.
- [53] Huang, J., Wang, H., Matsuno, T., Fukuda, T., and Sekiyama, K., "Robust Velocity Sliding Mode Control of Mobile Wheeled Inverted Pendulum Systems", *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, (2009), pp. 2983-2988.
- [54] Nasrallah, D. S., Michalska, H., and Angeles, J., “Controllability and Posture Control of a Wheeled Pendulum Moving on an Inclined Plane”, *IEEE Transactions on Robotics*, Vol. 23, No. 3 (2007), pp. 564-576.
- [55] Isidori, A., *Nonlinear Control Systems*, 3rd Edition (1995), Springer.
- [56] Nakamura, A. and Murakami, T., “A Stabilization Control of Two Wheels Driven Wheelchair”, *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, (2009), pp. 4863-4868.
- [57] 菅野利昭, 横山和人, 鈴木卓馬, 高橋正樹, “路面勾配の変化を考慮した倒立振子型移動体のモデル化と制御系設計”, *Dynamics and Design Conference 2012*, CD-ROM Proceedings (357), (2012).
- [58] 増田未沙樹, 鈴木卓馬, 横山和人, 高橋正樹, “人間の振動感受特性を考慮した倒立振子型パーソナルモビリティ・ビークルの提案”, *Dynamics and Design Conference 2012*, CD-ROM Proceedings (223), (2012).
- [59] Pathak, K., Franch, J., and Agrawal, S. K., “Velocity and Position Control of a Wheeled Inverted Pendulum by Partial Feedback Linearization”, *IEEE Transactions on Robotics*, Vol. 21, No. 3 (2005), pp. 505-513.
- [60] Pathak, K. and Agrawal, S. K., “Band-Limited Trajectory Planning and Tracking for Certain Dynamically Stabilized Mobile Systems”, *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 128, (2006), pp. 104-111.
- [61] 島山直也, 島田明, “Zero Dynamics を利用した倒立振子型二輪ロボットの高速移動制御”, 計測自動制御学会論文集, Vol. 44, No. 3 (2008), pp. 252-259.
- [62] Shimizu, Y. and Shimada, A., “Direct Tilt Angle Control on Inverted Pendulum Mobile Robots”, *IEEE International Workshop on Advanced Motion Control*, (2010), pp. 234-239.
- [63] Kokotović, P. and Arac, M., “Constructive Nonlinear Control: a Historical Perspective”, *Automatica*, Vol. 37, (2001), pp. 637-662.

- [64] 山岡正明, “パーソナルモビリティロボット”, 日本ロボット学会誌, Vol. 26, No. 8 (2008), pp. 885-886.
- [65] 友國伸保, 小竹元基, 鎌田実, “倒立2輪移動体の脚車輪とスライダ機構を用いた走行安定性制御”, 日本機械学会第17回交通・物流部門大会講演論文集, 2114 (2008), pp. 373-376.
- [66] 友國伸保, 小竹元基, 鎌田実, “倒立二輪移動体PMRに対するスライダ機構の有効性”, 第27回日本ロボット学会学術講演会予稿集, 2E2-01 (2009).
- [67] 井村順一, “非線形 H_∞ 制御 —線形系の制御はどこまで拡張可能か—”, 計測と制御, Vol. 34, No. 3 (1995), pp. 188-195.
- [68] van der Schaft, A. J., *L2-Gain and Passivity Techniques in Nonlinear Control*, 2nd Edition (1999), Springer.
- [69] 三平満司, “非線形制御とその応用 I (理論)”, 電気学会研究会資料, (1995), pp. 29-34.
- [70] 三平満司, “使える (!?) 非線形制御の理論 —II— 非線形システムに対する状態フィードバックとオブザーバの設計法”, システム/制御/情報, Vol. 37, No. 4 (1993), pp. 247-255.
- [71] 増田士朗, 大森浩充, “フレッシュマンのための適応制御 ~モデリングしながら制御する~, 計測と制御, Vol. 42, No. 4 (2003), pp. 297-303.
- [72] 宮里義彦, “適応制御の回顧と展望”, 計測と制御, Vol. 40, No. 1 (2001), pp. 56-62.
- [73] 申鉄龍, “受動性設計の基礎”, 計測と制御, Vol. 43, No. 5 (2004), pp. 447-453.
- [74] 有本卓, 新版 ロボットの力学と制御, (2002), 朝倉書店.
- [75] 有本卓, 関本昌紘, “巧みさ”とロボットの力学, (2008), 毎日コミュニケーションズ.
- [76] 坂本登, 藤本健治, 石川将人, “非線形制御 —消す非線形から生かす非線形へ”, 計測自動制御学会論文集, Vol. 33, No. 1 (1997), pp.1-6.
- [77] 藤本健治, “柔よく剛を制す制御? —ダイナミクスベース制御とハミルトン系”, システム/制御/情報, Vol. 47, No. 10 (2003), pp. 495-496.
- [78] 大須賀公一, “モデルベース制御からダイナミクスベース制御へ —ロボットにおける「表モデル」と「裏モデル」”, システム/制御/情報, Vol. 43, No. 2 (1999), pp. 94-100.
- [79] Brogliato, B., Lozano, R., Maschke, B., and Egeland, O., *Dissipative Systems Analysis and Control — Theory and Applications*, 2nd Edition (2006), Springer.
- [80] Takegaki, M. and Arimoto, S., “A New Feedback Method for Dynamic Control of Manipulators”, *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 102, (1981), pp. 119-125.
- [81] Ortega, R. and Spong, M. W., “Adaptive Motion Control of Rigid Robots: A tutorial,” *Automatica*, Vol. 25, No. 6 (1989), pp. 877-888.
- [82] Ortega, R., Loria, A., Nicklasson, P. J., and Sira-Ramírez, H., *Passivity-Based Control of Euler-Lagrange Systems*, 1st Edition (1998), Springer.
- [83] Osuka, K. and Matsuno, F., “On Robustness of Passivity of Manipulators”, *IEEE Conference on Decision and Control*, (1999), pp. 3406-3409.
- [84] 藤本健治, “ハミルトニアンスシステムの制御”, 計測と制御, Vol. 39, No. 2 (2000), pp. 1-6.
- [85] Ortega, R., van der Schaft, A. J., Mareels, I., and Maschke, B., “Putting Energy Back in Control”, *IEEE Control Systems Magazine*, Vol. 21, No. 2 (2001), pp. 18-33.
- [86] Ortega, R., van der Schaft, A. J., Maschke, B., and Escobar, G., “Interconnection and Damping Assignment Passivity-Based Control of Port-Controlled Hamiltonian Systems”, *Automatica*, Vol. 38, (2002), pp. 585-596.
- [87] Ortega, R. and García-Canseco, E., “Interconnection and Damping Assignment Passivity-Based Control: a Survey”, *European Journal of Control*, Vol. 10, (2004), pp. 432-450.
- [88] van der Schaft, A. J., “Port-Controlled Hamiltonian Systems: Towards a Theory for Control and Design of Nonlinear Physical Systems”, 計測と制御, Vol. 39, No. 2 (2000), pp. 91-98.
- [89] Duindam, V., Macchelli, A., Stramigioli, S., and Bruyninckx, H., *Modeling and Control of Complex*

