

モデルに基づくリチウムイオン二次電池の 充電率推定に関する研究

2013 年度

馬 場 厚 志

主 論 文 要 旨

報告番号	○ 甲 乙 第	号	氏 名	馬場 厚志
主 論 文 題 目： モデルに基づくリチウムイオン二次電池の充電率推定に関する研究				
(内容の要旨) 本論文では、リチウムイオン二次電池を安全かつ高効率に使用するための、リチウムイオンの拡散現象を考慮したリチウムイオン二次電池モデルと UKF (Unscented Kalman Filter) を用いた電池の充電率 (State Of Charge, SOC) と対数化したパラメータの同時推定法 (対数化 UKF による SOC とパラメータの同時推定法) について述べる。 第 1 章では、本論文の目的について述べる。第 1 の目的はリチウムイオン二次電池の SOC をモデルに基づいて推定するためのリチウムイオンの拡散現象を考慮した電池モデルの提案である。第 2 の目的はリチウムイオン二次電池を安全かつ高効率に使用するための SOC や内部インピーダンスを非線形カルマンフィルタを用いて同時推定する手法の提案である。 第 2 章では、関連用語の定義と従来研究のサーベイを行い、本論文で提案する拡散現象を考慮したリチウムイオン二次電池モデルと対数化 UKF による SOC とパラメータの同時推定法の新規性を確認する。 第 3 章では、提案法の準備として、線形等価回路モデルと 2 段階の線形カルマンフィルタを用いたシリーズカルマンフィルタ法による SOC 推定について述べる。 第 4 章では、SOC の推定に用いる電池の等価回路モデルについて述べる。本論文で提案する拡散現象を考慮したリチウムイオンイオン電池モデルは、リチウムイオンの拡散現象を表すワールブルグインピーダンスを近似していることに特徴がある。この電池モデルは、物理的な意味付けがしやすく、推定すべき未知パラメータの数が少ないという利点がある。パラメータ感度解析を通じて、拡散現象を考慮したリチウムイオン二次電池モデルの有用性を示す。 第 5 章では、SOC と内部インピーダンスの同時推定法について述べる。本論文で提案する対数化 UKF による SOC とパラメータの同時推定法は、UKF を用いた状態とパラメータの同時推定問題において、未知パラメータを対数化して推定する点に特徴がある。この方法には、UKF の計算における数値的安定性が高まり、パラメータ推定値が必ず正になるという利点がある。また、実際の電池のパラメータ (内部抵抗) の分布に近くなるという効果もある。電気自動車を使った走行実験のデータを用いた様々なシミュレーションによって、対数化 UKF による SOC とパラメータの同時推定法の有用性が示された。 第 6 章では、本論文をまとめる。提案法を用いればリチウムイオン二次電池以外の電池にも適用可能であると考えられる。				

SUMMARY OF Ph.D. DISSERTATION

School Fundamental science and technology	Student Identification Number	SURNAME, First name BABA, Atsushi
Title Model-based Estimation of State Of Charge of Lithium-ion Secondary Battery		
Abstract This thesis proposes a Lithium-ion battery model in consideration of diffusion phenomena and a simultaneous estimation method for the State Of Charge (SOC) and the log-normalized parameters of the battery using Unscented Kalman Filter (UKF). In the first chapter, two purposes of the proposed method in this thesis are described. One purpose is proposing a Lithium-ion battery model in consideration of diffusion phenomena for the model-based SOC estimation. The other purpose is simultaneously and accurately estimating SOC and internal impedances to improve safety and efficiency of the battery. In the second chapter, some related terminologies are defined, previous studies in this field are surveyed, and the novelty of the proposed method is verified. In the third chapter, an SOC estimation method using a linear equivalent circuit model and a cascaded combination of two Kalman filters are described for the preparation of the proposed method. In the fourth chapter, the Lithium-ion battery model in consideration of diffusion phenomena is proposed. This model includes linearized Warburg impedance which represents diffusion of Lithium-ions. Two of its merits are that it is based on electrochemical phenomena and that it is expressed by relatively small number of unknown parameters. The model's effectiveness is verified by the parameter sensitivity plot. In the fifth chapter, the simultaneous estimation method for the SOC and the log-normalized parameters of the battery using UKF. This method uses technique to estimate log-normalized unknown parameters. Three of its merits are; numerical stability is improved, estimates of the parameters are always positive values, and distributions of the parameters do have log-normalized distributions. This method is verified by performing a series of simulations under an Electric Vehicle (EV) operating environment. In the sixth chapter, this thesis is summarized.		

学位論文 博士（工学）

モデルに基づくリチウムイオン二次電池の
充電率推定に関する研究

2013 年度

慶應義塾大学大学院理工学研究科

馬 場 厚 志

目次

第 1 章	緒論	1
1.1	背景	1
1.2	本論文の位置づけと目的	4
1.3	本論文の構成	5
第 2 章	研究の背景	7
2.1	リチウムイオン二次電池の構造と材料, その電気化学反応	7
2.2	電池の“状態”と“パラメータ”	12
2.3	古典的な SOC と内部インピーダンスの推定法	16
2.4	モデルに基づく SOC と内部インピーダンスの推定法	21
2.5	電気自動車を用いた走行実験	26
2.6	カルマンフィルタの理論と応用	29
2.7	まとめ	47
第 3 章	シリーズカルマンフィルタ法を用いた SOC 推定	49
3.1	はじめに	49
3.2	シリーズカルマンフィルタ法	50
3.3	実験データを用いた数値シミュレーション	53
3.4	まとめ	55
第 4 章	SOC の推定に用いる電池の等価回路モデル	59
4.1	はじめに	59
4.2	平衡状態のときの電池の挙動	60
4.3	非平衡状態のときの電池の挙動	63
4.4	リチウムイオンの拡散現象を考慮した電池モデル	79
4.5	拡散現象を考慮した電池モデルのパラメータ感度解析	83
4.6	まとめ	85

第 5 章	SOC と内部インピーダンスの同時推定法	87
5.1	はじめに	87
5.2	UKF を用いた SOC とパラメータの同時推定法	89
5.3	対数化 UKF を用いた SOC とパラメータの同時推定法	92
5.4	実験データを用いた数値シミュレーション	99
5.5	まとめ	111
第 6 章	結論	115
6.1	本論文による成果	115
6.2	今後の発展性	116
謝辞		120
参考文献		121
付録 A	研究業績	131

目次

1.1	Routine of BMS.	3
1.2	Overview of this thesis.	5
2.1	An example of the structure of the lithium-ion battery cell. From website of Battery Association of Japan [9].	8
2.2	Electrochemical reactions of Lithium-ion battery at discharge.	11
2.3	Tank model of the brand new cell.	13
2.4	Tank model of the degraded cell.	13
2.5	Thévenin's equivalent circuit.	16
2.6	Examples of the C-rate discharging characteristics.	18
2.7	Examples of the temperature discharging characteristics.	18
2.8	An example of the SOC-OCV characteristics.	19
2.9	An example of the step response of the battery.	21
2.10	Equivalent circuit of a battery.	22
2.11	Timeline of the conventional SOC estimation method.	23
2.12	The first example of the equivalent circuit model.	24
2.13	The second example of the equivalent circuit model.	24
2.14	Scheme of sensor fusion method.	27
2.15	Route map of EV experiment.	28
2.16	Current, voltage, SOC, battery and outside temperature, and vehicle speed profiles of EV experiment.	30
2.17	An example of transition of probability density function in case of linear system.	32
2.18	An example of transition of probability density function in case of nonlinear system.	32
2.19	Transition of probability density function used in Monte Carlo method.	32
2.20	Transition of probability density function used in Extended Kalman Filter.	32

2.21	Transition of probability density function used in Unscented Kalman Filter. . . .	32
2.22	Flow chart of Kalman filter algorithm.	33
3.1	Simplified model.	50
3.2	Scheme of series Kalman filters	51
3.3	Current, voltage, SOC, battery and outside temperature, and vehicle speed profiles of EV experiment in latter 6 hours.	54
3.4	SOC estimation results using Series Kalman Filter.	56
3.5	Parameter estimation results using Series Kalman Filter.	56
4.1	Thévenin's equivalent circuit of battery.	60
4.2	An example of the SOC-OCV characteristics. The positive electrode is lithium manganese oxide, and the negative electrode is graphite.	61
4.3	An example of the SOC-OCV characteristics. The positive electrode is lithium manganese oxide, and the negative electrode is hard carbon.	61
4.4	Potentials of the positive and negative electrodes (v.s. Li/Li+).	62
4.5	Conventional overpotential model of the battery.	65
4.6	Bode plot of the internal impedance of the battery.	66
4.7	Nyquist plot of the internal impedance of the battery.	66
4.8	Overpotential model with Faraday's impedance.	67
4.9	Bode plot of Warburg impedance.	68
4.10	Nyquist plot of Warburg impedance.	68
4.11	Randles' model.	69
4.12	Modified Randles' model.	69
4.13	Comparison of two Bode plots of the internal impedance of the battery and of the model.	70
4.14	Comparison of two Nyquist plots of the internal impedance of the battery and of the model.	70
4.15	Foster's circuit.	73
4.16	Overpotential model with Foster's circuit.	75
4.17	Cauer's circuit.	75
4.18	Overpotential model with Cauer's circuit.	77
4.19	Approximation of Warburg Impedance by the Foster equivalent circuit (solid line: ideal value, dashed lines: approximations).	78

4.20	Approximation of Warburg Impedance by the Cauer equivalent circuit (solid line: ideal value, dashed lines: approximations).	78
4.21	Bode plots of the Foster equivalent circuit of the battery (solid line: true value, dashed lines: models).	80
4.22	Bode plots of the Cauer equivalent circuit of the battery (solid line: true value, dashed lines: models).	80
4.23	Battery model with Warburg impedance	81
4.24	SOC-OCV characteristics.	81
4.25	Battery model with n th Foster's circuit	82
4.26	Parameter sensitivity plot of the conventional battery model.	84
4.27	Parameter sensitivity plot of the proposed battery model.	84
5.1	Flow of Chapter 5.	89
5.2	Distribution of parameter X	99
5.3	Power spectrum density of the current.	100
5.4	SOC estimation results using UKF (conventional method).	104
5.5	Parameter estimation results using UKF (conventional method) (solid line: estimates, dashed lines: estimated 1σ limits).	104
5.6	SOC estimation results using normalized UKF (conventional method).	105
5.7	Parameter estimation results using normalized UKF (conventional method) (solid line: estimates, dashed line: estimated 1σ limits).	105
5.8	SOC estimation results using log-normalized UKF (proposed method).	106
5.9	Parameter estimation results using log-normalized UKF (proposed method) (solid line: estimates, dashed line: estimated 1σ limits).	106
5.10	Relationship between initial SOC and each final estimates in case of $n = 1$, blue markers indicate each final estimates, and green lines indicate trimmed mean of them.	107
5.11	Relationship between initial SOC and each final estimates in case of $n = 2$, blue markers indicate each final estimates, and green lines indicate trimmed mean of them.	107
5.12	Relationship between initial SOC and each final estimates in case of $n = 3$, blue markers indicate each final estimates, and green lines indicate trimmed mean of them.	107

5.13	Relationship between initial SOC and each final estimates in case of $n = 4$, blue markers indicate each final estimates, and green lines indicate trimmed mean of them.	107
5.14	Relationship between initial SOC and each final estimates in case of $n = 5$, blue markers indicate each final estimates, and green lines indicate trimmed mean of them.	108
5.15	Relationship between initial SOC and each final estimates in case of $n = 6$, blue markers indicate each final estimates, and green lines indicate trimmed mean of them.	108
5.16	Relationship between initial SOC and each final estimates in case of $n = 7$, blue markers indicate each final estimates, and green lines indicate trimmed mean of them.	108
5.17	Relationship between initial SOC and each final estimates in case of $n = 8$, blue markers indicate each final estimates, and green lines indicate trimmed mean of them.	108
5.18	Relationship between the order n and statistics of each estimates, blue markers indicate average, and red markers indicate $\pm 1\sigma$ range. Outliers are eliminated in advance to calculate those descriptive statistics.	109
5.19	SOC estimation results using log-normalized UKF (proposed method).	112
5.20	Parameter estimation results using log-normalized UKF (proposed method) (solid line: estimates, dashed line: estimated 1σ limits).	112
5.21	FCC and SOH estimation results using log-normalized UKF (proposed method) (blue solid line: estimates, blue dashed line: estimated 1σ limits, red dashed line: true).	113

