Title	教育投資と経済成長
Sub Title	Investment in education and economic growth
Author	津曲, 正俊
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	1994
Jtitle	三田学会雑誌 (Keio journal of economics). Vol.86, No.4 (1994. 1) ,p.379(47)- 393(61)
JaLC DOI	10.14991/001.19940101-0047
Abstract	
Notes	論説
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-19940101-0047

「三田学会雑誌」86巻4号（1994年1月）

教育投資と経済成長[(1)]

津　曲　正　俊

1　序

本論文の目的は，経済成長にとって知識の蓄積が重要であるという認識にたち，知識の蓄積がどのように決定されるかについて考察することである。知識の蓄積は様々な形で行われるが，ここでは一つの重要な形態である教育投資に焦点をあてる。特に教育投資の社会的水準の決定とそれが経済成長率に与える影響が議論の中心である。

本論文で考察する教育投資は，個人の効率単位で測られた労働力を高めるような投資である。効率単位の労働力の増加は，人口が一定のもとでより多くの労働力を生産に投入できるという形で表される。また，その増加は財の生産に寄与するだけでなく，よりいっそうの効率単位の労働力を蓄積するためにも重要な役割を果す。これは高い効率単位の労働力は多くの知識量を体現しており，知識は新しい知識を蓄積するための重要な要素となると考えられるからである。本論文では効率単位の労働力を人的資本という言葉で表現する。

教育投資は，教育の成果を享受する個人がその費用を自己負担するという形態とは別に，親が子の教育費を支払うというように下の世代の教育費を上の世代が支払うという形態でも頻繁に行われている。このような上の世代の行動の説明として，親が子供の効用水準に関心をもつという利他的動機，あるいは将来子供から十分な扶養を得ることを目的とした保険的動機などがしばしばとり上げられている。これらの動機に基づく教育投資と経済成長の関係は例えばEhrlich = Lui（1991），Glomm = Ravikumar（1992）でモデル化されている。

ただし，このような利他的動機や保険的動機によって上の世代がその世代自身にとって最も望ま

注（1）　本稿の作成にあたって大山道広，川又邦雄，長名寛明諸教授と細田衛士助教授に貴重なコメントをいただいた。ここに記して感謝したい。ただし，ありうべき誤りはすべて筆者が負うものである。

なお本論文は，筆者著の「経済成長理論の新展開」（1993，三菱経済研究所）に掲載した論文に加筆，修正を行ったものである。

しい教育投資を実現しているとは限らない。本論文ではそれ以外にも上の世代の個々人によっては認識されることのない下の世代を教育する利益が存在することを明示的に示す。論点は次のように簡単にまとめられる。ある一時点において上の世代が過去の貯蓄行動によって蓄積した実物資本を生産者に供給し，同時期に下の世代が労働力を生産者に供給するという状況を想定してみよう。これはある程度現実の傾向を反映していると思われる。供給する生産要素が異なるという世代間の役割分担がある場合には，下の世代が高い人的資本を保有し，より多くの労働力を生産に供給することで実物資本の収益率は上昇し，実物資本を供給している上の世代に利益をもたらす。この場合，上の世代は保有する実物資本の大きさを減らしてでも下の世代を教育するために費用を支払うことでより高い効用を享受する可能性がある。ただし，上の世代に対する利益は実物資本の収益率に与える効果を通じてであり，完全競争の設定では各個人には自主的に教育投資を行う誘因はない。これは，政策的に教育投資が実現されることの根拠を与えると考えられる。

以上の論点を明確にするために，ここでは，ある一家計がヤング期（若年期），ミドル期（中年期），オールド期（老齢期）（本論文では一貫して各世代のことをこのように呼ぶ）と三期間生きる三世代の重複世代モデルを用いて分析を行う。モデルの形態は，Buiter = Kletzer（1991）とほぼ同じであり，ヤングは教育活動，ミドルは生産への人的資本の供給，オールドは生産への実物資本の供給というように各世代は異なった役割を果すことを通じて社会にかかわっている。ただし，Buiter = Kletzer ではヤングの自主的な学習努力に基づく教育投資を考察し，二国間の経済成長率の格差と教育政策の手段の関係を分析しているのに対して，本論文では教育政策の形で行われる上の世代から下の世代への教育投資がもつ意味を明確にするためにこのモデルを用いた。なお教育政策はミドルの人的資本の一部分がヤングの教育のために用いられるという形態で行われるものとした。上述した論点をこのモデルに対応させて言いかえると次のようになる。ある世代にとって，一つ下の世代がより高い人的資本を保有することは，実物資本の収益率を高める効果を通じてより高い効用をもたらすため，ミドル期に保有する人的資本の一部分を下の世代を教育するために裂くことが利益になりうる。

本論文のもう一つの重要な論点は政策的に行われる教育投資がどのような水準に決定されるかという問題である。各期にはヤング，ミドル，オールドと三つの世代が共存しており，教育政策はこれらの世代の意向を反映して行われると考えるのが妥当である。ただし，参政権などの現実の制度的制約からミドルとオールドの意向に注目することが特に重要と思われる。ミドルの人的資本が教育投資に用いられ生産により少なく供給されることは実物資本の収益率を下げるため，オールドは教育投資に資源が費やされることを望まないであろう。一方，上述したようにミドルは，次期の実物資本の収益の増加効果を考慮にいれて一定規模の教育投資が行われることを望む。このような世代間の利害対立は日本でも高齢化社会が進むにつれて現実的な問題として重要になるであろう。本論文では政策決定の背後にある世代間の利害対立を明確にする。さらに，どの世代の意向がより強