- Physical Systems The Port-Hamiltonian Approach*, (2009), Springer.
- [90] Gómez-Estern, F., Ortega, R., Rubio, F., and Aracil, J., “Stabilization of a Class of Underactuated Mechanical Systems via Total Energy Shaping”, *IEEE Conference on Decision and Control*, (2001), pp. 1137-1143.
 - [91] Ortega, R., Spong, M. W., Gómez-Estern, F., and Blankenstein, G., “Stabilization of a Class of Underactuated Mechanical Systems via Interconnection and Damping Assignment”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 47, No. 8 (2002), pp. 1218-1233.
 - [92] Acosta, J. Á., Ortega, R., Astolfi, A., and Mahindrakar, A. D., “Interconnection and Damping Assignment Passivity-Based Control of Mechanical Systems with Underactuation Degree One”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 50, No. 12 (2005), pp. 1936-1955.
 - [93] van der Burg, J. C. M., Ortega, R., Scherpen, J. M. A., Acosta, J. Á., and Siguerdidjane, H. B., “An Experimental Application of Total Energy Shaping Control: Stabilization of the Inverted Pendulum on a Cart in the Presence of Friction”, *European Control Conference*, CD-ROM Proceedings (TuD04.2), (2007).
 - [94] Ortega, R., Jeltsema, D., and Scherpen, J. M. A., “Power Shaping: A New Paradigm for Stabilization of Nonlinear RLC Circuits,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 48, No. 10 (2003), pp. 1762-1767.
 - [95] García-Canseco, E., Jeltsema, D., Ortega, R., and Scherpen, J. M. A., “Power-Based Control of Physical Systems”, *Automatica*, Vol. 46, (2010), pp. 127-132.
 - [96] 藤本健治, 杉江俊治, “一般化ハミルトニアンシステムの安定化 — 正準変換によるアプローチ”, システム制御情報学会論文誌, Vol. 11, No. 11 (1998), pp. 1-7.
 - [97] 藤本健治, 杉江俊治, “一般化正準変換を用いたあるクラスの非ホロノミック系の安定化”, 計測自動制御学会論文集, Vol. 36, No. 9 (2000), pp. 749-756.
 - [98] 藤本健治, 杉江俊治, “一般化正準変換を用いた安定化法のロバスト性に関する考察 — 二輪車両系の実験と解析”, システム制御情報学会論文誌, Vol. 14, No. 8 (2001), pp. 387-394.
 - [99] 藤本健治, 桜間一徳, 杉江俊治, “一般化正準変換を用いたハミルトニアンシステムの軌道追従制御”, 計測自動制御学会論文集, Vol. 37, No. 8 (2001), pp. 1-7.
 - [100] 藤本健治, 松本慎也, 酒井悟, “受動性を利用した車輪振子系の時変拘束制御”, システム制御情報学会論文誌, Vol. 20, No. 10 (2007), pp. 416-418.
 - [101] 佐藤訓志, 藤本健治, “確率ポート・ハミルトン系の受動性に基づく制御”, 計測自動制御学会論文集, Vol. 44, No. 8 (2008), pp. 660-677.
 - [102] Bloch, A. M., Marsden, J. E., and Sánchez de Alvarez, G., “Feedback Stabilization of Relative Equilibria of Mechanical Systems with Symmetry”, in *Current and Future Directions in Applied Mathematics*, (1997), Birkhäuser Boston Inc., pp. 43-64.
 - [103] Bloch, A. M., Leonard, N. E., and Marsden, J. E., “Controlled Lagrangians and the Stabilization of Mechanical Systems I : First Matching Theorem”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 45, No. 12 (2000), pp. 2253-2270.
 - [104] Bloch, A. M., Chang, D. E., Leonard, N. E., and Marsden, J. E., “Controlled Lagrangians and the Stabilization of Mechanical Systems II : Potential Shaping”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 46, No. 10 (2001), pp. 1556-1571.
 - [105] Reddy, C. K., Whitacre, W. W., and Woolsey, C., “Controlled Lagrangians with Gyroscopic Forcing: an Experimental Application”, *American Control Conference*, (2004), pp. 511-516.
 - [106] Sakurama, K., Hara, S., and Nakano, K., “Swing-up and Stabilization Control of a Cart-Pendulum System via Energy Control and Controlled Lagrangian Methods”, *Electrical Engineering in Japan*, Vol. 160, No. 4 (2007), pp. 24-31.
 - [107] Khalil, H., *Nonlinear Systems*, 3rd Edition (2001), Prentice Hall.

- [108] 井村順一, システム制御のための安定論, (2000), コロナ社.
- [109] Gómez-Estern, F. and van der Schaft, A. J., “Physical Damping in IDA-PBC Controlled Underactuated Mechanical Systems”, *European Journal of Control*, Vol. 10, No. 5 (2004), pp. 451-468.
- [110] Gómez-Estern, F., van der Schaft, A. J., and Acosta, J. Á., “Passivation of Underactuated Systems with Physical Damping”, *Proceedings of IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems*, (2004), pp. 955-960.
- [111] 児玉慎三, 須田信英, システム制御のためのマトリクス理論, (1978), 計測自動制御学会.
- [112] Spong, M. W., “The Control of Underactuated Mechanical Systems”, *First International Conference on Mechatronics*, (1994), pp. 26-29.
- [113] Yokoyama, K. and Takahashi, M., “Stabilization of a Cart-Inverted Pendulum with Interconnection and Damping Assignment Passivity-Based Control Focusing on the Kinetic Energy Shaping”, *Journal of System Design and Dynamics*, Vol. 4, No. 5 (2010), pp. 698-711.
- [114] Muralidharan, V., Ravichandran, M. T., and Mahindrakar, A. D., “Extending Interconnection and Damping Assignment Passivity-Based Control (IDA-PBC) to Underactuated Mechanical Systems with Nonholonomic Pfaffian Constraints: the Mobile Inverted Pendulum Robot”, *IEEE Conference on Decision and Control and Chinese Control Conference*, (2009), pp. 6305-6310.
- [115] 文部科学省, “体力・運動能力調査 (平成 23 年度)”, (2012).
- [116] Sandoval, J., Kelly, R., and Santibáñez, V., “Interconnection and Damping Assignment Passivity-Based Control of a Class of Underactuated Mechanical Systems with Dynamic Friction”, *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, Vol. 21, (2011), pp. 738-751.
- [117] 横山和人, 高橋正樹, “IDA-PBC による倒立振子型移動体の安定化制御と実機検証”, 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 77, No. 777 (2011), pp. 1850-1865.
- [118] 山本義隆, 中村孔一, 解析力学 I, (1998), 朝倉書店.
- [119] Kim, K., Ortega, R., Charara, A., and Vilain, J., “Theoretical and Experimental Comparison of Two Nonlinear Controllers for Current-Fed Induction Motors”, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 5, No. 3 (1997), pp. 338-348.
- [120] Acar, C. and Murakami, T., “Center of Gravity Compensation for Dynamically-Balanced Two-Wheeled Wheelchair System”, *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vol. 131, No. 5 (2010), pp. 714-720.
- [121] Donaire, A. and Junco, S., “On the Addition of Integral Action to Port-Controlled Hamiltonian Systems”, *Automatica*, Vol. 45, (2009), pp. 1910-1916.
- [122] Ortega, R. and Romero, J. G., “Robust Integral Control of Port-Hamiltonian Systems: The Case of Non-Passive Outputs with Unmatched Disturbances”, *Systems and Control Letters*, Vol. 61, (2012), pp. 11-17.
- [123] Karnopp, D., “Computer Simulation of Stick-Slip Friction in Mechanical Dynamic Systems”, *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 107, No. 1 (1985), pp. 100-103.
- [124] Olsson, H., Åström, K. J., Canudas de Wit, C., Gäfvert, M., and Lischinsky, P., “Friction Models and Friction Compensation”, *European Journal of Control*, Vol. 4, No. 3 (1998), pp. 176-195.
- [125] Armstrong-Hélouvry, B., Dupont, P., and Canudas de Wit, C., “A Survey of Models, Analysis Tools and Compensation Methods for the Control of Machines with Friction”, *Automatica*, Vol. 30, No. 7 (1994), pp. 1083-1138.
- [126] 横山和人, 高橋正樹, “エネルギー整形非線形制御による倒立振子型移動体の不安定性を利用した加速制御”, 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 78, No. 788 (2012), pp. 1097-1108.
- [127] 横山和人, 高橋正樹, “エネルギー整形非線形制御による倒立振子型移動体の不安定性を利用した加速制御と実機検証”, *Dynamics and Design Conference 2011*, CD-ROM Proceedings (316), (2011).
- [128] Yokoyama, K. and Takahashi, M., “Energy Shaping Nonlinear Acceleration Control of a Pendulum

