

地上加速型レールガンにおける
加速・過渡弾道数値解析

2022 年度

笠原弘貴

学位論文 博士(工学)

地上加速型レールガンにおける
加速・過渡弾道数値解析

2022 年度

慶應義塾大学大学院理工学研究科

笠原 弘貴

論文要旨

本論文では地上環境下で極超音速まで加速された飛翔体におけるサボ分離を三次元解析により調査した。数値解析において流体側に三次元圧縮性 Euler 方程式, 異なる速度で移動・回転する飛翔体・サボの運動を再現するために六自由度剛体運動方程式を用いた。

第一章では本研究における背景と動機, 先行研究について示した。第二章では本研究で使用した流体・剛体運動の支配方程式を示し, サボ分離再現のために利用した重合格子法および用いた計算手法の高速化のために分散メモリ型並列機における並列化方法を示した。

第三章では **Erengil** によって行われた地上環境下における極超音速サボ分離実験を対象とし本研究で構築した計算手法を用いて実験を再現し, 先行研究によって捉えられたサボ重心軌跡とピッチ角変化を対象に数値計算モデルの妥当性を検証した。飛翔体・サボから生じる離脱衝撃波は分離に従い異なる干渉形態を示し, 3 種類に分類された。分離初期において飛翔体・サボ間の流路が非定常的に閉塞することにより衝撃波がサボ前方で振動する干渉形態が生じた。分離中期において, サボ飛翔体を覆うように生じた離脱衝撃波はそれぞれの物体周りから生じる二種類の衝撃波に分離した。分離後期では飛翔体・サボ間で衝撃波が複数反射し, 飛翔体表面を沿うように不連続な圧力が形成された。サボ表面を 5 種類に分類し, 各領域における流体力・モーメントへの寄与率を解析した結果, サボ前方部のスコープ領域が分離を支配していることが示唆された。

第四章では共同研究によって行われた地上加速型レールガン実験における飛翔体加速, サボ分離を数値計算モデルにより再現した。加速過程において飛翔体前方に先行衝撃波が発生し, 管端付近の圧力分布を変化させた。また先行衝撃波によって誘起された極超音速流によりマッハディスクが加速管前方に形成された。分離過程において先行衝撃波による極超音速流は飛翔体の分離を阻害し, 流体现象のみによってサボ分離が遅延する可能性が示唆された。飛翔体・サボが先行衝撃波とマッハディスクを追い越す際に 2 つの異なる追い越し過程が確認された。衝撃波追い越し過程は飛翔体周りでの衝撃波に影響を与え, 先行衝撃波到達時点で飛翔体抗力が最大値を取り衝撃波貫通後に急激に減少する現象が発生した。第五章では主要な結論を示した。

Thesis Abstract

Three Dimensional CFD-RBD Analysis of Hypersonic Projectile Launched by Ground-based Railgun on Interior and Transitional Ballistics

This thesis investigated the interior and transitional ballistics on hypersonic projectiles launched by a ground-based railgun. A seamless calculation of the acceleration phase in the tube and the full separation process using three-dimensional computational fluid dynamics coupled with rigid body dynamics (CFD–RBD) was presented in this thesis to investigate the shock wave interactions around a railgun-launched projectile. The parallelization methods for distributed memory machines were proposed to accelerate the CFD-RBD calculation in massively parallel supercomputers.

The simulations based on the hypersonic launch experiment conducted by Erenkil were conducted to validate the CFD-RBD method proposed in this thesis. Although the rigid body assumption in the CFD–RBD method overestimated the vertical sabot movement compared with the experimental result, the numerical sabot movement showed a good agreement with the experimental one. Three types of shock wave interaction were observed: shock wave oscillation; shock wave transition; and shock wave sweep on the projectile. The shock waves from the projectile and the sabot oscillated around the projectile tip. This oscillation induced a significant aerodynamic perturbation on the projectile and the sabot. The sabot petals also collide with the projectile surface by high aerodynamic moment in the initial separation stage.

The interior and transitional ballistics were simulated to reveal shock wave interactions around a railgun-launched projectile. The railgun acceleration induced a normal shock wave propagating ahead of the projectile; when the projectile reached the tube end, a substantial expansion at the muzzle generated two shock waves, namely, a spherical precursor shock wave and a Mach disk, outside the tube. The high-pressure jet around the muzzle made the projectile/sabot suffer from the highest drag force just after discharge, which was about ten times larger than in steady flight.

In transitional ballistics, sabot separation could be divided into three stages based on the shockwave interaction around the projectile, i.e., flight behind the precursor shockwave, interaction with precursor shockwaves, single bow shock, and reflected shock. The high railgun acceleration induced a hypersonic jet around the muzzle, causing the sabot's separation delay in the first stage. Due to the relative Mach number variation

around the projectile, two types of shock wave overtaking process at precursor shock wave and Mach disk induced the unsteady projectile drag increase/decrease in the second stage. Multiple shock wave reflections between the projectile and the sabot generated a local high pressure of 10-15 MPa on the projectile surface, leading to projectile flight dispersion.

目次

1 章 序論	1
1.1 研究背景	1
1.2 レールガン(Railgun)	2
1.3 レールガンによる飛翔体加速・過渡・自由飛翔弾道過程	4
1.3.1 加速弾道過程	4
1.3.2 過渡弾道過程	5
1.3.3 自由飛翔弾道過程	6
1.4 地上型レールガンによる飛翔体に関する先行研究	7
1.5 本研究の目的	9
1.6 本論文の構成	10
2 章 数値計算法	15
2.1 支配方程式	15
2.1.1 Computational Fluid Dynamics(CFD)	15
2.1.2 Rigid Body Dynamics (RBD)	20
2.2 数値計算法	25
2.2.1 時間刻み決定法	25
2.3 非構造型格子法	26
2.3.1 データ保存点	27
2.3.2 高次精度化と勾配評価法	28
2.3.3 流束制限関数	30
2.3.4 境界条件	33
2.4 重合格子法	35
2.4.1 複雑形状の数値計算法	35
2.4.2 重合格子法における内外判定処理	37
2.4.3 重合格子法における内挿処理	43

2.4.4	重合格子法における Hole-cutting	43
2.5	並列計算法	44
2.5.1	非構造格子法における領域分割	45
2.5.2	プロセス割り当てと通信	45
2.5.3	重合格子法における MPI 並列化	48
3	章 極超音速サボ分離実験再現	69
3.1	解析対象及び計算条件	69
3.2	極超音速サボ分離における解析コードの妥当性検証	70
3.3	サボ分離過程	72
3.4	各分離段階における衝撃波干渉	74
3.4.1	First stage: Shock wave oscillation ($t = 0.0-0.7$ ms)	74
3.4.2	Second stage: Transition ($t = 0.7-1.0$ ms)	76
3.4.3	Third stage: Shock wave sweep on the projectile ($t = 1.0-2.0$ ms)	78
3.5	飛翔体サボ間の剛体衝突の影響	79
3.6	極超音速サボ分離に関する考察	80
3.6.1	サボ分離に対する流体力モデル	80
3.6.2	極超音速域におけるサボ設計指針	80
3.6.3	サボ分離に対する数値解析手法	82
3.7	二次元計算との比較	83
3.8	本章のまとめ	84
4	章 地上加速型レールガンの加速・分離過程解析	105
4.1	解析対象	105
4.2	初速 2501 m/s におけるサボ分離	105
4.2.1	サボ分離時における速度変動	106
4.2.2	サボ分離時における衝撃波干渉の遷移	106
4.2.3	衝撃波干渉と流体力変化	107
4.2.4	サボにおける圧力分布の非定常性	108
4.3	加速過程を考慮したサボ分離解析	109
4.3.1	計算条件	109

4.3.2 加速過程	109
4.3.3 分離過程	111
4.4 加速過程の有無がサボ分離に与える影響	119
4.5 本章のまとめ	119
5 章 結論	145
謝辞	149
参考文献	151
Appendix A. 二次元・三次元セルの幾何計算	159
Appendix B. CFD-RBD コードの検証	163

図表目次

1 章 序論

図 1.1	電磁加速器の概要図	11
図 1.2	電磁加速器の飛翔体, サボ, 電機子	11
図 1.3	一段式軽ガス銃の概要図	12
図 1.4	二段式軽ガス銃の概要図	12
図 1.5	レールガンによる加速・射出過程	13
図 1.6	サボ分離方式	14

2 章 数値計算法

図 2.1	慣性座標系と物体静止座標系	51
図 2.2	CFD-RBD の計算フロー	51
図 2.3	剛体運動方程式における座標系	52
図 2.4	Impulse-based 法における各ベクトルの定義	53
図 2.5	有限体積法における検査体積の構築方法	53
図 2.6	Green-Gauss method における勾配計算手法と参照セル	54
図 2.7	重合格子法における donor セル	54
図 2.8	重合格子法における内外判定	55
図 2.9	総セル数 n の 2 格子間における総当たり法による内外判定	55
図 2.10	二次元セル, 三次元セルにおける AABB オブジェクト	55
図 2.11	AABB オブジェクト化によるブロードフェーズ高速化	56
図 2.12	総セル数 n の 2 格子間における AABB オブジェクトによる総当たり法	56
図 2.13	等間隔空間分割法によるブロードフェーズ	57
図 2.14	AABB オブジェクトによる voxel へのセル登録	58
図 2.15	格子点が所属する voxel と donor セル	58
図 2.16	格子点とセル AABB が所属する voxel	58
図 2.17	四面体内挿における四面体と内挿点	59
図 2.18	重合格子法における Hole-cutting と内挿可能セル	60
図 2.19	Metis の前処理プログラムにおける入出力ファイル	61
図 2.20	総セル数 18 の格子における二並列計算時でのセル番号定義	62
図 2.21	二並列計算における袖領域セル番号と通信処理	63

図 2.22	packing, unpacking を使用した MPI 通信	64
図 2.23	部分配列機能を使用した袖交換通信.....	65
図 2.24	重合格子法を使用する際の計算担当領域割り当て法.....	66
図 2.25	重合格子法+MPI 並列における donor セル通信用配列作成	67

3 章 極超音速サボ分離実験再現

図 3.1	解析対象	87
図 3.2	解析に使用した計算格子.....	87
図 3.3	Erengil の実験との比較および格子解像度, 時間刻み検証	88
図 3.4	各格子解像度における対称面上($z=0$)飛翔体表面圧力分布 ($\nu=0.4$).....	89
図 3.5	サボ分離速度	90
図 3.6	可視化に使用する二つの対称境界面.....	90
図 3.7	衝撃波振動 ($t=0-0.7$ ms)での圧力分布と密度勾配による衝撃波可視化.....	91
図 3.8	衝撃波遷移 ($t=0.7-1.0$ ms)での圧力分布と密度勾配による衝撃波可視化.....	92
図 3.9	衝撃波スweep ($t=1.0-2.0$ ms)での圧力分布と密度勾配による衝撃波可視化.....	93
図 3.10	サボに作用する流体力, モーメント.....	94
図 3.11	サボスコープ部における衝撃波振動.....	95
図 3.12	スコープ部におけるよどみ評価用コントロールボリューム.....	96
図 3.13	サボスコープ部のコントロールボリュームにおける Inlet/outlet 質量流量.....	97
図 3.14	サボスコープ部のコントロールボリューム体積によって平均化したよどみ流体の質量変化	97
図 3.15	サボ表面における圧力分布履歴.....	98
図 3.16	サボ飛翔体周りにおける三次元衝撃波干渉.....	99
図 3.17	対称面上($z=0$)における飛翔体・サボ表面圧力履歴	100
図 3.18	サボの各領域に作用する流体力・モーメント.....	101
図 3.19	サボ分離軌跡における二次元三次元比較.....	102
図 3.20	二次元・三次元解析におけるサボに作用する流体力・モーメント	103
図 3.21	二次元・三次元解析における飛翔体サボ周りの圧力分布.....	104
表 3.1	Erengil による極超音速サボ分離実験におけるサボ	88
表 3.2	格子解像度検証の各格子における最小・最大セル幅と総セル数.....	88

4 章 地上加速型レールガンの加速・分離過程解析

図 4.1	解析対象	121
図 4.2	加速過程における飛翔体位置と加速プロファイル.....	122

図 4.3	初速 2501 m/s 計算における計算格子	122
図 4.4	サボ分離軌跡	123
図 4.5	サボ分離速度変化	123
図 4.6	飛翔体, サボ間における衝撃波干渉	124
図 4.7	サボ下面における衝撃波干渉	125
図 4.8	サボ分離時における流体力変化	126
図 4.9	サボに生じるピッチモーメント変化	127
図 4.10	サボ上下面($z = 0$)における圧力分布変化	127
図 4.11	分離過程解析に使用した計算格子	128
図 4.12	加速過程における管内の温度・圧力分布	129
図 4.13	砲内弾道過程における管外への衝撃波伝播過程	130
図 4.14	砲内弾道終了付近における管外中心軸上での圧力流速温度変化	131
図 4.15	砲内弾道終了付近($t = -0.132-0.0$ ms)での管外中心軸上の $x-t$ 線図	132
図 4.16	砲内弾道終了時における飛翔体前方の流れ場概要図	133
図 4.17	飛翔体, サボ間における衝撃波干渉 ($t = 0.075-1.09$ ms)	134
図 4.18	飛翔体に作用する x 方向流体力	135
図 4.19	サボに作用する流体力・モーメント	136
図 4.20	サボ分離軌跡とピッチ角度変化	137
図 4.21	極超音速流中を飛翔する飛翔体とサボ	138
図 4.22	密度勾配分布による衝撃波追い越し過程の可視化	139
図 4.23	対称面上における飛翔体, サボ圧力分布履歴	140
図 4.24	衝撃波追い越しにおける垂直衝撃波モデル	140
図 4.25	衝撃波追い越し時の飛翔体周りの衝撃波モデル解析	141
図 4.26	対称面上における飛翔体速度に対する相対マッハ数と圧力等値線	142
図 4.27	飛翔体, サボ間における衝撃波反射の可視化	143
図 4.28	加速有無によるサボ分離軌跡の変化	144

記号表

Symbols

a	係数	
A	投影面積	[m ²]
\mathbf{B}	磁束密度	[N/(A·m)]
c	音速	[m/s]
c_p	定圧比熱	[J/(kg·K)]
c_v	定積比熱	[J/(mol·K)]
C_D	抗力係数	[-]
D	抗力	[N]
e	単位体積あたりの全エネルギー	[J/m ³]
$\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$	単位ベクトル	[-]
e_{rest}	反発係数	[-]
$\mathbf{E}_c, \mathbf{F}_c, \mathbf{G}_c$	x, y, z 方向対流項流束ベクトル	
\mathbf{F}	外力ベクトル	[N]
\mathbf{F}_r	電磁力	[N]
\mathcal{F}	面を横切る方向の対流項流束ベクトル	
h	エンタルピー	[J/kg]
\mathbf{H}	角運動量ベクトル	[kg·m ² /s]
\mathbf{I}	慣性モーメントテンソル	[kg·m ²]
I_0	電機子電流	[A]
I_{xx} ほか	慣性モーメント成分	[kg·m ²]
j, k, l	三次元空間におけるインデックス	
J	撃力	[N·s]
k_B	ボルツマン定数	[J/K]
l_{cg}	飛翔体の先端からの重心位置	[m]
l_{cp}	飛翔体の先端からの空力中心位置	[m]
l_{TO}	飛翔体全長	[m]
m	質量	[kg]

M	マッハ数	[-]
M_{pro}	飛翔マッハ数	[-]
M_s	衝撃波マッハ数	[-]
M_x, M_y, M_z	物体に作用するモーメント	[N·m]
\mathbf{n}	法線ベクトル	[-]
\mathbf{n}_{ij}	セル $i \rightarrow$ セル j 重心への単位ベクトル	[-]
n_x, n_y, n_z	法線ベクトルの各方向成分	[-]
N_A	アボガドロ定数	[mol ⁻¹]
N_F	セルに付随する界面数	[-]
N_n	セルに付随する節点数	[-]
p, q, r	物体静止系における各軸周りの角速度	[rad/s]
P	圧力	[Pa]
\mathbf{Q}	保存量ベクトル	
\mathbf{r}	位置ベクトル	[m]
$\mathbf{r}_{i \rightarrow f}$	セル i 重心から界面 f 重心へのベクトル	[m]
R	気体定数	[J/(kg·K)]
R_0	一般気体定数	[J/(mol·K)]
t	時間	[s]
T	温度	[K]
u, v, w	流速	[m/s]
\mathbf{U}	流速ベクトル= $(u, v, w)^T$	[m/s]
\mathbf{v}	剛体移動速度ベクトル	[m/s]
\mathbf{v}_r	衝突位置での二物体間の相対速度	[m/s]
V	格子移動を考慮した反変速度	[m/s]
\mathbf{V}_{mv}	格子移動速度ベクトル	[m/s]
V_{ref}	相対流速	[m/s]
x, y, z	デカルト座標	[-]
x', y', z'	慣性系と原点を共有する回転座標	
x_t, y_t, z_t	格子移動ベクトルの各方向成分	[m/s]
X, Y, Z	物体静止座標	[-]
X_{cp}	静安定性余裕	[-]
Y_i	気体種 i の質量分率	[-]

$\Delta_{ij}, \Delta'_{ij}$	セル ij 間におけるセル界面に対する流束制限関数の Slope ratio	[-]
ΔS	セル界面面積	[m ²]
Δt	時間刻み	[s]
$\Delta x, \Delta y, \Delta z$	空間刻み幅	[m]
$\Delta u^{\max}, \Delta u^{\min}$	隣接するセルとの最大・最小の物理量差	
ε	内部エネルギー	[J/mol]
Φ	流束制限関数	[-]
ϕ, θ, ψ	オイラー角	[rad]
γ	比熱比	[-]
Λ	対流項スペクトル半径	[m ³ /s]
ν	任意の物理量	
ν	クーラン数	[-]
ρ	密度	[kg/m ³]
σ	重み関数	[-]
ω	角速度ベクトル	[rad/s]
Ω	セル体積	[m ³]
ξ_t	格子移動速度ベクトルのセル界面に向かう移流速度(反変速度)	[m/s]
ξ, η, ζ	局所座標	[-]

Superscripts

AABB	AABB オブジェクト
CG	界面, セル重心
i	セル i を構成する幾何情報
n	時間ステップ
voxel	voxel 法における等間隔分割された空間
·	時間に関する一階微分
··	時間に関する二階微分
~	数値流束
—	平均

Subscripts

0	原点
1,2	二物体衝突における物体インデックス
1+,2+	物体 1,2 における衝突後
1-,2-	物体 1,2 における衝突前
b, e	インデックス開始, 終了番号
bc	境界セル
donor	ドナーセル
dummy	ダミーセル
f	セルに付随する界面番号インデックス
i, j	セル番号インデックス
max	最大値
min	最小値
n	セルに付随する節点番号インデックス
s	気体種成分インデックス
sabot	サボに関する物理量
w	壁面上
x, y, z	慣性座標系
x', y', z'	慣性系と原点を共有する回転座標系
X, Y, Z	物体静止座標系
∞	主流

1 章 序論

1.1 研究背景

1958 年旧ソビエト連邦が打ち上げたスプートニクロケットにより先進国を中心とし、世界各国において宇宙開発が始まった。人類が宇宙空間への開拓を初めてから 60 年が経過し宇宙開発技術は飛躍的な発展を遂げ、ロケット打ち上げ成功率は日本、欧州、中国、ロシア、米国において 90%以上となっている[1]。既にロケット技術は、高い信頼性を有する宇宙輸送技術となり人工衛星の軌道投入数は年々増加する傾向にある。また、GPS を始めとする人工衛星サービスは現代社会と不可分の関係となり、その衛星運用サービスによる産業も拡大を続けている[2]。

広く使用されているロケット打ち上げ技術であるが二点の問題を現在抱えている。一つ目は加速原理から生じる非常に低いペイロード比である。ペイロード比とは打ち上げ時の機体質量で宇宙空間へ輸送した物体の質量で除したものである。現在使用されている液体燃料ロケットにおいても低軌道上への輸送時は 3-5%、静止軌道へは 1%前後の値となっており[3]、燃料増加、輸送重量の制限につながっている。二つ目は再利用性がないことによる打ち上げコストの増加である。現在のロケット技術は燃料タンク、ロケットブースターを始めとした全構成要素を使い捨てる形式となっている。これは回収やその再利用に非常にコストが必要なためであるが、一度の打ち上げにその機体の製造コストが必要となるため、一度の打ち上げに非常に低コストとされている H-IIA ロケットにおいても 100 億円前後が必要となる[3]。この再利用性を改善するために様々な機関において再利用ロケット開発がなされているが未だ実用化には至っていない[4][5]。

上述のロケット打ち上げ手法の欠点を解決する手法の一つとして地上型レールガン[6]による宇宙機打ち上げ技術開発が進められている。レールガンとは電磁力を推力とする加速器(図 1.1, 図 1.2)であり、既存の火薬(図 1.3)や軽ガス(図 1.4)を駆動流体とする既存の加速器と比較して非常に高い加速性能、雰囲気圧などの環境要因が加速性能に影響を与えにくいという利点を持つ。NASA[7]や DLR[8]などでレールガン宇宙機の初段加速器に用いるために研究が進められている。これは、現在の宇宙機の初段ロケットに代わりレールガンで地上におい

て極超音速域まで加速させ射出し、その初速により搭載しているスクラムジェットエンジンを作動させ、第一宇宙速度付近まで加速し、最終的にロケット推力を利用し、宇宙空間まで輸送することを目的としている。この技術では既存のロケットによる宇宙輸送と比較して、スクラムジェットエンジンを用いることで酸化剤をほとんど搭載する必要がないことや、初期段階でのロケットが不要となるため、非常にコストを削減できると考えられている[9]。

レールガン自体の研究は、1960年代から数多く研究が行われていた[10][11]。様々な試行錯誤が行われた結果、gオーダーの飛翔体では射出速度7.9km/sを記録した[6]。また、近年におけるレールガン研究は高質量型の飛翔体を加速させることが目的となっており、2010年以降は10kgの飛翔体を2.5–3.0km/sで射出することに成功している[12]。加速器の特性としては十分なコンデンサバンクと投入エネルギーを用意することが可能であれば、速度表皮効果との干渉によって決定される速度まで加速させることができる点がある。そのため、加速器に関する研究は十分に行われており実用化に近づいている。

現実的な応用に向けての大きな課題は飛翔体にある。この技術を利用するためには射出された後に飛翔体は安定飛行を行い、なおかつ高い空力性能を有している必要がある。一般に極超音速流中では主流が非常に高い運動エネルギーを有しているため、衝撃波直後、淀み点付近で超高温高圧の領域が形成される[13]。極超音速流中の飛翔体の研究は数多く既に行われているものの、そのほぼ全てが宇宙からの再突入を想定したものである[14][15]。再突入時の環境は非常に密度が低い希薄大気である一方で、地上環境は非常に高密度な大気下である。そのため、圧力、温度上昇は再突入環境と比較して非常に大きくなるものと考えられ熱負荷・流体抵抗は増加することが予想される。希薄大気中における極超音速飛翔体射出実験は近年多く行われているが、地上環境を想定した極超音速飛翔体の研究は世界的に見ても行われていない。従って、今後の地上環境下においてレールガンによって加速された飛翔体の実用化に向けた知見は未だ得られていない現状である。

1.2 レールガン(Railgun)

レールガン[6]は大きく分けて飛翔体、サボ、電機子、導体レールの4つから構成される。まず、推進力である電磁力が発生する原理を説明する。導体レール間に電圧を与えることにより導体レールから電機子に電流が流れる。導体レール

ル内に流れる電流によりレール周りに磁場が形成される。この磁場と電機子を通る電流から電磁力が発生し、この電磁力を推力として電機子、飛翔体が加速されていく。この電磁力 F_r は、磁束密度 \mathbf{B} と電機子長さベクトル \mathbf{l} を用いて以下のように表される。

$$F_r = I_0 \mathbf{l} \times \mathbf{B} \quad (1.1)$$

この式が示すように、推進力は電機子電流 I_0 に比例するため電機子電流を加え続ければ飛翔速度を抵抗要因と釣り合う超速度域まで加速することが可能である。

従来の火薬や軽ガスを用いた加速器と異なり流体の膨張力ではなく、電流と磁場によって発生するローレンツ力によって推進力を得ている。従来の加速器は、流体を駆動力としているため飛翔体の最高速度(射出速度)が制限されていた。この制限は二つに分けることができる。一つ目は推進力の発生方法である。既存の加速器では、飛翔体前後の圧力差から推力を得ているため極超音速域への加速には飛翔体前方を真空に近い超低圧まで減圧する必要がある。この圧力制限により、軽ガスを利用した一段式・二段式銃は地上環境下のような雰囲気圧力が高い環境に使用することが困難であり、実用的な利用はできず実験室での利用に留まっている。また、仮に飛翔体前方の圧力が 0 だったとしても二つ目の理由から速度上限が生まれる。二つ目は流体のエスケープ速度[16]である。流体が等エントロピー膨張する場合、全エネルギー保存の制約から流体の最高速度は初期状態によって決定される。流体が飛翔体に加速度を与えるためには飛翔体の底部に流体が接触する必要があるため、飛翔体速度が流体のエスケープ速度より速くなることはない。そのため、一段式軽ガス銃では駆動ガスを数十-百 MPa の高圧ガスとする必要がある。従って、既存の加速器における最高速度は飛翔体前方を真空に近い状態にしたとしても一段式火薬式銃で 2 km/s、二段式軽ガス銃で 10 km/s となっている。

レールガンは、電磁力を推進力としているため流体のエスケープ速度や前方の圧力制限を受けず、飛翔体にかかる抗力を無視できるならば理論上の速度上限はない。この圧力制限、理論的速度上限がないという利点を活かすために、様々な研究機関によって研究が進められてきた。レールガン開発の目的は大きく二つに分けられる。一つ目は、極超音速飛翔体を射出する実験用加速器として

用いるというもの[17]である。極超音速加速器は、衝突模擬[18][19]や極超音速機の自由飛行実験などに使用される。これらの加速器では、射出する飛翔体のスケールが小さいため、質量的な制約が少ない。そのため、プラズマ電機子を用いたレールガンが、既に実験に用いられている。二つ目は、本研究が対象としている宇宙機加速器や衛星-地上間輸送用の加速器として用いるためである[20]。この分野では、kg オーダーの飛翔体を射出する必要がある、固体電機子を用いたレールガンが用いられている。アメリカが主に開発を進めており、既に 10 kg の飛翔体を 2.7 km/s で射出することに成功している。しかしながら、高温によるレールの熔融[6]や、飛翔体の安定性などの問題から実用化には至っていない。

1.3 レールガンによる飛翔体加速・過渡・自由飛翔弾道過程

レールガンの飛翔体挙動は加速・射出・自由飛翔弾道過程(図 1.5)の三過程に分けることができ、それぞれに対して現在まで様々な研究が行われてきた[21]。本研究においてもこの三過程に分け研究を行った。本節ではそれぞれにおける物理現象、及び求められている知見を述べる。

1.3.1 加速弾道過程

加速弾道過程は、飛翔体に電磁力が作用し加速が開始してから加速管出口に至るまでの現象を指す。導体レールに電圧が負荷され電流が電機子に流れると導体レール周りで磁場が形成され、電機子内の電流と磁場により電磁力が発生する。電磁力によって加速度が生じ飛翔体速度が上昇していく。過程初期においては、電磁力による飛翔体挙動は等加速度運動であるが飛翔体速度の上昇に従い減少していく。この加速度減少は抵抗力の増加だけではなく、電機子の速度表皮効果による影響が大きい。静止・低速度下では電機子内を通る電流は一様である。速度上昇により電機子・導体レール間を通る磁場が時間的に増加し、この磁場増加を妨げるように誘導電流が生じる。この誘導電流は既に流れている電流は打ち消す方向に流れるため、電流が電機子全体に流れることが困難になり電機子表面に集中して流れるようになる。これが速度表皮効果[22][23]である。速度表皮効果による電流集中は電機子後端部の異常加熱、損傷が生じる。また、熱的影響は導体レール接触面にも波及し、接触面の損傷が生じる。

加速弾道過程における推力は電磁力であり、抗力は接触面での摩擦抗力、飛翔体前後に生じる流体抗力と複雑な剛体運動となる。また、接触面は摩擦熱・抵抗熱により熔融するためその抗力を予測することは非常に困難であるため、完全

に再現するような数値解析は現在においても行われておらず実験的な研究を中心に行われている。

1.3.2 過渡弾道過程

飛翔体が加速管端部に到達し、加速弾道過程が終了した時点で過渡弾道過程に移行する。過渡弾道過程で重要となるのは、飛翔体挙動に加えてサボ分離である。サボとは、超音速-極超音速加速器を構成する部品の一つである。一般的に飛翔体形状は加速管幅・径よりも遥かに小さく、また複雑な形状をしているため既存の加速器では火薬燃焼ガス・高圧軽ガスの圧力推力を得ることはできない。そのため、加速させる飛翔体-加速管間にある間隙を埋める必要があり、その役割をサボが担う。加速完了後は飛翔体から分離することにより役割を終える。

レールガンにおいてもサボは使用されており、加速器によってはサボと電機子が一体となり推力供給、また飛翔体の射出を安定させその飛翔精度を向上させる役割を担っている。

図 1.6 に一般的な超音速加速器に用いられるサボ分離手法の概念図を示す。機械式分離型では加速管自体にサボが固定されており、加速管を広げることによりサボを飛翔体から引き剥がし分離する。流体抗力分離型では飛翔体に加わる抗力とサボに加わる抗力から生じる速度相対差によって分離する。モーメント分離型では、サボが回転することにより抗力が急激に増加し、飛翔体との速度差から分離する。現在、一般的に使用される分離手法は流体抗力分離型と流体力モーメント分離型であり、機械式分離型は加速管機構の複雑さから一部の実験室レベルの加速器に用いられるだけに留まっている。本研究においてはレールガンの実用化を目的にしており、現状では流体力モーメント分離型の利用を検討しているため、以降では『サボ』は流体力モーメント分離型を指すものとする。

一連の機械式・流体力によるサボの分離挙動は、サボ分離過程(Sabot discarding process)と呼ばれ過渡弾道過程における重要な現象とされている。また、現在においてもその形状や材質の最適化が研究対象とされている。サボ分離過程が重要な現象である理由は2つある。一つ目は、サボ分離過程の複雑性からである。過渡弾道過程において飛翔体・サボの射出速度は超音速域に達しているため、飛翔体・サボの周囲には衝撃波が形成される。サボ分離過程においては飛翔体・サボともに衝撃波の影響を受け速度変動が生じ、サボの分離に従いその衝撃波位置が非定常的に変化していく。発生している二つの衝撃波は相互に干渉し、その

干渉から生じる流体力により速度変化が生じることから飛翔体・サボの相対的な位置関係も分離挙動に大きく影響を与える。そのため、サボ分離過程は非常に複雑な流体構造連成問題とされている。二つ目は、サボが飛翔体に与える影響からである。前述の通り飛翔体周りには複数の衝撃波が生じ、またその位置も非定常的に変化するため、サボ分離過程において飛翔体は流れ場から多大な影響を受けることが知られている。特にサボから生じる衝撃波が飛翔体翼に衝突することにより飛翔安定性が著しく失われることや、形状によってはサボ自体が飛翔体に衝突してしまうことにより飛翔体自体が横転してしまうなどの影響が生じる。そのため、サボ自体の設計は加速器設計において重要な要素の一つとなっており、飛翔体を目的の速度・精度で射出するためにはサボ分離現象を正確に予測し、全体的なシステムを構築する必要がある。

1.3.3 自由飛翔弾道過程

飛翔体とサボが完全に分離し、飛翔体の挙動が影響を受けなくなった時点から自由飛翔弾道過程に移行する。この過程における重要なパラメータは、飛翔体の抗力係数と飛翔安定性である。抗力係数とは物体に付加される抗力 D を主流の動圧で無次元化したものであり式(1.2)のように示される。

$$C_D = \frac{D}{\frac{1}{2}\rho u^2 A} \quad (1.2)$$

ρ は主流密度、 u は主流流速、 A は飛翔体の主流方向の投影面積である。飛翔体に与えられた初速を維持するためには低い抗力係数の形状を用いる必要がある。

飛翔安定性とは、外乱を受けても飛翔体が現在の姿勢を維持して飛翔しようとする性質である。極端にこの性能が低い飛翔体の場合には加速器からの射出後に横転し、想定した飛翔姿勢を維持することが困難となる。極端ではない場合においても射出毎に飛翔姿勢が変化し、飛翔軌跡がばらつくといった問題が生じる。飛翔安定性は静安定性、ジャイロ安定性、動安定性を3指標で評価される。静安定性とは飛翔体姿勢と流体力を瞬時場で固定した際に生じるモーメントが、姿勢を安定させる向きに作用する大きさを評価する。静安定性の評価の一つとして静安定性余裕が一般的に用いられる。静安定性余裕 X_{cp} は、飛翔体の先端からの重心位置 l_{cg} 、空力中心位置 l_{cp} 、機体全長 l_{to} から算出され式(1.3)のよう

に表される[21].

$$X_{cp} = \frac{l_{cg} - l_{cp}}{l_{TO}} \quad (1.3)$$

X_{cp} が正の際には静的不安定, 負の場合には静的安定となる. 静安定性が得られている場合においても X_{cp} が小さい場合には不安定な飛翔となりやすく, 逆に過剰に大きい場合には風などの外乱の影響を受けやすくなる. 空力安定性だけの飛翔体の場合には静安定余裕は-0.1 – -0.2 程度が適しているとされている. ジャイロ安定性は, 飛翔体自身の回転によって生じるジャイロ効果による飛翔安定性である. 動安定性とは, 周期的な振る舞いをしている際にその振幅が減衰していくかを示す性質である.

レールガンによる飛翔体では並行する導体レールを通過し射出されるため, 射出方向軸回りでの回転を発生させることが非常に難しい. つまり, レールガンにおける飛翔体はジャイロ安定性によって飛翔安定性を得ることは困難なため, 飛翔安定性は静安定性のみによって生み出す必要がある. 従って, 想定される迎角に対して静安定性が確保されるような飛翔体形状を用いる必要がある.

1.4 地上型レールガンによる飛翔体に関する先行研究

レールガンの実用化では, 地上環境下での極超音速飛翔体の挙動が重要になってくる. 低温低圧下での極超音速飛翔体に関しては, 再突入現象やバリステックレンジ内での解析や, レールガンによる衛星軌道への飛翔体射数値解析が多く行われている一方で, 本研究が対象としている大気圧下での極超音速飛翔体の解析は非常に少ない.

地上型レールガン先行研究の一つとして地上設置型電磁加器による極超音速飛翔体の弾道軌道解析が Ognjan ら[24]によって行われた. この解析は高度 0 km から 30 km までの大気に対して飛翔体周りでの CFD 計算を行い, 熱負荷と流体抗力について評価を行った. 彼らは飛翔中に飛翔体表面温度が 2000 K を超えるような高い飛翔負荷に加えて, 射出直後の高い熱負荷を報告している. これは射出直後の密度が非常に高い標準大気下での極超音飛翔という高い全圧, 全温度を有する高エンタルピー流れとなるためである. しかしながら, 自由飛翔現象では飛翔体自身の空力係数が重要なパラメータとなってくるが, レールガンによって加速された飛翔体の空力的形状に関する研究は未だ少ない. 特に, 飛翔安定

性は実用化において最も重要なパラメータの一つであり，その評価が求められている。

過渡弾道及びサボ分離予測に関する研究は既存の固体火薬を用いた加速器に関しては，数多く研究がなされてきた．Schmidt[25]は，実験において分離時に生じる空力的な相互作用により発射する飛翔体の軌道に分散を誘発することを報告した．この研究では，空力的な相互作用を最小化するためには迅速なサボ分離が望ましいと提案した．また，サボに生じる空気力からその相互作用を評価するために風洞実験も行われている．Schmidtら[26]は，対称サボ分離において瞬間的に生じる空気力を評価するために，飛翔体，サボを風洞内に固定し，飛翔体表面圧力を測定した．この実験によりサボから生じた衝撃波が飛翔体に衝突することにより，その表面に局所的なピーク圧力が発生することが明らかになった．Nusca[27]は，サボの位置と迎角を変化させて，飛翔体-サボ周りの流れ場を定常解析し，その間での衝撃波相互干渉を再現した．この計算では衝撃波の衝突により物体表面での衝撃波反射が発生することが報告された．Erengil[28]は，初期のサボ分離過程を捉えるために，X-ray flash testのような燃焼ガスを排除し固体のみを観測できる手法と Spark range test を組み合わせることにより， $M = 6.0$ 付近で射出された直後のサボの分離挙動を実験的に観測した．この実験結果からサボの分離挙動は4つの段階(チョーク流れ，離脱衝撃波，斜め衝撃波，定常流)に分類することが可能であり，それぞれの段階における流体力モデルを提案した．Cayzacら[29]は，火薬型の加速器から射出される飛翔体・サボに対して加速過程から自由飛翔に至るまでを三次元数値解析を行い，実験との比較を行い数値解析の有用性を示した．Huangら[30]は，サボ分離現象に対し三次元数値解析を行い分離過程が三段階(チョーク流，斜め衝撃波，定常流)に分別され，サボの分離完了直前に飛翔体に最も大きい浮力，横力が生じたと報告した．

実際の加速器から射出された飛翔体には飛翔体-サボ間の衝撃波だけではなく，飛翔体の加速によって駆動され飛翔体より先に管外へ伝播する先行衝撃波も干渉する．この先行衝撃波と飛翔体，サボとの干渉に関する研究は，現在においても少ない．Gopalapillaiら[31]は，バリステックレンジによって加速，射出された飛翔体周囲の非定常的な流体干渉に関して移動格子法を用いることで数値解析した．この研究では，飛翔体の非定常空力特性が定常空力特性とは異なることが報告されており，衝撃波の追い越しにおいて不連続的な流体力変化が生じることを報告している．

Zielinski ら[32]は、電機子一体型サボが射出後においても残留する磁気エネルギーによって電磁力がサボ間で作用し、分離遅延が生じる現象に対して射出実験と流体力モデルを用いて解析を行った。実験結果から射出直後には流体力よりも高いオーダーで電磁力による閉じ込み力が生じると報告し、後の Erengil[33]の報告によればモデル化に電磁力を考慮することにより実験との誤差が小さくなったとしている。電磁力に着目した研究は多く行われているものの、レールガンにおけるサボと流体の詳細な干渉に着目された研究は未だ少ない。特に本研究が対象としている地上型レールガンでは飛翔体前方に先行する衝撃波が存在し、射出後においてサボはその衝撃波と干渉を行いながら分離することが予想される。レールガンの加速過程から分離完了に至るまでの知見が未だ少ないために、先行衝撃波の存在がサボ分離にどの程度変化を与えるかは不明瞭である。

1.5 本研究の目的

レールガンは、一段式や二段式の軽ガス銃のような従来の加速器とは管内の加速度プロファイルの点で異なる。レールガンは加速開始から終了まで飛翔体に大きな推力を発生させ、従来の加速器よりも高い加速度を発生させる。レールガンにおける高加速度は、飛翔体前方に生じる先行衝撃波を強める。この先行衝撃波がサボと飛翔体に及ぼす影響は、レールガンやサボ分離を最適化するために重要となるが、レールガンの加速がサボ分離に及ぼす影響に関する研究は現在も少ない。

共同研究においてレールガン加速システムを構築し、極超音速域の射出実験を行いサボ分離の観測を行った。この実験において加速管内における飛翔体の位置をレール周りの磁気プローブで捉え、飛翔体の位置履歴から速度を推定した。その結果、レールガンは飛翔体を管端において 2501 m/s まで加速し、極超音速域で飛翔体・サボが射出された。管内で生じる高温流体と加速壁の摩擦によりアルミニウム製のサボが熔融し光学的な観測が妨げられたため、この実験において詳細なサボ分離と飛翔体・サボ間の衝撃波干渉を捉えることができなかった。

本研究では、レールガンから発射された飛翔体からのサボ分離とその分離段階での衝撃波相互作用のメカニズムを明らかにすることを目的とする。前述のように実験においてレールガンによって発射された飛翔体におけるサボ分離を詳細に観測することは現状困難である。本研究では、重合格子法を用いた数値流体力学(Computational Fluid Dynamics, CFD)と剛体運動(Rigid Body Dynamics,

RBD)を用いて、実験で得られたサボ分離を再現する CFD-RBD を構築する。また、実験においてはレールガン加速管長が 2.98m を要し、サボ分離が完了するまで 5 m となる上、飛翔体サボの形状により三次元的な流れ場が発生する。分離が完了する 5 m と加速長 3 m すべてを解像するためには、非常に高い計算コストを要する。そのため、分散メモリ型並列処理を行い、計算時間を短縮するために計算アルゴリズムの並列化を行う。

1.6 本論文の構成

第二章において、本研究において適用した流体解析手法、剛体運動解析手法、及び分散メモリ型計算機における並列化処理手法について述べる。

第三章では、構築した計算手法の検証のために先行研究によって行われた極超音速域でのサボ分離実験の再現を示す。また、この実験委における衝撃波の干渉形態とサボ分離挙動に関しても考察する。

第四章では、地上加速型レールガンにおける加速・分離過程の解析を行い、レールガンにおける先行衝撃波、サボ分離過程における衝撃波干渉の機構を解明する。また、解析結果をより加速過程によって生じる先行衝撃波が過渡弾道過程に与える影響を評価する。

最後に、第五章では本研究成果をまとめ結論を述べる。

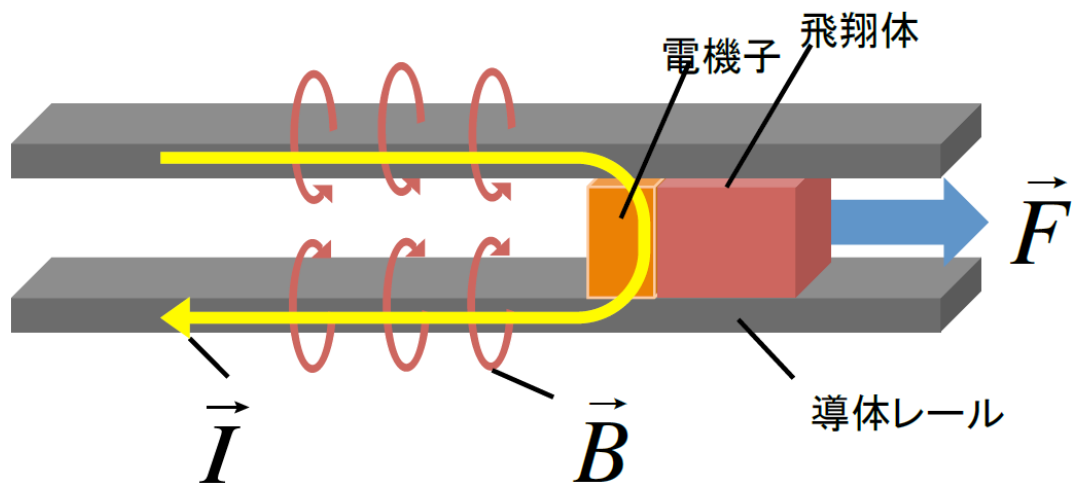


図 1.1 電磁加速器の概要図

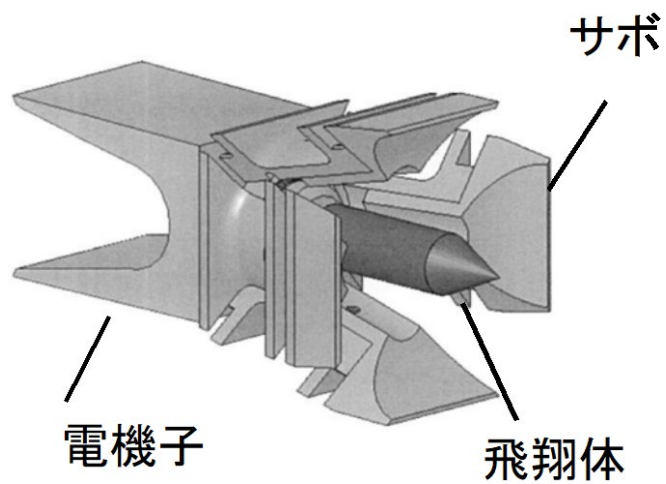


図 1.2 電磁加速器の飛翔体，サボ，電機子

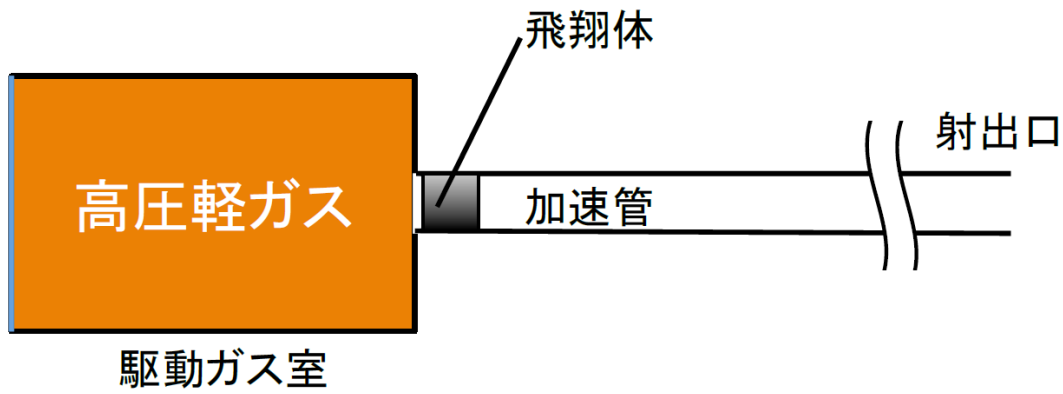


図 1.3 一段式軽ガス銃の概要図

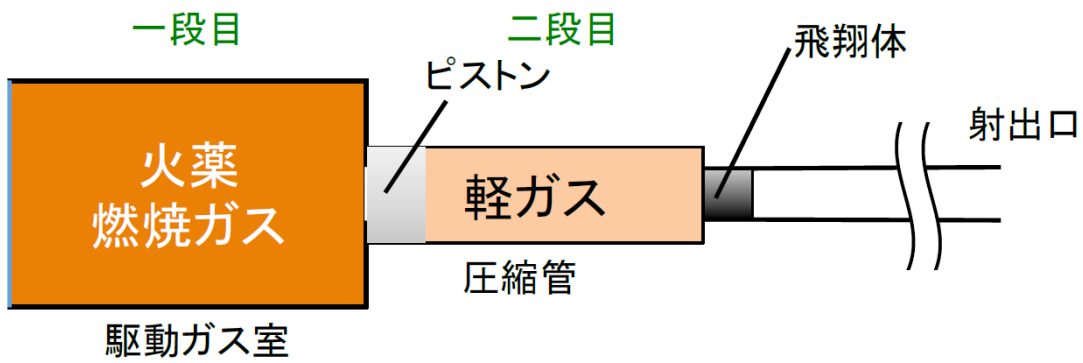
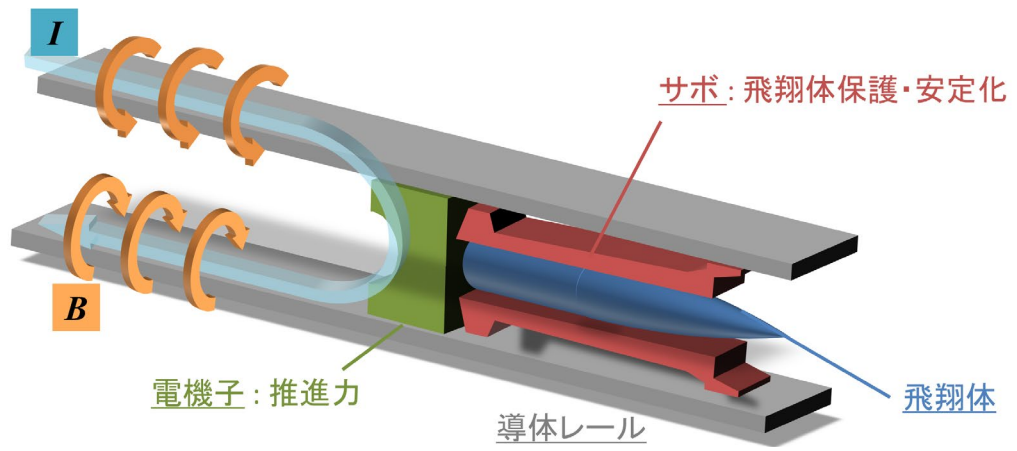
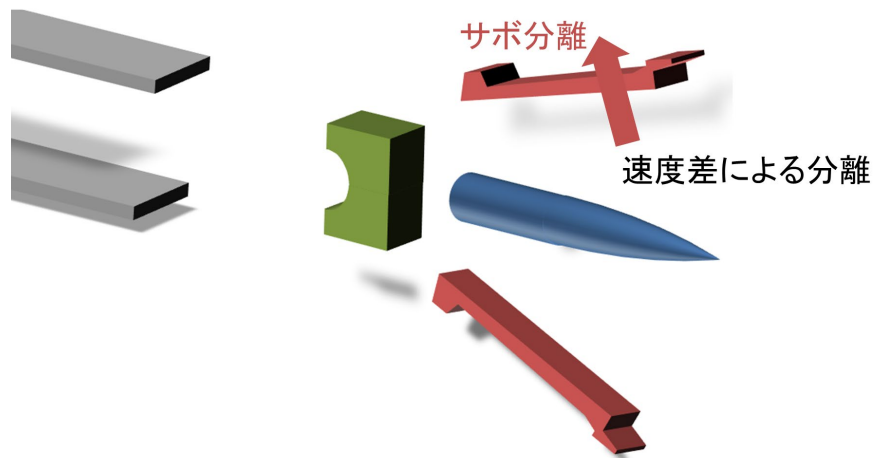


図 1.4 二段式軽ガス銃の概要図



(a) 加速弾道過程

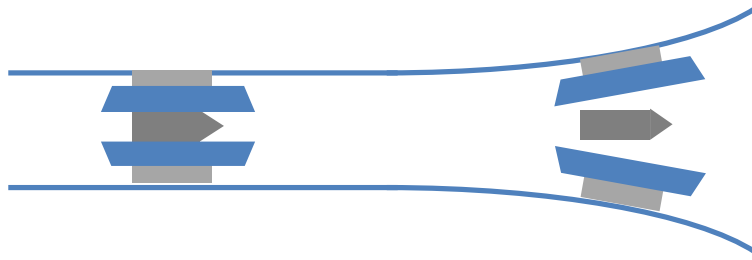


(b) 過渡弾道過程



(c) 自由飛翔弾道過程

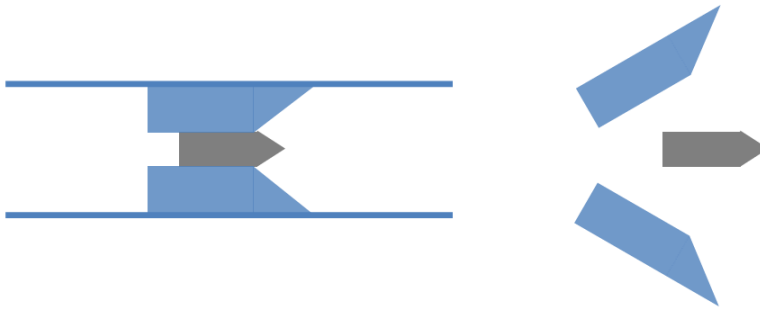
図 1.5 レールガンによる加速・射出過程



(a) 機械式分離型



(b) 抗力分離型



(c) 流体力分離型

図 1.6 サボ分離方式

2 章 数値計算法

本章では、数値計算法に関して説明を行う。2.1 節にて計算に用いた流体と剛体運動の支配方程式系に付いて説明し、2.2 節にて数値計算手法、2.3 節では非構造格子法、2.4 節にて重合格子法に関する説明、2.5 節において高速化のために使用した並列計算法の説明を行う。

2.1 支配方程式

2.1.1 Computational Fluid Dynamics (CFD)

本研究では、化学反応及び気体種を考慮した多成分系の三次元圧縮性 Euler 方程式を用いて数値計算を行った[35][36]。この節では三次元圧縮性 Euler 方程式を解説する。

ρ を密度、 u , v , w をそれぞれ x , y , z 方向の速度、 e を単位体積当たりの全エネルギーとすると、微分系の三次元 Euler 方程式は以下のように表される。

$$\begin{aligned}\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u^2 + P)}{\partial x} + \frac{\partial \rho uv}{\partial y} + \frac{\partial \rho uw}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \rho v}{\partial t} + \frac{\partial \rho uv}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v^2 + P)}{\partial y} + \frac{\partial \rho vw}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \rho w}{\partial t} + \frac{\partial \rho uw}{\partial x} + \frac{\partial \rho vw}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w^2 + P)}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial e}{\partial t} + \frac{\partial(e + P)u}{\partial x} + \frac{\partial(e + P)v}{\partial y} + \frac{\partial(e + P)w}{\partial z} &= 0\end{aligned}\tag{2.1.1}$$

今回対象とした系は二成分系の Euler 方程式を用いている。本研究では熱的な完全気体として気体種(N_2 , O_2)を考慮している。本研究では全て大気中での飛翔のみを取り扱っているため気体種を個別に考慮する必要はないが、後述する熱的完全気体における多項式係数が気体種毎で与えられているため、それぞれの気体種を支配方程式で考慮している。式(2.1.1)の ρ は混合気の密度であり、 s 成分の密度を ρ_s として表せば、混合気の密度は以下のように表せる。

$$\rho = \sum_{s=1}^N \rho_s \quad (2.1.2)$$

ここで N は考慮する成分の数であり，本研究では 2 成分系である．

次に s 成分の保存式は次式のようになる．

$$\frac{\partial \rho_s}{\partial t} + \frac{\partial \rho_s u}{\partial x} + \frac{\partial \rho_s v}{\partial y} + \frac{\partial \rho_s w}{\partial z} = 0 \quad (2.1.3)$$

ただし， Y_s は次式で定義される s 成分の質量分率である．

$$Y_s = \frac{\rho_s}{\rho} \quad (2.1.4)$$

式(2.1.1)において P は圧力であり，後述の全エネルギーの式から温度 T を求めることで，次の理想気体の状態方程式によって決定される．

$$P = \sum_{s=1}^N \rho_s R_s T \quad (2.1.5)$$

ただし， R は気体定数である．

式(2.1.1)において e は単位体積あたりの全エネルギーであり，次式で表される．

$$e = \sum_{s=1}^N \rho_s h_s(T) - P + \frac{\rho}{2} (u^2 + v^2 + w^2) \quad (2.1.6)$$

一般的に，1 atm，600 K 以下の解析においては流体を比熱比が一定である熱量的完全気体(Calorically perfect gas)として扱っても十分な結果が得られる．この比熱比が，この温度域において一定であるという仮定は分子運動論から導き出される気体分子運動におけるエネルギー等分配則から導出することができる．気体分子の運動におけるエネルギー等分速により，運動の一自由度あたりに持つエネルギーはボルツマン定数 k_B を用いると以下のように表される．

$$\bar{v} = \frac{1}{2} k_B T \quad (2.1.7)$$

気体分子が単原子分子のみで並進と回転方向の運動しか持たないと仮定すると、自由度は並進(x, y, z)の3方向であるため、1モルの理想気体の内部エネルギー ε と定積比熱 c_v はアボガドロ定数 N_A 、一般気体定数 R_0 を用いると以下のようになる。

$$\varepsilon = \bar{U}N_A = \frac{3}{2}k_B N_A T = \frac{3}{2}R_0 T \quad (2.1.8)$$

$$c_v = \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial T}\right)_V = \frac{3}{2}R_0 \quad (2.1.9)$$

定積比熱の係数から単原子分子の比熱比は1.67と決定することができる。同様に、二原子分子の場合、回転の自由度が二つ、三原子分子の場合には H_2O などの直線型であれば回転の2自由度、 CO_2 などの非直線型であれば3自由度が追加されるため、それぞれの気体分子において比熱比を求めることが可能である。熱量的完全気体とは、気体分子が並進と回転の自由度しか持たないという仮定を適用することにより、分子運動論から比熱比を一定値とするモデルである。

一方で、現実的には気体分子の運動には並進、回転の同様に原子間力による振動がある。原子間に生じる原子間力によって結合距離で伸縮運動を行う。この伸縮運動により分子の振動運動自由度が増加する。この振動の自由度によるエネルギーへの寄与は原子質量に影響され、また、温度の上昇によって徐々に増加していく。現実の比熱比は熱量的完全気体のように一定ではなく、温度の関数になっている。この振動運動を考慮することができなければ高温における比熱の変化を考慮することができない。この振動の自由度による変化を考慮するモデルが熱的完全気体(Thermally perfect gas)である。この振動エネルギーの励起を正確に捉えるためには、気体を分子ひとつひとつに分け分子運動論的に解析を行う必要がある。しかしながら、流体計算では、流体を連続体として取り扱っており、解析領域は気体分子運動的視点から見ると非常に大きい。そのため、流体解析において熱的完全気体として流体を取り扱う場合、エントロピー、エンタルピーなどを温度の関数として多項式近似する手法が用いられる。本解析では以下に示すようなNASA多項式を用いた。

$$\frac{h(T)}{R_s T} = a_{1,s} + \frac{a_{2,s}}{2} T + \frac{a_{3,s}}{3} T^2 + \frac{a_{4,s}}{4} T^3 + \frac{a_{5,s}}{5} T^4 + \frac{a_{6,s}}{T}$$

$$\frac{c_{p,s}}{R_s} = a_{1,s} + a_{2,s} T + a_{3,s} T^2 + a_{4,s} T^3 + a_{5,s} T^4$$
(2.1.10)

ここで示されている a_1 から a_7 は多項式係数であり、これらの値は実験的に測定された値から決定されている。本解析では、流体を熱的完全気体として取り扱い、式中の係数は 15000K まで対応可能な Prabhu ら[38]の値を用いた。

式(2.1.1)に示した保存式をベクトル形式で書き換えると次式で表される。

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}_c}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}_c}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{G}_c}{\partial z} = 0$$
(2.1.11)

ただし、

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ e \\ \rho_s \end{bmatrix}, \mathbf{E}_c = \begin{bmatrix} \rho u \\ P + \rho u^2 \\ \rho v u \\ \rho w u \\ (e + P)u \\ \rho_s u \end{bmatrix}, \mathbf{F}_c = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho v u \\ P + \rho v^2 \\ \rho v w \\ (e + P)v \\ \rho_s v \end{bmatrix}, \mathbf{G}_c = \begin{bmatrix} \rho w \\ \rho w u \\ \rho w v \\ P + \rho w^2 \\ (e + P)w \\ \rho_s w \end{bmatrix}$$
(2.1.12)

\mathbf{Q} は保存量のベクトル、 \mathbf{E}_c 、 \mathbf{F}_c 、 \mathbf{G}_c はそれぞれ x, y, z 方向の流束ベクトルと呼ばれる。

本研究では、物体形状を厳密に再現するために非構造格子法を用いた。構造格子法を用いる場合には式(2.1.11)に一般座標変換を行うことで格子インデックスを定めた座標系における単純な形に変形することができる。一方で、非構造格子の場合にはセルに与えられるインデックスに規則性が存在しないため、セルに付随するそれぞれの境界面における移流を計算するように変形する。飛翔体・サボの移動を再現するために移動格子法を用いたため、支配方程式における移動格子法の導入も以下で示す。

三次元圧縮性 Euler 方程式を非構造格子計算で使用する積分形へ展開する。式(2.1.11)の両辺を体積積分する。

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{\Omega} \mathbf{Q} d\Omega = - \iiint_{\Omega} \left(\frac{\partial \mathbf{E}_c}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}_c}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{G}_c}{\partial z} \right) d\Omega \quad (2.1.13)$$

セル内の物理量勾配を 0 と仮定することで左辺の体積積分を行い，右辺にガウスの発散定理を用いることでセル内部の移流を無視し，セル界面部分の流束のみに変形すると次式で表される．

$$\begin{aligned} \Omega \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} &= - \iint_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dS \\ \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} &= - \frac{1}{\Omega} \oint_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dS = - \frac{1}{\Omega} \sum_{f=1}^{N_f} \mathbf{F} \cdot \mathbf{n}_f \Delta S_f \end{aligned} \quad (2.1.14)$$

ここで， f はセルに付随する界面のインデックスであり， ΔS は界面の表面積， \mathbf{n} は界面における外向き法線ベクトルを示す． \mathbf{F} は流束項をまとめた行列であり，以下の式で表される．

$$\mathbf{F} = [\mathbf{E}_c \quad \mathbf{F}_c \quad \mathbf{G}_c] = \begin{bmatrix} \rho u & \rho v & \rho w \\ \rho u^2 + P & \rho uv & \rho uw \\ \rho uv & \rho v^2 + P & \rho vw \\ \rho uw & \rho vw & \rho w^2 + P \\ (e + P)u & (e + P)v & (e + P)w \\ \rho_s u & \rho_s v & \rho_s w \end{bmatrix}$$

実際のリーマンソルバーで使用する際には，式(2.1.14)の右辺内の内積を以下のようなセル界面に対して垂直な一次元の形に変形する．

$$\mathbf{F} \cdot \mathbf{n}_f = \begin{bmatrix} \rho V \\ \rho u V + P n_x \\ \rho v V + P n_y \\ \rho w V + P n_z \\ (e + P)V \\ \rho_s V \end{bmatrix}, V = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{bmatrix} = u n_x + v n_y + w n_z \quad (2.1.15)$$

セルが移動速度ベクトル $\mathbf{V}_{mv} = [x_t, y_t, z_t]$ で移動する場合を考える．セル静止系

で移流を考えた際に移動速度ベクトルによって生じる仮想流束を導入する。セル界面 f に向かう見かけの移流速度 ξ_t は以下のようなになる。

$$\xi_t = -\mathbf{n}_f \cdot \mathbf{V}_{mv} = -n_{x,f}x_t - n_{y,f}y_t - n_{z,f}z_t \quad (2.1.16)$$

ここで n_x , n_y , n_z は法線ベクトルの各方向成分である。格子移動を考慮して流束評価を行う場合には式(2.1.15)を以下のように修正する。

$$\mathcal{F} \cdot \mathbf{n}_f = \begin{bmatrix} \rho V \\ \rho u V + P n_x \\ \rho v V + P n_y \\ \rho w V + P n_z \\ (e + P)V - \xi_t P \\ \rho_s V \end{bmatrix}, \quad (2.1.17)$$

$$V = \xi_t + \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{bmatrix} = \xi_t + u n_x + v n_y + w n_z$$

後述する壁面境界条件において格子移動速度を考慮するように修正することで移動格子法が実現する。

2.1.2 Rigid Body Dynamics (RBD)

本解析では構造物を剛体と仮定し、個々に対して剛体の運動方程式を解くことによって流体と構造物の連成問題を解いている。剛体運動は 3 並進, 3 回転方向の 6 自由度計算(6DOF)を用いた[39][40][41][42].

