慶應義塾大学学術情報リポジトリ
Keio Associated Repository of Academic resouces

Title	ランダム媒質中の確率過程の漸近挙動とランダム媒質の研究
Sub Title	On asymptotic behaviors of stochastic processes in random environments and properties of random environments
Author	田村, 要造(Tamura, Yozo) 坂川, 博宣(Sakagawa, Hironobu) 鈴木, 由紀(Suzuki, Yuki) 前島, 信(Maejima, Makoto) 佐々田, 槙子(Sasada, Makiko) 田中, 洋(Tanaka, Hiroshi) 厚地, 淳(Atsuji, Atsushi)
Publisher	
Publication year	2012
Jtitle	科学研究費補助金研究成果報告書 (2011.)
JaLC DOI	
Abstract	ランダム媒質中の確率過程の漸近挙動に関しては、主に多次元ランダム媒質中の拡散過程の再帰性が調べられた。不連続な媒質として 1次元安定過程の和で与えられる多次元ランダム媒質、連続な媒質としては自己相似性を持つガウス型ランダム媒質中の拡散過程に対し再帰性の結果が与えられた。また、より一般の媒質中の拡散過程の長時間漸近挙動調べるために、確率積分に対応するカレントの長時間での大偏差原理を明示的な速度関数を用いて示した。ランダム媒質に関しては主に自己分解可能性を持つ分布の特徴づけに関する研究がなされた。
Notes	研究種目：基盤研究(C) 研究期間：2009～2011 課題番号：21540144 研究分野：数物系科学 科研費の分科・細目：数学・数学一般
Genre	Research Paper
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=KAKEN_21540144seika

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the KeiO Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

様式Ｃ－１９

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成２４年３月３１日現在

機関番号：３２６１２
研究種目：基盤研究（Ｃ）
研究期間：2009～2011
課題番号：２１５４０１４４
研究課題名（和文）　ランダム媒質中の確率過程の漸近挙動とランダム媒質の研究

研究課題名（英文）　On asymptotic behaviors of stochastic processes in random environments and properties of random environments

研究代表者
田村 要造（TAMURA　YOZO）
慶應義塾大学・理工学部・教授
研究者番号：50171905

研究成果の概要（和文）：　ランダム媒質中の確率過程の漸近挙動に関しては、主に多次元ランダム媒質中の拡散過程の再帰性が調べられた。不連続な媒質として１次元安定過程の和で与えられる多次元ランダム媒質、連続な媒質としては自己相似性を持つガウス型ランダム媒質中の拡散過程に対し再帰性の結果が与えられた。また、より一般の媒質中の拡散過程の長時間漸近挙動調べるために、確率積分に対応するカレントの長時間での大偏差原理を明示的な速度関数を用いて示した。ランダム媒質に関しては主に自己分解可能性を持つ分布の特徴づけに関する研究がなされた。

研究成果の概要（英文）：　On asymptotic behaviors of stochastic processes in random environments , mainly the recurrence properties of diffusion processes in multi-dimensional random environments are investigated. As discontinuous random environments, those having the form of sums of 1-dimensional stable processes are treated and as continuous random environments, multi-dimensional Gaussian random environments are considered. The recurrence properties of diffusion processes in those environments are proved. To investigate long time asymptotic behaviors of diffusions in more general environments, the large deviation principle for long time behaviors of current corresponding to stochastic integral is obtained with explicit rate function. On the properties of random environments, mainly some characterizations of self-decomposable distributions are given.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合　計
2009 年度	1,000,000	300,000	1,300,000
2010 年度	800,000	240,000	1,040,000
2011 年度	800,000	240,000	1,040,000
年度			
年度			
総　計	2,600,000	780,000	3,380,000

研究分野：　数物系科学
科研費の分科・細目：　数学・数学一般
キーワード：　確率論

１．研究開始当初の背景

ランダム媒質中のランダムな粒子の運動に関しては多くの研究がなされてきた。特に、あるランダムな媒質が与えられたときその中の拡散過程の挙動を調べるために拡散過程に対応する基本解を用いた研究が多くな

されてきた。
一方 1 次元のランダム媒質中のランダムウォークに関しては 1982 年に Y. G. Sinai によって長時間における極限定理の研究が始められ、その後 Th. Brox によって対応する 1 次元ランダム媒質中の拡散過程に対する極限定理が示された。さらに 1 次元ウィナー媒質中の拡散過程に対しては、その極限分布の特定や極限定理の精密化の研究が進められた。
1 次元でこのような研究が進んだのは、媒質であるブラウン運動のパスの性質について詳細な知見が得られていたことが大きな理由の一つと考えられる。