- Type Mobility”, *International Association for Vehicle System Dynamics*, CD-ROM Proceedings (38. 2), (2011).
- [129] Shabana, A. A., *Dynamics of Multibody Systems*, 3rd Edition (2005), Cambridge.
- [130] 田島洋, “マルチボディダイナミクス基礎 : 3次元運動方程式の立て方”, (2006), 東京電機大学出版局.
- [131] Spong, M. W., Hutchinson, S., and Vidyasagar, M., *Robot Modeling and Control*, (2005), Wiley.
- [132] 吉川恒夫, ロボット制御基礎論, (1988), コロナ社.
- [133] Chen, W., “Disturbance Observer Based Control for Nonlinear Systems”, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, Vol. 9, No. 4 (2004), pp. 706-710.
- [134] 中村仁彦, “非ホロノミックロボットシステム 第1回 非ホロノミックなロボットって何?”, 日本ロボット学会誌, Vol. 11, No. 4 (1993), pp. 521-528.
- [135] 中村仁彦, “非ホロノミックロボットシステム 第2回 幾何学的な非ホロノミック拘束の下での運動計画”, 日本ロボット学会誌, Vol. 11, No. 5 (1993), pp. 655-662.
- [136] 中村仁彦, “非ホロノミックロボットシステム 第3回 幾何学的な非ホロノミック拘束の下での運動制御”, 日本ロボット学会誌, Vol. 11, No. 6 (1993), pp. 837-844.
- [137] van der Schaft, A. J. and Maschke, B., “On the Hamiltonian Formulation of Nonholonomic Mechanical Systems”, *Reports on Mathematical Physics*, Vol. 34, No. 2 (1994), pp. 225-233.
- [138] 荒川俊介, 中川智皓, 新谷篤彦, 伊藤智博, “マルチボディダイナミクスを用いた倒立振子型車両と操縦者の挙動に関する基礎検討”, 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 78, No. 789 (2012), pp. 1497-1506.
- [139] 金井喜美雄, 石井抱, 石川正俊, 川口淳一郎, 川内啓二, 川邊武俊, 坪内孝司, 登尾啓史, 吉田和哉, ビークル, (2003), コロナ社.
- [140] International Organization for Standardization, “Mechanical Vibration and Shock – Evaluation of Human Exposure to Whole-Body Vibration – Part 1: General Requirements”, *ISO 2631-1*, (1997).
- [141] Griffin, M. J., *Handbook of Human Vibration*, 1st Edition (1996), Academic Press.
- [142] Ortega, R., van der Schaft, A. J., Castaños, F., and Astolfi, A., “Control by Interconnection and Standard Passivity-Based Control of Port-Hamiltonian Systems”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 53, No. 11 (2008), pp. 2527-2542.
- [143] O. Khatib, “Real-Time Obstacle Avoidance for Manipulators and Mobile Robots”, *International Journal of Robotics Research*, Vol. 5, No. 1 (1986), pp. 90-98.
- [144] Hogan, N., “Impedance Control: An Approach to Manipulation: Part I - Theory”, *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 107, (1985), pp. 1-7.
- [145] Hogan, N., “Impedance Control: An Approach to Manipulation: Part II - Implementation”, *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 107, (1985), pp. 8-16.
- [146] Hogan, N., “Impedance Control: An Approach to Manipulation: Part III - Applications”, *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 107, (1985), pp. 17-24.
- [147] Siciliano, B. and Khatib, O., *Springer Handbook of Robotics*, (2008), Springer.
- [148] Gerdes, J. C. and Rossetter, E. J., “A Unified Approach to Driver Assistance Systems Based on Artificial Potential Fields”, *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 123, (2001), pp. 431-438.
- [149] Rossetter, E. J. and Gerdes, J. C., “Lyapunov Based Performance Guarantees for the Potential Field Lane-Keeping Assistance System”, *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 128, (2006), pp. 510-522.
- [150] Duindam, V. and Stramigioli, S., “Passive Asymptotic Curve Tracking”, *Proceedings of IFAC Workshop on Lagrangian and Hamiltonian Methods for Nonlinear Control*, (2003), pp. 229-234.
- [151] 藤本健治, 谷口充, “ポート・ハミルトン系の漸近的経路追従制御”, 計測自動制御学会論文集,

Vol. 46, No. 2 (2010), pp. 83-90.

- [152] 谷口充, 藤本健治, “時変の経路に対するポート・ハミルトン系の経路追従制御”, 計測自動制御学会論文集, Vol. 47, No. 3 (2011), pp. 141-149.

謝辞

本研究は、著者が慶應義塾大学大学院理工学研究科在学中に、慶應義塾大学理工学部システムデザイン工学科准教授 高橋正樹 博士のご指導のもとに行ったものです。

著者は 2007 年に慶應義塾大学教授 吉田和夫 博士と高橋先生による研究室に配属され、2008 年 3 月に吉田先生が急逝された後、修士課程および博士課程において高橋先生のご指導のもとで研究を遂行してきました。著者が学部生の頃から現在に至るまでの 6 年間、著者は高橋先生から自由に考え、学び、研究を行うことができる環境を与えて頂きました。先生はご多忙ながらも、研究に関する著者の相談の依頼に対していつもご快諾をして頂きました。また、常に大局的観点から著者の研究の方向性の舵取りや、研究者としての学外での多様な経験の機会をご用意して頂きました。研究、教育の両面からのバランスを考えた手厚いご指導をして頂きましたことが、今の著者とこの博士論文につながっています。心より感謝を申し上げます。

本論文の執筆にあたり、慶應義塾大学教授 大森浩充 博士、慶應義塾大学教授 村上俊之 博士、慶應義塾大学准教授 森田寿郎 博士に数多くの適切なご指摘とご意見を頂きましたことに心より感謝を申し上げます。制御理論の大家である大森先生からは、特に本論文の理論に関する記述に対する大変深く鋭いご指摘を頂きました。本論文をより精緻で理論的に説得力があるものへと仕上げるための非常に大きな力となりました。また、本研究の特色を明確化するために多数の貴重なご意見を頂きました。村上先生は制御がご専門であると同時に倒立振子型移動体の研究の第一人者として、理論的な事柄に加えて実際の経験に基づく数多くの大変貴重なご指摘を頂きました。本論文では特に理論と応用の架け橋となる部分の記述の強化、提案手法の拡張性や倒立振子型移動体の研究背景に関するより深い記述につながりました。機械システムに対して深く広い専門知識をお持ちである森田先生からは、特に実機的设计や実験に対する貴重なご指摘を頂きました。本研究で設計、製作した倒立振子型移動体の仕様の実応用の観点からの説明、実験条件や実験環境に関する記述、および実験結果に対する考察の強化につながりました。そして著者が積み上げてきた研究内容に対して、ご多忙にも関わらず主査の高橋先生、副査の大森先生、村上先生、森田先生が一同に会して詳細を議論する機会を与えて頂きましたことは大変光栄なことであり、研究者として刺激的で充実した経験を得ることができました。