く政策決定に反映するかに依存して，教育投資と経済成長率がどの水準になるか，あるいは将来世代の効用水準がどのようになるかについて考察する。

第二節ではモデルを記述する。第三節では短期均衡とその性質について述べる。そして教育投資に関する世代間の利害関係について議論する。第四節では政府による教育政策の決定について考察する。教育政策と人的資本の蓄積率の関係を主に論じる。第五節では長期均衡とその性質について考察する。第六節では結論を述べる。

2　モデル

〔家計の行動〕

家計の行動に関する基本的な枠組は，Buiter = Kletzer（1991）の三世代の重複世代モデルとほぼ同じである。これは，ある期に生まれた世代が，ヤング期（若年期），ミドル期（中年期），オールド期（老齢期）の三期にまたがって生きるモデルであり，ある一期には三つの世代が併存している。ヤング期は教育を受ける期間である。この期に受ける教育が次期に保有する人的資本を決定する。ミドルはこのヤング期に獲得した人的資本を生産に供給することで賃金所得を獲得する。ただし，ミドルは所有する人的資本を財の生産に投入する以外に同時期に共存するヤングの教育に用いることも可能である。ミドルは，獲得した賃金所得の一部分をミドル期の消費に当て，残りを実物資本として蓄積する。オールド期にはミドル期に蓄積した実物資本を生産者に供給することでそれからの収益を獲得する。この所得はオールド期の消費に当てられる。

以上の設定にしたがって家計の行動を定式化する。特に s 期に生まれた家計の行動に注目する。今後この世代を s 世代と呼ぶことにする。さらに s 世代に関連する変数は原則として右肩に s を添えて表す。右下の添え字は主に家計が実際にその変数を選択する期を示すことにする。

各世代の人口は一定で人口の増加はないとする。s 世代の代表的消費者の s 期を基準とした効用関数を時間について分離可能な形に特定化する。

$$\log U^s_s = \delta \log C^s_{s+1} + \delta^2 \log C^s_{s+2} \qquad 0 < \delta < 1 \qquad (1)$$

C^s_{s+1}；s 世代の $s+1$ 期の財の消費量
C^s_{s+2}；s 世代の $s+2$ 期の財の消費量

U^s_sは s 世代が s 期に持つ効用関数である。簡単化のためヤングは財の消費は行わないと仮定する。δ は時間選好の程度を表す定数である。このように時間について分離可能な形に特定化することで，s 世代が $s+1$ 期と $s+2$ 期に享受する効用レベルを表すことが可能となる。

$$\log U^s{}_{s+1} = \log C^s{}_{s+1} + \delta \log C^s{}_{s+2} \tag{2}$$

$$\log U^s{}_{s+2} = \log C^s{}_{s+2} \tag{3}$$

これはまた，ある s 期に$U^s{}_s$，$U^{s-1}{}_s$，$U^{s-2}{}_s$の効用レベルを享受する三タイプの家計が存在することを意味している。

次に教育投資のレベルと教育の成果の関係についての特定化を行う。様々な可能性が考えられるが，ここでは後の議論を簡単にするため次のような特定化を用いる。

$$H^s{}_{s+1} = H^s{}_s + E^{s-1}{}_s B \tag{4}$$

$H^s{}_s$；s 世代が生得的に保有する人的資本の水準

$H^s{}_{s+1}$；教育投資の結果，s 世代が獲得する人的資本の水準

$E^{s-1}{}_s$；ヤング（s 世代）を教育するために費やされる s 期のミドル（$s-1$ 世代）の人的資本の量。

本論文では教育に投入されるのは人的資本のみであり実物資本は用いられないと仮定している。つまり教育の成果はミドルの人的資本の投入によって獲得される。また仮に教育投資が行われない場合でも当初の水準は維持されることを想定している。Bは教育投資の効率性を表す定数のパラメタである。

s 世代が当初保有する人的資本$H^s{}_s$は上の世代の人的資本の水準と正の相関にあると考えられる。人的資本とはいわば知識の水準である。仮に教育投資が行われない場合でも，知識は上の世代から下の世代へのスピルオーバーをつうじて受け継がれるものである。本論文では完全なスピルオーバーが生じると仮定する。つまり s 世代のヤングが当初保有する人的資本と $s-1$ 世代のミドルの人的資本の間には次の関係が成り立つ。

$$H^s{}_s = H^{s-1}{}_s \tag{5}$$

（4）式と（5）式より世代を通じての人的資本の成長率は次のように表される。

$$\Gamma_s = \frac{[H^s{}_{s+1} - H^{s-1}{}_s]}{H^{s-1}{}_s} = g_s - 1 \tag{6}$$

$$g_s = 1 + e^{s-1}{}_s B \tag{7}$$

なお

$$e^{s-1}{}_s = \frac{E^{s-1}{}_s}{H^{s-1}{}_s} \tag{8}$$

である。

s 世代のミドルはヤング期に獲得した人的資本$H^s{}_{s+1}$を，$s+1$ 期に生産者に供給して賃金所得

を獲得する。ただし，上で述べたように所有する人的資本をすべて財の生産に供給するのではなく，一部分は下の世代の教育に用いることが可能である。ここではその割合を（8）式にしたがってe^{s}_{s+1}で表す。w_{s+1}を$s+1$期の人的資本の収益率とすると賃金所得は，$w_{s+1}(1-e^{s}_{s+1})H^{s}_{s+1}$で表される。本論文では$e^{s}_{s+1}$を政策的に決定される値と考え，家計にとっての外生変数として扱う。(2) ミドルは賃金所得の一部分を$s+1$期の消費に当て，残りを実物資本として蓄積する。したがって，次の関係が成立する。

$$C^{s}_{s+1}+K_{s+2}=w_{s+1}(1-e^{s}_{s+1})H^{s}_{s+1} \tag{9}$$

s世代のオールドは蓄積した実物資本K_{s+2}を生産に供給し実物資本からの収益を獲得する。収益率をr_{s+2}とするとこの期の所得は$r_{s+2}K_{s+2}$で表される。オールドはこれを消費に当てる。したがって，