CFD と RBD を連成させる際に両支配方程式を慣性座標系で解く際に大きく三つの問題が発生する。一つ目は、慣性座標系で見ると回転しながら移動する物体の慣性モーメントが時々刻々と変化していくため 1 タイムステップおきに再計算する必要があり、非定常計算では再計算による数値誤差によって一貫性が得られない点である。二つ目は、移動格子法において RBD における物体移動速度から CFD で使用する格子におけるセル移動速度を計算する必要があるが、この計算が物体静止系の場合には後述する式で単純に記述できる点である。三つ目は、重合格子法におけるブロードフェーズでは高速化のためにセルリスト(木構造もしくは voxel 法)を使用するが、物体静止系の場合には格子の移動を無視

できるためこのリストを再生成する必要がない。以上の利点を踏まえて本研究では剛体運動計算，流体計算ともに物体静止系で解いた。各座標系の概要図を図 2.1 に，計算の流れを図 2.2 に示す。流体計算では前項における座標系 (x,y,z) は任意の座標系で定義しているため，同様の式を用いることが可能である。解析結果の可視化においては，慣性系で表示しており本論文中において特筆しない限りは慣性系の物理量を表示する。

角速度ベクトル $\boldsymbol{\omega}$ で回転する座標系 S' に固定された点の運動を S' と原点を共有する慣性系 S から観察する場合を考える。図 2.3 にこの座標系の概要図を示す。回転座標系において定速で移動する質点の運動を考えると S' 系における質点の位置ベクトル \boldsymbol{r} は以下の式で示される。

$$\boldsymbol{r} = x'\boldsymbol{e}_{x'} + y'\boldsymbol{e}_{y'} + z'\boldsymbol{e}_{z'} \quad (2.1.18)$$

この式を微分することで回転座標系から見た際の質点移動速度が得られる。

$$\frac{d^*\boldsymbol{r}}{dt} = \frac{dx'}{dt}\boldsymbol{e}_{x'} + \frac{dy'}{dt}\boldsymbol{e}_{y'} + \frac{dz'}{dt}\boldsymbol{e}_{z'} \quad (2.1.19)$$

なお，*付きの微分記号は単位ベクトルを微分せず，成分 x' ， y' ， z' のみを微分することを意味する。回転座標系から物体の運動を見た際には単位ベクトルは変化せず，質点の速度によって座標成分 x' ， y' ， z' のみが変わる。

同様の運動を慣性系から観察する。慣性系における質点の運動は S' 系の回転と， S' 系から見た質点の運動の合成で表される。よって，慣性系における移動速度は以下の式で示される。

$$\frac{d\boldsymbol{r}}{dt} = \frac{d^*\boldsymbol{r}}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r} \quad (2.1.20)$$

なお

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{e}_x + y\boldsymbol{e}_y + z\boldsymbol{e}_z = x'\boldsymbol{e}_{x'} + y'\boldsymbol{e}_{y'} + z'\boldsymbol{e}_{z'} \quad (2.1.21)$$

上記の関係は位置ベクトル \boldsymbol{r} に限らず任意のベクトル \boldsymbol{A} に成り立つ。任意のベクトル \boldsymbol{A} を S 系， S' 系における成分と単位ベクトルで表す。

$$\mathbf{A} = A_x \mathbf{e}_x + A_y \mathbf{e}_y + A_z \mathbf{e}_z = A_{x'} \mathbf{e}_{x'} + A_{y'} \mathbf{e}_{y'} + A_{z'} \mathbf{e}_{z'} \quad (2.1.22)$$

また，それぞれの時間微分は以下の式で表される．

$$\frac{d\mathbf{A}}{dt} = \frac{dA_x}{dt} \mathbf{e}_x + \frac{dA_y}{dt} \mathbf{e}_y + \frac{dA_z}{dt} \mathbf{e}_z \quad (2.1.23)$$

$$\frac{d^*\mathbf{A}}{dt} = \frac{dA_{x'}}{dt} \mathbf{e}_{x'} + \frac{dA_{y'}}{dt} \mathbf{e}_{y'} + \frac{dA_{z'}}{dt} \mathbf{e}_{z'} \quad (2.1.24)$$

よって，慣性系におけるベクトル \mathbf{A} の時間微分は回転系における微分と角速度ベクトルを用いて次の式で表される．

$$\frac{d\mathbf{A}}{dt} = \frac{d^*\mathbf{A}}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{A} \quad (2.1.25)$$

上式における右辺第二項は座標系の取り方に任意性があるため，慣性系 S で計算しても回転系 S' で計算しても問題ない．

飛翔体の回転に追従し，常に飛翔体が固定された物体静止系での運動方程式を考える．飛翔体速度ベクトル \mathbf{v} の運動方程式について式(2.1.25)を用いると，運動量ベクトル $m\mathbf{v}$ を \mathbf{A} へ代入すると以下の式となる．

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = m \frac{d^*\mathbf{v}}{dt} + m\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v} \quad (2.1.26)$$

左辺はニュートンの運動方程式から慣性系 S における外力ベクトル \mathbf{F} に置換できる．よって，物体静止系における運動方程式になるように移項すると次式で与えられる．

$$m \frac{d^*\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{F} - m\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v} \quad (2.1.27)$$

なお，外力ベクトルも各座標で次式のように表される．

$$\mathbf{F} = F_x \mathbf{e}_x + F_y \mathbf{e}_y + F_z \mathbf{e}_z = F_{x'} \mathbf{e}_{x'} + F_{y'} \mathbf{e}_{y'} + F_{z'} \mathbf{e}_{z'}$$

すべての速度，角速度ベクトルを物体静止系(図 2.3(b))で考える．記述を簡易化するために物体静止系の位置，速度，外力，及び角速度ベクトルを以下のように記述する．

$$\begin{aligned} \mathbf{r} &= x' \mathbf{e}_{x'} + y' \mathbf{e}_{y'} + z' \mathbf{e}_{z'} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \\ \mathbf{v} &= u' \mathbf{e}_{x'} + v' \mathbf{e}_{y'} + w' \mathbf{e}_{z'} = \begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{Z} \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{\omega} &= \omega_1 \mathbf{e}_{x'} + \omega_2 \mathbf{e}_{y'} + \omega_3 \mathbf{e}_{z'} = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \\ \mathbf{F} &= F_{x'} \mathbf{e}_{x'} + F_{y'} \mathbf{e}_{y'} + F_{z'} \mathbf{e}_{z'} = \begin{bmatrix} F_X \\ F_Y \\ F_Z \end{bmatrix} \\ \frac{d^* \mathbf{v}}{dt} &= \frac{du'}{dt} \mathbf{e}_{x'} + \frac{dv'}{dt} \mathbf{e}_{y'} + \frac{dw'}{dt} \mathbf{e}_{z'} = \begin{bmatrix} \ddot{X} \\ \ddot{Y} \\ \ddot{Z} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.1.28)$$

式(2.1.27)における右辺第二項の外積を行列積で書き直すと，式(2.1.28)を代入することで物体静止系(X,Y,Z)における剛体運動の支配方程式が得られる．

$$\begin{bmatrix} \ddot{X} \\ \ddot{Y} \\ \ddot{Z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{F_X}{m} \\ \frac{F_Y}{m} \\ \frac{F_Z}{m} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{Z} \end{bmatrix} \quad (2.1.29)$$

並進方向と同様に角運動量ベクトル $\mathbf{I}\boldsymbol{\omega}$ を(2.1.25)に代入することで回転に関する運動方程式が得られる．

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \mathbf{I}^{-1} \left\{ \begin{bmatrix} M_X \\ M_Y \\ M_Z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{bmatrix} [\mathbf{I}] \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \right\} \quad (2.1.30)$$

毎時間ステップにおいて式(2.1.29), (2.1.30)から計算される加速度と角加速度から物体静止系における並進速度と回転速度を時間積分した.

物体の位置やオイラー角は慣性座標系で時間積分する必要があるため式(2.1.29), (2.1.30)から時間積分される物体静止系における並進・回転速度を慣性座標系に変換し, 時間積分を行った. 並進速度・角速度の物体静止系 (X, Y, Z) から慣性座標系 $(x, y, z, \phi, \theta, \psi)$ への座標変換は以下の式で示される. 物体静止系軸周りでの角速度 (p, q, r) から慣性座標軸周りのオイラー角速度 $(\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi})$ への座標変換は次の式となる.

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & s_{\phi}t_{\theta} & c_{\phi}t_{\theta} \\ 0 & c_{\phi} & -s_{\phi} \\ 0 & \frac{s_{\phi}}{c_{\theta}} & \frac{c_{\phi}}{c_{\theta}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (2.1.31)$$

また, 物体静止系における並進移動速度ベクトル $(\dot{X}, \dot{Y}, \dot{Z})$ から慣性座標系軸周りにおける並進速度ベクトル $(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$ の座標変換は次の式となる.

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{\theta}c_{\psi} & s_{\phi}s_{\theta}c_{\psi} - c_{\phi}s_{\psi} & c_{\phi}s_{\theta}c_{\psi} + s_{\phi}s_{\psi} \\ c_{\theta}s_{\psi} & s_{\phi}s_{\theta}s_{\psi} + c_{\phi}c_{\psi} & c_{\phi}s_{\theta}s_{\psi} - s_{\phi}c_{\psi} \\ -s_{\theta} & s_{\phi}c_{\theta} & c_{\phi}c_{\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{Z} \end{bmatrix} \quad (2.1.32)$$

上式の s, c, t はそれぞれ \sin, \cos, \tan に対応する. この慣性系における移動, 回転速度を時間積分することで次ステップの重心位置, オイラー角を求めた.

移動格子法を使用する際には各セルの移動速度が必要となる. 本解析では物体静止系で CFD 側も解いているため, 次ステップにおける物体静止系のセル i の移動速度はセル i の物体静止系での位置ベクトル (X_i, Y_i, Z_i) と物体の移動速度 $(\dot{X}, \dot{Y}, \dot{Z})$, (p, q, r) を用いて以下の式で表される.

$$(\mathbf{V}_{mv})_i = \begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{Z} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (2.1.33)$$

サボ分離解析において物体同士が衝突を再現する必要がある. 二剛体間での

衝突再現モデルとして撃力衝突応答モデル(Impulse-based reaction model)[43][44]を用いた。図 2.4 のように二物体間の衝突位置が明らかな場合、衝突面の単位法線ベクトル \mathbf{n} 方向に生じる撃力は以下の式で表される。

$$J = -\mathbf{v}_r \cdot \mathbf{n} (e_{\text{rest.}} + 1) / \left\{ \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} + \mathbf{n} \cdot \left[\frac{(\mathbf{r}_1 \times \mathbf{n})}{I_1} \right] \times \mathbf{r}_1 + \mathbf{n} \cdot \left[\frac{(\mathbf{r}_2 \times \mathbf{n})}{I_2} \right] \times \mathbf{r}_2 \right\} \quad (2.1.34)$$

ただし、 m は質量、 I は慣性モーメントテンソル、 \mathbf{r}_1 , \mathbf{r}_2 は各物体重心から衝突位置へのベクトル、 $e_{\text{rest.}}$ は反発係数である。下付き数字は各物体を示している。 \mathbf{v}_r は衝突位置における物体間の相対速度である。衝突位置での物体の速度 \mathbf{v}_p と相対速度 \mathbf{v}_r は以下の関係で表される。

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{p,1} &= \mathbf{v}_1 + \boldsymbol{\omega}_1 \times \mathbf{r}_1 \\ \mathbf{v}_{p,2} &= \mathbf{v}_2 + \boldsymbol{\omega}_2 \times \mathbf{r}_2 \\ \mathbf{v}_r &= \mathbf{v}_{p,2} - \mathbf{v}_{p,1} \end{aligned} \quad (2.1.35)$$

なお、下付き添え字-を衝突前、+を衝突後とすると並進速度、回転速度ベクトルは以下のように表される。

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{1+} &= \mathbf{v}_{1-} + \frac{J\mathbf{n}}{m_1}, \quad \mathbf{v}_{2+} = \mathbf{v}_{2-} - \frac{J\mathbf{n}}{m_1} \\ \boldsymbol{\omega}_{1+} &= \boldsymbol{\omega}_{1-} + \frac{(\mathbf{r}_1 \times J\mathbf{n})}{I_1}, \quad \boldsymbol{\omega}_{2+} = \boldsymbol{\omega}_{2-} + \frac{(\mathbf{r}_2 \times J\mathbf{n})}{I_2} \end{aligned}$$

2.2 数値計算手法

支配方程式の空間積分として極超音速流での衝撃波異常に対して堅牢な AUSM スキームの一種である AUSM-DV[45]を用い計算を行った。UMUSCL 法[46]を用いて空間に対して二次精度化している。また、時間積分法は定常計算には LU-SGS 法[47]による陰的時間積分を、非定常計算には二段階ルンゲクッタを適用した。

2.2.1 時間刻み決定法

非構造格子法におけるセル i における時間刻みは以下の式で表される。

$$\Delta t_i = \nu \frac{\Omega_i}{\Lambda_i} \tag{2.2.1}$$

$$\Lambda_i = \sum_{f=1}^{N_F} (|V_i| + c_i) \Delta S_f$$

ただし、 ν はクーラン数、 Λ_i はセル*i*における対流項のスペクトル半径、 \mathbf{n}_f はセル*i*を構成する界面*f*における外向き単位ベクトル、 ΔS_f は界面*f*の表面積、 Ω_i はセル体積、 V は式(2.1.17)で示した界面に垂直な流速成分である。Global timestep法を用いる場合には格子内で最小の Δt_i を共通の時間刻み Δt として使用した。

$$\Delta t = \min_i(\Delta t_i) \tag{2.2.2}$$

2.3 非構造格子法

有限体積法(FVM)を用いた解析では構造格子、もしくは非構造格子を用いられる。図 2.5 に両格子法を示す。構造格子法とは要素位置が規則的に整列しており、二次元では四角形、三次元では六面体の検査体積のみを用いて計算を行う。非構造格子では格子を構成する要素が不規則に配列されるため、任意の検査体積を定義することが可能となり数値解析における形状再現を向上することが可能となる。一般的に非構造格子法は構造格子法と比較して以下のような欠点が挙げられる。

- ・ 検査体積を構成する幾何情報が煩雑かつメモリ容量が増加する。
- ・ セルが連続で存在しないため三次精度以上の高次精度スキームを使用できない。
- ・ 高次精度に用いるセル内の勾配計算に計算コストを要する。

非構造格子法は計算コストや保存領域コストが増大するが、構造格子と比較した際の利点は「MultiBlock 法や重合格子法などの複数格子を用いることなく単一の格子で任意の形状を再現できる点」である。この形状再現性は工学的な見地から非常に重要なものであり、1990 年代から非構造格子法を用いた解析手法や格子生成ツールが開発されており、構造格子と並んで一般的な CFD 計算手法となっている。

本研究では形状再現性に重点を置いているため三次元の非構造格子法を用いて解析を行った。本節では本研究で用いた格子手法、および境界条件について説明する。

2.3.1 データ保存点

非構造格子法では検査体積を任意に取ることが可能であり、大きく分けてセル中心法と節点中心法の二つの手法が存在する(図 2.5(b))。セル中心法では節点に囲まれた要素(セル)を検査体積と考え、節点同士を結んだ面を検査体積界面とする手法である。一方で、節点中心法は節点(ノード)を検査体積の中心とし、節点同士を結んだ線上の任意の位置に界面を定義する手法である。そのため、節点中心法ではセル界面をどのように定義するかで更に細分化が行われている。それぞれ利点欠点を挙げると以下のようなになる。

セル中心法

利点

- 面の形状定義が厳密である。
- 薄く歪んでいてもセルは破綻しない。

欠点

- 1セルあたりの解像度が低い。
- 境界条件を設定する際に面上の値を直接入れることができない。

節点中心法

利点

- 面が増加するので1セルあたりの解像度が高い
- セル数が少ないので計算コスト・メモリが少ない。

欠点

- 仮想的なセル境界面の定義が難しい。
- 格子が歪んでいる場合にセル形状が破綻しやすい。

解析対象や流れ場によって適した手法は異なる。セル中心法は格子による面積ベクトルや体積計算で発散することは少ないが、セル内の勾配評価手法の精度が劣りやすく高次精度スキームの性能が悪化しやすい。節点中心法はセルに対

するセル界面の数が多いために流束評価がより精度が高い方向へ進むが、境界層などのセルが歪みやすいもので計算が発散しやすい。また、セル界面が曖昧なためにセル体積とセル界面面積が幾何的に正しい関係になるように注意を払う必要がある。

本研究ではセル界面の再現性の容易性とセルの構造的な破綻に堅牢な点からセル中心法を採用した。非構造格子法ではセル形状を任意に生成できるため二次元では三角、四角形セル、三次元では四面体、六面体、ピラミッド、三角柱の6種類を用いて流れ場を再現した。

2.3.2 高次精度化と勾配評価法

非構造格子において二次精度の空間精度を実現するためには検査体積内の物理量を線形分布に再構成することで実現できる。再構成を行うためには、検査体積を節点中心法とセル中心法のどちらで定義するかに関わらず、検査体積の重心(セル重心)と体積、界面の重心位置と面積ベクトルを定義する必要がある。本研究では三次元セルとして、四面体、六面体、ピラミッド、三角柱のみを取り扱った。これらのセル形状では、セル間に存在する界面は三角形セルか四角形セルに限定される。Appendix.Aにてこれらのセルにおける重心と体積の計算手法を示している。以下ではセルに対するインデックスを i 、セル界面に対するインデックスを f 、そしてセルを構成する節点インデックスを n として示す。また、セルとセル界面の重心を指す位置ベクトルを \mathbf{r}^{CG} として示す。

セル i における検査体積内で再構成される任意の物理量 $v_{i,f}$ を以下のように定義する。

$$v_{i,f} = \bar{v}_i + \Phi_i \nabla v_i \cdot \mathbf{r}_{i \rightarrow f} \quad (2.3.1)$$

なお、 $\mathbf{r}_{i \rightarrow f}$ はセル代表点(セル中心)からセル界面中心への位置ベクトルであり、セル界面 f の重心位置ベクトル \mathbf{r}_f^{CG} とセル i の重心 \mathbf{r}_i^{CG} を用いて以下のように定義する。

$$\mathbf{r}_{i \rightarrow f} = \mathbf{r}_f^{\text{CG}} - \mathbf{r}_i^{\text{CG}}$$

式(2.3.1)で \bar{v}_i は検査体積内での物理量 v の平均値であり、有限体積法における代表点(セル中心点)が保持している値である。 ∇v_i は検査体積内における物理量 v の勾配、 Φ_i はセル i における単調性を維持するための流束(勾配)制限関数である。

セル中心からセル界面 f へ補間することにより再構成された高次精度の物理量を用いてリーマンソルバーで数値流束を算出する.

セル内部における勾配評価法には任意性があるため, 主に Green-Gauss の定理 [49], もしくは最小二乗法 (Weighted Least Squares Method) を用いた手法が利用される [50]. 本研究では Green-Gauss の定理 [51] を使用し, セル内部の物理量勾配を評価した. 任意の物理量平均勾配は表面積分を用いて以下のように算出される.

$$\nabla v_i \approx \frac{1}{\Omega_i} \int_{\partial\Omega} v_f \mathbf{n} dS \quad (2.3.2)$$

ただし, v_f はセル界面 f における物理量である. セル中心法では上式における表面積分をセル界面の総和として変形し, セル界面 f で接する j とすると次式で表される.

$$\nabla v_i \approx \frac{1}{\Omega_i} \sum_{j=1}^{N_F} v_f \mathbf{n}_{i,j} \Delta S_{i,j} \quad (2.3.3)$$

界面における物理量 v_f を次式で定義し,

$$v_f = \frac{1}{2} (v_i + v_j) \quad (2.3.4)$$

式 (2.3.3) に代入すると Green-Gauss の定理は次式で示される.

$$\nabla v_i \approx \frac{1}{\Omega_i} \sum_{j=1}^{N_F} \frac{1}{2} (v_i + v_j) \mathbf{n}_{i,j} \Delta S_{i,j} \quad (2.3.5)$$

ただし, $\mathbf{n}_{i,j}$ はセル i のセル中心からセル j のセル中心に向かう単位ベクトル, $\Delta S_{i,j}$ はセル ij 間の界面 f の表面積である. Green-Gauss の定理による式 (2.3.3) 内の v_f の評価には任意性があり, 上記のように界面前後のセル平均値で評価する手法を Cell-based Green-Gauss (Cell-based G-G) と呼ぶ. Cell-based G-G では物理量勾配を計算する際にセル i の界面で接するセルのみを参照するために, セル中心法のように 1 セルあたりの界面が少ない手法を用いる場合に, 物理量勾配の評

価精度が低下する問題が発生する．そのため，より参照セル数が増加する Node-Based Green-Gauss(Node-based G-G)を用いた．図 2.6 に両手法があるセル内部の物理量勾配を計算する際に参照するセル範囲を示した．まず，セル界面の値を，界面 f を構成する節点 n の平均値とする．界面 f を構成する節点数を N_n とすると以下の式で界面における物理量平均 v_f が表される．

$$v_f = \frac{1}{N_n} \sum_{n=1}^{N_n} v_n \quad (2.3.6)$$

節点 n における物理量 v_n は節点 n を含むセルから逆距離荷重法を用いて内挿する．

$$v_n = \frac{\sum_{i=1}^{N_c} \sigma_i v_i}{\sum_{i=1}^{N_c} \sigma_i} \quad (2.3.7)$$

ただし，重み関数 σ_i は

$$\sigma_i = 1/(r_i^{CG} - r_n)^2$$

N_c は節点 n に接するセルの数， r_n は節点 n の位置ベクトルである．

Node-Based G-G では参照セルが増加するため，歪んだセルや境界層などのアスペクト比が大きいセルでも Cell-Based G-G よりも高い精度で勾配を評価することが可能である．勾配評価における汎用性が向上するものの Cell-Based G-G より演算量が増加し，計算コストが増加する．

2.3.3 流束制限関数

線形移流方程式を始めとする双曲型問題では二次精度以上の高精度スキームを利用する際に必ず数値的振動が生じる．この問題は，Godunov の定理として知られている．衝撃波など不連続かつ急峻な物理量勾配が発生する流れ場を高次精度スキームで解像するためには空間分布の単調性を維持しつつ，計算の安定性を向上させる必要がある．

本研究では，流束制限関数を導入することでセル界面における物理量再構成を一次精度から高次精度に切り替え，計算の安定性を実現した．本項では主に使用した Barth and Jespersen limiter[52]と菱田らによって開発された非構造格子用の

minmod limiter[53]について述べる.

Barth and Jespersen limiter におけるセル i での流束制限関数は次のような式で定義される. セル i と隣接するセル j でのセル平均物理量から正方向の最大差, 負方向の最大差を以下の式で算出する.

$$\begin{aligned}\delta v^{\max} &= \max\left(\max_j(\bar{v}_j - \bar{v}_i), 0\right) \\ \delta v^{\min} &= \min\left(\min_j(\bar{v}_j - \bar{v}_i), 0\right)\end{aligned}\tag{2.3.8}$$

次に流束制限関数を除いた式(2.3.1)を式変形することによりセル i から界面 f 上に再構成した物理量 $v_{i,f}$ とセル平均値 \bar{v}_i の差を以下のように定義する.

$$v_{i,f} - \bar{v}_i = \nabla v_i \cdot \mathbf{r}_{i \rightarrow f}\tag{2.3.9}$$

再構成した物理量 $v_{i,f}$ がセル i とそれに隣接するセルの最小値, 最大値の間に制限するために式(2.3.8)との比 Δ_{ij} を算出する.

$$\Delta_{ij} = \begin{cases} \frac{\delta v^{\max}}{v_{i,f} - \bar{v}_i} & \text{if } v_{i,f} - \bar{v}_i > 0 \\ \frac{\delta v^{\min}}{v_{i,f} - \bar{v}_i} & \text{if } v_{i,f} - \bar{v}_i < 0 \end{cases}\tag{2.3.10}$$

セル i とセル j の界面である界面 f において流束制限関数の候補値 Φ_{ij} を評価する.

$$\Phi_{ij} = \min(1, \Delta_{ij})\tag{2.3.11}$$

最終的にセル i における流束制限関数は隣接するセル間での流束制限候補値 Φ_{ij} の最小値を用いる.

$$\Phi_i = \min_j(\Phi_{ij})\tag{2.3.12}$$

Barth and Jespersen limiter では必ず界面 f 上に再構成した物理量がセル i と隣接セル j の物理量の最小値, 最大値の間に位置するように制限する. Barth and Jespersen limiter は, 一様流のような滑らかな空間分布において収束性が悪化することが知られている.

菱田らは Barth and Jespersen limiter を修正することでパラメタフリーかつ利用し易い流束制限関数を提案した. 菱田らの提案した minmod limiter(hishida's minmod)では式(2.3.9)を以下のように変更する. 流束制限関数の候補値を評価する際にセル界面ではなくセル j 中心位置へセル i 中心から物理量を再構成し, その変化量を用いる.

$$v_{i,j} - \bar{v}_i = \nabla v_i \cdot (\mathbf{r}_{i \rightarrow f} - \mathbf{r}_{j \rightarrow f}) \quad (2.3.13)$$

原著論文では minmod 以外の流束制限関数を導入するために上式へ以下の近似を用いる.

$$v_{i,j} - \bar{v}_i \approx (\nabla v_i \cdot \mathbf{r}_{i \rightarrow f}) \times r_{ij} \quad (2.3.14)$$

ただし

$$r_{ij} = \frac{|\mathbf{r}_{i \rightarrow f}| + |\mathbf{r}_{j \rightarrow f}|}{|\mathbf{r}_{i \rightarrow f}|}$$

また, 式(2.3.10)は以下のようになる.

$$\Delta'_{ij} = \begin{cases} \frac{\delta v^{\max}}{v_{i,j} - \bar{v}_i} & \text{if } v_{i,j} - \bar{v}_i > 0 \\ \frac{\delta v^{\min}}{v_{i,j} - \bar{v}_i} & \text{if } v_{i,j} - \bar{v}_i < 0 \end{cases} \quad (2.3.15)$$

式(2.3.14)の近似を用いる場合には slope ratio Δ'_{ij} は式(2.3.10)と次の関係が成立する.

$$\Delta'_{ij} = \frac{\Delta_{ij}}{r_{ij}} \quad (2.3.16)$$

また，流束制限関数の候補値は minmod の場合には以下のように評価される．

$$\Phi_{ij} = \min(1, \Delta'_{ij}) \quad (2.3.17)$$

minmod では数値粘性が過大すぎるため菱田らは $\text{van Leer-like limiter}$ と $\text{van Albada-like function}$ を提案した．これらのリミターを用いる場合には式(2.3.17)を以下のように変更する．

van Leer-like function

$$\Phi_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{if } \Delta'_{ij} < 0 \\ r_{ij}\Delta'_{ij} \left(1 + \frac{1-r_{ij}}{2}\Delta'_{ij}\right) & \text{if } 0 < \Delta'_{ij} < \frac{1}{r_{ij}} \\ 1 + \frac{r_{ij}}{2(1-r_{ij})}(1-\Delta'_{ij})^2 & \text{if } \frac{1}{r_{ij}} < \Delta'_{ij} < 1 \\ 1 & \text{if } \Delta'_{ij} \geq 1 \end{cases} \quad (2.3.18)$$

van Albada-like function

$$\Phi_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{if } \Delta'_{ij} < 0 \\ \Delta'_{ij} \left(1 + \frac{r_{ij}-1}{2}\Delta'_{ij}\right) & \text{if } 0 < \Delta'_{ij} < 1/r_{ij} \\ 1 + \frac{2r_{ij}-1}{2(1-r_{ij})}(1-\Delta'_{ij})^2 & \text{if } \frac{1}{r_{ij}} < \Delta'_{ij} < 1 \\ 1 & \text{if } \Delta'_{ij} \geq 1 \end{cases} \quad (2.3.19)$$

2.3.4 境界条件

本解析ではセル中心法を用いて流体計算を行った．境界条件を与える手法としてダミーセルを用いた[49]．本手法では，境界面を挟んで格子外側へ仮想的なセル(ダミーセル)を配置し，そのセルに対して境界条件を再現する物理量を与える．ダミーセルを用いる利点としては格子内での流束計算と同様のセル-セル間の移流を境界面においても適用できるため，境界条件に対して特別な処理を行う必要がない点や並列化，ベクトル化が可能な利点がある．以下では，本解析に使用した流入境界，流出境界，鏡面境界，滑り壁，滑り無し壁の境界条件について述べる．また境界面を有する格子内に存在するセルの値を下付き \mathbf{bc} で，ダミーセルの物理量を \mathbf{dummy} で示す．

超音速流入境界

超音速流入境界では擾乱が上流へ移流することがないため、すべての物理量が主流条件の物理量と一致する。主流条件の保存量ベクトル Q_∞ を用いると以下のように表される。

$$Q_{\text{dummy}} = Q_\infty \quad (2.3.20)$$

超音速流出境界

超音速流出の場合にはダミーセルの物理量は計算領域内の物理量のみによって決定されるため最も単純な形で零次外挿すると以下のように表される。

$$Q_{\text{dummy}} = Q_{bc} \quad (2.3.21)$$

滑り壁境界

非粘性壁面境界では境界面を横切る方向での移流は生じない。よって以下の関係が壁面上で成り立つ。

$$\mathbf{U} \cdot \mathbf{n} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \cdot \mathbf{n} = 0 \quad \text{at wall surface} \quad (2.3.22)$$

壁面境界における流束ベクトル $F_{c,w}$ は壁面上での静圧 P_w を用いて以下のようになる。

$$F_{c,w} = \begin{bmatrix} 0 \\ n_x P_w \\ n_y P_w \\ n_z P_w \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.3.23)$$

よって、壁面上で流速ベクトルが壁面法線方向に 0 となればよいので流速ベクトル $\mathbf{U} = (u, v, w)^T$ を壁面の法線ベクトル \mathbf{n} を用いて以下のように修正する。

$$\mathbf{U}_{\text{dummy}} = \mathbf{U}_{bc} - 2(\mathbf{U}_{bc} \cdot \mathbf{n})\mathbf{n} \quad (2.3.24)$$

ダミーセルの圧力、密度は境界セルから外挿する。

なお、格子の移動速度 \mathbf{V}_{mv} を考慮する場合には壁面上の流速が格子の移動速

度と一致する必要があるため以下のように修正する.

$$\mathbf{U}_{\text{dummy}} = \mathbf{U}_{\text{bc}} - 2(\mathbf{U}_{\text{bc}} \cdot \mathbf{n} + \xi_t)\mathbf{n} \quad (2.3.25)$$

滑りなし壁境界

滑りなし壁面上では全ての流速が 0 となる.

$$u = v = w = 0 \quad (2.3.26)$$

よって, ダミーセルの流速を以下のように与える.

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}_{\text{dummy}} = \begin{bmatrix} -u \\ -v \\ -w \end{bmatrix}_{\text{bc}} \quad (2.3.27)$$

滑り壁と同様にダミーセルの圧力, 密度は境界セルから外挿する.

格子の移動速度 \mathbf{V}_{mv} を考慮する場合には, 壁面上の流速が格子の移動速度と一致する必要があるため, 以下のように修正する.

$$\mathbf{U}_{\text{dummy}} = \mathbf{U}_{\text{bc}} - 2(\mathbf{U}_{\text{bc}} - \mathbf{V}_{\text{mv}}) \quad (2.3.28)$$

鏡面境界

鏡面境界では境界面を跨ぐ流束は 0 となる. つまり, 滑り壁と同様の境界条件が適用される.

2.4 重合格子法

本研究では飛翔体からのサボ分離を解析するにあたり重合格子法[54]を用いた. 本節では重合格子法が使用される意図と他手法との比較, および原理について説明する.

2.4.1 複雑形状の数値計算手法

数値計算においては格子を使用し, 各点を物理量の代表点として差分式と計算している. 壁面を有する場合に, 壁面を計算領域に再現する手法として最も一般的に使用されるのが, 計算格子境界に壁面条件を与えることである. この手法は対象とする壁面周りに格子を設置すれば解析が行えるが, 複雑な形状を有す

る航空機や宇宙機の解析などではその格子生成の難易度が上昇する。この問題は CFD 黎明期から抱える課題であり、現在まで様々な手法が提案されてきた。

まず、格子を構造格子ではなく非構造格子を使用する方法が 1990 年代後半から広く用いられてきた。非構造格子の利点としては格子生成の自由度の高さであり、現在では壁面を CAD で作成しメッシュ生成ソフトを用いるだけで解析領域全体の格子が自動生成できる。一方で、非構造格子は構造格子と比較して高次精度化に要する計算コストが非常に高いという欠点を有している。非構造格子自体が生み出せる精度は二次精度が限界であり、計算コストを抑えたまま利用できる外挿的な三次精度としては UMUSCL[55]などが提案されている。これ以降の四次精度以上は不連続ガラキン法等[56]の手法が存在するが、その計算コストの高さが現在においても課題になっている。

構造格子を用いる方法では埋め込み境界法(Immersed boundary Method)、マルチブロック法、重合格子法[57]が挙げられる。埋め込み境界法では等方直交の格子を壁面内、壁面、壁面外とカテゴリー分けし、壁面格子に壁が存在するように壁面外の物理量を壁面内に外挿することによって計算領域内に壁を再現する。この手法の利点は計算格子生成の容易さにあり、等方直交格子のみで解析が行える。欠点として壁面を高次精度化すると壁面内外の格子点関係が複雑になっていくことや、計算コストを増大させないためには壁面付近の格子解像度のみを向上させる手法が必要になる点などが挙げられる。

マルチブロック法は計算領域を複数の構造格子に更に分解し、構造格子の接合部を一対一対応にすることで解を受け渡し、計算を行う手法である。この手法の利点は、厳密に壁面を再現することが可能であり、計算格子の数を領域ごとに変更できる点にある。欠点としては、全体の計算格子をどのように分割し各領域にどの程度格子点を与えるかが格子生成の段階で必要となるため、計算格子の生成に時間を要する点である。

重合格子法は、マルチブロックと同様に流れ場を複数の格子に割り当てて計算する手法である。マルチブロック法と異なる点として格子間の重なりを許容している。マルチブロック法のように領域分割を一対一対応にする必要がないため格子生成の自由度は高い。この手法の最も優位な点は領域を自由に扱えるために複数の移動境界問題を取り扱うことが得意であることである。特にロケットの切り離し問題や可動するフラップ周りの解析に使用されてきた。欠点としては他格子上に存在する壁面を常に把握しなければならないことや解交換に

において他格子の最近傍セルを探索する必要性がありアルゴリズムが複雑化しやすい点が挙げられる。本計算ではサボ分離の複数移動境界問題を扱うために重合格子法を採用した。

2.4.2 重合格子法における内外判定処理

重合格子法では複数の格子を重ね、その格子間で物理量を交換することにより全体の流れ場を再現する。有限体積法を用いた数値計算において重合格子法を使用する場合、格子 A におけるセル i が格子 B に属するどのセルに含まれているかを知る必要がある。格子 A におけるセル i の重心が内部に存在する格子 B のセル j を donor cell と呼ぶ。図 2.7 に donor セルの具体例を示す。また、donor cell が属する格子(格子 B)をターゲット格子と呼ぶ。各セル中心が他格子のセル内部に存在するか否かを内外判定と呼ぶ(図 2.8)。使用するすべての格子が移動しない静止重合格子法では計算開始する際に一度、格子の相対位置が 1 ステップ毎に変化する移動重合格子法では毎ステップにおいて全セルに対する donor cell を探索しなければならない。この donor cell 探索は全格子点位置で評価しなければならないため、例えば格子 A, B 内にそれぞれ 100 万セル存在する場合に総当たり探索(brute-force search)を行うと 100 万×100 万の組み合わせを計算する必要がある(図 2.9)。実際の重合格子を用いた CFD 解析では格子数が 10^1 - 10^2 個のオーダーになることや格子内の総セル数も増加することから総当たり探索は過大なコストを要し、現実的な計算時間では移動重合格子法を使用することができない。よって、移動重合格子法を用いる場合には donor cell 探索の計算コストを削減する必要がある。

重合格子法における donor cell 探索は、ゲーム用の物理エンジンに使用される衝突検知(Collision detection)[58]や距離空間の最適化問題における最近傍探索(Nearest neighbor search, NNS)[59]と類似している。衝突検知と異なる点は一般的な物理エンジンよりもオブジェクト数、つまり、CFD 格子における総セル数が多い点である。最近傍探索と異なるのは、ターゲット格子における最も近いセル重心(格子点)が必ずしもセル i の donor cell とは限らないことである。衝突検知や最近傍探索は計算コストの面で最適化されたアルゴリズムが数多く提案されているため、本研究ではこれらのアプローチを応用することで donor cell 探索のコスト削減を行った。

衝突検知では、複数の物体同士の接触判定を高速化するためにブロードフェ

ーズとナローフェーズという2つのプロセスを用いる。ブロードフェーズでは、物体形状を粗視化することで衝突判定のコストを下げ、必ず衝突しない物体を探索候補から除外する。ナローフェーズでは、ブロードフェーズで衝突する可能性があるとして判定されたオブジェクトに対して厳密な衝突判定を行うことで衝突検知を完了する。

本研究では、このブロードフェーズとナローフェーズの計算プロセスを **donor cell** 探索に導入した。ブロードフェーズにおいて最近傍探索で用いられる空間分割法により **donor cell** の候補セルリストを作成し、ナローフェーズにおいて候補セルに対して厳密な内外判定を行った。本項では、この内外判定におけるブロードフェーズとナローフェーズを解説する。

ブロードフェーズ

最近傍探索の空間分割方法には木構造が用いられる。代表的な木構造は

- ・ 四分木(2D), 八分木(3D)
- ・ kd(k-dimensional)木
- ・ bvh(Bounding Volume Hierarchy)木

がある。木構造はノードを構築する際に計算コストを要するものの、構築が完了した後は根ノードから葉ノードに向かって if 分岐を経ることで最近傍点候補探索ができる。木構造による空間分割は計算コストが少なく、メモリ使用量も低いため非常に一般的なアルゴリズムであるが、逐次的に木構造内を探索するために並列化やベクトル化が困難という欠点がある。本研究では、CFD の計算コストを削減するために Flat-MPI による分散メモリ型並列化と Vector CPU を用いたが、木構造内部の探索が全計算時間の 99% を占める結果となった。従って、木構造ではなくベクトル化が可能である等間隔空間分割法(Voxel 法)[60]を用いることでブロードフェーズの高速化を行った。

Voxel 法では計算格子全体に対して等間隔の分割空間(voxel)を定義し、各セルの AABB(軸平行境界ボックス, Axis-Aligned Bounding Box)が接触する voxel に対してセル番号を登録していく。セル i を構成する節点の位置ベクトルを \mathbf{x}_n^i とすると AABB の頂点は以下のように定義される。

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{\min}^{\text{AABB}} &= \min_n \mathbf{x}_n^i \\ \mathbf{x}_{\max}^{\text{AABB}} &= \max_n \mathbf{x}_n^i \end{aligned} \tag{2.4.1}$$

図 2.10 に二次元セルと三次元セルにおける AABB オブジェクトの形状を示す。また、図 2.11 にこの手法によって高速化が得られる理由を示す。AABB オブジェクトの内外判定は非常に単純に行うことができる。内挿点の位置ベクトルを \mathbf{x}_a とすれば、各次元の値が donor セル候補の AABB オブジェクトの $\mathbf{x}_{\min}^{\text{AABB}}$ と $\mathbf{x}_{\max}^{\text{AABB}}$ の間に存在すれば内挿点は AABB オブジェクトの内側に存在し、それ以外の場合には外側に存在する。

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{\min}^{\text{AABB}} < \mathbf{x}_a < \mathbf{x}_{\max}^{\text{AABB}} \rightarrow \text{inner} \\ \text{else} \rightarrow \text{outer} \end{cases} \quad (2.4.2)$$

あるセルの AABB オブジェクトの内側に存在することは、内挿点はそのセルの内側に存在することの必要条件である。よって、まず、donor セル候補の AABB オブジェクトに対して内外判定を行い、その後、内挿点が AABB オブジェクトの内側に存在する場合に厳密な内外判定を行えばよい。これにより総当たり法で内外判定を行うより高速化される。この手法によって高速化されるものの、ターゲット格子におけるすべての AABB オブジェクトに総当たり法で内外判定を行うのは非効率である(図 2.12)。更に格子全体へ空間分割を適用し、内挿点に接触する可能性があるセルのみに対して AABB オブジェクトの内外判定を行うように制限することで高速化した。

空間分割により Voxel 法による当たり判定を高速化する方法について説明する。図 2.13 に示すような格子 A の格子点に対する donor セルを格子 B から探索する問題を考える。最初に空間分割を格子 B に施す。後述するがこの空間分割には任意性があり、ここでは説明を簡易化するために格子 B 全体の AABB を 4x4 に分割する。

1. この分割された空間に格子 B のセルを登録していく。この登録ではセルの AABB オブジェクトと空間の AABB オブジェクトの衝突判定で行う。図 2.14 に示すように分割された空間にまたがるセルは接触している空間すべてに登録される。
2. 次に格子 A の内挿を行いたい格子一点に着目し、その所属している分割された空間を割り出す。
3. 所属している空間に登録されている格子 B セルのすべてに対して衝突判定

を行うことにより処理は完了する.

1 において AABB オブジェクト同士の衝突を行うのは空間への登録作業を高速化するためである. 2 において格子点が所属する空間は一意に決定される(図 2.15). 3 において分割空間に登録されているセルのみに衝突判定を行うことで参照可能なセルを割り出せる理由は「格子点 A を内包可能なセル B」⇔「セル B が格子点 A の所属空間に接触する」という関係が存在しているためである.

空間分割・登録には任意性があり等間隔分割(voxel), 四分木, 八分木, kd 木などの様々な手法で行うことができる. 本研究では等間隔分割によって空間分割と登録を行った. 等間隔分割では空間分割を任意の voxel 数で分割する. voxel 数の決定に対して最も簡便な方法としては総セル数の $1/(\text{次元})$ 乗とすることである.

$$\begin{aligned} \text{全Voxel数} &= \text{総セル数} \\ \text{各方向へのVoxel数} &= \text{総セル数}^{1/(\text{格子次元})} \end{aligned} \quad (2.4.3)$$

格子が三次元でありその AABB オブジェクトを定義すると以下のように示される.

$$\begin{aligned} x_{\min}^{\text{AABB}} &= \text{minval}(\text{全セル}x\text{座標}) \\ x_{\max}^{\text{AABB}} &= \text{maxval}(\text{全セル}x\text{座標}) \\ y_{\min}^{\text{AABB}} &= \text{minval}(\text{全セル}y\text{座標}) \\ y_{\max}^{\text{AABB}} &= \text{maxval}(\text{全セル}y\text{座標}) \\ z_{\min}^{\text{AABB}} &= \text{minval}(\text{全セル}z\text{座標}) \\ z_{\max}^{\text{AABB}} &= \text{maxval}(\text{全セル}z\text{座標}) \end{aligned} \quad (2.4.4)$$

voxel の間隔は以下のように定義される.

$$\begin{aligned} \Delta x &= \frac{x_{\max}^{\text{AABB}} - x_{\min}^{\text{AABB}}}{\text{Voxel数}} \\ \Delta y &= \frac{y_{\max}^{\text{AABB}} - y_{\min}^{\text{AABB}}}{\text{Voxel数}} \end{aligned} \quad (2.4.5)$$

$$\Delta z = \frac{z_{\max}^{\text{AABB}} - z_{\min}^{\text{AABB}}}{\text{Voxel数}}$$

間隔を用いると点, AABB オブジェクトが所属する voxel を高速に計算することが可能になる. 例えば点 (x,y,z) が所属する voxel 座標以下のように定義できる.

$$\begin{aligned} j^{\text{voxel}} &= \text{int}\left(\frac{x}{\Delta x}\right) + 1 \\ k^{\text{voxel}} &= \text{int}\left(\frac{y}{\Delta y}\right) + 1 \\ l^{\text{voxel}} &= \text{int}\left(\frac{z}{\Delta z}\right) + 1 \end{aligned} \quad (2.4.6)$$

また, AABB オブジェクトが接触する voxel の範囲は

$$\begin{aligned} j_b^{\text{voxel}} &= \text{int}\left(\frac{x_{\min}}{\Delta x}\right) + 1, \quad j_e^{\text{voxel}} = \text{int}\left(\frac{x_{\max}}{\Delta x}\right) + 1 \\ k_b^{\text{voxel}} &= \text{int}\left(\frac{y_{\min}}{\Delta y}\right) + 1, \quad k_e^{\text{voxel}} = \text{int}\left(\frac{y_{\max}}{\Delta y}\right) + 1 \\ l_b^{\text{voxel}} &= \text{int}\left(\frac{z_{\min}}{\Delta z}\right) + 1, \quad l_e^{\text{voxel}} = \text{int}\left(\frac{z_{\max}}{\Delta z}\right) + 1 \end{aligned} \quad (2.4.7)$$

によって定義でき, (j_b, k_b, l_b) から (j_e, k_e, l_e) の範囲の voxel に接触すると判定することができる. 各 voxel のリストにこの接触する AABB オブジェクトのセル番号を登録していくことで voxel 法による空間分割は完了する(図 2.16).

ナローフェーズにおいてはセル重心点 (x,y,z) が所属するターゲット格子上的の Voxel 座標を呼び出し, その voxel に登録されているセルに対して衝突判定を行うことで donor cell を同定する.

ナローフェーズ

内外判定を高速化するために, 重合格子計算においてすべて四面体セルもし

くは等間隔六面体セルで構築される格子(等方直交格子)を使用した。主に物体周りなどの複雑形状の壁面境界条件が存在する領域には四面体格子，物体が付近に存在しない自由流れを解像する領域には等間隔六面体格子を用いた。四面体セルの場合には内外判定に四面体要素内挿を用いた。四面体要素内挿では， p_1, p_2, p_3, p_4 の四点で構成される四面体から点 p への内挿を考える(図 2.17)。点 p の要素内(原点 p_1)での局所座標系を (ξ, η, ζ) とする。点 p の絶対座標系を四面体要素内の局所座標系で表現すると以下の式のようにになる。

$$\begin{pmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{p1} \\ y_{p1} \\ z_{p1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_2 - x_1 & x_3 - x_1 & x_4 - x_1 \\ y_2 - y_1 & y_3 - y_1 & y_4 - y_1 \\ z_2 - z_1 & z_3 - z_1 & z_4 - z_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{pmatrix} \quad (2.4.8)$$

絶対座標系から局所座標系への変換は以下の式で示される。

$$\begin{pmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 - x_1 & x_3 - x_1 & x_4 - x_1 \\ y_2 - y_1 & y_3 - y_1 & y_4 - y_1 \\ z_2 - z_1 & z_3 - z_1 & z_4 - z_1 \end{pmatrix}^{-1} \left(\begin{pmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_{p1} \\ y_{p1} \\ z_{p1} \end{pmatrix} \right) \quad (2.4.9)$$

要素内の線形補完は各格子点の任意の物理量を v とすると以下の式で示すことができる。

$$v_p = [1 - (\xi + \eta + \zeta)]v_{p1} + \xi v_{p2} + \eta v_{p3} + \zeta v_{p4} \quad (2.4.10)$$

ただし，

$$\xi + \eta + \zeta \leq 0 \text{ かつ } \xi, \eta, \zeta \geq 0 \quad (2.4.11)$$

上の条件が満たせない場合には四面体要素内に内挿したい格子点が存在していないことを表している。そのため，式(2.4.11)の条件を，対象とする格子点と任意の四面体における内外判定に使用した。

等間隔六面体格子では構造格子のように 1 から始まる三次元のインデックス (j, k, l) を用いてセルを定義する。座標系 (x, y, z) とインデックス (j, k, l) の方向を一致させると各方向のセル幅 $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ と格子原点位置 x_0, y_0, z_0 を用いてセル i 重心 (x_i, y_i, z_i) が内側に存在するセル (j, k, l) が以下のように表される。

$$\begin{aligned}
j &= \frac{x_i - x_0}{\Delta x} + 1 \\
k &= \frac{y_i - y_0}{\Delta y} + 1 \\
l &= \frac{z_i - z_0}{\Delta z} + 1
\end{aligned}
\tag{2.4.12}$$

上式で計算されるインデックス(j, k, l)が 0 以下もしくは各方向のセル総数以上を指す場合には格子内にセル i が存在しない。

2.4.3 重合格子法における内挿処理

重合格子法においては格子間の内挿関係を明確にし、特に複数壁面が存在する場合には他格子の壁面の内外を明確にする必要がある。本節においては使用したアルゴリズムについて必要性を含めながら解説する。

前項で解説したように各セルに対する donor セルが内外判定によって決定される。内挿する際にはこの donor セルの物理量を使用して内挿する。対流項に一次精度スキームを使用する場合にはセル i の物理量 v_i は donor セルの物理量 v_{donor} と一致するように設定する。

$$v_i = v_{\text{donor}} \tag{2.4.13}$$

また、UMUSCL によって高次精度スキームを使用する場合にはセル内部からセル界面への再構成と同様の手法で donor セルからセル i へ物理量を内挿する。

$$v_i = \bar{v}_{\text{donor}} + \Phi_{\text{donor}} \nabla v_{\text{donor}} \cdot (\mathbf{r}_i^{\text{CG}} - \mathbf{r}_{\text{donor}}^{\text{CG}}) \tag{2.4.14}$$

ここで \mathbf{r}^{CG} はセル重心の位置ベクトルである。流束制限関数、物理量勾配は対流項計算時に使用した手法、値をそのまま使用した。

2.4.4 重合格子法における Hole-cutting

次に壁面内外を判別する必要性について説明する。説明のために重合計算の

例として図 2.18 にサボ分離解析に用いた計算格子を示す。別格子の壁面内には流体が存在していないものの格子が存在しているため、システム方程式を解く対象となる。そのため、全格子間で壁の位置、および内部を共有し、その領域を流体解析から除外する必要がある。この処理を **Hole-cutting** と呼ぶ。

Hole-cutting には様々な手法が存在するが本研究では **Implicit hole-cutting**[61]を用いた。まず、格子上に存在するすべてのセルにおいて各格子に対する **donor cell** を探索する。**donor cell** が見つからないセルはターゲット格子に対して以下の二つ可能性が考えられる。

1. セル i はターゲット格子の領域外に存在するため **donor cell** が存在しない。
2. セル i はターゲット格子の領域内に存在するが壁面境界内側のため **donor cell** が存在しない。

よって、この 2 つを判別できれば自動的に他格子の壁面内部に存在するセルが判別できる。領域外に存在するかを判別するためにターゲット格子に存在する壁面境界条件の $AABB_{wall}$ を定義する。もし、以下の 2 条件を満たす場合セル $i(x_i, y_i, z_i)$ が壁面内部に存在する。

1. ターゲット格子に **donor cell** が存在しない。
2. (x_i, y_i, z_i) が $AABB_{wall}$ の内側に存在する。

すべての格子に対してこの **Implicit hole-cutting** を行い、何れかの格子において **hole** と判定されたセルは重合格子法で **hole** として扱う。

hole と指定された格子には物理量を定義することができない。そのため、**hole** と隣接するセルを内挿点(receptor)としてターゲット格子から物理量を内挿する。

2.5 並列計算法

計算時間短縮のために分散メモリ型並列演算機を使用した。計算プログラムの並列化には **MPI(Message Passing Interface)** を使用し、各ノードの **CPU** スレッドに対して 1 プロセスずつ割り当てる **Flat MPI** で解析を行った。本節では非構造格子法、および重合格子法を用いた際の **MPI** 並列アルゴリズムについて述べる。

非構造格子法を **MPI** 並列化する際には前処理として

1. 領域分割
2. プロセス割り当て
3. 通信準備

が存在する。以下の項ではこの前処理におけるメモリ格納方法と通信について

述べる.