表目次

2.1	Materials used in the lithium-ion battery.	9
2.2	Standard Electrode Potential (SEP).	10
4.1	Identified battery parameters for EV battery.	65
4.2	Battery parameters for EV battery model with Warburg impedance.	68
5.1	RMSE % of each method.	103

第 1 章

緒論

本論文は、

- リチウムイオン二次電池の充電率をモデルに基づいて推定するためのリチウムイオンの拡散現象を考慮した電池モデルの提案
- リチウムイオン二次電池を安全かつ高効率に使うための充電率や内部インピーダンスを非線形カルマンフィルタを用いて同時推定する方法の提案

を目的とした研究成果をまとめたものである。

1.1 背景

環境問題やエネルギー問題への関心が高まる中、持続可能な開発 (Sustainable Development) という考え方が環境保全についての共通理念として広く認識されてきている。持続可能な開発とは、「将来の世代のニーズを充たしつつ、現在の世代のニーズをも満足させるような開発」を行っていこうとする理念のことである [1]。そのような開発が行われている社会のことを持続可能な社会という。環境白書 [2] では、そのような持続可能な社会の実現のために取り組むべき課題として、地球に存在する資源の制約と人間活動によって排出される汚染に対する自然のシステムの処理能力の 2 点を考えた開発をする必要があると指摘している。たとえば、石油に代表される化石燃料の消費を抑えて代替の再生可能エネルギーを用いることや、CO₂ の排出量を抑えて植物が吸収できる範囲に収めることなどが必要である。

自動車業界では、そのような持続可能な社会の実現のために高効率・低排ガスのモビリティの開発が進められている。その流れは、従来の内燃機関のみをエネルギー源とする自動車から、内燃機関と電池を併用するハイブリッド自動車 (Hybrid Electric Vehicle, 以下では HEV と略記する) や電池のみを利用する電気自動車 (Electric Vehicle, 以下では EV と略記する) へと向かっている [3]。EV や HEV では電池に蓄えた“電気”を利用し、内燃機関による化石燃

料（ガソリンや軽油）の燃焼を少なくすることで、エネルギー効率の向上と CO₂ などの排ガスの低減を図ることができる。たとえば、内燃機関を用いた自動車ではガソリンや軽油のもつエネルギーを 20~30% の効率で運動エネルギーに変換しているが、EV では 90% 以上の効率で変換できる。また、EV では排ガスもない。社会全体としても、EV や HEV の電池に蓄える電気として風力発電や太陽光発電などの再生可能エネルギーを利用することで、化石燃料の消費の抑制と CO₂ などの排ガスの抑制を達成することができる。

自動車の電動化の流れの中で特に重要な技術が新たなエネルギー源となる“二次電池”である。ここで、二次電池とは充電可能な電池のことを指すが、本論文では以降、単に電池と呼ぶこととする。本論文では、そのような電池のうち主流となっているリチウムイオン二次電池に焦点をあてる。

リチウムイオン二次電池は 1991 年に旭化成と SONY によって世界で初めて製品化された [4]。酸化電位の高いリチウムを用いたことにより、それまでのニッカド電池やニッケル水素蓄電池に比べて、高い電圧とエネルギー密度をえることができた。製品化以降、ポータブルデバイスやモバイルコンピュータなどの小型電子機器に広く用いられ、デファクトスタンダードとなっている。その後、2000 年代後半になって、それまでの 10 倍以上の容量のリチウムイオン二次電池が実用化されてきた。そのような大型電池は、EV や HEV などの電動車、家庭用の定置型蓄電装置などに用いられている。また、電力網の平準化のための蓄電装置として、さらに大規模な電池が登場してきており、電池の重要性はますます高まっている。

電池の中では高いエネルギー密度を誇るリチウムイオン二次電池であるが、そのエネルギー密度は化石燃料に比較して 100 分の 1 以下という低さであり、それが欠点となっている。この欠点はスペースが限られた自動車では特に問題となるので、それを少しでも解消するために電池内のエネルギーをできる限りたくさん取り出して使いたいという要望がある。しかしながら、電池には放電しすぎた場合に過放電、充電しすぎた場合に過充電というモードがあり、電池の劣化が急速に進んでしまう。そういった望ましくない事態を避けるために、広いマージンを取るなどの安全側の電池管理が一般的になってしまっている。そのため実効的に使える電池のエネルギーがさらに減少してしまうというジレンマがある。

このような問題の解決策の一つとして、電池の内部状態を正確に推定することにより、電池の安全管理のためのマージンを最小限にとどめて電池を効率的に利用するということが考えられている。これにより、HEV の場合に燃費を、また EV の場合に電費を向上させたり、搭載する電池の数を減らすことによりコストを下げたりすることができる。ここで電費とは、電池の単位容量あたりの走行距離であり、単位 km/kWh とすることが多い。そのような EV や HEV のシステムの最適化を実現するのが、バッテリーマネジメントシステム（以下では BMS と略記する）と呼ばれる電池を管理するシステムである [3],[5]–[7]。

BMS の主な機能を以下に示す。

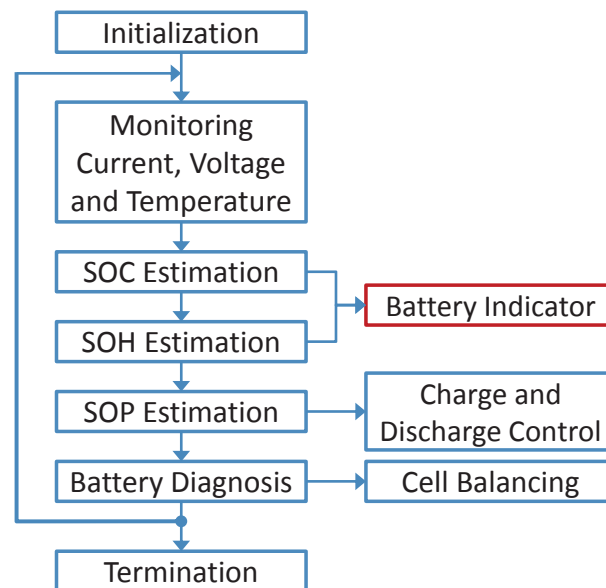


Fig. 1.1 Routine of BMS.

- 電池の電流と電圧，温度のモニタリング
- 充電率の推定
- 健全度の推定
- 充放電可能電力の推定
- 電池診断
- 充放電制御
- セルバランス制御（複数の電池の電圧を均一化して電池の劣化を抑える制御）

Fig. 1.1 にこれらの機能を実現する BMS の基本ルーチンを示す。各種センサによる電池の電流と電圧，温度の測定値を用いて，充電率（State Of Charge, 以下では SOC と略記する）と健全度（State Of Health, 以下では SOH と略記する），充放電可能電力（State Of Power, 以下では SOP と略記する）を推定する。推定された SOC や SOH に基づいて電池の残量や航続可能距離，劣化度がメータに表示され，SOP に基づいて電池の充放電の制御が行われる。SOC や SOH, SOP は，ほかに電池の故障の診断やセルバランス制御の際に用いられる。セルバランス制御とは，EV や HEV に搭載される数十以上の電池の電圧のばらつきを抑える制御のことで，電池の劣化の進行を抑える効果があるとされる。

この BMS で特に重要な部分が，SOC と SOH, SOP など推定する“電池状態推定”である。SOC が正確に推定されれば，マージンを減らして電池のエネルギーを最大限利用することができる。さらに，SOH を知ることができれば，経時劣化による最大航続距離の減少を計算できる。SOP はモータの最大出力を決定するものであり，車の加速力や乗り心地に関わっ

てくる．このように電池状態推定はユーザの利便性に直結する．

リチウムイオン二次電池が開発される以前からの古典的な電池状態推定では，電流や電圧，温度の測定値から直接求める簡易的な方法が用いられてきた [8]．しかし，EV や HEV のような電池を激しく使う場合に正確に推定できないという問題点があった．そこで，近年はモデルに基づく推定（モデルベース推定）の適用が試みられている．

モデルに基づく推定を行う上では，対象の挙動を正確に表現することができ，かつ推定のしやすい“モデル”を用いることが重要である．電池状態推定の場合には，“電池モデル”として電気回路で表した等価回路モデルが，その扱いやすさや計算量の少なさなどの理由から主流となっている．しかし，等価回路モデルは，第一原理モデルではないため，正確に電池を表現できる範囲が狭いという欠点がある．モデルだけでなく推定法も含めた工夫が必要である．

等価回路モデルに基づく電池状態推定では，SOC や SOH，SOP の推定精度を向上させるため，内部インピーダンス（あるいはその抵抗成分である“内部抵抗”）や満充電容量をはじめとする電池のパラメータの推定が重要な課題である．たとえば，電池の内部抵抗には個体差が少なからず存在し，また，電流や温度，電池の劣化度などによって変化する．それらによる影響は小さいものとしてあらかじめ求めた固定値をもちいることも多いが，SOC や SOH，SOP の推定精度の向上のためには，パラメータも逐次推定する方が望ましい．また，電池の満充電容量は，電池の使用状況や年月の経過とともに減少していく．これをパラメータとして推定することは，SOH を推定することに他ならず，重要である．

1.2 本論文の位置づけと目的

本論文では，EV や HEV 用の電池状態推定の中でも最も重要な SOC の推定について論ずる．背景として述べたように SOC の推定を正確に行うことによって，安全と効率をバランスよく追求することが可能となる．また，SOC 推定の結果を用いて SOH や SOP の推定を行うので，SOC の推定精度は最も高いレベルで求められる．

SOC の推定精度を高めるため，本論文ではモデルに基づく推定を採用する．そして，その電池モデルのパラメータを逐次推定する立場を取る．EV や HEV 用の電池の過酷な環境条件によって，内部抵抗をはじめとする電池のパラメータは大きく変化する．そのような条件下でも常に高い SOC の推定精度を維持するためには，パラメータの推定が必要不可欠である．

モデルに基づく推定では，対象をよく表したモデルとそれを正確に推定する方法の 2 つが重要である．ここで，対象をよく表したモデルとは，EV や HEV の走行中に SOC とパラメータを逐次推定することができるモデルであり，そのために複雑さと精度のトレードオフをうまく図ったモデルのことである．また，そのモデルを正確に推定するには，数値的な条件や電池という対象から得られる知見を考慮する必要がある．

以上のことから，本論文では，モデルと推定法の両面から SOC の推定精度を高めることを

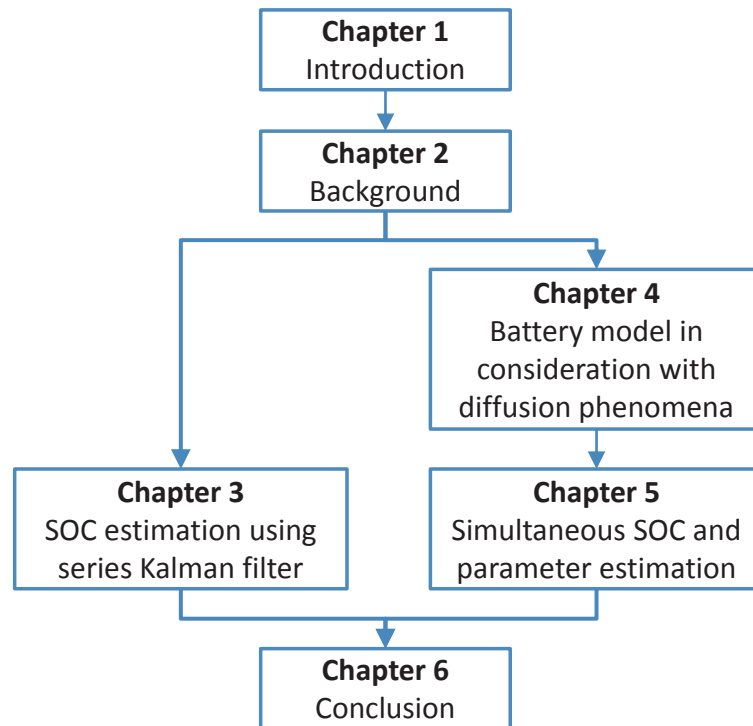


Fig. 1.2 Overview of this thesis.