$$C^{s}_{s+2}=r_{s+2}K_{s+2} \tag{10}$$

の関係が成立する。

s世代は（9）(10) 式の制約のもとでの効用最大化行動をとる。その結果は次のように表される。

$$C^{s}_{s+1}=[1/(1+\delta)]w_{s+1}(1-e^{s}_{s+1})H^{s}_{s+1} \tag{11}$$

$$C^{s}_{s+2}=r_{s+2}[\delta/(1+\delta)]w_{s+1}(1-e^{s}_{s+1})H^{s}_{s+1} \tag{12}$$

$$K_{s+2}=[\delta/(1+\delta)]w_{s+1}(1-e^{s}_{s+1})H^{s}_{s+1} \tag{13}$$

各変数を人的資本一単位当たりで表示したものをアルファベットの小文字で表すと家計の主体的均衡式は以下のように書きかえることができる。

$$c^{s}_{s+1}=[1/(1+\delta)]w_{s+1}[1-e^{s}_{s+1}] \tag{11$'$}$$

$$c^{s}_{s+2}=r_{s+2}[\delta/(1+\delta)]w_{s+1}[1-e^{s}_{s+1}] \tag{12$'$}$$

なお，

$$c^{s}_{s+1}=\frac{C^{s}_{s+1}}{H^{s}_{s+1}} \qquad c^{s}_{s+2}=\frac{C^{s}_{s+2}}{H^{s}_{s+1}}$$

である。

（1）（2）（3）（4）（7）(11) (12) 式に対応する関係が各期に成り立つことを考慮に入れると，s期に共存する各世代のs期を基準とした効用水準は次のように表すことができる。

$$\begin{aligned}\log U^{s}_{s}=&\ \delta[(1+\delta)\log w_{s+1}(1-e^{s}_{s+1})g_{s}+\delta\log r_{s+2}]\\&+(\delta+\delta^{2})\log H^{s}_{s}+\delta\log[1/(1+\delta)][\delta/(1+\delta)]^{\delta}\end{aligned} \tag{14}$$

注（2） e^{s}_{s+1}を外生変数として考える以外に，政府がミドルに一括税の形で課税し，その税収を教育に投入する人的資本に対する報酬として支払うことが考えられる。この場合，税額が外生変数，e^{s}_{s+1}は内生変数として考えることができる。これは教育公務員が税金で雇用されている現状にそった解釈である。

$$\log U^{s-1}{}_{s} = (1+\delta)\log w_{s}(1-e^{s-1}{}_{s})\, g_{s-1} + \delta \log r_{s+1}$$
$$+(1+\delta)\log H^{s-1}{}_{s-1} + \log[1/(1+\delta)][\delta/(1+\delta)]^{\delta} \qquad (15)$$
$$\log U^{s-2}{}_{s} = \log r_{s} + \log w_{s-1}(1-e^{s-2}{}_{s-1})\, g_{s-2}$$
$$+\log H^{s-2}{}_{s-2} + \log[\delta/(1+\delta)] \qquad (16)$$

〔生産者の行動〕

生産者は家計から供給された人的資本Hと実物資本Kを用いて財Xの生産を行う。生産関数は，簡単化のためコブ＝ダグラス型に特定化する。

$$X = F(H,\ K) = DH^{\sigma}K^{1-\sigma} \qquad 0<\sigma<1$$

Dは生産性を表すパラメタである。完全競争を仮定するとs期の生産に用いられる生産要素H_s, K_sと，r_s, w_sの間には次の関係が満たされる。

$$r_{s} = F_{K}(H_{s},\ K_{s}) = f'(k_{s}) = D(1-\sigma)k_{s}^{-\sigma} \qquad (17)$$
$$w_{s} = F_{H}(H_{s},\ K_{s}) = f(k_{s}) - k_{s}f'(k_{s}) = D\sigma k_{s}^{1-\sigma} \qquad (18)$$

なお$f(k_s) = F(1,\ k_s)$, $k_s = K_s/H_s$である。

3　短期均衡とその性質

はじめにt期における短期均衡の特徴づけを行う。ここでの短期均衡は財市場と要素市場の需給均衡が同時に満たされる状況である。ただし，t期のミドルとオールドの予算制約式が等号で満たされている状況では財の需給均衡は必ず成立する。したがって，要素市場の均衡のみに焦点を当てれば十分である。

またこの節では政策変数であるeの各期の値は外生的に与えられていると考えて短期均衡を定義する。次の節ではeの内生化を行うが，この節ではそれに先立つ分析としてt期の教育投資$e^{t-1}{}_{t}$に関してt期の各世代がどのような利害をもつか明確に示す。

本論文では実物資本が生産に用いられるのは一期限りで，その後に完全に減耗してしまうと仮定する。その場合，t期に供給される実物資本の総量は，$t-2$世代によって$t-1$期に蓄積された実物資本の量に等しくなる。このような仮定をおいた理由は，知識というものは一度獲得されれば世代間のスピルオーバーを通じて下の世代に恩恵を与えるが，機械や設備等に代表される実物資本は長期的には使いものにならなくなり下の世代に恩恵をもたらすことはないと考えるからである。よって，t期の実物資本の供給量は（13）式より次のように表される。

$$K_t = [\delta/(1+\delta)]\, w_{t-1}(1 - e^{t-2}{}_{t-1})\, H^{t-2}{}_{t-1} \tag{13$'$}$$