2.5.1 非構造格子法における領域分割

並列計算における領域分割とは、複数の演算機に対して計算格子内のどの領域を割り当てるかを決定するプロセスである。領域分割は全プロセスに割り当てられる計算処理を均等にし、計算コストのインバランス化を防ぐ必要がある。有限体積法では対流項、粘性項の計算量は格子内に存在するセル界面数に比例し、温度や粘性係数などの物性値更新は格子点数(セル数)に比例する。よって、領域分割プロセスは各ノードに割り当てられるセル数と界面数が均一になるように計算格子を分割する必要がある。

構造格子法を利用する場合には、格子点の位置関係は各点に割り振られるインデックスと対応している。従って、インデックスを任意のプロセス数で除すことで単純に領域分割を行うことができる。非構造格子では各セルのインデックスは幾何的な位置関係を意味しない。そのため、セルの幾何位置を別途定義したうえで最適な領域分割を行う必要がある。

非構造格子の領域分割モジュールは Chaco[62], Scotch[63]など様々提案されている。本研究では Metis[64]を用いた。Metis では複数の形式の入力ファイルに対応している。ここではメッシュファイルを用いた入力ファイルを使用する `mpmetis` を用いた。入力ファイルのメッシュファイルは総セル数 `cmax+1` 行から構成されており、最初の行に総セル数が書き込まれ、それ以下に各セルを構成する節点番号が書かれている(図 2.19)。この入力ファイルを用いて `mpmetis` で分割数を指定すると節点中心法かセル中心法用の出力ファイルが生成される。セル中心法用の出力ファイル(`inputfile.epart`.分割数)は `cmax` 行で構成され、一行目から各担当プロセスが書き込まれる。本研究ではこの出力ファイルに基づいて、各 MPI プロセスに毎ステップおきに時間積分するセルを割り当てた。

2.5.2 プロセス割り当てと通信

各プロセスには領域分割によって決定されたセルを割り当てる。本解析で用いた計算手法では、時間積分する際に隣接するセルの物理量を参照する必要がある。そのため、実際には担当する計算領域に加えて、その領域に接するセル郡(袖領域)をメモリ上に格納する必要がある。本項では本研究における MPI 並列演算の際のメモリ格納方法と通信処理について述べる。

説明を単純化させるために 18 セルの四角セルで構成される格子の二並列計算を考える。非構造格子として扱うために各セル番号はランダムに与え、図 2.20 に示した。また、分割に関しては 9 セルずつに単純に分かれることを想定する。まず、図 2.20 に示すように各プロセスが担当する領域ごとにセルを割り当てる。分割前のセル番号ではプログラム内で処理する際に煩雑になるため、セル番号を分割後の領域で再定義する。この再定義には任意性があるが、ここでは分割前セル番号の小さい順に 1 からインデックスを割り当てる。すべてのセル番号の再定義を完了した後に、袖領域の定義を行う。袖領域は担当領域に隣接するセル数分存在し、今回の例ではそれぞれ 3 セルの袖領域を各プロセスが有する。袖領域の再定義処理を図 2.21(a)に示す。担当領域のセル番号再定義と同様に、分割前の領域でのセル番号の小さい順に担当領域の総セル数(今回は 9)+1 からインデックスを割り当てる。これは、後述する通信処理で取り扱いやすくするためである。セルと同様に各面、節点に関するインデックスも 1 から再定義することで領域分割の再定義処理が完了する。

通信処理においては、各計算プロセスにおいて必要とする袖領域の物理量を別のプロセスから受け取る必要がある。図 2.21(b)に示すように各プロセス上における担当領域は別プロセスの袖領域となっている可能性があるため、この部分の送受信を行う。通信を行う際には送信側は袖として参照されているセルの物理量を別のプロセスに送信し、受信側は受け取った物理量を物理量配列の後端にある袖領域部分に格納する。袖領域の位置関係、メモリ格納位置は計算中に変化しないため時間積分毎に保存量配列の袖交換通信ルーチンを呼び出すことで CFD の並列計算を行うことができる。

MPI を使用する場合には同様の通信を行うとしてもいくつか手法がある。

1. 送受信側で 1 セルずつ `MPI_send`, `MPI_recv` ルーチンを呼び出す。
2. 受信側が必要としているセルを送信側で一つの配列にまとめて (`packing`)`MPI_send` で送り、受信側で送られてきた配列を解凍(`unpacking`)する。
3. 送信側で部分配列の派生データ型を送信側、受信側で定義し、`MPI_recv`, `MPI_send` のデータ型に使用することでまとめて通信する。

手法 1 のように各セルを逐次送信する場合は、各計算ステップにおいて MPI 通信ルーチン(`MPI_send`, `MPI_recv`)を大量に呼び出すためオーバーヘッドが並列化効率を悪化させる。よって、送受信位置が事前に明らかな場合には可能な限り

配列としてまとめて送信することが好まれる。単純な方法としては図 2.22 で示すように、受信プロセスが必要としているセルの物理量だけを送信側で一次元配列にまとめ(packing), これを MPI_send で送信する。この際、MPI データ型は基本データ型を使用する。受信側は、一次元配列を各軸領域に移すこと(unpacking)で通信が完了する。この手法はデータをただ移し替える packing, unpacking を明示的に行わなければならない点や、その一次元配列を逐次作成する必要があるため通信ルーチンが煩雑になる。手法 3 では手法 2 とほぼ同様であるが MPI 派生データ型を使用することでプログラム側ではなく、MPI の内部で packing, unpacking を行う。派生データ型とは MPI の通信ルーチンにおいて送受信バッファにメモリ上で連続していない領域を指定するデータ型である。この派生データ型を使用することで送信するデータを配列内から飛び飛びに使用でき、受信側も送られてきた配列から格納先を飛び飛びに指定することができる。派生データ型を定義する方法としては MPI_type_subarray, MPI_type_indexed などがあるため各部分配列に応じたものを指定すればよい。本研究では、MPI_type_indexed を用いて送信元、受信先を指す派生データ型を作成した。当然であるが送信元が呼び出す MPI_send ルーチンの送信バッファ用派生データ型と、受信側が呼び出す MPI_recv ルーチンの受信バッファ用派生データ型は異なることに注意されたい。

図 2.23(a)に部分配列を使用した通信を示す。実際に各プロセスが call しているのは MPI_send, MPI_recv のみであり、packing, unpacking は明示する必要がないため通信ルーチン内が簡略化される。この手法を用いる場合には派生データ型を事前に作成する必要がある。一見、計算開始時に全体領域から各プロセスのデータ型を定義すればよいように見えるが、1 億点を超えるような大規模計算を行う際には各プロセスで計算領域全体の幾何情報を保持することが不可能となる。よって、分割されている空間それぞれから通信を行って必要なセル番号を相互に通信し、要求する必要がある。本解析プログラムでは受信用構造体と送信用構造体を作成することでこの処理を行った。まず、受信側ではプロセス B から要求する総セル数とそれらの分割前セル番号、分割後セル番号を構造体に保存する。受信側から送信側へ要求総セル数と分割前のセル番号を送信する。送信側では分割前のセル番号から分割後のセル番号にプロセス内で変換し、保存する。これにより送受信側それぞれのプロセスで参照するセルの位置が分かるため、分割後のセル番号配列を用いて派生データ型をそれぞれ定義することが可能と

なる。

袖交換通信では計算に最低限必要な物理量(保存量)のみを通信する手法と計算に必要十分な物理量(保存量+圧力, 温度, 音速, 輸送係数など)の全てを通信する手法がある。この両者のどちらが適しているかは計算機の性能や計算領域のサイズに依存する。保存量のみを通信する場合, 通信量自体は削減できるものの袖領域の温度, 圧力などを通信終了後に更新しなければならない。計算に必要な物理量すべてを通信する場合には計算量は非並列計算と変化しないものの, 通信量は増加する。計算領域が大きい場合には袖領域は計算領域全体に比べて相対的に小さくなるため保存量のみを通信する手法が適する。計算領域が小さい場合には, 袖領域が計算領域全体に比べて相対的に大きいため, 計算に必要な物理量をすべて通信する手法が適する。本解析プログラムでは保存量のみを通信し, 袖部分において計算に必要な物理量は通信後に更新した。

2.5.3 重合格子法における MPI 並列化

重合格子法において単格子解析の並列化と異なる点は, 複数格子の計算割り当て方法と格子間での通信を要する点である。まず, 複数格子での領域分割であるが大きく 2 種類の方法が存在する(図 2.24)。仮に m 個の格子を使用する重合格子計算を n プロセスで並列化を行うとする。

1. 全格子をそれぞれ n 個の領域に分割し各プロセスは全格子のある 1 分割領域を担当する。
2. 全ての格子における分割された領域の総和が $m \times n$ 個になるように全格子を領域分割し, 各プロセスはいずれかの格子の 1 分割領域を担当する。

手法 1 の利点は単純な領域分割でもプロセス間で処理のインバランスが生じにくいため重合格子法に切り替えた際の並列性能悪化を防ぎやすい。欠点としては 1 タイムステップにおいて m 回の対流, 粘性項計算に加えて m 回の格子内通信を行う必要があるため通信回数が手法 2 より増加する。手法 2 の利点は並列化された流体計算処理は単格子計算と全く同様になるためプログラムが簡素になる点である。欠点は各プロセスに割り当てられる総セル数を均一にすることが難しいためインバランスが生じる可能性が高い点である。本研究では, 検討段階において構造格子を用いた重合格子法で手法 2 のロードバランスについて測定したが, 並列数が増加するに従い急峻に並列化効率が悪化した。従って, 本研究では手法 1 を用いて重合格子法の並列化を行った。

分散メモリ型並列化を行った場合には、別プロセスから内挿で参照する donor セルの物理量を通信で受け取る必要がある。移動重合格子法の場合にはタイムステップ毎に donor cell が変化するため通信領域も変更しなければならない。図 2.25 には重合格子法における通信リクエスト処理を示す。まず、単一プロセスと同様に各セルにおける donor cell を保存する配列を作成する。donor cell = 0 は参照するセルが存在しないことを意味する。donor cell 配列から donor cell $\neq 0$ のセルを MPI 通信 request 配列として作成する。donor cell のセル番号は格子全体でのインデックスである(global donor cell #)ため各 MPI 分割領域でのローカルインデックスに変更しなければならない。そのため、配列内で donor cell を担当している MPI プロセス番号(donor process #)と各プロセス内での donor cell のセル番号(local donor cell #)を保存する。最終的に MPI プロセス番号から各プロセスへの request 配列を作成する。プロセス内で作成した request 配列を使用して MPI_get ルーチンで各プロセスからフェッチすることで参照するセルの物理量を取得する。

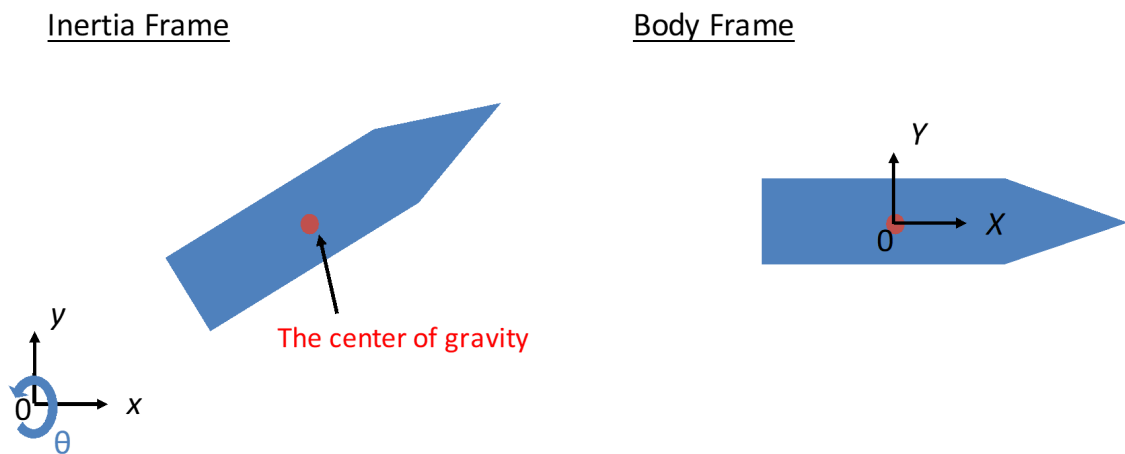


図 2.1 慣性座標系と物体静止座標系

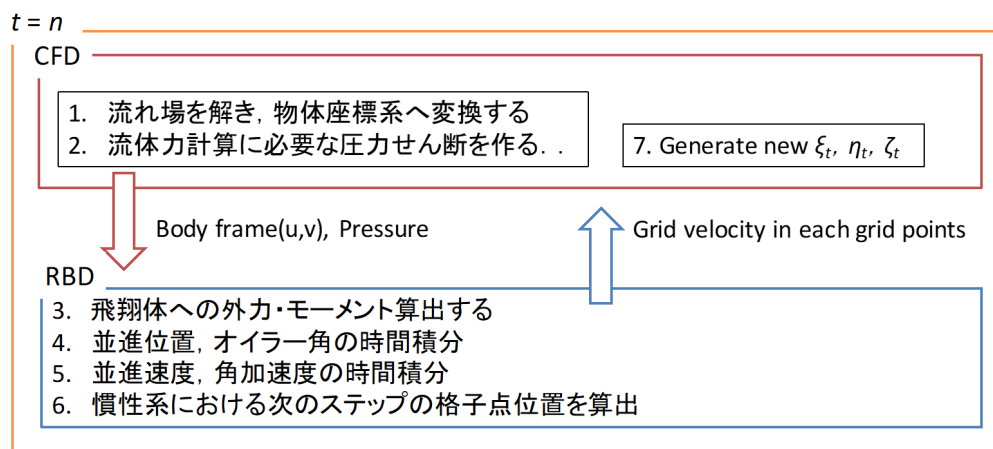
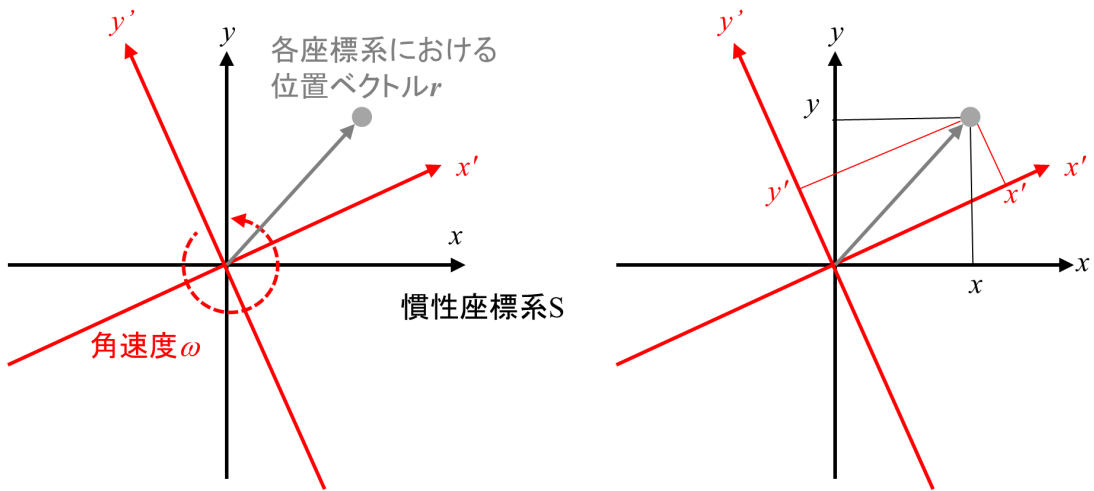
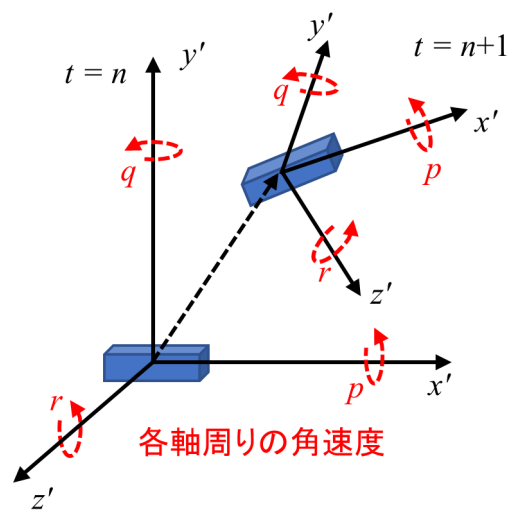


図 2.2 CFD-RBD の計算フロー

原点を共有する回転座標 S'



(a) 慣性座標系 S と原点を共有する回転座標系 S'



(b) 物体静止系座標系と軸周りの回転速度

図 2.3 剛体運動方程式における座標系

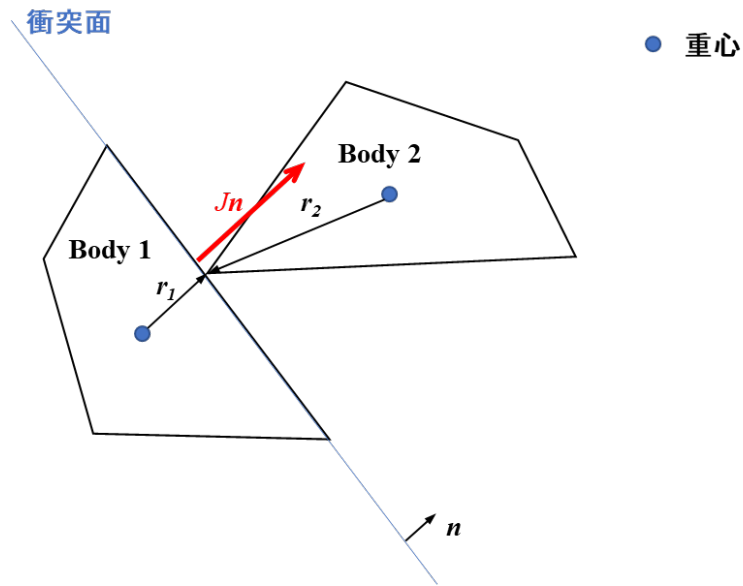


図 2.4 Impulse-based 法における各ベクトルの定義

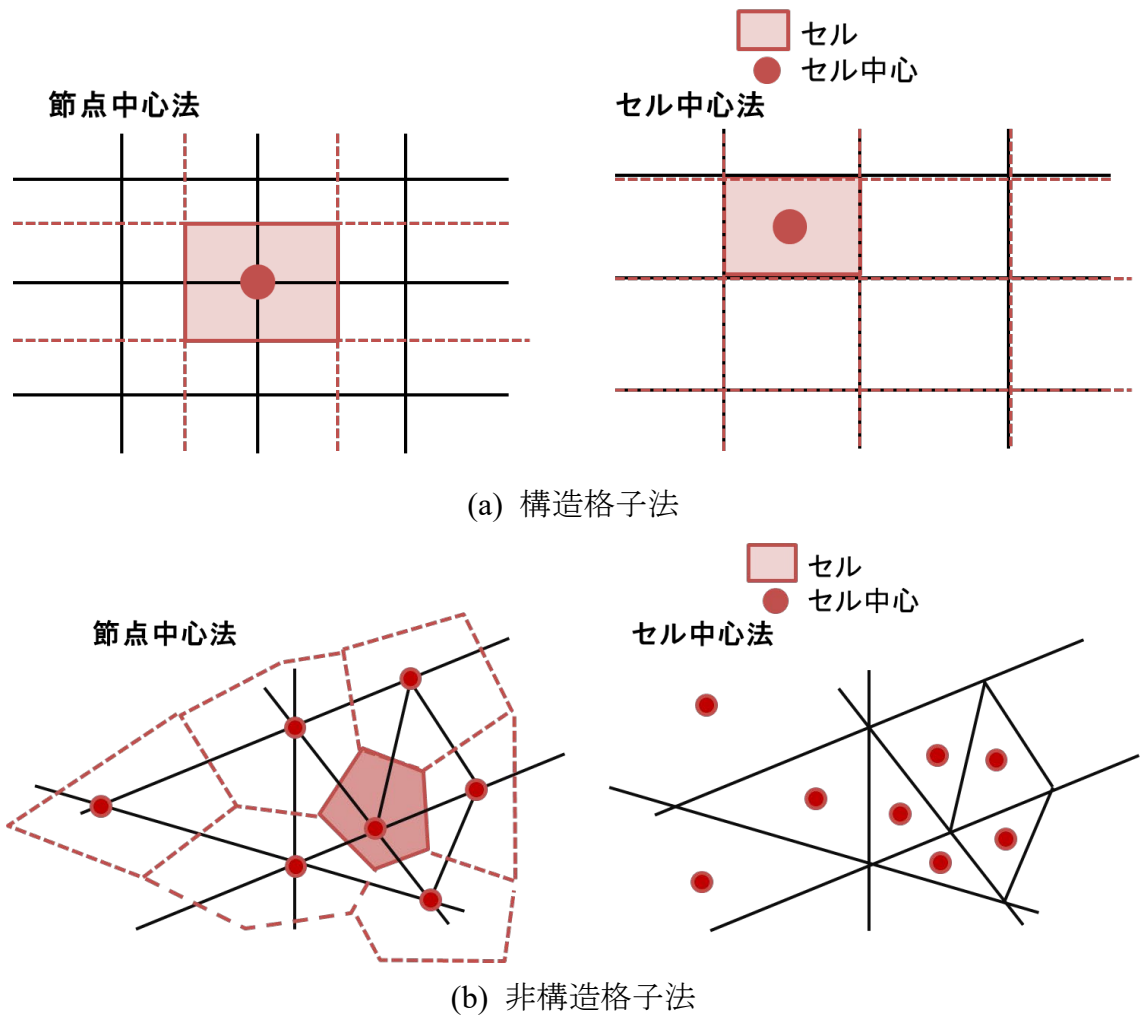


図 2.5 有限体積法における検査体積の構築方法

各色の領域は各接点の
物理量計算に使用(逆距離荷重法)

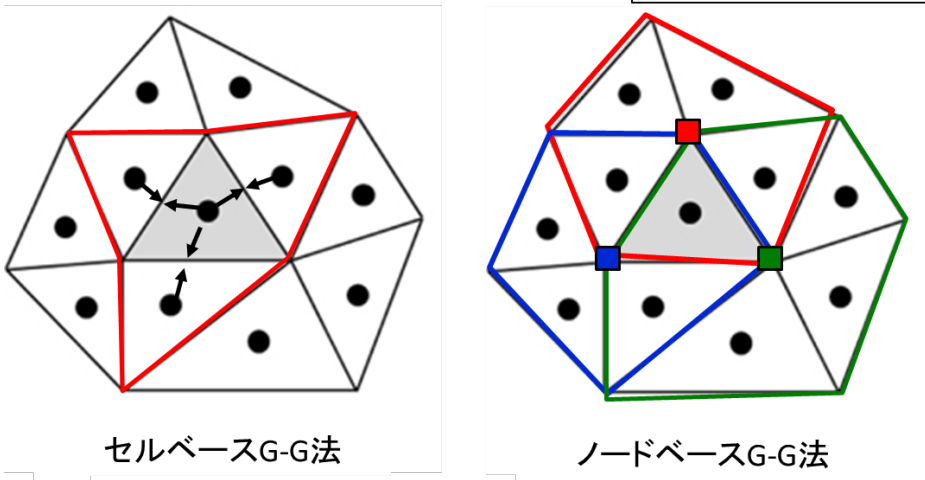


図 2.6 Green-Gauss method における勾配計算手法と参照セル

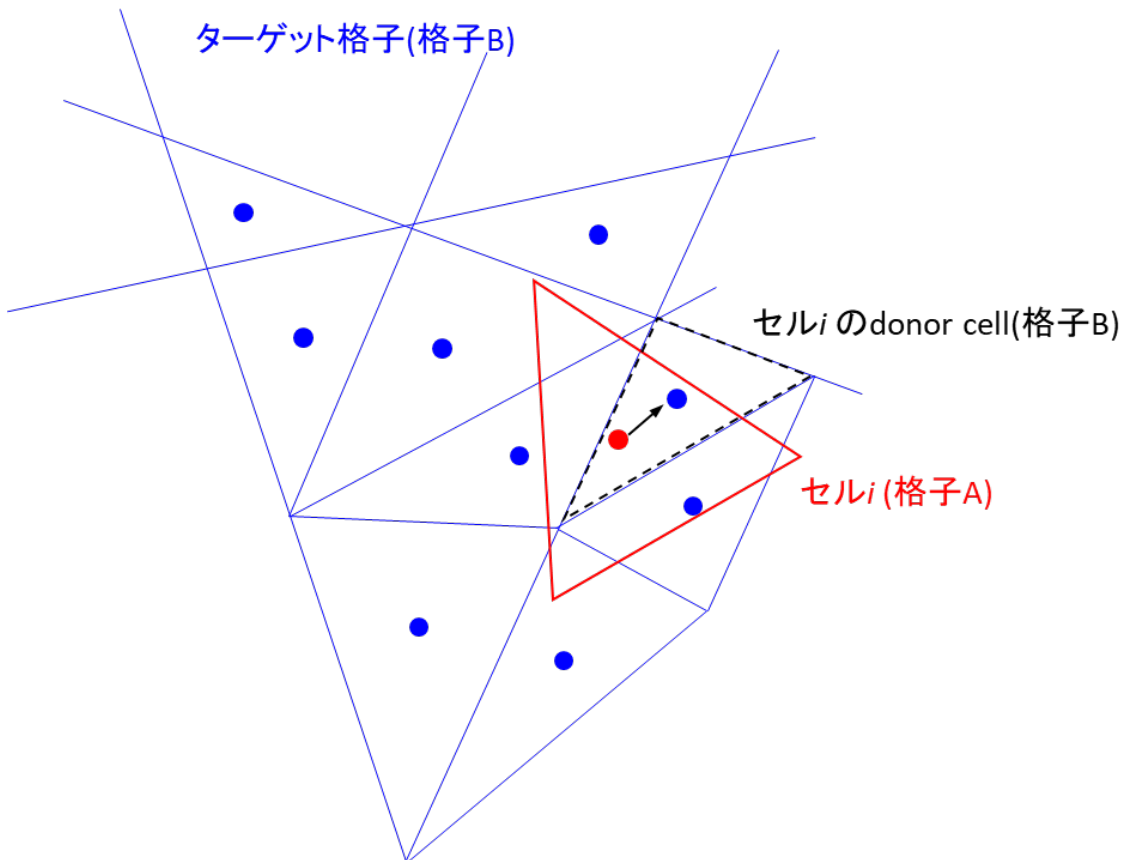


図 2.7 重合格子法における donor セル

参照セル

内挿点

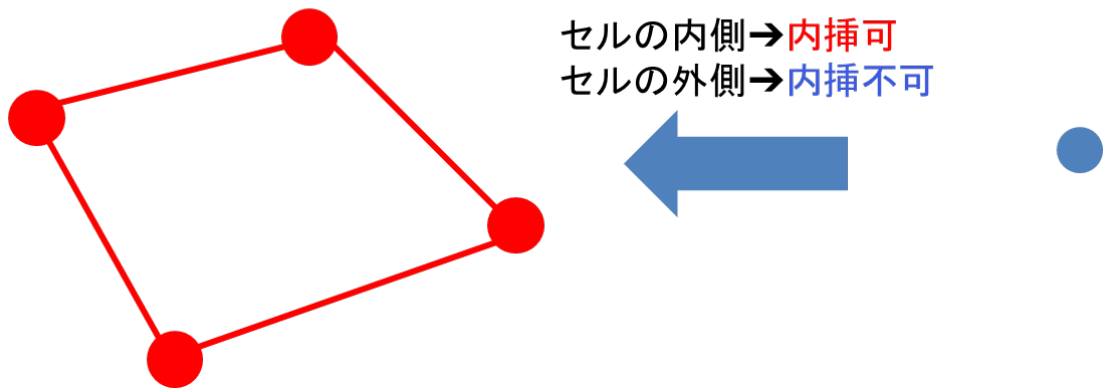


図 2.8 重合格子法における内外判定

参照セル(総セル数n)

内挿点(総セル数n)

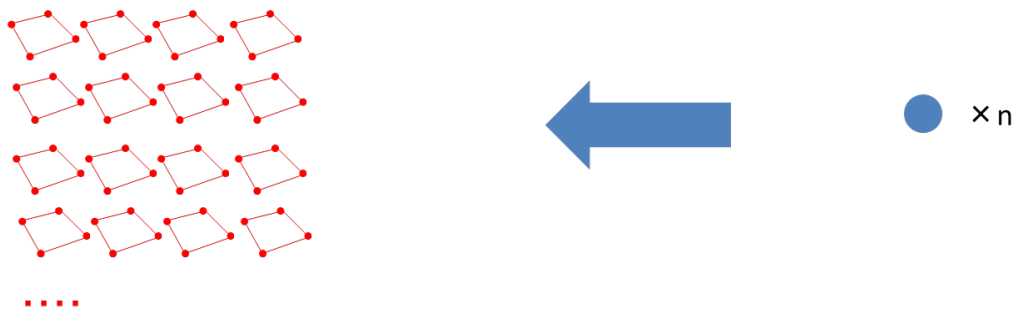


図 2.9 総セル数 n の 2 格子間における総当たり法による内外判定

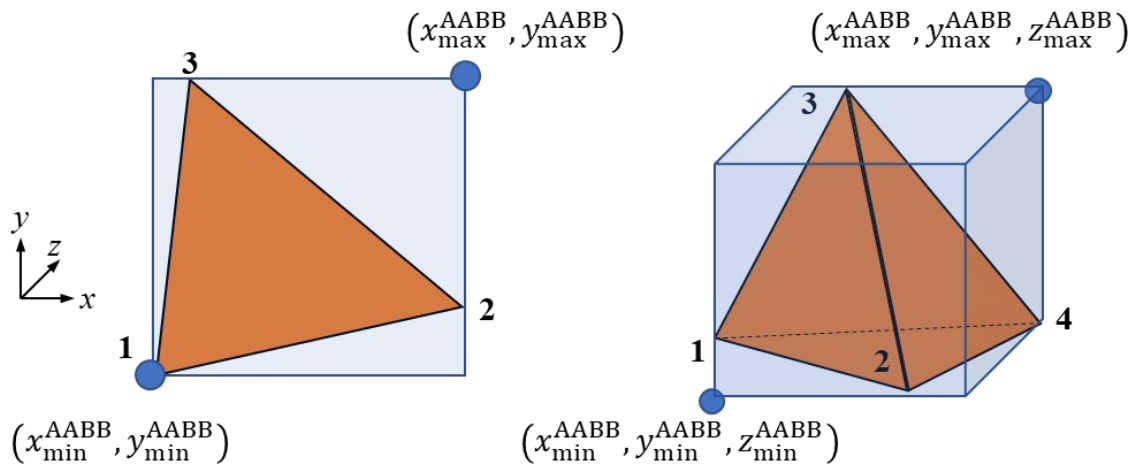


図 2.10 二次元セル, 三次元セルにおける AABB オブジェクト

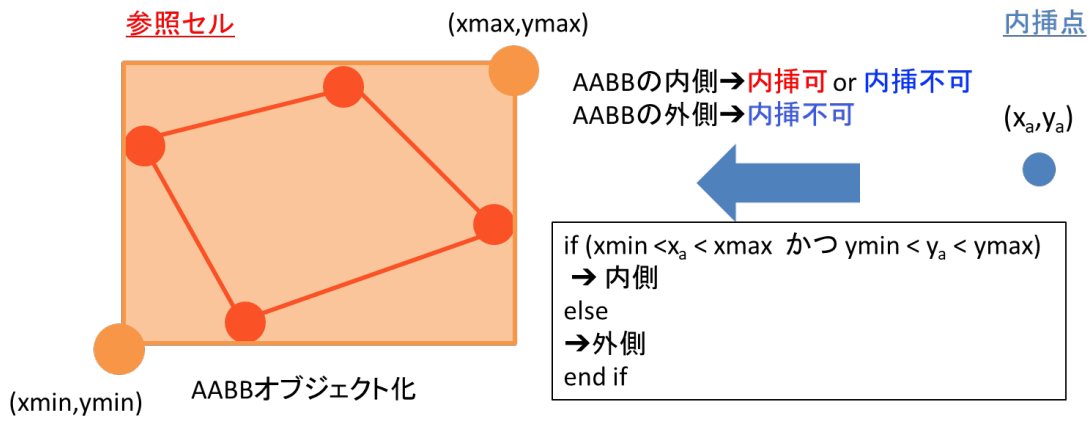


図 2.11 AABB オブジェクト化によるブロードフェーズ高速化

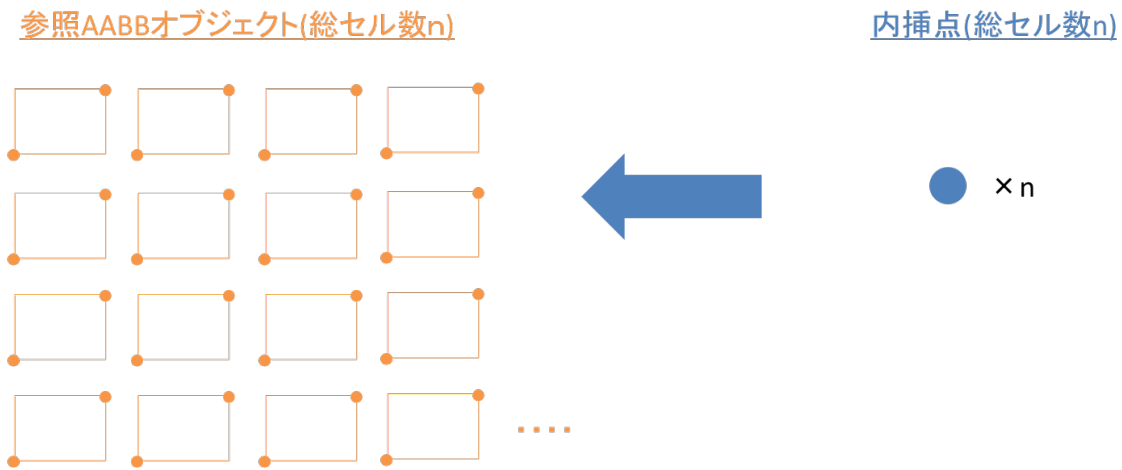
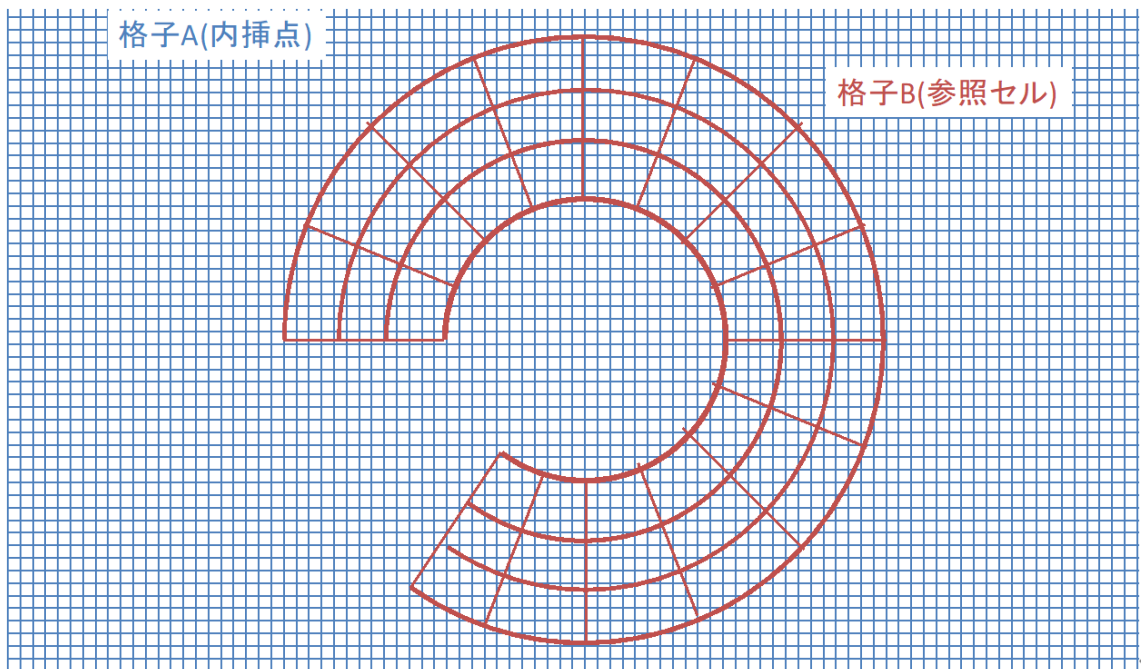
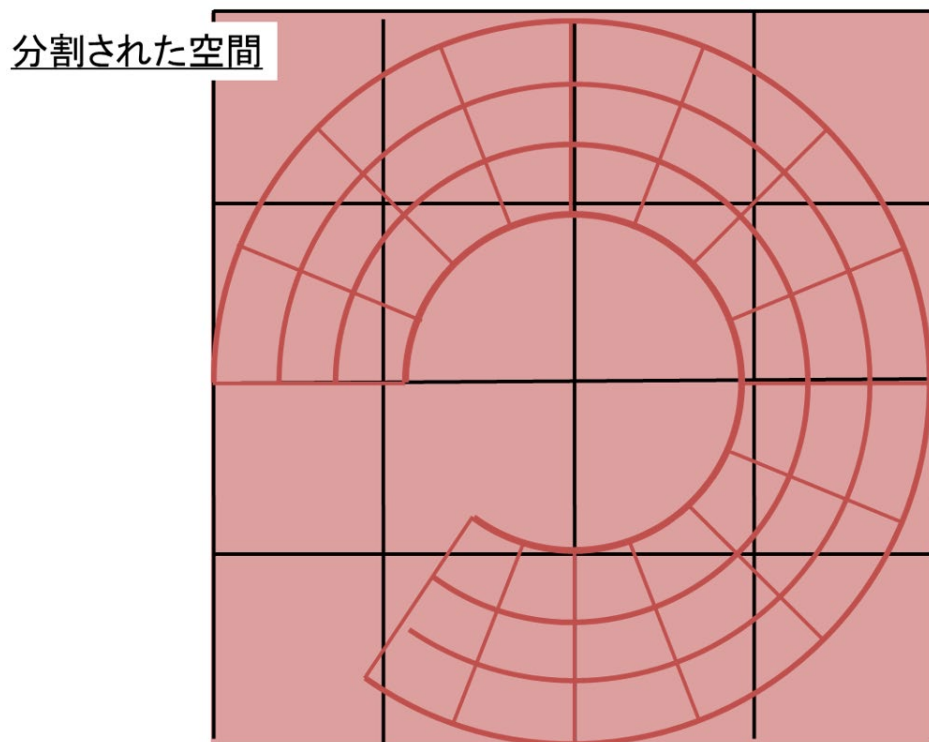


図 2.12 総セル数 n の 2 格子間における AABB オブジェクトによる総当たり法



(a) 重合格子法における二つの格子



(b) 格子 B に対する等間隔分割(Voxel 法)

図 2.13 等間隔空間分割法によるブロードフェーズ

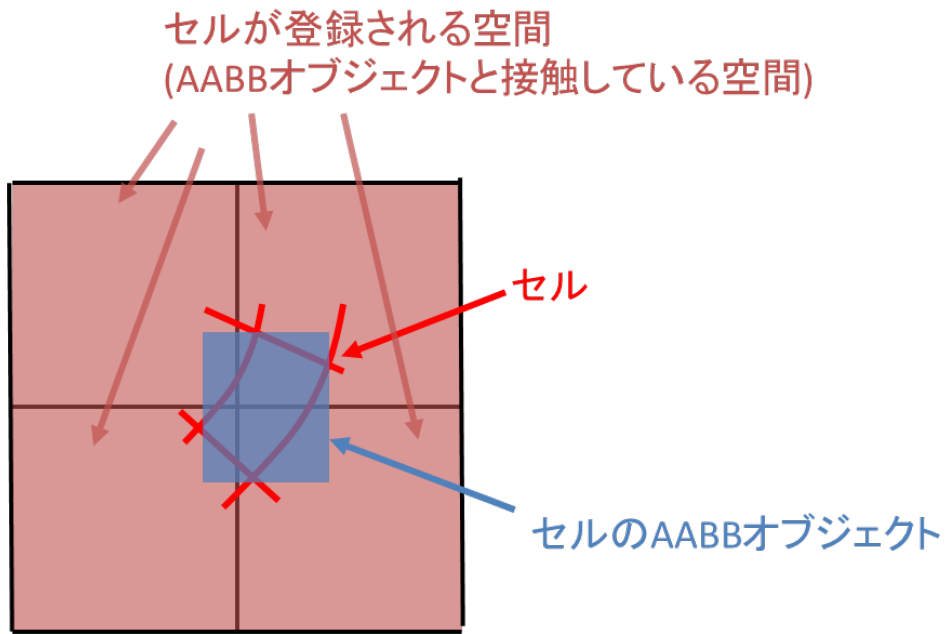


図 2.14 AABB オブジェクトによる voxel へのセル登録

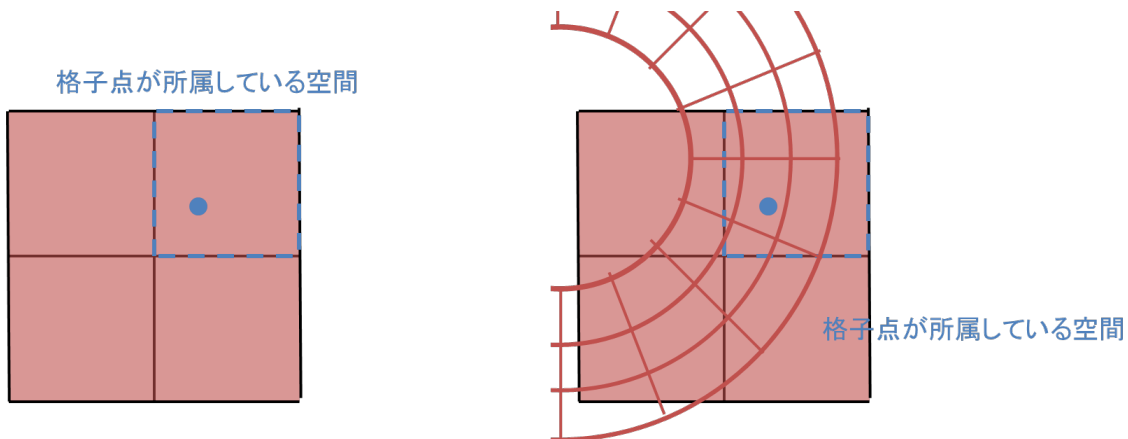
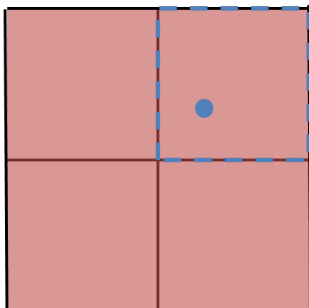


図 2.15 格子点が所属する voxel と donor セル

格子点が所属しているvoxel(j^{voxel}, k^{voxel})



セル(AABB)が所属しているvoxel(j^{voxel}, k^{voxel})

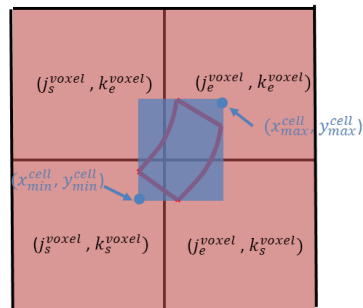


図 2.16 格子点とセル AABB が所属する voxel

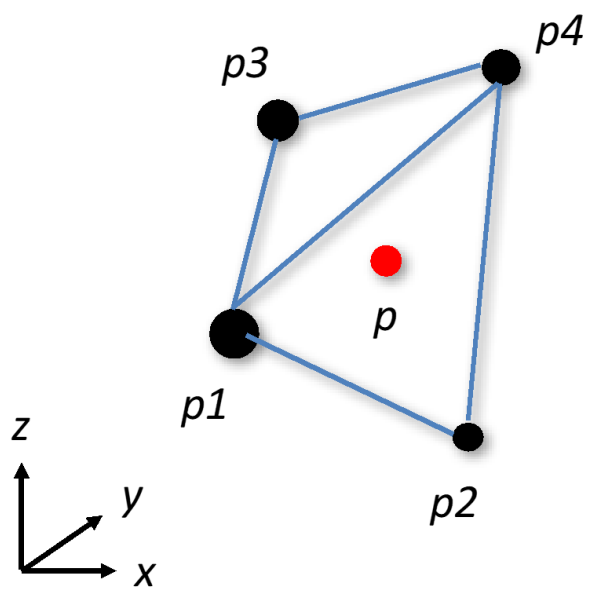
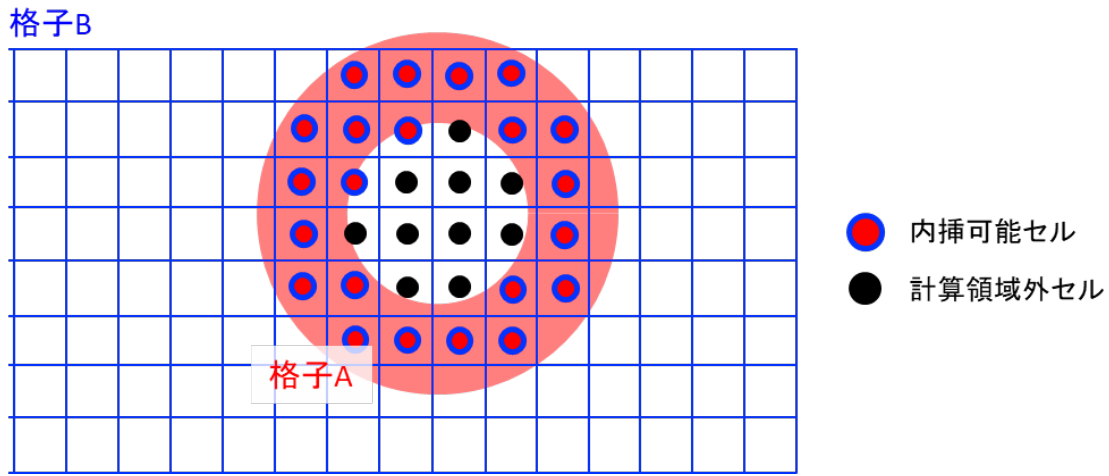
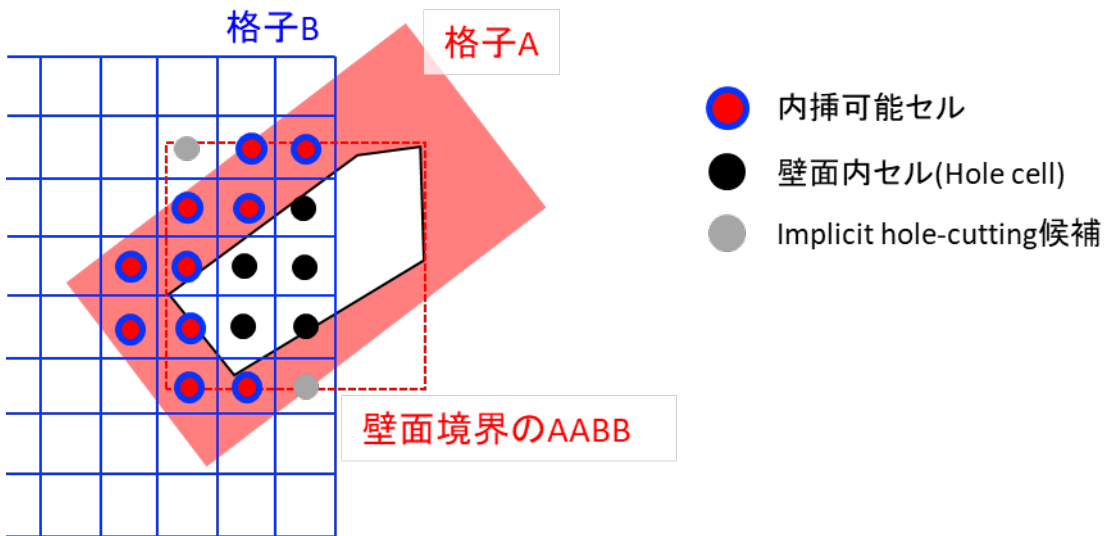


図 2.17 四面体内挿における四面体と内挿点

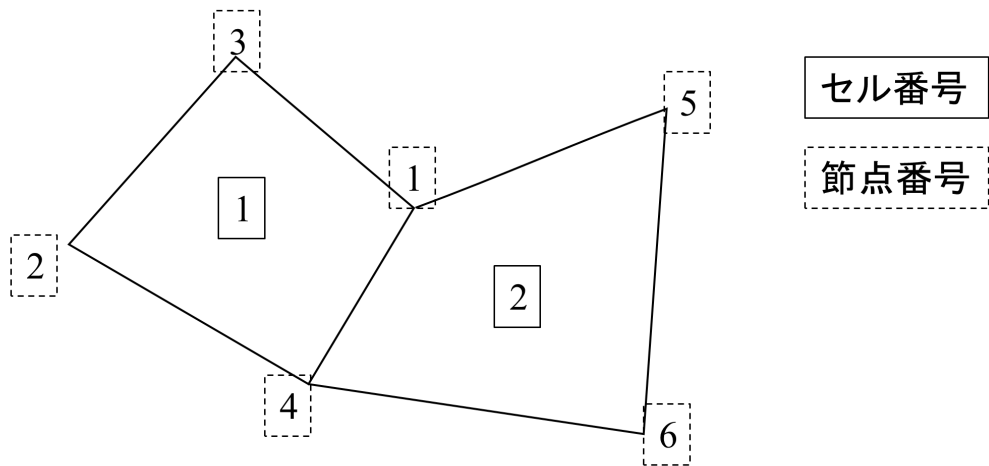


(a) 円形物体周りの重合格子



(b) 格子外に飛び出す際の Hole-cutting

図 2.18 重合格子法における Hole-cutting と内挿可能セル



mpmetisへの入力ファイル(inputfile)	
1029	総セル数
2 4 1 3	セル#1を構成する節点番号
4 6 5 1	セル#2を構成する節点番号
⋮	⋮

mpmetisの出力ファイル(inputfile.epart.分割数)	
2	セル#1の担当プロセス
3	セル#2の担当プロセス
⋮	⋮

図 2.19 Metis の前処理プログラムにおける入出力ファイル

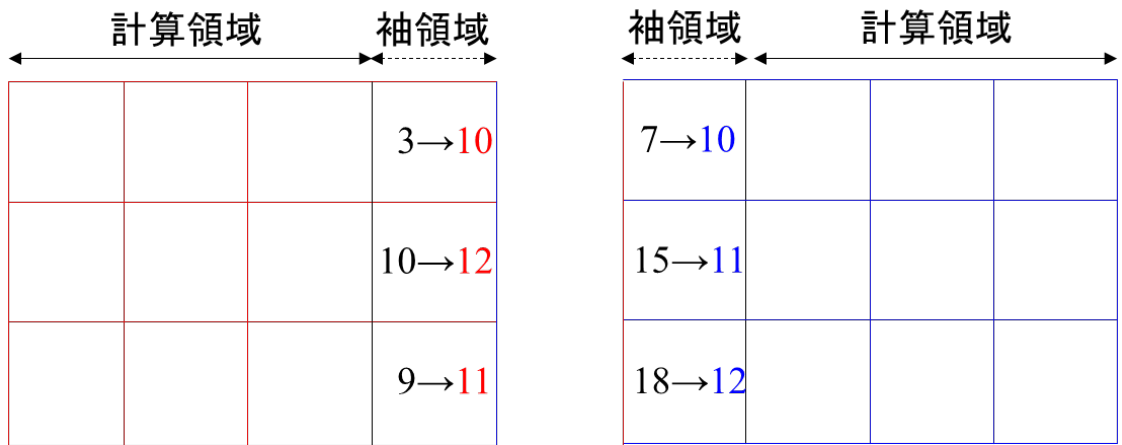
6	17	7	3	5	12
2	4	15	10	8	16
13	1	18	9	11	14

分割領域において再定義した
セル番号を色付きで表示

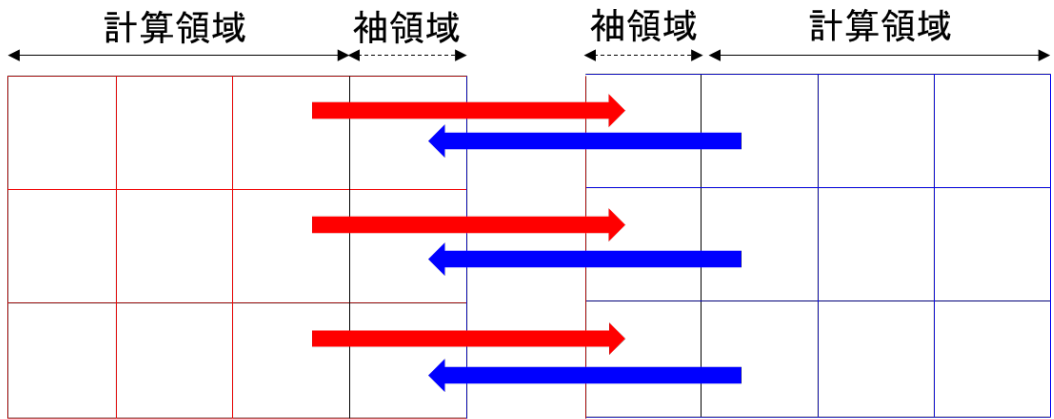


3	8	5	1	2	7
2	4	7	5	3	9
6	1	9	4	6	8

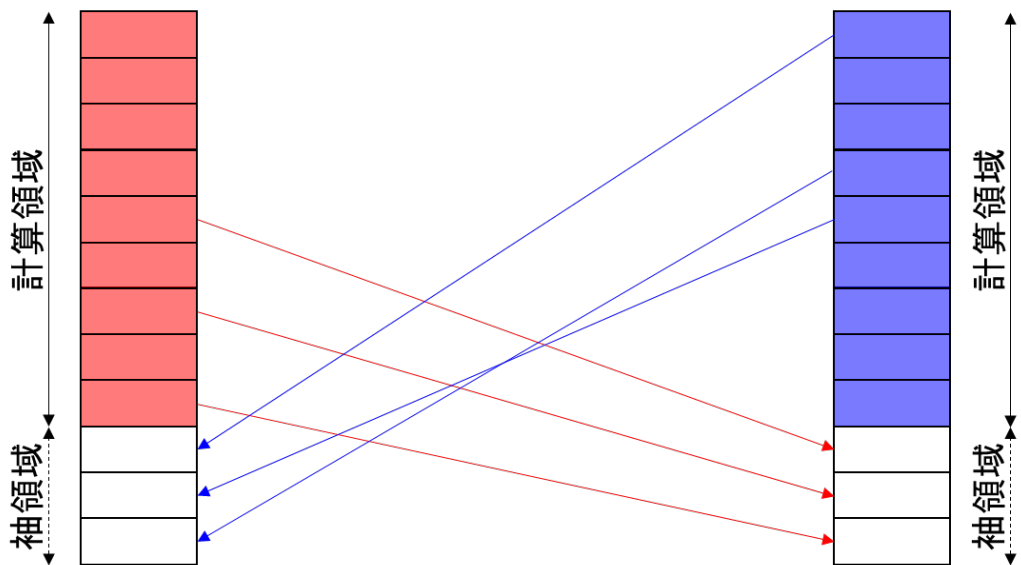
図 2.20 総セル数 18 の格子における二並列計算時でのセル番号定義



(a) 袖領域におけるセル番号再定義



並列計算における袖通信



(b) 計算時における各プロセス間での袖交換通信

図 2.21 二並列計算における袖領域セル番号と通信処理

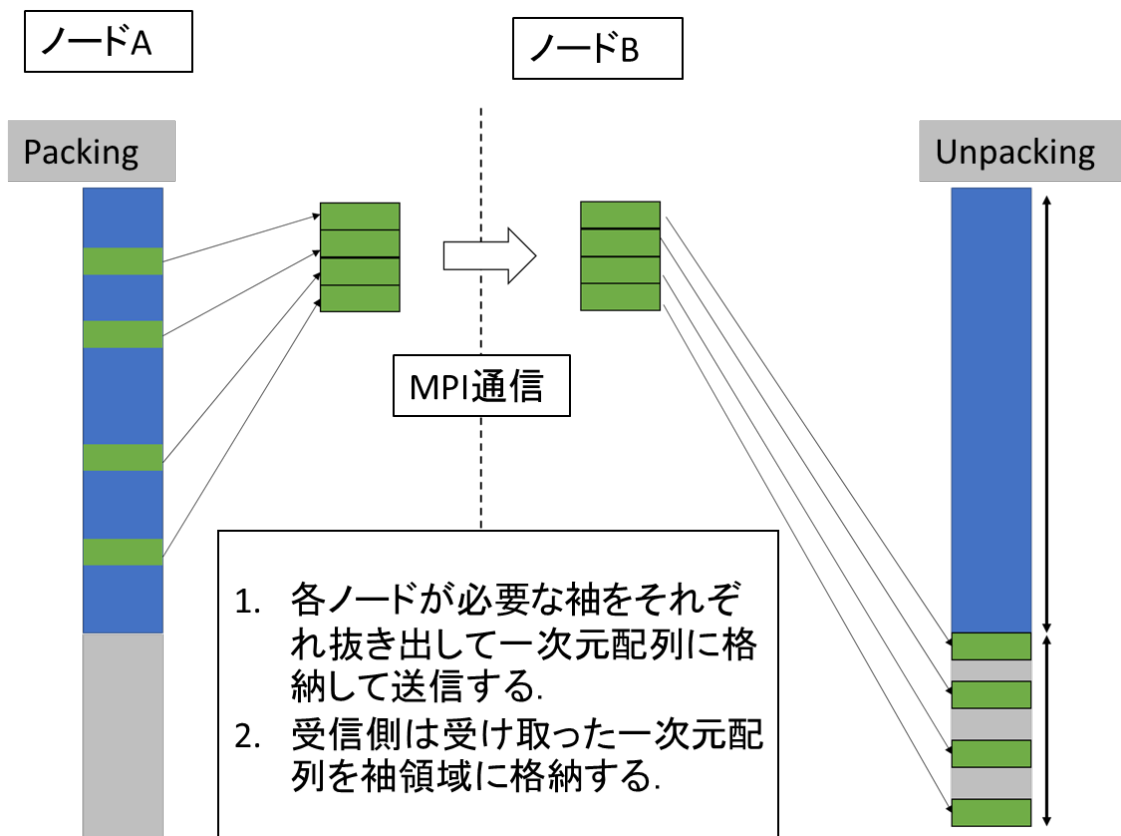
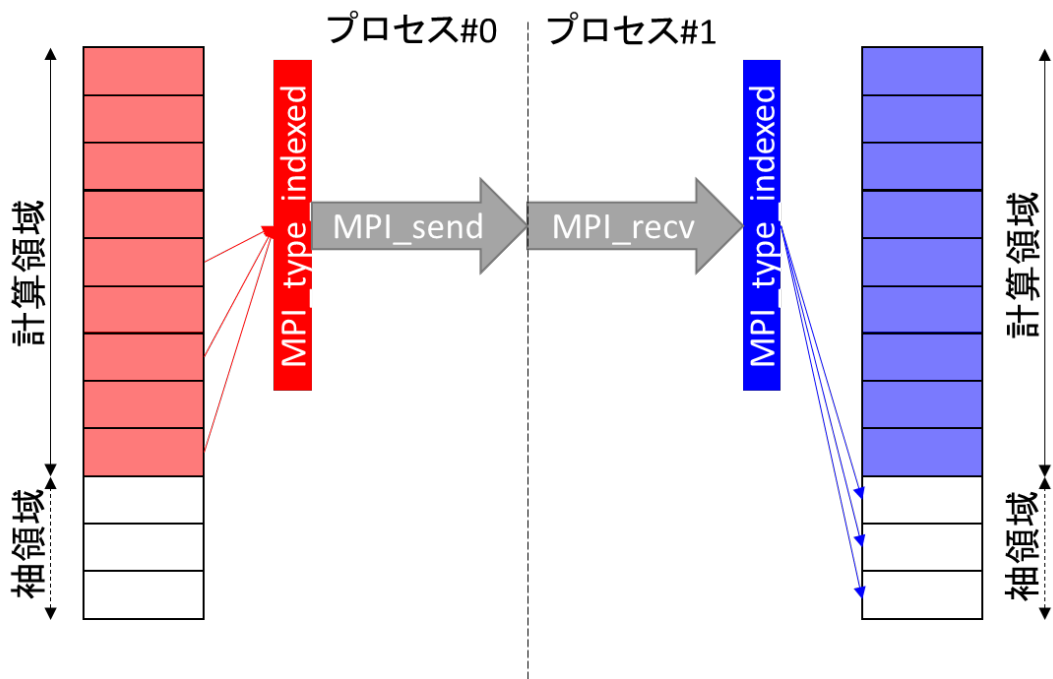


図 2.22 packing, unpacking を使用した MPI 通信



(a) MPI による部分配列を使用した通信

プロセス#0のプロセス#1から受信用構造体

プロセスBから受信するセル数	分割領域でのセル番号	分割前のセル番号
3	10	3
	11	9
	12	10

プロセス間通信

プロセス#1のプロセス#1への送信用構造体

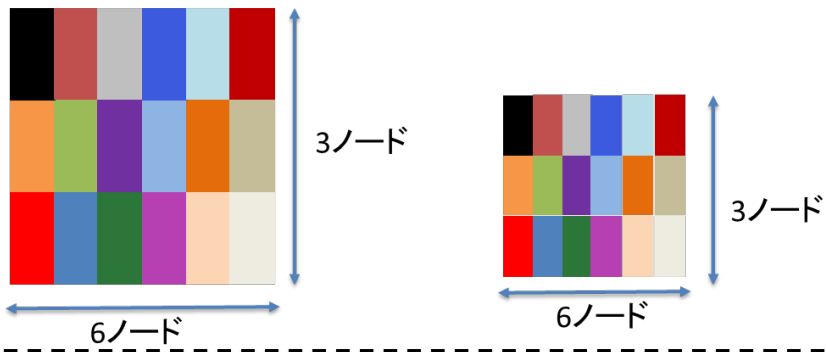
プロセスAへ送信するセル数	分割前のセル番号	分割後のセル番号
3	3	1
	9	4
	10	5

プロセス内処理

(b) 部分配列定義用の構造体

図 2.23 部分配列機能を使用した袖交換通信

手法1



手法2

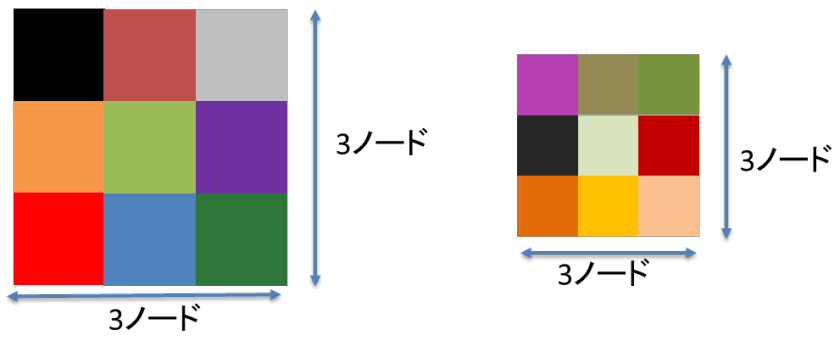


図 2.24 重合格子法を使用する際の計算担当領域割り当て法

プロセス#0におけるoverset用リクエスト生成配列

セル番号	Donor cell# (global)	参照zone
1	0	0
2	11	2
3	12	1
⋮	⋮	⋮
cmax	3	3

↓ Donorセルが無いセルを削除, donorセル番号を各プロセス内における番号に変換

プロセス#0におけるoverset用リクエスト配列

リクエスト#	セル番号	Donor cell# (local)	参照zone
1	2	2	2
2	3	6	1
⋮	⋮	⋮	⋮
reqmax	cmax	1	3

図 2.25 重合格子法+MPI 並列における donor セル通信用配列作成

3 章 極超音速サボ分離実験再現

3.1 解析対象及び計算条件

三次元 CFD-RBD コードの検証および衝撃波干渉の再現を行うために Erenkil によって行われた極超音速サボ分離実験[28]を解析対象として選んだ。この実験を参照したのには二つ理由がある。一つ目は、実験条件が本論文の対象としている地上加速型レールガンに近い点である。この実験では円筒状の加速器を用いて 3 分割サボに支持された飛翔体を 2060 m/s で射出し、このとき周囲流体は標準大気圧条件であった。二つ目は、この実験が完全な自由飛翔実験であるためである。飛翔体とサボの間には非定常的な流体干渉が存在しているため、風洞試験で固定した流れ場と現実の自由飛翔干渉は同一にならない。参照実験は自由飛翔するサボ・飛翔体をフラッシュ X 線装置によって捉え、その分離軌跡を測定している。上記の理由から本章では極超音速自由飛翔実験を対象に解析を行った結果を示す。

解析対象と計算格子を図 3.1, 図 3.2 に示す。飛翔体は直径 6 mm, 長さ 45 mm の軸対称形状である。サボは円周方向に三分割されており、長さ 30 mm 軸対称形状である。サボの質量, 重心位置, 慣性モーメントは表 3.1 に示す通りである。飛翔体に関しては参照論文中に記述がなかったため飛翔体の速度変動は無視し、初速度の 2060 m/s を維持しながら飛翔することを仮定した。初期条件は静止標準大気($T = 300 \text{ K}$, $P = 0.1013 \text{ MPa}$)として与えた。

厳密には飛翔体とサボは完全に接しているが、数値計算上では厳密な接触を再現が不可能であるため 0.5 mm の間隙を設けている。計算には重合格子法を用い、壁面内の格子点処理は Hole-cutting を用いて解析から除外している。流体力計算は飛翔体, サボともに計算しており飛翔体は 1DOF(x -並進方向), サボは 3DOF(x , y -並進方向, z 軸周り回転方向)で剛体運動を再現している。

本解析では完全な対称サボ分離を仮定した。この仮定では三分割されたそれぞれのサボは飛翔体に対して同一な分離軌道を取る。よって、計算領域は飛翔体周り 60° を対象とし鏡面境界をそれぞれの円周方向に適用することで計算コストを削減した。

3.2 極超音速サボ分離における解析コードの妥当性検証

計算条件の verification 及び validation を極超音速サボ分離実験と比較することによって行った。まず、計算条件として空間精度、時間精度の verification を行うために三種類の格子(Fine, Medium, Coarse)とクーラン数を用いた。壁面の再現性を均一にするために壁面境界条件セルの形状はすべて同じものを用い、壁面における格子幅はすべての格子で 0.1 mm に固定した。物体から離れるに従い格子幅は拡大していくが、この最終的な格子幅をパラメータとして変更した。各パラメータは表 3.2 に示すとおりである。また、Fine 格子においてクーラン数は 0.01 から 0.4 まで変化させ、時間刻みが CFD と RBD 解析に与える影響を評価した。

実験ではサボ分離軌跡をフラッシュ X 線装置によってサボの重心位置とピッチ角度を測定した。図 3.3 に $t=0.0-2.0$ ms におけるサボ重心軌跡、サボピッチング角度変化を示す。また、図 3.4 に各格子解像度における飛翔体表面圧力分布を示す。まず、各格子における分離軌跡の変化であるが、最も粗い Coarse 格子では数%分離軌跡を過大評価していることが確認された。Medium と Fine 格子では同一の分離軌跡となるため格子収束が得られた。時間精度の影響であるがすべてのクーラン数において同一の結果が得られた。従って、時間刻みはクーラン数 0.4 以下であれば計算結果は収束し、変化しない。飛翔体表面圧力分布から Medium 以上であれば圧力分布は収束しており、これらの結果を踏まえて、以下では Fine 格子においてクーラン数 0.4 で計算を行った解析結果を示す。

図 3.5 に分離時におけるサボの並進、回転速度履歴を示す。今回の解析結果ではサボ重心位置 $X_{CG,sabot} = 3.5$ m において完全にサボが飛翔体から分離した。分離中における詳細な流体现象については次項で述べる。まず、実験におけるサボ分離と数値解析におけるサボ分離の比較を行う。数値計算でのサボは分離初期 ($X_{CG,sabot} < 1.0$ m) においてほぼ分離せず重心位置の変化は小さい。 $X_{CG,sabot} = 1.0$ m 以降で飛翔体から線形に分離していき、同様にピッチング角度も徐々に増加していく。ピッチング角度は分離完了時 ($X_{CG,sabot} = 3.5$ m) において 25° まで増加した。また、ピッチング角度が $X_{CG,sabot} = 0.5$ m において不連続的に変化していることが確認された。これはサボが飛翔体表面に衝突したことによって生じる撃力の影響である。

Erengil は複数回射出実験を行い、管端から 1.8 m, 3.5 m の 2 つの観測位置でサボ分離の観測を行った。本数値計算で得られたサボ重心軌跡は実験結果と第

一観測点(1.8 m)でよい一致が確認された。一方で、第二観測点(3.5m)では計算結果は実験値より過大評価していた。サボピッチ角度は両観測点で実験との良い一致が確認された。

実験と比較して、数値解析におけるサボ分離軌跡が第二観測点で過大評価の原因として以下の三点が考えられる。

1. 数値解析において粘性を考慮していない点
2. 加速過程を解析において無視している点
3. サボの変形による流体力変化を無視している点

1に関しては Appendix.B に示すように、二次元解析において Euler 計算と RANS 計算におけるサボ分離軌跡を同様に比較している。この結果から、粘性の有無による影響はサボ分離軌跡にはほとんど影響しないことが明らかになっている。2に関しては、四章において加速過程が飛翔体・サボ分離に与える影響を考察している。その結果から、加速過程を考慮することによって分離軌跡は遅延するため、本解析において分離過程のみを取り扱っているため分離軌跡が過大評価している可能性が存在する。参照論文では、加速過程における条件が示されていないため、この加速過程を正しく再現することは現状では困難である。以下では 3 の変形による影響について述べる。

Erengil の実験においてもサボ分離位置は第二観測点で射出ごとにサボ重心位置とピッチ角度に分散が発生している。Erengil はこの分散について考察しており、強い流体力がサボを変形させることによりそれぞれのサボが異なる分離軌跡になったと報告している。サボの変形によって各時刻における空力係数も分離過程で変化する。この空力係数変動が射出毎におけるサボ分離軌跡のばらつきを発生させるとされている。

本研究では、物体運動を解析する際に剛体仮定をサボと飛翔体に与えている。数値計算上では壁面境界を自由に取り扱うのは計算コストが高いため、実験とは異なり飛翔体とサボの変形を無視している。この剛体仮定によりサボの垂直方向の分離を実験より過大に評価していると考えられる。

さらに、剛体仮定に基づく数値手法である impulse based method[43]が飛翔体とサボの動的衝突を再現しているが、この手法が、サボの軌道が過大評価される要因の一つとなっている。後述するが、解析においてサボは分離が完了するまでに飛翔体と複数回衝突し、衝突時の撃力がサボの並進・回転運動を変化させる。サボのピッチング回転速度変化は各方向の投影面積を変化させるため、剛体衝突

はサボ分離における流体现象に影響を与え得る(図 3.5). 飛翔体とサボの衝突は非常に短い時間スケールの現象であるため, 実験において衝突による影響のみを観測結果から抽出することは困難である. 数値計算においては各衝突モデルにおいて仮定が必要なものの, 飛翔体とサボの衝突が飛行安定性やサボ分離に与える影響を議論することが可能である. また, 物体間衝突に対してより適切な数値手法を用いることで, 分離時の飛翔体とサボの動的な相互作用をより詳細に理解することが可能となると考えられる.

