

# 無限個のコヒーレント状態の識別について

2018年4月

川久保 龍一郎

# 主 論 文 要 旨

報告番号	㊦ 乙 第	号	氏 名	川久保 龍一郎
主 論 文 題 名： 無限個のコヒーレント状態の識別について				
(内容の要旨)				
<p>古典力学では、状態は相空間の一点で代表される。そしてそのような古典状態は互いに識別可能であると前提されている。この意味で古典力学における状態識別問題は自明である。古典状態をコヒーレント状態で置き換え、また識別性を量子測定理論に基づいて適切に定義することにより、量子力学においても同様の問題を立てることができる。本論文の主題はこのようにして得られるコヒーレント状態の識別問題である。特に識別される候補状態が無限個ある場合を議論した。本論文は4つの章からなる。</p> <p>第1章では、量子測定理論の枠組みを既存研究に基づいて概説した。</p> <p>第2章と第3章は、状態識別法の一つである unambiguous discrimination についての一般論に充てた。以降、単に識別と言えば unambiguous discrimination を指すものとする。この識別に関する先行研究では、候補状態の個数は有限と仮定されてきた。本論文では候補状態が無限個ある場合にまで議論を一般化した。第2章では、まず、識別性を程度に応じて二つに分けて定義した。単なる識別性と一様識別性である。この二つは、無限個の候補状態を取り扱うにあたってはじめて区別されるようになる。次に可算個のベクトル状態について、識別性の基準を明らかにした。一方には識別可能であるという状態の測定論的性質があり、他方に一次独立性に類するベクトルの数学的性質がある。識別性の基準はこれらの同値性を示すものである。さらに物理系が可分ヒルベルト空間で記述される通常の場合下では、非可算無限個の状態が識別不能であることも示した。第3章では、最適な識別を考察した。まず、識別成功確率の最大値を与える公式とその最大値に達する測定を与えた。次に、最適な識別が被測定系にもたらす擾乱についても議論した。</p> <p>第4章では、前章までの議論を踏まえてコヒーレント状態の識別を論じた。有限個のコヒーレント状態は先行研究の結果により識別可能である。また非可算無限のコヒーレント状態は第3章の結果により直ちに識別不能と分かる。残った可算無限個の場合については、例として von Neumann 格子を取り上げた。von Neumann 格子は古典的相空間の格子点に対応するコヒーレント状態の組である。この格子の既知の数学的性質と第3章で示した識別性の基準により、Planck 定数の新たな測定論的特徴づけを得た。この格子は基本領域の面積が Planck 定数より大きい小さいかに応じて一様識別可能または識別不能となる。</p> <p>以上のように、本論文では無限個の状態の識別問題を新たに論じ、一般論と具体例の両者において厳密な結果を得た。特に無限個のコヒーレント状態からなる von Neumann 格子についての結果は、古典力学と量子力学の違いを識別性の観点から明らかにするものである。</p>				

# Thesis Abstract

Registration Number	<input checked="" type="checkbox"/> "KOU" <input type="checkbox"/> "OTSU" No. <span style="float: right; font-size: small;">*Office use only</span>	Name	Ryuichiro Kawakubo
<b>Thesis Title</b> On the discrimination of infinitely many coherent states			
<b>Thesis Summary</b> <p>A classical state can be represented by a single point in the phase space and such states are, in principle, distinguishable each other. In this sense, the state discrimination problem is trivial in classical mechanics. We can formulate a similar problem in quantum mechanics by replacing classical states with coherent states and by defining the distinguishability of quantum states based on quantum measurement theory. The subject of this paper is the quantum state discrimination problem formulated in this manner. In particular, we considered the problem involving infinitely many states.</p> <p>In Chapter 1, we reviewed the framework of quantum measurement theory based on existing research.</p> <p>In Chapters 2 and 3, we developed a general theory of unambiguous discrimination. Unambiguous discrimination is a strategy of quantum state discrimination, which has been studied under the assumption that the number of (candidate) states is finite. We generalized the theory to the case of infinitely many states. In Chapter 2, we introduced two types of distinguishability of states, that is, "distinguishability" and "uniform distinguishability". They are different only when the number of states is infinite. Then, we derived criteria for countably many vector states to be distinguishable. The criteria establish the equivalence between the measurement-theoretic properties of vector states and the mathematical properties of the corresponding vectors, which are akin to the linear independence. In Chapter 3, we considered optimal discriminations. We gave the formula that gives the maximum value of the least discrimination probability. We also considered the disturbance on the measured system caused by optimal discrimination.</p> <p>In Chapter 4, we discussed the discrimination of coherent states. Finitely many coherent states are always uniformly distinguishable, which was proved based on the existing research. On the other hand, uncountably many coherent states are indistinguishable from the general argument in Chapter 2. Hence, we are interested in the countably infinite case. We presented such examples of coherent states, including von Neumann's lattice. The lattice consists of coherent states corresponding to all lattice points in the classical phase space. Combining the known properties of the lattice and the criteria of distinguishability in Chapter 2, we showed that the distinguishability of the lattice depends on whether the area of the fundamental region is larger than Planck's constant or not. This gives a new measurement-theoretic meaning of Planck's constant.</p> <p>In conclusion, we considered the state discrimination problem involving infinitely many states and obtained rigorous results both in the abstract theory and in concrete examples. In particular, the result on von Neumann's lattice, which consists of infinitely many coherent states, sheds light on the difference between classical and quantum mechanics.</p>			