本論文の研究テーマの設定には埼玉大学助教 成川輝真 博士との議論が重要なきっかけとなっています。著者は学部 4 年生から修士 1 年生の頃、当時慶應義塾大学大学院博士課程に在学中であった成川先生から日々直接的にご指導を頂きました。成川先生とは 2 足受動歩行とその制御に関する研究に取り組みましたが、それを通して得た知識と経験、感じた成川先生の哲学は、研究者としての著者の礎です。心より感謝を申し上げます。特にシステムの動力学的特性を活かすことに対する共通の興味を通じた議論から、著者は受動性に基づく制御の存在を知り、それを著者なりに追究した現時点での成果が本論文です。

本研究を遂行する過程で、制御理論の先駆者である慶應義塾大学准教授 滑川徹 博士から大変貴重な理論的なご指摘とご助言を頂きました。心より感謝を申し上げます。本研究の初期段階で滑川先生と議論させて頂きましたことは、その後の著者の研究の進め方、物事の考え方を発展させる上で非常に重要でした。頂いたお励ましのお言葉や、議論の中で著者が感じた滑川先生の哲学は、研究遂行のための非常に大きな力となりました。

Delft University of Technology の Assistant Professor である Dr. Arend L. Schwab には、2011 年 11 月から 2012 年 1 月の約 3 ヶ月間、著者の留学の受け入れをご快諾頂きました。マルチボディダイナミクス理論に関する著者の専門性を強化し、制御系設計時のシステムの数学モデル導出にそれを活かすことを目的とした留学でしたが、Schwab 先生には著者のために多くの貴重な時間を割いて頂きました。海外の大学での研究経験に加えて、懇切丁寧なご指導の中から伝わってきた Schwab 先生の力学に対する考え方、さらには研究というものに対する考え方を直接的に学ぶことができたことは著者の貴重な財産です。心より感謝を申し上げます。

著者が研究の道を歩み始めてから本論文を完成させるまで、他にも非常に多くの方々からのご指摘、ご助言、ご厚意やお励ましがありません。今の著者と本論文はそれらがあつたからこそ成り立っていることをここに記し、心より感謝を申し上げます。慶應義塾大学大学院教授 西村秀和 博士には、吉田先生や日本機械学会 機械力学・計測制御部門のつながりから、学会等でお会いする度にお声を掛けて頂きました。それを光榮に思い、大きな励みにしながら研究を遂行することができました。吉田先生の研究室の時代を含めた OB である名古屋大学准教授 原進 博士、清水建設株式会社 福喜多輝 博士、独立行政法人宇宙航空研究開発機構 大槻真嗣 博士、日産自動車株式会社 鈴木卓馬 博士には、大先輩でありながらも非常に近い距離で著者に接して頂きました。研究を進める中で、多くの博士の先輩の存在を非常に心強く感じていました。また、研究室の先輩、同期、後輩のお陰で、研究室での日々の生活が充実したものになったことに加え、それぞれが従事する多様な研究分野からの話題提供により知的刺激を受け続けてきました。それにより著者は研究者としての知識の幅や物事の考え方を鍛えることができました。特に個性豊かでそれぞれが卓越した能力をもった研究室の同期である 楠田洋一郎 氏、小瀬村領司 氏、小林雄太 氏、鈴木崇文 氏、陶山香織 氏、友安七瀬 氏、三上佳彦 氏には多大な影響を受けました。慶應義塾大学に在学中、そして卒業後も同期がそれぞれの道で活躍する姿に著者は背中を押されながら、博士論文を完成させることができました。著者はこの同期の中の 1 人であつたことを誇りに思っています。修士課程に在学中の後輩である 菅野利昭 氏、増田未沙樹 氏には本論文の第 5 章で使用した実機の製作を手伝って頂きました。博士論文提出までの残り時間が限られていた中、実験結果を盛り込むことができたことは 2 人の協力のお陰です。著者と同じ慶應義塾大学理工学部システムデザイン工学科出身、博士課程で同期の 阿部順紀 氏、川久保俊 氏とは良き友人として、そして良き競争相手として切磋琢磨しながら研究を遂行することができました。お互い研究分野は大きく異なりますが、博士課程の仲間の存在が著者の心の支えでもありました。慶應義塾大学秘書 明石陽子 氏には数多くの事務的な事柄をサポートして頂きました。明石氏のご尽力により、一層研究に集中できる環境を提供して頂きました。

そして著者が制御理論とその応用に関する研究分野に足を踏み入れた最も大きなきっかけは吉田先生の存在です。吉田先生からのご指導を頂くことができた期間は約 1 年間でしたが、吉田先生が授業や研究室で熱く語っていた制御理論自体の面白さ、制御により実現できることの面白さ、そして吉田先生の哲学が、著者がこの研究分野を選んだ決め手です。研究者としての著者の原点を与えて下さった吉田先生に、心より感謝を申し上げます。

また、本研究の一部は独立行政法人日本学術振興会、および文部科学省グローバル COE プログラム「環境共生・安全システムデザインの先導拠点」によるものであることを記し、ここに感謝の意を表します。

最後に、いつも著者を傍で励まし、明るく前向きな気持ちにして下さった婚約者の 香おり さんに心より感謝を申し上げます。そして著者をここまで育て、思う存分勉強と研究ができる環境を著者に与え、日々の生活を支えて下さった家族である父 清和、母 幸代、弟 広幸、智紀、祖父 哲、祖母 千代 に心より感謝を申し上げます。特に当たり前のように毎日を安心して過ごすことができる家庭を築き上げてきた父と母の偉大さに敬意を払うとともに、この博士論文は何よりも両親の長年の努力に支えられて存在していることをここに記します。

2013 年 2 月

横山和人

付録

A 3章の付録

A.1 倒立振子型移動体が PDE の手続き的解法^[92] の前提条件を満たさないことについて

運動方程式 (3.1) を Spong が示した方法^[112] に従い部分線形化すると次式となる.

$$\begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\mathbf{M}_{(1,1)}(q_1)} \{-\mathbf{C}_{s1}(q_1, \dot{q}_1) - \mathbf{G}_{s1}(q_1)\} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{\mathbf{M}_{(1,2)}(q_1)}{\mathbf{M}_{(1,1)}(q_1)} \\ 1 \end{bmatrix} v \quad (3.53)$$

$v \in \mathbb{R}$ は新しい制御入力である. v の係数ベクトルを $\mathbf{G}_p$ とする. $\mathbf{C}_{s1}$ は $\mathbf{C}_s$ の第 1 成分, $\mathbf{G}_{s1}$ は $\mathbf{G}_s$ の第 1 成分とする. このシステムの慣性行列は単位行列 $\mathbf{I}_2$ として考えることができる. これは Acosta らが示した PDE の手続き的解法の 2 番目の前提条件である, 慣性行列が劣駆動座標 (本研究では q_1) に依存しない条件を満たす. このシステムを PH システムとして表現するためには, 右辺第 2 項に対応するポテンシャルエネルギーを定義する必要がある. これを V_p とすると, $\mathbf{C}_{s1}$ は $\dot{q}_1$ に依存することから, V_p も $\dot{q}_1$ に依存する. しかしながら, 手続き的解法の 4 番目の前提条件として, $\mathbf{G}_p^\perp \nabla_{\mathbf{q}} V_p$ は, $\mathbf{G}_p$ が依存する唯一の変数 (本研究では q_1) のみに依存することが要求される. 従って, $\mathbf{C}_{s1}$ が $\dot{q}_1$ に依存することで 4 番目の前提条件が満たされず, MIP に対して手続き的解法は適用できない. なお, 台車型倒立振子では $\mathbf{C}_{s1}$ に対応する部分は 0 であり, このような問題は発生しない.