本研究では, CFD-RBD コードにおけるサボ分離軌跡は実験結果における分離軌跡より過大評価していたが, 全体的な傾向は実験結果とよく一致していた. 数値解析は Erengil の実験結果と比較してサボ重心変位に 10%の誤差, ピッチ角変化に 0.2%の誤差が生じていることが明らかになった. この結果は, 本研究で用いた数値計算手法が超音速領域におけるサボ分離運動の再現及びサボ分離過程における流体现象を再現するのに十分な精度を有していることを示している. よって, 以下では分離全体における流体の詳細な相互作用と飛翔体とサボの動的衝突について考察する.

3.3 サボ分離過程

図 3.6 は, 解析結果で使用されるこの 2 つの対称平面を示す. 図 3.7, 図 3.8, 図 3.9 に分離時の鏡面境界平面($z = 0, y > 0$)およびサボ-サボ間の対称平面($z = 0, y < 0$)上の圧力場および数値シュリーレン(流体密度勾配)を示す. サボ分離は $t = 0.0$ ms ($X_{CG,sabot} = 0.148$ m)で始まり, $t = 2.0$ ms ($X_{CG,sabot} = 4.12$ m)で完了する. 本節は衝撃波干渉に着目するためにサボ分離過程の全体像と飛翔体周辺の衝撃波構造を示す.

飛翔体とサボは超音速域で飛翔し分離過程でその周囲に離脱衝撃波を発生させる. 飛翔体から生じる離脱衝撃波はサボから伝播する離脱衝撃波と衝突する. サボ離脱衝撃波は飛翔体からの離脱衝撃波を飛翔体表面方向に反射させ, 反射衝撃波を発生させる. この反射衝撃波は飛翔体に衝突して飛翔体本体の表面圧を上昇させる. サボ分離の初期段階である $t = 0.0-0.7$ ms では, 飛翔体とサボは 2 種類の衝撃波干渉を示す. 1 つは飛翔体とサボを覆う大きな離脱衝撃波($t = 0.16$ ms, 0.032 ms, 図 3.7), もう 1 つは飛翔体とそれぞれのサボから生じる分離した離脱衝撃波($t = 0.08$ ms, 0.024 ms, 図 3.7)である. 分離初期の段階では, これら 2 種類間で衝撃波干渉が変化するため $t = 0.0-0.7$ ms の間で衝撃波が振動する(図

3.7).

この衝撃振動は $t=0.7$ ms で消失する. $t=0.8$ ms 以降は飛翔体とサボそれぞれから完全に分離した離脱衝撃波が発生する(図 3.8). 反射衝撃波も同様に $t=0.8-1.0$ ms でサボ分離に伴って下流に移動し $t=1.0$ ms で消失する.

反射衝撃波は $t=1.0$ ms で消失するため, サボからの離脱衝撃波が直接飛翔体表面に衝突することになる. サボ離脱衝撃波は飛翔体とサボの間で複数回反射し($t=1.0-1.6$ ms, 図 3.9), 飛翔体から反射された衝撃波はサボ下面に衝突し($t=1.0-1.6$ ms), サボ下面の表面圧を上昇させる. この飛翔体からの反射衝撃波は $t=1.0-1.6$ ms の間でサボ下面に接触しながら分離に伴って後退する. 飛翔体の反射衝撃波は $t=1.6$ ms 後にサボから完全に分離しサボ後方に伝播する. これにより飛翔体からサボへの衝撃波干渉は完全に終了する. また, サボからの離脱衝撃波は, $t=2.0$ ms 後に飛翔体表面から完全に離脱する. よって, 飛翔体-サボ間には流体・衝撃波による相互作用が存在しないため, $t=2.0$ ms でサボ分離が完了した.

衝撃波干渉がサボ分離に及ぼす影響に着目するために図 3.10 にサボへ作用する流体力とピッチングモーメントを示す. サボに作用するすべての流体力は, 衝撃波振動によってサボ分離の初期段階($t=0.0-0.7$ ms)で振動している. 流体力は振動のピークで約 4000 N に達し, 振動の最小値として 500 N まで減少する. $t=0.7$ ms において衝撃波振動が終了するため, サボに作用するすべての流体力は徐々に減少していく. $t > 0.7$ ms では衝撃波の干渉形態は飛翔体からの衝撃波とサボ衝撃波それぞれに分離した複数の衝撃波が干渉する形態に移行する. 角速度により徐々にサボは回転し, サボの回転は抗力を増加させピッチングモーメントを減少させる. この回転に加えて, 飛翔体からの反射衝撃波がサボ下面に衝突することで $t > 1.0$ ms では揚力が増加する.

サボに作用する流体力は主に各段階で振動($t=0.0-0.7$ ms), 遷移($t=0.7-1.0$ ms), 単調増加($t=1.0-2.0$ ms)の 3 つの傾向を示している. 飛翔体, サボ間の衝撃波干渉が各物体に作用する流体力の特徴を変化させている. 従って, 衝撃波干渉の遷移は飛翔体-サボに作用する流体力の遷移に対応しているはずである. 同様に, 分離による相対位置変化は飛翔体とサボの間の衝撃波干渉を変化させる. 衝撃波干渉には衝撃波振動(Shock wave oscillation, $t=0.0-0.7$ ms), 衝撃波遷移(Transition, $t=0.7-1.0$ ms), 衝撃波スイープ(Shock wave sweep on the projectile, $t=1.0-2.0$ ms)の 3 種類が確認されており, この 3 種類の衝撃波干渉は流体力履歴と

一致する。よって、次節では各段階での衝撃波干渉に焦点を当て、飛翔体とサボに作用する流体力の非定常変化を調べる。

3.4 各分離段階における衝撃波干渉

3.4.1 First stage: Shock wave oscillation ($t = 0.0\text{--}0.7\text{ ms}$)

超音速領域での分離時に、飛翔体とサボはそれぞれの境界壁から離脱衝撃波を発生させる。サボから生じる衝撃波が飛翔体の離脱衝撃波を飛翔体の表面に向かって反射するためサボスコープの周囲に反射衝撃波が現れる。物体周りの衝撃波はサボ分離が完了するまで飛翔体と 3 つのサボの間で相互に干渉する。

第 1 段階では、以下の 2 種類の衝撃波干渉が観察された。

- ・ 飛翔体全体を覆う離脱衝撃波
- ・ 飛翔体-サボから生じる個々の離脱衝撃波

$t=0.0\text{--}0.7\text{ ms}$ ではこれら 2 種類の衝撃波干渉の間で衝撃波が変化し、複数回の衝撃波振動が確認された。

サボ分離の初期段階では衝撃波がサボスコープ領域を中心に振動する($t = 0.0\text{--}0.7\text{ ms}$, 図 3.7)。離脱衝撃波は $t = 0.08\text{ ms}$ で飛翔体とサボそれぞれの周囲に発生する。計算開始直後は飛翔体とサボの間の流路が小さいため前方から流れる流体が通過できず、サボスコープはよどみ領域になる。このスコープ周辺において流体が減速することにより圧力が増加し、反射衝撃波とサボから生じる離脱衝撃波を上流に押し上げる。飛翔体-サボ間の流路が十分な大きさになるまでこの離脱衝撃波が前進し続け、飛翔体とサボを覆う大きな離脱衝撃波となった($t = 0.16\text{ ms}$)。衝撃波前進によりサボスコープの周囲のよどみ流体の圧力が低下し、このよどみ流体は飛翔体とサボの間の隙間を通過して後方へ放出される。スコープ周辺の流体が減圧、減少することにより、飛翔体サボ全体を覆う大きな衝撃波は後退していく。この衝撃波は分離し、それぞれの物体表面から生じる離脱衝撃波に遷移する($t = 0.24\text{ ms}$, 図 3.6)。サボの分離がスコープ領域の体積を変化させるため複数回の衝撃波振動が発生し、 $t = 0.0\text{--}0.7\text{ ms}$ の間に 3 回の衝撃波振動が発生した。

この衝撃波振動の詳細なメカニズムを調べるために図 3.11 に $t = 0.24\text{ ms}$ と 0.32 ms における z 対称面上の圧力、マッハ数、流体速度の分布を示す。図 3.11 の相対流体速度と相対マッハ数は、飛翔体速度($V = 2060\text{ m/s}$)を基準に変換したものである。相対マッハ数分布(図 3.11)から $t = 0.08\text{ ms}$ における衝撃波は飛翔体

とサボそれぞれからの離脱衝撃波，飛翔体とサボ間の反射衝撃波の 3 種類が観測されている．反射衝撃波が主にサボスコープ周辺の流体を減速させる．

スコープ部でのよどみ流体の圧力は $t = 0.22 \text{ ms}$ のときサボスコープ部で約 5 MPa に達する．また，反射衝撃波は流体を超音速($M = 6$)から亜音速($M = 0.1$)に減速させる．飛翔体とサボの間にはわずかな隙間があり先細ノズルのようになっておりため，流体が下流に移動することを妨げる(図 3.11)．よって，スコープ部のよどみ流体は飛翔体側面上で飛翔体前方に向かって圧力が減少するような圧力勾配を発生させる．この圧力勾配は流体を上流に向かって約 650 m/s まで加速させた($t = 0.32 \text{ ms}$)．加速された流体は飛翔体とサボの間で生じた反射衝撃波を上流に押し上げ，飛翔体とサボに跨る大きな離脱衝撃波をもたらす．この反射衝撃波は飛翔体・サボからの離脱衝撃波に結合しながら上流に伝播する．衝撃波前進により反射衝撃波がサボ表面から遠く離れていくためサボスコープの周囲の流体圧が低下する．よどみ流体は徐々に飛翔体-サボ間の流路を流れて後方へ流れるためこのスコープ内の流体圧も低下する．後方圧力が低下することにより離脱衝撃波は徐々に後方に移動し，大きな離脱衝撃波は飛翔体とサボの周囲で個々の離脱衝撃波に分離する．最終的に，反射衝撃波はサボに接近し，スコープ付近の流体を停滞させ，これにより再び衝撃波の振動が開始される．

流体のよどみと解放によりスコープ圧力が変化し，初期段階で衝撃波振動が生じる．分離初期段階のサボスコープ周辺での流体閉塞，よどみを評価するために円柱状の検査体積をサボスコープ部に導入する．図 3.12 に円筒状検査体積の模式図を示す．また，サボ分離に追従するために，サボスコープの端点と一致するように半径を各時刻で変化させた．上流面は検査体積への入口質量流量を算出し，下流面は飛翔体とサボとの間の隙間を流れて検査体積からの出口質量流量を測定する．円筒側面はサボ間の隙間を通る質量流出量を測定する．図 3.13 は各検査体積面における出入口質量流量を示す．図 3.14 は検査体積内でのよどみを評価するために，流出，流入の総質量流量と検査体積の体積変化を示している．

側面を通過する質量流量は 0.5 kg/s とほぼ一定であり，サボ分離に依存しない．検査体積の上流側の流入量と下流側の流出量は分離に伴って劇的に変化する．流入質量流量は $t = 0.08 \text{ ms}$ に第一のピークを示し，これは流出質量流量よりもはるかに大きく，流体がスコープ内で停滞していることを示している．結果として，流体がよどんでいき，前述したように衝撃波は $t = 0.08 \text{ ms}$ から 0.16 ms まで

前方に移動する。この衝撃波の前進により流入質量流量が減少する。この上流側からの流入量減少によって、流出質量流量が上流面からの流入質量流量よりも大きくなり、 $t = 0.1 \text{ ms}$ から 0.16 ms (図 3.14)でよどみ流体が放出されていく。これによりスコープ周辺の圧力が低下するため、衝撃波は $t = 0.16 \text{ ms}$ から下方に移動する。衝撃波が後退するに従って流入質量流量は徐々に増加し、 $t = 0.16 \text{ ms}$ 以降に流体がスコープ部で滞留し始める。スコープ部におけるよどみ量は $t = 0.23 \text{ ms}$ に第 2 のピークを示し、次の衝撃波振動が駆動される。2 回目($t = 0.24\text{--}0.40 \text{ ms}$)と 3 回目($t = 0.40\text{--}0.56 \text{ ms}$)の振動は 1 回目と同様の傾向を示した。

衝撃波の振動は First stage で 3 回発生し、 $t = 0.6 \text{ ms}$ で終了する。 $t = 0.6 \text{ ms}$ 以降では流体のよどみとサボ分離の関係から衝撃波は振動しない。図 3.14 に示すスコープ領域の総質量増加量から検査体積内の流体のよどみと放出のピーク値は分離に従って減少する。この原因は分離によりサボの前部入口面および後部出口面の面積が増加し、入口質量流量と出口質量流量がともに増加するためである(図 3.13)。したがって、入口質量流量と出口質量流量の差(スコープ内の総質量増加量)はサボの分離に伴って小さくなる。さらに、サボのスコープ領域の体積増加により、スコープ周辺の流体のよどみが緩和される。分離が進行すると流体のよどみ量がほとんど変化しないため、よどみに起因する衝撃波振動は消失する。

衝撃波の振動は飛翔体とサボにおける流体力振動を引き起こす(図 3.10)。衝撃波の振動は、 $t = 0.0\text{--}0.6 \text{ ms}$ の間にサボにかかる流体力を劇的に増減させる。衝撃波がサボ表面に接近すると表面圧力が約 5 MPa まで上昇するため、サボにかかる抗力・揚力は最大で 4000 N まで増加する(図 3.10(a))。この抗力は衝撃波がサボから離れると 500 N まで減少する。衝撃波がサボ表面に接近することによりサボのピッチングモーメントは 550 Nm のピーク値を示す。また、衝撃波がサボから離れると、ピッチングモーメントも最小値の 22 Nm まで減少する(図 3.10(b))。

3.4.2 Second stage: Transition ($t = 0.7\text{--}1.0 \text{ ms}$)

Second stage では衝撃波振動からそれぞれの物体周りでの離脱衝撃波への遷移する様子が見られる。本項では $t = 0.7\text{--}1.0 \text{ ms}$ におけるこの衝撃波遷移のメカニズムを説明することを目的とする。

Second stage は衝撃波の振動が終了する $t = 0.7 \text{ ms}$ から始まる。 $t = 0.7 \text{ ms}$ の時点では飛翔体-サボ全体を覆う単一の離脱衝撃波が存在する。この離脱衝撃波は

後方に移動し、その後、個々の物体壁から生じる離脱衝撃波に徐々に分離していった。飛翔体と3つのサボは離脱衝撃波を発生し始める。また、反射衝撃波はFirst stageと同様に飛翔体とサボの間に存在し、 $t = 0.7-1.0 \text{ ms}$ で下流側に移動する(図 3.8)。

反射衝撃波はサボ分離に伴って後方に移動する(図 3.8)。反射衝撃波は飛翔体表面に衝突し、飛翔体表面に局所的な高圧領域を発生させる。図 3.16 は反射衝撃波の伝播に着目するために飛翔体とサボの表面壁圧と三次元圧力等値面を示したものである。反射衝撃波は垂直に飛翔体に衝突し、約 2 MPa の高圧領域を発生させる($t = 0.8 \text{ ms}$, 図 3.16)。反射衝撃波はサボから生じた離脱衝撃波とサボ-サボ間対称面上で衝突する($t = 1.0 \text{ ms}$, 図 3.16)。この相互作用により対称面上の流体圧力とサボ側壁圧力が上昇する。飛翔体から生じる衝撃波はサボ表面に到達するまで減衰し圧縮波に変化するため、反射衝撃波はサボ分離が進むに従い減衰する。最終的にこの衝撃波反射は $t = 1.16 \text{ ms}$ で消失する。

サボから生じる離脱衝撃波は飛翔体周囲に複雑な圧力場を発生させる。反射衝撃波に比べてサボから生じる離脱衝撃波の圧力ジャンプが大きいため、サボからの離脱衝撃波は反射衝撃波を貫通し飛翔体表面に衝突する。飛翔体はこの離脱衝撃波を反射し、新たな反射波がサボに向かって伝播し、サボ表面に衝突する。数値シュリーレンによる可視化から飛翔体とサボの間で複数の衝撃波が反射していることが確認できる($t = 1.0 \text{ ms}$, 図 3.8)。衝撃波が表面壁に到達すると各物体表面(飛翔体とサボ)に沿って回折する。回折した衝撃波はサボ上面まで到達し、サボ上面に局所的な圧力上昇を発生している(図 3.15)。

Second stage では図 3.15 に示すように、スコープ圧力分布が大きく変化する。Second stage の開始時にはサボ分離によりスコープ周辺のよどみ流体が解放されるため、サボに作用する全ての流体力とモーメントが減少する($t = 0.7-1.0 \text{ ms}$, 図 3.10)。また、サボの回転によりサボ先端部周辺の膨張が激しくなる。サボ先端での膨張は $t = 0.7 \text{ ms}$ 以降においてサボ離脱衝撃波を減衰させ、スコープの表面圧力を低下させサボの流体抗力とモーメントを減少させる。膨張した流れは加速することによりサボスコープの先端付近で再圧縮衝撃波を発生させる。この再圧縮衝撃波によって $t = 0.8-1.8 \text{ ms}$ においてサボスコープ部の表面圧力が 5 MPa 前後に保たれる(図 3.15)。

3.4.3 Third stage: Shock wave sweep on the projectile ($t = 1.0\text{--}2.0$ ms)

Third stage では、飛翔体から生じる衝撃波がサボに到達する前に完全に減衰するため飛翔体からの衝撃波はサボからの離脱衝撃波とは干渉しない。First stage で顕著に観られた反射衝撃波も $t = 1.0$ ms 以降は飛翔体から生じる衝撃波の減衰によって消滅する。サボから生じる衝撃波は飛翔体表面に衝突し、 $t = 1.0$ ms で飛翔体-サボ間に正常反射が現れる(図 3.8)。これは飛翔体からの反射衝撃波がサボ表面に衝突し、サボ下面は再び反射衝撃波を反射するためである。Third stage では複数の衝撃波反射が現れ、飛翔体とサボの間に相互干渉が生じる($t = 1.2$ ms, 図 3.9)。これらの複数の反射衝撃波は分離に伴って下流側に移動する。また、 $t = 1.6$ ms で飛翔体から反射した衝撃波はサボ下面の端に到達し、飛翔体から完全に離脱する。サボからの離脱衝撃波も同様に、分離に伴って後方に移動し、飛翔体表面を沿うように後退する(図 3.9)。最終的に、サボからの離脱衝撃波は $t = 2.0$ ms で飛翔体から離脱し、この時刻においてサボ分離は完了し、飛翔体とサボの間に相互干渉は終了する。

Second stage と同様に、これら複数の衝撃波は飛翔体-サボの壁面に沿って回折される。サボから生じる離脱衝撃波は飛翔体に衝突して表面を回折することでサボとは反対側に向かって伝播する。図 3.9 は、 $t = 1.4$ ms における飛翔体周りを回折し透過するサボ離脱衝撃波(SSW)を示している。この透過した SSW は、サボ-サボ間対称面上でサボから伝播する第 2 反射衝撃波と衝突する(図 3.9, $t = 1.4$ ms)。第 1 反射衝撃波もまたサボ表面付近で回折し、サボ上方へと伝播する(図 3.9, $t = 1.2\text{--}1.4$ ms)。この衝撃波の反射とサボ周辺の回折により、サボ表面上に局所的な圧力上昇が生じる。また、飛翔体とサボ間での複数回の衝撃波反射によりサボ下面が約 1 MPa まで上昇する(図 3.15, $t = 1.0\text{--}1.4$ ms)。

衝撃波の相互干渉は、各離脱衝撃波の衝突により飛翔体とサボ表面圧力が上昇する。サボからの離脱衝撃波が飛翔体に衝突することによって生じる飛翔体と、サボの間での複数の反射衝撃波が主に圧力上昇に寄与する。反射衝撃波の衝突を評価するためのサボ上の圧力分布を示したものを図 3.17 に示す。サボからの離脱衝撃波は $t = 2.0$ ms まで飛翔体上を沿うように後退し、常に飛翔体に約 1.0 MPa の局所的な圧力上昇を発生させている。この局所的な圧力上昇はサボ分離に従い $t = 1.0$ ms の 1.0 MPa から $t = 1.6$ ms の 0.2 MPa まで減少する。これはサボの離脱衝撃波発生位置が分離により飛翔体から離れていき飛翔体に到達する

までに減衰するためである。飛翔体からの反射衝撃波はサボ下面に衝突し、サボ下面に約 1 MPa の圧力上昇を発生させることが確認できる。

$t = 1.8 \text{ ms}$ 以降は反射衝撃波がサボ表面から離れ、サボの回転のみによってサボ表面圧が上昇する。サボの回転により x 方向への投影面積が増加し $t = 1.8 \text{ ms}$ における 0.6 MPa から $t = 2.2 \text{ ms}$ の 1.5 MPa までサボ下面圧が上昇する(図 3.17)。サボが回転することでサボ上端での膨張が強まるため、サボ上面圧は $t = 1.4 \text{ ms}$ の 0.1 MPa から $t = 2.2 \text{ ms}$ の 0.05 MPa まで低下する(図 3.15)。

サボの回転はサボに作用する流体力とモーメントも変化させる。サボに作用する流体力の振動は $t = 0.6 \text{ ms}$ で消失し、それ以降は回転によって x 方向への投影面積を増加することでサボ下面圧が増加し続ける。Third stage では衝撃波の反射によってもサボ下面圧が増加するため全ての流体力は増加し続ける。

サボのピッチングモーメントは $t = 1.0\text{-}1.6 \text{ ms}$ で増加し、 $t = 1.6 \text{ ms}$ 以降は減少する。サボの回転は流体力と同様にモーメントを変化させる。回転によってサボのスコープ圧を上昇させ、これが主に $t = 1.0\text{-}1.6 \text{ ms}$ における正のピッチングモーメントに寄与している。しかし、サボのピッチ角が増加することにより離脱衝撃波がサボ下面に一樣な圧力分布を発生させるためサボに作用するピッチングモーメントは減少しゼロに漸近する。

3.5 飛翔体サボ間の剛体衝突の影響

流体的な相互干渉に加えて剛体運動における相互作用、すなわち飛翔体とサボとの衝突もサボ分離時に生じる。分離時には流体力モーメントによりサボが回転するため、サボ分離は回転運動によって支配される。特に揚力方向の並進分離速度が低く高回転速度の場合には分離の初期段階で飛翔体とサボの衝突を引き起こす。衝突は飛翔体とサボに撃力を発生させ、サボの回転運動に変化をもたらす。一般的な前方スコープ部を有するサボの分離過程において、離脱衝撃波はサボへ正のモーメントを発生させ続けるため、本解析においてはサボ後端が飛翔体に二回衝突した($t = 0.17 \text{ ms}$, 0.71 ms)。図 3.5 に衝突によって引き起こされたサボにおけるピッチ角速度の急激な変化を示す。

サボの飛翔体への衝突は、飛翔安定性を低下させる可能性がある。分離時における衝突による撃力は飛翔体の姿勢角を大きく変動させるため、飛行安定性に影響を与える。本解析では 1 つのサボによる撃力は $0.4 \text{ Ns}(88 \times 10^6 \text{ N}, \Delta t = 4.5 \times 10^{-9} \text{ s})$ に達し、非常に短い時間で高い速度変化が発生する。先行研究[28]で示さ

れているようにそれぞれサボは非対称的な分離を示すことが知られている。仮にランダムな時間間隔で飛翔体にサボが衝突すると、撃力によって飛翔体の軌道が想定した軌跡から逸脱する可能性がある。

複数の衝撃波の非定常的な相互作用によって生じる飛翔体の空力安定性減少を最小化するためには、よりサボ分離が短時間で達成されることが望ましい。回転運動が分離を支配していることを考慮すると、高い流体力モーメントが生じるサボ形状が望ましいように見える。しかしながら、本解析が示すようにサボの高速回転運動は分離の初期段階で飛翔体との衝突を誘発し、更にこの衝突はサボ分離の段階で飛翔体の安定飛行を阻害する可能性が存在する。よって、サボの設計にはサボの高速分離を可能な限り早く達成することと、サボ自体が飛翔体と衝突しないようにすることの2つの目的を考慮した設計が求められる。

3.6 極超音速サボ分離に関する考察

3.6.1 サボ分離に対する流体力モデル

衝撃波振動はサボ分離全体において高速な干渉現象の一つであり、本解析では衝撃波の振動周波数は約 6.25 kHz(0.16 ms 毎)に達している。自由飛行実験ではこのような衝撃波の高周波振動を観測することは困難であるが、本数値計算はサボと飛翔体の初期における位置関係が初期段階で衝撃波振動を誘起していることを示唆している。

サボ分離に対する空力解析モデルは限られた計算資源で任意の形状の飛翔体とサボを用いてサボの軌道を予測するために有用である。先行研究[28][33][65]で提案されているサボ分離に対する空力モデルは、飛翔体とサボの周囲の圧力場を再現するために準定常状態を仮定している。一方で、本解析では衝撃波振動や衝突のような飛翔体とサボの間に高速かつ非定常的な相互作用が存在することを示し、特に衝撃波振動はサボに作用する流体力を劇的に変化させることも明らかになった。よって、より現実的な現象を再現するためにはこのような非定常な相互作用を考慮できるようなサボ分離モデルが求められる。

3.6.2 極超音速域におけるサボ設計指針

計算結果からサボスコープ部が超音速サボ分離に重要な役割を果たしていることが明らかになった。サボスコープは分離全体において流体を減速させ続け、流体力モーメントを発生させる。また、サボスコープの体積は衝撃波の相互作用

を決定する要素となっていた。サボスコープの体積が小さい場合、サボからの離脱衝撃波は衝撃波によって減速し滞留した空気によって前進する。これに対し、体積が十分に大きい場合には停滞した空気が離脱衝撃波を押し出すことはなく、飛翔体とサボの周りに衝撃波がそれぞれ発生する。本計算では、サボはこの中間的なスコープ体積を持っているといえる。先行研究[66][67]で報告されているようにサボのスコープ設計が分離軌道やピッチ回転を決定するため、飛翔安定性を阻害するような動的な流体干渉を回避するためには、衝撃波の振動を抑制するようにサボスコープを設計する必要がある。

より詳細にサボ分離における流体力の影響を評価するために図 3.18 に 5 つの領域にサボを分割し、それぞれの領域に作用する流体力・モーメントを分割したものを示す。分割にはまず前方スコープ部(scoop)、サボ上面(upper surface)、サボ胴体部(body)の三種類に分けた。前方スコープは飛翔方向に対して垂直な面(face)と傾斜している傾斜面(edge)に分割した。また、サボ胴体部は初期において飛翔体と接触している面 (body facing the projectile) とサボ同士で接触していた側面(side body)に分割した。先行研究から明らかなようにサボ分離は飛翔体から垂直に離れる揚力か飛翔体周りで回転するピッキングモーメントによって達成される。図 3.18(b)(c)が示すように $t = 0.0-1.0$ ms においてサボ傾斜部が並進方向流体力とピッキングモーメントを支配しており、 $t = 1.0-2.0$ ms ではサボ下側面(body)の影響が支配的であった。全体を通してサボ上面の影響は小さく、サボ全体としての流体力・モーメントに影響を与えなかった。

図 3.18 に示した結果から極超音速域におけるサボ設計の指針を得られる。まず、サボ上面であるが、これは加速過程において飛翔体・サボ後方に存在し、推力を発生させる駆動ガスを密閉する役割を持つ。一方で、本計算のような極超音速サボ分離における分離過程ではサボ上方は強い膨張の影響を受け、非常に小さい流体力しかサボ上面には作用しない。サボ上面部の形状は分離に大きく影響を与えないため、加速部の要求を満たすように設計すればよい。サボスコープ部はサボ全体において占める面積比率が小さいものの、分離初期における流体力・モーメントを決定する非常に重要な領域である。前述のように、衝撃波振動においてもスコープ部体積が影響するため、分離においてはこの領域の形状に注意を払う必要がある。サボ胴体部は、ピッチ角が増加するにつれて影響が大きくなるため、この部分の設計も考える必要がある。胴体部は飛翔体への接触とサボ同士の接触という条件を満たさなければならないため、スコープ部と全体の

スケール、分割数が決定してしまえば受動的に形状が決定される領域である。よって、胴体部形状を変化させてサボ分離を制御することは困難と予測される。

既存の加速器やレールガンに関してサボ設計を考えてみる。一段式火薬銃では、分離過程初期において推進に使用した既燃ガスが飛翔体、サボ背後を追いかけるように移流する。この加速器に使用されるサボは、既燃ガスによる圧力をサボ後端部で受けるように設計し、サボ正面のスコープ部で生じるモーメントとは逆方向にモーメントを生じさせている[68][69]。この逆方向のモーメントを発生させることによって分離初期における急激な回転を緩やかにさせ、飛翔体とサボが分離時に衝突することを回避している。二段式軽ガス銃やレールガンでは、飛翔体・サボ後方には膨張した流体が存在するため、一段式火薬銃のような負のモーメントを発生する機構をサボに適用することは難しい。よって、一段式火薬銃において設計された超音速用サボを、そのままレールガンのような極超音速加速器に使用する場合には、分離初期から高いピッチングモーメントが作用することになる。

以上の点を踏まえると、極超音速サボにおいて自由に形状をコントロールできるのはスコープ部であり、初期の高いピッチングモーメントを抑制し飛翔体とサボの衝突を避ける必要がある。サボ重心位置を前方へ移動させることはスコープ部へのモーメントアームを短くすることができ、初期におけるピッチングモーメントを減少させることができる。同様の理由で、サボ自体の長さを短くすることでもモーメントを抑制できる。また、スコープにおける傾斜部が主要なピッチングモーメント発生源である点を踏まえると、設計において傾斜角をパラメータとして調節するだけで分離初期における分離挙動をコントロールできると考えられる。

3.6.3 サボ分離に対する数値解析手法

超音速サボ分離における問題点の一つに飛翔体とサボの衝突がある。衝突は飛翔体の飛行精度を低下させ、接触部に撃力が作用することで分離運動を変化させる。衝突は数 μs で完了するため、実験によって観測した飛翔体の軌道から衝突が飛翔体の飛行に与える影響を評価することは困難である。現在の数値解析手法はこの現実におけるサボ分離を再現するにあたり、いくつかの問題を抱えている。実際には飛翔体とサボの間で非弾性衝突が発生するため、正確な衝突を再現するには物体の変形を考慮しなければならない。剛体仮定は流体計算と

運動を連成することが容易であるため広く使用されているが、剛体仮定では流体力・モーメントや非弾性衝突による飛翔体とサボの変形が無視されてしまう。先行研究[28]で報告されているようにサボの変形は飛翔体-サボ間の空力的な相互作用に影響を与え、サボの分離軌道を分散させる。このような動的衝突処理の改善は、分離時のサボと飛翔体との干渉をより現実的な形で再現することを可能にするが、変形を考慮する場合は計算コストが増大する点や CFD 側での柔軟な壁面境界処理や格子変形処理が必要となる。

3.7 二次元計算との比較

三次元解析と比較して二次元解析は非常に低コストで飛翔体・サボ周りの現象を再現することができる。一方で、三次元的な形状を考慮できないため、軸対称形状や奥行き方向へ形状の変化がない物体周りしか正しく解析することができない。本節では、二次元計算の適用範囲を確認するために同様の極超音速サボ分離実験を二次元計算によって解析した結果を示す。数値計算手法は前述の三次元計算と一致させ、支配方程式のみを三次元から二次元軸対称に変更した。

図 3.19 にサボの分離軌跡を示す。1.8 m 地点のサボ分離高さは二次元、三次元ともに実験の結果と一致しており初期における分離挙動は同様に見える。一方で、3.4 m 地点での分離挙動は両者で異なっている。二次元計算では実験より過小評価している一方で、三次元計算では過大評価している。実験では第二観測点(3.4 m 地点)で大きく結果が変化した理由としてサボが非常に強い流体力モーメントを受けることで塑性変形したためであると報告されている。計算においては飛翔体・サボを剛体と仮定しているため数値解析と実験の間に誤差が生じたと考えられる。

分離挙動の変化についてより詳細に検証するために図 3.20(a)(b)にサボに加わる x, y 方向への流体力履歴を示す。サボは、分離初期において飛翔体・サボ間がチョークすることにより衝撃波が振動する。衝撃波振動後に飛翔体・サボ周りにそれぞれ離脱衝撃波が発生しながら分離していく。二次元と三次元の流体力変化を比較すると、衝撃波振動の周期は一致している一方で流体力ピークの大きさが異なり、また三次元解析では 1.0 ms 付近で衝撃波振動が終了している。二次元解析においては 2.0 ms 付近まで衝撃波振動が続いている。この結果から二次元・三次元解析において衝撃波振動の傾向が大きく異なり、分離軌跡がほぼ一致しているが流体場の傾向は異なると考えられる。

サボの回転に関わる流体力モーメント履歴を図 3.20(c)に示す。流体力履歴と同様に衝撃波振動の変化が確認できる。また、二次元解析では衝撃波振動の最小値が回転を抑制する方向の負のモーメントとなっているが、三次元解析では常に正のモーメントを維持している。この結果から、二次元解析においては回転が三次元解析よりも過小評価されており、この回転抑制が分離挙動に影響を与えていると考えられる。

最後に、飛翔体・サボ周りでの圧力分布を図 3.21 に示す。分離初期(0-0.2 ms)における分離、また圧力分布は非常に似通っている。飛翔体・サボ間の流路が閉塞することによって圧力が増加し、スコープ部に 4-5 MPa の高圧領域が生成された。異なる点としては二次元解析ではサボ後端付近でチョークによって圧力が増加するが、三次元解析ではサボとサボの間に間隙が存在することによって完全なチョークが維持されず低圧となっている。0.4 ms 以降では両者の計算結果が大きく異なる理由が確認できる。二次元解析では、スコープ部-サボ後端と飛翔体間の流路でチョークが維持されることにより後方に向かうに従って徐々に圧力が増加していく。三次元解析において、サボ間の膨張によって閉塞が発生せず圧力は減少していく。二次元解析において負のモーメントが発生したのは閉塞によってサボ後端に高圧領域が発生するためであり、閉塞が完全に生じない三次元解析においてはその影響が小さいため、常に正のモーメントが発生する。そのため、計算結果からわかるようにサボ角度は二次元・三次元解析で大きく変化しており、分離軌跡は同一であるが分離挙動は異なることが確認できた。

現在提案されている簡易サボ分離モデルはサボの二次元断面を対象としたものが一般的である。しかしながら、本解析のように三次元的な膨張効果が分離挙動に大きく影響を与える場合には三次元的な形状の影響も考慮する必要がある。

3.8 本章のまとめ

本章では、極超音速飛翔体におけるサボ分離を解析するために Erengil の実験を対象に解析を行い、二章で示した CFD-RBD コードの極超音速サボ分離における妥当性検証を行った。非構造格子、重合格子法、及び剛体運動方程式を組み合わせた CFD-RBD は、フラッシュ X 線装置によって観測された実験結果と比較して、サボの分離軌道・ピッチ角変化を評価する上で良い一致が確認された。第二観測点において数値解析が実験より過大評価する傾向がみられた。この原因として、実験ではサボが流体力を受け、変形している可能性が報告されているが、

本解析においては剛体仮定を用い変形により投影面積変化や抗力変化を無視しているためだと予測された。

先行研究において実験で得られた分離軌跡から衝撃波干渉が予測・分類されたように、サボ分離の全体をサボに作用する流体力と飛翔体周辺の衝撃波相互作用に基づいて、衝撃波振動、遷移、スイープの3つの段階に分類され、異なる流体干渉が生じることが示唆された。衝撃波振動では、実験で観測が困難な高周波数の衝撃波振動が発生し、この現象はサボスコープ部におけるよどみ・開放によって誘起されることが明らかになった。衝撃波遷移では、飛翔体・サボ周りの離脱衝撃波に分かれていき、飛翔体・サボ間で複数の衝撃波反射が発生し始めた。衝撃波スイープでは、飛翔体から生じる衝撃波の影響は弱まっていき、主にサボから生じる衝撃波が流れ場を形成し、飛翔体周りで反射・回折した。飛翔体・サボ間における衝撃波反射はサボ下面圧を増加させ、浮力方向への分離を促進した。分離終了直前において飛翔体後部に衝撃波が衝突するため、飛翔体翼を後端部に用いる設計では、飛翔安定性が低下する可能性があることが示唆された。

本研究の結果において、衝撃波振動のような非定常的な干渉が確認された。よって、簡易的な推算モデルあるサボ分離予測モデルに非定常的な干渉を考慮する必要性が示唆された。サボ表面を5つに分類し行った解析から、サボ設計においてはサボスコープ部、特に傾斜部が分離初期の流体力・モーメントを支配し、唯一の形状設計パラメータとなることが示唆された。

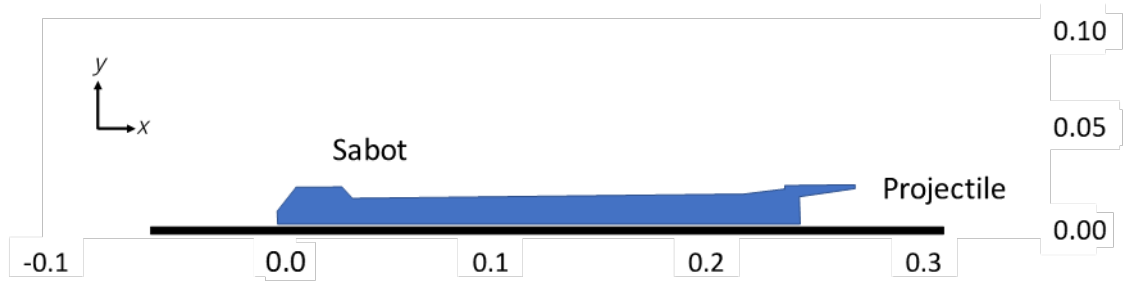
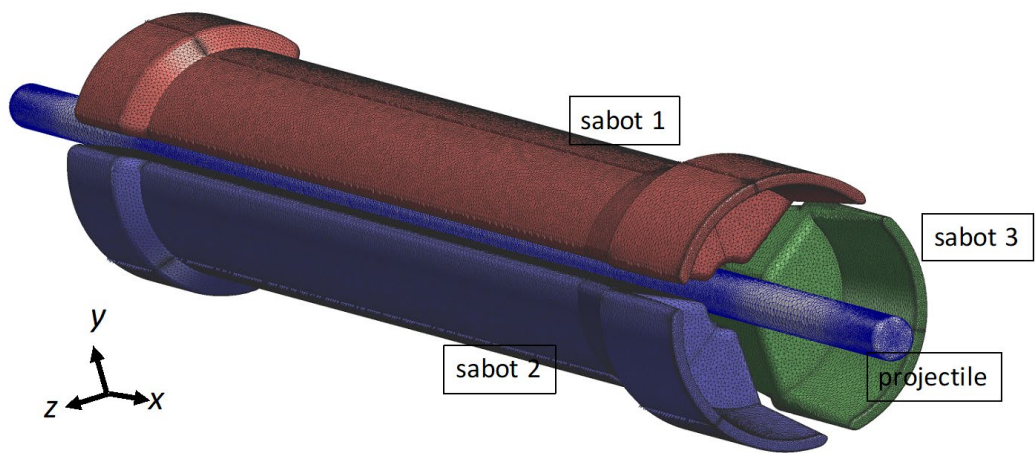
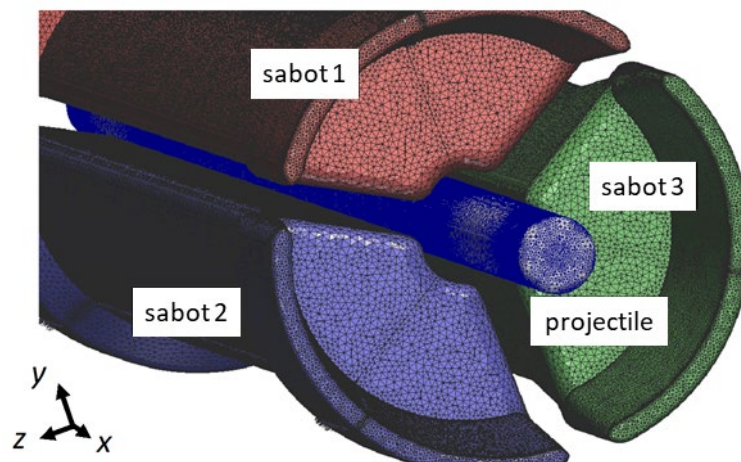


図 3.1 解析対象



(a) 飛翔体・サボ表面メッシュ



(b) 飛翔体・サボ正面拡大図

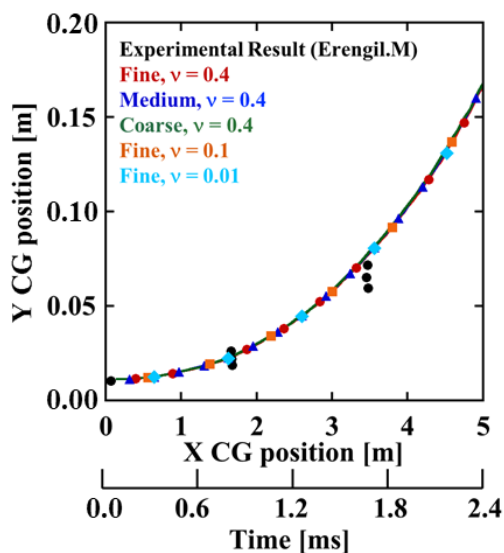
図 3.2 解析に使用した計算格子

表 3.1 Erengil による極超音速サボ分離実験におけるサボ

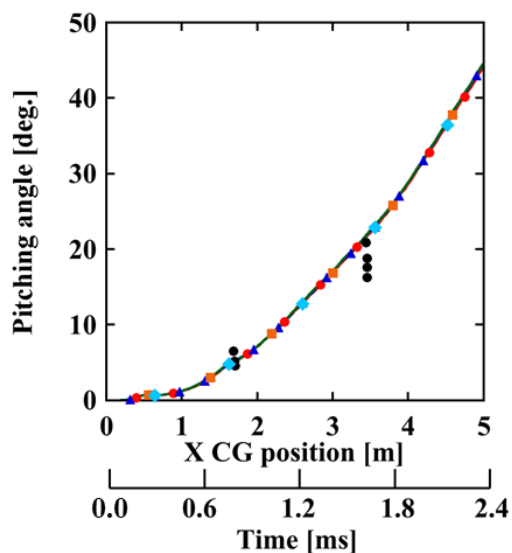
Center of gravity [m]	(0.14812, 0.0091694,0)
Mass [kg]	0.072620
Inertia moment [kg/m ²]	3.6893×10 ⁻⁴
Material	Aluminum

表 3.2 格子解像度検証の各格子における最小・最大セル幅と総セル数

	Minimum cell width [mm]	Maximum cell width [mm]	Total cell number [×10 ⁶ cells]
Coarse	0.1	10	2.2
Medium	0.1	5	3.3
Fine	0.1	0.5	55.1

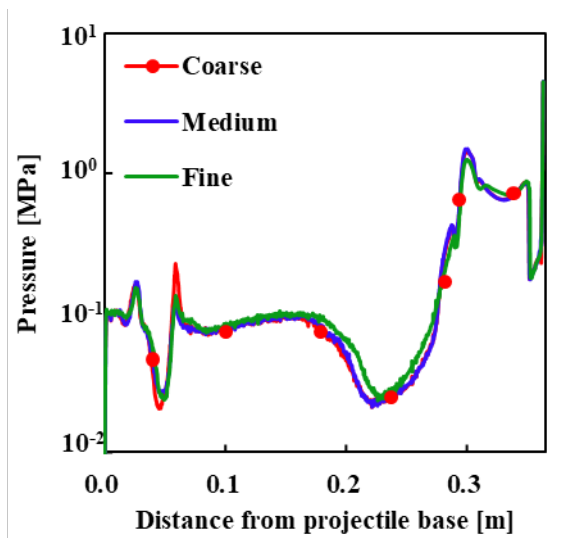


(a) サボ重心軌跡

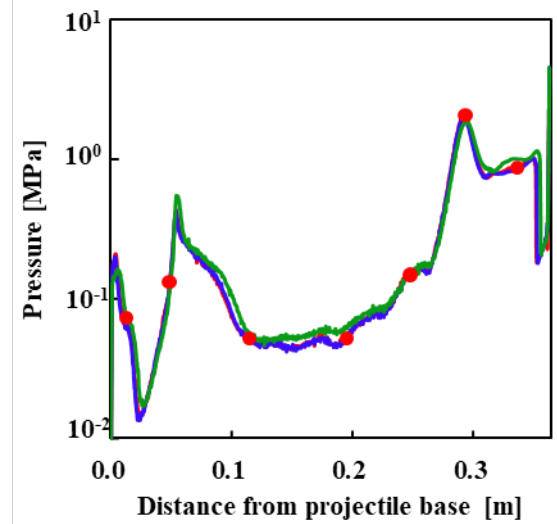


(b) サボピッチ角変化

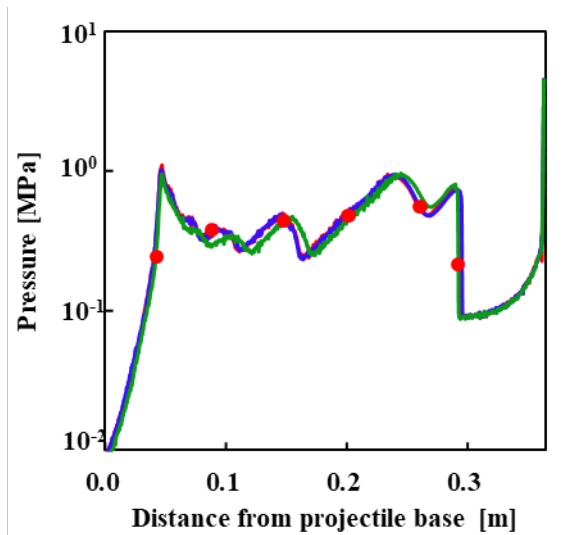
図3.3 Erengil の実験との比較および格子解像度，時間刻み検証



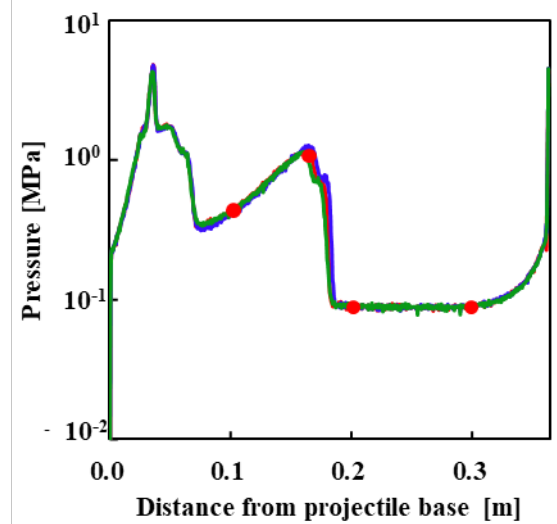
(a) $t = 0.2$ ms



(b) $t = 0.6$ ms



(c) $t = 1.0$ ms



(d) $t = 1.4$ ms

図 3.4 各格子解像度における対称面上($z=0$)飛行体表面圧力分布 ($\nu=0.4$)