一方，t 期の人的資本の供給量をH_tで表す。これは$t-1$世代のt期の人的資本の保有量から下の世代の教育に用いる$e^{t-1}{}_t H^{t-1}{}_t$を差し引いた

$$H_t = (1 - e^{t-1}{}_t) H^{t-1}{}_t \tag{19}$$

で表される。したがってt期の実物資本と人的資本の供給比率は，(4)(5)(8)式を考慮に入れることで次のように表される。

$$k_t = \frac{K_t}{H_t} = \frac{[\delta/(1+\delta)]\, w_{t-1}(1 - e^{t-2}{}_{t-1})}{[(1 + e^{t-2}{}_{t-1}B)(1 - e^{t-1}{}_t)]} \tag{20}$$

(20) 式と前節で求めた (17)(18) 式から実物資本と人的資本に関する需給均衡が特徴づけられる。(17)(18) 式は要素価格を所与として二つの生産要素の需要比率を決定する式である。この需要比率が (20) 式で表される供給比率に等しくなる状況がここでの生産要素に関する需給均衡である。なお実物資本と人的資本の収益率の均衡値は

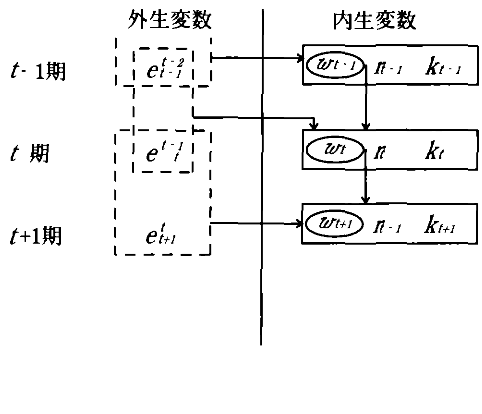
$$r_t = f'(k_t) = D(1-\sigma)\, k_t^{-\sigma} \tag{17$'$}$$

$$w_t = f(k_t) - k_t f'(k_t) = D\,\sigma\, k_t^{1-\sigma} \tag{18$'$}$$

で表される。

t 期の短期均衡は (17)$'$ (18)$'$ (20) 式によって決定される。前述したように各期の e が外生的に与えられているので$e^{t-2}{}_{t-1}$，$e^{t-1}{}_t$は外生変数である。またw_{t-1}は一期前に実現された所与の値である。したがって，上の三式は$e^{t-2}{}_{t-1}$，$e^{t-1}{}_t$，w_{t-1}を所与としてk_t，r_t，w_tを決定する式である。ただし，w_{t-1}は，(18)$'$と (20) 式に対応する関係が各期に成立することからわかるように，$e^{t-2}{}_{t-1}$，$e^{t-3}{}_{t-2}$，w_{t-2}に依存する値である。外生変数と内生変数の関係を図示すると**図 1** のように表される。**図 1** に示されている矢印は各変数間の因果関係を表している。例えば$e^{t-2}{}_{t-1}$の大きさは直接的にt期の内生変数に影響するだけでなく，w_{t-1}への影響を通じて間接的にt期の内生変数に影響する。

図　1



次にt期の政策変数である$e^{t-1}{}_t$と各期の生産要素の収益率の関係を考察する。特にt期の各世代の効用レベルと$e^{t-1}{}_t$の関係を分析するときに必要となるものに焦点をあてる。

(17)(18) 式から

$$d \log w = -[(1-\sigma)/\sigma]\, d \log r \tag{21}$$

が成り立つ。この関係から分かるように人的資本の収益率と実物資本の収益率の間には負の相関がある。したがって，ここでは$e^{t-1}{}_t$が実物資本の収益率に与える影響のみに注目する。(17)′ (18)′ (20) 式に対応する関係が各期において成立することから，$e^{t-1}{}_t$とr_t，r_{t+1}，r_{t+2}の関係は次のように表される。

$$\frac{\partial \log r_t}{\partial e^{t-1}{}_t} = -\sigma \frac{\partial \log k_t}{\partial e^{t-1}{}_t} = -\frac{\sigma}{(1-e^{t-1}{}_t)} < 0 \tag{22}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \log r_{t+1}}{\partial e^{t-1}{}_t} &= -\sigma \frac{\partial \log k_{t+1}}{\partial e^{t-1}{}_t} \\
&= -\sigma \left[\frac{\partial \log w_t}{\partial e^{t-1}{}_t} - \frac{1}{(1-e^{t-1}{}_t)} - \frac{B}{[1+e^{t-1}{}_t B]} \right] \\
&= \frac{\sigma^2}{(1-e^{t-1}{}_t)} + \frac{\sigma B}{[1+e^{t-1}{}_t B]} > 0
\end{aligned} \tag{23}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \log r_{t+2}}{\partial e^{t-1}{}_t} &= -\sigma \frac{\partial \log k_{t+2}}{\partial e^{t-1}{}_t} = -\sigma \frac{\partial \log w_{t+1}}{\partial e^{t-1}{}_t} \\
&= (1-\sigma) \frac{\partial \log r_{t+1}}{\partial e^{t-1}{}_t} > 0
\end{aligned} \tag{24}$$

$e^{t-1}{}_t$の上昇はt期の生産に投入される人的資本のレベルを減少させ，t期の実物資本の収益率を低下させる。一方，$e^{t-1}{}_t$の上昇は (20) 式に対応する関係が各期に成立することからわかるように$t+1$期に生産に投入される実物資本の量を減少させる効果と下の世代の人的資本のレベルを高めることを通じて$t+1$期に生産に投入される人的資本のレベルを増加させる効果をもつ。両者の効果はk_{t+1}は下落させ，r_{t+1}を上昇させる。またk_{t+1}の下落はw_{t+1}への効果を通じてk_{t+2}を減少させる。その結果，$t+2$期の実物資本の収益率は上昇する。

以上の関係を用いることで$e^{t-1}{}_t$とt期に共存する各世代の効用レベルの関係を求めることができる。教育投資$e^{t-1}{}_t$に関して世代間の利害対立があることを明確に示すため，各世代にとって最適な教育投資の水準についても考察する。

