# Coupled Nonlinear Dynamics of Bubble and Bubble Cluster Oscillations

March 2017

SUGITA, Naohiro

## 主 論 文 要 旨

報告番号 甲 第 号 氏名 杉田 直広

主論 文題 目:

Coupled Nonlinear Dynamics of Bubble and Bubble Cluster Oscillations (気泡および気泡群の振動における非線形連成動力学)

#### (内容の要旨)

音響場におけるキャビテーション気泡の振動現象は、気泡の音響放射が周囲境界に与える干渉効果を利用して、洗浄技術、医療診断および治療技術などに用いられている。音波照射を受ける気泡の振動は、気泡の体積振動と並進運動が連成する非線形力学系であり、さらに複数の気泡間および気泡と境界壁の連成により複数の時間スケールを持つ多自由度系となる。したがって、超音波技術における気泡振動の効率的な援用には、気泡群がなす連成系の非線形解析が必須である。本研究では、音響場中の気泡振動が示す動作特性の高度化を目指し、二つの球形気泡の連成振動における分岐現象の非線形解析、気泡クラスタの実験観察と並進運動のモデリング、および弾性壁と干渉する単一気泡の連成数値解析を行う。

第1章は緒言であり、本研究の動機と目的、先行研究について述べる.

第2章では、気泡振動の非線形性に起因して気泡群の連成振動系に現れる分岐現象の解明を目的とし、音響放射により連成振動を行う二つの球形気泡に関する非線形解析を示す。多重時間尺度法を用いた非線形モード解析により定常応答の振動振幅および位相の安定解を導出し、定常解の分岐構造を明らかにする。特に、二気泡の平衡半径が同程度である場合の非線形ノーマルモードに対称性崩れの分岐が発生し、特定の範囲の周波数と気泡間の距離において一方の気泡に振動エネルギーが局在化する定常解が存在することを明らかにする。

第3章では、複数の気泡が群をなした気泡クラスタの並進運動に関する実験観察と並進運動の線形理論との比較を示す。まず、高速度カメラを用いて撮影した画像から気泡クラスタの並進運動の軌跡を算出する。つぎに、単一球形気泡の並進運動を記述する古典理論を気泡クラスタの並進運動に拡張し、実験結果との比較を行う。その結果、観察された数 mm 程度の気泡クラスタでは、線形理論から見積もった第2Bjerknes力と気泡クラスタを球形とみなした場合の付加質量およびクラスタ自身の質量に由来する慣性力とのバランスによって運動が記述できることを明らかにする。

第4章では、気泡振動と弾性壁の変形を連成させた数値解析により、弾性壁の厚さが気泡の並進運動に与える影響を議論する。気泡周囲はポテンシャル流れとし、境界要素解析に用いるための境界積分方程式の導出を行う。一方、気泡近傍の壁は線形等方弾性体とし、自由振動の固有値解析によりノーマルモードの固有関数と固有振動数を壁厚さの関数として求める。さらに、弾性体を非圧縮性と仮定し、壁面の変位に関する運動方程式を導出して有限要素法による定式化を行う。その結果、壁面の変形が大きいほど気泡に作用する第2Bjerknes 力が減少し、壁厚さが小さい場合には弾性体の表面波を考慮する必要があることを明らかにする。

第5章は結言であり、各章の結果をまとめ、本研究の成果および課題を要約する.

### SUMMARY OF Ph.D. DISSERTATION

School	Student Identification Number	SURNAME, Given name
Integrated Design Engineering		SUGITA, Naohiro
Title  Coupled Nonlinear Dynamics of Bubble and Bubble Cluster Oscillations		

#### Abstract

The dynamics of an oscillating bubble in an acoustic field has been employed in a wide range of engineering and medical applications. The key mechanism is activity of bubble oscillations interacting with an external driving sound pressure. The behavior of oscillating bubbles is interpreted as a coupled nonlinear dynamical system, where individual bubbles are mutually coupled with neighboring bubbles and wall boundaries via an acoustic radiation. Therefore, there is a need to understand the coupled dynamics of such a bubble cluster for effective and advanced operation of oscillating bubbles in practical applications. The main aim of this thesis is to investigate the coupled bubble-bubble and bubble-wall dynamics in an acoustic field. The present thesis contains nonlinear modal analysis of bifurcation structures of coupled two-bubble oscillation, experiment and modeling of translational dynamics of an oscillating bubble cluster and numerical simulation of coupled oscillations between a bubble and its neighboring elastic wall.

In Chapter 1, an introduction to the bubble oscillation, the objective of this this and relevant studies are presented.

Nonlinear modal analysis of coupled oscillation of two spherical bubbles is presented in Chapter 2. Analytical expressions of nonlinear normal modes (NNMs) and steady-state oscillations are derived and underlying bifurcation structures are discussed. For the case of equally-sized bubbles, symmetry-breaking bifurcations arise in the NNMs, leading to energy localized oscillation.

Chapter 3 is devoted to experiment and modeling of translational dynamics of an oscillating bubble cluster. The translational motion of the oscillating bubble cluster is experimentally observed by a high-speed camera and the trajectory of the cluster motion is computationally calculated from the recorded images. The classical theory of the translational dynamics of a single bubble is extended to a bubble cluster and compared with the experimental result. For a millimeter sized bubble cluster observed in the present experiment, the translational dynamics is described by the force balance between the classical expression of the secondary Bjerknes force and the cluster inertia from the cluster mass and added mass of the spherical cluster.

In Chapter 4, coupled oscillations between a bubble and an elastic wall are numerically explored, and effects of the wall thickness on the translational bubble dynamics are discussed. Assuming the ambient fluid undergoes a potential flow, a set of boundary integral equations for use of boundary element formulation is derived. An eigenvalue analysis of linear isotropic elastodynamics of the elastic wall is performed to obtain eigenfunctions and eigenfrequencies of normal modes. Additionally, the equation of motion of its normal modes (i.e., the equation of motion of the solid surface) is derived for the case of incompressible elasticity. It turns out that the secondary Bjerknes force acting on the oscillating bubble is suppressed by the surface oscillation of the elastic wall with a thin wall thickness. It can therefore be concluded that the surface deformation of the elastic wall and its finite thickness should be incorporated in the elastic boundary model for describing the bubble translational dynamics.

Concluding remarks and future work are summarized in Chapter 5.