

## 論文審査の要旨および学識確認結果

報告番号	甲 第 号	氏 名	野村 次郎
論文審査担当者：	主査	慶應義塾大学教授	博士(理学) 栗原 将人
	副査	慶應義塾大学教授	理学博士 前田 吉昭
		慶應義塾大学准教授	博士(理学) 坂内 健一
		慶應義塾大学専任講師	博士(理学) 田中 孝明
<p>(論文審査の要旨)</p> <p>学士(理学)、修士(理学) 野村次郎君提出の学位請求論文は、「Arithmetic of non-abelian Galois extensions (非可換ガロワ拡大の数論)」と題し、全5章からなる。</p> <p>Gauss, Kummer, Stickelbergerらにより19世紀に作られた円分体の整数論における重要な成果の一つとしてStickelbergerの定理というものがある。これは、Stickelberger元がイデアル類群を消す、というもので、このStickelberger元はゼータ関数から作られる元であることが今ではわかっている。この定理を総実代数体上のCM拡大に一般化する試みが今までいろいろとなされてきたが、考える対象は常にAbel拡大であった。しかし数年ほど前から、非Abelな拡大、すなわち非可換なGalois群を持つ拡大に対しても、この現象を一般化する理論が作られ始めてきている。特に、非可換拡大に対しても、Stickelberger元を修正したものがイデアル類群を消す、という予想が作られている。野村次郎君による本論文は、いくつかの場合にこの予想を証明したものである。</p> <p>第1章は序論であり、19世紀のDirichletの類数公式以来、ゼータ値と数論的对象物についてどのような関係が知られているかを述べ、最近のドイツのA. Nickelによる非可換理論、特に非可換Brumer予想、非可換Brumer-Stark予想について説明している。第2章で非可換な群環についての準備をした後、第3章では、イデアル類群、Selmer群のような数論的对象物を非可換なGalois群が作用する加群と考えたとき、どのような群環の元がそのような数論的对象物を消すことができるか、についての一般論を述べている。第4章では非可換Galois群が作用するイデアル類群についてのNickelの予想と、その中間の拡大体の通常のBrumer-Stark予想との間の関係を調べている。このことを使って、Galois群が2面体群のとき、4元数群のとき、4次交代群と2次巡回群の直積のときにNickelの予想を解決している。第5章では、Abel多様体のSelmer群に対して、Birch Swinnerton-Dyer予想を始めとするいくつかの予想を仮定した上で、Galois群が2面体群のときに、L関数の値から作られる群環の元がSelmer群を消す、ということを実証している。</p> <p>非可換拡大に対するNickelの予想は、今まで非可換岩澤主予想を経由する方法でしか証明されていなかった。したがって、岩澤理論がうまくいく仮定である<math>\mu=0</math>、および素数<math>p</math>に対する<math>p</math>成分を考えるときに<math>p</math>が奇素数であるなどの仮定が必要であった。しかし、本論文における野村君の結果は、岩澤理論は使わず、したがって無限次拡大は用いず、類数公式を中心とする有限次拡大の議論のみを用いるものである。このことにより、Nickelの予想を<math>p=2</math>の場合もこめて初めて証明することに成功した。また、<math>\mu=0</math>などの岩澤理論的仮定が必要ない定理が得られた。さらに、予想に現れる素点の有限集合<math>S</math>は分岐素数を必ず含むとNickelは仮定しているのだが、本論文の結果は、必ずしもこの条件がなくてもイデアル類群を消すという性質が得られることを示している。また具体的に、位数12の2面体群をGalois群に持つ代数体の拡大のイデアル類群のGalois加群の様子をたくさん具体例に対して調べ、イデアル類群を消す、というこの現象をわかりやすく説明している。以上の結果は、非常に興味深いものであり、国際的に注目されている。特に、この非可換理論の創始者であるA. Nickelは本論文の結果を高く評価している。</p> <p>以上のように、本論文において著者は、今まで知られていなかったいくつかの場合に、A. Nickelによる非可換Brumer-Stark予想が成立することを、今までとは全く違う方法で証明し、国際的に注目される結果を得ている。これらの結果は、この新しい非可換理論の発展に大きく寄与する結果であると言える。以上の理由により、本論文の著者は博士(理学)の学位を受ける資格があるものと認める。</p>			
学識確認結果	学位請求論文を中心にして関連学術について上記審査委員会で試問を行い、当該学術に関し広く深い学識を有することを確認した。 また、語学(英語)についても十分な学力を有することを確認した。		