(14) 式を$s=t$とおき$e^{t-1}{}_t$で微分すると

$$\begin{aligned}
\partial \log U^t{}_t / \partial e^{t-1}{}_t &= \delta(1+\delta)[\partial \log w_{t+1}/\partial e^{t-1}{}_t + \partial \log g_t/\partial e^{t-1}{}_t] \\
&\quad + \delta^2 (\partial \log r_{t+2}/\partial e^{t-1}{}_t)
\end{aligned} \tag{25}$$

となる。この式からわかるように$e^{t-1}{}_t$はt世代の効用に対して三つの効果をもつ。$e^{t-1}{}_t$の増加はg_tを高めることを通じてt世代の$t+1$期の賃金所得を上げる効果をもつが，逆に$t-1$世代の実物資本の蓄積を減らしt世代の人的資本の収益率w_{t+1}を下げる効果をもつ。さらにw_{t+1}の減少はk_{t+2}を下げるため$t+2$期の実物資本の収益率を増加させる効果をもつ。上の関係をゼロとおき (21) (23) (24) 式を考慮にいれることでこの世代にとっての最適な$e^{t-1}{}_t$を求めることができ

る。その値を$e^{Yt-1}{}_t$とすると，

$$B>(1-\phi^Y)/\phi^Y \text{のとき} e^{Yt-1}{}_t=\frac{[\phi^Y B-(1-\phi^Y)]}{B}$$

$$\phi^Y=\frac{(1+2\delta-\delta\sigma)}{[(1+2\delta-\delta\sigma)+(1-\sigma)(1+\delta-\sigma\delta)]}<1$$

$$\mathrm{B}\leqq(1-\phi^Y)/\phi^Y \text{のとき} e^{Yt-1}{}_t=0$$

で表される。

次に$t-1$世代のt期の効用と$e^{t-1}{}_t$の関係について考える。(15) 式を$s=t$とおき$e^{t-1}{}_t$で微分すると

$$\partial\log U^{t-1}{}_t/\partial e^{t-1}{}_t=(1+\delta)[\partial\log w_t/\partial e^{t-1}{}_t-1/(1-e^{t-1}{}_t)] \\ +\delta\partial\log r_{t+1}/\partial e^{t-1}{}_t \qquad (26)$$

となる。(21) (22) 式より右辺の大括弧の中は$-\sigma/(1-e^{t-1}{}_t)$と負の値になる。これは$e^{t-1}{}_t$の上昇が$t-1$世代の賃金所得を減少させることを意味する。一方，$e^{t-1}{}_t$の上昇は次期の実物資本の収益率を上昇させる効果をもつ。この式をゼロとおくことで最適な$e^{t-1}{}_t$が求まる。その値を$e^{Mt-1}{}_t$とすると

$$e^{Mt-1}{}_t=\frac{[\phi^M B-(1-\phi^M)]}{B} \qquad (27)$$

$$\phi^M=\frac{\delta}{[\delta+(1+\delta-\sigma\delta)]}<1$$

で表される。以下では$e^{Mt-1}{}_t>0$を保証する条件である$B>(1-\phi^M)/\phi^M$を仮定する。$\phi^Y>\phi^M$であるのでこの仮定のもと$e^{Yt-1}{}_t>0$が成り立つ。なおこの仮定は

$$1>1/[\delta(B+\sigma-1)]>0 \qquad (28)$$

と書きかえることができる。

つまり，(28) 式が満たされている場合には，$t-1$世代のミドルは人的資本の一部をヤングの教育に割くことによって効用レベルを高めることができる。これは教育によって下の世代の人的資本を高めることで次期の実物資本の収益率を上昇させることができるためである。この結果は，財の生産がミドルの人的資本とオールドの実物資本を用いて行われるという世代間の役割分担の設定から生じる。なお$e^{Mt-1}{}_t$が$e^{Yt-1}{}_t$より小さいことは容易に確かめられる。

最後に$t-2$世代の効用と$e^{t-1}{}_t$の関係について考える。(16) 式を$s=t$とおき$e^{t-1}{}_t$で微分すると次のようになる。

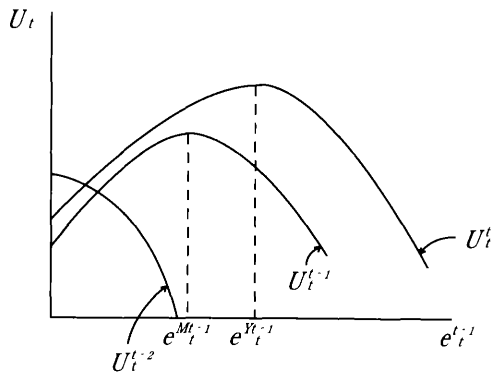
$$\partial\log U^{t-2}{}_t/\partial e^{t-1}{}_t=\partial\log r_t/\partial e^{t-1}{}_t<0 \qquad (29)$$

$e^{t-1}{}_t$の増加はt期のオールドの効用レベルを減少させる。これは，ミドルがヤングの教育により多くの人的資本を費やす結果，t期の実物資本の収益率が低下し，オールドの所得が減少するた

めである。したがって，オールドにとって望ましい $e^{t-1}{}_t$ の値はゼロである。

$e^{t-1}{}_t$ と各世代の効用の関係を図示すると**図 2**のようになる。この図からわかるように望ましい教育投資の水準はオールド，ミドル，ヤングと下の世代になるにつれて大きくなる。ここでの設定では，ミドルの各個人が自主的な教育投資を行わないため，仮に教育投資が政策的に行われないケースではオールドにとって望ましい状況が実現される。つまり，教育政策はオールドの効用を犠牲にしてミドルとヤングの効用水準を高める効果をもつ。

