

|                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Title            | ソリトン上の有効場理論とその物理的応用                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| Sub Title        | Effective field theory on solitons and its physical application                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| Author           | 坂井, 典佑(Sakai, Norisuke)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| Publisher        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| Publication year | 2017                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| Jtitle           | 科学研究費補助金研究成果報告書 (2016. )                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
| JaLC DOI         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| Abstract         | <p>余剰次元模型でのゲージ場の局在問題を解決し, 大統一群がドメインウォールで破れて, 低エネルギーで標準模型が生じる模型を構成した。ドメインウォール上にはカイラルなフェルミ粒子が局在し, 望ましい対称性が選ばれて, 不要なモジュライ場に質量が与えられる機構を与えた。場の量子論では摂動級数は一般に発散するが, ボレル和によって数学的に意味づけられ, 非摂動効果と密接な関係を持つ(リサージェンス)。これを実現するソリトンがバイオンで, 2次元の非線形シグマ模型でバイオンを数え上げることに成功した。これを次元簡約した量子力学系では, バイオンに基づく非摂動効果を任意の高次まで評価することに成功した。</p> <p>We have succeeded to localize non-Abelian gauge fields in models with extra-dimensions. We constructed a model with domain walls breaking grand unified group to the standard model. Chiral fermions are localized on the domain wall, and moduli stabilization is achieved to yield desirable symmetry and to give masses to moduli fields. In quantum field theories, one generically finds divergent perturbation series, which are mathematically defined by Borel summation. The perturbative contribution and nonperturbative contributions have deep relation which is called resurgence. The solitons called bions are responsible for this resurgence. We succeeded to enumerate all types of bions in 2 dimensional nonlinear sigma models. In quantum mechanics, we succeeded to evaluate all possible bion contributions and found agreement with the rigorous results on the ground state energy in the case of nearly supersymmetric situation.</p> |
| Notes            | <p>研究種目 : 基盤研究(C)(一般)</p> <p>研究期間 : 2013 ~ 2016</p> <p>課題番号 : 25400271</p> <p>研究分野 : 素粒子物理学</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| Genre            | Research Paper                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| URL              | <a href="https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=KAKEN_25400271seika">https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=KAKEN_25400271seika</a>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the Keio Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

平成 29 年 5 月 17 日現在

機関番号：32612

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2013～2016

課題番号：25400271

研究課題名 (和文) ソリトン上の有効場理論とその物理的応用

研究課題名 (英文) Effective field theory on solitons and its physical application

研究代表者

坂井 典佑 (SAKAI, Norisuke)

慶應義塾大学・自然科学研究教育センター・訪問教授

研究者番号：80108448

交付決定額 (研究期間全体) : (直接経費) 3,600,000 円

研究成果の概要 (和文) : 余剰次元模型でのゲージ場の局在問題を解決し, 大統一群がドメインウォールで破れて, 低エネルギーで標準模型が生じる模型を構成した. ドメインウォール上にはカイラルなフェルミ粒子が局在し, 望ましい対称性が選ばれて, 不要なモジュライ場に質量が与えられる機構を与えた. 場の量子論では摂動級数は一般に発散するが, ボレル和によって数学的に意味づけられ, 非摂動効果と密接な関係を持つ (リサージェンス). これを実現するソリトンがバイオンで, 2次元の非線形シグマ模型でバイオンを数え上げることに成功した. これを次元簡約した量子力学系では, バイオンに基づく非摂動効果を任意の高次まで評価することに成功した.

研究成果の概要 (英文) : We have succeeded to localize non-Abelian gauge fields in models with extra-dimensions. We constructed a model with domain walls breaking grand unified group to the standard model. Chiral fermions are localized on the domain wall, and moduli stabilization is achieved to yield desirable symmetry and to give masses to moduli fields. In quantum field theories, one generically finds divergent perturbation series, which are mathematically defined by Borel summation. The perturbative contribution and nonperturbative contributions have deep relation which is called resurgence. The solitons called bions are responsible for this resurgence. We succeeded to enumerate all types of bions in 2 dimensional nonlinear sigma models. In quantum mechanics, we succeeded to evaluate all possible bion contributions and found agreement with the rigorous results on the ground state energy in the case of nearly supersymmetric situation.