目的として、リチウムイオン二次電池のモデルとして「リチウムイオンの拡散現象を考慮した電池モデル」を、その推定法として「無香料カルマンフィルタ（Unscented Kalman Filter, 以下では UKF と略記する）を用いた SOC と対数化したパラメータの同時推定法（以下では、対数化 UKF による SOC とパラメータの同時推定法と表記する）」をそれぞれ提案する。

1.3 本論文の構成

本論文の構成を Fig. 1.2 に示す。

第 2 章では、関連用語の定義と従来研究のサーベイを行い、本論文で提案する拡散現象を考慮したリチウムイオン二次電池モデルと対数化 UKF による SOC とパラメータの同時推定法の新規性を確認する。

第 3 章では、提案法の準備として、線形等価回路モデルと 2 段階の線形カルマンフィルタを用いたシリーズカルマンフィルタ法による SOC 推定について述べる。

第 4 章では、SOC の推定に用いる電池の等価回路モデルについて述べる。本論文で提案するリチウムイオンの拡散現象を考慮した電池モデルは、リチウムイオンの拡散現象を表すワールブルグインピーダンスを近似していることに特徴がある。この電池モデルは、物理的な意味付けがしやすく、推定すべき未知パラメータの数が少ないという利点がある。パラメータ感度

解析を通じて、拡散現象を考慮したリチウムイオン二次電池モデルの有用性を示す。

第 5 章では、SOC と内部インピーダンスの同時推定法について述べる。本論文で提案する対数化 UKF による SOC とパラメータの同時推定法は、UKF を用いた状態とパラメータの同時推定問題において、未知パラメータを対数化して推定する点に特徴がある。この方法には、UKF の計算における数値的安定性が高まり、パラメータ推定値が電気化学の知見と矛盾しなくなるという利点がある。EV を使った走行実験のデータを用いたさまざまなシミュレーションによって、対数化 UKF による SOC とパラメータの同時推定法の有用性を示す。

第 6 章では、本論文をまとめる。

第 2 章

研究の背景

本章では，まず，基本的なリチウムイオン二次電池の構造と材料，その電気化学反応についてまとめる．つぎに，本論文で取り扱う電池の“状態”と“パラメータ”について定義する．また，従来の電池の状態とパラメータの推定法についてサーベイする．小型電子機器に使われ始めた 1990 年代からの古典的な推定法と，EV や HEV などに使われるようになった 2000 年代からのモデルに基づく推定法の 2 つに分けて述べる．さらに，本論文で前提とする EV を使った走行実験について述べる．最後に，本論文で用いるカルマンフィルタについて概説する．

2.1 リチウムイオン二次電池の構造と材料，その電気化学反応

本節ではリチウムイオン二次電池の構造や材料，そしてその電気化学反応について述べる．細かい特性の違いが電池のシステム同定や状態推定の精度に影響をおよぼすので，より詳しいモデルを作り将来に渡って改良を続けていくためにも，構造や材料の研究開発の動向を見ておくことは重要である．

2.1.1 構造

リチウムイオン二次電池は，正極と負極，集電極，電解質，セパレータなどで構成され，一般的に Fig. 2.1 のような構造をとる [9]．電池の形はラミネート（平板）型や円筒型などになっていて，製造工程や熱的な特性がそれぞれ違う．放熱性や積載効率が良いのがラミネート型であるが，製造工程は円筒型に比べて長くなる．本論文では，積載効率の良さから現在の EV で主流となっているラミネート型の電池を実験に用いた．

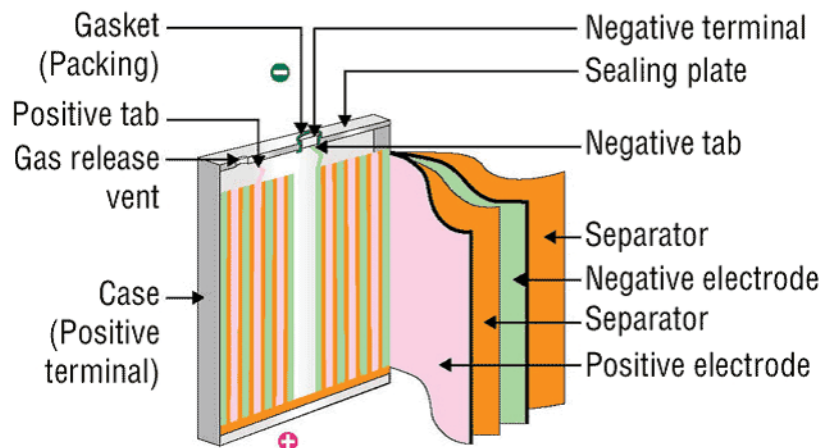


Fig. 2.1 An example of the structure of the lithium-ion battery cell. From website of Battery Association of Japan [9].

2.1.2 材料

現在よく使われている，あるいは研究が行われているリチウムイオン二次電池の材料を Table 2.1 にまとめた [4], [10]–[17]. たとえば，携帯電話などに用いられる小型のリチウムイオン二次電池のほとんどが，正極にコバルト酸リチウム (LiCoO_2)，負極に黒鉛（グラファイト）を用いている．また，電解質にはエチレンカーボネートなどの有機電解液にヘキサフルオロリン酸リチウム (LiPF_6) などのリチウム塩を溶かしたものが使われている．本論文では，電動車用として採用されている正極にマンガン酸リチウム，負極にグラファイト，電解質にヘキサフルオロリン酸リチウムを使った電池を実験に用いた．

(a) 正極材料

正極材として良く使われるコバルト酸リチウムは容量が大きく優れた特性をもつ物質であるが，コバルトの市場価格が不安定であるため，全体として脱コバルト化が進んでいる．特に EV や HEV 向けには大量のリチウムイオン二次電池が必要であるため，より安価なマンガン酸リチウムが主流になっている．マンガン系はコバルト系よりも容量が少なくなるが，安全性は高くなる．さらに安価で安全性の高いリン酸鉄系の材料も注目されている．また，正極材料としては，その電圧も重要となる．Table 2.2 は電池によく使われる物質の標準電極電位の一覧である．標準電極電位とは酸化還元反応において平衡状態となっているときの電位である．この表の値が各材料を用いた際のおおよその起電力を示している．たとえば，正極にマンガン酸リチウム，負極にグラファイトとした場合，起電力は約 3.9 V である．

Table 2.1 Materials used in the lithium-ion battery.

Positive Electrode	Cobalt Oxide	LiCoO_2
	Manganese Oxide	LiMn_2O_2
	Nickel Oxide	LiNiO_2
	Nickel-Cobalt-Aluminum Oxide	$\text{Li}(\text{Ni-Co-Al})\text{O}_2$
	Nickel-Manganese-Cobalt Oxide	$\text{Li}(\text{Ni-Mn-Co})\text{O}_2$
	Iron Phosphate	LiFePO_4
Negative Electrode	Graphite	C_6
	Hard Carbon	C_6
	Oxide/Nitride	$\text{Li}_4\text{Ti}_5\text{O}_{12}$
	Alloy	Li-Sn
		Li-Si^*
Electrolyte	Organic Electrolyte	
	Polymer Gel	
	Solid-State Polymer*	
	Inorganic Solid Electrolyte*	
	Ionic Liquid*	

* Under development

(b) 負極材料

一方, 負極材の主流はグラファイト (黒鉛) やハードカーボンなどの炭素系の材料である. 上記正極材に比べて, 負極での容量は大きく, また炭素は安価であるので, それらはあまり問題にならない. 負極で問題になるのは, リチウムイオンを蓄えるときに膨張してしまうことと, 電解液と不可逆反応して固体電解質界面 (Solid Electrolyte Interface, 以下では SEI 膜と略記する) が生成されることの 2 つである. 電池の性質上, 充電状態においておくことが多いため, 充電時にリチウムイオンを蓄える負極の膨張は問題となる. また, SEI 膜は負極での反応の安定化のために必要不可欠なものであるが, これが過剰に生成されると劣化の原因となってしまう [18], [19]. この SEI 膜が生成されるのは負極が有機溶媒を還元分解してしまう電位にあるためである. 炭素系の材料に代わるものとして, たとえば, チタン酸リチウムが実用化されている [20], [21]. チタン酸リチウムは電極電位が高く電池電圧は下がってしまうが, 体積膨張はほとんどなく劣化も抑えられており, 有望な材料の一つである.

Table 2.2 Standard Electrode Potential (SEP).

Reaction	SEP	vs Li ⁺ /Li	Main Usage
$\text{Au}^+ + \text{e}^- \rightarrow \text{Au}$	1.69	4.74	
$\text{Li}_{1-x}\text{Mn}_2\text{O}_4 + x\text{Li}^{2+} + x\text{e}^- \rightarrow \text{LiMn}_2\text{O}_4$	1.00	4.05	Li ⁺ Pos. Electrode
$\text{Li}_{1-x}\text{CoO}_2 + x\text{Li}^{2+} + x\text{e}^- \rightarrow \text{LiCoO}_2$	0.90	3.95	Li ⁺ Pos. Electrode
$\text{Li}_{1-x}\text{NiO}_2 + x\text{Li}^{2+} + x\text{e}^- \rightarrow \text{LiNiO}_2$	0.80	3.85	Li ⁺ Pos. Electrode
$\text{NiOOH} + \text{H}_2\text{O} + \text{e}^- \rightarrow \text{Ni(OH)}_2 + \text{OH}^-$	0.48	3.53	Ni-MH Pos. Electrode
$\text{Cu}^{2+} + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Cu}$	0.34	3.39	Li ⁺ Neg. Collector
$2\text{H}^+ + 2\text{e}^- \rightarrow \text{H}_2$	0.00	3.05	SHE*
$\text{Zn}^{2+} + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Zn}$	-0.76	2.29	
$2\text{H}_2\text{O} + 2\text{e}^- \rightarrow 2\text{OH}^- + \text{H}_2$	-0.83	2.22	Ni-MH Neg. Electrode
$\text{Al}^{3+} + 3\text{e}^- \rightarrow \text{Al}$	-1.66	1.39	Li ⁺ Pos. Collector
$6\text{C} + x\text{Li}^+ + x\text{e}^- \rightarrow \text{C}_6\text{Li}_x$	-2.90	0.15	Li ⁺ Neg. Electrode
$\text{Li}^+ + \text{e}^- \rightarrow \text{Li}$	-3.05	0.00	

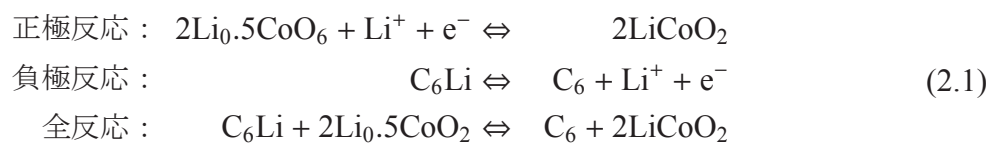
* Standard Hydrogen Electrode

(c) 電解質材料

電解質材料の主流は、前述のとおりエチレンカーボネートなどの有機電解液に電気伝導率の向上のためにヘキサフルオロリン酸リチウム (LiPF₆) やテトラフルオロほう酸リチウム (LiBF₄) などのリチウム塩を溶かしたものである。電解質に要求されるのは、安全性や電気伝導率、熱的・電気化学的な安定性である。電解質が有機電解液のように液体であると本質的に不安定で安全性も低い。そのため、ゲル状や固体の電解質が研究されている。特に高分子ゲルを用いたゲル状のリチウムイオンポリマー電池は実用化され、携帯電話用だけでなく自動車用としても注目されている [5],[22]。

2.1.3 電気化学反応

リチウムイオン二次電池の典型的な化学反応式は、



である。ただし、正極はコバルト酸リチウム、負極はグラファイトとした。(2.1) 式の右辺から左辺への反応速度と左辺から右辺への反応速度が等しくなり、見かけ上、反応が行われていな

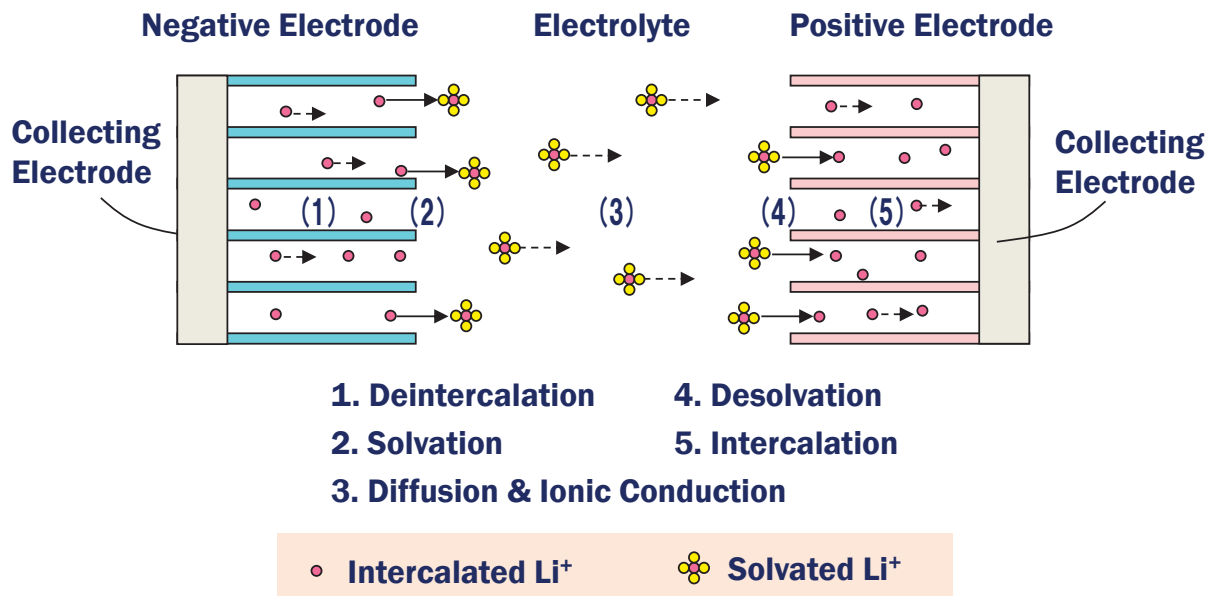


Fig. 2.2 Electrochemical reactions of Lithium-ion battery at discharge.