A.2 非線形偏微分方程式の簡単化について^{[90][91]}

仮定 2 から次式が得られる.

$$\mathbf{e}_k^T \nabla_{\mathbf{q}} (\mathbf{p}^T \mathbf{M}^{-1} \mathbf{p}) = \mathbf{p}^T \frac{d\mathbf{M}^{-1}}{dq_k} \mathbf{p} \quad (3.54)$$

これと仮定 1 を用いて, 運動エネルギーに関する式 (2.36) の PDE は次の形に書き換えることができる.

$$\left\{ \mathbf{p}^T \frac{d\mathbf{M}^{-1}}{dq_k} \mathbf{p} - \mathbf{e}_k^T \mathbf{M}_d \mathbf{M}^{-1} \nabla_{\mathbf{q}} (\mathbf{p}^T \mathbf{M}_d^{-1} \mathbf{p}) \right\} + 2\mathbf{e}_k^T \mathbf{J}_2 \mathbf{M}_d^{-1} \mathbf{p} = 0 \quad (3.55)$$

仮定 3 から次式が得られる.

$$\nabla_{\mathbf{q}} (\mathbf{p}^T \mathbf{M}_d^{-1} \mathbf{p}) = \mathbf{e}_k \mathbf{p}^T \frac{d\mathbf{M}_d^{-1}}{dq_k} \mathbf{p} \quad (3.56)$$

これを用いて PDE をさらに変形すると次式となる.

$$\left(\mathbf{p}^T \frac{d\mathbf{M}^{-1}}{dq_k} \mathbf{p} - \mathbf{e}_k^T \mathbf{M}_d \mathbf{M}^{-1} \mathbf{e}_k \mathbf{p}^T \frac{d\mathbf{M}_d^{-1}}{dq_k} \mathbf{p} \right) + 2\mathbf{e}_k^T \mathbf{J}_2 \mathbf{M}_d^{-1} \mathbf{p} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \mathbf{p}^T \mathbf{E} \mathbf{p} + \mathbf{e}_k^T \mathbf{J}_2 \mathbf{M}_d^{-1} \mathbf{p} = 0 \quad (3.57)$$

$$\mathbf{E} = \frac{d\mathbf{M}^{-1}}{dq_k} - \mathbf{e}_k^T \mathbf{M}_d \mathbf{M}^{-1} \mathbf{e}_k \frac{d\mathbf{M}_d^{-1}}{dq_k} \quad (3.58)$$

式 (3.57) は任意の $\mathbf{p}$ に対して成立しなければならないことから、次の条件式が得られる.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \mathbf{p}^T \mathbf{E} + \mathbf{e}_k^T \mathbf{J}_2 \mathbf{M}_d^{-1} &= 0 \\ \Rightarrow \frac{1}{2} \mathbf{p}^T \mathbf{E} \mathbf{M}_d + \mathbf{e}_k^T \mathbf{J}_2 &= 0 \\ \Rightarrow \frac{1}{2} \mathbf{p}^T \mathbf{E} \mathbf{M}_d \mathbf{e}_k + \mathbf{e}_k^T \mathbf{J}_2 \mathbf{e}_k &= 0 \\ \Rightarrow \mathbf{p}^T \mathbf{E} \mathbf{M}_d \mathbf{e}_k &= 0 \\ \Rightarrow \mathbf{E} \mathbf{M}_d \mathbf{e}_k &= 0 \end{aligned} \quad (3.59)$$

上の 3 回目の式変形では、 $\mathbf{J}_2$ が歪対称行列であり対角成分が 0 であることから、 $\mathbf{e}_k^T \mathbf{J}_2 \mathbf{e}_k = 0$ となることを利用した. 次の関係式

$$\frac{d\mathbf{M}_d^{-1}}{dq_k} = -\mathbf{M}_d^{-1} \frac{d\mathbf{M}_d}{dq_k} \mathbf{M}_d^{-1} \quad (3.60)$$

を用い、式 (3.59) を書き下すと、以下の常微分方程式が得られる.

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{M}_d^{-1}}{dq_k} \mathbf{M}_d \mathbf{e}_k + \left(\mathbf{M}_d \mathbf{M}_d^{-1} \right)_{(k,k)} \mathbf{M}_d^{-1} \frac{d\mathbf{M}_d}{dq_k} \mathbf{e}_k &= 0 \\ \Rightarrow \frac{d\mathbf{M}_d}{dq_k} \mathbf{e}_k &= - \frac{1}{\left(\mathbf{M}_d \mathbf{M}_d^{-1} \right)_{(k,k)}} \left(\mathbf{M}_d \frac{d\mathbf{M}_d^{-1}}{dq_k} \mathbf{M}_d \right) \mathbf{e}_k \end{aligned} \quad (3.61)$$

式 (3.61) が 3.3 節に示した常微分方程式 (3.20) である.

A.3 零状態可検出性の証明

式 (2.20) で表される (ただし $\mathbf{v} = \mathbf{u}_{di}$ とする) 閉ループ PH システムが時間経過とともに描く軌道を考察する. 拘束条件 $y_c \equiv 0$ ($u_{di} \equiv 0$ と等価) を考えると、これは次式で表現される.

$$y_c \equiv 0 \Rightarrow p_2 \equiv \alpha_2 p_1 \quad (3.62)$$

$$\dot{y}_c \equiv 0 \Rightarrow \dot{\alpha}_2 p_1 + \alpha_2 \dot{p}_1 - \dot{p}_2 \equiv 0 \quad (3.63)$$

これらを用いることで、システムを次の 3 次元空間内で考えることができる.

$$\dot{q}_1 = \frac{1}{\det(\mathbf{M})} (m_3 - \alpha_2 m_2) p_1 \quad (3.64)$$

$$\dot{q}_2 = \frac{1}{\det(\mathbf{M})} (\alpha_2 m_1 - m_2) p_1 \quad (3.65)$$

$$\begin{aligned} \dot{p}_1 &= \mathbf{G}^\perp \left(-\mathbf{M}_d \mathbf{M}^{-1} \nabla_{\mathbf{q}} H_d + \mathbf{J}_2 \nabla_{\mathbf{p}} H_d \right) \\ &= -\frac{\partial H}{\partial q_1} \\ &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix}^T \mathbf{M}^{-1} \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial q_1} \mathbf{M}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix} p_1^2 + e \sin q_1 \end{aligned} \quad (3.66)$$

ここで m_1 , m_2 および m_3 はそれぞれ慣性行列 $\mathbf{M}$ の第 (1,1), (1,2) および (2,2) 成分である. 式 (3.66) は式 (2.20), (2.31) を用いることで得られる.

式 (3.64), (3.65) から p_1 を消去することで, 次の関係式を得ることができる.

$$\dot{q}_2 = \frac{(\mathbf{M}_d \mathbf{M}^{-1})_{(1,2)}}{(\mathbf{M}_d \mathbf{M}^{-1})_{(1,1)}} \dot{q}_1 \quad (3.67)$$

両辺を時間で積分して次式を得る. z_0 は積分定数とする.

$$q_2 - \int_0^{q_1} \frac{(\mathbf{M}_d \mathbf{M}^{-1})_{(1,2)}(\mu)}{(\mathbf{M}_d \mathbf{M}^{-1})_{(1,1)}(\mu)} d\mu = z_0 \quad (3.68)$$

これを用いて $\nabla_{\mathbf{q}} V_d$ は次式で表現できる.

$$\frac{\partial V_d}{\partial q_1} = \frac{1}{(\mathbf{M}_d \mathbf{M}^{-1})_{(1,1)}} \frac{\partial V}{\partial q_1} + P \left\{ z_0 - z(\mathbf{q}^*) \right\} \left\{ -\frac{(\mathbf{M}_d \mathbf{M}^{-1})_{(1,2)}}{(\mathbf{M}_d \mathbf{M}^{-1})_{(1,1)}} \right\} \quad (3.69)$$

$$\frac{\partial V_d}{\partial q_2} = P \left\{ z_0 - z(\mathbf{q}^*) \right\} \quad (3.70)$$