図 2



4 教育政策の決定

前節では各期の e の値を外生変数とみなして t 期の短期均衡を定義し，t 期の教育投資 $e^{t-1}{}_t$ に関する各世代の利害関係について検討した。この節では政府による教育投資の決定について考察する。

t 期において政府は，ヤングを教育するために費やされるミドルの人的資本に占める割合 $e^{t-1}{}_t$ の量をコントロールする。t 期には t 世代のヤング，$t-1$ 世代のミドル，$t-2$ 世代のオールドが共存している。t 期の政府の目的関数はこれらの世代の効用水準を考慮に入れたものであると考えられる。ただし，ここでのヤングは学校教育を受ける年代に対応しており，参政権などの制度的な問題や政治的な交渉力の問題から，政策決定に大きな影響力をもつとは思われない。したがって，ミドルとオールドの効用のみを反映する形の t 期の政府の目的関数を次のように特定化する。

$$\log W_t = \Theta_M \log U^{t-1}{}_t + (1-\Theta_M)\log U^{t-2}{}_t \qquad 0<\Theta_M<1 \qquad (30)$$

政府は両世代に同等の価値を与えるとは限らず，各世代の交渉力等に依存して異なったウエイトで評価する可能性を考慮に入れる。Θ_M はミドル，$1-\Theta_M$ はオールドに対するウエイトを表すパラメタで，それぞれの値が大きいほど対応する世代が重要視される。このパラメタの値は時間を通じて一定であると仮定する。

この節では（30）式に基づく t 期の教育投資 $e^{t-1}{}_t$ の決定のみに注目して考察するが，他の期の e についても各期の（30）式に対応する政府の目的関数に基づいて決定される。

t 期の政府は，（30）式で表される目的関数を最大にするように行動する。このような $e^{t-1}{}_t$ は，（30）式を $e^{t-1}{}_t$ で微分してゼロとおくことで求めることができる。その値を $e^{Wt-1}{}_t$ で表す。さらに記述の便宜上，次の記号を定義する。

$$e^{W*} \equiv \frac{[\phi^W B - (1-\phi^W)]}{B}$$

$$\phi^W \equiv \frac{1}{[(2-\sigma)+1/(\delta\Theta_M)]} < 1$$

上の記号を用いると $e^{Wt-1}{}_t$ は次のように表される。なおここでの場合分けは（28）式を考慮に入れた結果である。

$$1 > \Theta_M > 1/[\delta(B+\sigma-1)] \text{のとき} \ e^{Wt-1}{}_t = e^{W*} \quad (31)$$

$$0 < \Theta_M \leqq 1/[\delta(B+\sigma-1)] \text{のとき} \ e^{Wt-1}{}_t = 0 \quad (32)$$

（31）式と（32）式からわかるように教育投資の水準は時間に依存しない値として求まる。この結論は次のように説明できる。各世代の効用水準を表す式，要素価格，要素供給比率といった関係を考慮に入れて（30）式を書きかえると対数線形式の形になり，しかも $e^{t-1}{}_t$ を含む項には他の時間に依存する変数は入ってこないことが確かめられる。したがって，（30）式を $e^{t-1}{}_t$ で微分した偏導関数は $e^{t-1}{}_t$ のみの関数となり，これを 0 とおいて $e^{t-1}{}_t$ について解いたものは時間に依存しない。効用関数，政府の目的関数，生産関数（を対数変換したもの）が対数線形式であるという特定化に依存していることはいうまでもない。

（31）（32）式より（6）式で与えた人的資本の成長率 Γ_t の水準が決まる。この値を $\Gamma^W{}_t$ で表すと次のようになる。

$$1 > \Theta_M > 1/[\delta(B+\sigma-1)] \text{のとき} \ \Gamma^W{}_t = \Gamma^{W*} \quad (33)$$

$$0 < \Theta_M \leqq 1/[\delta(B+\sigma-1)] \text{のとき} \ \Gamma^W{}_t = 0 \quad (34)$$

なお $\Gamma^{W*} = \phi^W B - (1-\phi^W) > 0$ とおいている。つまり，人的資本の成長率も時間を通じて一定である。ϕ^W が δ と Θ_M の増加関数であることから $\partial\Gamma^W{}_t/\partial\delta \geqq 0$，$\partial\Gamma^W{}_t/\partial\Theta_M \geqq 0$ は明らかである。Θ_M の上昇が人的資本の成長率を増加させるという結果は，図 2 で示したミドルとオールドのそれぞれにとって望ましい教育投資の水準に差があることからわかる。

5　長期均衡とその性質

前節までの分析は教育政策の短期的な効果や政策決定の問題に焦点を当てた。この節では長期均衡を分析する。ここでの長期均衡は k，w，r が一定となる均衡として定義する。また，各期の政府によって選択される教育投資の水準とその結果生じる人的資本の成長率は，前節の（31）−（34）式に示した時間について一定の値であるとする。

（20）式を（18）式を考慮にいれて対数変換し，$e^{t-1}{}_t$，$e^{t-2}{}_{t-1}$ を e^{W*} で評価すると次のようになる。

$$\log k_t = (1-\sigma)\log k_{t-1} - \log(1+e^{W*}B) + J_0 \tag{35}$$

$$J_0 = \log\delta/(1+\delta) + \log D\sigma$$

$0<\sigma<1$ より k は時間を通じてある値へ収束する。これは長期均衡が安定的であることを意味する。k の長期均衡値を k^* とすると次のように示される。