研究分野：素粒子物理学

キーワード：リサージェンス 非摂動効果 超対称性 バイオン 場の局在 統一理論 標準模型 ドメインウォール

## 1. 研究開始当初の背景

(1) 永年待ち望まれてきた CERN の LHC 加速器が稼働を初め、ヒッグス粒子の検証に迫るだけでなく、さらに新しい物理現象を目指して実験成果を出しつつある。一方、超対称模型や余剰次元模型など、標準模型を超える統一理論の有望な模型が種々提案されているが、まだ決定的な模型はなく、新たな実験結果を踏まえて、これらの理論的可能性を再検討することが重要である。

(2) 場の量子論、特にその摂動論は大変よく確立されているが、強結合での非摂動的効果の理解に有効な方法を得ることが現段階での重要な課題である。摂動級数は一般に発散するが、近年摂動論の発散級数と非摂動効果の間に密接な関係があるというリサージェンス現象の理解が進展している。

## 2. 研究の目的

(1) 余剰次元模型では、高次元時空中の部分空間である「ブレーン」の上に標準模型の粒子が局在することを前提としている。標準模型粒子がどのようにしてブレーン上に局在することができるかを理解することは、余剰次元模型のもっとも基本的な課題である。

(2) 摂動論の発散級数はボレル和という数学的方法によって意味づけることができる。その際生じる不定虚部が、対応する非摂動効果の不定虚部との間で相殺し、摂動効果と非摂動効果を合わせることで初めて経路積分の厳密な定義ができる。これがリサージェンスと呼ばれる現象である。これを用いて非摂動効果の理解を発展させることが大きな目標である。

## 3. 研究の方法

(1) ブレーンに局在する粒子の中でも、特にゲージ粒子を局在させることが永年にわたってもっとも困難な課題であった。しかし、ゲージ結合定数を場の関数に格上げすると、適切なドメイン・ウォールが生じた場合に、ウォールの外では閉じ込め相に対応して強結合ゲージ理論になるように模型を構築できる。この機構によって、非アーベル・ゲージ場を局在させることが可能になった。この

局在の機構は高次元の超対称な場の理論でも自然に実現でき、その結果、5次元理論に構成したドメイン・ウォール上の有効場理論として、4次元時空の非アーベル・ゲージ理論を得ることができる。さらに、この局在した非アーベル・ゲージ場のゲージ群の随伴表現に属する物質場がドメイン・ウォール上に自然に局在するように模型を作ることも可能である。しかし、標準模型のクォーク・レプトンは基本表現であり、このような随伴表現以外の物質場を局在させることが大きな課題である。さらに、カイラルな物質場の局在を説明することも大きな課題である。

(2) リサージェンスで中心的な役割を果たすのは、パイオンと呼ばれる(分数)インスタントンと反インスタントンの複合ソリトンである。2次元の場の量子論や、量子力学系でパイオンによって生じる非摂動効果を高次まで正確に求めることが一つの具体的な目標である。得られた非摂動効果の結果を検証するために、厳密な結果を他の方法で計算できる場合を考察する。特に超対称性理論や擬可解系の近傍での展開を行い、非自明なリサージェンス現象が生じる一方で、精密な計算が可能である量子力学や場の量子論の系を検討する。

(3) 弦理論から示唆される非摂動効果の計算法として、AdS/CFT 対応がある。この方法をテストするために、2次元可解系を境界として持つ3次元重力理論を考察することが有意義である。もっとも野心的な課題としては、離散化した2次元可解系そのものについて、AdS/CFT 対応を理解することができれば、離散化した3次元重力理論を理解するための示唆が得られる可能性がある。

## 4. 研究成果

(1) 局在したゲージ場と相互作用をする物質場をドメイン・ウォール上に局在させることに成功し、その模型と弦理論でのDブレーンとの類似性を明確にした。複数のドメイン・ウォールの相対位置がずれることで対称性の自発的破れが生じ、ヒッグス機構が働くことを発見した。この機構を幾何学的ヒッグス機構と呼ぶ。解のパラメータの値に関わらず、有効ゲージ結合定数の二乗が正定値になるという安定化条件を満たす模型を構成した。(2) 局在したゲージ場と物質場について、大統一理論のSU(5)群を用いて具体的な模型を構築した。モジュライ安定化機構を取り入れ、この模型の力学を解くことによって、低エネルギーで標準模型が得られる可能性があることを示した。特にカイラル・フェルミ粒子がドメイン・ウォールに局在する模型が自然に構成できる。

(3) ゲージ理論のヒッグス相では磁気単極子から出る磁束が細い束になって反磁気単極子に到達する。この磁気単極子・反磁気単極子系の力学を詳しく解析した。この系に束縛状態または共鳴状態が存在する可能性を指