所望の平衡点 $(\mathbf{q}^*, \mathbf{0}) = (0, q_2^*, 0, 0)$ が存在することは自明であることから, z_0 は $\nabla_{\mathbf{q}} V_d(\mathbf{q}^*) = \mathbf{0}$ を満たさなければならない. 従って次式が得られる.

$$z_0 = z(\mathbf{q}^*) \quad (3.71)$$

Table A.1 Parameters of the actuator (maxon, RE25)

Parameter	Unit	Value
Power	W	20
Nominal voltage	V	48.0
Torque constant	mNm/A	48.3
Mechanical time constant	ms	4.11

Table A.2 Parameters of the encoder (maxon, Encoder MR Type ML)

Parameter	Unit	Value
Resolution	count/rotation	512
Maximum frequency	kHz	320
Maximum admissible rotation	rpm	37500

Table A.3 Parameters of the gyro sensor (SILICON SENSING SYSTEMS, CRS03-04)

Parameter	Unit	Value
Rate range	rad/s	± 3.1491
Scale factor	mV/(deg/s)	10
Torque constant	mNm/A	48.3
Bandwidth	Hz	>10
Bias initial error	mV	± 60
Bias variation with temp.	mV	± 60
Bias rationmetric error	mV	± 20

$$\nabla_{\mathbf{q}} V_d(q_1) = \begin{bmatrix} \frac{1}{(\mathbf{M}_d \mathbf{M}^{-1})_{(1,1)}} \frac{\partial V}{\partial q_1} & 0 \end{bmatrix}^T \quad (3.72)$$

式 (3.63) から $\dot{p}_2$ を計算すると次式となる.

$$\dot{p}_2 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix}^T \left\{ -(\mathbf{M}_d \mathbf{M}^{-1})_{(2,1)} \frac{\partial \mathbf{M}_d^{-1}}{\partial q_1} + \mathbf{E} \mathbf{M}_d \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & \alpha_2 \end{bmatrix} \mathbf{M}_d^{-1} \right\} \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix} p_1^2 + \frac{(\mathbf{M}_d \mathbf{M}^{-1})_{(2,1)}}{(\mathbf{M}_d \mathbf{M}^{-1})_{(1,1)}} e \sin q_1 \quad (3.73)$$

ここで, ある時刻 $t = t^* > 0$ において $\dot{q}_1 = 0$ rad/s となったと仮定する. このとき次式が成立する.

$$\dot{q}_2 = 0 \quad (3.74)$$

$$p_1 = m_1 \dot{q}_1 + m_2 \dot{q}_2 = 0 \quad (3.75)$$

$$\dot{p}_1 = e \sin q_1 \quad (3.76)$$

$$\dot{p}_2 = \frac{(\mathbf{M}_d \mathbf{M}^{-1})_{(2,1)}}{(\mathbf{M}_d \mathbf{M}^{-1})_{(1,1)}} e \sin q_1 \quad (3.77)$$

拘束条件式 (3.63) を計算すると次式となる.

$$\left\{ \alpha_2 - \frac{(\mathbf{M}_d \mathbf{M}^{-1})_{(2,1)}}{(\mathbf{M}_d \mathbf{M}^{-1})_{(1,1)}} \right\} \sin q_1 \equiv 0$$

$$\Rightarrow \frac{\beta_1 \det(\mathbf{M})}{2a(\beta_1 \cos q_1 + \beta_2)^2 (m_2 - 1)} \cdot \frac{1}{(\alpha_2 m_2 - 1)} \cdot \sin q_1 \equiv 0 \quad (3.78)$$

式 (3.78) の第 1 項は, 仮定の式 (3.13), (3.15) および各種パラメータの定義により非 0 である. 第 2 項の分母も, 3.4.1 項において, $\alpha_2 > 1/m_2$ と同様の形の式 (3.41) が $q_1^* \rightarrow q_1 \in (-q_{ll}, q_{ll})$ において評価されていることから非 0 である. それゆえ, $\sin q_1 \equiv 0 \Rightarrow q_1 \equiv 0 \text{ rad}$ であり, 式 (3.32), (3.68) および (3.71) により $q_2 = q_2^*$ となる. 従って, ある時刻 $t = t^*$ において $\dot{q}_1 = 0 \text{ rad/s}$ となったとき, システムは所望の平衡点に収束していることがいえる. 一方, 常に $\dot{q}_1 > 0 \text{ rad/s}$ が成立する場合を仮定する. このとき q_1 は増加し続けることを意味する. しかしながら, IDA-PBC 制御入力によりシステムの軌道は $(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \in (-q_{ll}, q_{ll}) \times \mathbb{R}^3$ に留まることから, q_1 が増加し続けることはない. 常に $\dot{q}_1 < 0$ が成立する場合を仮定しても, 同様の結論となる. 以上より, ある時刻 $t = t^*$ において $\dot{q}_1$ は必ず 0 rad/s となることから $y_c \equiv 0 \Rightarrow (\mathbf{q}, \mathbf{p}) \rightarrow (\mathbf{q}^*, \mathbf{0})$ がいえる.

A.4 実機のコンポーネントの詳細なスペック

3 章と 4 章で用いた実機のアクチュエータ, エンコーダおよび振動式ジャイロセンサの詳細なスペックを Table A.1 ~ Table A.3 に示す.

A.5 提案制御系の外乱に対するロバスト性の理論的な考察(有限ゲイン L_2 安定性)

システムに対して制御入力と同じチャンネルから外乱 $\mathbf{v}_d \in \mathbb{R}^m$ が入る場合を考える.

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_{es} + \mathbf{u}_{di} + \mathbf{v}_d \quad (3.79)$$

閉ループ PH システムの式 (2.25) は外乱を含む形で表すと次式となる.

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \dot{\mathbf{p}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{M}^{-1} \mathbf{M}_d \\ -\mathbf{M}_d \mathbf{M}^{-1} & \mathbf{J}_2 - \mathbf{G} \mathbf{K}_{di} \mathbf{G}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla_{\mathbf{q}} H_d \\ \nabla_{\mathbf{p}} H_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{G} \end{bmatrix} \mathbf{v}_d \quad (3.80)$$

$$\mathbf{y}_c = \mathbf{G}^T \nabla_{\mathbf{p}} H_d = \mathbf{G}^T \mathbf{M}_d^{-1} \mathbf{p} = \mathbf{G}^T \mathbf{M}_d^{-1} \mathbf{M} \dot{\mathbf{q}} \quad (3.81)$$

全エネルギーの時間微分を計算すると次の関係式が得られる.

$$\dot{H}_d = -\mathbf{y}_c^T \mathbf{K}_{di} \mathbf{y}_c + \mathbf{y}_c^T \mathbf{v}_d \leq -\lambda_{\min}(\mathbf{K}_{di}) \|\mathbf{y}_c\|_2^2 + \mathbf{y}_c^T \mathbf{v}_d$$

$$\Rightarrow \mathbf{y}_c^T \mathbf{v}_d \geq \dot{H}_d + \lambda_{\min}(\mathbf{K}_{di}) \|\mathbf{y}_c\|_2^2 \quad (3.82)$$