い状態を平衡状態と呼ぶ。これに対して、外部からその平衡状態を崩すような刺激を加えられたときの状態を非平衡状態と呼ぶ。ここで、電池における外部からの刺激とは、外部回路に接続されて電流が流れることを意味する。

ここでは外部回路が接続されて放電するときの反応の様子を例に説明する。放電時、(2.1)式において、左辺から右辺への反応が進行する。反応の模式図を Fig. 2.2 に示す。このとき、大きく分けて 5 個、細かく分けて 10 個の素過程が存在する。

1. リチウムイオンが負極から脱離 (De-intercalation)
 - (a) リチウムイオンが負極内を電極表面に向かって濃度勾配により拡散
 - (b) 電子が負極から集電体に移動
 - (c) 負極層が物理的に再配置
2. リチウムイオンが電解質と結合 (溶媒和, Solvation)
3. リチウムイオンが電解質内を拡散 (Diffusion)・泳動 (Ionic conduction)
 - (a) リチウムイオンが負極表面から沖合に向かって濃度勾配により拡散
 - (b) リチウムイオンが沖合から正極に向かって電位勾配により泳動
4. リチウムイオンが電解質と分離 (脱溶媒和, De-solvation)
5. リチウムイオンが正極へ挿入 (Intercalation)
 - (a) リチウムイオンが正極内を正極内部に向かって濃度勾配により拡散
 - (b) 電子が集電体から正極に移動
 - (c) 正極層が物理的に再配置

これらの素過程がお互いに影響しながら、電池の電気化学反応が起きる。

上記の素過程は充電時にはまったく逆のことが起きる。しかし、充電と放電で完全に対称な反応ではないので、充電と放電とで反応速度が異なる。これが原因で充放電の履歴に依存するヒステリシス現象が発生して問題となる場合がある。本論文では、このようなヒステリシス現象の発生しない電池を用いている。

また、上記の素過程以外の副反応が起きることがある。たとえば、劣化の原因となる SEI 膜の生成反応は副反応の一つである。他の極端な副反応の例を挙げると、正極にリチウムイオンが過剰に存在する場合、すなわち、過放電と呼ばれる状態になった場合、つぎのような不可逆反応が起き、酸化リチウムが生成されてしまう。



あるいは、反対に正極のリチウムイオンが不足した場合、すなわち、過充電と呼ばれる状態になった場合、つぎのような不可逆反応が起き、コバルト酸が III 価から IV 価へと変化してしまう。



また、負極にリチウムイオンが過剰に存在する場合、すなわち、過充電の場合、金属リチウムが析出してしまう。これらの副反応は、その反応にエネルギーが使われてしまう上に、不可逆反応であるため、電池にダメージを与えたり、性能を低下させてしまう。

このようにリチウムイオン二次電池の電気化学反応はさまざまな素過程があり複雑である。そのため実用上は本質的な特性だけを扱うことが多い。

2.2 電池の“状態”と“パラメータ”

本節では、電池状態推定において重要な概念である電池の“状態”と“パラメータ”について説明する。まず、電池を使う立場から考えたときに重要となるのが、SOC と SOH, SOP である。本論文では、これらを電池の“状態”と呼ぶことにする。また、それらの量を推定する立場から考えたときに重要となるのが、満充電容量や内部抵抗（内部インピーダンス）である。本論文では、これらを電池の“パラメータ”と呼ぶことにする。以下では、タンクモデルとテブナンの等価回路モデルという 2 つの簡易モデルを用いて、これらの“状態”と“パラメータ”について説明する。

2.2.1 タンクモデルで表現した電池の状態とパラメータ

タンクモデルを使って、満充電容量（Full Charge Capacity, 以下の数式中では FCC と表記する）と SOC, SOH, SOP についてまとめる [3],[6]。電池は Fig. 2.3 や Fig. 2.4 のように水の

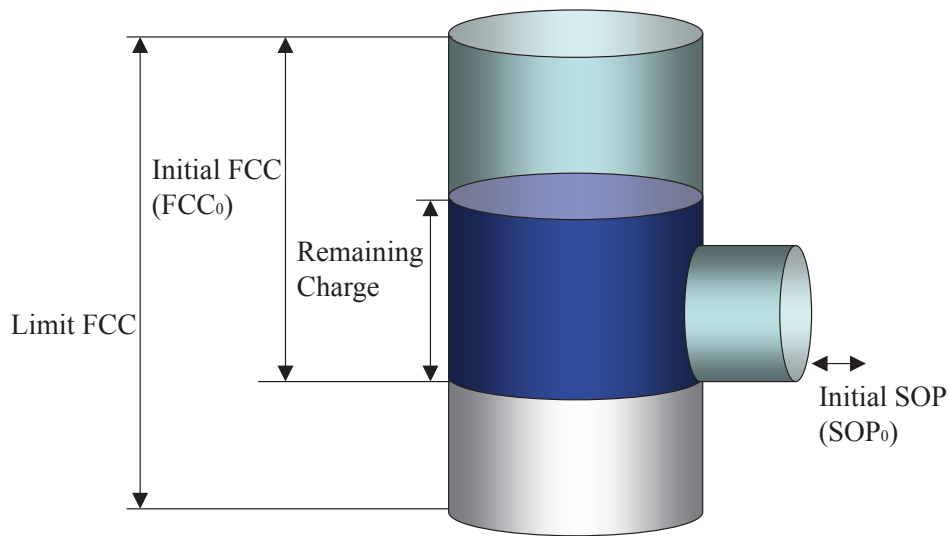


Fig. 2.3 Tank model of the brand new cell.

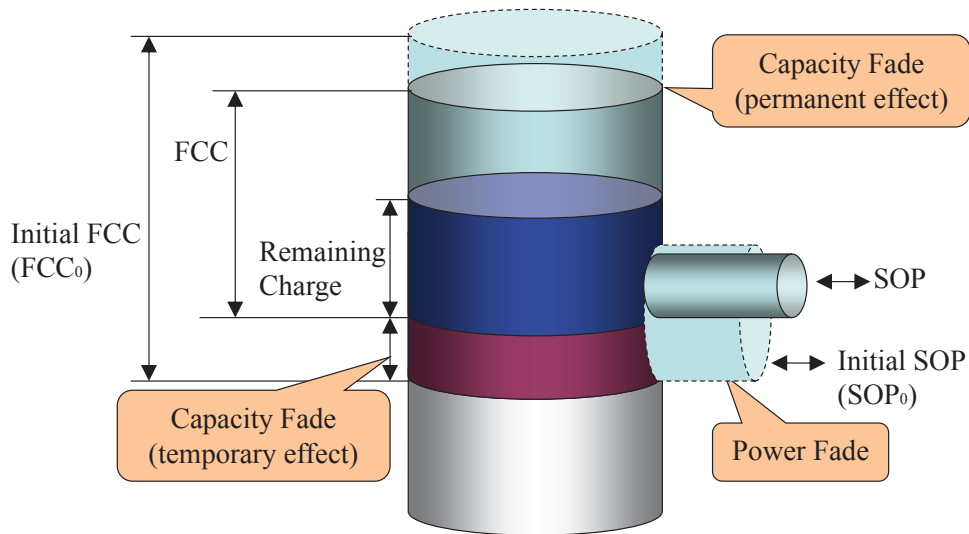


Fig. 2.4 Tank model of the degraded cell.

入ったタンクと簡易的に考えることができる。タンクにはある高さに蛇口がついており，そこから水を出し入れできる。逆にその高さよりも下の水は取り出すことができない。また，このタンクの中を直接見ることはできない。たとえば，液面の高さを直接測ることはできない。そのため，蛇口から出てくる水の流量（電池の電流）や圧力（電圧）からタンク内を“推定”する必要がある。

(a) 電池の満充電容量の定義

Fig. 2.3 や Fig. 2.4 のタンクモデルで蛇口よりも上の部分に入れることのできる水の最大量が電池の満充電容量であり，蛇口の下の部分も含めた水の最大量を極限満充電容量（Limit FCC）である．満充電容量は，本論文で考える電池のパラメータの1つであり，満充電から規定の温度と一定電流で完全放電した際に放電した総電荷量と定義される．ここで，満充電とは電池の電圧が上限電圧 $V_{\max}$ となった状態のことであり，完全放電とは電池の電圧が終止電圧（下限電圧） $V_{\min}$ となった状態のことである．電荷量は電流を積分することによって求められるので，満充電容量は

$$\text{FCC} = \int_{V_{\max}}^{V_{\min}} I(t) dt \quad (2.4)$$

となる．ただし， $I(t)$ を一定電流とする．

上限電圧や下限電圧は一般に電池の材料によって理論的な値が決まる．電池を壊さないために，それを超える上限電圧や下回る下限電圧には設定しないが，逆により安全に使うために，それを下回る上限電圧や超える下限電圧に設定することもある．(2.4) 式からわかるように上限電圧や下限電圧を変えることによって，満充電容量の値は変わってしまうのでこの点は注意が必要である．本論文で扱う電池の上限電圧は 4.19 V，下限電圧は 2.80 V である．

また，満充電容量の単位は，Ah（アンペアアワー）である．単位 Ah は電荷量の単位であり，電荷量の別の単位 C（クーロン）に換算すれば，1 Ah = 3600 C である．

なお，本論文では，連続時間の時刻 t における変数 x を $x(t)$ と括弧付きで表す．また，離散時間の k サンプル目における変数 x を $x_k = x(t_k)$ と下付きで表す．ただし， t_k は k サンプル目に対応する時刻である．

(b) 新品時のタンクモデル

Fig. 2.3 は新品時の電池である．このとき，電池の状態の一つである SOC は，新品時の満充電容量（Initial Full Charge Capacity, 以下の数式中では FCC_0 と表記する）と残容量（Remaining Charge, 以下の数式中では RC と表記する）を用いて，

$$\text{SOC} = \frac{\text{RC}}{\text{FCC}_0} \quad (2.5)$$

と定義される．後述の劣化時に一般化した SOC と区別するため，新品時の SOC を Absolute SOC, ASOC と呼ぶこともある．

また，SOP は電池から瞬時に出し入れすることのできる最大の電力である．タンクモデルで例えば，Fig. 2.3 で蛇口の径の大きさに対応する．SOC の場合と同様に劣化時の SOP と

区別するため，新品時の SOP を SOP_0 とする．なお後述する内部抵抗を用いて SOP を定義する．

(c) 劣化時のタンクモデル

劣化した電池を考える．タンクモデルでは，

1. 容量が減少し，タンクの大きさが小さくなる．
2. 蛇口の位置が高くなり，取り出せない容量が大きくなる．
3. 蛇口の径が狭まり，一度に出し入れできる量が少なくなる．

という現象が発生し，Fig. 2.4 のようになる．

SOC は，満充電容量と残容量を用いて，

$$SOC = \frac{RC}{FCC} \quad (2.6)$$

と定義される．この SOC を ASOC と区別して，Relative SOC, RSOC と呼ぶこともある．本論文では特に断りのない限り RSOC のことを SOC と表記する．

また，新品時と同様に電池の SOP を電池から瞬時に出し入れすることのできる最大の電力として定義することができる．

最後に電池の劣化度合いの指標として，SOH を満充電容量と初期満充電容量を用いて，

$$SOH = \frac{FCC}{FCC_0} \quad (2.7)$$

と定義する．

なお，本節では SOC と SOH を無次元量としたが，これに 100 をかけて百分率として表記することも多い．本論文では，数式中では無次元量として扱うが，図中などではわかりやすさを重視して百分率で表記する．

2.2.2 テブナンの等価回路モデルで表現した電池の状態とパラメータ

テブナンの等価回路モデルを使って，内部インピーダンスと SOP について述べる．一般に電池は Fig. 2.5 のようなテブナンの等価回路モデルを用いて表現することができる．ただし，電池の起電力を E ，内部インピーダンス（出力インピーダンス）を Z ，端子電圧を V とした．

電池に負荷が接続されていない場合，電池の起電力 E と端子電圧 V が等しくなる．しかし，負荷が接続されて電流が流れ始めると，内部インピーダンス Z による電圧降下が原因で $E \neq V$ となってしまう．この内部インピーダンスが本論文で取り扱う電池のパラメータの 1 つである．また，内部インピーダンスの抵抗成分を内部抵抗と呼ぶ．

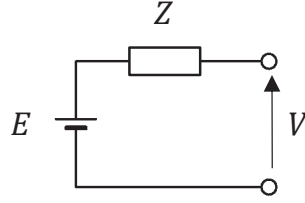


Fig. 2.5 Thévenin's equivalent circuit.