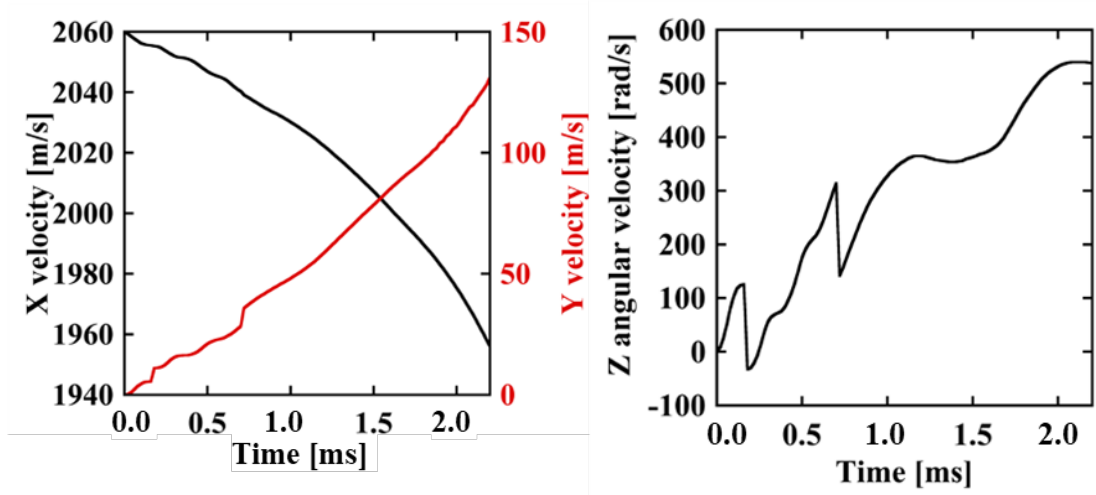


図 3.5 サボ分離速度

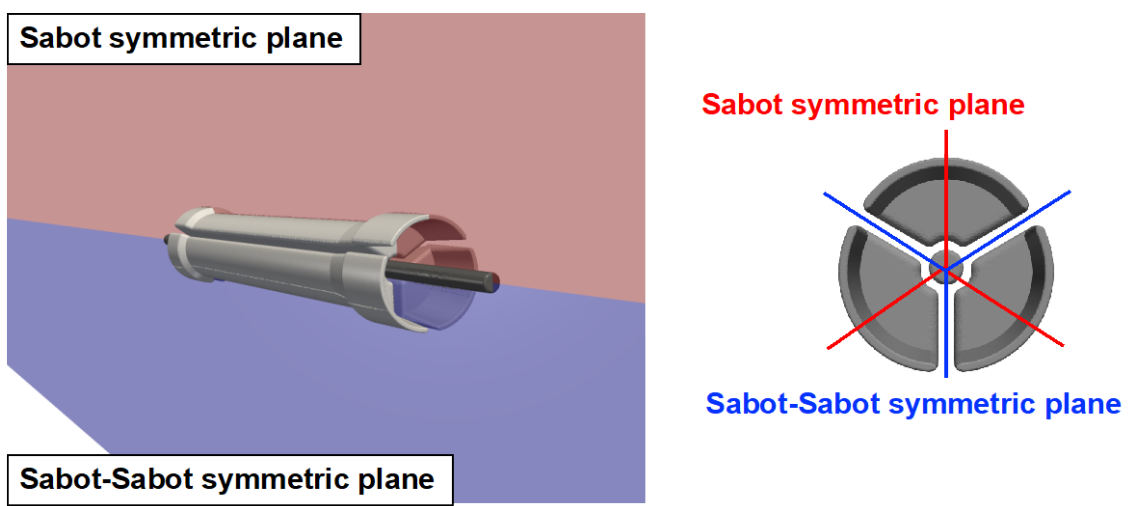




図 3.6 可視化に使用する二つの対称境界面

Density Gradient
 Low  High
 Pressure [MPa]
 0  1

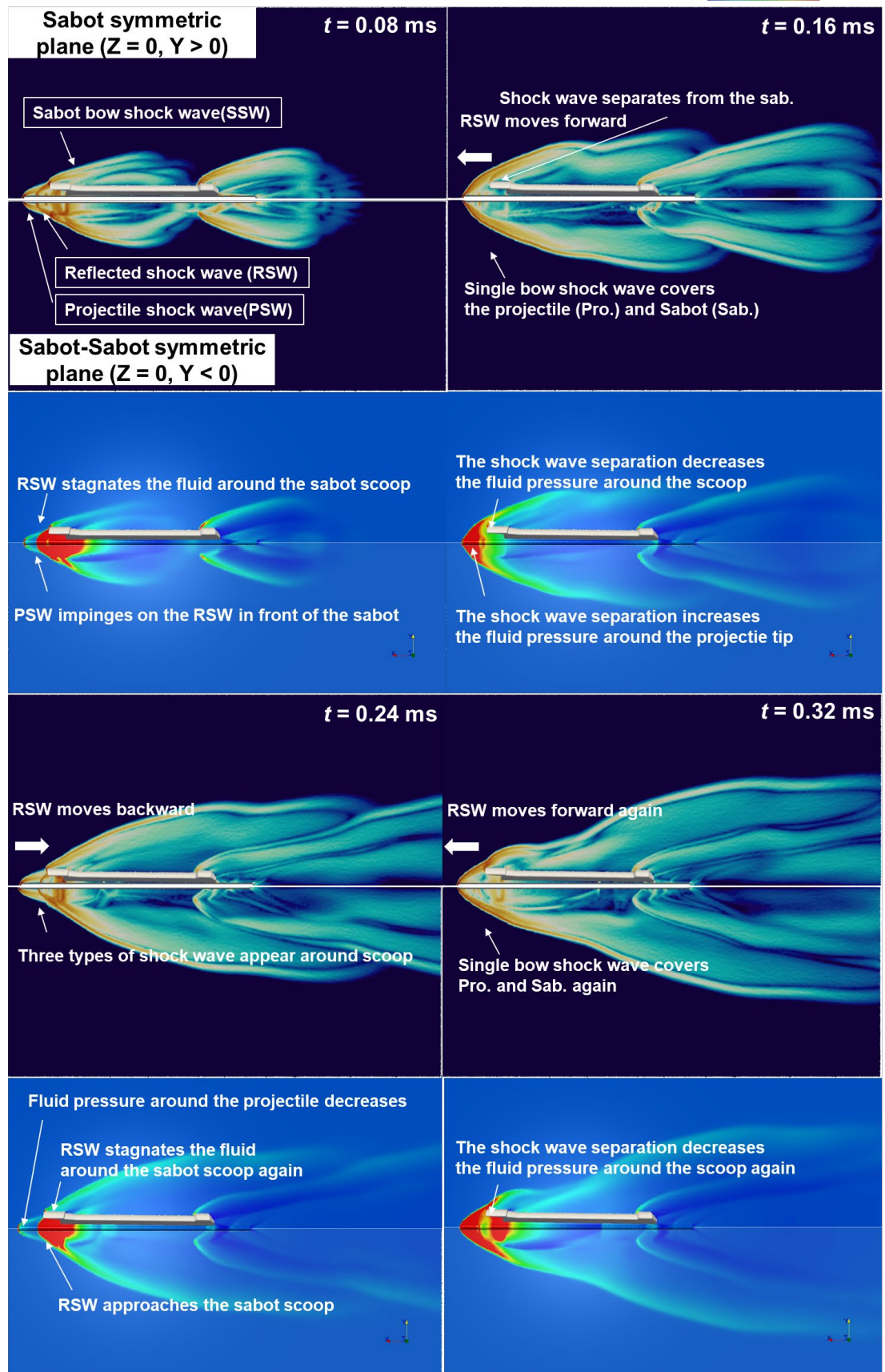


図 3.7 衝撃波振動 ($t = 0-0.7 \text{ ms}$)での圧力分布と密度勾配による衝撃波可視化

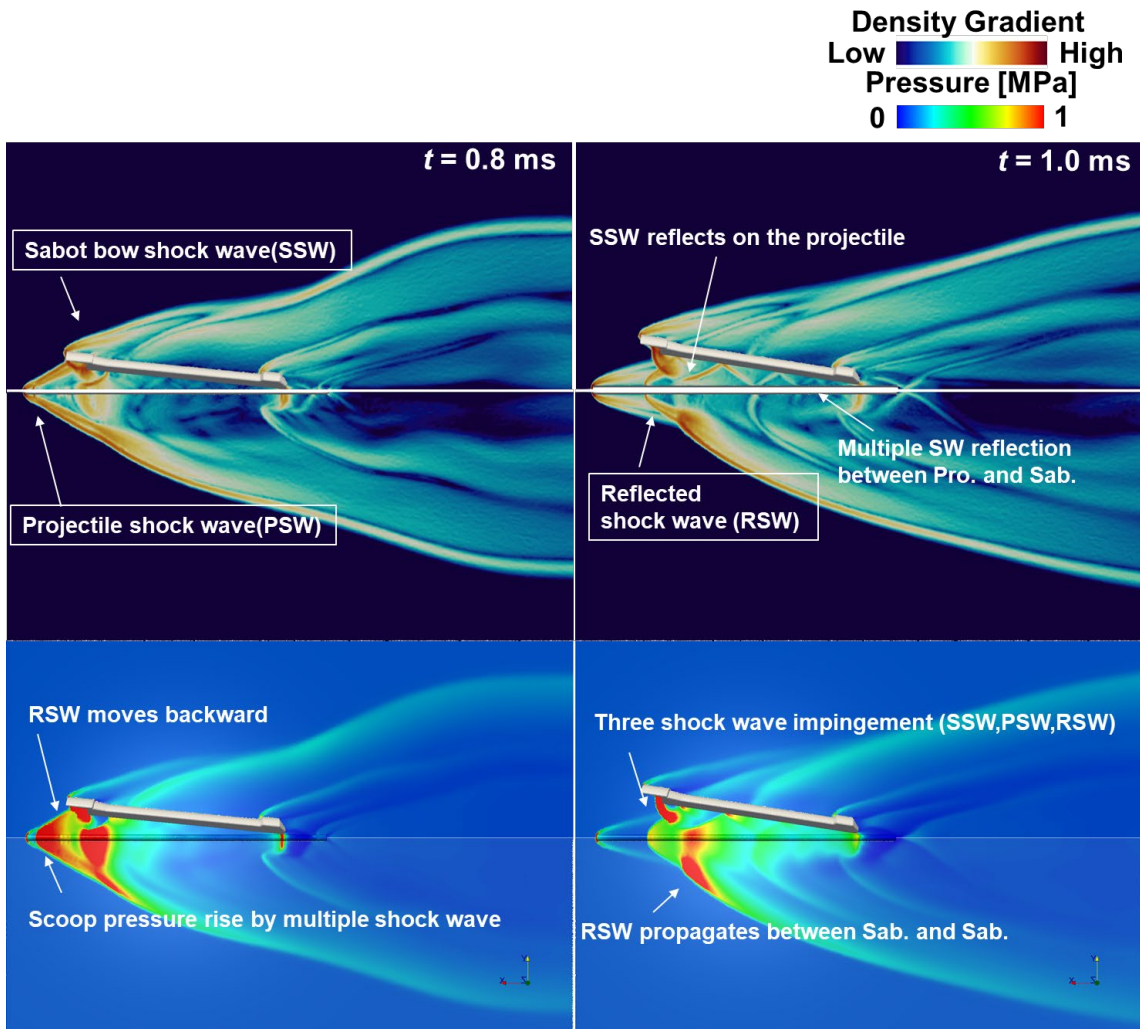


図 3.8 衝撃波遷移 ($t = 0.7-1.0$ ms)での圧力分布と密度勾配による衝撃波可視化

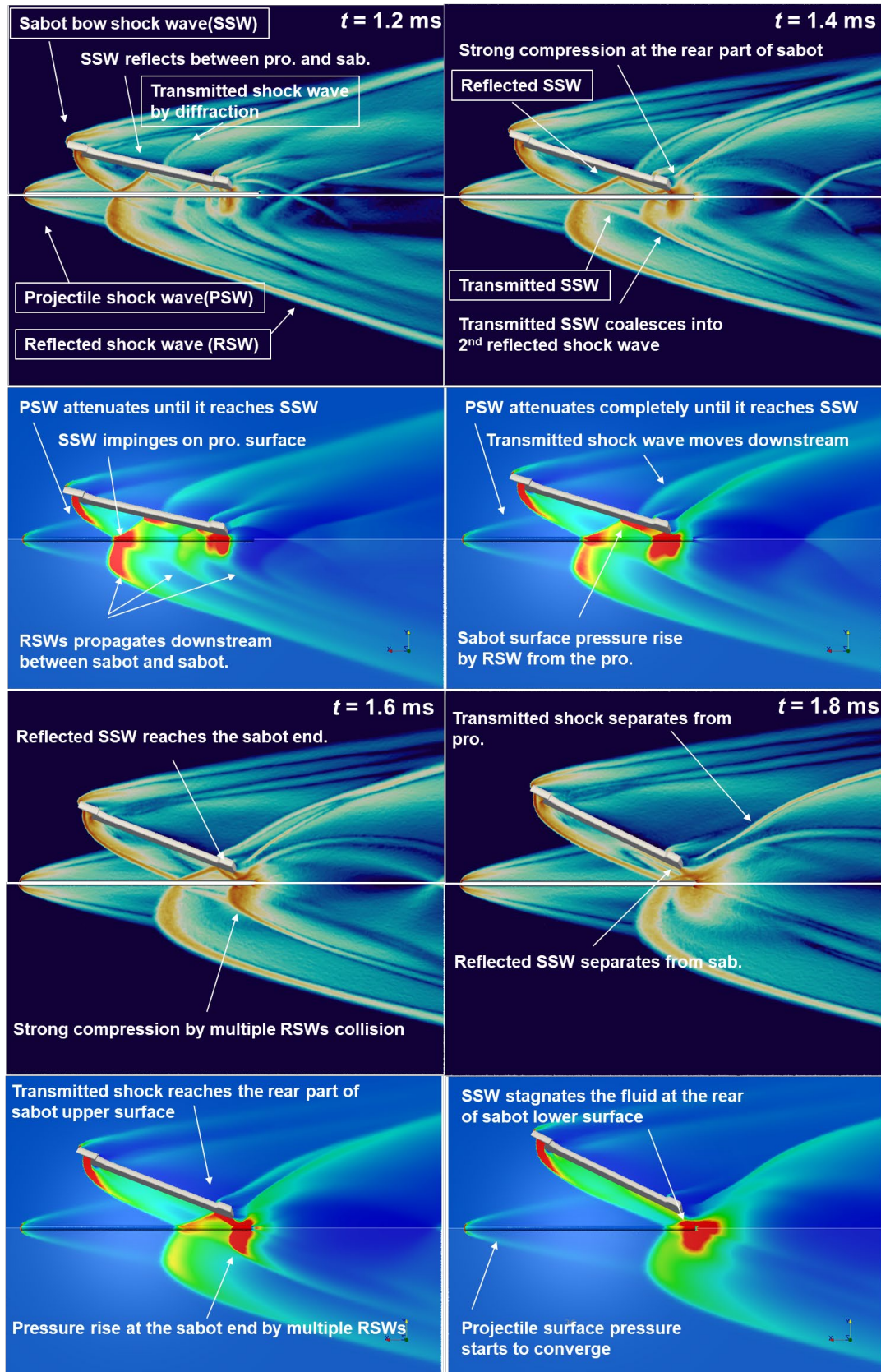
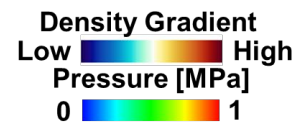
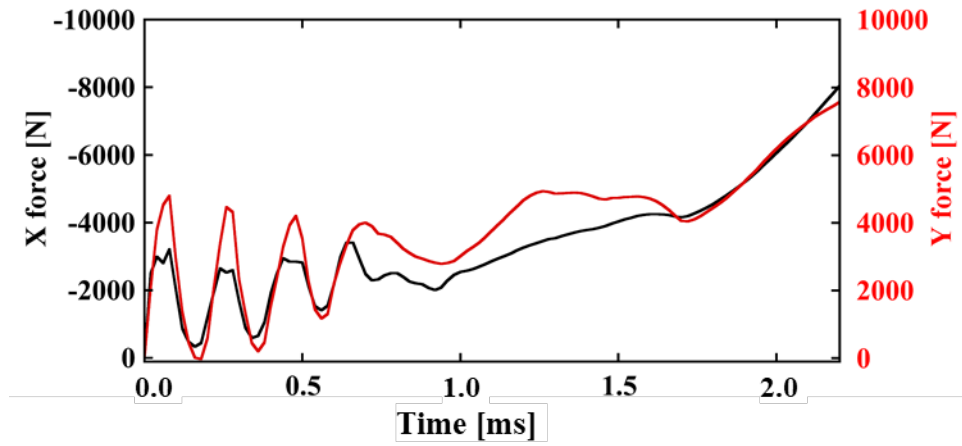
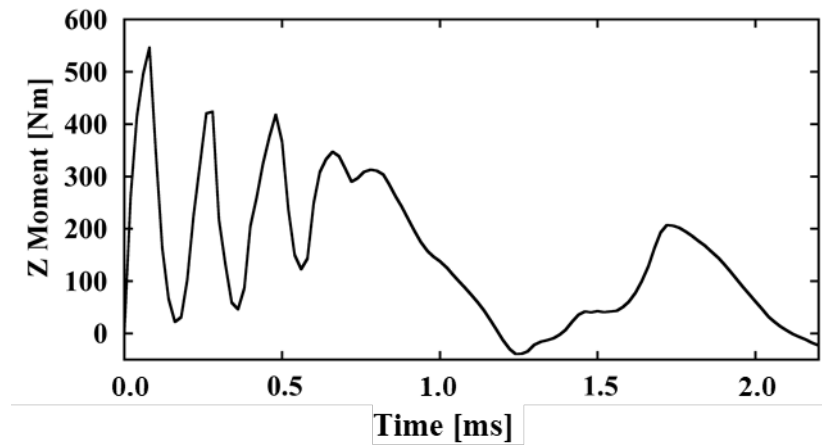


図 3.9 衝撃波スイープ ($t = 1.0$ - 2.0 ms)での圧力分布と密度勾配による衝撃波可視化



(a) 並進方向流体力



(b) z 軸周りにおけるモーメント

図 3.10 サボに作用する流体力, モーメント

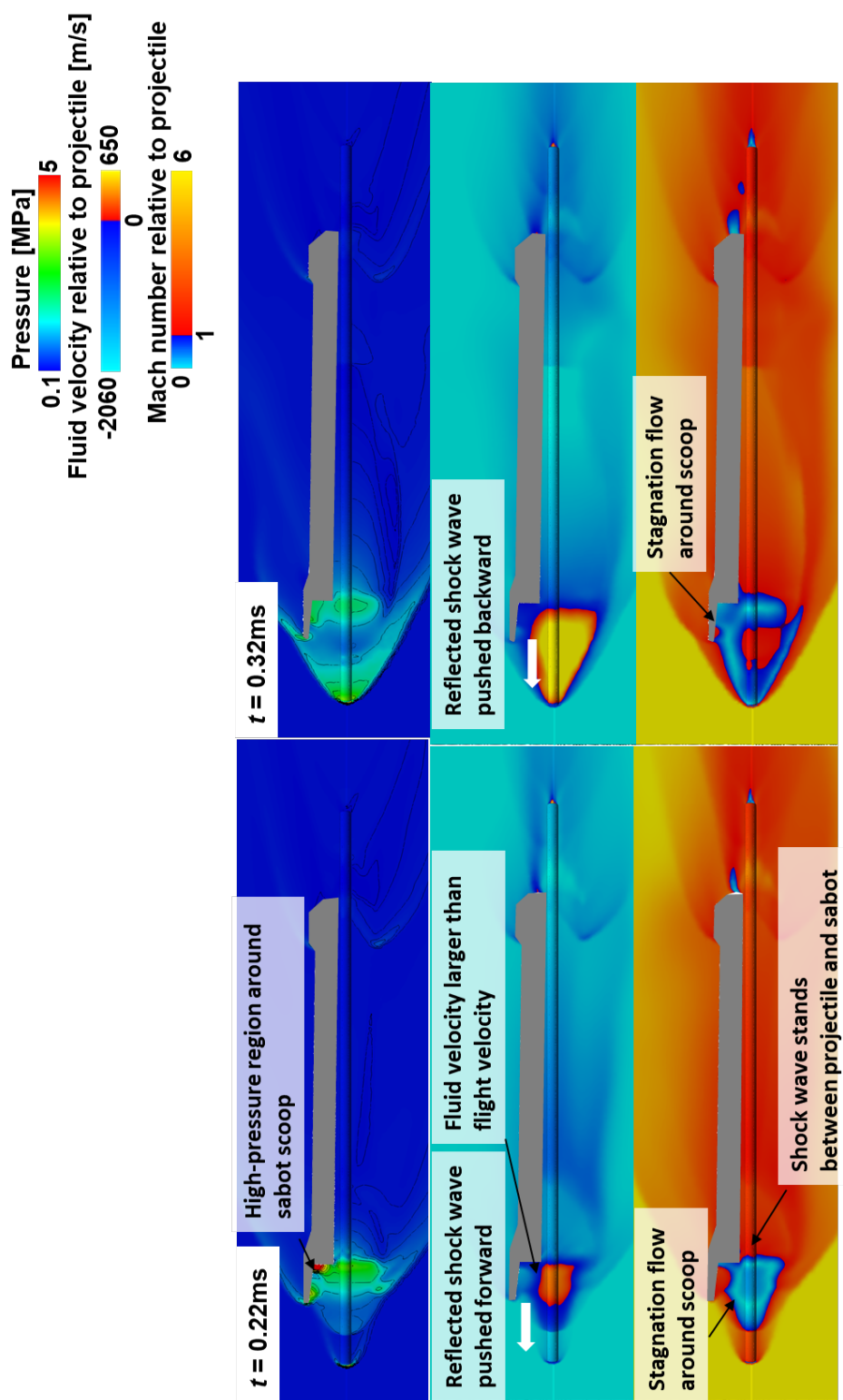
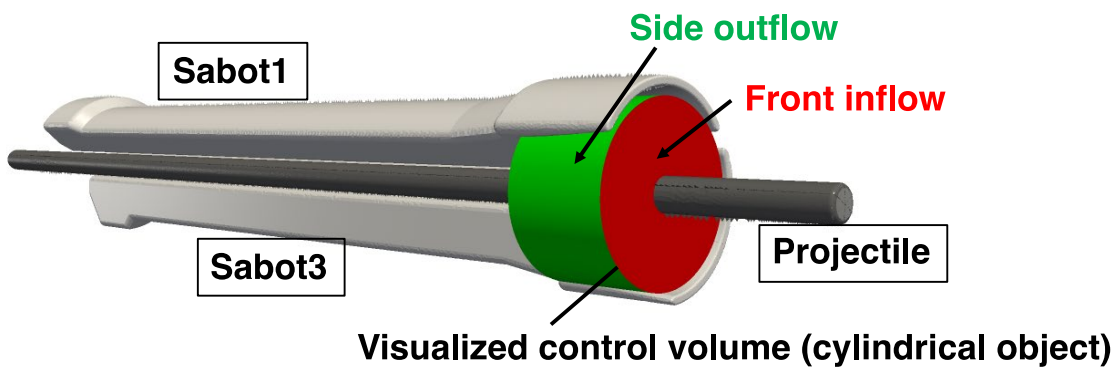
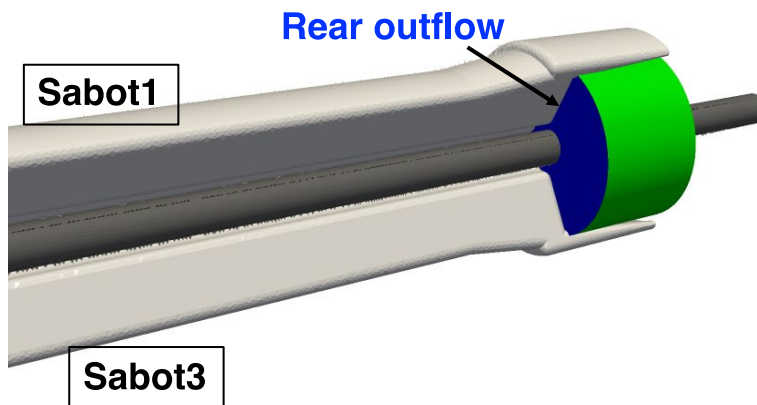


図 3.11 サボスコープ部における衝撃波振動
(相対流体速度 = 慣性系における流速 - 飛翔体速度[2060 m/s])



(a) Front view



(b) Rear view

図 3.12 スコープ部におけるよどみ評価用コントロールボリューム

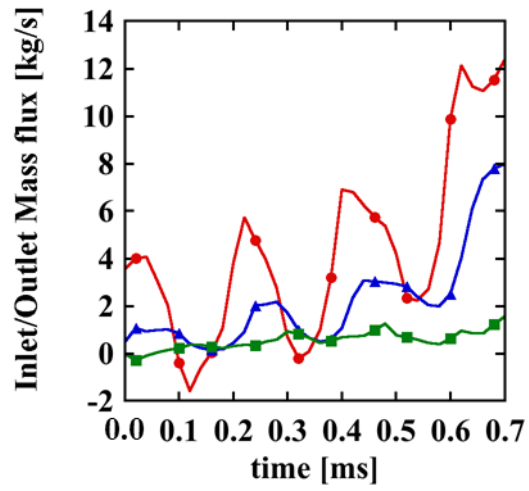


図 3.13 サボスコープ部のコントロールボリュームにおける
Inlet/outlet 質量流量

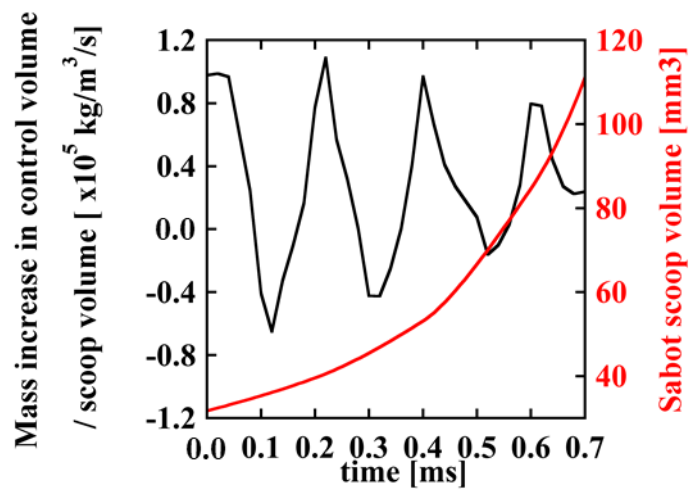


図 3.14 サボスコープ部のコントロールボリューム体積によって平均化したよ
どみ流体の質量変化

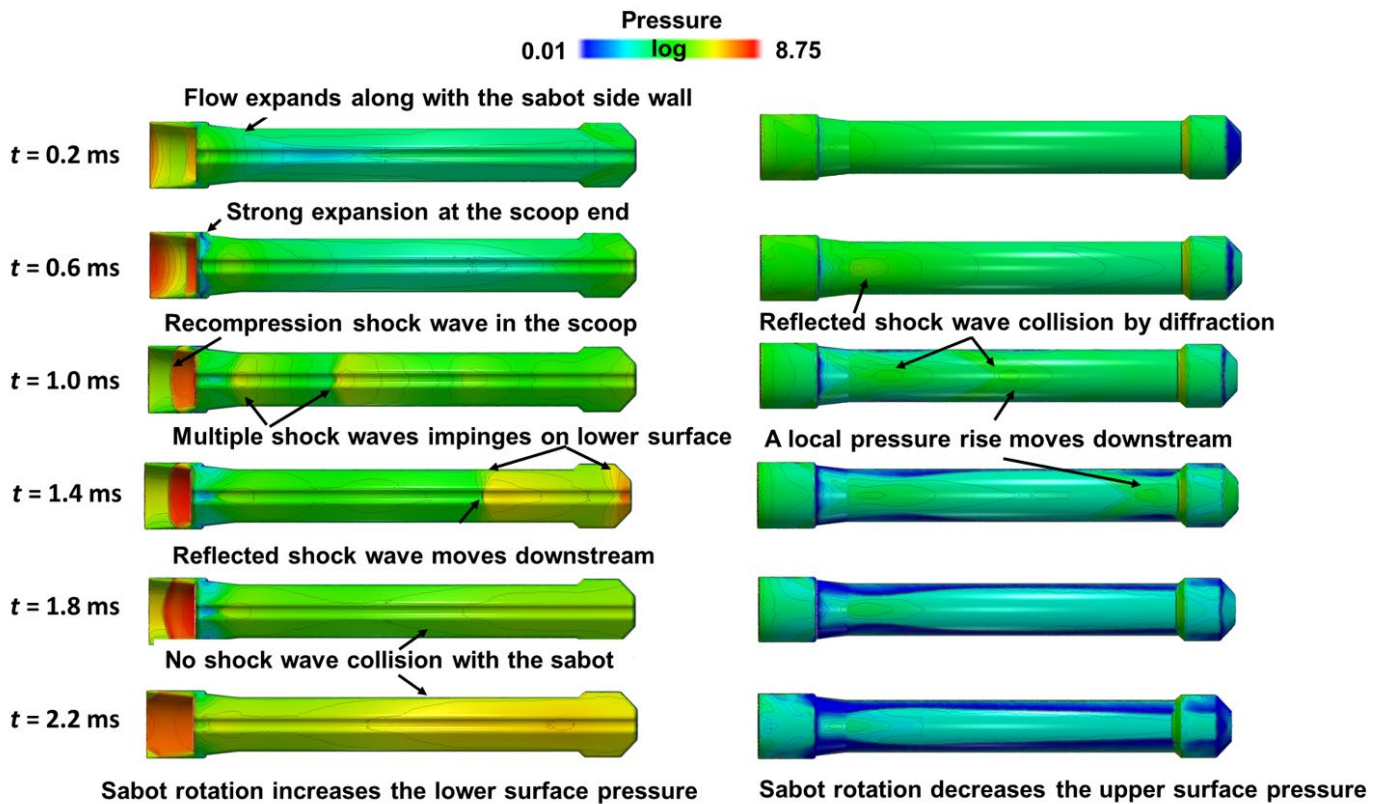
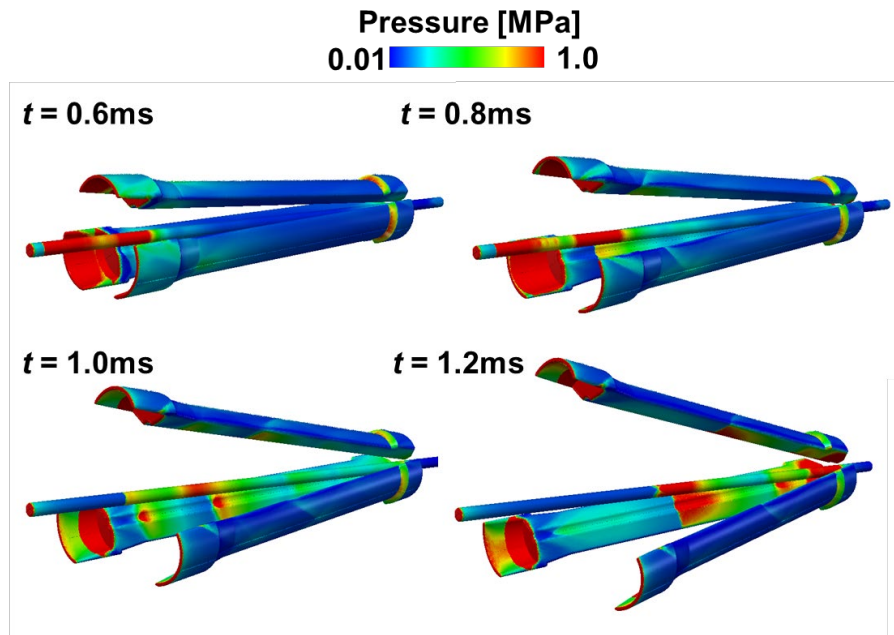
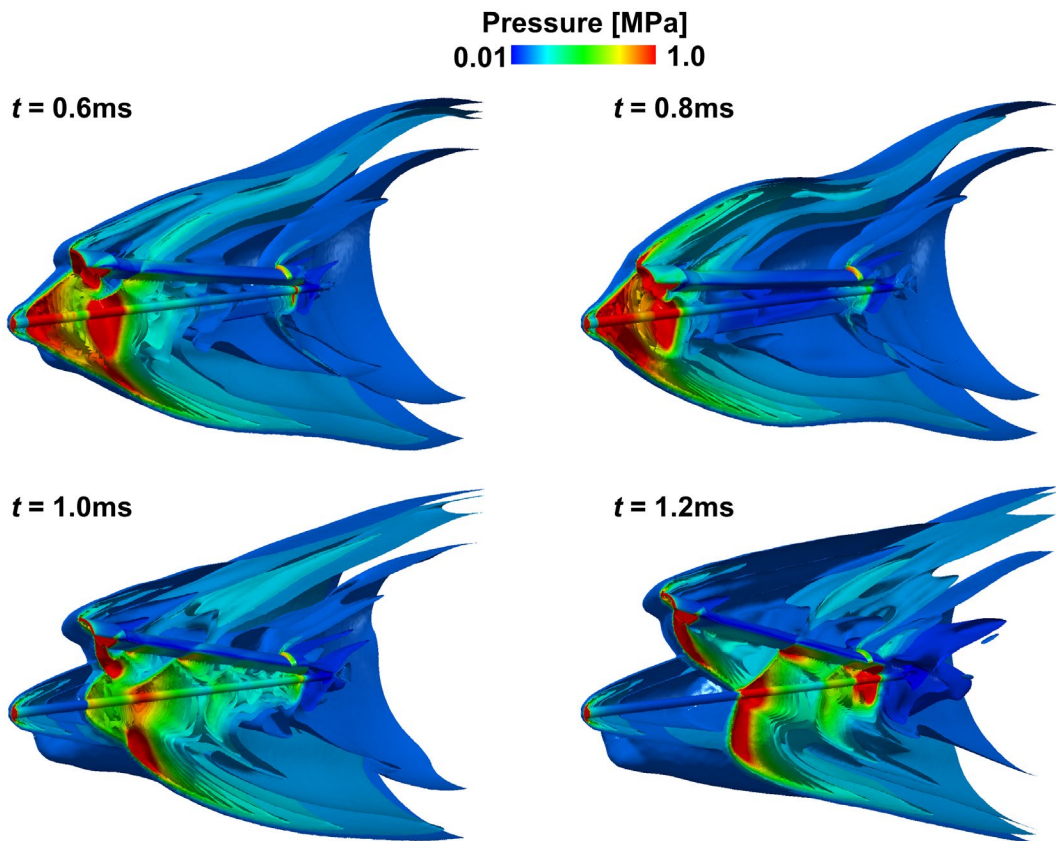


図 3.15 サボ表面における圧力分布履歴

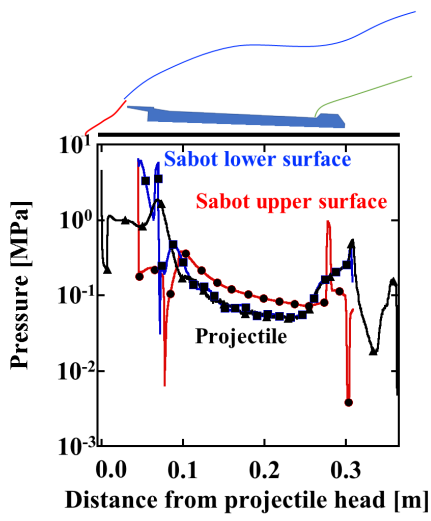


(a) 飛翔体・サボ表面における表面圧力

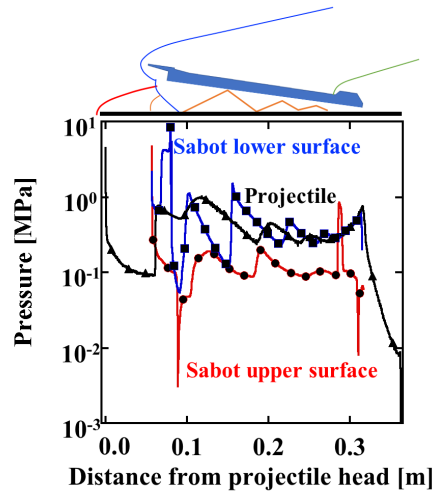


(b) 飛翔体・サボ周りの圧力等値面

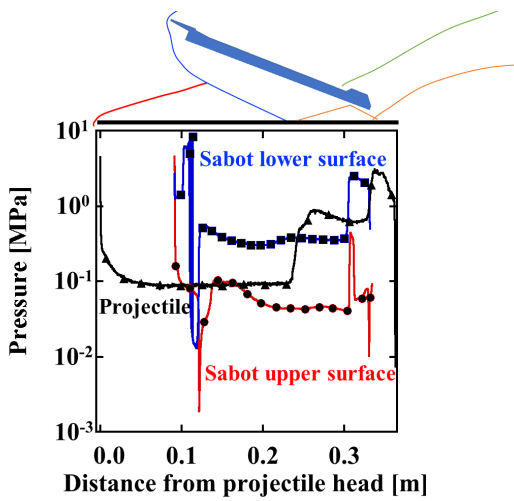
図3.16 サボ飛翔体周りにおける三次元衝撃波干渉



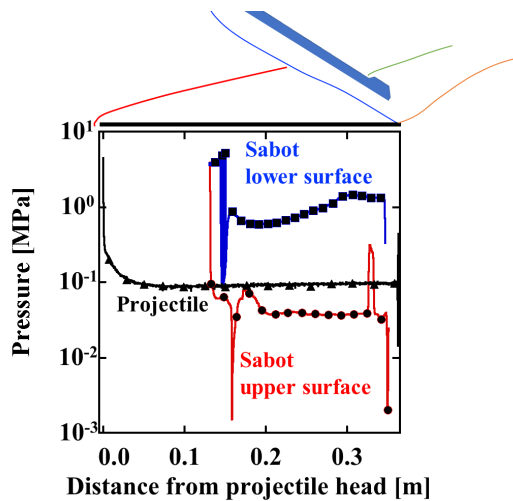
(a) $t = 0.6$ ms



(b) $t = 1.0$ ms

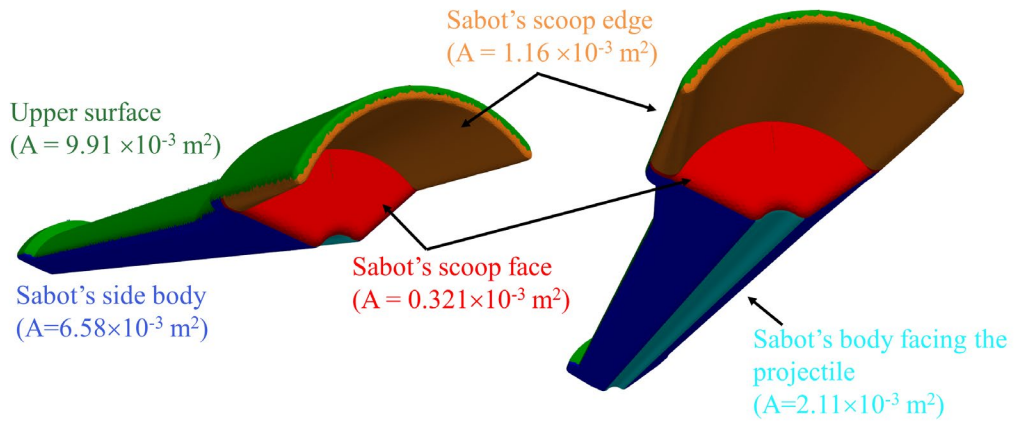


(c) $t = 1.6$ ms

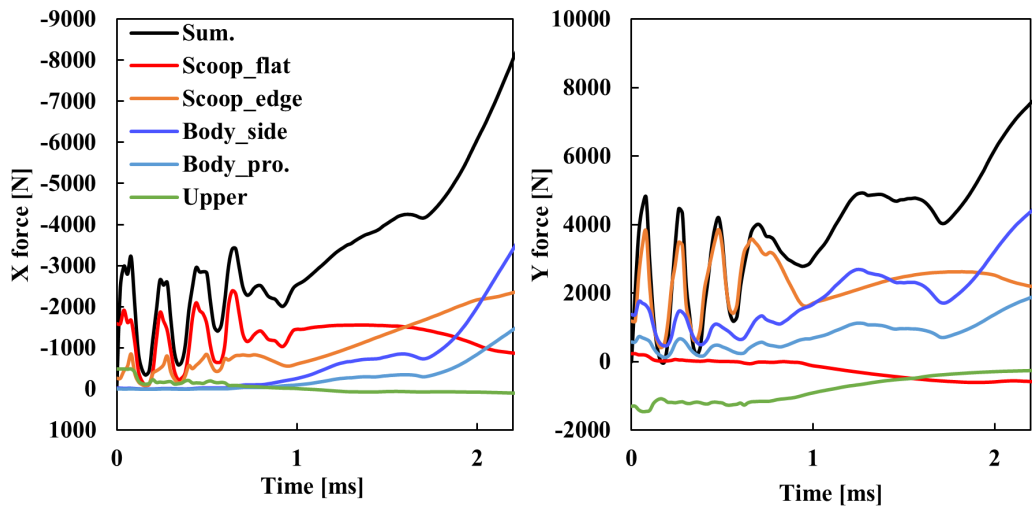


(d) $t = 2.0$ ms

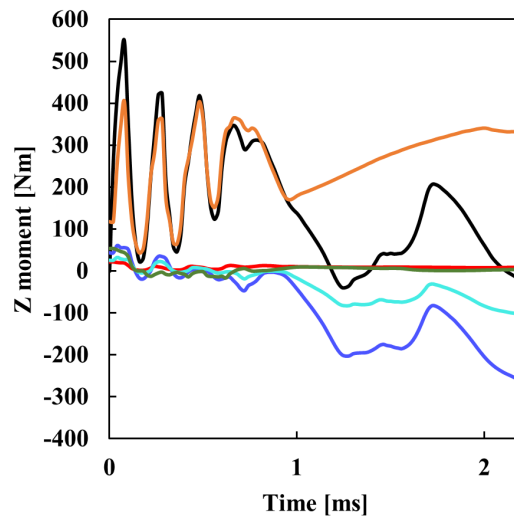
図 3.17 対称面上($z = 0$)における飛翔体・サゴ表面圧力履歴



(a) 設計領域ごとに5分割されたサボ表面



(b) 各領域に作用する流体力



(c) 各領域に作用する流体力モーメント

図 3.18 サボの各領域に作用する流体力・モーメント

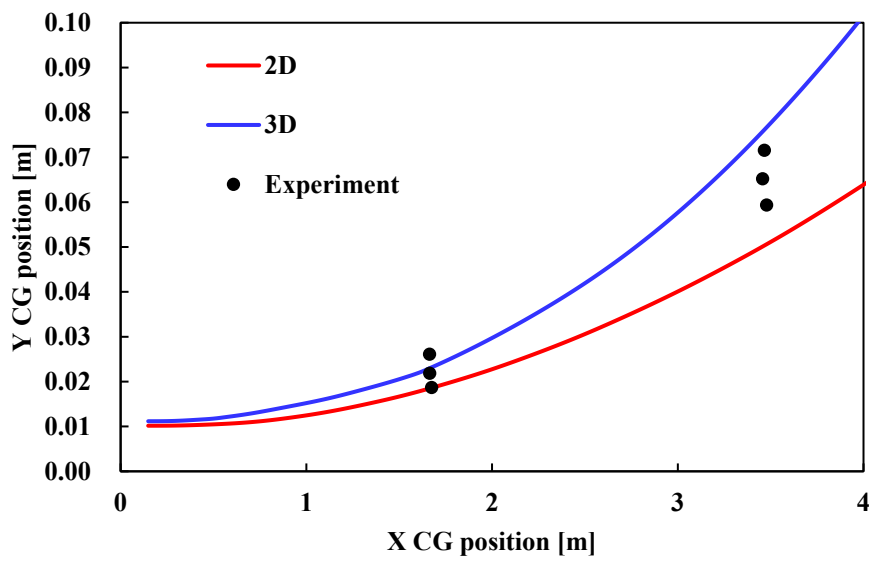
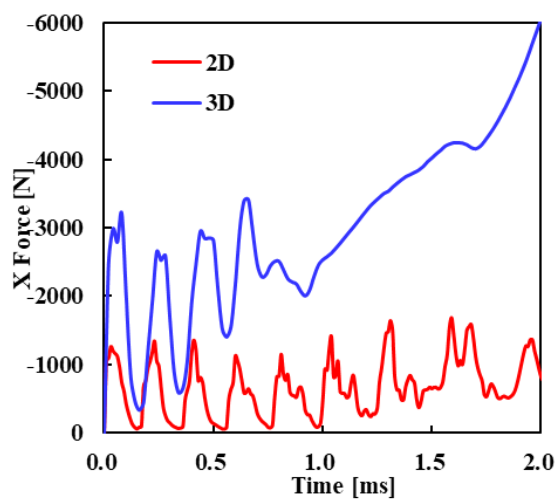
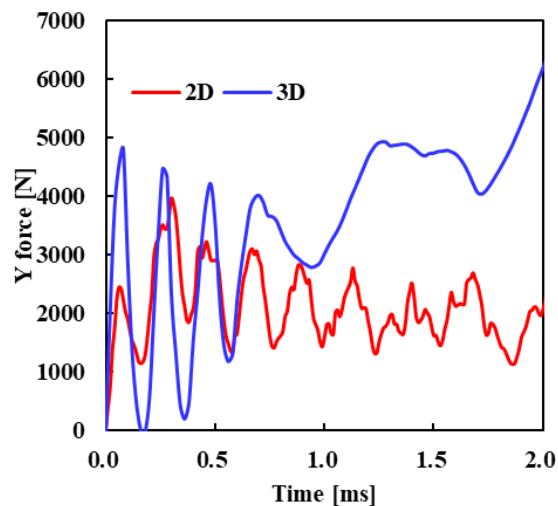


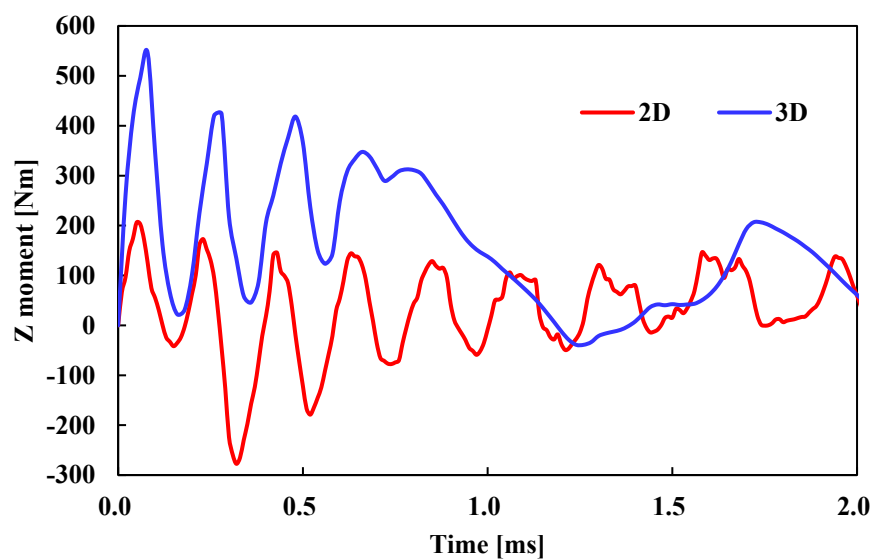
図 3.19 サボ分離軌跡における二次元三次元比較



(a) x 方向流体力



(b) y 方向流体力



(c) z 軸周りのモーメント

図 3.20 二次元・三次元解析におけるサボに作用する流体力・モーメント

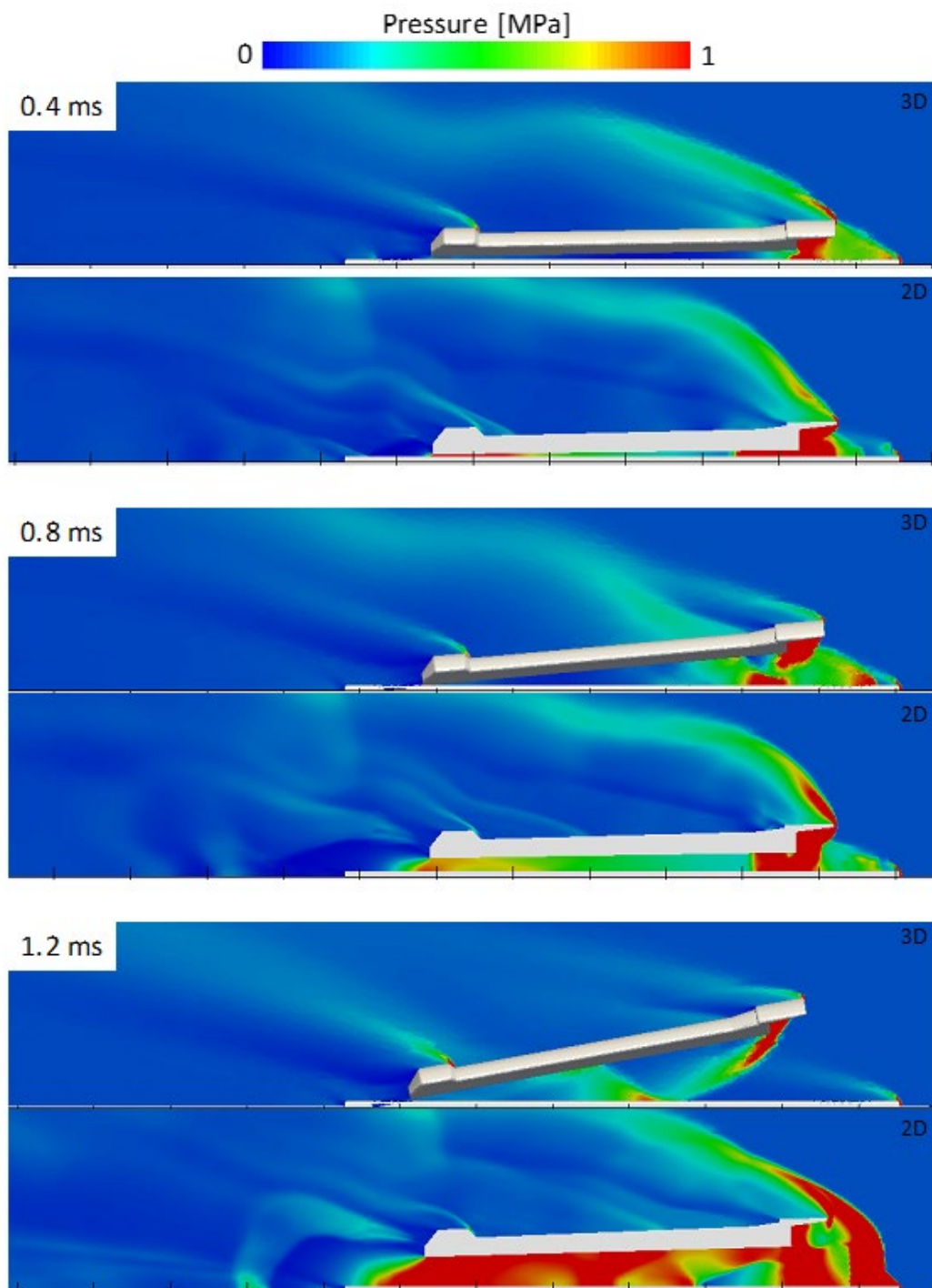


図 3.21 二次元・三次元解析における飛翔体サボ周りの圧力分布

4章 地上加速型レールガンの加速・分離過程解析

4.1 解析対象

本解析では加速器，飛翔体及びサボの形状は先行実験を参照して決定した．図 4.1 に詳細な寸法を示す．レールガンは内径 35 mm の矩形加速管から構成されており，加速管長は 2980 mm である．飛翔体は直径 20 mm，全長 100 mm の軸対称形状，サボは全長 72 mm，奥行き長さ 35 mm の三次元形状である．飛翔体およびサボは鉄製，アルミニウム製となっており，その質量は 55.1 g, 52.3 g である．

加速管内における加速過程は飛翔体・サボの移動を実験と一致させることで再現した．実験において磁気プローブ計測による飛翔体位置履歴，射出速度を測定し，その結果から各測定位置での速度を算出した．解析において使用するため，その速度 v に対して多項式近似を行った．飛翔体の速度プロファイルは式(4.1)に示す多項式で示される．射出速度は 2501 m/s，射出時間は加速開始から 2.19 ms となっている．この多項式では加速初期段階で負の速度が生じてしまうが，その時間は速度を 0 とすることで解析を行った．図 4.2 には加速プロファイルと式(4.1)を時間積分することによって得られた飛翔体位置の履歴を示す．

$$v = -183.5t + 3942.8t^2 - 3621.6t^3 + 1367t^4 - 147.4t^5 - 18.003t^6 \quad [t=(\text{ms})] \quad (4.1)$$

4.2 初速 2501 m/s におけるサボ分離

加速過程の影響を評価するために初速度に実験での管端における飛翔体速度 2501 m/s を与えた計算を行った．使用した格子を図 4.3 に示す．移動重合格子法を使用し，セル幅 0.5 mm の等方直交格子である Background mesh と飛翔体，サボそれぞれの移動を再現する Projectile mesh と Sabot mesh の三種類を使用した．飛翔体，サボに 2501 m/s の初速度を与え計算を開始した．計算コストを削減するために $y = 0, z = 0$ における境界条件に鏡面境界を与え，上下対称なサボ分離を再現した．また壁面境界条件には滑り壁を与えた．初期条件として標準大気条件 ($P = 0.1013 \text{ MPa}, T = 300 \text{ K}$) を計算格子全体に与えた．

支配方程式には三次元 Euler 方程式を使用し，対流項の離散化には Node-Based

Green-Gauss を使用した二次精度 AUSM-DV を用いた。流束制限関数には Hishida minmod を使用した。時間積分法には二段階ルンゲクッタを使用した。

4.2.1 サボ分離時における速度変動

サボ分離軌跡を図 4.4 に示す。サボは初期位置から 3 m 付近までは緩やかに上昇していき、それ以降はほぼ線形に分離していく。サボ迎角も重心位置とほぼ同様の変化を示しており、サボの回転により分離が進行している。サボの分離は瞬時的な流体力・モーメントに変化されることが少なく、滑らかに飛翔体から分離する様子が確認された。

サボ分離時における速度変化を図 4.5 に示す。y 方向の速度はほぼ線形に加速し、x 方向速度は 2.0 ms 時点で 2250 m/s まで減速する。図 4.5(b)に角速度変化を示す。分離初期において角速度が急激に増加し、その後は緩やかに加速する。並進速度、回転速度ともに分離時における不連続的な変化は確認できなかった。以下においては流れ場における衝撃波干渉の遷移とその流れ場変化による流体力への影響を評価する。

4.2.2 サボ分離時における衝撃波干渉の遷移

各時刻におけるサボの衝撃波干渉について図 4.6 に示す。同時刻におけるサボ表面上での圧力分布を図 4.7 に示す。

計算開始直後において飛翔体先端から斜め衝撃波、サボからは離脱衝撃波が発生する。飛翔体周りでの斜め衝撃波前後で圧力比は 2 倍程度である。この斜め衝撃波は、離脱衝撃波前後の圧力比と比較して非常に弱いため、二つの衝撃波接触点で圧力場に大きな変化は見られない。この傾向はサボ分離初期から完了まで続いていることが確認された。本解析のように鋭角の飛翔体を使用するケースでは飛翔体先端からの衝撃波がサボ分離に与える影響は無視できることが示唆された。

$t = 0.39$ ms から物体周りからの衝撃波に加えて飛翔体、サボ間で新たに衝撃波が発生する。サボのピッチ角が上昇するに従って上流からサボ下面へ流れでの膨張が強まる。離脱衝撃波によって減速された流れが、この膨張によって再度加速されることで再圧縮衝撃波がサボ付近で生じる。この衝撃波によってサボ下面が 2-3 MPa 付近の高圧で満たされるため、飛翔体から離れる y 方向流体力が発生し続ける。

サボが分離することによって離脱衝撃波の飛翔体に接触する角度が増加する。 $t = 0.55 \text{ ms}$ では離脱衝撃波が飛翔体に接触した後、サボ方向へ再度反射する。飛翔体の衝撃波接触点より上流側では $0.17\text{-}0.20 \text{ MPa}$ であり、接触点より下流側では局所的に 10 MPa を超える圧力が発生した。また、上下二つのサボから三次元的に離脱衝撃波が発生するため、飛翔体表面上では弧状に圧力不連続面が生じる。サボ-サボ間面(鏡面境界)上で離脱衝撃波同士が衝突するため飛翔体表面上でも圧力が局所的に上昇している。

飛翔体から反射した衝撃波は、サボへ衝突しサボ下面において圧力上昇が発生する(図 4.7)。この反射衝撃波もサボから飛翔体方向へ反射され飛翔体に衝突する。反射衝撃波がサボへ衝突した位置から下流では 5 MPa の流体で満たされる。

サボの分離に従い離脱衝撃波が反射する位置も下流へ移動する。 $t = 0.75 \text{ ms}$ においても飛翔体から反射した衝撃波はサボ上でマッハ反射し、再度飛翔体方向へ伝播する。この再反射衝撃波は飛翔体後方へ伝播し、境界面上で衝突する。この衝突により飛翔体底部付近に 6 MPa の高圧領域が発生する。更に分離が進行し、 $t = 0.90 \text{ ms}$ では離脱衝撃波は飛翔体に衝突しなくなる。サボ-サボ間の鏡面境界面において二つの離脱衝撃波が衝突し飛翔体底部後方で 7 MPa の高圧領域が発生し続ける。また、サボの回転によりサボ下面全体が離脱衝撃波の圧縮を受けるようになるため圧力分布が均一になっていく。

4.2.3 衝撃波干渉と流体力変化

飛翔体に生じる抗力の時間変化を図 4.8 に示す。定常飛翔時における抗力は 10.7 N である。 1.6 ms 以降はこの定常抗力に収束し、サボからの影響はほぼ発生しなくなる。サボ分離初期においてサボから生じる離脱衝撃波が飛翔体に衝突するため、定常抗力の 10 倍前後の抗力が発生する。分離に従い、衝撃波の影響を受ける面積が減少するため 0.45 ms から徐々に抗力は減少する。飛翔体後方で衝撃波同士が衝突することで底部付近が高圧に保たれるため、 $0.7\text{-}0.9 \text{ ms}$ では一時的に推力方向へ流体力が発生し定常抗力に収束する。

サボに生じる流体力(図 4.8(b))は飛翔体抗力の変化と異なる傾向を示している。サボに生じる x 方向流体力は分離開始時から徐々に上昇していき $t = 1.2 \text{ ms}$ でピークを取った後に徐々に減少する。サボは回転により x 方向の投影面積が徐々に増加するため、表面圧力が分離によって増加する。 y 方向流体力は衝撃波の反

射の影響を大きく受け、反射衝撃波がサボへ衝突し始める $t = 0.4 \text{ ms}$ でピークを取る。また、 1.2 ms においては境界面で衝撃波同士が衝突することによりサボ下面が y 方向流体力は高圧となるためにピークを取る。

飛翔体の定常抗力と比較すると、サボでは x 方向の流体力で 100 倍前後、 y 方向の流体力で 40 倍前後差が生じた。

ピッチングモーメント(図 4.9)は初期において最大値を取り、サボ分離とともに減衰していく。初期においてはサボのスコープ部において 8 MPa の圧力が発生し、サボ後方は側面への膨張により 1 MPa ほどの圧力で覆われる。そのため、高いピッチングモーメントが生じる。分離に従ってサボが回転することにより衝撃波反射が遷移し、サボ下面後方においても高い圧力が生じる。これによりピッチングモーメントが減衰するため、サボ分離時において非定常的な変化が生じる。

4.2.4 サボにおける圧力分布の非定常性

サボ上における圧力は分離時の迎角変化、衝撃波の反射の影響を受けて非定常的に変化する。図 4.10 に分離中のサボ表面における圧力分布変化を示す。 $t = 0.2 \text{ ms}$ ではサボ周りでは離脱衝撃波しか存在しないため、サボ下面での圧力は緩やかに圧力が減少していく。 $t = 0.4 \text{ ms}$ では飛翔体から反射衝撃波が伝播してくるため不連続的に圧力が上昇している。この反射衝撃波によって 2.5 MPa 前後まで上昇する。分離に従って反射衝撃波の接触位置は後退するため圧力の不連続面も後退する。

サボ上面は分離を通して膨張領域となる。そのため上面における圧力は 0.1 MPa(初期大気条件)から 1 MPa の間を取る。下面と比較して非定常的な変化は小さく、サボ分離によって受ける影響は、迎角の変化による膨張の度合いの変化のみである。

サボ分離の流体力モデルを構築する際には、サボ周りの流体现象を考慮する必要がある。本解析からサボ周りにおいて上下面で異なる現象を重視する必要があるといえる。サボ上面においては非定常的な影響は小さく、考慮する必要がある流体现象は離脱衝撃波を通過した流体の膨張のみである。サボスコープ部が鈍頭の場合には離脱衝撃波前後の圧力比を予測することが可能であり、上面付近の膨張も轉向角などの条件が与えられればサボ上面圧力を計算することができる。上面とは異なり、サボ下面は非定常的な影響を受ける。サボ分離により

飛翔体と離脱衝撃波の接触角が変化し、反射衝撃波が発生する。この衝撃波反射によって不連続的にサボ下面の圧力が変化する。よって、サボ下面の流体力モデルには離脱衝撃波の影響に加えてこの衝撃波反射を考慮する必要がある。このモデル構築において困難なことは、衝突角の変化を予測するために離脱衝撃波の形状を予測する必要がある点である。離脱衝撃波の形状は壁面から離れるに従い平面衝撃波から斜め衝撃波に変化する。この変化は壁面からの膨張波の影響を受けるため単純に衝撃波形状を予測することは困難である。そのため、衝撃波形状に関して何らかの単純化を行い、その形状からサボ周りの衝撃波反射を予測する必要がある。

4.3 加速過程を考慮したサボ分離解析

4.3.1 計算条件

本解析では重合格子法を用いることで複数の格子を使用して加速過程、および分離過程計算を行った。図 4.11 に解析に用いた格子を示す。管内を担当する Background mesh#1、及び管外の開放空間を構成する Background mesh#2 は等方直交格子を使用し、格子幅は 0.5 mm で固定した。また、総格子点数は約 1 億 7000 万点である。飛翔体とサボを構成するためにそれぞれ 1 格子ずつ使用し図 4.11(a)に示すように飛翔体、サボ壁面を壁境界とし、加速プロファイルから算出される移動速度を与えることで砲内の加速過程を再現した。加速過程計算は、サボが加速管の射出部に到達するまで行った(加速から 2.17 ms)。飛翔体とサボの格子は計算領域外、壁面内にめり込むように生成されているが、Hole-cutting 処理により計算領域を適切に制限することにより計算を可能にしている。開放空間(Background mesh#2)の領域は射出方向へ 720 mm 取った。この領域内では分離が完了しなかったため、飛翔体格子が領域端に到達した際に Background mesh#2 を飛翔体に追従するように移動させた。また、追従開始から加速管内格子(Background mesh#1)の計算は終了させた。飛翔体、サボ格子での壁面付近の最小格子幅は格子解像度検討の結果から 0.2 mm に設定した。

4.3.2 加速過程

加速過程はレールガンの加速開始から始まり、サボ前面が管端に到達した時点で終了する。時刻を単純化するためにサボ前面が管端に到達した瞬間を $t = 0.0$ ms とした。従って、レールガン実験において飛翔体が管端に到達するまでに 2.17

ms 要するため、レールガンは $t = -2.17$ ms から加速開始するように時刻を設定し、以下で示す。

加速時の衝撃波発生に着目するため、図 4.12 に管内中心軸線上の圧力・温度分布を示す。計算開始直後に電磁力で加速された飛翔体とサボによって圧縮波が物体表面から発生し、管内を伝播する。これらの圧縮波は、飛翔体前方で圧力を緩やかに上昇させ ($t = -1.8$ ms)、加速により飛翔体速度が音速に達すると飛翔体前方 ($t = -1.33$ ms) で先行衝撃波が生じた。飛翔体加速は圧縮波を発生させ続け、この圧縮波は先行衝撃波に向かって伝播する。加速中は圧縮波が衝撃波に到達し続けることにより衝撃波波面の圧力・温度差が増加し続ける。最終的に先行衝撃波は $t = -0.10$ ms で管端に到達し、断熱圧縮により管端付近の圧力・温度は約 7 MPa, 3000 K まで上昇した。

図 4.13 に先行衝撃波とマッハディスクの伝播を飛翔体出口速度 2501 m/s に対する相対流体速度 V_{ref} の等値面の可視化により示した。ここでは先行衝撃波は $V_{\text{ref}} = 2501$ m/s, マッハディスクは $V_{\text{ref}} = 0$ m/s の等値面として定義し可視化している。先行衝撃波は管端に到達すると ($t = -0.10$ ms), 球状に管外に伝播し、飛翔体が管端に到達する前に膨張しながら減衰していく。また、先行衝撃波は回折により管外の前だけでなく後方側にも伝播し、後方では加速管表面に沿って伝播する。管端付近の膨張によって強く減衰するため、後方へ伝播する衝撃波の波頭圧力は前方へ伝播する衝撃波と比較すると小さい。管端付近での膨張による衝撃波の変形は $t = -0.04$ ms で完了し、 $t = -0.04-0.00$ ms からは球状の先行衝撃波が伝播した。

先行衝撃波は、静止大気中に伝播・膨張することで波頭圧力が減衰していった。先行衝撃波の減衰を評価するために管端前方の中心軸 ($y = 0, z = 0$) 上の圧力、温度、速度分布を図 4.14 に示す。また、同様の中心軸上における物理量の $x-t$ 線図を図 4.15 に示す。管内流が管端から放出することにより生じる高圧ジェットは $t = -0.10$ から $t = -0.02$ ms において 8-10 MPa の高い圧力を維持していた。飛翔体加速による複数の圧縮波によって、噴流圧力は 7.8 MPa ($t = -0.10$ ms) から 9.8 MPa ($t = 0.0$ ms) へと徐々に上昇していった。先行衝撃波は管端から離脱直後に 8 MPa の波頭圧を有するものの ($t = -0.10$ ms), 伝播に伴って減衰し波面では 8 MPa から 2 MPa へ波頭圧が低下した ($t = 0.0$ ms)。マッハディスクは管端付近で生じる強い膨張により $t = -0.06$ ms で先行衝撃波の背後に生じ、先行衝撃波と同様に自身の膨張によって波面圧力は 2.4 MPa から 2.0 MPa に減衰した。

管端における高圧ジェットは飛翔体の速度を維持するため、管端付近の流体は 2300 m/s ($t = -0.10 \text{ ms}$) から 2500 m/s ($t = 0.0 \text{ ms}$) へと徐々に加速されている。管端周辺の膨張により、この高圧ジェットは $2700\text{-}3300 \text{ m/s}$ まで加速される。先行衝撃波が通過することにより、初期条件において管外へ存在した流体は $1000\text{-}1500 \text{ m/s}$ の超音速領域まで加速される。不足膨張流のため、高圧ジェットが管外において加速し、先行衝撃波によって加速されたこの超音速流体に衝突することで $t = -0.06 \text{ ms}$ でマッハディスクが形成される。高圧ジェットはマッハディスクの背後で膨張しながら 3500 m/s まで徐々に加速され、飛翔体が管端に到達するまで超音速流体に衝突し続ける。マッハディスクにおいて生じる流体の減速により加速終了時 ($t = 0.0 \text{ ms}$) には 3000 K の温度変化が波面で発生した。

図 4.16 に加速過程終了時の管外における流れ場の模式図を示す。流体速度と衝撃波に基づいて、亜音速 ($0\text{-}340 \text{ m/s}$)、超音速 ($400\text{-}1700 \text{ m/s}$)、極超音速 ($1700\text{-}3300 \text{ m/s}$) の 3 つの領域に分けることができる。超音速領域は管端からの先行衝撃波により、初期条件で管外に存在した静止大気が加速されることによって生じる。管端周辺の強い膨張により管端から噴出する高圧ジェットが加速され、先行衝撃波の背後にマッハディスクと極超音速流を発生させる。管端付近の膨張は先行衝撃波を回折させ、加速管上を沿うように伝播させる。この膨張により先行衝撃波は減衰するため、後方・側面方向に伝播する衝撃波は初期条件において加速管周辺に存在する流体を緩やかに加速し、亜音速流を発生させる。よって、加速器前方側のみ非常に強い衝撃波が伝播して前方に高圧領域を発生させるのに対し、加速器後方側には膨張によって減衰した衝撃波が加速器の側壁に沿うように伝播する。