２．研究の目的
ここでは１次元ランダム媒質で使われたような確率論的な手法を用いて、多次元ランダム媒質中の確率過程に関する知見を得ることを目的とした。
またさらに、多次元の場合により一般の結果を得るため、あるいはさらに詳しい結果を得るために必要な関連する研究、また媒質に関する研究を行うことも目的とした。
またランダム媒質自信の正当性を与えるためのミクロな粒子系の研究も目指した。

３．研究の方法
このような研究を進めるために、先ずランダム媒質中の確率過程に関して知られている結果の収集を行った。また関連するテーマに関する知見や、最新の結果を収集した。その上で共同研究者や関連分野の研究者との研究討論を通し研究を進めていった。
本研究費は主に上のような方法で進めるのために必要な機器の購入、資料収集、整理のための謝金、また研究連絡、討論のための旅費として使われた。

４．研究成果
(1) ランダム媒質中の確率過程について
① 先ずランダム媒質が不連続な場合にその中の拡散過程の再帰性について調べた。この場合には独立な 1 次元ランダム媒質中の拡散過程を並べた多次元拡散過程を含む 1 次元安定過程の和の形のランダム媒質中のブラウン運動について調べた。多次元ブラウン運動は 3 次元以上では再帰性を持たないことはよく知られているが、独立なランダム媒質中のブラウン運動を並べた場合には、媒質に対する弱い仮定の下で、次元に依らず再帰性を持つことが示された。この結果は各次元毎に、ランダム媒質である安定過程のパラメータが異なるようなより一般の場合にも成立することが示された。
② 連続なランダム媒質の場合には、自己相似あるいは半自己相似性をもつランダム媒質を念頭に、一般の媒質中のブラウン運動に対して、それが再帰性をもつための十分条件を与えた。次にこの結果をガウス型の多次元ランダム媒質中のブラウン運動に応用し、ガウス型媒質の共分散関数を用いて十分条件を与えた。ガウス型の場合には混合性の条件も共分散関数を用いて表せるので、再帰性に対する十分条件を共分散で与えることができた。
③ いわゆる狭義のランダム媒質の問題とはやや異なるが、広い意味でのランダム媒質中の確率過程の問題として、単純な排他過程に対する流体力学的極限のような長時間の極限定理が多く研究されている。ここではこのような問題を多種粒子の排他過程に一般化するための基礎となる評価も研究された。すなわち、多種粒子系の対称な単純排他過程に対するスペクトル・ギャップに関する詳しい評価が与えられた。

(2) ランダム媒質中の拡散過程研究の手法について
より一般のランダム媒質中の拡散過程に対する長時間漸近挙動を調べるための一つの手段として、時間に関する経験分布に対する大偏差原理を確率積分にまで一般化した。このような確率積分に関する大偏差原理についてはいくつかの結果が知られていたが、いずれもマルチンゲール部分に対応するもので、速度関数がわかりやすい形では与えられていなかった。ここでは、確率積分に対応するカレントと経験分布を同時に考えることで、速度関数がわかりやすい形で明示的に与えられた。さらに確率積分に対応するカレントの位相についても、次元に依存しない形で与えられた。

(3) ランダム媒質について
ランダム媒質に関しては、主にその分布の特徴づけに関する研究が行われた。より一般のランダム媒質を考えていく上で重要な一つの分布のクラスとして自己分解可能分布がある。自己分解可能分布は独立な確率変数の和に対する極限分布として特徴づけられることはよく知られているが、ここでは、このような

考え方がより一般化した形で与えられた。すなわち自己分解可能分布を一般化したα-自己分解可能分布が導入され、これが一般のレヴィ過程に対するOrnstein-Uhlenbeck 過程の分布の時間に関する極限分布をとることで特徴づけられた。