つぎに内部抵抗を用いて SOP について定義する [23]–[26]. すでに述べたように SOP は電池から瞬時に出し入れすることのできる最大の電力として定義される. 言い換えれば, 電池から SOP 分の電力を充電, あるいは放電したときに, それによって電池の上下限電圧を超えないということである. SOP は充電と放電の場合で異なるので, 充電の場合の SOP を充電可能電力 SOP_{in} , 放電の場合を放電可能電力 SOP_{out} とする. 上下限電圧を超えない充放電電流の最大値は, I_{in} を最大充電電流, I_{out} を最大放電電流として,

$$I_{in} = \frac{V_{max} - E}{R} \quad (2.8)$$

$$I_{out} = \frac{E - V_{min}}{R} \quad (2.9)$$

と求めることができる. ただし, V_{max} は電池の上限電圧, V_{min} は電池の下限電圧, E は起電圧, R は内部抵抗である. これより, 電池の SOP, すなわち, SOP_{in} と SOP_{out} は,

$$SOP_{in} = I_{in} V \quad (2.10)$$

$$SOP_{out} = I_{out} V \quad (2.11)$$

となる. 以上からわかるように, SOP は上下限電圧と端子電圧, 起電力, 内部抵抗に依存する. このうち, 上下限電圧は設計パラメータとしてあらかじめ与えるものであり, 端子電圧は測定値である. また, 起電力は SOC に依存することから, 結局 SOP の推定精度は SOC と内部抵抗の推定精度によって決まる.

2.3 古典的な SOC と内部インピーダンスの推定法

本節では, リチウムイオン二次電池が実用化された 1990 年代より前から, ニッケル水素電池やニッカド電池, 鉛蓄電池などに対して用いられてきた古典的な SOC や SOH, 内部抵抗の推定法について述べる. これらの古典的な推定法は, 2000 年代初期までのリチウムイオン二次電池に対しても良く用いられてきた方法である.

2.3.1 古典的な SOC 推定

SOC 推定法については, 以下の 3 種類がある [3], [6], [8], [27].

(a) 端子電圧の測定に基づく SOC 推定

端子電圧と SOC の関係を用いて、測定した端子電圧から SOC を算出する簡易的な方法である。端子電圧と SOC の関係は電流の履歴や電池温度などによって変化するため、Fig. 2.6 のように異なる C レートや Fig. 2.7 のように異なる電池温度のもとで測定したデータを用意して対応する。ただし、C レートとは電池容量に対する相対的な電流の大きさであり、1C は 1 時間で電池を完全放電させる電流の大きさである。このようにさまざまなデータを用意しても、電流が時々刻々大きく変化する EV や HEV の環境では推定精度はきわめて悪い。

(b) 開回路電圧の測定に基づく SOC 推定

開回路電圧（Open Circuit Voltage, 以下では OCV と略記する）と呼ばれる電圧と SOC の関係を用いて SOC を算出する。OCV は、電池が外部回路から切り離されて十分時間が経ち、電池内部の電気化学反応が平衡状態となったときの正極と負極の電位差として定義される。OCV と SOC の間には、Fig. 2.8 に示すような非線形な関係（SOC-OCV 特性）があり、電池の劣化などによって特性が変化しないことが知られているので、これを用いれば OCV から SOC が求まる。しかし、OCV を測定するには電池の使用後十分時間が経ち平衡状態になるのを待ち、端子電圧を測る必要がある。そのため EV や HEV ではつぎのような特殊な場合を除いて使われない。

1. 電流が大きい状態が継続している（近似的に平衡状態になっている）場合
2. 十分長い時間充放電が行われなかった場合

いずれの場合も、つぎの電流積算法の初期値を算出するための方法として用いられる。

(c) 電流積算法による SOC 推定

電流積算法（クーロンカウント法やアンペアアワーカウント法とも呼ばれる）は、広く使われている最も一般的な SOC 推定法である。

電流を積算することにより電池に出入りする電荷量を求める。すなわち、電荷 q と電流 i の間には

$$q(t) = \int_{t_0}^t i(\tau) d\tau \quad (2.12)$$

の関係があることを利用する。電池の総電荷量、すなわち電池の満充電容量で現在の電荷量を割れば、SOC が求められる。時刻 t 秒における SOC は、

$$\text{SOC}(t) = \text{SOC}(t_0) + \frac{1}{\text{FCC}} \int_{t_0}^t i(\tau) d\tau \quad (2.13)$$

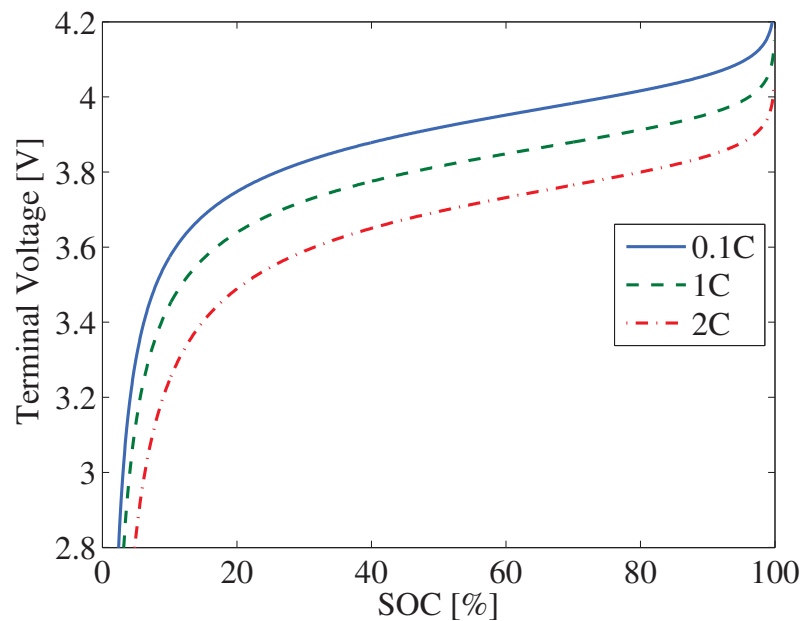


Fig. 2.6 Examples of the C-rate discharging characteristics.

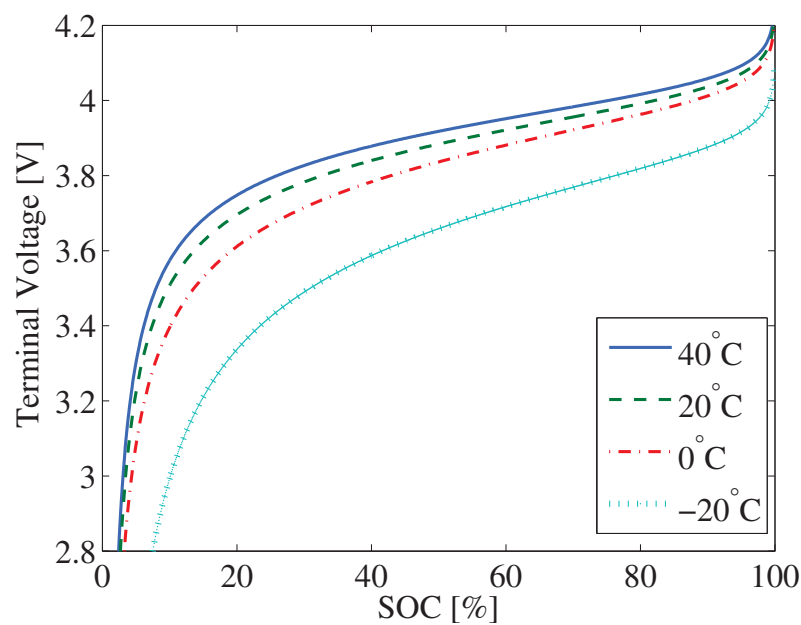


Fig. 2.7 Examples of the temperature discharging characteristics.

と表される．ただし，推定開始時刻を t_0 秒とした．

電流積算法は簡単で強力な SOC 推定法であるが，以下のような問題点がある．

1. 積算の初期値の誤差

積算の初期値（初期 SOC）に誤差があるとそれを修正できず，オフセットをもつ推定値となる．

2. 電流センサの誤差の積算

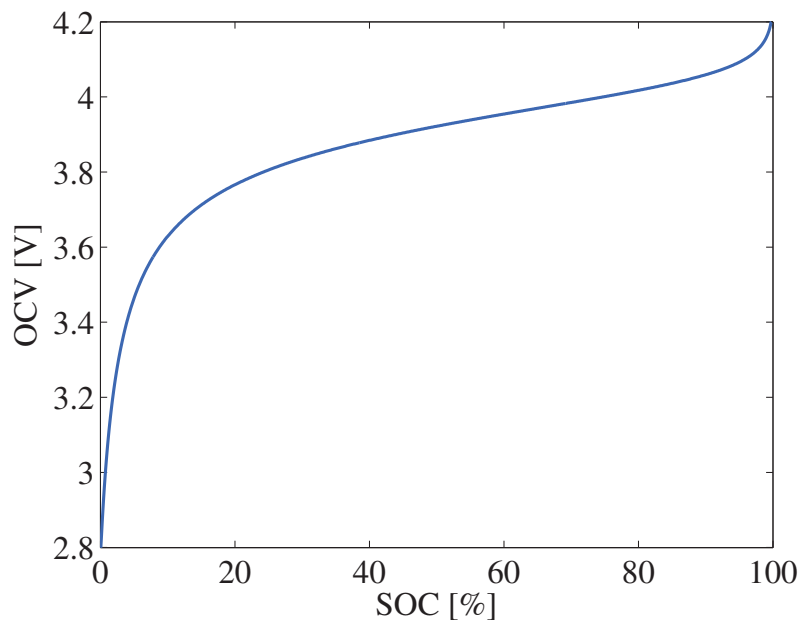


Fig. 2.8 An example of the SOC-OCV characteristics.