$$\log k^* = (1/\sigma)\ [J_0 - \log(1+e^{W*}B)] \tag{36}$$

このとき（17）（18）（36）式から資本収益率の長期均衡値は

$$\log r^* = Q^r + \log(1+e^{W*}B) \tag{37}$$

$$\log w^* = Q^w - [(1-\sigma)/\sigma]\log(1+e^{W*}B) \tag{38}$$

$$Q^r = \log D(1-\sigma) - J_0$$

$$Q^w = \log D\sigma + [(1-\sigma)/\sigma] J_0$$

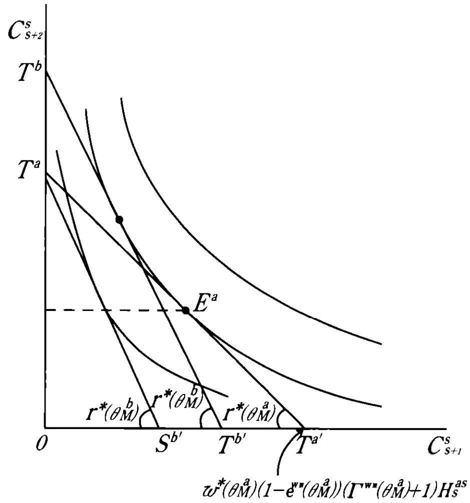
で表される。

これらの長期均衡値は（31）式の前提条件が満たされている場合に実現される値である。（32）式の前提条件が満たされている場合には（36）－（38）式の e^{W*} がゼロに置き換えられる必要がある。つまり，パラメタの大きさに依存して二つのタイプの長期均衡が生じる。Θ_M が大きく，（31）式の前提条件を満たす場合には経済成長率がプラスの値の Γ^{W*} となり，人的資本と実物資本も Γ^{W*} の率で増加する。一方，Θ_M が小さい場合には教育投資は行われずゼロ成長均衡に陥る。つまりミドルがオールドと比較して相対的に重要視される社会ではより高い経済成長率が実現される。

次に Θ_M の大きさと将来世代の効用水準の間にどのような関係があるか考察する。直観的には Θ_M の高い社会は教育投資の水準が大きく経済成長率が高いため将来世代のすべてにとって望ましいように思われるが，必ずしもそのようにならないケースが生じうる。このことを考察するために長期定常状態にある Θ_M の大きさの異なる独立した二つの社会の各世代の効用の比較を行う。以下では Θ_M の水準が正の教育投資を実現する $1/[\delta(B+\sigma-1)] < \Theta_M < 1$ の領域にある状況にしぼって分析を行う。

今，パラメタの中で Θ_M の大きさのみが異なる定常状態にある二つの独立した社会 a と b があり，それぞれの社会の Θ_M が $\Theta_M{}^a$，$\Theta_M{}^b$ で与えられているとしよう。なお $\Theta_M{}^a < \Theta_M{}^b$ を仮定する。（14）式を上で考察した長期均衡値で評価すると s 世代の効用水準は Θ_M とこの世代が当初保有する人的資本 $H^s{}_s$ の相違に依存して決まることがわかる。それぞれの社会における人的資本の値を $H^{as}{}_s$，$H^{bs}{}_s$ で表す。二つの社会の s 世代の効用水準の比較を行う前に社会 a の効用水準の図示を試みる。**図 3** は縦軸に $C^s{}_{s+2}$，横軸に $C^s{}_{s+1}$ をとったグ

図　3



ラフである。原点に対して凸の曲線は二つ社会について共通な無差別曲線である。

線$T^aT^{a'}$は（９）式と（10）式からK_{s+2}を消去し，長期均衡値で評価した式

$$C^s{}_{s+1}+C^s{}_{s+2}/r^*(\Theta_M{}^a)$$
$$=w^*(\Theta_M{}^a)(1-e^{W*}(\Theta_M))(\Gamma^{W*}(\Theta_M{}^a)+1)H^{as}{}_s \qquad (39)$$

を図示したものである。この線を社会aの予算制約線と呼ぶことにする。(39) 式はr^*，w^*，e^{W*}がΘ_Mに依存していることを明示的に示している。線分$OT^{a'}$は (39) 式の右辺で示されるミドル期の可処分所得の大きさを表している。線$T^aT^{a'}$と無差別曲線との接点E^aが社会aのs世代によって選択される値である。そして点E^aを通る無差別曲線が社会aのs世代の効用水準を表している。

次に社会bのs世代の効用水準が社会aのs世代を上回るか否かを考察する。(37) 式を考慮にいれると$\Theta_M{}^a<\Theta_M{}^b$より$r^*(\Theta_M{}^a)<r^*(\Theta_M{}^b)$ が成立する。このことから社会bの予算制約線は線$T^aT^{a'}$より急になることは明らかである。仮に社会bの予算制約線が図中の線$T^bT^{b'}$のようになる場合には社会bは社会aと同じ効用水準を享受する。つまり，社会bのミドル期の可処分所得が$OT^{b'}$を上回る場合には社会bの効用の方が高く，下回る場合には社会aの効用の方が高くなる。また社会bの予算制約線が$T^aS^{b'}$で与えられている場合には社会bのs世代は社会aより低い効用水準を享受するが，（３）式で示されるオールド期に享受する効用水準は等しくなる。つまり，ミドル期の可処分所得が$OS^{b'}$と$OT^{b'}$の間にある場合には，ヤング期とミドル期に享受する効用水準は社会aと比べて低いものの，オールド期に享受する効用水準は上回ることになる。どのような結論が生じるかは$H^{as}{}_s$と$H^{bs}{}_s$の差に決定的に依存している。そこでこの効果を除外するため$H^{as}{}_s=H^{bs}{}_s$が成り立つケースを考えてみよう。この場合でもδやσの値次第で様々な結論が生じる。そのことを示すためにs世代のs期の効用水準を$U^s{}_s=U(\Theta_M,\ H^s{}_s)$，オールド期に享受する効用水準を$U^s{}_{s+2}=U_0(\Theta_M,\ H^s{}_s)$で表し，$\partial U(\Theta_M,\ H^s{}_s)/\partial\Theta_M$と$\partial U_0(\Theta_M,\ H^s{}_s)/\partial\Theta_M$の符号を見ることで二つの社会の効用水準の相違を検討する。簡単化のためにσについて三つの数値例を与え，そのときの結論を**表 1** にまとめた。計算は (14) 式と (16) 式を長期均衡値