摘した。

(4)位相的場の理論から得られる「局所化の方法」を用いると、超対称ゲージ理論などで、様々な物理量を容易に厳密計算できる。その例として、ヒッグス相のソリトンのモジュライ空間の体積を求める方法を提案した。具体的な応用として、渦糸(ボーテックス)だけでなく、ドメイン・ウォールのモジュライ空間の体積を求めることに適用した。

(5)リサージェンス理論で非摂動効果を与えるソリトンは、バイオンと呼ばれている。2次元の場の量子論である  $CP(N-1)$  シグマ模型やグラスマン・シグマ模型で、バイオンを数え上げることに成功し、弦理論のDブレーンとの関係を調べた。特に、 $CP(N-1)$ 模型には荷電バイオンがないことを世界で初めて明らかにした。

(6)1次元方向をコンパクト化して半径を小さくする極限を取ると(次元簡約)、2次元  $CP(N-1)$ シグマ模型は  $CP(N-1)$ 量子力学となる。量子力学系での非摂動効果を系統的に評価する方法を考案した。具体的には、サインゴルドン量子力学に適用して、高次の非摂動効果を求め、他の方法で得られた結果と比較して系統的な計算法が正しい結果を与えることを示した。

(7)弦理論で示唆されている  $AdS/CFT$  対応を理解するために、2次元格子上のイジング模型を取り上げ、その連続極限と3次元重力理論との対応を調べた。その過程で、トーラスの複素構造を反映した格子上の離散的なイジング模型の厳密解を構成することに成功した。得られた2次元境界上の離散的な厳密解に対応する3次元重力理論は離散的な重力理論と考えられるが、これを解析することは今後の課題である。

(8)リサージェンス理論で重要な役割を果たすバイオンは  $CP(N-1)$ シグマ模型などでも、一般には安定な厳密解ではない。しかし、理論を複素化して、フェルミ場を導入することによって、 $CP(N-1)$ 量子力学の場合に、バイオンが厳密解となることを示した。さらに、バイオン背景場上の微小揺らぎの量子効果を与える関数行列式を求め、擬モジュライ積分を世界で初めて具体的に遂行した。この結果、超対称性が成り立つ場合には基底エネルギーが予想通り消えることを示した。

(9) $CP(N-1)$ 量子力学やサインゴルドン量子力学を例にとり、非摂動効果の任意の高次項を評価することを世界で初めて行った。そのために、(ユークリッド)時間が有限の場合にすべてのバイオン解を系統的に求め、その非摂動効果への寄与を評価した。特に、超対称理論の周りに微小変形した系の場合には非摂動効果も含めた厳密解が得られる。複素化した理論での我々のバイオン解から来る非摂動効果を用いて、この厳密解を完全に再現できることを示した。これらの結果は、場の量子論でのリサージェンスの理解を進め、非摂動効果を具体的に求めるための大きな手

がかりとなる。

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計 12 件)

① M. Arai, F. Blaschke, M. Eto, N. Sakai, Non-Abelian Gauge Field Localization on Walls and Geometric Higgs Mechanism, 査読有, Prog. Theor. Exp. Phys., 掲載決定

② T. Fujimori, S. Kamata, T. Misumi, M. Nitta, N. Sakai, Exact Resurgent Trans-series and Multi-Bion Contributions to All Orders, 査読有, 掲載決定, Phys.Rev.

③ T. Fujimori, S. Kamata, T. Misumi, M. Nitta, N. Sakai, Phys.Rev.D94, No.10, 105002 (2016) 1-25, 査読有, Nonperturbative contributions from complexified solutions in  $CP(N-1)$  models, DOI:10.1103/PhysRevD.94.105002

④ 坂井 典佑, 摂動論の現代的意義, サイエンス社, 数理科学, 639, 2016, 5-7, 査読無

⑤ T. Misumi, M. Nitta, N. Sakai, Non-BPS exact solutions and their relation to bions in  $CP(N-1)$  models, JHEP 1605, 057 (2016) 1-42, DOI:10.1007/JHEP05(2016)057, 査読有

⑥ 坂井 典佑, 場の量子論とは何か?, サイエンス社, 数理科学, 633, 2016, 8-13, 査読無

⑦ S. Matsuura, N. Sakai, Ising model on a twisted lattice with holographic renormalization-group flow, 査読有, Prog. Theor. Exp. Phys. 2015, No. 11, 113B02 (2015) 1-21, DOI:10.1093/ptep/ptv147

