論文審査の要旨および学識確認結果

報告番号	甲／乙第　　　号	氏　名	平川 義之輔

論文審査担当者：

主査	慶應義塾大学教授	博士（数理科学）	坂内 健一
副査	慶應義塾大学教授	博士（理学）	栗原 将人
	慶應義塾大学教授	博士（理学）	井関 裕靖
	慶應義塾大学准教授	博士（理学）	田中 孝明

(論文審査の要旨)

学士（理学）、修士（理学）平川義之輔君提出の学位請求論文は、「Uniform construction of non-singular ternary and quaternary homogeneous forms violating the local-global principle（局所大域原理を満たさない３変数及び４変数の非特異斉次形式の一様な構成）」と題し、全５部 23 章（その内、付録２部５章）からなる。

代数方程式の有理数解の存在は、古代ギリシア時代より重要な問題として研究されてきた。代数方程式が１つ１つの素点に対して定義される局所体に解を持ちながらも、大域的な有理数での解を持たないときに、局所大域原理の反例と呼ばれ、整数論的に重要な現象として認識されている。この有理数解の問題は、現代では、有理数体上定義される代数多様体の有理点問題として解釈される。当初は様々な反例が散発的に構成されて来た中、Nguyen（2011）により、n≧2 となる偶数に対して、局所大域原理の反例を与える n 次曲線が無限個構成された。本論文では、曲線と曲面という２つの基本的な場合において、ほとんどの次数 n について、局所大域原理の反例となる無限族の一様な構成を与えている。

論文の第０部は序論であり第１章で局所大域原理の説明、第２章と第３章で、曲線と曲面のそれぞれの場合について、先行研究と主結果が述べられている。本論文の第１部は曲線の場合であり、前半で次数 n が奇数の場合、後半で偶数の場合が扱われている。証明の方針は、Fujiwara (1972)により研究されたある５次曲線の局所大域原理の反例の証明を公理化して、Heath-Brown と Moroz（2002, 2004）の解析数論の結果の帰結として得られるある種の素数の無限性と巧みに組み合わせることで、反例の構成を一般次数に拡張するというものである。第４章と第９章で奇数次・偶数次それぞれの主結果が紹介された後、第５章と第６章および第 10 章で、候補となる曲線の局所点の存在と、ある種の素数の存在から大域的な有理点の非存在が証明され、第７章と第 11 章で奇数次・偶数次の場合に実際の主結果が証明されている。第８章と第 12 章では、この構成方法によって得られる曲線が、特定の次数について具体的に例示されている。第２部では曲面の場合が扱われている。証明の基本方針は、Swinnerton-Dyer（1962）によって研究された円分体に由来する３次曲面に着目し、この場合の手法を用いて、一般次数の反例を構成する、というものである。第 13 章で主結果が述べられ、第 14 章で曲面の特異点について調べられている。第 15 章で局所解の存在、第 16 章で技術的な仮定のもと、大域解の非存在が証明されている。第 17 章で、前章の技術的な仮定を、ある種の素数の大きさの評価に帰着することで、２つ目の主結果が得られている。第 18 章では４次と５次の場合を例として、反例となる曲面の具体的構成が与えられている。付録 A、第 19 章から第 22 章までで、代数的整数論の基本的事実がまとめられ、本論文で利用するある種の体の整数論的性質が調べられている。最後の付録 B 第 23 章では、最初の主結果にまつわる予想について、数値計算が与えられている。

本論文で著者は、局所大域原理の反例となる代数多様体を、曲線と曲面という非常に基本的な場合に対して一様な方法で、ほとんどの次数について反例をいくらでも具体的に構成できるアルゴリズムを新たに生み出している。これらの中には、著者による特筆すべき独創的なアイディア、技術的な工夫が多数含まれている。これらの成果は、国際研究集会でも発表され、当該分野の専門家にも高く評価されている。以上の理由により、本論文の著者は博士（理学）の学位を受ける資格があるものと認める。

学識確認結果	学位請求論文を中心にして関連学術について上記審査委員会で試問を行い、当該学術を含む幅広い分野において、深い学識を有することを確認した。 また、語学（英語）についても十分な学力を有することを確認した。