表　1

<table>
<tr><th></th><th colspan="2">$\partial U(\Theta_M,\ H^s{}_s)/\partial\Theta_M$</th><th>$\partial U_0(\Theta_M,\ H^s{}_s)/\partial\Theta_M$</th></tr>
<tr><td>$\sigma=\frac{1}{4}$</td><td colspan="2">−</td><td>−</td></tr>
<tr><td rowspan="2">$\sigma=\frac{1}{2}$</td><td>$\Theta_M>\frac{2}{2+\delta}$</td><td>$\Theta_M<\frac{2}{2+\delta}$</td><td rowspan="2">+</td></tr>
<tr><td>−</td><td>+</td></tr>
<tr><td>$\sigma=\frac{3}{4}$</td><td colspan="2">+</td><td>+</td></tr>
</table>

で評価し，それぞれをΘ_Mで微分することで求められる。表1からわかるようにσが大きいときは$U^s{}_s$，$U^s{}_{s+2}$はΘ_Mに関して増加関数になる傾向がある。これは（38）式よりσが大きいときにはΘ_Mの上昇によるe^{W*}の増加が人的資本の収益率をそれほど低下させないためである。つまり，可処分所得の低下要因が小さくなることを意味している。

以上の考察からt世代以降の二つの社会の各世代の効用比較の結論は次の二つにまとめることができる。まず第一に$H^{at}{}_t = H^{bt}{}_t$に対して$U(\Theta_M{}^a,\ H^{at}{}_t) < U(\Theta_M{}^b,\ H^{bt}{}_t)$が成り立つケースでは$s \geqq t$を満たすすべての$s$について$U(\Theta_M{}^a,\ H^{as}{}_s) < U(\Theta_M{}^b,\ H^{bs}{}_s)$が成立する。これは$\Theta_M{}^a < \Theta_M{}^b$より社会$b$の方が経済成長率が高いため$s > t$において常に$H^{as}{}_s < H^{bs}{}_s$が成立するためである。つまり，$t$世代を含むすべての将来世代にとってミドルのウエイトが高い社会が望ましい。

一方，$H^{at}{}_t = H^{bt}{}_t$に対して$U(\Theta_M{}^a,\ H^{at}{}_t) > U(\Theta_M{}^b,\ H^{bt}{}_t)$が成り立つケースでは，$t \leqq s \leqq t'$を満たす$s$について$U(\Theta_M{}^a,\ H^{as}{}_s) > U(\Theta_M{}^b,\ H^{bs}{}_s)$，$t' < s$を満たす$s$について$U(\Theta_M{}^a,\ H^{as}{}_s) < U(\Theta_M{}^b,\ H^{bs}{}_s)$となるような$t'$が存在する。このケースでは，$b$国は成長率の高い社会であるにもかかわらず，$t$世代以降のすべて世代が$a$国と比較して高い効用を獲得するとは限らない。将来世代の中にはオールドに対するウエイトの高い社会を望む世代が存在する。ただし，時間とともに$H^{bs}{}_s$と$H^{as}{}_s$の差が広がるため社会bの効用水準が上回るようになる。また，$H^{at}{}_t = H^{bt}{}_t$に対して$U(\Theta_M{}^a,\ H^{at}{}_t) > U(\Theta_M{}^b,\ H^{bt}{}_t)$である場合でも$U_0(\Theta_M{}^a,\ H^{at}{}_t) < U_o(\Theta_M{}^b,\ H^{bt}{}_t)$となる可能性がある。これは，ミドルに対するウエイトの高い社会の方がヤング期やミドル期に享受する効用が低く，オールド期に享受する効用が高くなるといういくらか逆説的な結論である。

6 結　　論

本論文は政府による教育投資の決定と経済成長のかかわりについて考察した。政府はミドルの人的資本の一部をヤングの教育に投入することを政策手段として，その期に共存するミドルとオールドの効用にウエイトづけした目的関数を最大化する行動をとると考えた。このとき経済成長率は様々なパラメタに依存して決まる。特に重要なのは政府が各世代に与えるウエイトの大きさである。このパラメタが重要であるのは世代間に利害対立があるためである。ミドルには自らの人的資本をヤングの教育に無償で提供することによって利益を得る可能性があるのに対して，オールドは実物資本の収益率を高めるために人的資本がより生産に投入されることを望む。このような状況においてオールドに対するウエイト次第ではゼロ成長均衡に陥る可能性があることも示された。

本論文にはいくつかの残された問題がある。まずあげられるのは簡単化のためにモデルの設定にいくつか特殊な仮定をおいたことである。これらの簡単化の仮定を取り払いより一般的な設定で議論をする必要がある。また実質資本の取り扱いとして生産に用いられるのは一期限りであると仮定した。実質資本が世代間で取引される市場を明示的に入れると結論がどのように変わるか興味深い。

参 考 文 献

Buiter, W.H. and Kletzer, K.M. (1991), "Persistent Differences in National Productivity Growth Rates with a Common Technology and Free Capital Mobility : The Roles of Private Thrift, Public Debt, Capital Taxation, and Policy toward Human Capital Formation", *Journal of the Japanese and International Economics* 5 : 325-353

Ehrlich, I. and Lui, F.T. (1991), "Intergenerational Trade, Longevity, and Economic Growth", *Journal of Political Economy*, 99 : 1029-1059.

Glomm, G. and Ravikumar, B. (1992), "Public versus Private Investment in Human Capital : Endogenous Growth and Inequality", *Journal of Political Economy*, 100 : 818-834.

(経済学部研究助手)