4.3.3 分離過程

分離過程は、飛翔体が管端から離脱する時点 ($t = 0.0 \text{ ms}$) から始まり、飛翔体抗力が定常飛行抗力 ($t = 1.0 \text{ ms}$) に収束した時点で終了する。衝撃波干渉に着目するために、図 4.17 に三次元圧力等値面、図 4.18 と図 4.19 に分離中の飛翔体とサボに作用する流体力を示す。飛翔体に作用する流体力はサボ分離によって変化し、最終的に $t = 1.0 \text{ ms}$ で 42.3 N の定常飛行抗力に収束した。分離過程におけるサボ重心軌跡とピッチ角変化を図 4.20 に示す。

$t = 1.0 \text{ ms}$ 以降ではサボから生じる衝撃波が、飛翔体周りの圧力分布に影響を与えないため、この時刻においてサボ分離は完了する。サボ分離は流れ場の傾向

に基づいて、Flight in the hypersonic jet, Interaction with precursor shock waves, Multiple shock wave reflection between the projectile and the sabot の3つの過程に分類することができた。各過程における飛翔体とサボ、衝撃波の間の流体干渉を以下の項で解説する。

First Stage: Flight in the Hypersonic Jet ($t = 0.0-0.10$ ms)

この過程は飛翔体が管端から離脱($t = 0$ ms)した時点から始まり、加速過程で生じたマッハディスクに飛翔体、サボが到達した時点で終了する。前述のように、先行衝撃波は管端から放出され、管端の周囲に高圧ジェットを発生させながら飛翔体前方にマッハディスクを発生させる。この高圧ジェットは、管端周辺の膨張により極超音速まで加速されるため、飛翔体とサボの射出速度よりも速い速度で移流する。このような飛翔体と周囲大気間の速度差が、後述するサボ分離の遅延を引き起こす。

飛翔体と極超音速流の間の流体干渉を説明するために、対称面上($z=0$)における飛翔体速度(2501 m/s)に対する相対的な流体速度、圧力分布とその等値線を図 4.21 に示す。マッハディスクと接触するまで飛翔体周囲に存在する流体は、飛翔体速度(2501 m/s)よりも高速である。そのため、周囲流体との相対速度が小さいことにより、First stage において衝撃波が物体周りに誘起されずマッハディスクの後方では不連続的な圧力ジャンプは発生しなかった。圧縮波が飛翔体から上流に伝播することもないため、マッハディスクは変形することなく、加速過程終了時における形状を維持したまま伝播した。

加速管内から噴出される 10 MPa の高圧ジェットは $t = 0.0$ ms の時点で管端の前方に存在し、飛翔体とほぼ同じ速度(2500 m/s)で伝播した。高圧ジェットは飛翔体よりわずかに遅いため $t = 0.0$ ms の時点で飛翔体、サボによって圧縮される。しかしながら、この圧縮は飛翔体前方の流れ場の圧力擾乱はほとんど寄与しなかった。この高圧ジェットは飛翔体の射出直後に急激な圧力低下を示し、飛翔体、サボが完全に射出した後には管端からの流体が放出されないため、 $t = 0.010$ ms で完全に崩壊した。

$t = 0.0-0.1$ ms における飛翔体、サボの流体力履歴(図 4.18 および図 4.19)から高圧ジェット、およびこの高圧流体が膨張することによって生じる極超音速流との相互作用を評価することができる。飛翔体・サボが管端から離脱した直後において、飛翔体・サボ前面が高圧ジェット(10 MPa)流体に接触するため、高い流

体抗力が発生する。その後、飛翔体が通過する極超音速流内の圧力が低いため、流体抵抗は $t = 0.05$ ms 後に急激に減少する。First stage では周囲空気に対する相対的な飛行速度が小さいため衝撃波が発生せず、流体力自体が低い値に保たれる。最終的に First stage 終了時において、すべての流体力はマッハディスクに到達する直前で 0 N まで減少した。分離初期段階では、衝撃波が発生しないことと極超音速流内の圧力が低いためサボ分離が開始されなかった。この解析結果は、先行衝撃波によって誘起された極超音速流が分離過程初期においてサボ分離を遅延させることを示している。

先行研究[33]で報告されているように、バリスティックレンジによって加速された飛翔体への空力擾乱を低減するためには、より高速なサボ分離が望ましいとされている。分離を遅延させる要素は既存加速器、レールガンともにいくつか存在している。レールガンの射出実験では既存の二段式軽ガス銃と同様にプラスチック製のバンドを用いて加速過程においてサボを飛翔体に固定しており、サボ分離時に生じる流体力によってこの固定用バンドを破断させている。レールガンにおけるサボ分離の先行研究では、サボに残留する電流によって生じる電磁力が出口直後の分離遅延に寄与していると報告されている[32]。本解析ではこれらの機械的な拘束力や電磁力は考慮されていないが、管端周辺の極超音速流による流体干渉がサボ分離を遅延させた。本解析結果より、レールガンの過渡弾道過程において流体现象のみによって飛翔体・サボに流体力が発生しない時間が発生し、先行衝撃波と管端周りの極超音速流が発射直後のサボ分離を遅延させる可能性が示唆された。

この先行衝撃波によって誘起されるサボ分離遅延は、飛翔体と先行衝撃波の移動速度・相対位置によって決定される。この遅延を短縮する一つの方法として、先行衝撃波の減衰を促進する機構を加速器に用いる手法が考えられる。固体火薬を用いる一段式火薬銃では、加速管の管端部側面に複数の穴をあけることで先行衝撃波や燃焼ガスを転向させ、騒音や流体による加速器への反作用を低減させている。レールガンにおいても、同様の機構を用いることで管端離脱前に先行衝撃波を減衰させることが可能と考えられ、先行衝撃波の衝撃波マッハ数を管端離脱前に低下させることで、流体现象による分離遅延の短縮が見込まれる。

本報告における発射直後の抗力低下は、これまで一段式火薬銃における超音速飛翔体でも報告されている。Zhang ら[70]は、 $M=2.0$ での円筒状の飛翔体における過渡弾道過程を解析した。Zhang らは発射直後において飛翔体前面の圧力低

下し、本解析での飛翔体抗力履歴と同様にこの原因は管端付近の低圧領域によるものと報告している。本研究との最も大きな違いは、管端離脱時における飛翔体底部付近の流体圧力である。一段式火薬銃では管端から噴出する高圧燃焼ガスにより射出直後に飛翔体底部圧力が上昇するため、飛翔体全体としては推力方向に流体力が作用する。レールガンの場合は、飛翔体後方圧力が膨張により真空まで低下するため、飛翔体前後方ともに流体力が作用せず外力が0に近づく。

Second Stage: Interaction with Precursor Shock Waves ($t = 0.10\text{-}0.20$ ms)

Second stage では飛翔体がマッハディスクに到達した時点($t = 0.1$ ms)から始まり、先行衝撃波を完全に通過した時点($t = 0.2$ ms)で終了する。ここではマッハディスク、先行衝撃波、飛翔体からの斜め衝撃波、サボからの離脱衝撃波の4つの衝撃波の間の非定常的な相互作用が生じる。飛翔体、サボに作用する流体力は2つのピークを示しており、衝撃波干渉によって飛翔体、サボが減速されたことを意味している(図 4.18, 図 4.19)。よって、衝撃波干渉が飛翔体の抗力とサボ分離に及ぼす影響について述べる。

前述したように、 $t = 0.0\text{-}0.125$ ms(図 4.18)では流体力が飛翔体、サボに作用しないためサボがほとんど飛翔体から分離しない。飛翔体周りの衝撃波干渉に着目するために図 4.22 に管端周辺の密度勾配を、図 4.23 に飛翔体とサボ表面の表面圧履歴を示す。飛翔体、サボはマッハディスクを貫通し始め、 $t = 0.1$ ms の時点で先行衝撃波とマッハディスクの間に存在する超音速流体(400-1700 m/s)に接触した(図 4.21)。飛翔体からは $t = 0.1$ ms の時点で斜め衝撃波を発生し始め、同様にサボは 0.125-0.150 ms の時点で前方に離脱衝撃波を発生させ、飛翔体表面に 2 MPa の不連続的な圧力上昇が生じた(図 4.23)。サボ周りに生じる離脱衝撃波は、飛翔体の斜め衝撃波よりもはるかに大きな圧力ジャンプを持つため、斜め衝撃波はサボに向かって伝播するが分離時にはサボ周囲へ圧力擾乱をほとんど発生しなかった。

$t = 0.165$ ms において飛翔体、サボは先行衝撃波を貫通し、初期条件とした配置した静止大気と接触した。周囲空気に対する相対速度が増加するため衝撃波は強められ、先行衝撃波貫通直後の飛翔体表面に約 10 MPa の高圧領域を形成した($t = 0.15\text{-}0.175$ ms, 図 4.23)。同様に、斜め衝撃波は波頭圧 0.2 MPa 程度の圧力ジャンプを発生させた。図 4.23 に示すように最終的にサボ前面のスコープ圧は

10 MPa から 8 MPa に低下し、サボ周辺の流れ場は貫通後徐々に定常状態に収束していった。サボから生じる離脱衝撃波により、スコープ部において 5 MPa 前後の圧力を発生させながら $t = 0.175 \text{ ms}$ で飛翔体からの分離を開始した。

本研究における衝撃波貫通は、過渡弾道の先行研究における「衝撃波追い越し (Overtaking shock waves)」[71][72]として報告されている。飛翔体と先行衝撃波の速度差と衝撃波の背後の流体に対する相対的な飛翔体マッハ数 M_{pro} に基づいて、衝撃波追い越し過程は”Supersonic overtaking”と”Subsonic overtaking”の二種類に分類される。Supersonic overtaking では飛翔体が先行衝撃波よりも非常に速いため、衝撃波追い越し前から M_{pro} は超音速であり、衝撃波追い越し前後で M_{pro} が低超音速から高超音速まで変化する。Subsonic overtaking では飛翔体の相対マッハ数 M_{pro} が衝撃波追い越し前後において亜音速から超音速に変化する。

本研究では、分離過程においてマッハディスクと先行衝撃波の追い越しが、どちらの追い越し過程に分類されるかを解析した。まず、飛翔体の周囲空気に対する相対マッハ数 M_{pro} は、マッハディスクに接触するまで亜音速状態であった。従って、最初の衝撃波追い越し、すなわちマッハディスクの追い越し過程は Subsonic overtaking であり、 M_{pro} が亜音速から超音速に変化するため衝撃波が飛翔体・サボ周りから発生した。2 回目の衝撃波追い越し、つまり、先行衝撃波の追い越し過程は超音速追い越しであり、 M_{pro} が低超音速から高超音速に変化したため飛翔体とサボの周囲の衝撃波を激化させた。

一段式火薬銃[72]では、先行衝撃波が急激に減衰するため Subsonic overtaking は稀であり、数値計算においてもほとんど生じないと報告されている。一般的な加速器において飛翔体初速が低い場合には、加速過程終了時において先行衝撃波と飛翔体の距離が相対的に大きくなるため、先行衝撃波が管外で大きく減衰する。比較的飛翔体初速度が低速な一段式火薬銃(400-1000 m/s)の場合には、飛翔体の相対マッハ数 M_{pro} は先行衝撃波に到達する前に超音速領域に到達する。一方で、レールガンでは先行衝撃波後方の極超音速流がマッハディスクに衝突し続けるためマッハディスクの減衰を妨げ、飛翔体は極超音速でマッハディスクへ向かう。その結果、飛翔体がマッハディスクに到達するまでの間、周囲流体に対する飛翔体の相対マッハ数が亜音速となる(図 4.21)。更に、レールガン発射時の高加速・高射出速度により、管端圧力と先行衝撃波が強まり管端周辺に飛翔体よりも高速な極超音速流が発生するため、マッハディスクでの Subsonic overtaking が発生した。

Subsonic overtaking では、サボの周囲に離脱衝撃波が発生し飛翔体はマッハディスクを通過していった(図 4.22). マッハディスクは飛翔体通過後に回折し、サボ表面を沿うように後退していき、飛翔体後方において対称面($z=0$)で衝突した. 先行衝撃波での **Supersonic overtaking** では衝撃波が強められるだけで追加の衝撃波は発生しないが、先行衝撃波がサボからの離脱衝撃波に接続するような伝播が見られた. 先行衝撃波はマッハディスクと異なり物体表面には接触せず、飛翔体から遠く離れたところで回折しながら伝播した. 従って、サボから生じる離脱衝撃波の外側で回折するため、飛翔体周囲の流れ場に影響を与えなかった.

Second stage において分離過程中で最も大きい流体力が作用した(図 4.18, 図 4.19). サボに作用する各方向の流体力は $t = 0.10$ ms で徐々に上昇し、 $t = 0.165$ ms にピークを示した. サボは $t = 0.10$ ms でマッハディスクを貫通し、スコープ部の周囲流体を 10 MPa まで圧縮し(図 4.23), 最初の流体力ピークが生じた. 飛翔は $t = 0.165$ ms で先行衝撃波を貫通し始め、**Supersonic overtaking** により更に流体力が増加する. 飛翔体にかかる流体力も $t = 0.100$ - 0.165 ms から増加し、先行衝撃波を超えた直後の $t = 0.17$ ms から減少した.

Jiang [73]が過渡弾道の二次元数値解析によって明らかにしたように、衝撃波を追い越した飛翔体において抗力減少が発生する可能性がある[71]. 先行研究では、抗力低下の原因として以下の2つを挙げている.

- (a) 離脱衝撃波の発生過程で一時的に圧力上昇が発生したため
- (b) 回折された先行衝撃波が飛翔体の底部に集中したため

図 4.22 で示したように本研究においてもマッハディスクが飛翔体周囲で回折し飛翔体後方の対称面に衝突した. しかし、飛翔体前方面圧力が飛翔体全体の抗力を支配的であるため、底部の衝撃波集中は飛翔体抗力を明確に減少させなかった(図 4.18). 先行研究とは異なり本解析では $t = 0.125$ ms の時点でサボからの離脱衝撃波が飛翔体に到達しており(図 4.23), 衝撃波発生過程は飛翔体抗力の低下につながらなかった. 従って、先行研究における抗力減少メカニズムは先行研究によって示されたものと異なる.

本解析における衝撃波追い越しを評価するために仮想的な一次元垂直衝撃波が飛翔体、サボ前方に発生する場合を考える. 図 4.24 に飛翔体前方における仮想垂直衝撃波と座標系を示す. 垂直衝撃波前方の物理量を状態 1, 後方を状態 2 と置く. 状態 1 の値を解析結果から用いることにより飛翔体から生じる垂直衝撃波がその位置を通過した際の影響を計算する. 解析結果は飛翔体が管端に到

達した $t = 0.0$ ms を用い、飛翔体前方中心軸上での物理を状態 1 とする。状態 1 の物理量は図 4.16 に示す通りである。左向きを正とした際の相対飛翔体マッハ数と以下に示すランキンユゴニオの式によって計算した衝撃波後の圧力 p_2 を図 4.25(a)に示す。

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{2\gamma M_1^2 - (\gamma - 1)}{\gamma + 1} \quad (4.2)$$

マッハディスクから先行衝撃波(図 4.25(b))に向かって飛翔体に対する相対マッハ数が徐々に増加し、これらの衝撃波を横切る際に飛翔体前方の垂直衝撃波は強められる。垂直衝撃波直後の流体圧力は 2 MPa から 10 MPa に上昇し(図 4.25(c))、これはサボ先端部の圧力と一致する(図 4.23)。また、この簡易化した流れ場から、先行衝撃波の追い越し時の衝撃波後方圧力低下を確認することができる。先行衝撃波の通過後では垂直衝撃波を挟んだ圧力比が飛躍的に上昇するのに対し、衝撃波前方の静止大気圧力が低いために垂直衝撃波後方の流体圧力は低下していた。この結果から、衝撃波追い越しにおける二つの圧縮性流体现象が分かる。一つ目は、飛翔体がマッハディスク通過後から先行衝撃波に到達するまでは、飛翔体、サボから生じる衝撃波は徐々に強まっていくことである。二つ目は、この飛翔体、サボから生じる衝撃波は先行衝撃波を追い越した後にピークを取った直後に減衰することである。従って、レールガンにおける過渡弾道過程では衝撃波を追い越す際に飛翔体の周囲の相対的なマッハ数の変化が急激な流体力変化を引き起こし、飛翔体抗力を減少させた。

Third Stage: Multiple Shock Wave Reflection Between the Projectile and the Sabot ($t = 0.20 - 1.10$ ms)

Third stage では離脱衝撃波によって生じる高い流体力によってサボの並進位置・回転が大きく変化する。このサボの回転は衝撃波形状を大きく変化させるため、飛翔体周りの流れ場に影響を与える。主に、サボから生じる離脱衝撃波は飛翔体に衝突してサボ表面に反射し、飛翔体-サボ間で複数の衝撃波反射が発生する。これにより飛翔体表面の流体圧力が非定常的に変化し、飛翔体抗力は $t = 0.2-0.53$ ms で増加し $t = 0.53-1.00$ ms で減少する傾向を示した。本項では飛翔体、サボ内の衝撃波干渉とそれによって生じる飛翔体への影響に着目する。

サボの回転により下流側の飛翔体とサボの間の流路が減少し、サボ後端で流体がチョークした(図 4.26, $t = 0.45$ ms)。チョークにより飛翔体底部付近で垂直

衝撃波が生じ、 $t = 0.53$ ms の時点で波面前後において 5 MPa まで圧力が増加した。 $t = 0.45-0.63$ ms でこの衝撃波はサボ下面を沿うように上流側へ伝播し、飛翔体表面圧力を 3 MPa まで上昇させた。 $t = 0.63$ ms から徐々に後退していき、 $t = 0.75$ ms で垂直衝撃波は飛翔体から離脱し、飛翔体とサボの間の流れは完全な超音速となった。

サボから生じる離脱衝撃波は、飛翔体表面に複雑な圧力分布を発生させた。図 4.27 に対称面($z = 0$)上での圧力変化と数値シュリーレン(密度勾配)分布を示す。上下 2 つのサボから生じる離脱衝撃波は $t = 0.63$ ms で飛翔体表面に衝突する。この衝撃波は飛翔体表面を回折しながら伝播し、最終的には飛翔体表面($y = 0$)で衝突し約 10 MPa の局所的な圧力上昇を発生させた。仮に非対称分離が生じた場合には非定常的な横力を発生するような表面圧分布が確認できた。また、飛翔体表面はサボからの離脱衝撃波を反射し、反射された衝撃波が $t = 0.60-0.95$ ms でサボ下面に衝突することにより 3 MPa の局所的な圧力上昇が生じた。

サボの回転により離脱衝撃波の飛翔体表面への衝突角が変化し、飛翔体に作用する流体力は $t = 0.40-0.55$ ms で徐々に増加した。離脱衝撃波は $t = 0.53$ ms の時にサボ表面に垂直に衝突し、飛翔体に作用する抗力のピークが生じた。サボの分離により離脱衝撃波が下流に移動したことにより徐々に飛翔体抗力は減少していった($t = 0.53$ ms)。

飛翔体抗力が定常抗力に向かう減少傾向の中で $t = 0.74$ ms と 0.95 ms において一時的に抗力が増加した(図 4.18)。これらの一時的な飛翔体抗力増加はサボの分離と回転によって引き起こされている。サボと飛翔体の間の流れがチョークしたことにより生じた衝撃波が $t = 0.45-0.63$ ms で上流に移動し、 $t = 0.65$ ms 以降は下流に移動する。この衝撃波が $t = 0.74$ ms で飛翔体から離脱する際に飛翔体底部に接触しながら分離する(図 4.26)。そのため、飛翔体底面圧は一時的に高い値となるが、 $t = 0.74$ ms で衝撃波が離れるため底面圧が低下し(図 4.18)、1 つ目の抗力増加が発生した。

2 つ目の抗力増加は、サボから生じる離脱衝撃波が $t = 0.95$ ms で飛翔体から離脱し、飛翔体底部に衝突しながら分離することによって生じる。衝撃波が離脱する際は飛翔体前面の圧力が早く収束するため、底面圧力の変化によって全体の飛翔体抗力の傾向が変化する。底面に衝撃波が衝突することにより飛翔体抗力は $t = 0.94$ ms で一時的にゼロ程度に減少した後、底面圧力が上昇することで $t = 0.98$ ms で飛翔体の定常抗力値に収束した。

4.4 加速過程の有無がサボ分離に与える影響

最後に、加速過程を考慮しなかった 4.2 の結果と実験における加速過程を考慮した 4.3 での結果の比較を行う。

飛翔体周りで生じる衝撃波やその反射形態は加速過程無し計算(図 4.6)と先行衝撃波通過後の加速過程有計算の結果(図 4.17)は定性的に一致している。特に、通常の離脱衝撃波から飛翔体、サボ間での衝撃波反射に切り替わる傾向は両計算結果で一致しており、加速過程の影響は先行衝撃波通過前までであり通過後には大きく影響を与えていないことが分かる。

加速過程を考慮することによりサボの分離が遅延した。この分離遅延で加速過程において形成されたマッハディスク、先行衝撃波の存在によって生じる。重心移動量を比較したものを図 4.28 に示す。この結果から、サボの分離軌跡の変化は類似しているものの、重心位置が y 方向へ増加する地点が異なっている。この差異は分離遅延によって引き起こされていると考えられるため、流体力が発生する Second stage 開始時の 0.25 m 位置を原点とするように修正したものを同様に図 4.28 に示す。初期においては差異が生じているもののほぼ分離傾向は一致している。この結果より加速過程の影響はサボ分離遅延のみに影響し、分離開始後ではサボ分離にほぼ影響を与えないことが確認できた。

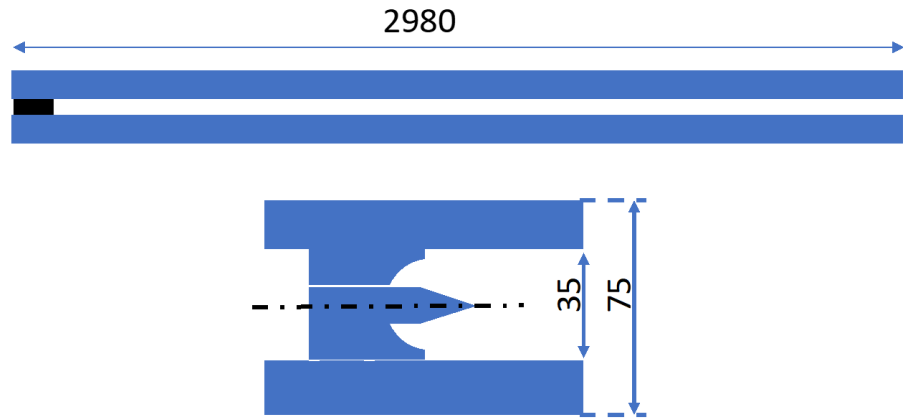
4.5 本章のまとめ

本章において二章において示した三次元 CFD-RBD を用いて、地上加速型レールガン実験の加速、サボ分離過程を解析し、以下の知見を得た。

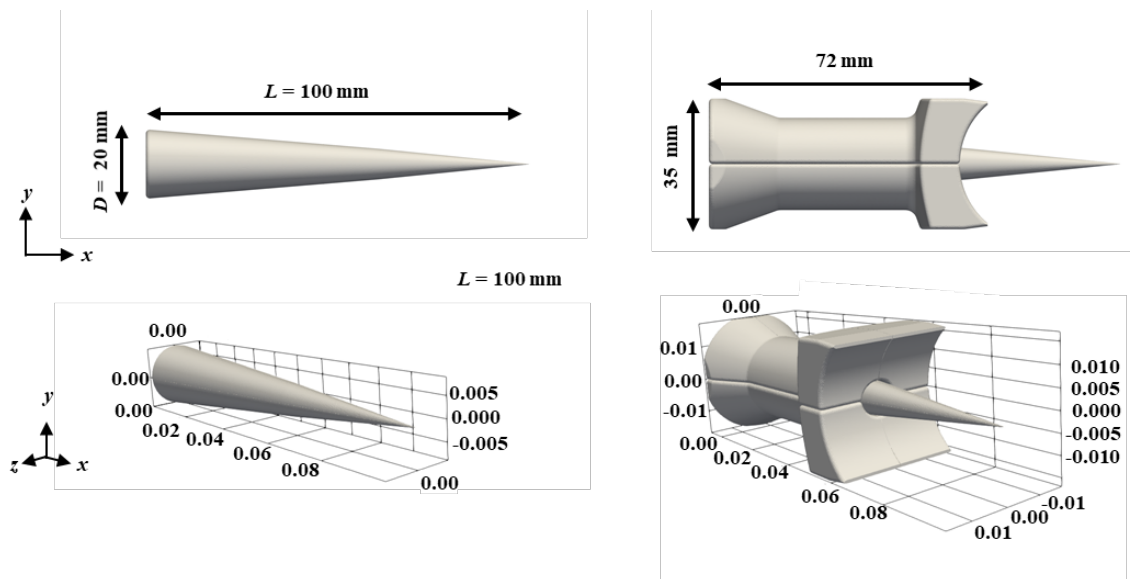
既存加速器と同様に、レールガンにおいても加速過程において垂直衝撃波(先行衝撃波)が管内において発生し、飛翔体に先行して管外を伝播した。管端から離脱した先行衝撃波は自身の膨張によって球形に変化し、減衰しながら伝播した。先行衝撃波によって加圧・加速された管内の流体は、不足膨張流となって管外へ流出した。この不足膨張流は管端付近で 10 MPa, 2500 m/s であるが、膨張により管外で 3300 m/s まで加速した。この加速した極超音速流が先行衝撃波によって加圧された管外流体に衝突し、飛翔体離脱前にマッハディスクが飛翔体-先行衝撃波間に生じた。

管端からサボ飛翔体が離脱した時点から分離過程が開始した。分離過程は飛翔体周りの流れ場と抗力履歴から Flight in the hypersonic jet, Interaction with

precursor shock waves, Multiple shock wave reflection between the projectile and the sabot の三段階に分類した。第一段階では、先行衝撃波・極超音速流によって飛翔体周りでの衝撃波が形成されない時間が生じ、飛翔体が先行衝撃波を通過する 0.2 ms まで分離が遅延した。可能な限り分離が短い時間で完了することが理想であるため、この分離遅延を短縮することが求められる。先行研究では機械的な拘束や電磁気による拘束力が遅延していると報告されているが、この結果より流体现象のみによってもサボ分離が遅延する可能性が示唆された。第二段階では、先行衝撃波とマッハディスクを飛翔体が追い越し、この際に非定常的な流体力変化が発生した。飛翔体抗力は、マッハディスク通過時から先行衝撃波に向かって飛翔する際に増加していき、先行衝撃波通過時に急激に減少した。この抗力変化は一次元垂直衝撃波を仮想的に導入した解析によって、衝撃波マッハ数変化と上流の静圧の関係から生じていることが明らかになった。第三段階では、上下サボから生じる衝撃波が飛翔体上において回折し、飛翔体上で衝突した。この衝突により 10-15 MPa の局所高圧が発生し、非対称分離が生じた際に高い横力方向擾乱が発生する可能性がある。サボ分離直前において飛翔体後端付近でサボから生じる離脱衝撃波が衝突し、6 MPa の高圧が発生した。従って、飛翔体翼を後端部に用いる場合に飛翔安定性が阻害される可能性が示唆された。



(a) 地上設置型レールガン寸法



(b) 飛翔体と上下二分割サボ

図 4.1 解析対象

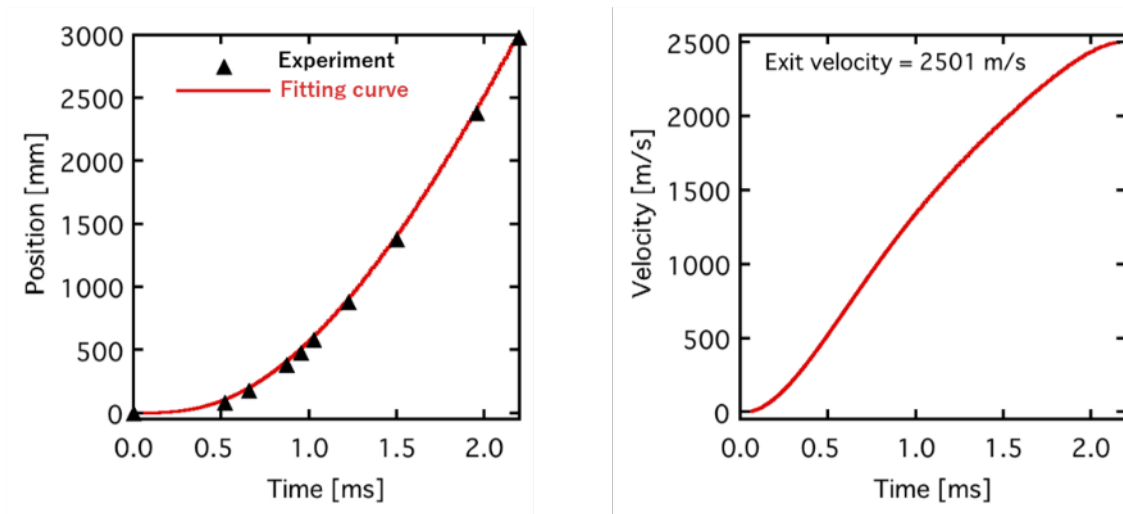


図 4.2 加速過程における飛翔体位置と加速プロファイル

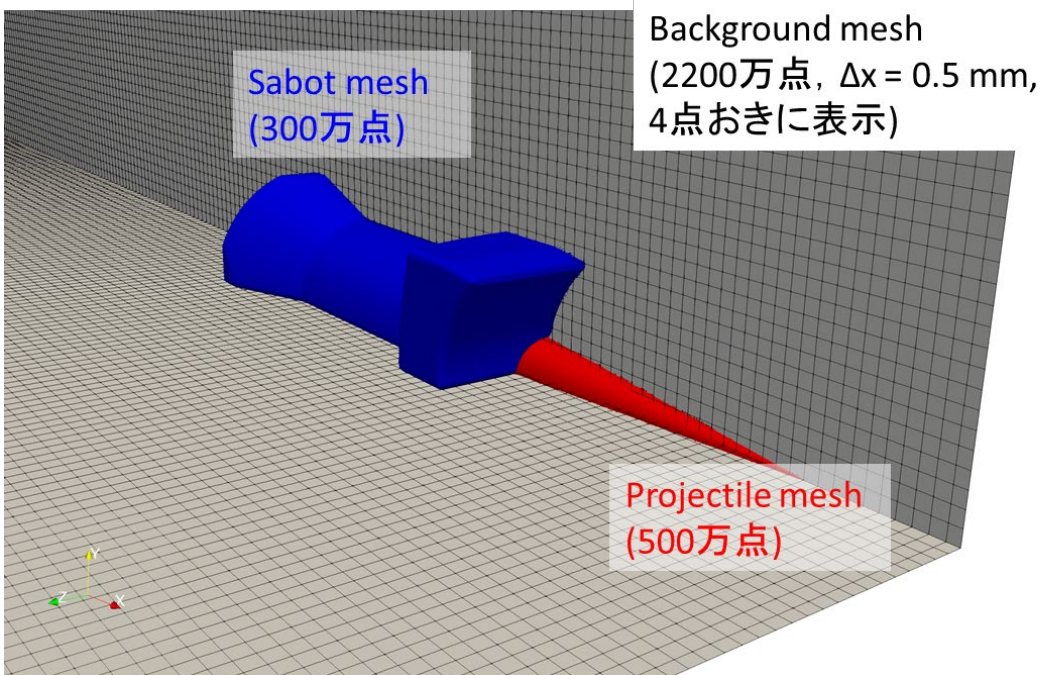
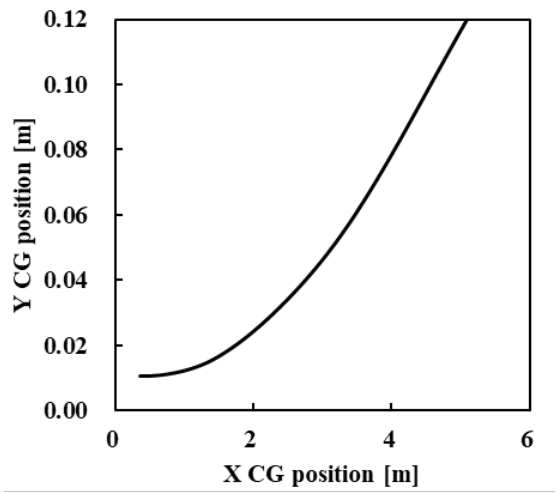
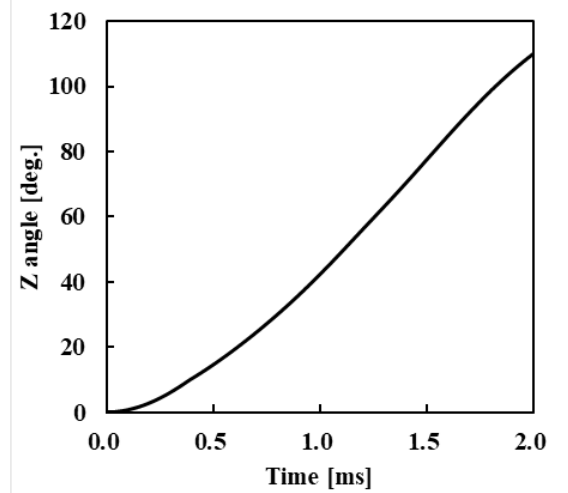


図 4.3 初速 2501 m/s 計算における計算格子

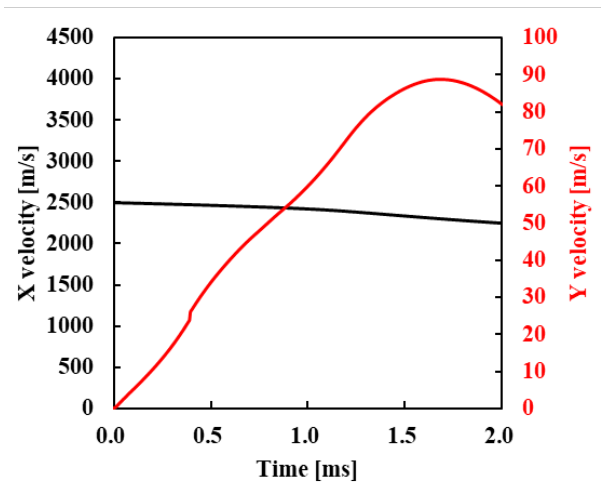


(a) 重心位置変化

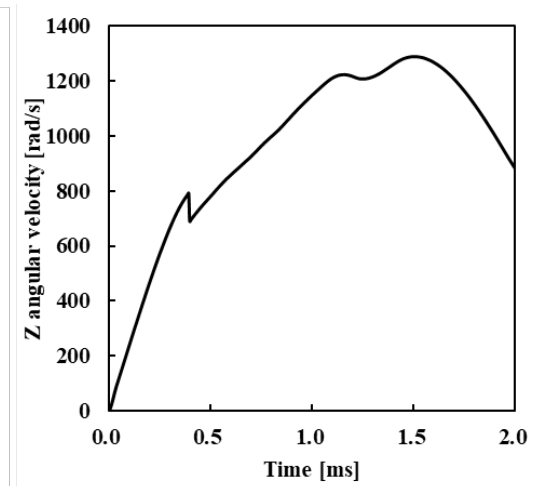


(b) サボピッチ角履歴

図 4.4 サボ分離軌跡



(a) 並進速度



(b) サボピッチ角速度

図4.5 サボ分離速度変化

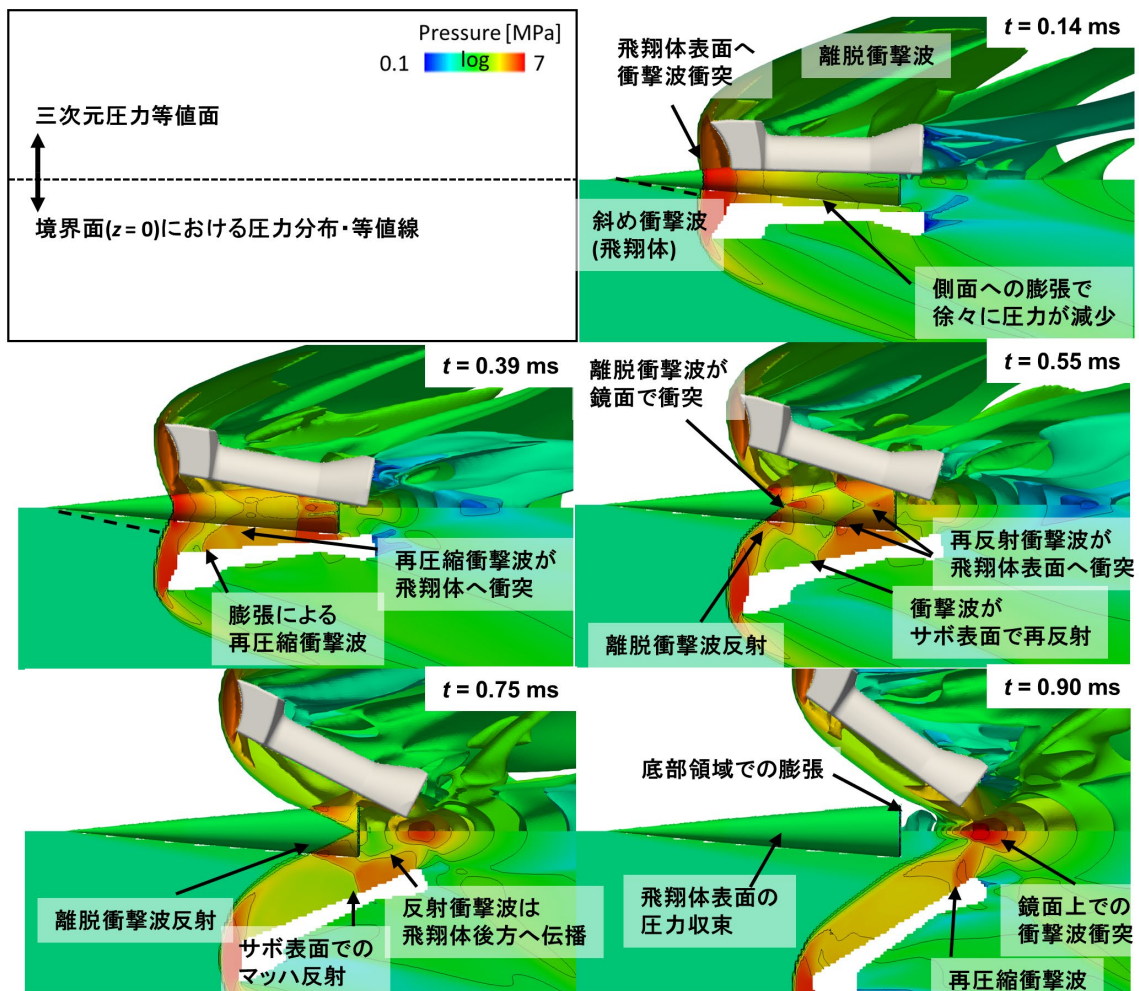


図4.6 飛翔体，サボ間における衝撃波干渉

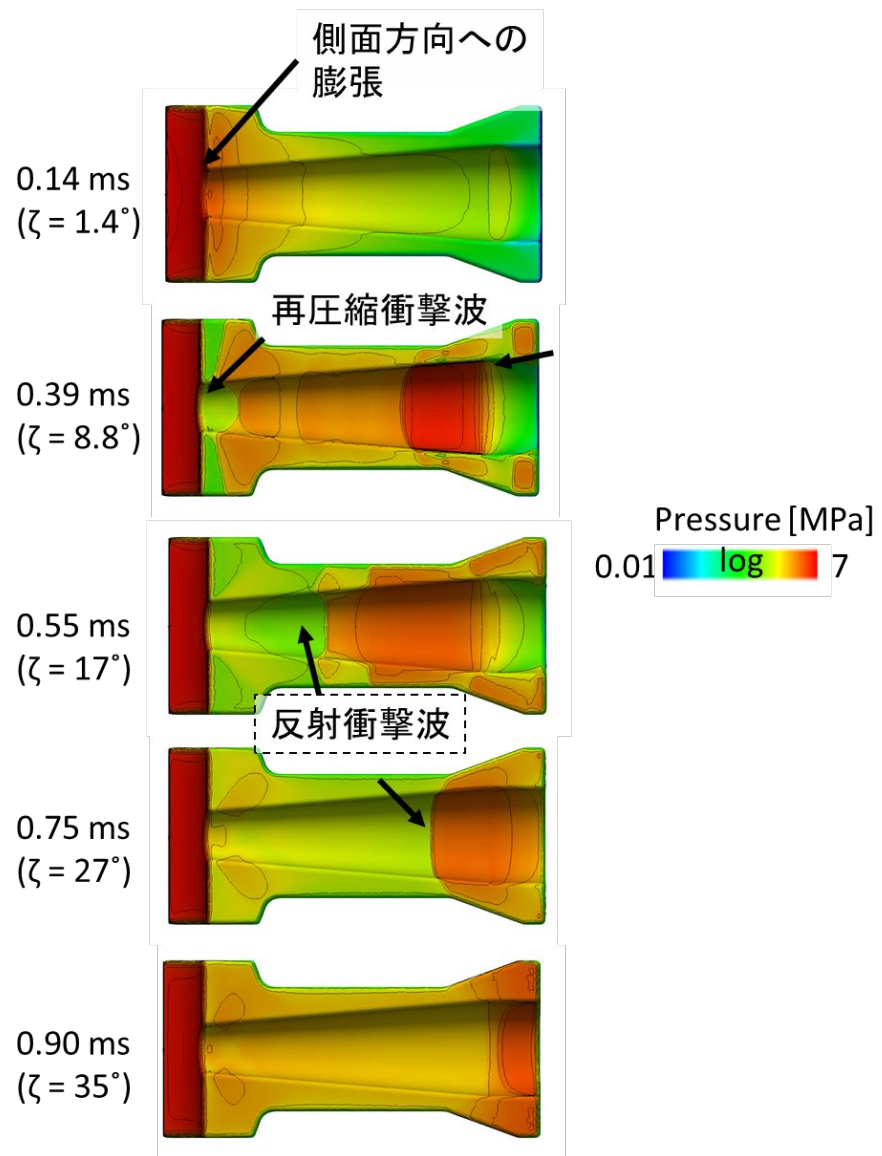
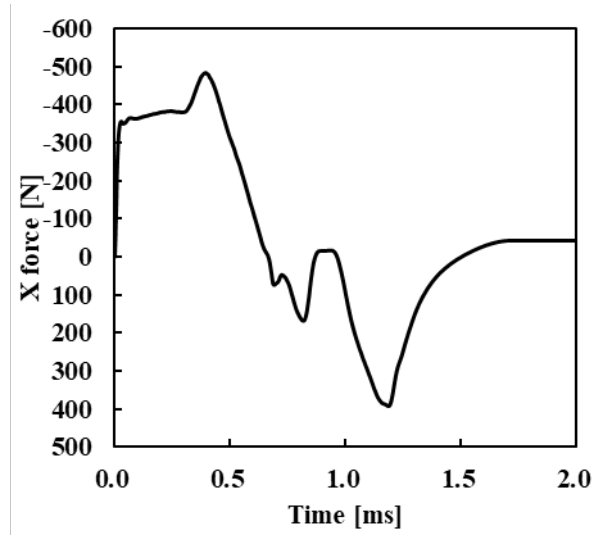
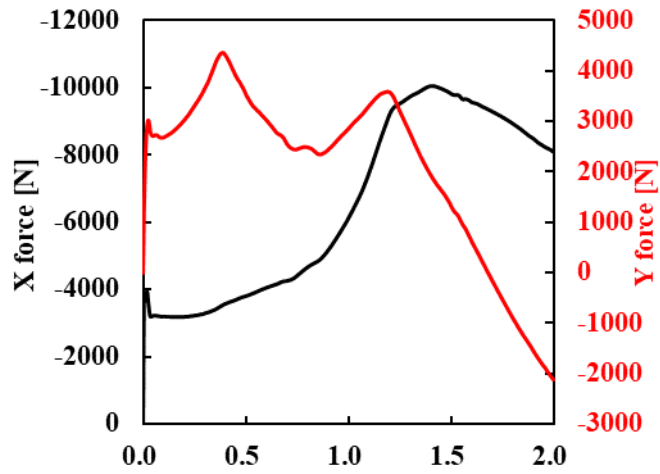


図4.7 サボ下面における衝撃波干渉



(a) 飛翔体に生じる流体力



(b) サボに生じる流体力

図4.8 サボ分離時における流体力変化

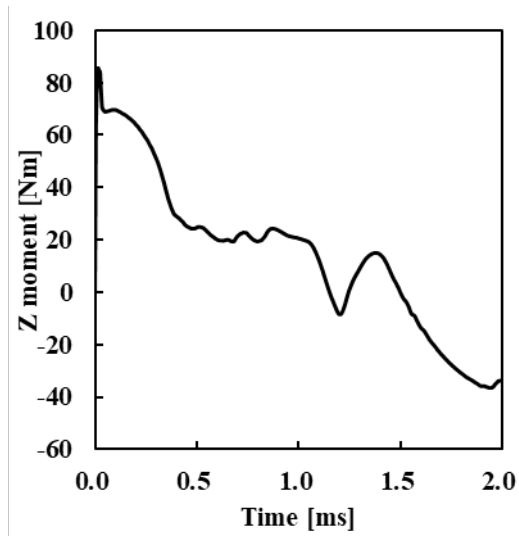
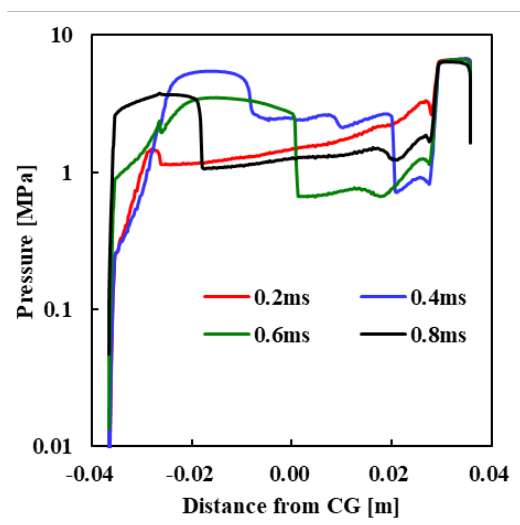
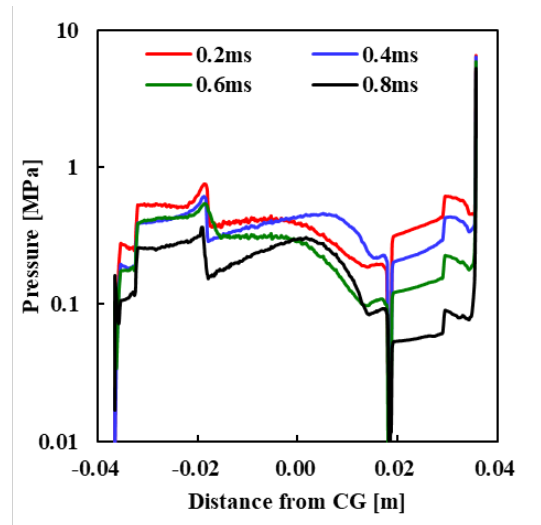


図4.9 サボに生じるピッチモーメント変化

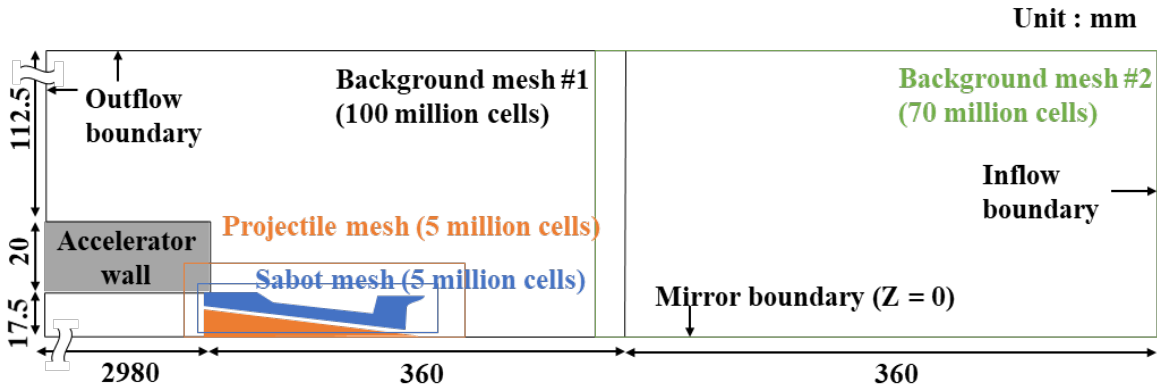


(a) 下面

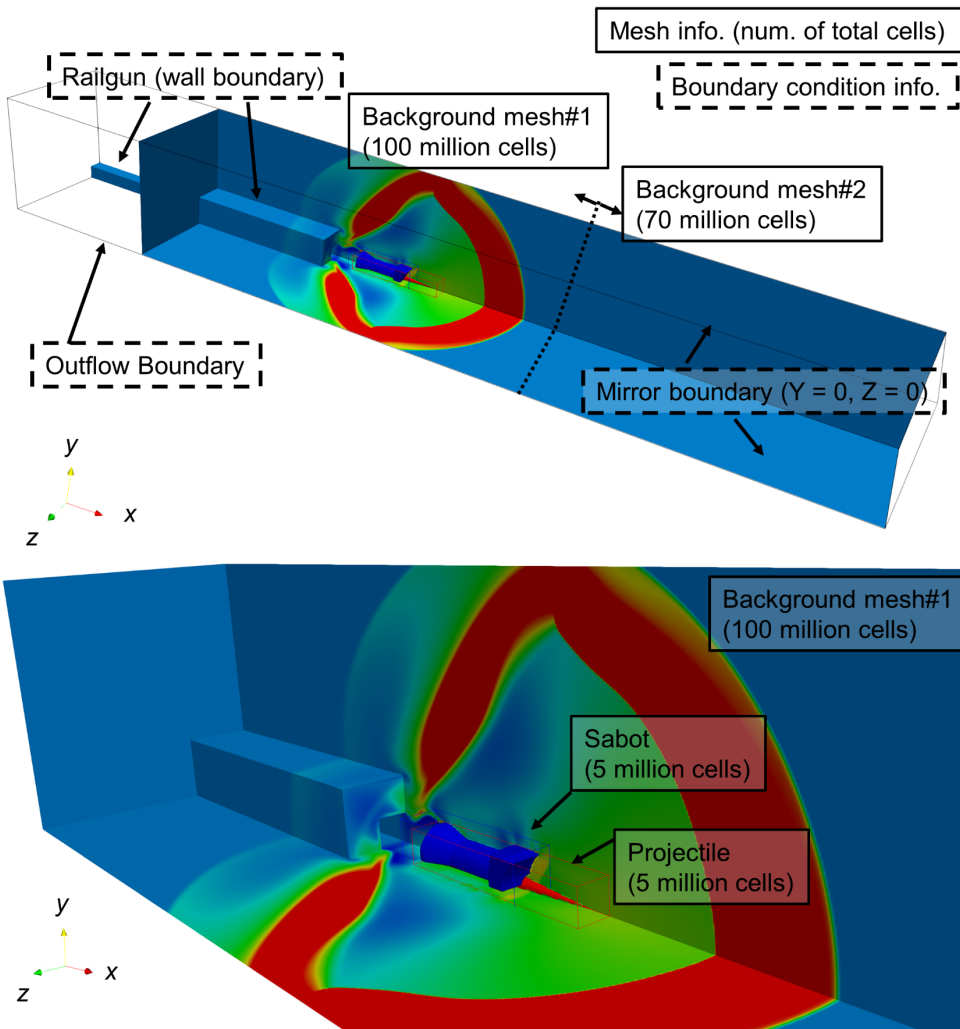


(b) 上面

図4.10 サボ上下面($z=0$)における圧力分布変化



(a) 計算格子と境界条件



(b) 管端周囲での格子位置

図 4.11 分離過程解析に使用した計算格子

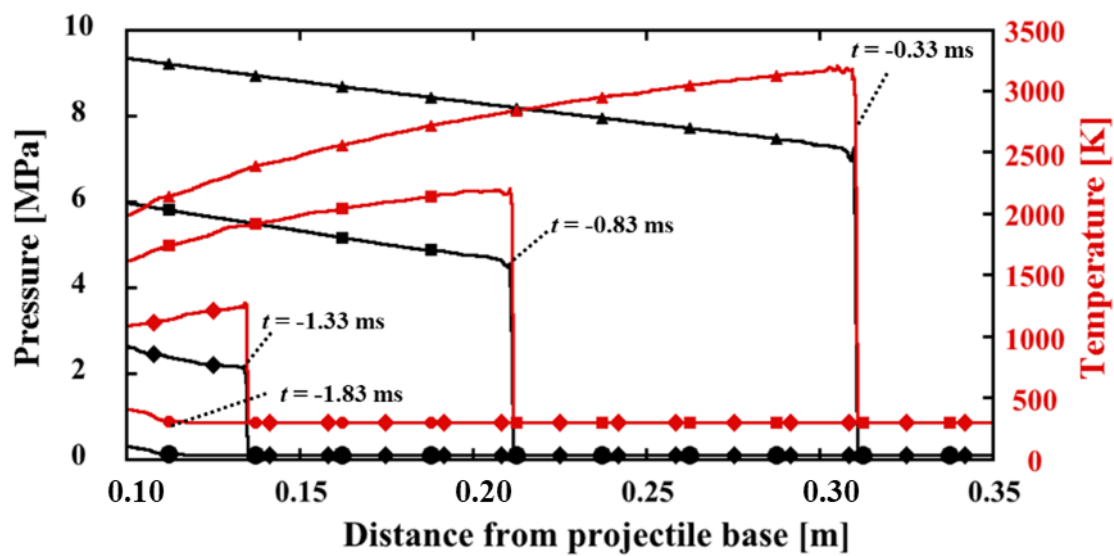
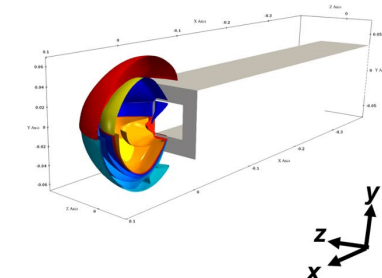
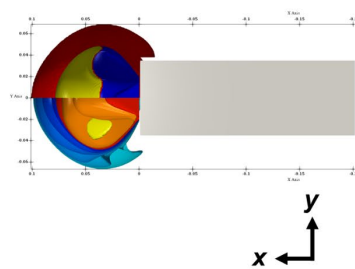


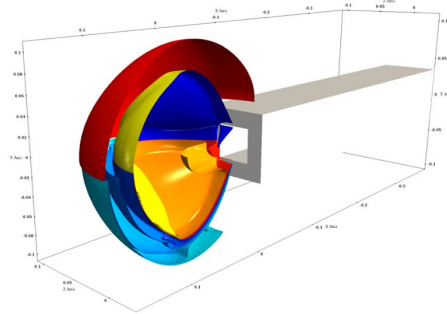
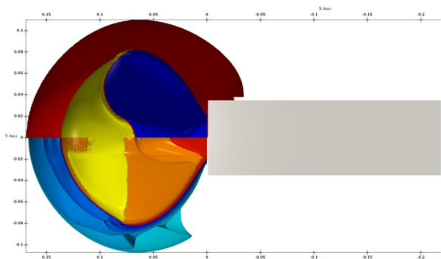
図 4.12 加速過程における管内の温度・圧力分布
(加速開始から 0.5 ms おきに表示)



$t = -0.08$ ms



$t = -0.04$ ms



$t = 0$ ms

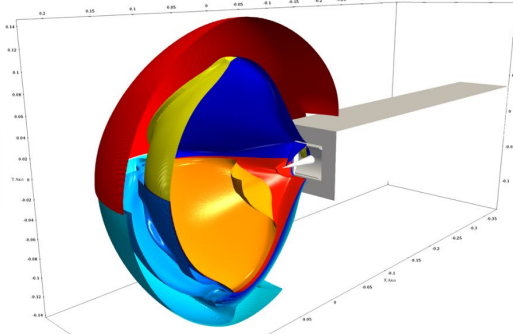
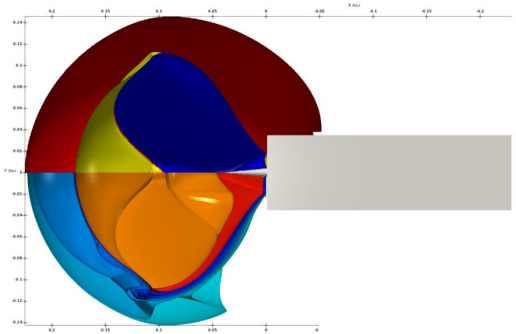


図 4.13 砲内弾道過程における管外への衝撃波伝播過程

(上側等値面 : 先行衝撃波 [$V_{\text{ref}} = 2501$ m/s],

マッハディスク [$V_{\text{ref}} = 0.0$ m/s, $n_x > 0$], バレル衝撃波 [$V_{\text{ref}} = 0.0$ m/s, $n_x < 0$],

下側等値面 : 飛行体に対する相対流速 V_{ref} [$V_{\text{ref}} = |u| - 2501$ m/s])

