

論文審査の要旨および学識確認結果

報告番号	○甲／乙第 号	氏 名	鹿島 柊
論文審査担当者： 主査 慶應義塾大学教授 理学博士 太田 克弘			
副査 慶應義塾大学教授 理学博士 田村 明久			
慶應義塾大学教授 博士（情報理工学） 垣村 尚徳			
慶應義塾大学准教授 博士（理学） 小田 芳彰			
(論文審査の要旨) 鹿島柊君の学位請求論文は、「Colorings of Graphs and Vertex Partitions of Graphs with Degree Conditions」（グラフの彩色及び次数条件のもとでのグラフの頂点分割）と題し、全 10 章よりなる．与えられたグラフに対し、隣接する頂点が異なる色となるように各頂点に色を塗ることを頂点彩色とよび、主に必要な色数の最小値が問題となる．グラフの頂点彩色問題は、平面グラフの四色定理に端を発しグラフ理論の大きな一分野をなしており、様々に拡張され研究が進んでいる．本論文の第一部では、それら拡張された頂点彩色のうち、オンラインリスト彩色、odd 彩色、proper conflict-free 彩色（PCF 彩色）の概念に焦点をあて、それらと既存の彩色との違いについて説明を進めている．一方、グラフの頂点彩色は、頂点集合を独立頂点集合へ分割する問題と言い換えられるが、第二部では別の種類の分割構造を考え、グラフがその分割を持つための次数条件について、新たな不変量を導入することにより既存の結果を包括する新しい結果を得ている． 序論である第 1 章と第 2 章では、背景となる既存研究を総括し、以降の議論で必要となる基礎概念の定義とそれらの初等的性質を与えている．第一部の第 3 章から第 7 章では、頂点彩色の様々な拡張概念を扱っている．まず第 3 章ではオンラインリスト彩色について議論している．オンラインリスト彩色の概念は、リスト彩色の拡張として導入された概念であり、その都度彩色可能な頂点集合が指定される状況で彩色することを考える．オンラインリスト彩色とリスト彩色は、しばしば同様の振る舞いをすることがあるが、本論文では、完全 2 部グラフにおいても大きく異なった振る舞いをすることを証明している．証明には巧妙な数学的帰納法が用いられている．第 4 章では odd 彩色と PCF 彩色を導入する．これらの彩色は、各頂点に対してその近傍に現れる色の状況にも制約を与える彩色の概念である．外平面的グラフが 5 色で odd 彩色できることは知られていたが、第 5 章では odd 彩色に 5 色必要な外平面的グラフを完全決定している．第 6 章では、外平面的グラフを抽象化して拡張した k-tree とよばれるグラフの族に対して、odd 彩色に必要な色数の上界を、先行研究を大きく改善した形で与えている．また第 7 章では、PCF 彩色における Brooks 型定理とその拡張を与えている．ここで Brooks 型定理とは、彩色に必要な色数の上界を、そのグラフの頂点の最大次数の式で与えるものを指す．本論文では各頂点の次数を考慮した次数彩色の概念を導入し、いくつかのグラフの族で最善の上界を与え、過去の研究で予想として述べられている問題を部分的に解決している． 第二部の第 8 章から第 10 章では、グラフの頂点集合を分割し、各分割集合が 2-連結グラフを誘導するようにする問題を扱っている．そこでは、グラフの新たな不変量として、頂点数を限定しない「独立頂点集合上の次数和」に関するものを導入し、その次数条件のもとで 2-連結グラフへの分割、連結成分数を制限した 2-因子の存在についての結果を得ている． 以上本研究は、グラフの頂点彩色問題の様々な拡張概念にアプローチし、先行研究を包括しそれらを上回る新しい定理を得て、予想として述べられている問題に進展を与えている．またグラフの頂点分割問題に対しては、新たな次数条件の概念を導入し考察している．これらは、グラフの彩色問題など構造解析に関する重要な理論的成果であり、グラフ理論に貢献するところが少なくない．国外研究者との共同研究成果もあり、これは著者が自立して研究活動を行うために必要な高度な研究能力および学識を有することを示したものとと言える．よって、本論文の著者は博士（理学）の学位を受ける資格があるものと認める．			
学識確認結果	学位請求論文を中心にして関連学術について上記審査担当者で試問を行い、当該学術に関し広く深い学識を有することを確認した． また、語学（英語）についても十分な学力を有することを確認した．		