電流センサの誤差があるとそれを積算していくことになり、推定値がドリフトしていく。

3. 電池の劣化による誤差

電池が劣化すると満充電容量が減少することになり、誤差が生じる。

4. 自己放電による誤差

電池の内部で電荷が消費される現象を自己放電という。電池に出入りする電流を計測するだけの電流積算法では自己放電を計測することができない。

いずれも、なんらかのフィードバックによる補正が入らないために生じる問題点である。上記の問題点のうち、いずれが大きな問題となるかは電池の材料やセンサなどの条件によって変わってくる。

2.3.2 古典的な SOH 推定

SOH 推定の方法としては、以下の 2 種類の方法がある [3],[6],[8]。

(a) 完全充放電による容量計測による SOH 推定

電池の完全充放電を行って、現在の満充電容量を測る方法である。ここで、完全充放電とは、一度電池を満充電（SOC 100%）まで充電した後で、SOC 0% まで放電することをいう。放電する際に電流積算法を用いて満充電容量を求め、初期満充電容量で除算して SOH を求め

ることができる．電池を完全充放電する必要があるため，測定するタイミングが限られることと測定に長い時間がかかることが欠点である．

(b) 内部抵抗からのテーブルルックアップによる SOH 推定

電池が劣化するにつれて内部抵抗が増加する．そこで，SOH と内部抵抗の関係をあらかじめ取得してテーブル化し，現在の内部抵抗からテーブルルックアップで求める方法である．SOH と内部抵抗の関係を事前の実験によって求める必要があり，その精度に大きく左右される方法である．特に内部抵抗は温度などによっても大きく変化するので，その影響を考慮する必要がある [28], [29]．また，次項で述べる内部抵抗の推定誤差も SOH 推定の誤差要因となる．

2.3.3 古典的な内部抵抗の推定

内部抵抗の推定法としては，以下の 3 種類の方法がある [8]．

(a) I-V 特性からの線形回帰による内部抵抗の推定

内部インピーダンスが抵抗成分のみで表されると仮定すると，

$$V = E - IR \quad (2.14)$$

であるので，電流を横軸，電圧を縦軸にプロットしたいわゆる I-V 特性の傾きが内部抵抗となる．ただし，電流 I と電圧 V ，起電力 E ，内部抵抗 R とおいた．このことを利用して，ある条件下での電池の電流と電圧を保存し，線形回帰によって内部抵抗を求める．しかし，内部インピーダンスのリアクタンス成分の影響を無視することになるので，精度は低い．

(b) ステップ応答からの内部抵抗の推定

電池に一定電流 I を流し続けると，内部インピーダンスによる電圧降下がおき，電池の電圧の時間応答はたとえば Fig. 2.9 のようになる．このとき，所望の時間経過後（たとえば 5 秒後）の電圧降下 η から

$$R = \frac{\eta}{I} \quad (2.15)$$

として，内部抵抗が求まる．Fig. 2.9 の例では，初期電圧 4 V の電池を一定電流 10 A で放電し，5 秒後の電圧降下 $\eta = 13 \text{ mV}$ であるので，内部抵抗は $1.3 \text{ m}\Omega$ と求めることができる．この例では 5 秒後としているが，電池の使用条件によって時間を変える必要がある．この方法では一定電流であるので線形回帰のような計算が不要となるのが利点だが，EV や HEV の場合には，そのような一定電流を流すシーンがあるかどうか問題となる．

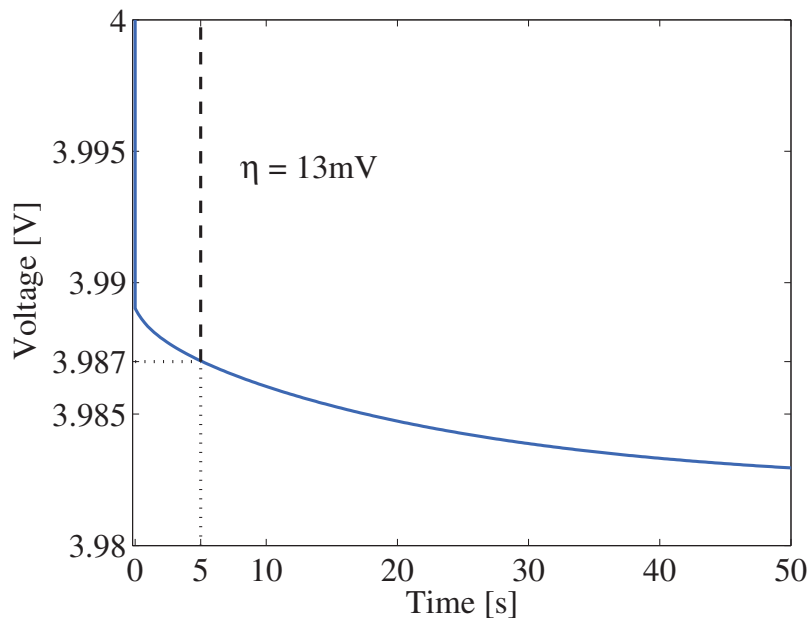


Fig. 2.9 An example of the step response of the battery.

(c) インピーダンス計測による内部抵抗の推定

電気化学の分野で一般的に用いられるのが、インピーダンス計測である [30]–[32]. 単一周波数の交流電流を流し、そのときのゲインと位相を計測する方法である. 実験室レベルで電池の特性を調べる用途では非常に有用だが、ユーザが電池を使用している際に推定できる方法ではない. EV などの場合には、駐車されている時間帯に所望の充放電を行って計測するシステムが必要になり、実現可能性には疑問が残る.

2.4 モデルに基づく SOC と内部インピーダンスの推定法

前節で述べたような古典的な SOC や SOH, 内部抵抗の推定法では、EV や HEV のような

- 大電流による頻繁な充放電
- $-30 \sim 50^{\circ}\text{C}$ にもおよぶ温度変化
- 数十にもおよぶ多数の電池の直列接続
- 誤差の大きい安価なセンサ

という条件のもとで正確に推定することは難しい. そこで、近年はモデルに基づく推定の適用が試みられている.

従来研究について述べる前にモデルに基づく SOC 推定の基本的な考え方を示す. 古典的な SOC 推定法として 2.3.1 項で述べた OCV の測定に基づく方法では、SOC-OCV 特性が電池の

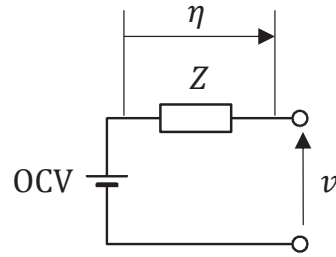


Fig. 2.10 Equivalent circuit of a battery.

劣化などによって変化しないことを利用した。しかし、OCVを得るために電池の使用後長時間待たなければならないという問題点があった。このOCVをEVやHEVの走行中にも推定することができれば、SOC-OCV特性を用いてSOCの推定が可能になる。この課題に対する解決策としてモデルに基づく推定が考えられているのである。

OCVの推定のために用いられるモデルの多くは電池の端子電圧 $y(t)$ を

$$y(t) = \text{OCV}(t) + \eta(t) \quad (2.16)$$

のように表す。これを等価回路で表すと Fig.2.10 のようになる。ただし、 $\eta(t)$ は電池の内部インピーダンス Z による電圧降下であり、過電圧と呼ばれる。内部インピーダンス Z が得られているとき、過電圧を計算することができ、そこから、

$$\text{OCV}(t) = y(t) - \eta(t) \quad (2.17)$$

を計算することにより OCV が推定できる。内部インピーダンス Z は電流を入力、過電圧 $\eta(t)$ を出力としたシステムとして記述できるので、モデルに基づく推定を適用することで電流と電圧の両方の測定値を用いたより高度な推定が可能となる。このようなモデルに基づく SOC 推定では、内部インピーダンス Z を正確に記述することが SOC の推定精度向上につながる。

以下ではそのようなモデルに基づく推定についての先行研究をまとめる。Fig. 2.11 に電池状態推定におけるモデルに基づく推定の先行研究と本論文との関連性を示す。

電池モデルの研究では、2010 年ごろから活発になった電気化学モデルと古くから用いられてきた等価回路モデルがある。2.4.1 項ではこれらの電池モデルについて述べる。

つぎに等価回路モデルを用いたモデルに基づく推定のうち、2000 年代前半から活発に行われている研究を大きく 2 つにわけて説明する。1 つは低次の線形モデルを用いてその少数のパラメータの逐次推定を行う方法であり、もう 1 つは高次の非線形モデルを用いてその多数のパラメータを既知として SOC 推定を行う方法である。2.4.2 項では前者について、2.4.3 項では後者について、それぞれ述べる。前者の方法の流れをくむのが、第 3 章で述べるシリーズカルマンフィルタ法である。

2000 年代後半になると、高次の非線形モデルを用いながらもそのパラメータの逐次推定を行う方法が提案された。2.4.4 項ではその方法について述べる。本論文でもこれと同様のアプ

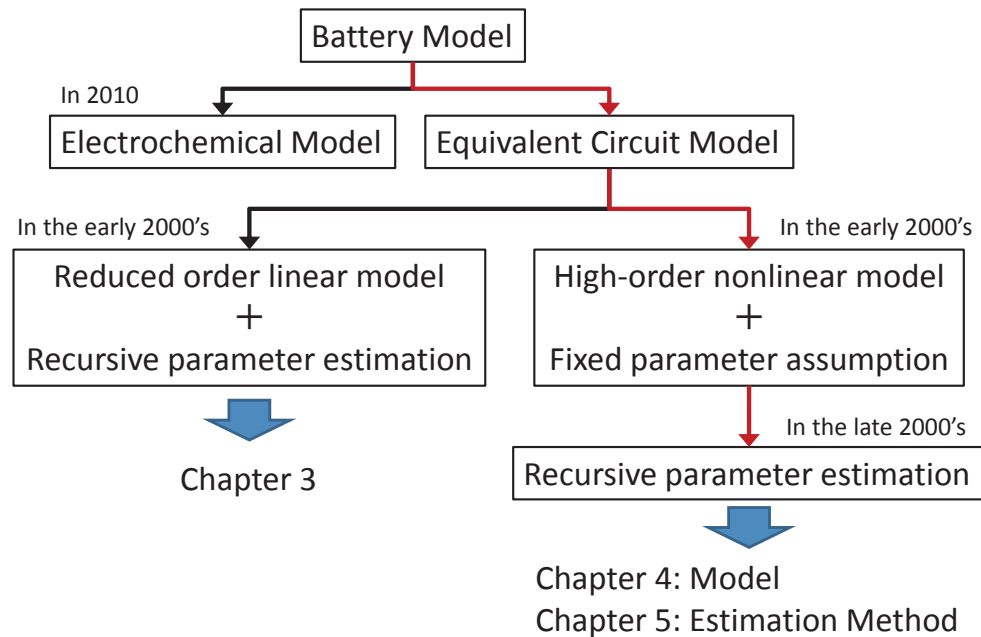


Fig. 2.11 Timeline of the conventional SOC estimation method.

ローチをとり，第4章で述べるリチウムイオンの拡散現象を考慮した電池モデルと第5章で述べる対数化UKFによるSOCとパラメータの同時推定法へとつながる。

最後に Fig. 2.11 に示した流れとはまったく違った試みとして，複数の推定法を組み合わせた方法について，2.4.5 項で述べる。

2.4.1 電池モデル

モデルに基づく推定に用いる電池モデルの先行研究について述べる。EV や HEV に搭載するバッテリーマネジメントシステム (BMS) において必要としているのは，走行中に SOC や内部インピーダンスを逐次推定することができるモデルである。そのためにはモデルの複雑さと精度のトレードオフを図ることが重要である。

(a) 電気化学モデル

電池内部で起きる電気化学反応を第一原理モデルによって記述しようとする電気化学モデルが古くから研究されてきた [33]。近年は，電池状態推定に用いるためのモデルとして，電気化学モデルを考える動きが活発化している [34]–[36]。提案されているモデルは，電池内部の電気化学反応の性質上，いずれも多変数の連立偏微分方程式となる。

電気化学モデルは正確なモデルになっていると考えられるが，初期条件や境界条件，パラメータなどの設定が煩雑である上に，主反応以外の副反応を考えるとさらに変数が増えてしま

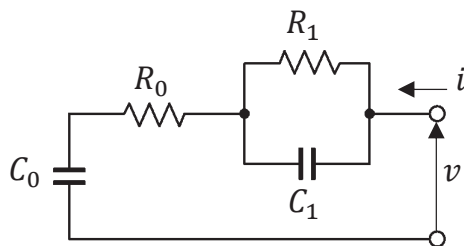


Fig. 2.12 The first example of the equivalent circuit model.

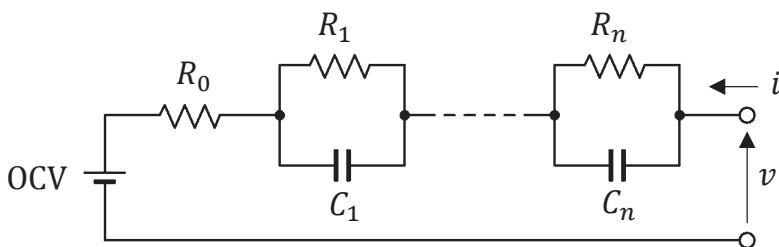


Fig. 2.13 The second example of the equivalent circuit model.