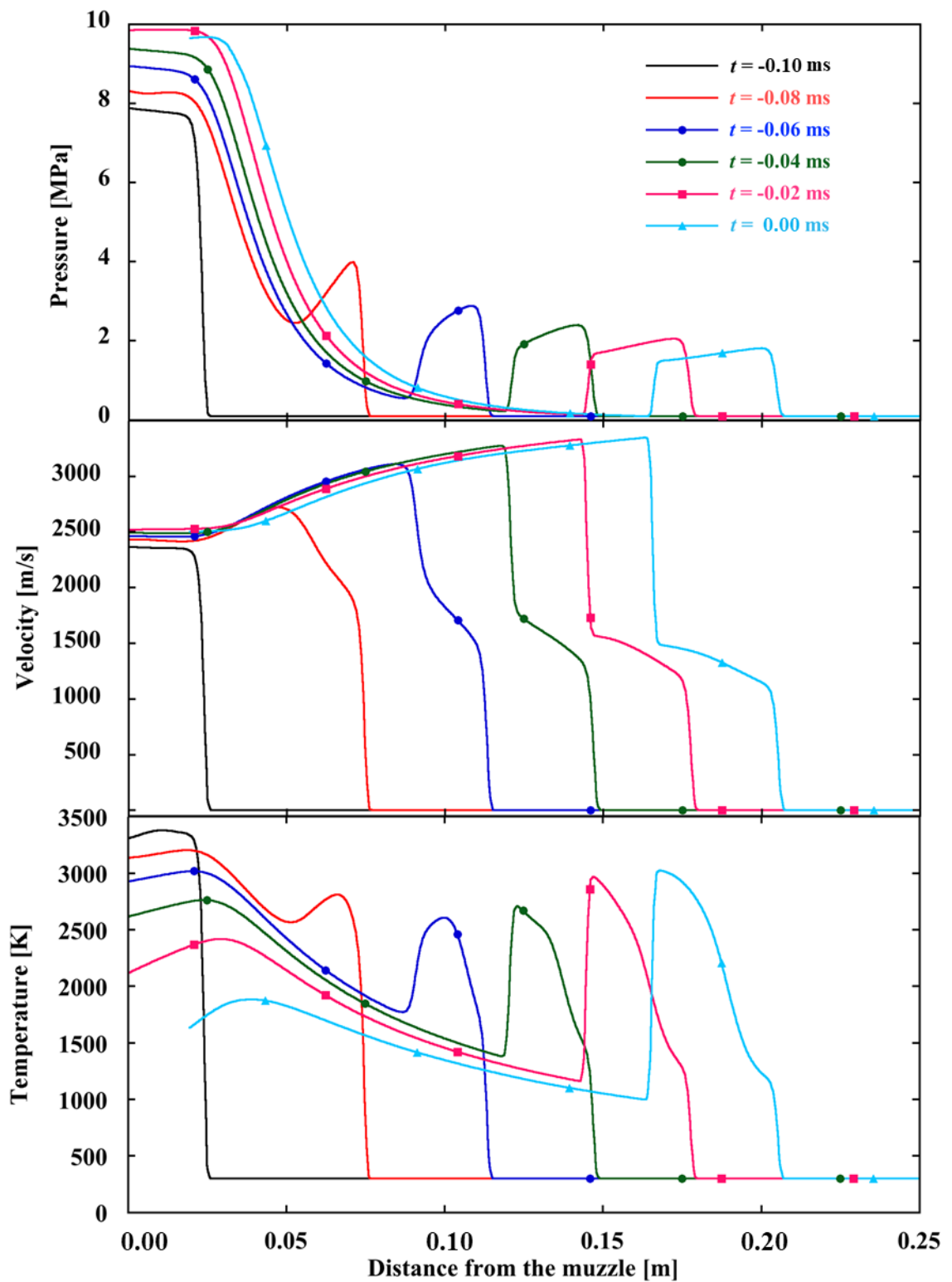


図 4.14 砲内弾道終了付近における管外中心軸上での圧力流速温度変化
 $(t = -0.1-0.0 \text{ ms}, y = 0, z = 0)$

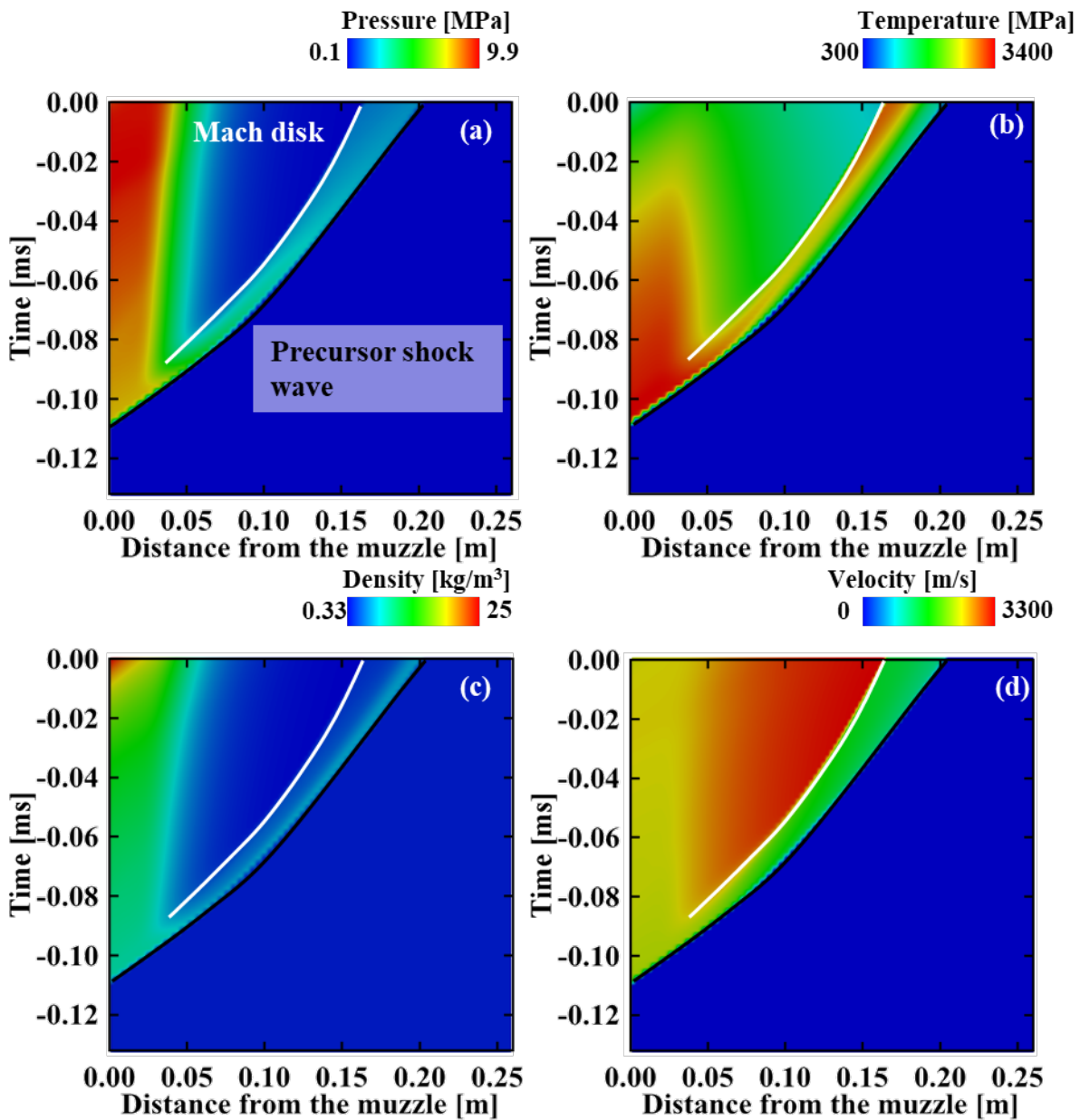


図 4.15 砲内弾道終了付近($t = -0.132-0.0$ ms)での管外中心軸上の $x-t$ 線図

((a) 圧力, (b) 温度, (c) 密度, (d) x 方向流速)

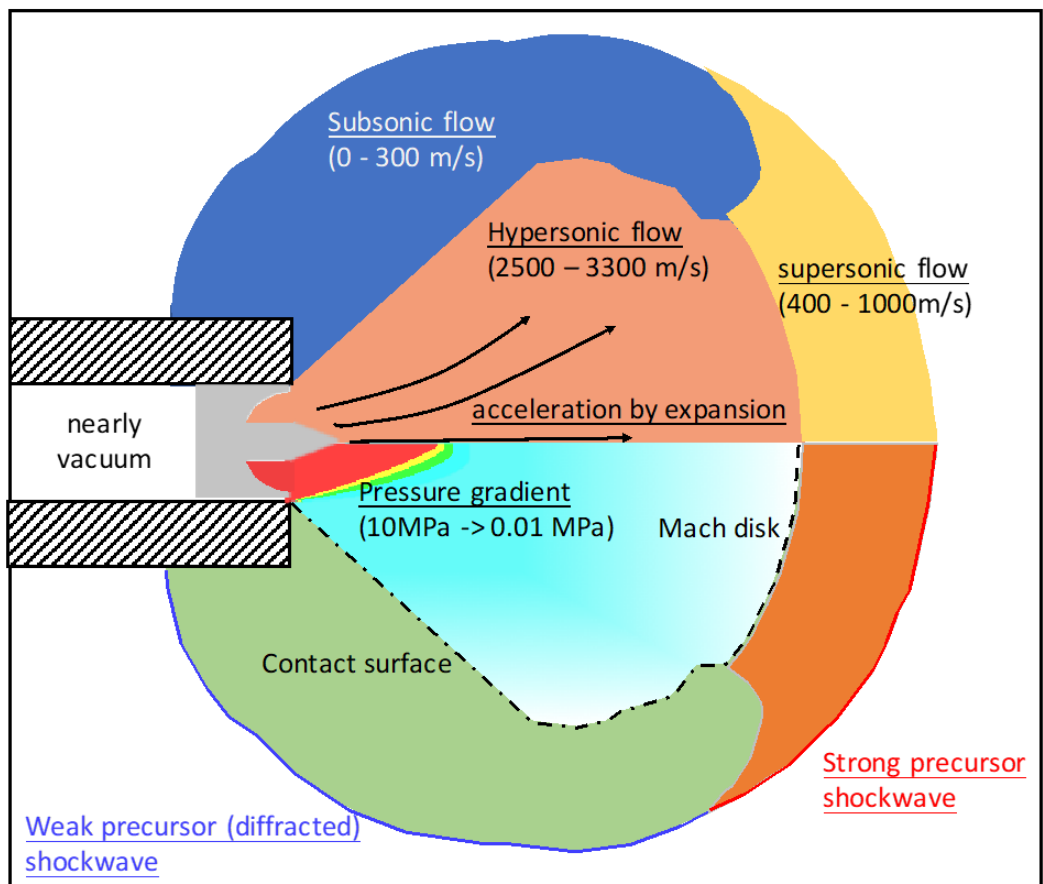


図 4.16 砲内弾道終了時における飛翔体前方の流れ場概要図

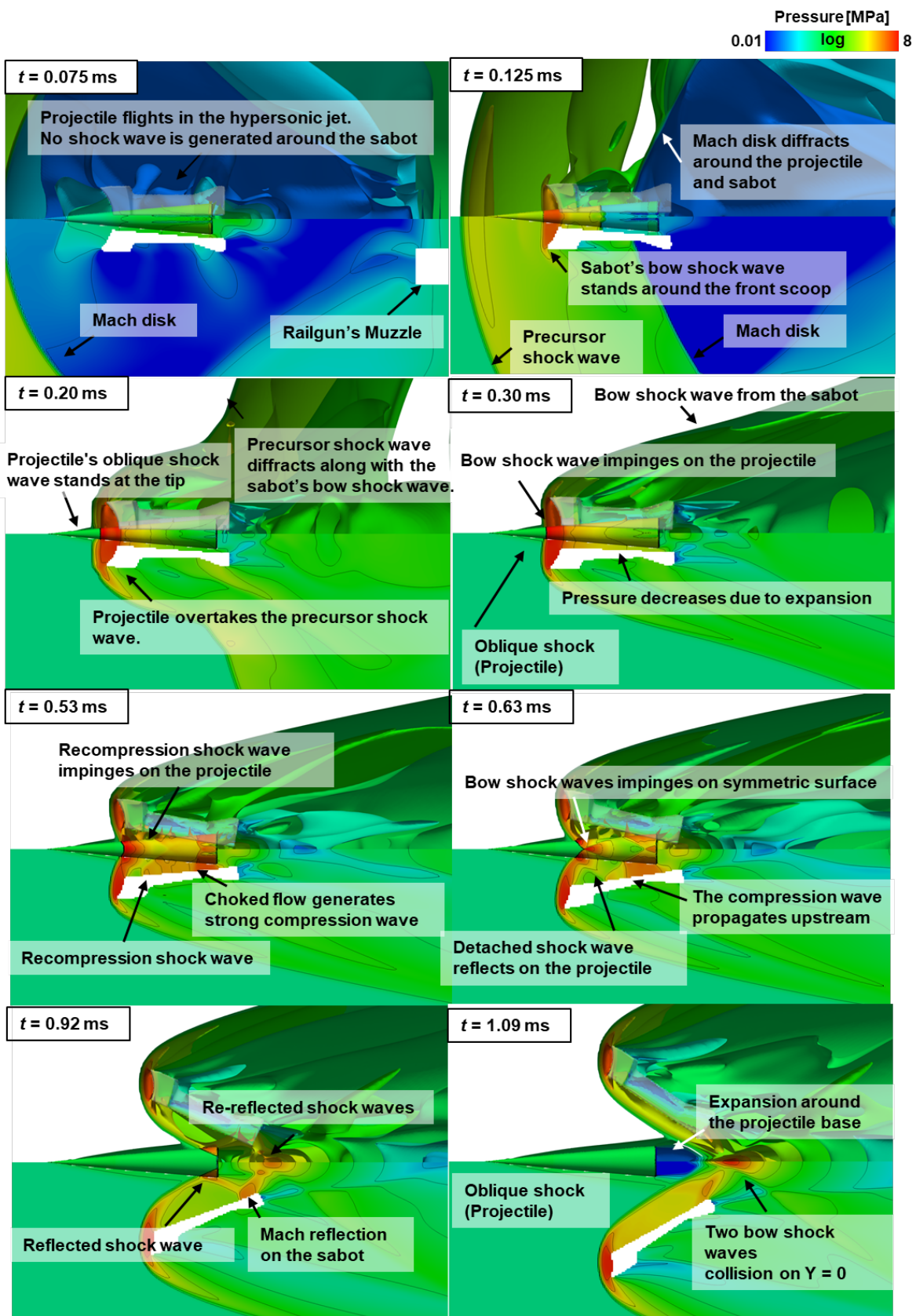


図 4.17 飛翔体，サボ間における衝撃波干渉 ($t = 0.075-1.09$ ms)

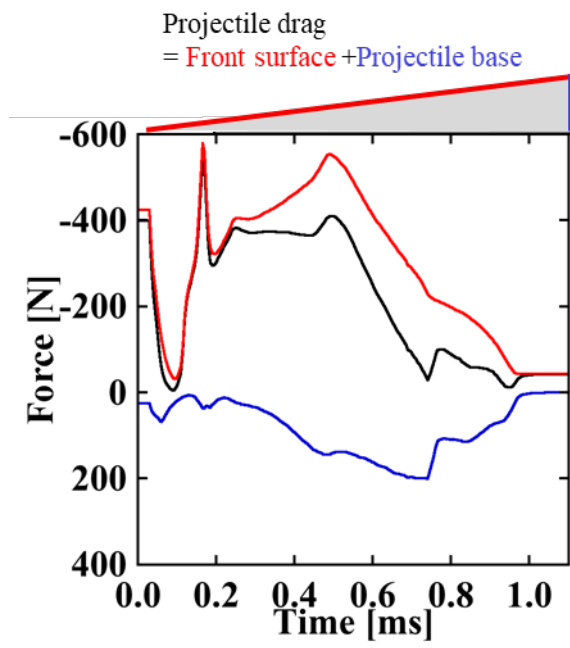
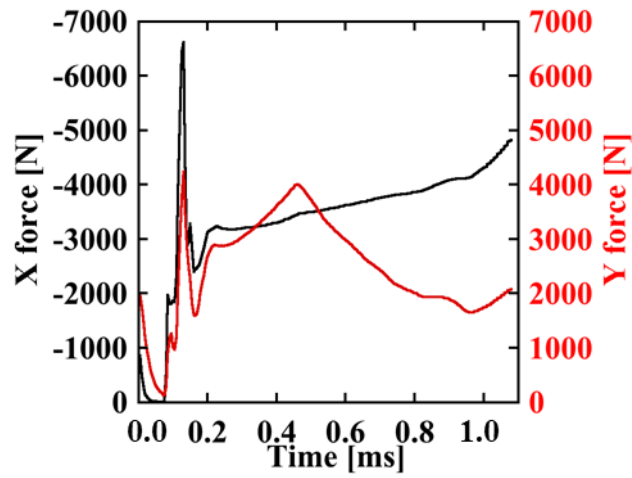
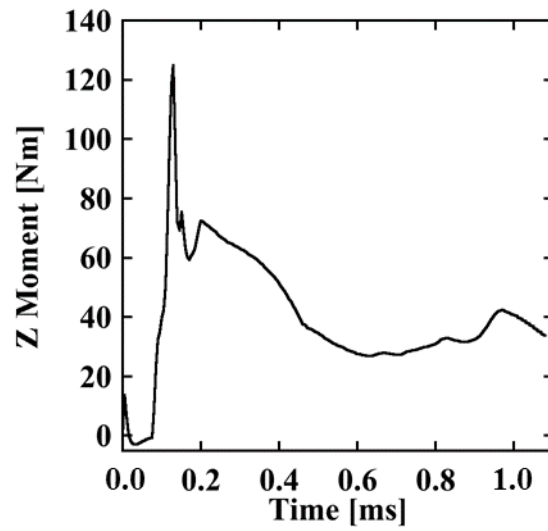


図 4.18 飛翔体に作用する x 方向流体力

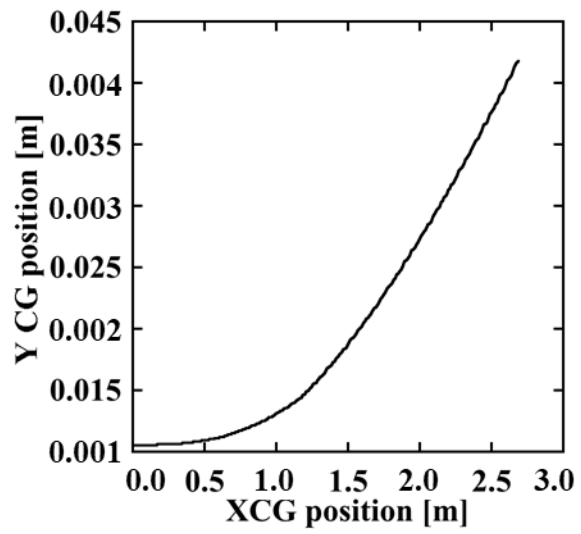


(a) 並進方向流体力

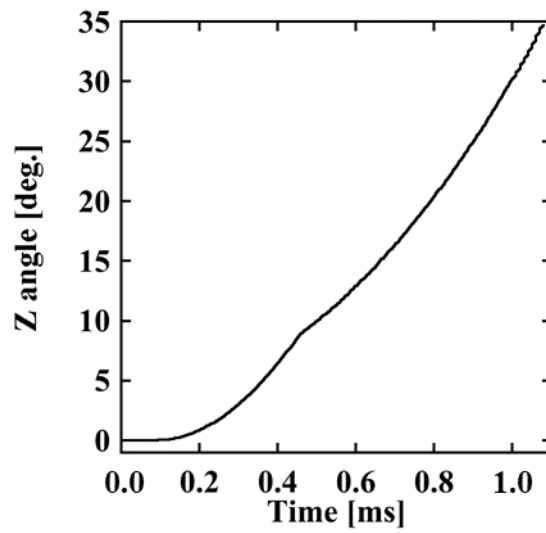


(b) z 軸周りの回転モーメント

図 4.19 サボに作用する流体力・モーメント



(a) 重心位置



(b) ピッチ角度

図 4.20 サボ分離軌跡とピッチ角度変化

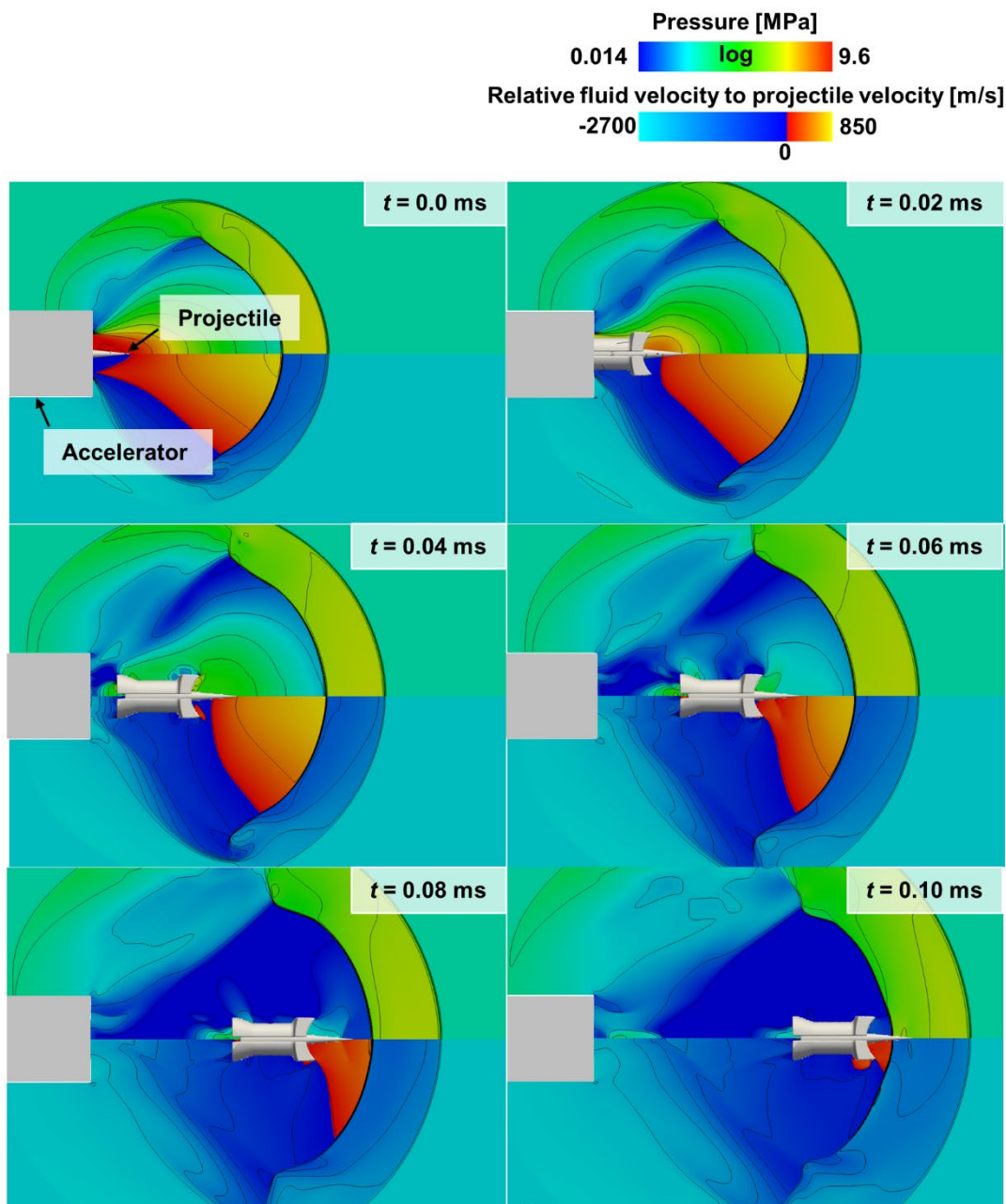


図 4.21 極超音速流中を飛行する飛行体とサボ
 (上側：流体圧力分布，下側：飛行体速度[2501 m/s]に対する相対流速)

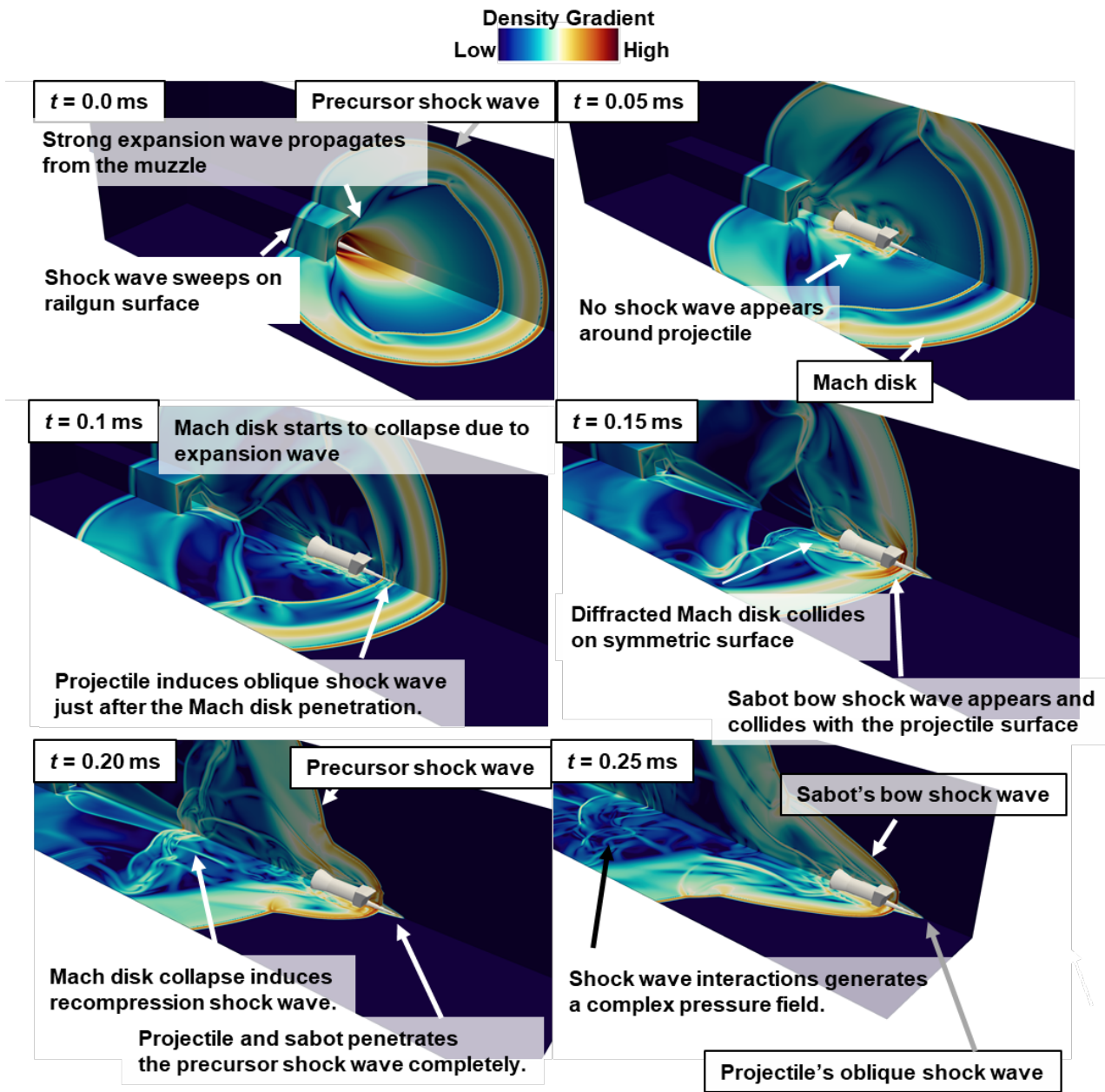


図 4.22 密度勾配分布による衝撃波追い越し過程の可視化

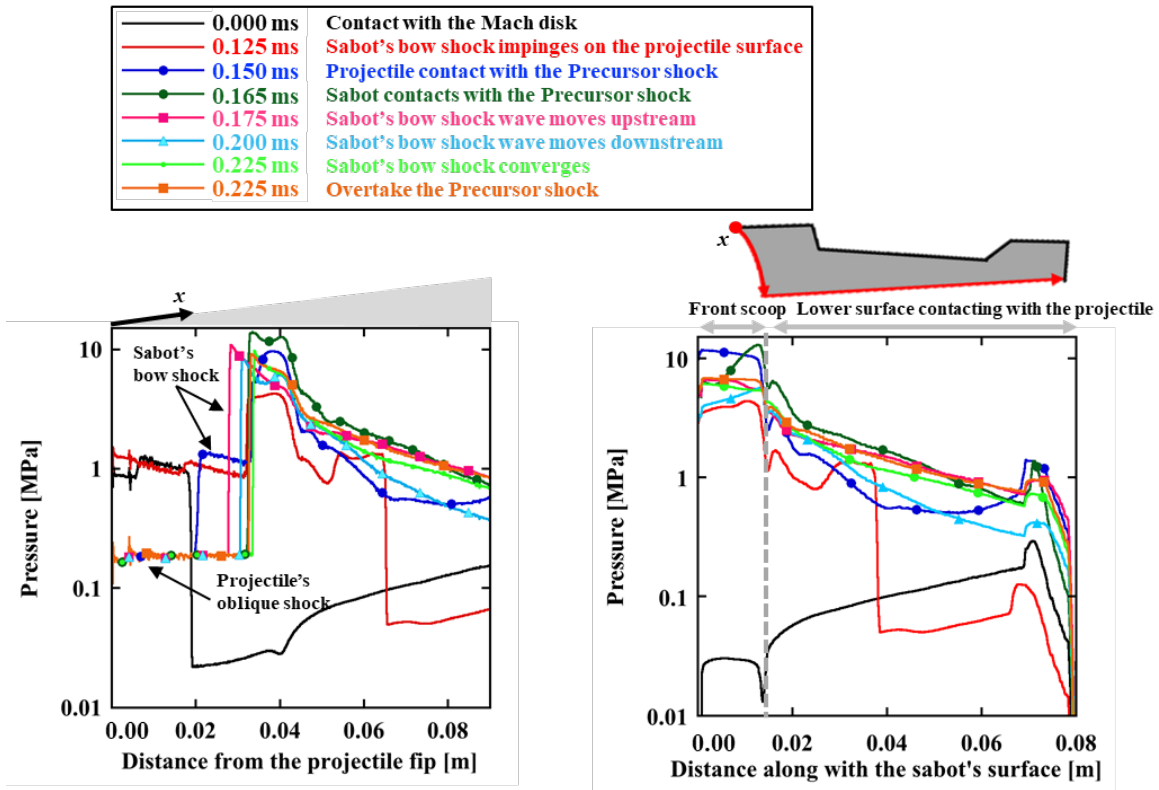


図 4.23 対称面上における飛翔体，サボ圧力分布履歴

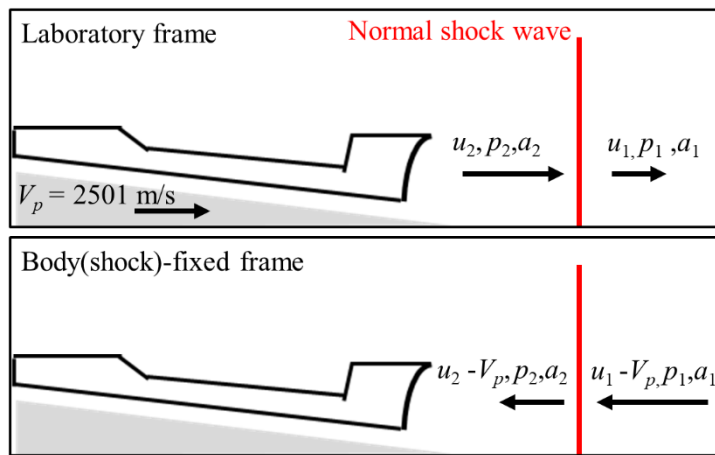
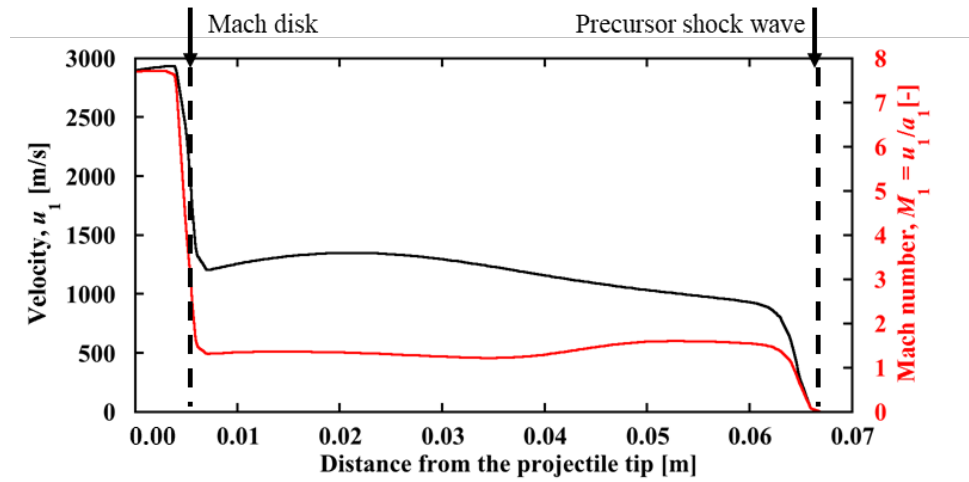
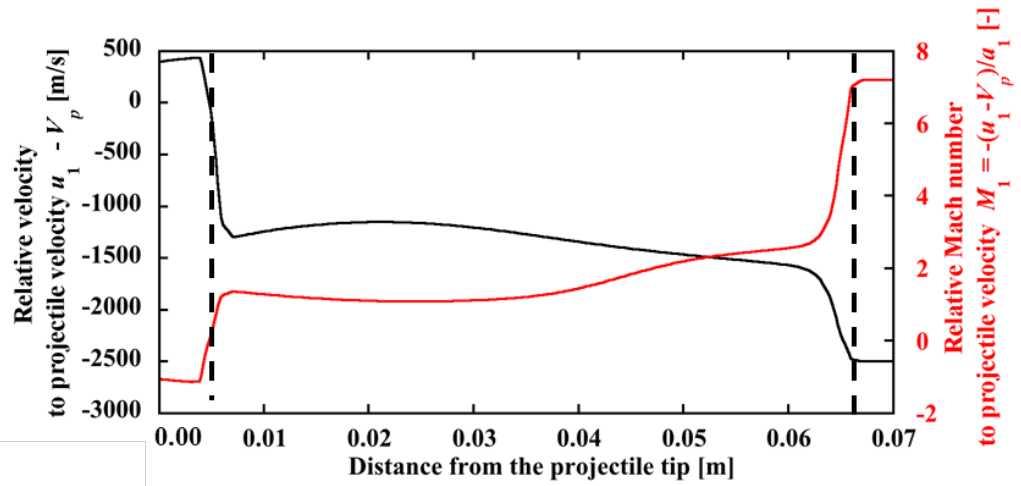


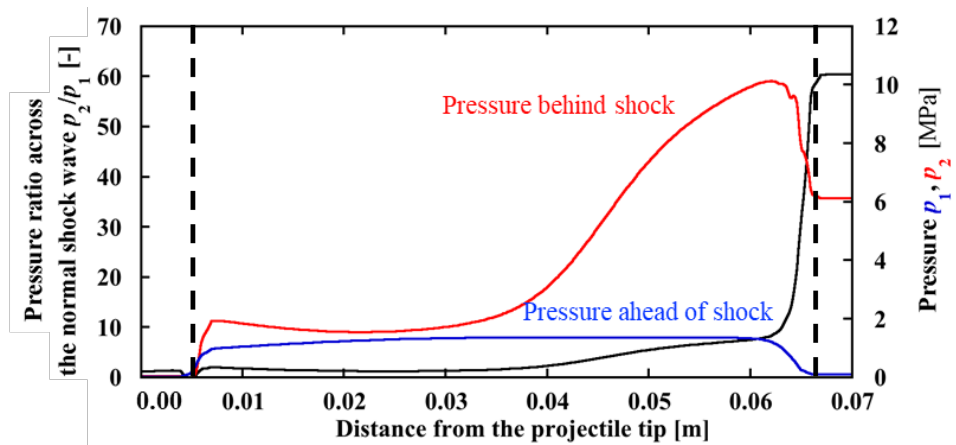
図 4.24 衝撃波追い越しにおける垂直衝撃波モデル



(a) 慣性系における飛翔体前方における流速，マッハ数 ($t = 0.08$ ms)



(b) 飛翔体固定座標系における飛翔体前方における流速，マッハ数 ($t = 0.08$ ms)



(c) 衝撃波前後の圧力比と波面前圧力 p_1 ，波面後圧力 p_2

図 4.25 衝撃波追い越し時の飛翔体周りの衝撃波モデル解析

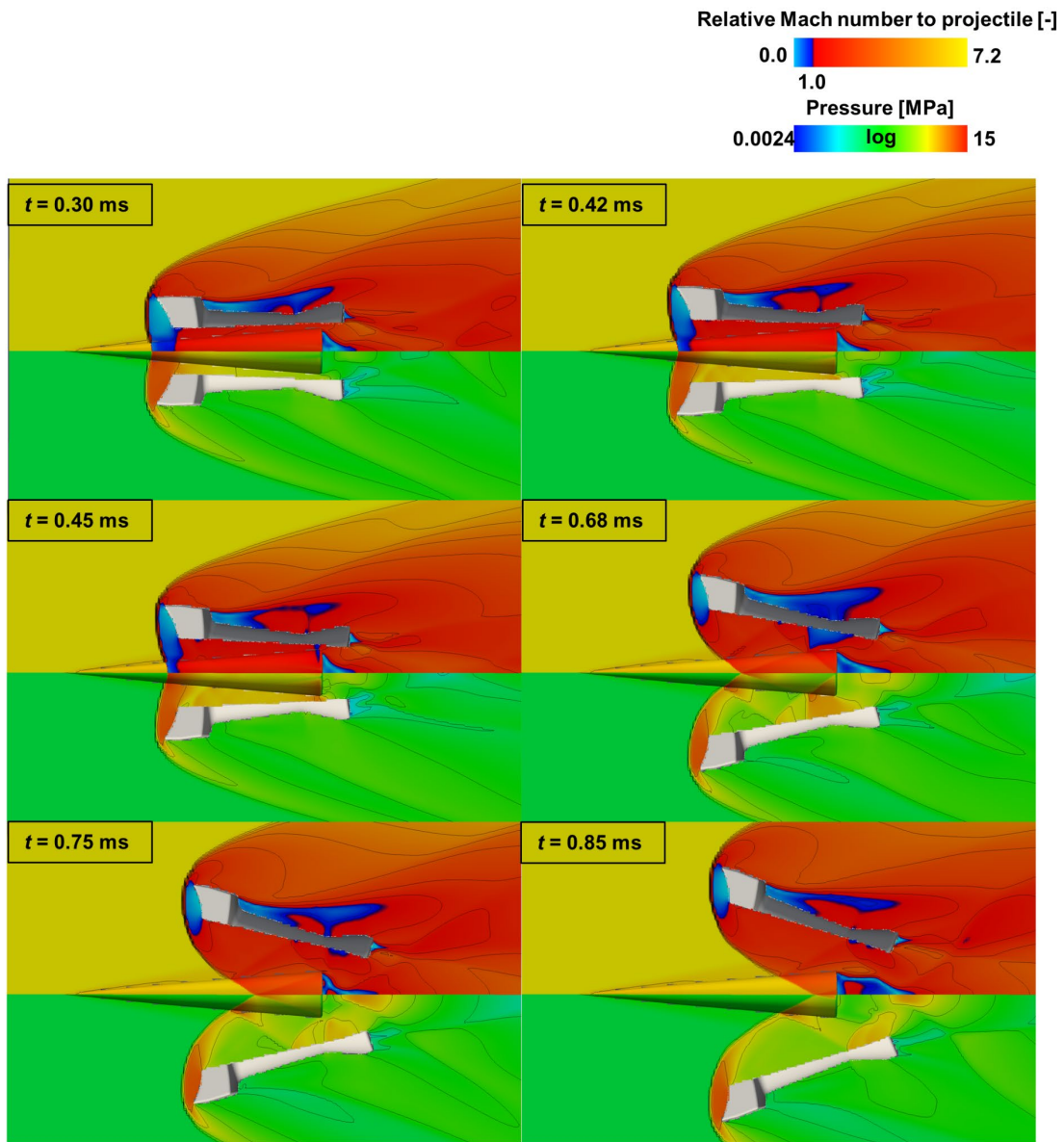


図 4.26 対称面上における飛翔体速度に対する相対マッハ数と圧力等値線

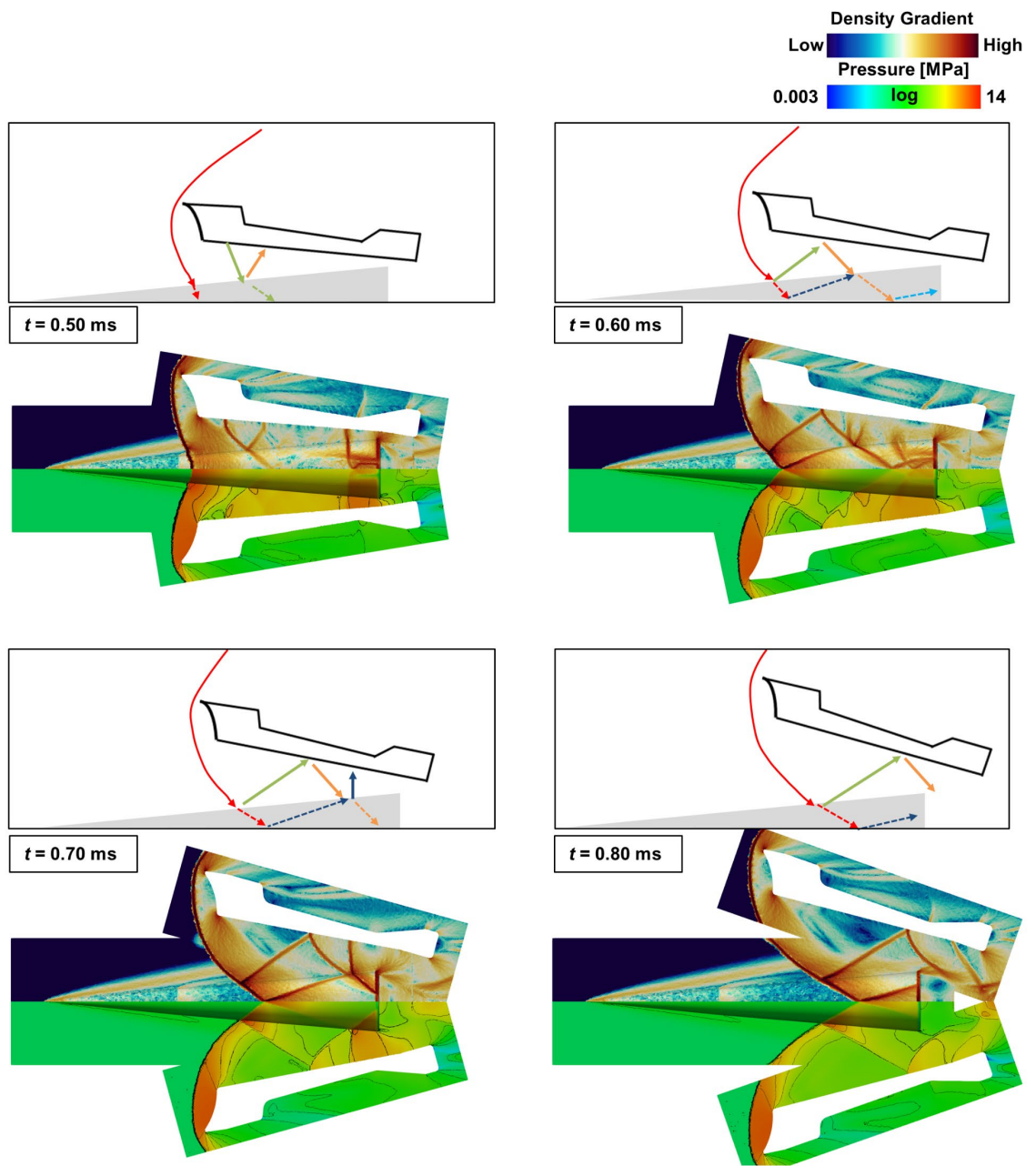


図 4.27 飛翔体，サボ間における衝撃波反射の可視化
(上側：密度勾配分布，下側：圧力分布，格子：飛翔体・サボ格子のみ)

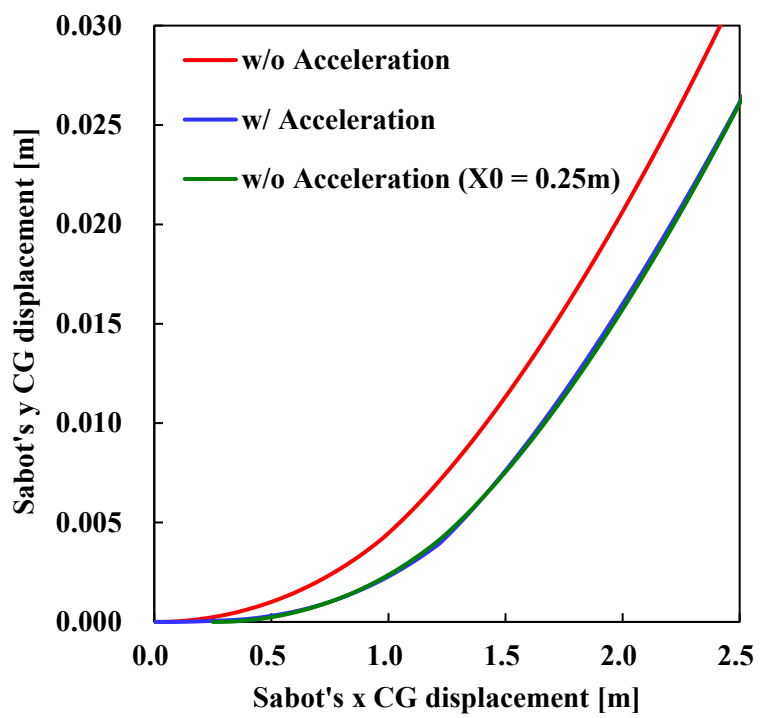


図 4.28 加速有無によるサボ分離軌跡の変化

5章 結論

本研究では、圧縮性流体力学に基づく極超音速流れの解析と剛体運動方程式を連成させる解析モデルを新規に構築し、地上環境下における飛翔実験に対して数値解析を行った。三次元の数値解析を用いて標準大気下における極超音速飛翔体の加速・過渡弾道解析を行った。以下に得られた知見を示す。

極超音速サボ分離に対する数値解析手法構築

サボ周りにおける現象の重要性から、複雑物体周りを厳密に再現できる非構造格子法に基づく圧縮性 CFD、複数の移動境界を取り扱うことが可能な重合格子法、そして、個々の運動を再現するための六自由度剛体運動方程式(RBD)を連成し、計算モデルを構築した。また、加速から分離完了まで約 10 m 必要となる大規模計算領域を取り扱うために、分散メモリ型並列化を圧縮性 CFD と重合格子法に導入し高速化を実現した。

1. Erenkil による極超音速サボ分離実験

極超音速飛翔体におけるサボ分離を解析するために Erenkil の実験を対象に解析を行い、CFD-RBD による計算結果と実験結果との比較により妥当性検証を行った。また、解析結果から飛翔体と三分割サボの三次元衝撃波相互作用、及び分離に伴う飛翔体とサボの空力振動が示された。本研究の結果、以下のような結論が得られた。

- ・ 非構造格子、重合格子法、及び剛体運動方程式を組み合わせた CFD-RBD 法は実験におけるフラッシュ X 線装置によって観測された実験結果と比較して、サボの分離軌道を評価する上で良い一致が確認された。数値計算では 2 点目の観測点でのサボの軌道を過大評価しているが、剛体運動仮定を用いたことによる飛翔体とサボの変形を無視しているためである。
- ・ サボ分離の全体を、サボに作用する流体力と飛翔体周辺の衝撃波相互作用に基づいて、*shock wave oscillation*, *shock wave reflection around the sabot*; and *Mach reflection on the projectile* の 3 つの段階に分解できた。
- ・ 衝撃波振動は分離初期の段階において飛翔体とサボに流体力・モーメント振

動を発生させた。この衝撃波振動はサボのスコープ部で流体がよどみ、サボの分離が進行することによってそれが開放されることによって発生することが明らかになった。

- ・ 衝撃波反射はサボ分離が進行した $t = 0.7 \text{ ms}$ から飛翔体サボ間で発生した。反射した衝撃波がサボ下面部分に衝突、表面圧力を増加させ分離を進行させた。

2. 地上加速型レールガンにおける極超音速サボ分離

先行実験で行われた地上加速型レールガンの加速過程・管端離脱後の分離過程を CFD-RBD を用いて数値的に再現した。本研究では飛翔体管端離脱前に生じる先行衝撃波の発生・伝播と離脱後に生じる飛翔体-サボ間での衝撃波の相互作用を明らかにするとともに、それらの衝撃波との干渉がサボ分離に与える影響について明らかにした。

加速過程

- ・ 既存の一段式火薬・軽ガス、二段式軽ガス加速器と同様に、飛翔体の加速により飛翔体前方に先行衝撃波が発生した。管端到達時にこの先行衝撃波の断熱圧縮により管端圧は 10 MPa に達した。また、管端付近に生じた高圧噴流により、放出直後は定常飛行時の約 10 倍の空力抗力が飛翔体に作用した。
- ・ 飛翔体管端到達時の管外には先行衝撃波と管内から生じる高圧ジェット、また、それらの影響によってマッハディスクが発生した。

分離過程

先行衝撃波とマッハディスクの 2 つの衝撃波が飛翔体前方に存在した。飛翔体/サボは $V = 2501 \text{ m/s}$ で管端を離脱し、サボ分離段階でこれらの衝撃波と干渉した。サボ分離は飛翔体周辺の衝撃波との相互作用に基づいて、Flight in the Hypersonic jet, Interaction with Precursor shock waves, Multiple shock wave reflection between the projectile and the sabot の 3 つの段階に分けることができた。

1. 膨張によって加速された極超音速流が飛翔体の周囲流体(2500 - 3300 m/s)がサボよりも速いため、サボは出口直後に自身から衝撃波を発生させることができない。これにより、飛翔体・サボからの衝撃波発生が阻害されるためサボ分離遅延発生した。
2. レールガンの加速により発生したマッハディスクと先行衝撃波は自身の膨張に減速するため、飛翔体/サボが追い越していった。この際の追い越し過程

は周囲流体に対する飛翔マッハ数により超音速追い越し (supersonic overtaking) と亜音速追い越し (subsonic overtaking) に分けることが可能であった。マッハディスクの追い越し過程は亜音速追い越しに該当し、飛翔体が追い越す際にマッハディスクが回折していく様子が確認された。また、先行衝撃波の追い越し過程は超音速追い越しに該当し、追い越し時に衝撃波は変形せず飛翔体/サボから生じる衝撃波が単純に強められるのみであった。衝撃波追い越しにより飛翔体・サボから生じる衝撃波は静止大気中を飛翔する状態と同じになるため分離が開始された。

3. 飛翔体とサボの間で複数の衝撃波が反射することで、飛翔体表面に複雑な圧力場が形成された ($t = 0.2 - 1.0$ ms)。サボの離脱衝撃波は飛翔体に衝突し飛翔体表面の周囲で回折した。上下のサボから回折した衝撃波は飛翔体側壁の対称面 ($z = 0$) に衝突し、飛翔体表面に 10 - 15 MPa の局所的な高圧を発生させた。この局所的な高圧は、非対称分離の際に強い横力擾乱を発生させ、飛翔安定性を低下する可能性がある。

今後の展望

本研究では示した圧縮性流体力学解析と六自由度運動方程式に基づく解析手法構築は、サボ分離を含む過渡弾道研究に以下の点で貢献した。まず、構築した手法は任意の数の物体、任意の形状の境界壁を取り扱うことが可能なため、本研究で対象とした飛翔体・サボだけではなく、加速器条件やサボ分割数が異なる対象に対しても同様に解析を行うことが可能である。よって、将来的な加速器・飛翔体設計の高速化と最適化に貢献できる。また、構築したモデル自体には弾道過程に解析対象を制限する要素がないため、本研究で対象とした解析のみならず超音速、一般的な極超音速流における物体と流体の相互干渉問題を再現することが可能であり、その解析精度や現象の解明に貢献できる。本研究で構築した高速化手法は、一般的にスーパーコンピュータに使用されている分散メモリ型並列を使用したため、将来的に大規模並列演算機が更新された際にも導入可能である。また、高速化としてベクトル演算機を想定して構築したため、GPGPU などの加速化技術の向上によっても更なる高速化が期待できる。

本研究において構築した過渡弾道解析モデルをより現実的な現象を再現するようにするためには、サボや飛翔体の変形を考慮できるモデルを導入する必要があると考えられる。先行研究では、サボ分離過程時に生じる強い流体力を受け

てサボが変形し，それにより実験において分離軌跡に分散が生じていると報告している．変形は流体力によるものだけではなく，飛翔体とサボが衝突した際に生じる非弾性衝突にも生じる．物体変形を考慮した流体構造連成は，極超音速流で考慮している解析は少ないものの，様々提案されている．自由飛翔実験において，この変形の効果を直接捉えることは困難である．今後，物体変形を考慮することで実験において評価が困難な要素を補完し，加速器設計の高速化・最適化と極超音速流における解析技術向上に貢献していく．

謝辞

本研究は、著者が慶應義塾大学大学院理工学研究科後期博士課程在学中に、同大学理工学部松尾亜紀子教授の指導のもとに行ったものである。

本研究を進めるにあたり、熱心なご指導を賜りました主査の松尾亜紀子教授、副査の澤田達男教授、深潟康二教授、及び安藤景太准教授に心から感謝の意を表します。

株式会社日本製鋼所の皆様にはレールガンの実験試験を通して様々なサポートをして頂きました。特に阿曾様、松山様、藤岡様、三浦様、武田様には会議において現状求められている解析や実験を丁寧に説明して頂き、着実に研究を進めることができました。ここに改めて感謝の気持ちと御礼を申し上げます。

また、本研究の実験結果の一部は、東北大学サイバーサイエンスセンター大規模科学計算システムを利用して得られました(jh160020, hp180118, hp190005)。HPC の共同研究においてコードの高速化、MPI 化の相談に乗っていただいた東京電機大学の江川教授、東北大学サイバーサイエンスセンターの佐々木様、日本電気株式会社の磯部様、加藤様には感謝致します。

研究のみならず日常生活においても長い間お世話になりました研究室の皆様にご心より御礼申し上げます。

最後に、研究生活を送るにあたり常に支えてくれた家族に心から感謝の意を表します。

2022 年
笠原 弘貴

参考文献

- [1] 国立研究開発法人科学技術振興機構 研究開発戦略センター. “世界の宇宙技術力比較.” G-TeC報告書, 2015.
- [2] 日本航空宇宙工業会. “世界の宇宙産業動向.” 第765号, 2016.
- [3] 宇宙航空研究開発機構. “H-IIA ロケット.” 2017.
- [4] JAXA宇宙科学研究所. “再使用高頻度宇宙輸送システムの研究.” 平成27年度戦略的開発研究報告書, 2015.
- [5] Ragab, M. M., McNeil Cheatwood, F., Hughes, S. J., and Lowry, A. “Launch Vehicle Recovery and Reuse.” AIAA SPACE 2015 Conference and Exposition, 2015. <https://doi.org/10.2514/6.2015-4490>.
- [6] 矢守章. “電磁飛翔体加速装置開発の歩み- (1).” 宇宙科学研究報告, 第117号, 2001, pp 1 – 36.
- [7] Youngquist, R. C., and Cox, R. B. “The Feasibility of Railgun Horizontal-Launch Assist.” Technical Report KSC-13597, KSC-2010-010, NASA, 2011.
- [8] Schneider, M., Božić, O., and Eggers, T. “Some Aspects Concerning the Design of Multistage Earth Orbit Launchers Using Electromagnetic Acceleration.” IEEE Transactions on Plasma Science, Vol. 39, No. 2, 2011, pp. 794–801. <https://doi.org/10.1109/TPS.2010.2091971>.
- [9] Mehta, U. B., and Bowles, J. V. “Two-Stage-to-Orbit Spaceplane Concept with Growth Potential.” Journal of Propulsion and Power, Vol. 17, No. 6, 2001, pp. 1149–1161. <https://doi.org/10.2514/2.5886>.
- [10] Kong, H., Ji, L., Yuan, W., and Yan, P. “Research on Interior Ballistic Mechanics of Electromagnetic Railgun.” International Symposium of Electromagnetic Launch Technology, Vol.2, No. 4, 2012. <https://doi.org/10.1109/EML.2012.6325079>.

- [11] Tzeng, J. T. “Dynamic Response of Electromagnetic Railgun Due to Projectile Movement.” *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 39, No. 1, 2003, pp. 472–475. <https://doi.org/10.1109/TMAG.2002.806384>.
- [12] O’Rourke, R. “Navy Lasers Railgun, and Hypervelocity Projectile: Background and Issues for Congress.” *CRS REPORT*, 2016. <https://fas.org/sgp/crs/weapons/R44175.pdf>
- [13] 久保田弘敏. “宇宙飛行体の熱気体力学.” 東京大学出版会, 2002.
- [14] Sengil, N., and Sengil, U. “Aerothermal Load and Drag Force Analysis of the Electromagnetically Launched Projectiles under Rarefied Gas Conditions.” *IEEE Transactions on Plasma Science*, Vol. 43, No. 5, 2015, pp. 1131–1135. <https://doi.org/10.1109/TPS.2015.2404213>.
- [15] McNab, I. R., Candler, G. V., and Barbee, C. S. “Projectile Nosed Thermal Management for Railgun Launch to Space.” *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 43, No. 1, 2007, pp. 491–495. <https://doi.org/10.1109/TMAG.2006.887450>.
- [16] 大林茂, 大谷清伸, 菊池崇将, 小川俊広, 鶴飼孝博. “バリスティックレンジ装置について.” *航空宇宙空力班シンポジウム*, 2012.
- [17] Tower, M. M., Jackson, G. L., Farris, L. K., and Haight, C. H. “Hypervelocity Impact Testing Using an Electromagnetic Railgun Launcher.” *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 5, 1987, pp. 635–644. [https://doi.org/10.1016/0734-743X\(87\)90078-9](https://doi.org/10.1016/0734-743X(87)90078-9).
- [18] Fortov, V. E., Lebedev, E. F., Luzganov, S. N., Kozlov, A. V., Medin, S. A., Parshikov, A. N., Polistchok, V. P., and Shurupov, A. V. “Railgun Experiment and Computer Simulation of Hypervelocity Impact of Lexan Projectile on Aluminum Target.” *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 33, 2006, pp. 254–263. <https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2006.09.008>.
- [19] Tanaka, M., Moritaka, Y., Akahoshi, Y., Nakamura, A., Yamori, R., and Sasaki, S. “Development of a Light Space Debris Shield Using High

- Strength Fibers.” *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 26, 2001, pp. 761–772. [https://doi.org/10.1016/S0734-743X\(01\)00127-0](https://doi.org/10.1016/S0734-743X(01)00127-0).
- [20] Reck, B., Hundertmark, S., Simicic, D., Hruschka, R., Sauerwein, B., Leopold, F., and Schneider, M. “Behavior of a Railgun Launch Package at the Muzzle and during Sabot Discard.” *IEEE Transactions on Plasma Science*, Vol. 47, No. 5, 2019, pp. 2545–2549. <https://doi.org/10.1109/TPS.2019.2902715>.
- [21] 弾道学研究会. “火器弾薬技術ハンドブック.” (財)防衛技術協会, 2003.
- [22] Aso, Y. “Relaxation of the Current Concentration due to Velocity Skin Effect in Solid Armature Rail Gun.” *IEEJ Transactions on Fundamentals and Materials*, Vol. 118-A, No.5, 1998, pp.549-552 . https://doi.org/10.1541/ieejfms1990.118.5_549.
- [23] Aso, Y. “Theoretical tail angle of optimum armature shape for velocity skin effect.” *IEEJ Transactions on Fundamentals and Materials*, Vol. 118, No. 10, 1998, pp. 1190-1191.
- [24] Božić, O., and Giese, P. “Aerothermodynamic Aspects of Railgun-Assisted Launches of Projectiles with Sub-and Low-Earth-Orbit Payloads.” *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 43, No. 1, 2007, pp. 474–479. <https://doi.org/10.1109/TMAG.2006.887528>.
- [25] Schmidt, E. M., and Shear, D. “Aerodynamic Interference during Sabot Discard.” *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 15, No. 3, 1978, pp. 162–167. <https://doi.org/10.2514/3.57301>.
- [26] Schmidt, E. M. “Wind-Tunnel Measurements of Sabot-Discard Aerodynamics.” *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 18, No. 3, 1981, pp. 235–240. <https://doi.org/10.2514/3.57809>.
- [27] Nusca, M. “Numerical Simulation of Sabot Discard Aerodynamics.” 9th Applied Aerodynamics Conference, 1991. <https://doi.org/10.2514/6.1991-3255>.

- [28] Erengil, M. E. “An Aerodynamic Model for Symmetric Sabot Separation.” 37th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, 1999. <https://doi.org/10.2514/6.1999-992>.
- [29] Cayzac, R., Carette, E., Alziary de Roquefort, T., Renard, F.-X., Roux, D., Patry, J.-N., and Balbo, P. “Computational Fluid Dynamics and Experimental Validations of the Direct Coupling Between Interior, Intermediate and Exterior Ballistics.” *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 78, November, 2012, pp. 1–11. <https://doi.org/10.1115/1.4003812>.
- [30] Huang, Z, Wessam, M, and Chen, Z. “Numerical Investigation of the Three-Dimensional Dynamic Process of Sabot Discard.” *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 28, No. 7, 2014, pp. 2637–2649. <https://doi.org/10.1007/s12206-014-0620-6>.
- [31] Gopalapillai, R., Kim, H. D., Setoguchi, T., and Matsuo, S. “On the Near-Field Aerodynamics of a Projectile Launched from a Ballistic Range.” *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 21, No. 7, 2007, pp. 1129–1138. <https://doi.org/10.1007/BF03027663>.
- [32] Zielinski, A. E., Weinacht, P., and Bennett, J. “Electromagnetic and Aeromechanical Analysis of Sabot Discard for Railgun Projectiles.” *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 37, No. 2, 2000, pp. 257–264. <https://doi.org/10.2514/2.3554>.
- [33] Erengil, M. E. “Sabot Discard Model for Conventional and Electromagnetic Launch Packages.” 19th International Symposium of Ballistics, May, 2001, pp. 7–11.
- [34] Minnicino, M. “Influence of Material Properties on Sabot Design.”, 26th International Symposium on Ballistics, September, 2012.
- [35] 藤井孝蔵. “流体力学の数值計算法.” 東京大学出版会, 1994.
- [36] 生井武文, 井上雅弘. “粘性流体の力学.” 理工学社, 2002.
- [37] McBride, B., Gordon, S., and Reno, M. “Coefficients for Calculating Thermodynamic and Transport Properties of Individual Species.” *Nasa Technical Memorandum*, Vol. 4513, No. NASA-TM-4513, 1993, pp. 98.