従ってシステムは外乱入力 $\mathbf{v}_d$ ，出力 $\mathbf{y}_c$ に関して H_d を蓄積関数として出力強受動的 (Output Strictly Passive)^{[107][108]} である．このときシステムは有限ゲイン L_2 安定 (Finite-Gain L_2 stable)^[107] であり，次式を満たす．

$$\begin{aligned} \|\mathbf{y}_c\|_{L_2} &\leq \gamma \|\mathbf{v}_d\|_{L_2} + \beta \\ \Rightarrow \sqrt{\int_0^\infty \mathbf{y}_c^T(t) \mathbf{y}_c(t) dt} &\leq \gamma \sqrt{\int_0^\infty \mathbf{v}_d^T(t) \mathbf{v}_d(t) dt} + \beta \end{aligned} \quad (3.83)$$

$$\gamma \leq \frac{1}{\lambda_{\min}(\mathbf{K}_{di})} \quad (3.84)$$

γ は L_2 ゲイン， β は非負の定数である．式 (3.83) は，制御入力と同じチャンネルから入る外乱 $\mathbf{v}_d$ が出力 $\mathbf{y}_c$ に与える影響を L_2 ノルムで評価するとき，その影響は入力信号を γ 倍したものよりも大きくならないことを意味する．さらに式 (3.84) より，Damping Injection のゲイン $\mathbf{K}_{di}$ を適切に設定することで，外乱の影響を小さくすることができることがわかる．理論的には外乱の影響を極めて小さくすることは可能であるが，他の制御性能も考慮した上で $\mathbf{K}_{di}$ を設定する必要がある．外乱 $\mathbf{v}_d$ と出力 $\mathbf{y}_c$ を機械システムの場合に物理的に解釈すると， $\mathbf{v}_d$ は入力と同じ次元， $\mathbf{y}_c$ は式 (3.81) より一般化速度に関連する次元である．従ってこの場合の L_2 安定性はモデル化されていない摩擦などに対するロバスト性^[85] に関連し，IDA-PBC が LQR よりも良好な実験結果を示した理論的な裏付けであると考えられる．

B 4章の付録(提案手法の多自由度系への拡張に関する考察)

EL システムが対称性をもつ場合，対称性の数だけ次元を減らした新しい EL システムを導出可能であることが，解析力学の知見として得られている^[118]．この新しい EL システムに対応するラグランジアンは，ラウシアンまたは修正ラグランジアンと呼ばれる．なお EL システムが対称性をもつとは， q_i をもとの EL システムの i 番目の一般化座標としたとき， $\lambda \in \mathbb{R}$ を定数としてラグランジアンが変換

$$q_i \mapsto Q_i = q_i + \lambda \quad (4.31)$$

に対して不変であることを意味する．3 章と 4 章で対象とする MIP のラグランジアン L は

$$L = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{M}(q_1) \dot{\mathbf{q}} + V(q_1) \quad (4.32)$$

であることから，車輪の回転角度 q_2 に関する式 (4.31) の変換に対して L は不変であり，対称性をもつことがわかる．従って MIP の運動方程式から q_2 を消去した車体角度 q_1 のみのダイナミクスを EL システムとして記述できることが，解析力学の観点から理論的に保証される．ただしこれは一般化力を除いた自由システムに対する議論である．制御系設計の観点からは，4.2.2 項で計算したように車体角度のみのダイナミクスの導出に伴い，入力ベクトル $\mathbf{G} = [0 \ 1]^T$ が $G_p = -(a \cos q_1 + c)$ へと変化 (5 章では入力行列 $\mathbf{G}_I$ が $\mathbf{G}_{LI}$ に変化) することも考慮しなければならない．従って本研究では MIP のもとの運動方程式を

連立方程式として扱って車体角度のみのダイナミクスを導出し、発見的に EL システムの構造を確認した。

直感的な解釈として q_2 に関する対称性は、車輪の回転角度に依存して MIP が倒れやすくなるなどのダイナミクスの変化がないことを意味する。車体重心移動機構を有する MIP や、MIP 型の冗長自由度を有する移動マニピュレータ^{[24][25][26]} のような形で自由度が増加した場合でも、車輪の回転角度によるダイナミクスの変化は直感的にはないと考えられることから、本章の制御系の設計手順は多自由度系に拡張できる可能性は高いと考えられる。5 章において車体重心移動機構を追加した MIP に対して、4 章と同様の設計手順で制御系を導出できることが示されたことも提案手法の拡張性の 1 つの裏付けである。

C 5 章の付録

C.1 比較対象の IDA-PBC 制御系の数式の詳細

4 章の結果^{[126][127][128]} における、車体重心移動機構をもたない MIP に対する IDA-PBC 制御入力式 (5.48) に関連する数式の詳細を以下に示す。

$$H_P = \frac{1}{2} M_P^{-1} p_{P1}^2 + V_P \quad (5.62)$$

$$M_P = (2a \cos q_1 + b) - (a \cos q_1 + c)^2 \quad (5.63)$$

$$V_P = e \cos q_1 \quad (5.64)$$

$$H_{Pd} = \frac{1}{2} M_{Pd}^{-1} p_{Pd}^2 + V_{Pd} \quad (5.65)$$

$$M_{Pd} = M_P > 0 \quad (5.66)$$

$$V_{Pd} = \frac{1}{q_{1l}^2 - q_1^2} \cdot \frac{K_{Pp}}{2} (q_1 - q_{1ref})^2 \quad (5.67)$$

$$G_P = -(a \cos q_1 + c) \quad (5.68)$$

$p_{P1} = M_P \dot{q}_1$ である。 a , b , c , d および e はシステムの物理パラメータにより定まる。

$$d = \mathbf{M}_{s22} \quad (5.69)$$

$$a = \frac{1}{d} (Ml + m_s l_s) r \quad (5.70)$$

$$b = \frac{1}{d} \left\{ (M + m_s + m_w) r^2 + Ml^2 + m_s l_s^2 + J + J_s + J_w \right\} \quad (5.71)$$

$$c = \frac{1}{d} \left\{ (M + m_s + m_w) r^2 + J_w \right\} \quad (5.72)$$

Table C.1 Parameters of the actuator (maxon, RE35)

Parameter	Unit	Value
Power	W	90
Nominal voltage	V	48.0
Torque constant	mNm/A	119
Mechanical time constant	ms	5.37

Table C.2 Parameters of the encoder (maxon, HEDS 5540)

Parameter	Unit	Value
Resolution	count/rotation	500
Maximum frequency	kHz	100

Table C.3 Parameters of the attitude measurement unit (Sumitomo Precision Products, AMU-1802A)

Parameter	Unit	Value
Range (Pitch)	deg	± 85
Accuracy (Static, Pitch)	deg	± 0.75
Accuracy (Dynamic)	deg rms	2
Resolution	deg	<0.1
Limit of angular velocity	deg/s	± 180
Limit of acceleration	G	± 2
Data output cycle	Hz	100

$$e = \frac{g}{d} (Ml + m_s l_s) \quad (5.73)$$

C.2 実機のコンポーネントの詳細なスペック

5 章で用いた実機のアクチュエータ，エンコーダおよび姿勢角検出器の詳細なスペックをそれぞれ Table C.1 ~ Table C.3 に示す．

C.3 摩擦補償入力生成のための外乱オブザーバの設計

5 章の実機実験では車体重心移動機構を機械的に固定した場合も検証するため，ここでは行列とベクトルの次元は一般化して外乱オブザーバを定式化する．MIP の非線形運動方程式を原点近傍で線形化することで次の状態方程式が得られる．

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{B}\mathbf{v}_d \quad (5.74)$$

$\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ， $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times m}$ である．上付き添字の n はシステムの次元， m は入力の次元を表す． $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ を状態ベクトル， $\mathbf{v}_d \in \mathbb{R}^m$ を MIP への制御入力と同じチャンネルから入る外乱とした．実機の MIP の構成より全状態量が観測可能であることから，出力方程式は次式とした．

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} \quad (5.75)$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{I}_n \quad (5.76)$$