うという欠点がある．低次元化や線形化などのさまざまな簡略化を行う試みもある [35]–[38] が，その複雑さから少なくとも現在の車載マイコンの能力では実用化は困難である．

(b) 等価回路モデル

等価回路モデルで電池を表すことは古くから盛んに行われてきた [5], [23], [39]–[44]. Fig. 2.5 で示したようなテブナンの等価回路モデルを基本として，起電力 E と内部インピーダンス Z をさまざまな回路で表現している．たとえば，Fig. 2.12 のような 1 組の RC 並列回路で内部インピーダンスを表現した等価回路モデル [23], [39] や Fig. 2.13 のような多数の RC 並列回路で内部インピーダンスを表現した等価回路モデル [41], [42] などがある．

等価回路モデルは，電気化学の専門知識を必要としないので扱いやすいことや計算量が電気化学モデルに比べて少ないという利点がある．しかし，第一原理に基づくモデルではないので，正確に電池を表現できる範囲が電気化学モデルに比べて狭いという欠点がある．そのため，モデルに基づく推定を行うには，モデルだけでなく推定法も含めた工夫が必要である．

ここでは先行研究でのモデルに関する工夫について述べる．たとえば，温度特性など条件別に実験的に求めた結果をテーブル，あるいは数式の形で保存し，それを参照することで対応しようとすることが行われている [41], [42], [45]–[47]. また，等価回路モデルの簡単さを維持しつつ，大きな特徴をもつ部分を第一原理モデル的に加えていくことも試みられている [30], [48]–[51]. これらの試みでは，電池の電気化学反応のうち低周波数において支配的になる拡散過程を第一原理モデル的に加えて，等価回路モデルの形で表している．本論文でも第 4 章でこれらと同様の考え方に基づいた電池モデルを提案する．

2.4.2 低次の線形モデルのパラメータを逐次推定する方法

低次の線形モデルを用いてその少数のパラメータの逐次推定を行う方法としては、たとえば、Fig. 2.12 のような簡単な等価回路モデルを考え、その回路パラメータを適応デジタルフィルタ [23],[39] や逐次最小二乗法 [24],[52]、重み付き逐次最小二乗法 [53]、そして線形カルマンフィルタ [54] などによって推定し、推定したパラメータから SOC を計算する方法がある。

これらの方法では、電池モデルが推定したいパラメータについて線形であることが必要な条件となるため、あまり複雑なモデルを用いることができないという欠点がある。そのため、1 次や 2 次の低次の等価回路モデルを用いて、入出力をフィルタリングしたりするなどの工夫（チューニング）を行うことによって対応する場合が多い。たとえば、湯本ら [23] は、電池を線形時変モデルで記述し、適応デジタルフィルタで時変パラメータを逐次推定することにより、推定精度の高い実用的な推定法を提案したが、チューニングに難があり推定値の不自然な変動や突然の発散を抑える工夫が必要になるという課題が残っている。

2.4.3 高次の非線形モデルのパラメータを既知とする方法

高次の非線形モデルを用いてその多数のパラメータを既知として SOC 推定を行う方法としては、たとえば、拡張カルマンフィルタ（Extended Kalman Filter, 以下では EKF と略記する）による SOC 推定 [55]–[59] や UKF による SOC 推定 [60] が提案されている。EKF や UKF などの非線形カルマンフィルタ以外にも、非線形オブザーバ [61],[62] やスライディングモードオブザーバ [63],[64]、 H_∞ オブザーバ [65],[66] などを用いた方法も提案されている。また、ニューラルネットワークを用いたモデルと EKF による SOC 推定を組み合わせた方法もある [67]。

パラメータを既知として扱い SOC のみを推定する方法は、パラメータが時間とともに変化しない場合に最も効果を発揮する。しかし、EV や HEV などの車載環境では使用条件が時々刻々と大きく変化し、それによって電池のパラメータも変化してしまうのでこれらの方法を利用できるシーンは限定されてしまう。また、電池の個体差などによっても推定精度が大きく左右されてしまう。このように高次の非線形モデルのパラメータを既知とする方法は EV や HEV の電池に対しては必ずしも適切ではない。

2.4.4 高次の非線形モデルのパラメータを逐次推定する方法

高次の非線形モデルを用いている先行研究のほとんどが、前項で述べたようなパラメータを既知とした方法である。そのなかで、Plett は 2004 年に EKF を用いて SOC とパラメータの同時推定を行う方法 [5],[68],[69] を、2006 年に UKF を用いて SOC とパラメータの同時推定を

行う方法 [70],[71] をそれぞれ提案した。これらは非線形カルマンフィルタを用いた状態とパラメータの同時推定法を電池状態推定に適用した最初の例であり、先駆的な研究である。この Plett の研究を契機に電池状態推定の分野で同時推定が精力的に研究されるようになった。たとえば、EKF による同時推定 [26],[72] や UKF による同時推定 [73],[74] がその例である。

これらの同時推定法を用いれば、高次の非線形モデルのパラメータを逐次推定することができ、SOC の推定精度も高い。EV や HEV 用の電池の推定法として期待できる方法である。しかし、一般に状態とパラメータを同時推定法は複雑な非線形性を有する数値的に難しい問題である。Plett の提案する SOC とパラメータの同時推定法でもその例に漏れず数値的な難しさを有する問題となり、それが推定精度に悪影響を及ぼしており、SOC とパラメータの推定精度には向上の余地がある。本論文では第5章でこの同時推定法の考え方に基づいた推定法を提案し、Plett の従来法の課題を解決する。

2.4.5 複数の SOC 推定法の組み合わせ

市販の EV や HEV に搭載する BMS は、いつどんなときでも安定して電池の状態を推定できることが重要である。カルマンフィルタなどのように収束時間が必要なものについては、推定値が収束するまでの間もなんらかの手段によって推定し続ける必要がある。そのような場合に対応するために複数の SOC 推定法を組み合わせる方法が考えられている。

原始的には、条件によって推定法を切り替えるような、ルールベースで組み合わせる方法がある [3],[75]。また、それ以外にもモデルに基づく推定法と電流積算法を重み付き合成 [7],[24],[53] したり、電流積算法の推定値をモデルに基づく推定法の推定値でフィードバック補正 [76],[77] したりする方法が提案されている。また、カルマンフィルタを用いてセンサフュージョン [78],[79] する方法も提案されている。

組み合わせる方法の例として、Fig. 2.14 にセンサフュージョンの考え方を示した。電流積算法とモデルに基づく推定法の SOC 推定値の差分を取れば、2つの方法の誤差の差分 ($n_v - n_i$) がわかる。その差分を入力とした“誤差モデル”を構築し、2つの方法の誤差を推定することで、SOC 推定値の精度向上を図る。

このような複数の推定法を組み合わせる方法は実用上重要であるが、組み合わせ方は BMS を搭載する EV や HEV のシステム設計に大きく依存するという問題点がある。そのため、ある方法が他の EV や HEV のシステムでは適用不可能であるということも起こりうる。

2.5 電気自動車を用いた走行実験

本節では本論文で前提とする EV を用いた走行実験について述べる。この走行実験のデータを用いて第3章と第5章でそれぞれの方法の SOC やパラメータの推定精度を比較する。

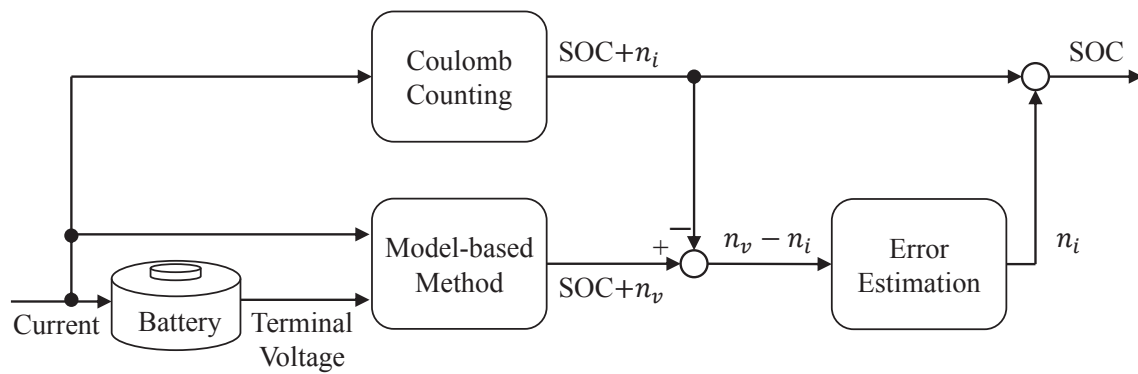


Fig. 2.14 Scheme of sensor fusion method.

実験に使用した EV に搭載されているリチウムイオン二次電池は、正極はマンガン系材料、負極はグラファイトで構成された電池である。また、SOH はほぼ 100% とみなしてよい新品を用いており、その満充電容量 FCC_0 は 65.6 Ah であった。

走行実験は、Fig. 2.15 に示す埼玉県さいたま市を起点とした神奈川県箱根町までの往復 324 km の行程で行った。実験の概要は以下のとおりである。

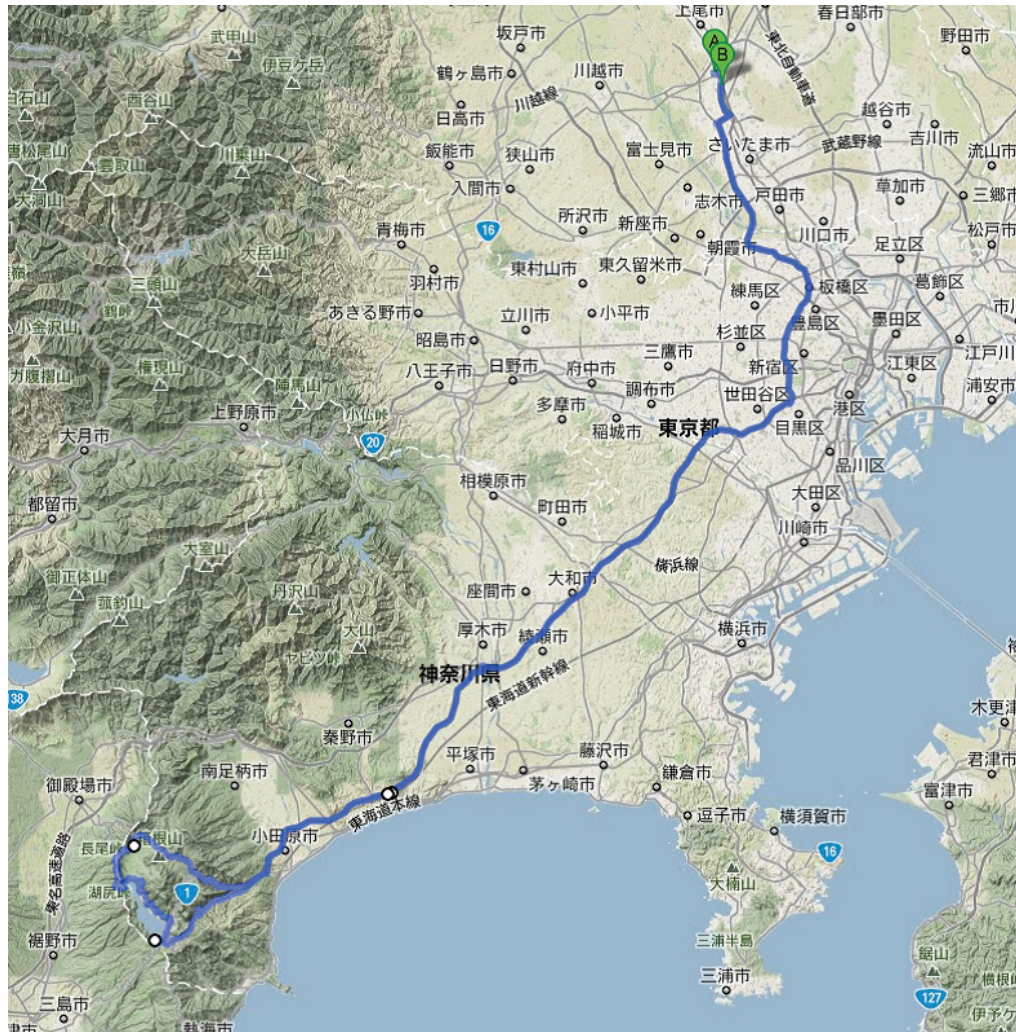


Fig. 2.15 Route map of EV experiment.