- [38] Prabhu, R. K., and Erickson, W. D. “A Rapid Method for the Computation of Equilibrium Chemical Composition of Air to 15000 K.” NASA Technical Paper, Vol. 2792, 1988.
- [39] 片柳亮二. “航空機の飛行力学と制御.” 森北出版株式会社, 1982.
- [40] 加藤寛一郎, 大屋昭男, 柄沢研治. “航空機力学入門.” 東京大学出版会, 1982.
- [41] 嶋田有三, 佐々修一. “飛行力学.” 森北出版株式会社, 2017.
- [42] Costello, M., and Sahu, J. “Using Computational Fluid Dynamic/Rigid Body Dynamic Results to Generate Aerodynamic Models for Projectile Flight Simulation.” Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering, Vol. 222, No. 7, 2008, pp. 1067–1079. <https://doi.org/10.1243/09544100JAERO304>.
- [43] Mirtich, B., and Canny, J. “Impulse-Based Simulation of Rigid Bodies.” Proceedings of the Symposium on Interactive 3D Graphics, 1995, pp. 181–188. <https://doi.org/10.1145/199404.199436>.
- [44] 藤澤誠. “CGのための物理シミュレーションの基礎.” 株式会社マイナビ, 2013.
- [45] Wada, Y., and Liou, M. “An Accurate and Robust Flux Splitting Scheme for Shock and Contact Discontinuities.” SIAM Journal on Applied Mathematics, Vol. 18, No. 3, 1997, pp. 633–657. <https://doi.org/10.1137/S1064827595287626>.
- [46] Burg, C. “Higher Order Variable Extrapolation for Unstructured Finite Volume RANS Flow Solvers.” 17th AIAA Computational Fluid Dynamics Conference, 2005, pp. 1–17. <https://doi.org/10.2514/6.2005-4999>.
- [47] Chen, R. F., and Wang, Z. J. “Fast, Block Lower-Upper Symmetric Gauss – Seidel Scheme Introduction.” AIAA Journal, Vol. 38, No. 12, 2000, pp. 2238–2245. <https://doi.org/10.2514/2.914>.
- [48] Wilcox, D.C. “Turbulent Modeling for CFD.” DCW Industries, 1988.

- [49] Blazek, J. “Computational Fluid Dynamics: Principles and Applications: Third Edition.” Butterworth-Heinemann, 2015.
- [50] Mavriplis, D. J. “Revising the Least-square Procedure for Gradient Reconstruction on Unstructured method.” AIAA Paper, No. 2003- 3986, 2003. <https://doi.org/10.2514/6.2003-3986>.
- [51] Shima, E., Kitamura, K., and Fujimoto, K. “New Gradient Calculation Method for MUSCL Type CFD Schemes in Arbitrary Polyhedral.” AIAA Paper, No. 2010-1081, 2010. <https://doi.org/10.2514/6.2010-1081>.
- [52] Barth, T., and Jespersen, D. “The Design and Application of Upwind Schemes on Unstructured Meshes.” 27th Aerospace Sciences Meeting, 1989. <https://doi.org/10.2514/6.1989-366>.
- [53] 菱田学, 橋本敦, 村上桂一, 青山剛史. “高速非構造 CFD ソルバ FaSTAR における新勾配制限関数.” 第42回流体力学講演会/航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム2010論文集, 2010, pp. 85–90.
- [54] 小林敏雄. “数値流体力学ハンドブック.” 丸善出版, 2003.
- [55] Darwish, M. S., and Moukalled, F. “TVD Schemes for Unstructured Grids.” International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 46, No. 4, 2003, pp. 599–611. [https://doi.org/10.1016/S0017-9310\(02\)00330-7](https://doi.org/10.1016/S0017-9310(02)00330-7).
- [56] Wang, Z. J. “High-Order Computational Fluid Dynamics Tools for Aircraft Design.” Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, Vol. 372, No. 2022, 2014. <https://doi.org/10.1098/rsta.2013.0318>.
- [57] Fujii, K. “Unified Zonal Method Based on the Fortified Solution Algorithm.” Journal of Computational Physics, 1995, pp. 92-108.
- [58] Möller, T. “A Fast Triangle-Triangle Intersection Test.” Journal of Graphics Tools, Vol. 2, No. 2, 1997, pp. 25–30. <https://doi.org/10.1080/10867651.1997.10487472>.

- [59] Kennel, M. B. “KDTREE 2: Fortran 95 and C++ Software to Efficiently Search for near Neighbors in a Multi-Dimensional Euclidean Space.” 2004. <https://arxiv.org/abs/physics/0408067>
- [60] Ericson, C. “Real Time Collision Detection.” Elsevier, 2005
- [61] Chang, X. H., Ma, R., Wang, N. H., and Zhang, L. P. “Parallel Implicit Hole-Cutting Method for Unstructured Chimera Grid.” Tenth International Conference on Computational Fluid Dynamics, No. 2, 2018, pp. 1–14. <https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2019.104403>.
- [62] Hendrickson, B., and Leland, R. “The Chaco User’s Guide, Version 2.0. Technical Report SAND94–2692.” Sandia National Laboratories, July, 1995, pp. 1–44.
- [63] Pellegrini, F. “Distillating Knowledge about Scotch.” Combinatorial Scientific Computing, 2009, pp. 1–12.
- [64] Karypis, G., and Kumar, V. “A Fast and High Quality Multilevel Scheme for Partitioning Irregular Graphs.” SIAM Journal on Scientific Computing, Vol. 20, No. 1, 1998, pp. 359–392. <https://doi.org/10.1137/S1064827595287997>.
- [65] Acharya, R. S., and Naik, S. D. “Modelling of Shockwave Force and Its Effect during Sabot Discard Process.” Defense Science Journal, Vol. 57, No. 5, 2007, pp. 677–690. <https://doi.org/10.14429/dsj.57.1801>.
- [66] Dick, J., and Dolling, D. “Pressure Measurements on a Mach 5 Sabot at Different Stages of the Discard Process.” Journal of Spacecraft and Rockets, Vol. 35, No. 1, 1998, pp. 23–29. <https://doi.org/10.14429/dsj.57.1801>.
- [67] Bhang, N. P., Sen, A., and Ghosh, A. K. “Technique to Improve Precision of Kinetic Energy Projectiles through Motion Study.” AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference, August, 2009, pp. 1–33. <https://doi.org/10.2514/6.2009-5720>.
- [68] Cayzac, R., Carette, E., and Alziary de Roquefort, T. “Intermediate Ballistics Unsteady Sabot Separation: First Computations and Validations.”

19th International Symposium on Ballistics, Vol. 1, May, 2001, pp. 297–305.

- [69] Schmidt, E. M., and Plostins, P. “Aerodynamics of Asymmetric Sabot Discard.” *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 20, No. 2, 1983, pp. 187–188. <https://doi.org/10.2514/3.28377>.
- [70] Zhang, B., Liu, H., Chen, F., and Wang, G. “Numerical Simulation of Flow Fields Induced by a Supersonic Projectile Moving in Tubes.” *Shock Waves*, Vol. 22, 2012, pp. 417–425. <https://doi.org/10.1007/s00193-012-0389-4>.
- [71] Watanabe, R., Fujii, K., and Higashino, F. “Three-Dimensional Computation of the Flow Induced by a Projectile Overtaking a Shock Wave.” 28th Fluid Dynamics Conference, 1997. <https://doi.org/10.2514/6.1997-1840>.
- [72] Muthukumar, C. K., Rajesh, G., and Kim, H. D. “Launch Dynamics of Supersonic Projectiles.” *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 50, No. 6, 2013, pp. 1150–1161. <https://doi.org/10.2514/1.A32466>.
- [73] Jiang, Z., Takayama, K., and Skews, B. W. “Numerical Study on Blast Flowfields Induced by Supersonic Projectiles Discharged from Shock Tubes.” *Physics of Fluids*, Vol. 10, No. 1, 1998, pp. 277–288. <https://doi.org/10.1063/1.869566>.

Appendix A. 二次元・三次元セルの幾何計算

本研究では、二章において非構造格子法を用いた流体解析の手法を示した。本章では非構造格子におけるセルの体積，重心位置とセル界面の面積ベクトルの計算方法を示す。また，本研究ではセル中心法を用いた非構造格子法であるため格子生成時に使用するセル形状を制限できる。本研究では，三次元セルは四面体，六面体，ピラミッド，三角柱の四形状に限定した。この4種類のセルに付随する界面形状は三角形および四角形である。よって，本章では4種類の三次元セルと2種類の界面セルについて説明する。

二次元セルでは図 A.1 のように面の外側から場合に反時計回りにインデックスを与える。三角形セルの外向き面積ベクトル \mathbf{S} は式(A.1)で示される。

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \Delta y z_A + \Delta y z_B + \Delta y z_C \\ \Delta z x_A + \Delta z x_B + \Delta z x_C \\ \Delta x y_A + \Delta x y_B + \Delta x y_C \end{bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

ただし，

$$\Delta x y_A = (x_1 - x_2)(y_1 + y_2)$$

$$\Delta y z_A = (y_1 - y_2)(z_1 + z_2)$$

$$\Delta x y_B = (x_2 - x_3)(y_2 + y_3)$$

$$\Delta z y_B = (y_2 - y_3)(z_2 + z_3)$$

$$\Delta x y_C = (x_3 - x_1)(y_3 + y_1)$$

$$\Delta y z_C = (y_3 - y_1)(z_3 + z_1)$$

$$\Delta z x_A = (z_1 - z_2)(x_1 + x_2)$$

$$\Delta z x_B = (z_2 - z_3)(x_2 + x_3)$$

$$\Delta z x_C = (z_3 - z_1)(x_3 + x_1)$$

重心位置ベクトル \mathbf{r}_c はセルにおける節点の位置ベクトル \mathbf{r} を用いて以下のように与えられる。

$$\mathbf{r}_c = \frac{1}{3}(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_3) \quad (\text{A.2})$$

四角形セルも同様にインデックスを反時計回りに定義すると

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \Delta z_A \Delta y_B - \Delta y_A \Delta z_B \\ \Delta x_A \Delta z_B - \Delta z_A \Delta x_B \\ \Delta y_A \Delta x_B - \Delta x_A \Delta y_B \end{bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

ただし

$$\begin{aligned}\Delta x_A &= x_4 - x_2, \Delta x_B = x_3 - x_1 \\ \Delta y_A &= y_4 - y_2, \Delta y_B = y_3 - y_1 \\ \Delta z_A &= z_4 - z_2, \Delta z_B = z_3 - z_1\end{aligned}$$

重心位置は図 A.1 のように四角形を 2 つの三角形に分解し 2 つの三角形セルの重心位置とするため以下のような形になる.

$$\mathbf{r}_c = \frac{\Omega_{123}\mathbf{r}_{c,123} + \Omega_{134}\mathbf{r}_{c,134}}{\Omega_{123} + \Omega_{134}} \quad (\text{A.4})$$

プログラム内では反変速度の計算などで法線ベクトルが必要になるため、面積ベクトル \mathbf{S} ではなく以下に示す法線ベクトル \mathbf{n} と面積 ΔS に分解した上で保持した.

$$\Delta S = |\mathbf{S}| = \sqrt{S_x^2 + S_y^2 + S_z^2} \quad (\text{A.5})$$

$$\mathbf{n} = \frac{\mathbf{S}}{\Delta S} = \frac{1}{\sqrt{S_x^2 + S_y^2 + S_z^2}} \begin{bmatrix} S_x \\ S_y \\ S_z \end{bmatrix} \quad (\text{A.6})$$

任意の多面体の体積は界面の重心位置ベクトル \mathbf{r}_c と面積ベクトル \mathbf{S} を用いて以下の式で計算することができる.

$$\Omega = \frac{1}{3} \sum_{f=1}^{N_F} (\mathbf{r}_c \cdot \mathbf{S})_f \quad (\text{A.7})$$

この式は位置ベクトルの原点を頂点とし、セル界面を底面とした N_F 個の角錐の体積の和を示している. 原点がセル内部に存在しない場合でも成立し、セル界面の形状は重心と面積ベクトルが定義できれば任意の形状に使用できる.

セル重心位置の計算は同様の考えで各角錐の重心位置 $\mathbf{r}_{c,pyramid}$ と体積 $\Omega_{pyramid}$ を使用することで計算できる. 角錐の重心位置は頂点から底面の重心に伸びるベクトル r の 3/4 に存在する. セルを分解した角錐の頂点は位置ベクトルの原点であるため以下のように角錐の重心位置ベクトルは定義できる.

$$\mathbf{r}_{c,pyramid} = \frac{3}{4}\mathbf{r}_c \quad (\text{A.8})$$

また、角錐の体積は以下のようなになる。

$$\Omega_{pyramid} = \frac{1}{3} \mathbf{r}_c \cdot \mathbf{S} \quad (\text{A.9})$$

界面数 N_F に分解された角錐の重心位置がこのセルの重心であるため、以下の式で多面体セルの重心は求められる。

$$\mathbf{r}_c = \frac{\sum_{f=1}^{N_F} (\Omega_{pyramid} \mathbf{r}_{c,pyramid})_f}{\Omega_{cell}} = \frac{\sum_{f=1}^{N_F} (\Omega_{pyramid} \mathbf{r}_{c,pyramid})_f}{\sum_{f=1}^{N_F} (\Omega_{pyramid})_f} \quad (\text{A.10})$$

完全な二次元解析(奥行長さ=1)で二次元セルを使用する場合には三次元解析における面積が体積に、辺長さが表面積となる。二次元における面積ベクトルは辺長さであり、反時計回りに節点番号を設定すると以下のように示される。

$$\mathbf{S}_{12} = \mathbf{n}_{12} \Delta S_{12} = \begin{bmatrix} y_2 - y_1 \\ x_1 - x_2 \end{bmatrix} \quad (\text{A.11})$$

$$\Delta S = |\mathbf{S}| = \sqrt{S_x^2 + S_y^2} \quad (\text{A.12})$$

三角形セルの場合での二次元解析における体積は

$$\Omega = \frac{1}{2} [(x_1 - x_2)(y_1 + y_2) + (x_2 - x_3)(y_2 + y_3) + (x_3 - x_1)(y_3 + y_1)] \quad (\text{A.13})$$

四角形セルの場合には

$$\Omega = \frac{1}{2} [(x_1 - x_3)(y_2 - y_4) + (x_4 - x_2)(y_1 - y_3)] \quad (\text{A.14})$$

となる。

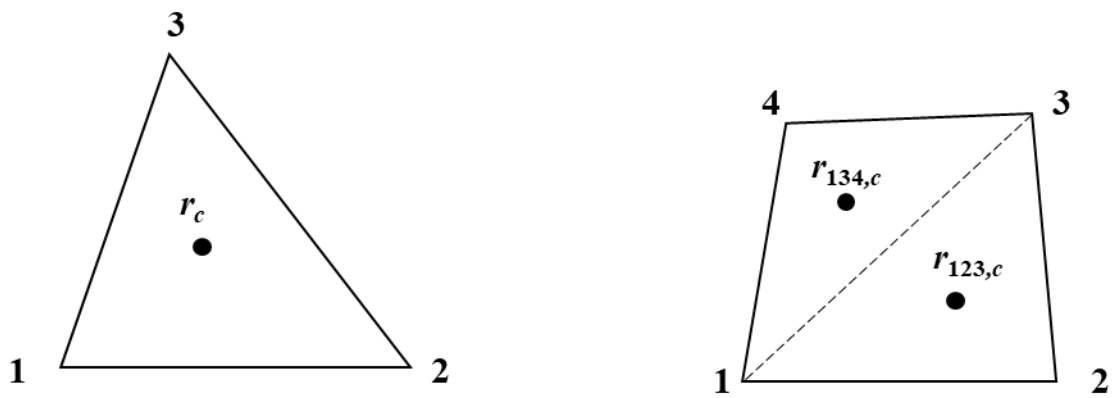


図 A.1 三次元セルと四角形セルにおける重心位置とインデックス

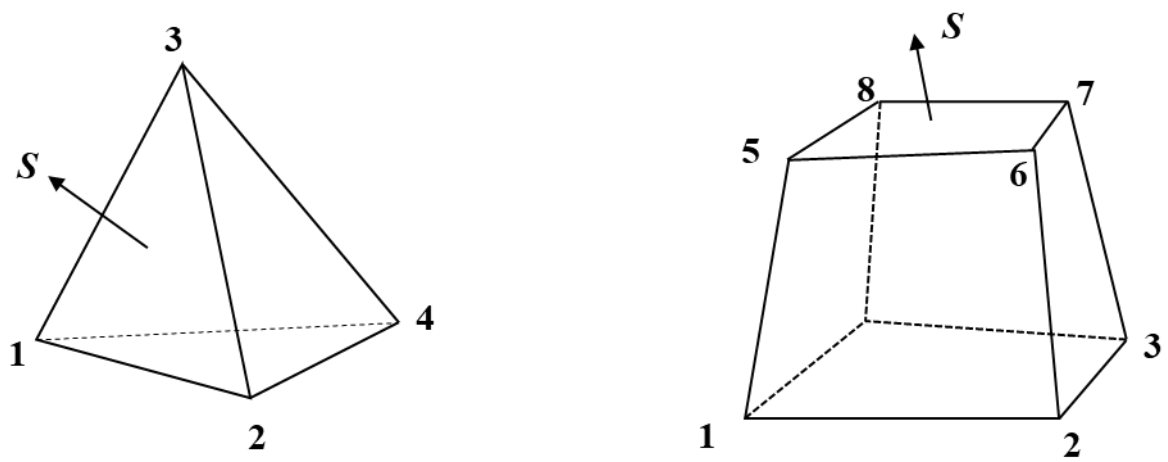


図 A.2 四面体セルと六面体セルにおける面積ベクトルとインデックス

Appendix B. CFD-RBD コードの検証

B.1 衝撃波管問題

CFD で用いた数値解析手法の妥当性検証, および流束制限関数の特性を示すために sod 問題を解析した. sod 問題は数値流体力学における標準的な一次元問題であり, 解析解との比較を行うことで衝撃波, 接触不連続における不連続な物理量変化や膨張波への捕獲性能を検討することが可能である. 計算領域を 1 m とし格子間隔 Δx を 5 mm とし計算を行った. 時刻 $t=0.7$ ms における計算結果と解析解の比較を行った. 初期条件は以下のように設定した.

$$\begin{aligned} \mathbf{U}(x, t = 0) &= \begin{cases} \mathbf{U}_L & (x \leq 0.5\text{m}) \\ \mathbf{U}_R & (x > 0.5\text{m}) \end{cases}, 0\text{m} \leq x \leq 1\text{m} \\ \mathbf{U} &= [u \quad p \quad T]^T \\ \mathbf{U}_L &= [0\text{m/s} \quad 8 \text{ atm} \quad 298.15 \text{ K}]^T \\ \mathbf{U}_R &= [0\text{m/s} \quad 1 \text{ atm} \quad 298.15 \text{ K}]^T \end{aligned} \tag{B.1}$$

解析には対流項の離散化に AUSM-DV[Apd.1]を使用した. 比較のために一次精度と UMUSCL[Apd.2]を用いて二次精度で計算を行った. 二次精度を使用する場合には比較のために異なる流束制限を使用し, Barth and Jespersen(bath)[Apd.3]と菱田ら[Apd.4]によって開発された流束制限である Hishida minmod(hmnd), Hishida van Leer(hler), Hishida van Albada(hvlb)を用いた. またセル内部の物理量勾配計算にはすべてセルベース型 Green-Gauss を用いた.

得られた密度分布, 圧力分布を図 B.1, 図 B.2 に示す. 一次精度とすべての二次精度の結果を比較すると, 高次精度化により不連続面を急峻に捉えている. より定量的に各流束制限関数を比較するために不連続面厚さ δ を導入する.

$$\delta = \frac{\Delta\rho}{\max(|\rho_{i+1} - \rho_i|)_{CFD}} \tag{B.2}$$

不連続面における密度変化が解析解 $\Delta\rho$ と同じになる場合 $\delta=1$ となり, 計算結果が不連続面を鋭く捉えていることを示している. 有限体積法において一般的に衝撃波波面は鈍るため $\delta > 1$ を取る. 図 B.3 に不連続面厚さの比較を示す. 不連続面厚さからも高次精度化によって不連続面の捕獲性が向上していることが確認できる. また, 各流束制限関数を見ると衝撃波波面においてはやや Hishida

minmod が不連続面を厚く捉えているがほとんど同じ値を示した。二次精度での接触連続面での不連続厚さは Bath and Jespersen が最も薄く、Hishida minmod が最も厚い傾向を示した。van Leer, van Albada は minmid と Bath and Jespersen の中間のような傾向を示した。

B.2 乱流境界層計算と飛翔体定常飛翔抗力

平板境界層における u^+ と y^+ の比較を示す。主流条件は $M=2.0$, $P=0.1013$ MPa, $T=300$ K ($y^+=1.0=0.6$ μm) で設定した。最小格子幅は 0.5 μm である。支配方程式には三次元圧縮性 RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes equations) を用い、乱流モデルには $k-\omega$ モデル [Apd.5] を使用した。離散化には AUSM-DV を使用した。高次精度化には UMUSCL を用い、一次精度、二次精度 (Bath and Jespersen limiter, Hishida minmod like limiter) を使用し、比較を行った。結果を図 B.4 に示す。全ての計算結果において良い一致を示し、高次精度化・流束制限関数による影響はほとんど確認されなかった。粘性底層内、対数則層内で壁法則と良い一致を示した。

次に静飛翔時における抗力評価を行った。妥当性の検証として Perkins ら [Apd.6] によって行われた先端形状を有する飛翔体の空力係数測定の結果との比較を行った。この先行研究では、先端形状を有する飛翔体に対してマッハ数 1.24 から 7.4 までの飛翔速度で実験を行い、空力係数の測定を行っている。実験は風洞実験と自由飛翔実験の両方で計測している。また、レイノルズ数は $0.8 - 7.5 \times 10^6$ の条件で行い、飛翔速度による空力係数に関する関係を示している。先行研究では四つの飛翔体に関して解析を行っているが、今回は比較として円錐上の飛翔体 (図 B.5(a)) を対象とした。離散化には SLAU2, 高次精度化は UMUSCL 二次精度+Bath and Jespersen limiter を用いた。図 B.5(b) に実験と数値解析の比較を示す。黒のプロットは実験で得られた空力係数である。実験値と解析結果は誤差 5% 以内で一致しており、超音速から極超音速域の飛翔体に対して空力係数を解析することは可能である。

B.3 ピストン衝撃波

レールガンにおいて加速過程で先行衝撃波が発生し、その衝撃波が矩形管内を伝播する。本節では CFD-RBD コードを用いて管内を移動する一次元ピストンとそれによって誘起される衝撃波、膨張波を再現することで解析手法の検証を行う。

図 B.6(a)に一次元ピストン問題の概要図を示す。ピストンが一定速度で x 方向に移動するときピストン前方に一定速度 U_s で移動する衝撃波が発生する。またピストン後面では膨張波が発生し、後方へ伝播していく。衝撃波前方、後方をそれぞれ領域 1, 2 として示す。衝撃波伝播速度 U_s に沿って移動する衝撃波静止座標系で流れ場を考えると衝撃波マッハ数は衝撃波前方の音速 a_1 を用いて以下のように表される。

$$M_s = \frac{U_s}{a_1} \quad (\text{B.3})$$

衝撃波を囲むような検査体積を考えると定常断熱流れを仮定できるため支配方程式は以下のようなになる。

$$\begin{aligned} \rho_1 U_s &= \rho_2 (U_s - u_2) \\ p_1 + \rho_1 U_s^2 &= p_2 + \rho_2 (U_s - u_2)^2 \\ \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{p_1}{\rho_1} + \frac{1}{2} U_s^2 &= \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{p_2}{\rho_2} + \frac{1}{2} (U_s - u_2)^2 \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

上記の三式から衝撃波前後の圧力比とピストンマッハ数に関する以下の式が得られる。

$$\begin{aligned} M_p = \frac{u_2}{a_1} &= \frac{2}{\gamma + 1} \left(M_s - \frac{1}{M_s} \right) \\ \frac{p_2}{p_1} &= \frac{2\gamma M_s^2 - (\gamma - 1)}{\gamma + 1} \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

定常流れを仮定しているためピストンの移動速度 u_p は衝撃波後方の流速 u_2 は等しくなる。よってピストンの移動速度を設定すれば上記の 2 式により衝撃波前後の圧力比が算出できる。

膨張波後方の一様流を領域 3 とする。膨張波は等エントロピー波であるため、波面前後でエントロピーは保存される。よって等エントロピーの関係から領域 1, 3 間の圧力比は以下のように算出される。

$$\frac{p_3}{p_1} = \left(\frac{a_3}{a_1} \right)^{\frac{2\gamma}{\gamma - 1}} \quad (\text{B.6})$$

膨張波のみが存在する場合、リーマン不変量は一定であるため、流速と音速の関係は以下のように表される。

$$\frac{2a_1}{\gamma-1} = u_3 + \frac{2a_3}{\gamma-1} \quad (\text{B.7})$$

衝撃波後方と同様に定常流れのため領域3の流速 u_3 とピストンの移動速度 u_p は一致する。よって、ピストンの移動速度を設定すれば二つの関係式から圧力比が算出される。

支配方程式は三次元圧縮性オイラー方程式を用い、ピストンの移動を重合格子法により再現した(図 B.6(b))。対流項の離散化には AUSM-DV を用い、時間積分法には二段階ルンゲクッタを用いた。管幅は 20 mm とし、格子幅は 0.1 mm に設定した。初期条件には標準大気条件(0.1013 MPa, 300 K)を与え、ピストンが移動開始する瞬間から計算を開始した。ピストンマッハ数 M_p を 0.5–8.0 まで変更し、結果を比較した。

図 B.6(c)に衝撃波、膨張波前後での圧力比を示す。標準大気の膨張限界により $M_p=5.0$ でピストン後方は真空となるため表示していない。衝撃波前後、膨張波前後の圧力比は理論値と計算結果は良い一致を示した。よって、以上の結果より広いピストンマッハ数における管内流れが CFD-RBD コードを用いて再現できることが確認できた。

B.4 剛体運動検証

剛体運動方程式(RBD)の検証のために宍戸[Apd.7]によって行われたクォータニオン(四元数)を用いた機体座標系におけるオイラー角の時間変化との比較を行った。参照した計算では初期条件としてオイラー角 $(\phi, \theta, \psi) = (-30\text{deg}, -20\text{deg}, -10\text{deg})$ 、各方向の角速度 $(p, q, r) = (5 \text{ deg/s}, 10 \text{ deg/s}, 15\text{deg/s})$ を与え、10 s までの時間経過をオイラー角とクォータニオンで示している。本解析の妥当性を示すために第二章で示した物体静止系の剛体運動方程式を使用した結果と、宍戸によって示されたクォータニオンを用いた組み込み関数を実装して計算した計算結果を比較した。

図 B.7 に本解析で用いた手法による結果と宍戸によるクォータニオン計算結果を示す。物体静止系における剛体運動方程式によって計算されたオイラー角とクォータニオンの微分方程式によって計算された結果は一致しており、本解析における剛体運動の妥当性が示された。

B.5 剛体衝突検証

剛体衝突には撃力ベース法を用いた．RBDにおける衝突処理の検証として球の自由落下問題の計算を行った．図 B.8(a)に示すように半径 50 mm の球を重心位置 $(x,y) = (0.0\text{m}, 0.24\text{ m})$ に設置し，重力加速度 9.8 m/s^2 で自由落下させる．球下方に設置された 1 mm の厚さを持つ固定された直方体に衝突させ，反発係数を変化させた際の落下速度変化を比較する．

高さ h_0 から自由落下する質点を考える．反発係数 $e_{\text{rest.}}$ の定義から衝突した際の速度変化は以下の式で表される．

$$e_{\text{rest.}} = \frac{v^+}{v^-} \quad (\text{B.8})$$

エネルギー保存則より衝突前と衝突後の運動エネルギーと位置エネルギーの関係は以下の式のようになる．

$$\frac{1}{2}mv^{-2} = mgh_0 \quad (\text{B.9})$$

$$\frac{1}{2}mv^{+2} = mgh_1 \quad (\text{B.10})$$

よって，以上の三式から

$$e_{\text{rest.}}^2 = h_1/h_0 \quad (\text{B.11})$$

自由落下した質点が地面に衝突するまでの時間は

$$t = \sqrt{\frac{2h_0}{g}} \quad (\text{B.12})$$

衝突した質点が再度最高点に到達する時間も同様に求められる．

$$t = \sqrt{\frac{2h_1}{g}} = e_{\text{rest.}} \sqrt{\frac{2h_0}{g}} \quad (\text{B.13})$$

また，最高点から地面に衝突するまでの時間も同じなので

$$t = \sqrt{\frac{2h_1}{g}} = e_{\text{rest.}} \sqrt{\frac{2h_0}{g}} \quad (\text{B.14})$$

よって， n 回目の衝突後における n 回目地面衝突直後から $n+1$ 回目地面衝突までに要する時間は以下の式で表される．

$$t_n = 2e_{rest}^n \sqrt{\frac{2h_0}{g}} \quad (\text{B.15})$$

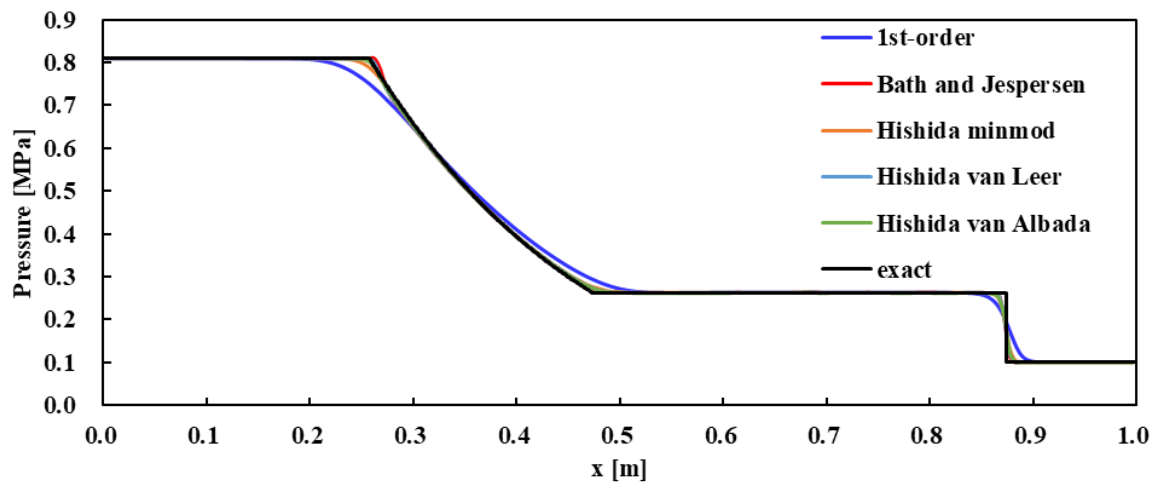
数値計算においては図 B.8(b)に示すように CFD 解析で使用する計算格子を用い、発生する流体力を全て無視し剛体運動のみを解析した。また物体衝突の際の厚さ 1 mm の直方体は衝突判定を発生させるオブジェクトを配置することで再現した。初速度は 0 m/s, 重力加速度は y 方向に 9.8 m/s^2 で解析した。また反発係数は 0.5, 0.75, 1.0 の三種類を計算した。図 B.9 に各反発係数における解析結果と理論値の比較を示す。すべての反発係数において解析結果は良い一致を示し、剛体衝突が CFD-RBD コード上で再現できていることが確認された。

B.6 サボ分離解析における支配方程式の影響

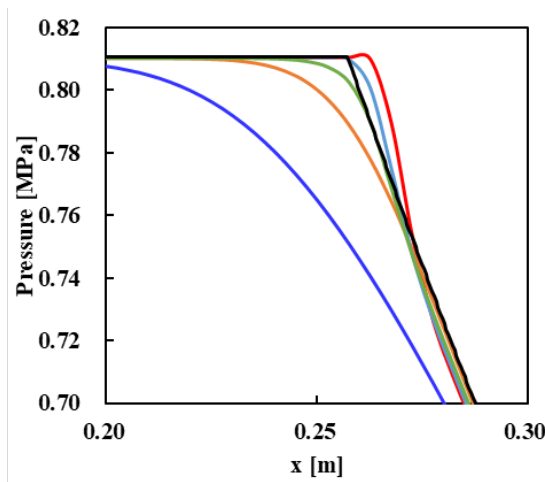
本論において支配方程式に Euler 方程式を使用した。この解析を行うにあたり二次元解析を用いて支配方程式における粘性と乱流の影響を比較した。支配方程式には二次元の Euler 方程式と RANS 方程式(k- ω model[Apd.5])を用いた。

解析対象は三章で用いた Erengil の実験である。飛翔体、サボの詳細な形状は本論を参照されたい。飛翔体・サボ初速度は 2060 m/s, 周囲流体の初期条件は標準大気(0.1013 MPa, 300K)として与えた。

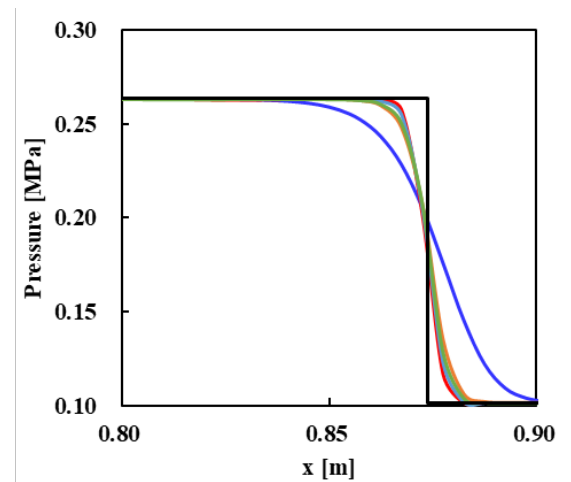
サボ分離軌跡に対する粘性の影響を図 B.10 に示す。サボ分離が完了する 4–5 m まででは支配方程式による影響は小さく、粘性の有無によって分離軌跡は変化しない。図 B.11 にサボに作用する流体力, ピッチングモーメント変化を示す。流体力変化は支配方程式によって大きく変化せず、両支配方程式の結果は定性的に一致している。この解析からサボ分離と軌道は圧力抗力, モーメントに支配されており、粘性抗力による影響は無視できる。



(a) 計算領域全体

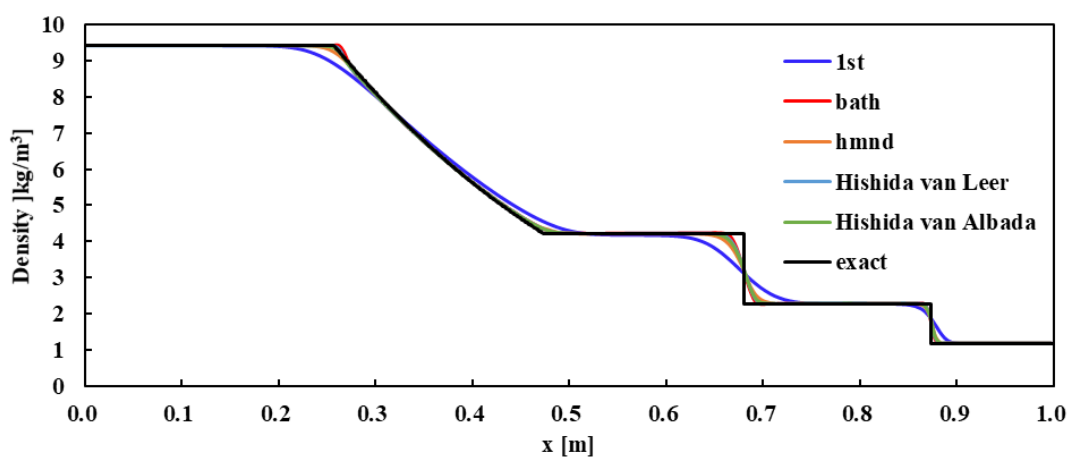


(b) 膨張波頭

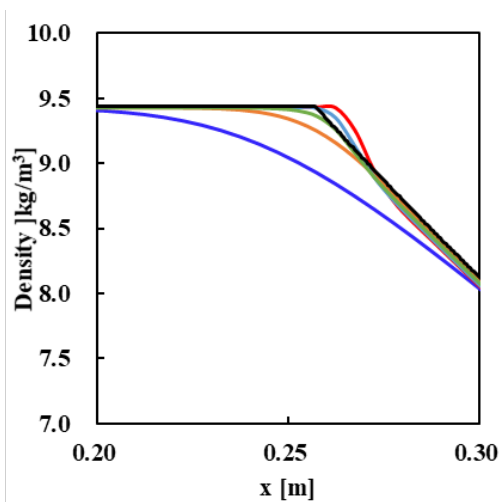


(c) 衝撃波面

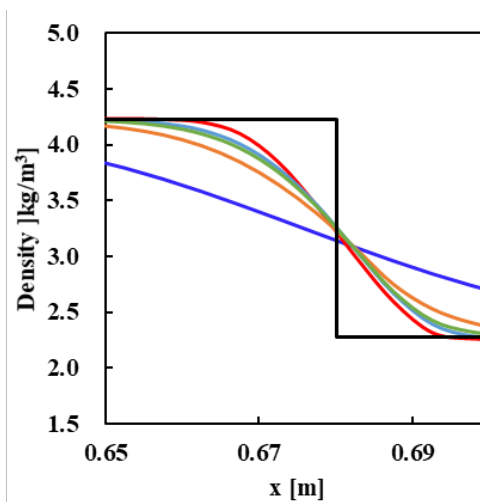
図 B.1 sod 問題における圧力分布



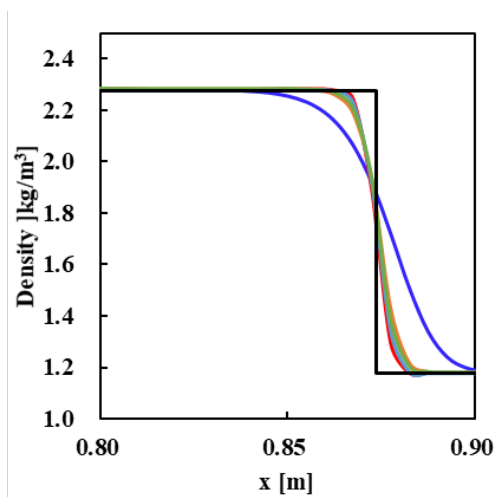
(a) 計算領域全体



(b) 膨張波頭



(c) 接触不連続面



(d) 衝撃波面

図 B.2 sod 問題における密度分布

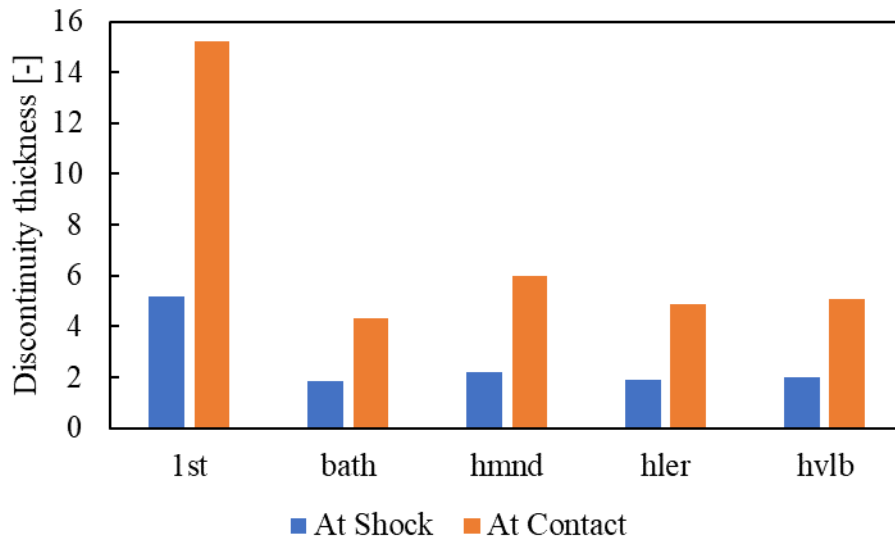


図 B.3 各手法における不連続厚さ

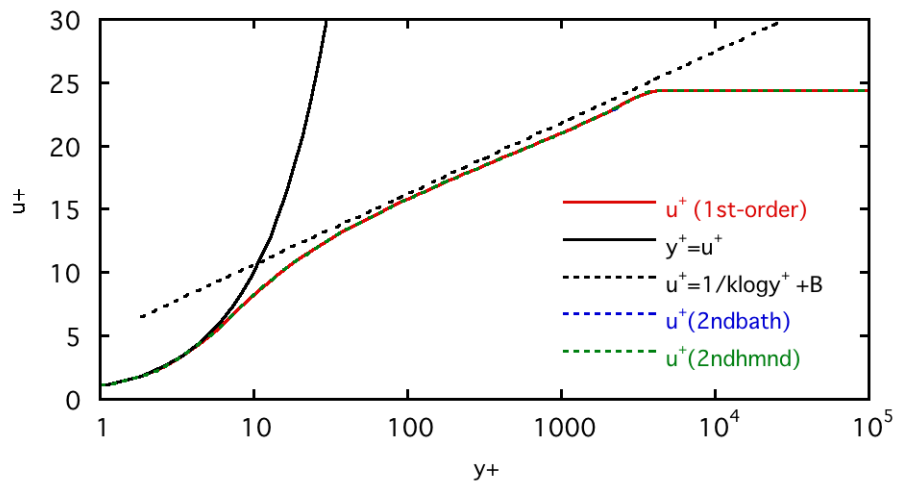
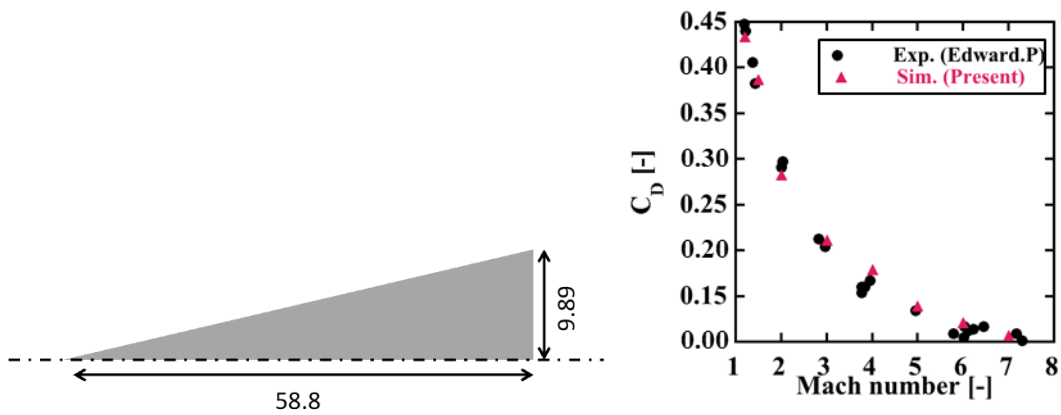


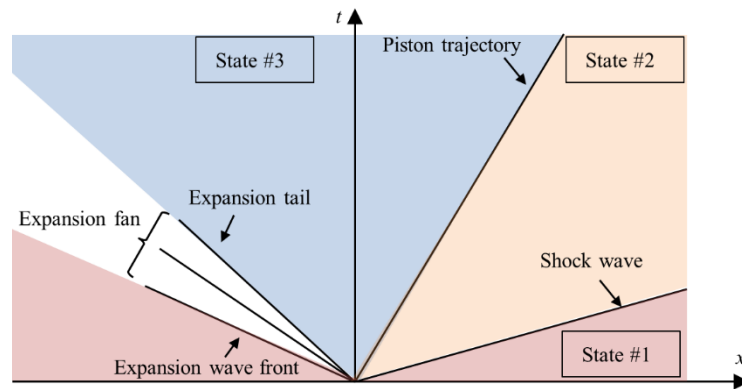
図 B.4 平板境界層問題における壁面垂直方向の u^+ 分布



(a) 計算対象

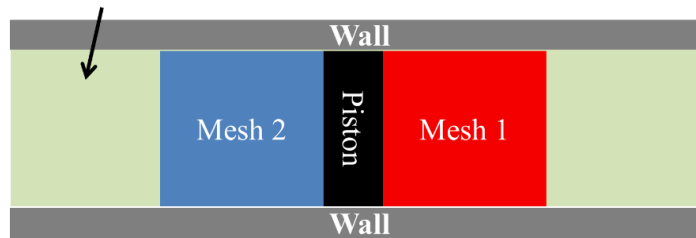
(b) 抗力係数

図 B.5 円錐形飛翔体における抗力係数検証($M = 1.2 - 7.0$)

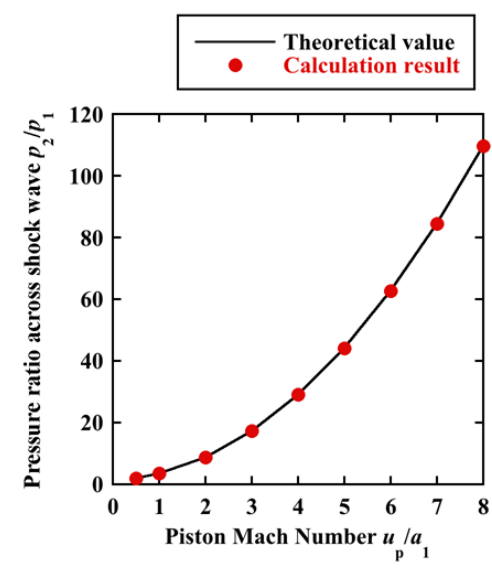


(a) ピストン問題における $x-t$ 線図

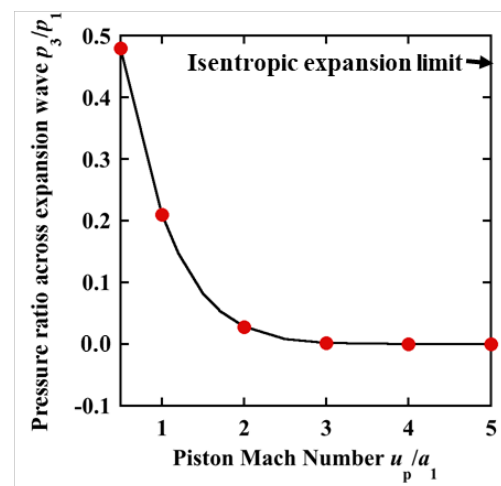
Background mesh



(b) 移動重合格子を用いたピストン問題再現



(c) 衝撃波波面における圧力比



(d) 膨張波前後圧力比

図 B.6 一次元ピストン問題検証

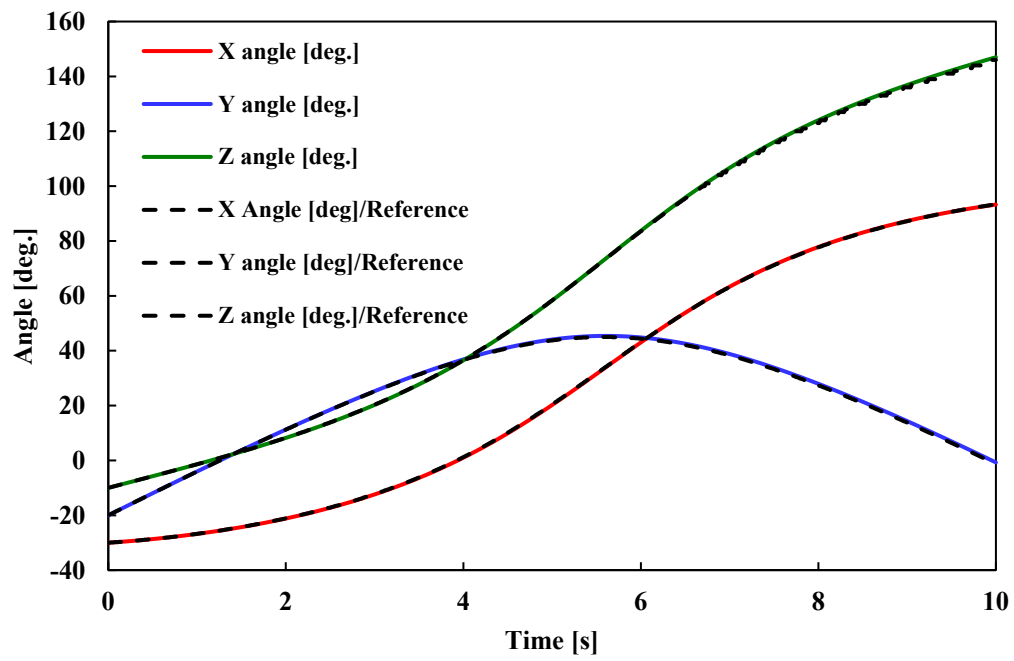
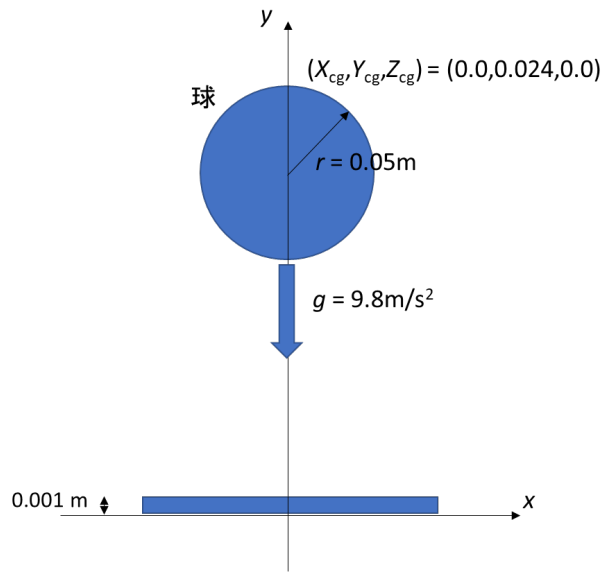
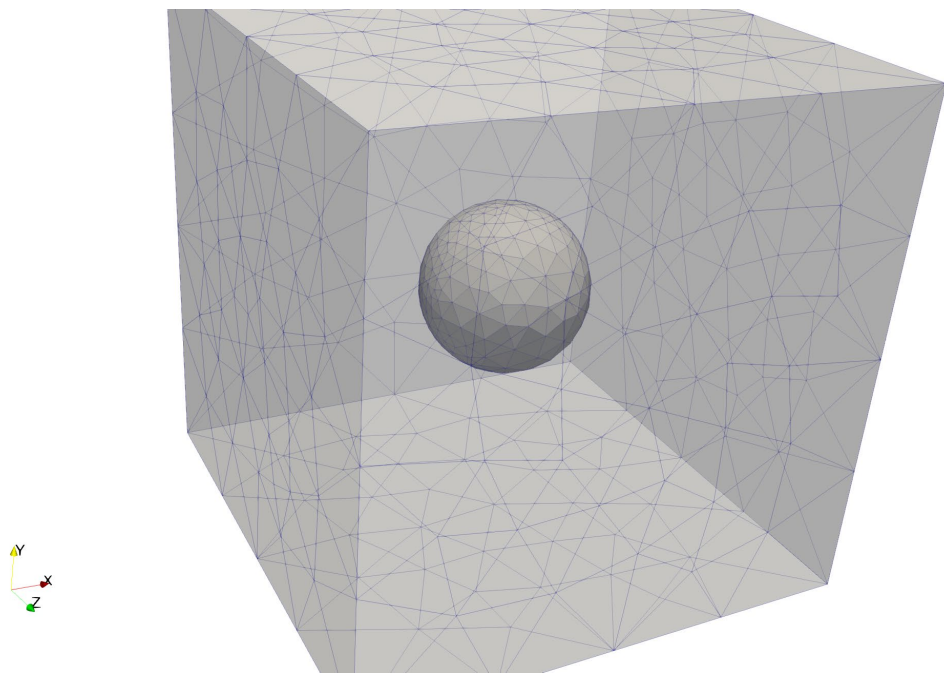


図 B.7 物体静止系における姿勢角変化比較

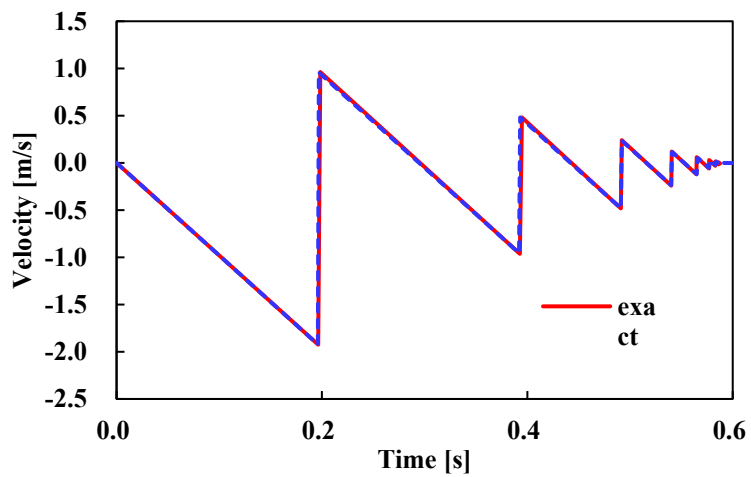


(a) 概要図

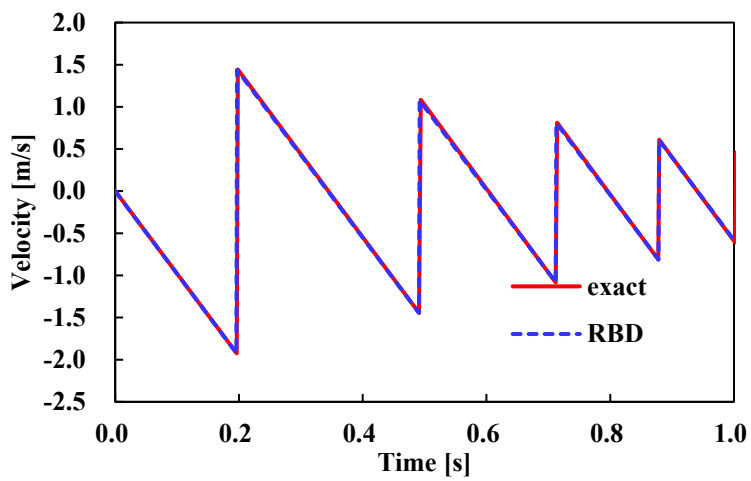


(b) 使用した格子

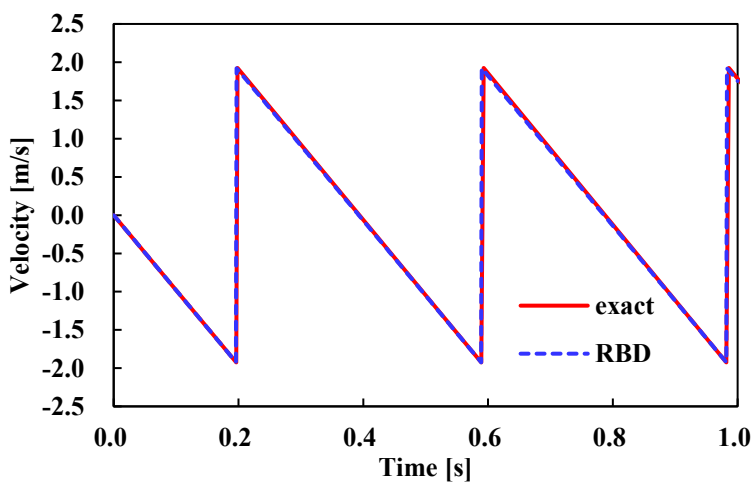
図 B.8 衝突処理検証問題



(a) $e_{\text{rest.}} = 0.5$



(b) $e_{\text{rest.}} = 0.75$



(c) $e_{\text{rest.}} = 1.0$

図 B.9 各反発係数 e_{rest} における衝突処理の解析解と計算結果の比較

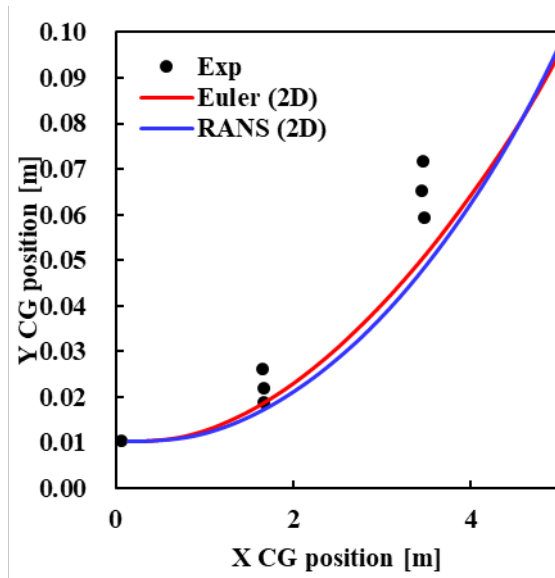


図 B.10 Euler 方程式と RANS 方程式におけるサボ分離軌跡

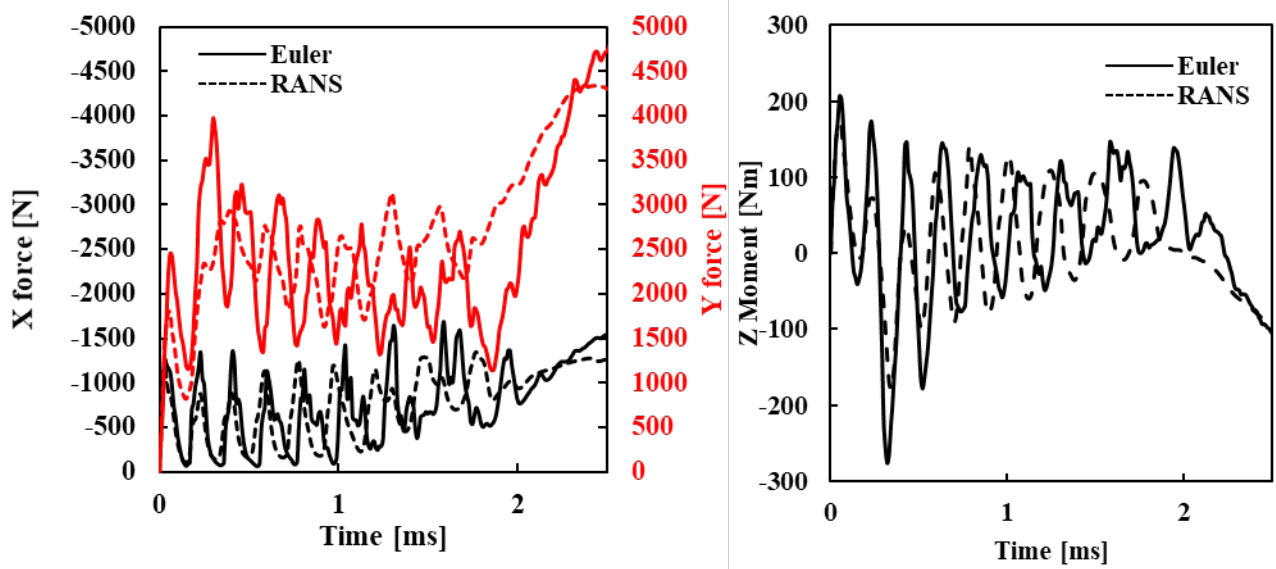


図 B.11 支配方程式におけるサボに作用する流体力とモーメント

付録参考文献

- [Apd.1] Wada, Y., and Liou, M. “An Accurate and Robust Flux Splitting Scheme for Shock and Contact Discontinuities.” *SIAM Journal on Applied Mathematics*, Vol. 18, No. 3, 1997, pp. 633–657. <https://doi.org/10.1137/S1064827595287626>.
- [Apd.2] Darwish, M. S., and Moukalled, F. “TVD Schemes for Unstructured Grids.” *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 46, No. 4, 2003, pp. 599–611. [https://doi.org/10.1016/S0017-9310\(02\)00330-7](https://doi.org/10.1016/S0017-9310(02)00330-7).
- [Apd.3] Barth, T., and Jespersen, D. “The Design and Application of Upwind Schemes on Unstructured Meshes.” 27th Aerospace Sciences Meeting, 1989.
- [Apd.4] 菱田学, 橋本敦, 村上桂一, 青山剛史. “高速非構造 CFD ソルバ FaSTAR における新勾配制限関数.” 第42回流体力学講演会/航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム2010論文集, 2010, pp. 85–90.
- [Apd.5] Wilcox, D. C. “Formulation of the $K-\omega$ Turbulence Model Revisited.” *AIAA Journal*, Vol. 46, No. 11, 2008, pp. 2823–2838. <https://doi.org/10.2514/1.36541>.
- [Apd.6] Perkins, E. W., and Jorgensen, L. H. “Investigation on the Drag of Various Axially Symmetric Nose Shapes of Fineness Ratio 3 for Mach Numbers from 1.24 to 3.67.”, National Advisory Committee for Aeronautics, 1952.
- [Apd.7] 宍戸幹夫. “Matlab によるクォータニオン数値計算.” *Mss技報*, Vol. 19, 2008, pp. 1689–1699.

