論文審査の要旨および学識確認結果

報告番号	㊙／乙第　　　号	氏　名	熱田　真大

論文審査担当者：

主査	慶應義塾大学教授	博士（理学）	栗原　将人
副査	慶應義塾大学教授	博士（理学）	井関　裕靖
	慶應義塾大学教授	博士（数理科学）	坂内　健一
	慶應義塾大学准教授	博士（理学）	田中　孝明

(論文審査の要旨)

学士(理学), 修士(理学) 熱田真大君提出の学位請求論文は, 「Iwasawa theory for the 2-components of ideal class groups (イデアル類群の 2 成分に関する岩澤理論)」と題し, 全 5 章からなる.

岩澤理論は 20 世紀後半に大きく発展して, 整数論のさまざまな問題に応用され, 整数論の重要な一分野となった. 岩澤理論では, 素数 p を固定して, 数論的対象物の p 成分を Zp 拡大のような無限次拡大の中で考察する. 岩澤理論は世界中で盛んに研究されているが, ほとんどの論文では素数 p は 2 ではない, という仮定のもとに理論が構築されている. その理由は, p=2 の場合には対象が非常に特殊な振る舞いをすることによって, 例外として扱わざるを得ないためである. 簡単なところから述べると, 有理数体に 1 の p 冪乗根をすべて添加した体の Galolis 群は p=2 のときのみ p 冪のねじれ元を持つ. また, Galois 群が作用する Zp 加群を考えるとき, p=2 の場合のみ複素共役による固有空間分解ができない. もう少し岩澤理論的な性質を述べると, CM 体のイデアル類群のマイナス成分から作られる岩澤加群は p=2 のときのみ非自明な有限ねじれ加群を持つ場合がある. このように, p=2 に対する岩澤理論は, あまりにも例外的なことが頻発して, 今まで詳しい研究が行われて来なかった. 熱田真大君による本学位請求論文では, p=2 の場合のイデアル類群に関する岩澤理論が, 精密で注意深い考察によって構成されている.

論文の第 1 章は序論であり, 古典的岩澤理論の紹介と, 本論文で得られた主定理が述べられている. 第 2 章は準備であり, イデアル類群や Galois 群からできる岩澤加群, 岩澤主予想, 岩澤理論の精密化について概説されている.

第 3 章では, CM 体の岩澤加群のマイナス商に対して, その最大有限部分加群の Abel 群としての構造が決定されている. この方面でこれまで知られていたのは, Ferrero による虚 2 次体の場合だけだったので, 本論文の結果は Ferrero の結果を大きく一般化したことになる. 本論文では, 一般の Selmer 群の非自明有限部分加群の非存在に関する Greenberg の最近の定理を用いて, この結果を得ている.

第 4 章では, 岩澤理論で最も基本的で重要な岩澤主予想が p=2 の場合に, 岩澤 μ 不変量が消えるという仮定の下で証明されている. A. Wiles は奇素数に対して岩澤主予想を証明し, p=2 のときにも岩澤不変量に関する仮定の他に p 進 L 関数が自明零点を持たないという仮定のもとに岩澤主予想を証明していたので, ここではこの自明零点に関する仮定をはずすことが問題となる. 本論文では, 降下理論を注意深く適用することによって, このことを達成した. 著者によるこの定理によって, 今まで多くの研究者が研究してきた同変岩澤主予想も p=2 の場合に証明することができる. このようにこの定理は, 今後多くの場面で使われることが期待される.

第 5 章では, 第 3 章と第 4 章の結果を用いて, 総実代数体 k 上の CM 体 K で K/k が巡回拡大のときの K のイデアル類群の 2 成分のマイナス成分の Fitting イデアルを Stickelberger 元を用いて完全に記述している. p=2 の場合は第 4 章のように岩澤加群が非自明有限部分加群を持つので, p が奇素数のときに知られていた従来の方法は使えない. 本論文の著者は, 岩澤加群の有限部分加群の影響も考慮して Fitting イデアルを計算し, 類数公式の 2 冪成分や Hasse の単数指数なども考慮して, この定理の結論を得ている. この結果は Greither の結果の一般化になっている. 少なくとも巡回拡大の場合には, イデアル類群の Fitting イデアルに関して, 奇素数の場合と同じ結果が得られるというのは, 大変興味深い結果である.

以上のように本論文において著者は, 今までほとんどの研究者がその困難のために避けてきた p=2 に対する岩澤理論の基本的な問題を解決し, 整数論に大きな進歩をもたらした.

以上の理由により, 本論文の著者は博士(理学)の学位を受ける資格があるものと認める.

学識確認結果	学位請求論文を中心にして関連学術について上記審査委員会で試問を行い, 当該学術を含む幅広い分野において, 深い学識を有することを確認した. また, 語学（英語）についても十分な学力を有することを確認した.