外乱は定常的であることを仮定して $\dot{\mathbf{v}}_d = \mathbf{0}$ とする．状態方程式 (5.74) と併せて次の拡大システムを構築する．

$$\dot{\mathbf{x}}_e = \mathbf{A}_e \mathbf{x}_e + \mathbf{B}_e \mathbf{u} \quad (5.77)$$

$$\mathbf{y}_e = \mathbf{C}_e \mathbf{x}_e \quad (5.78)$$

$$\mathbf{x}_e = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{v}_d \end{bmatrix} \quad (5.79)$$

$$\mathbf{A}_e = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (5.80)$$

$$\mathbf{B}_e = \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (5.81)$$

$$\mathbf{C}_e = [\mathbf{C} \quad \mathbf{0}] \quad (5.82)$$

行列 $\mathbf{A}_e$ の固有値を λ_e とし， $\text{Re}(\lambda_e)$ を λ_e の実部とする． $\text{Re}(\lambda_e) \geq 0$ となる全ての λ_e に対して行列

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_e - \lambda_e \mathbf{I}_n \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (5.83)$$

が列フルランクであるという可検出性の条件^[40] が本研究の MIP において満たされることが計算により確認できたことから，同次元オブザーバ^[36] を構築することで外乱 $\mathbf{v}_d$ を推定する．

拡大システムの双対システム^[36] を考える．

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}_e^T \mathbf{z} + \mathbf{C}_e^T \mathbf{w} \quad (5.84)$$

$$\mathbf{y}_z = \mathbf{B}_e^T \mathbf{z} \quad (5.85)$$

$\mathbf{z} \in \mathbb{R}^{n+m}$ ， $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^n$ および $\mathbf{y}_z \in \mathbb{R}^m$ である．このシステムに対する状態フィードバック $\mathbf{w} = -\mathbf{K}_e \mathbf{z}$ ， $\mathbf{K}_e \in \mathbb{R}^{n \times (n+m)}$ を考え，本研究では $\mathbf{K}_e$ は次の評価関数に対する最適フィードバックゲインとして算出した．

$$J = \int_0^\infty \left\{ \mathbf{z}^T(t) \mathbf{Q}_e \mathbf{z}(t) + \mathbf{w}^T(t) \mathbf{R}_e \mathbf{w}(t) \right\} dt \quad (5.86)$$

$\mathbf{Q}_e \in \mathbb{R}^{(n+m) \times (n+m)}$ は準正定， $\mathbf{R}_e \in \mathbb{R}^{n \times n}$ は正定の重み行列である．以上により，双対性^[36] を利用することでオブザーバゲインを $\mathbf{H}_e = \mathbf{K}_e^T$ とする次の同次元オブザーバ（外乱オブザーバ）が得られる．

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}_e = \mathbf{A}_e \hat{\mathbf{x}}_e + \mathbf{B}_e \mathbf{u} - \mathbf{H}_e (\mathbf{C}_e \hat{\mathbf{x}}_e - \mathbf{y}) \quad (5.87)$$

このシステムからリアルタイムで得られた外乱の推定値 $\hat{\mathbf{v}}_d$ を用いて摩擦補償入力を生成する．

著者論文目録

1. 定期刊行誌掲載論文(主論文に関連する原著論文)

- [1] 横山和人, 高橋正樹, “エネルギー整形非線形制御による車体重心移動機構を有する倒立振子型移動体の不安定性を利用した加速制御”, 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 78, No. 794 (2012-10-25), pp. 3469-3482.
- [2] 横山和人, 高橋正樹, “エネルギー整形非線形制御による倒立振子型移動体の不安定性を利用した加速制御”, 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 78, No. 788 (2012-4-25), pp. 1097-1108.
- [3] Kazuto Yokoyama and Masaki Takahashi, “Stabilization of a Mobile Inverted Pendulum with IDA-PBC and Experimental Verification”, *Journal of System Design and Dynamics*, Vol. 5, No. 8 (2011-12-28), pp. 1605-1623.
- [4] Kazuto Yokoyama and Masaki Takahashi, “Stabilization of a Cart-Inverted Pendulum with Interconnection and Damping Assignment Passivity-Based Control Focusing on the Kinetic Energy Shaping”, *Journal of System Design and Dynamics*, Vol. 4, No. 5 (2010-10-29), pp. 698-711.

2. 定期刊行誌掲載論文(その他の論文)

- [1] 横山和人, 高橋正樹, “IDA-PBC による倒立振子型移動体の安定化制御と実機検証”, 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 77, No. 777 (2011-5-25), pp. 1850-1865. (1. 定期刊行誌掲載論文 [3] の和文)

3. 国際会議論文(査読付きの full-length papers)

- [1] * Kazuto Yokoyama and Masaki Takahashi, “Energy Shaping Nonlinear Acceleration Control for a Mobile Inverted Pendulum with a Slider Mechanism Utilizing Instability”, *World Congress on Engineering and Computer Science 2012*, (2012-10-25), pp. 330-335, San Francisco, United States of America.
- [2] * Kazuto Yokoyama and Masaki Takahashi, “Energy Shaping Nonlinear Acceleration Control of a Pendulum Type Mobility”, *International Association for Vehicle System Dynamics*, CD-ROM Proceedings (38. 2), (2011-8-25), Manchester, United Kingdom.
- [3] * Kazuto Yokoyama and Masaki Takahashi, “Passivity-Based Nonlinear Stabilizing Control for a Mobile Inverted Pendulum”, *International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics*, CD-ROM Proceedings (68), (2011-7-30), Noordwijkerhout, Netherlands.
- [4] * Kazuto Yokoyama and Masaki Takahashi, “Stabilization of a Cart-Inverted Pendulum with Interconnection and Damping Assignment Passivity-Based Control Focusing on the Kinetic Energy Shaping”, *International Conference on Motion and Vibration Control*, CD-ROM Proceedings (4C16), (2010-8-20), Tokyo, Japan.

4. その他の国際会議発表

なし

5. 国内学会発表

- [1] *横山和人, 高橋正樹, “エネルギー整形非線形制御による車体重心移動機構を有する倒立振子型移動体の加速制御”, *Dynamics and Design Conference 2012*, USB Proceedings (354), (2012-9-21), 東京.
- [2] *横山和人, 高橋正樹, “エネルギー整形非線形制御による倒立振子型移動体の不安定性を利用した加速制御と実機検証”, *Dynamics and Design Conference 2011*, CD-ROM Proceedings (316), (2011-9-6), 高知.
- [3] *横山和人, 高橋正樹, “エネルギー整形非線形制御による倒立振子型移動体の不安定性を利用した加速制御”, 第 12 回「運動と振動の制御」シンポジウム, (2011-7-1), pp. 594-599, 長野.
- [4] *横山和人, 高橋正樹, “受動性に基づく非線形制御による倒立振子型移動ロボットの安定化と走行制御”, ロボティクス・メカトロニクス講演会, CD-ROM Proceedings (1P1-Q04), (2011-5-27), 岡山.
- [5] *横山和人, 高橋正樹, “IDA-PBC による倒立振子型移動体の安定化制御の実機検証”, 第 53 回自動制御連合講演会, CD-ROM Proceedings (327), (2010-11-4), 高知.
- [6] *横山和人, 高橋正樹, “IDA-PBC による倒立振子型移動体の安定化制御”, *Dynamics and Design Conference 2010*, CD-ROM Proceedings (305), (2010-9-14), 京都.

6. その他

- [1] Kazuto Yokoyama, “Best Student Paper Award of International Conference on Intelligent Automation and Robotics 2012”, Paper Title: Energy Shaping Nonlinear Acceleration Control for a Mobile Inverted Pendulum with a Slider Mechanism Utilizing Instability, *World Congress on Engineering and Computer Science 2012*.
- [2] 横山和人, “日本機械学会 90 期機械力学・計測制御 部門一般表彰（オーディエンス表彰）”, 受賞対象発表論文: エネルギー整形非線形制御による車体重心移動機構を有する倒立振子型移動体の加速制御, *Dynamics and Design Conference 2012*.