

**Parameter Estimation of
Simultaneous Spatial Autoregressive Model**

August 2017

Yuuki RIKIMARU

主 論 文 要 旨

報告番号	㊦ 乙 第 号	氏 名	力丸 佑紀
<p>主 論 文 題 名 : Parameter Estimation of Simultaneous Spatial Autoregressive Model (同時空間自己回帰モデルのパラメータ推定)</p>			
<p>(内容の要旨)</p> <p>本論文は、空間の格子点上のデータに対する代表的なモデルの一つである同時空間自己回帰モデル(simultaneous spatial autoregressive model)のパラメータ推定に関する研究成果をまとめたものであり、本文4章から成る。中心課題は、弱定常性と正規性の仮定のもとでの、最尤法による効率的で漸近有効なパラメータ推定法の確立である。第一章は空間データとそれに対するモデルを紹介した後、同時空間自己回帰モデルのパラメータ推定に関係する既存の研究をまとめている。また、空間自己回帰モデルにおける弱定常性の必要十分条件の証明を与えている。第二章では、空間領域で表現された新しい近似対数尤度を提案する。その1つ目のポイントは、自己共分散行列を観測値から誤差への変換行列に巡回性を導入した上で近似したことである。その計算は行列演算のみで済むため、いくら多次元になってもパラメータ数が増えても計算の複雑さが増すことはない方法である。2つ目のポイントは観測値の二次形式に収縮率を導入したことである。収縮率の導入により、この近似対数尤度を最大化することによって得られる推定量は一致性、漸近有効性をもつ、つまり最適な推定法であることを証明している。また、独自に開発した乱数生成法により、従来の推定法と比較した結果、比較的少数のデータでもより精度のよい推定が得られることも示されている。第三章は、2次モーメントからだけでは同時空間自己回帰モデルがいつでも同定可能ではないことが、パラメータ推定に関して大域的な問題を引き起こすことを明らかにしている。最尤解が複数存在するだけでなく、それらが重複度を持つときには、フィッシャー情報量行列が非正則になり、パラメータが推定不可能となることを証明している。さらに本章では、フィッシャー情報量行列が正則となるための必要十分条件をいくつか導出し、推定したパラメータが信頼できるかチェック可能としている。また、同時空間自己回帰モデルの下位モデルである一方向モデルや対称モデルでは同定可能性の問題が起きないことを証明している。第四章は結論であり、本論文の結果をまとめるとともに、その結果に関連した残されたいくつかの課題について述べている。また、別タイプの空間自己回帰モデルである条件付き空間自己回帰モデルの場合にも同様な推定法を発見できるか、同定可能性の問題が起きるのか、今後の残された課題の一つであることを述べ締めくくっている。</p>			

Thesis Abstract

No. _____

Registration Number	<input checked="" type="checkbox"/> "KOU" <input type="checkbox"/> "OTSU" No. _____ *Office use only	Name	RIKIMARU, Yuuki
Thesis Title Parameter Estimation of Simultaneous Spatial Autoregressive Model			
Thesis Summary <p>Simultaneous spatial autoregressive model is one of models frequently used for spatial data observed at a lattice on a space. An approximation on space domain of the log-likelihood of simultaneous spatial autoregressive model is proposed. It is proved that the estimation procedure so as to maximise the approximation provides us a consistent and asymptotically efficient estimator under the assumption that the underlying process is weakly stationary. Simultaneous spatial autoregressive model is however not always identifiable. The non-identifiability causes not only problem in finding a global solution of the maximum likelihood equation but also non-estimable problem in the estimation. It is shown that several types of sub-models of the simultaneous spatial autoregressive model are effective to avoid such a non-identifiability problem. Chapter 1 is a brief introduction to spatial data and its model. Various models including simultaneous spatial autoregressive model are introduced together with the parameter estimation procedure ever proposed. A handy weak stationarity condition for spatial autoregressive model is also given with the proof. In Chapter 2 an approximation on space domain to the log-likelihood of the model is proposed. It looks a mimic to that for time series autoregressive model but several new ideas will be introduced to accommodate simultaneous spatial autoregressive model. One is to modify the translation matrix of observations to errors to be a circulant matrix. The other is an introduction of shrinkage factor to the quadratic form of observations to retain the asymptotic efficiency of the estimator which maximises the approximation. It is in fact proved that the estimator based on this new approximation is consistent and asymptotically efficient. The result of random number experiments supports that the estimation procedure provides us estimates which have less bias and variance than the another procedure even if the number of observations is small. An effective random number generation algorithm is also developed. In Chapter 3, it is shown that simultaneous spatial autoregressive model is not always identifiable for the given 2nd moments. This implies that there could be multiple global solutions of the maximum likelihood equation. It is also shown that Fisher information matrix could become singular if some of models were overlapped which share the same 2nd moments. The singularity of Fisher information matrix dose not only destroy the asymptotic efficiency of the estimator but also results in non-estimability of some of parameters or the instability of the solution of the maximum likelihood equation. This suggests that we need to check if the Fisher information matrix is singular or not when the parameters are estimated. Several types of necessary and sufficient conditions are given for the check. Also it is shown that unilateral or symmetric sub-model of simultaneous spatial autoregressive model is free from such a non-identifiability problem. Chapter 4 is concluding remarks of this thesis. Summarising the results in this thesis, several problems left for future works are raised.</p>			