⑧ T. Misumi, M. Nitta, N. Sakai, Resurgence in sine-Gordon quantum mechanics: Exact agreement between multi-instantons and uniform WKB, 査読有, JHEP 1509, 157 (2015) 1-40, DOI:10.1007/JHEP1509 157 (2015) 157

⑨ T. Misumi, M. Nitta, N. Sakai, Neutral bions in the  $CP(N-1)$  model for resurgence, J. Phys. Conf. Ser. 597, No.1, 012060 (2015) 1-10, DOI:10.1088/1742-6596/597/1/012060, 査読有

⑩ T. Misumi, M. Nitta, N. Sakai, Classifying bions in Grassmann sigma models and non-Abelian gauge theories by D-branes, Prog. Theor. Exp. Phys. 2015, No.3, 033B02 (2015) 1-42, 査読有,

DOI:10.1093/ptep/ptv009

⑪ M. Arai, F. Blaschke, M. Eto, N. Sakai, DOI:10.1007/JHEP09(2014)172, Dynamics of slender monopoles and anti-monopoles in non-Abelian superconductor, JHEP 1409, 172 (2014) 1-39、査読有

⑫ T. Misumi、M. Nitta、N. Sakai、DOI:10.1007/JHEP06(2014)164、査読有、Neutral bions in the CP(N-1} model, JHEP 1406, 164 (2014) 1-29

⑬ M. Arai, F. Blaschke, M. Eto, N. Sakai, Stabilizing matter and gauge fields localized on walls, Prog.Theor.Exp.Phys. 2013, 093B01 (2013), 1-21、査読有、DOI: 10.1093/ptep/ptt064

⑭ K.Ohta, N.Sakai, Y.Yoshida、査読有、Prog.Theor.Exp.Phys. 2013, No.7, 073B03 (2013) 1-32、Localization Method for Volume of Domain-Wall Moduli Spaces、DOI:10.1093/ptep/ptt052

〔学会発表〕(計 9 件)

①N.Sakai, Non-perturbative Contributions from Complexified Solutions in CP1 Quantum Mechanics, Conference on Stokes phenomenon, Resurgence and Physics at IRMA, 2016 年 10 月 14 日, Strasbourg(FRANCE),

② N.Sakai, Multi-instanton Contributions and Complexified Bion Solutions in Quantum Mechanics, Resurgence in Gauge and String Theories at IST, 2016 年 7 月 22 日, Lisbon(PORTUGAL),

③ N.Sakai, Resurgence in quantum mechanics and in 2D Grassmann sigma models, Resurgence mini-workshop at National Taiwan University, 2015 年 12 月 16 日, Taipei(Taiwan),

④ N.Sakai, Resurgence in sine-Gordon Quantum Mechanics, First International Workshop on Nuclear Structure, Hadron Physics and Field Theory at IMP, 2015 年 9 月 7 日, Lanzhou(China),

⑤N.Sakai, Classifying bions in Grassmann sigma models and non-Abelian gauge theories by D-branes, 日本物理学会第 70 回年会, 2015 年 3 月 24 日, 早稲田大学, (東京都, 新宿区),

⑥N.Sakai, Classifying bions in Grassmann sigma models and non-Abelian gauge theories by D-branes, Workshop on

Topological Solitons 2015, 2015 年 2 月 2 日, 慶應義塾大学, (神奈川県, 横浜市),

⑦ N.Sakai, Neutral bions in the CP(N-1) model for resurgence, XXXth International Colloquium on Group Theoretical Methods in Physics (Group 30) at Ghent University, 2014 年 7 月 17 日, Ghent(Belgium),

⑧ N.Sakai, Gauge Fields and Matter Localized on Domain Walls, TeV-scale physics after the discovery of the Higgs particle, 2014 年 2 月 25 日, 東京女子大学(東京都, 杉並区),

⑨ N.Sakai, Gauge Fields and Matter Localized on Domain Walls, Mathematics and physics of topological solitons, 2014 年 1 月 5 日, 名古屋大学(愛知県, 名古屋市),

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕

○出願状況(計 0 件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
出願年月日：  
国内外の別：

○取得状況(計 0 件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
取得年月日：  
国内外の別：

〔その他〕  
ホームページ等

## 6. 研究組織

### (1)研究代表者

坂井 典佑 (SAKAI, Norisuke )  
慶應義塾大学・自然科学研究教育センター・訪問教授  
研究者番号： 80108448

### (2)研究分担者

( )

研究者番号：

### (3)連携研究者

( )

研究者番号：

(4)研究協力者

( )