５．主な発表論文等
（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計 15 件）

① Hiroshi Takahashi and Yozo Tamura, Limiting behavior of multi-dimensional diffusion processes in stable Levy environment with different indices, 統計数理研究所共同研究レポート, 査読無, 275, 2012, pp. 100-105
② Hiroshi Takahashi and Yozo Tamura, Limiting Behavior of multi-dimensional diffusion process in stable Levy environment, 統計数理研究所共同研究レポート, 査読無, 262, 2011, pp. 129-135
③ Seiichiro Kusuoka, Hiroshi Takahashi and Yozo Tamura, Recurrence of diffusion process in Gaussian field, 統計数理研究所共同研究レポート, 査読無, 262, 2011, pp. 136-141
④ Yukio Nagahata and Makiko Sasada, Spectral gap for multi-species exclusion processes, Journal of Statistical Physics, 査読有, 143, 2011, pp. 381--398
⑤ Serge Cohen and Makoto Maejima, Selfdecomposability of moving average fractional Levy processes, Statistics and Probability Letters, 査読有, 81, 2011, pp.1664--1669
⑥ Takahiro Aoyama, Makoto Maejima and Yohei Ueda, Several forms of stochastic integral representations of gamma random variables and related topics, Probability and Mathematical Statistics, 査読有, 31, 2011, pp. 99--118
⑦ Shigeo Kusuoka, Kazumasa Kuwada and Yozo Tamura, Large deviations for stochastic line integrals as L^p currents, Probability Theory and Related Fields, 査読有, 147, 2010, pp. 649-674
⑧ Makoto Maejima and Yohei Ueda, α-decomposable distributions and related Ornstein-Uhlenbeck type processes, Stochastic Processes and their Applications, 査読有, 120, 2010, pp. 2363-2389
⑨ Makoto Maejima and Yohei Ueda, Compositions of mappings of infinitely divisible distributions with applications to finding the limits of some nested subclasses, Electronic Communications of Probability, 査読有, 15, 2010, pp. 227-239
⑩ Hironobu Sakagawa, Confinement of the two dimensional discrete Gaussian free field between two hard walls, Electronic Journal of Probability, 査読有, 14, 2009, pp. 2310-2327
⑪ Hironobu Sakagawa, Entropic repulsion of the massless field with a class of self-potentials, Journal of statistic Physics, 査読有, 135, 2009, pp. 467-481
⑫ Makoto Maejima and Ken-iti Sato, The limits of nested subclasses of several classes of infinitely divisible distributions are identical with the closure of the class of stable distributions, Probability Theory and Related Fields, 査読有, 145, 2009. pp. 119-142

〔学会発表〕（計 9 件）

① 高橋 弘, レヴィ媒質中の多次元拡散過程の漸近挙動について, 無限分解可能過程に関連する諸問題 (16), 2011 年 11 月 12 日, 統計数理研究所
② 前島 信, 狭義安定確率のレヴィ過程による確率積分表現について, 無限分解可能過程に関連する諸問題 (16), 2011 年 11 月 12 日, 統計数理研究所
③ 上田 陽平, 対称完全自己分解可能確率変数の級数表現について, 無限分解可能過程に関連する諸問題 (16), 2011 年 11 月 12 日, 統計数理研究所
④ 前島 信, α-自己分解可能分布とそれに関連する Ornstein-Uhlenbeck 過程, 日本数学会年会, 2011 年 3 月 20 日, 早稲田大学理工学部
⑤ 上田 陽平, ガンマ分布の種々の確率積分表現, 日本数学会年会, 2011 年 3 月 20 日, 早稲田大学理工学部
⑥ 佐々田 槙子, 速度を持つ粒子系に対する流体力学極限, 日本数学会年会 統計分科会特別講演, 2011 年 3 月 20 日, 早稲田大学理工学部

６．研究組織

(1)研究代表者

田村 要造（TAMURA　YOUZO）
慶應義塾大学・理工学部・教授
研究者番号：50171905

(2)研究分担者

坂川 博宣（SAKAGAWA　HIRONOBU）
慶應義塾大学・理工学部・講師
研究者番号：60348810

鈴木 由紀（SUZUKI　YUKI）
慶應義塾大学・医学部・講師
研究者番号：30286645

前島 信（MAEJIMA　MAKOTO）
慶應義塾大学・理工学部・名誉教授
研究者番号：90051846

佐々田 槙子（SASADA　MAKIKO）
慶應義塾大学・理工学部・助教
研究者番号：00609042

(3)連携研究者

田中 洋（TANAKA　HIROSHI）
慶應義塾大学・理工学部・名誉教授
研究者番号：70011468

厚地 淳（ATSUJI　ATSUSHI）
慶應義塾大学・経済学部・教授
研究者番号：00221044