

Title	非負値スプライン平滑化に関する研究
Sub Title	A study of nonnegative spline smoothing
Author	北原, 大地(Kitahara, Daichi)
Publisher	慶應義塾大学
Publication year	2025
Jtitle	学事振興資金研究成果実績報告書 (2024.)
JaLC DOI	
Abstract	スプライン関数とは微分も含めた連続性条件を満たした区分多項式であり，データの補間や平滑化に広く用いられている．値域が非負に限定されるデータに対する非負値スプライン平滑化も研究されており，従来はスプライン関数の非負性に対する十分条件を用いて最適解を求めている．しかし，スプライン関数の探索集合が狭まるため，最適値が若干劣化してしまう場合があった．今年度の研究で我々は，非可算無限個の不等式制約を扱える凸半無限計画法(Convex Semi-Infinite Programming: CSIP)を用いて，探索集合を狭めずに1次元非負値スプライン平滑化の最適解を計算することに成功した． 具体的には，まず1次元非負値スプライン平滑化を，スプライン関数の係数ベクトルを変数とするCSIPとして定式化した．この際に，スプライン関数の表現方法に関して，直接的な表現と，バーンスタイン多項式を用いた表現の2通りの定式化を用意した．次に，提案する上記のそれぞれの問題をMATLAB Optimization Toolboxのfseminfアルゴリズムで解くことで，十分条件を用いた従来法と比べて，より最適な解が求まることを数値実験で明らかにした．また，提案法の中でも，バーンスタイン多項式を用いた表現の方が，計算精度と計算速度の両面でより優れていることを確認した． MATLABのfseminfアルゴリズムは幅広い問題に対して適用できる汎用的なプログラムだが，そのために内部で様々な近似計算を行っている．内部の近似計算を削除して，1次元非負値スプライン平滑化により特化したアルゴリズムを作成することで，計算精度と計算速度を更に改善することが今後の課題として挙げられる． A spline function is a smooth piecewise polynomial and used for data interpolation and smoothing. Nonnegative spline smoothing is also studied, and previous research used a sufficient condition for the nonnegativity to find the optimal solution. However, the optimal value may be slightly degraded due to the limited feasible solutions. In this year's study, we used convex semi-infinite programming (CSIP), that can handle an infinite number of inequality constraints, to solve 1D nonnegative spline smoothing without the sufficient condition. Specifically, we first formulated 1D nonnegative spline smoothing as a CSIP with the coefficient vector of the spline function as the variable. Note that we prepared two CSIP formulations depending on the representation of the spline function. One is a simple and straightforward representation, and the other is the Bernstein polynomial representation. Next, we solved each of the above proposed problems using the fseminf algorithm in MATLAB Optimization Toolbox. Numerical experiments demonstrated that the proposed methods yield more optimal solutions than the conventional method using the sufficient condition. Furthermore, among the proposed methods, the formulation using the Bernstein polynomial representation was confirmed to be superior in both computational accuracy and speed. The MATLAB fseminf algorithm is a flexible program applicable to a wide range of problems, but it uses several internal approximations. A future challenge is to create a specialized algorithm focused on 1D nonnegative spline smoothing without the internal approximations, for further improvements in computational accuracy and speed.
Notes	
Genre	Research Paper
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=2024000001-20240212

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the KeiO Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

2024年度 学事振興資金（個人研究） 研究成果実績報告書

研究代表者	所属	理工学部	職名	専任講師	補助額	500千円 (特B)
	氏名	北原 大地	氏名(英語)	Daichi Kitahara		
研究課題（日本語）						
非負値スプライン平滑化に関する研究						
研究課題（英訳）						
A Study of Nonnegative Spline Smoothing						
1. 研究成果実績の概要						
スプライン関数とは微分も含めた連続性条件を満たした区分多項式であり，データの補間や平滑化に広く用いられている．値域が非負に限定されるデータに対する非負値スプライン平滑化も研究されており，従来はスプライン関数の非負性に対する十分条件を用いて最適解を求めている．しかし，スプライン関数の探索集合が狭まるため，最適値が若干劣化してしまう場合があった．今年度の研究で我々は，非可算無限個の不等式制約を扱える凸半無限計画法(Convex Semi-Infinite Programming: CSIP)を用いて，探索集合を狭めずに1次元非負値スプライン平滑化の最適解を計算することに成功した． 具体的には，まず1次元非負値スプライン平滑化を，スプライン関数の係数ベクトルを変数とするCSIPとして定式化した．この際に，スプライン関数の表現方法に関して，直接的な表現と，バーンスタイン多項式を用いた表現の2通りの定式化を用意した．次に，提案する上記のそれぞれの問題をMATLAB Optimization Toolboxのfseminfアルゴリズムで解くことで，十分条件を用いた従来法と比べて，より最適な解が求まることを数値実験で明らかにした．また，提案法の中でも，バーンスタイン多項式を用いた表現の方が，計算精度と計算速度の両面でより優れていることを確認した． MATLABのfseminfアルゴリズムは幅広い問題に対して適用できる汎用的なプログラムだが，そのために内部で様々な近似計算を行っている．内部の近似計算を削除して，1次元非負値スプライン平滑化により特化したアルゴリズムを作成することで，計算精度と計算速度を更に改善することが今後の課題として挙げられる．						
2. 研究成果実績の概要（英訳）						
A spline function is a smooth piecewise polynomial and used for data interpolation and smoothing. Nonnegative spline smoothing is also studied, and previous research used a sufficient condition for the nonnegativity to find the optimal solution. However, the optimal value may be slightly degraded due to the limited feasible solutions. In this year's study, we used convex semi-infinite programming (CSIP), that can handle an infinite number of inequality constraints, to solve 1D nonnegative spline smoothing without the sufficient condition. Specifically, we first formulated 1D nonnegative spline smoothing as a CSIP with the coefficient vector of the spline function as the variable. Note that we prepared two CSIP formulations depending on the representation of the spline function. One is a simple and straightforward representation, and the other is the Bernstein polynomial representation. Next, we solved each of the above proposed problems using the fseminf algorithm in MATLAB Optimization Toolbox. Numerical experiments demonstrated that the proposed methods yield more optimal solutions than the conventional method using the sufficient condition. Furthermore, among the proposed methods, the formulation using the Bernstein polynomial representation was confirmed to be superior in both computational accuracy and speed. The MATLAB fseminf algorithm is a flexible program applicable to a wide range of problems, but it uses several internal approximations. A future challenge is to create a specialized algorithm focused on 1D nonnegative spline smoothing without the internal approximations, for further improvements in computational accuracy and speed.						
3. 本研究課題に関する発表						
発表者氏名 (著者・講演者)		発表課題名 (著書名・演題)		発表学術誌名 (著書発行所・講演学会)		学術誌発行年月 (著書発行年月・講演年月)
荒井 浩貴, 北原 大地		凸半無限計画法を用いた1次元非負値スプライン平滑化		電子情報通信学会信号処理研究会		2025年3月