実験概要

実験日 2011年6月16日

天候 はれ

平均気温 20.2℃

走行ルート 大宮-首都高-東名高速-小田原厚木道路-国道1号線-箱根スカイライン-芦ノ湖スカイライン-ターンパイク-小田原厚木道路-東名高速-首都高-大宮

走行シーン 高速道路, 登り, 下り

走行時間 10時間

走行距離 324 km

標高差 1026 m

急速充電 4回

この実験の電流・全セルの平均電圧・SOC・電池の平均温度と外気温・車速の計測データを Fig. 2.16 に示す。ただし、電流は、充電を正、放電を負と定義した。エンジンで随時充電できる HEV と違い、EV の走行中は回生充電を除いて放電が基本となることが特徴である。また、Fig. 2.16 の電流・電圧波形には、量子化誤差および観測雑音などが加わっていることに注意する。

Fig. 2.16 の SOC はつぎのようにして求めた。まず、EV を一昼夜放置し、電池を平衡状態とする。その状態の電圧を OCV とみなし、SOC-OCV 特性を用いて高精度な SOC の初期値を得た。これが 2.3.1 項で述べた“開回路電圧の測定”である。その後の EV の走行実験中は高精度な電流センサを用いて、これも 2.3.1 項で述べた“電流積算法”を行い SOC を算出した。高価な高精度電流センサを用いることにより、誤差を最小限に抑えている。そして、実験後、再度 EV を一昼夜放置し、OCV から SOC を求め、走行実験後の SOC と比較して全体をキャリブレーションした。このようにして得られた SOC を本論文では“真値”とする。市販車ではユーザにこのようなコストと時間を負担させることはできないが、実験車ではそれが可能となる。

Fig. 2.16 を見ると、電池の温度が 21°C から 37°C まで変化しており、特に前半 4 時間の温度変化が大きい。電池の環境条件をできる限り揃えるためには温度変化の小さい後半 6 時間分のデータを用いるのが望ましい。

2.6 カルマンフィルタの理論と応用

時系列の状態空間モデルを用いて、雑音が含まれる観測値から状態空間モデルの状態を推定する推定器としてカルマンフィルタが良く知られている [80]–[83]。

本節ではカルマンフィルタの理論の概略を示す。特に本論文で扱う状態とパラメータの同時推定に適用する非線形カルマンフィルタについて述べる。本論文で扱う非線形カルマンフィルタは主に UKF であるが、比較対象として線形カルマンフィルタや EKF についても述べる。また、カルマンフィルタの数値計算の精度を向上させるための方法として、平方根フィルタや正規化カルマンフィルタについても述べる。平方根フィルタとしては、平方根カルマンフィルタや平方根 EKF、平方根 UKF について述べる。さらに、応用例として、非線形カルマンフィルタを用いた状態とパラメータの同時推定法について述べる。

2.6.1 カルマンフィルタにおける確率分布の遷移

カルマンフィルタのポイントは、雑音を含む状態変数の確率分布の 1 次モーメントと 2 次モーメント、すなわち平均値と分散を求めることにある。線形システムでは、正規性をもつ確

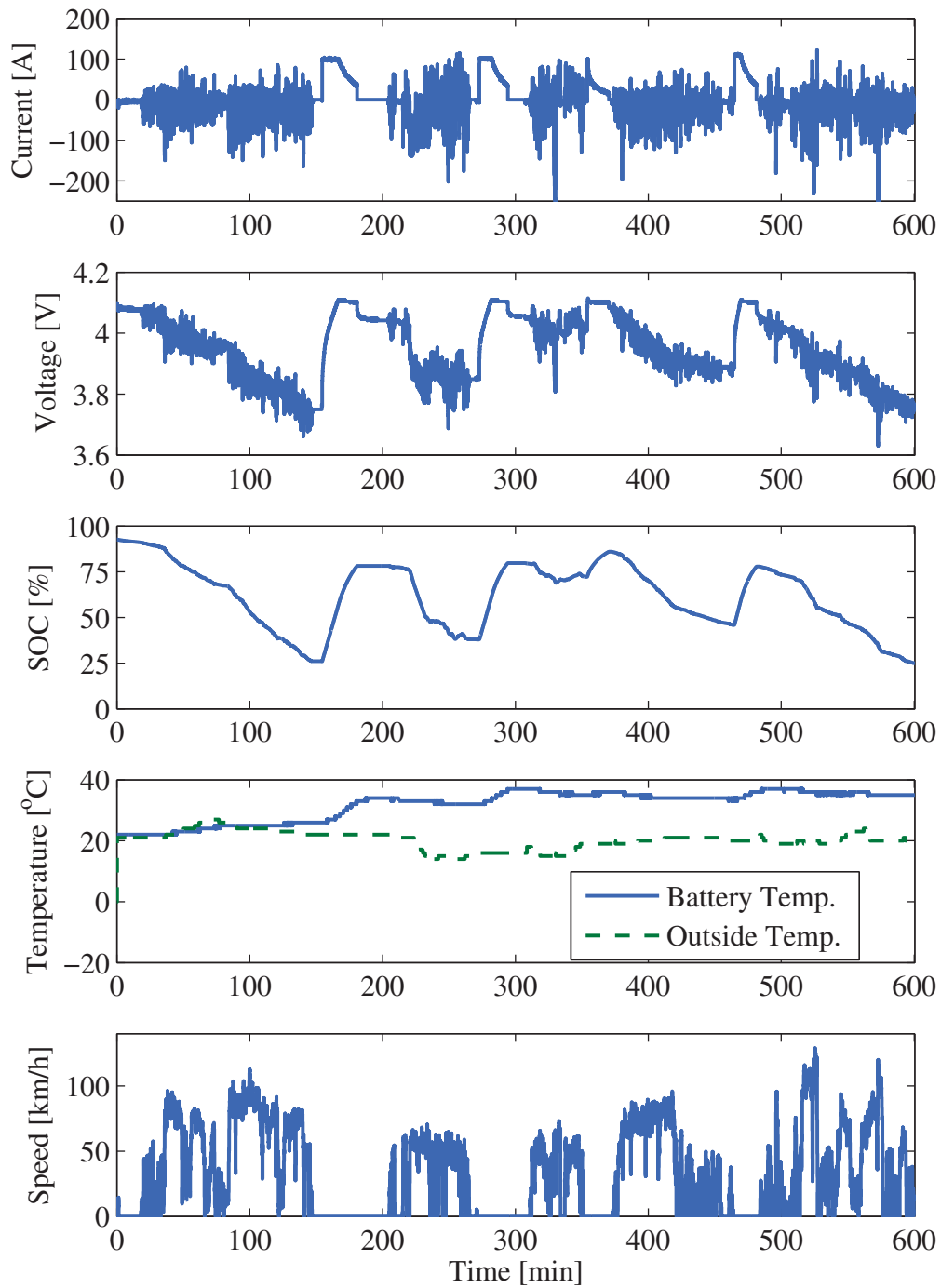


Fig. 2.16 Current, voltage, SOC, battery and outside temperature, and vehicle speed profiles of EV experiment.

率分布の遷移は平均値と分散を線形変換することによって表すことができる。Fig. 2.17 では正規分布に従う確率変数 x_k が線形変換によって正規分布に従う確率変数 x_{k+1} に遷移している様子を示している。これに対し、Fig. 2.18 のような非線形変換では、遷移後の確率分布は正規分布とはならない。1 次モーメントと 2 次モーメントが 3 次以上の高次モーメントによって影響を受けてしまうからである。このように非線形変換によって正規性の失われた確率分布をどのように正規分布に近似するかが、非線形カルマンフィルタにおける中心的な課題である。

たとえば、正規分布に従ってランダムに発生させた点を考えて、それらすべての点の遷移を計算することによって、実際に遷移後の確率分布を求めることができる。このようなモンテカルロ法を使えば、Fig. 2.19 のように遷移することがわかるが、計算量が多い。そのため、非線形システムの確率分布の遷移を近似的に求める方法が考案されている。

Fig. 2.20 に EKF の考え方を示す。EKF では非線形システム $f(x)$ を各時刻ステップごとに線形近似する。その線形近似システムを使って確率変数 x_k の確率分布を線形変換し、確率変数 x_{k+1} の確率分布を求める。しかし、非線形性が強く高次モーメントの影響が大きい場合、この方法では遷移後の確率分布を正確に表せない。また、非線形システムを線形近似しているので、微分可能でなければならないことも欠点の一つである。

一方、Fig. 2.21 に UKF の考え方を示す。UKF ではシグマポイントと呼ばれる少数個のサンプル点を使って確率分布を近似し、それぞれの重み付きの遷移を計算するというを行っている。Fig. 2.21 では、3 点用意したシグマポイントごとに遷移後の平均値と分散を計算し、それらを重みに従って加算している。このようにすることによって遷移後の確率分布をより正確に表すことができ、また計算量も増えすぎない近似をすることができる。また、システムを近似するのではなく、確率分布をシグマポイントで近似しているので、システム为非線形性について制約がない利点もある。

2.6.2 カルマンフィルタのアルゴリズム

本項では線形/非線形カルマンフィルタのアルゴリズムを示す。まず、Fig. 2.22 にカルマンフィルタの構造を示す。これは、線形/非線形を問わずカルマンフィルタの一般的な構造である。実際、本項で順に示す線形カルマンフィルタと EKF、UKF のアルゴリズムを見ると、Fig. 2.22 の構造になっている。各種カルマンフィルタの違いは、2.6.1 項で述べたように遷移後の確率分布の求め方の違いだけである。

(a) 線形カルマンフィルタのアルゴリズム

つぎの離散時間線形システムを考える。

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + v_k \quad (2.18)$$

$$y_k = Cx_k + Du_k + w_k \quad (2.19)$$

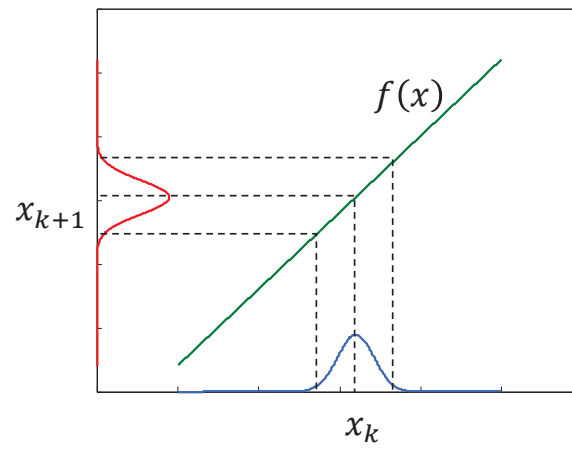


Fig. 2.17 An example of transition of probability density function in case of linear system.

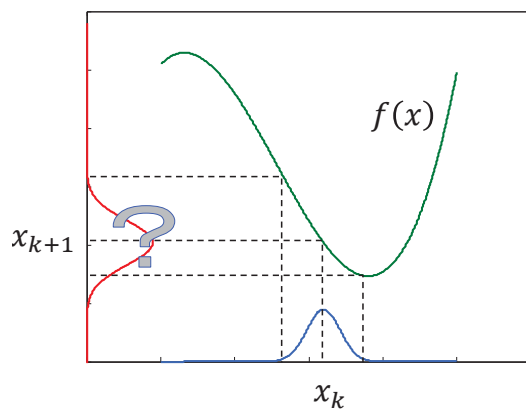


Fig. 2.18 An example of transition of probability density function in case of nonlinear system.

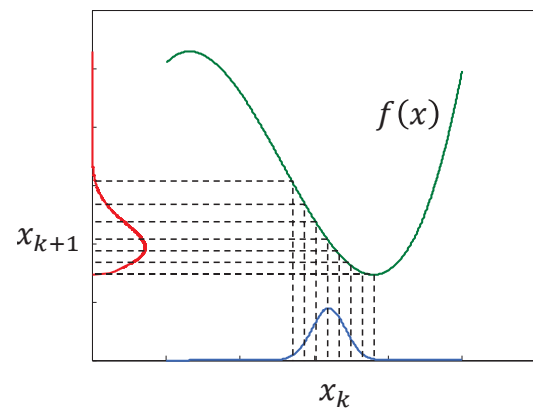


Fig. 2.19 Transition of probability density function used in Monte Carlo method.

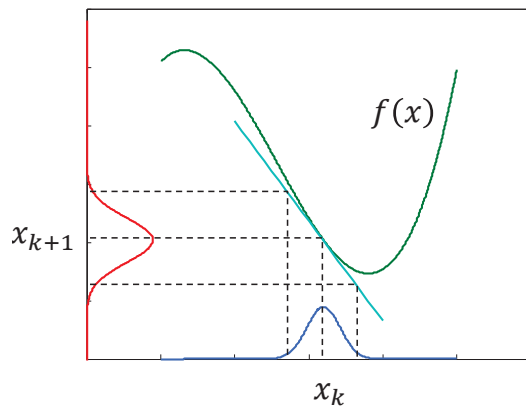


Fig. 2.20 Transition of probability density function used in Extended Kalman Filter.

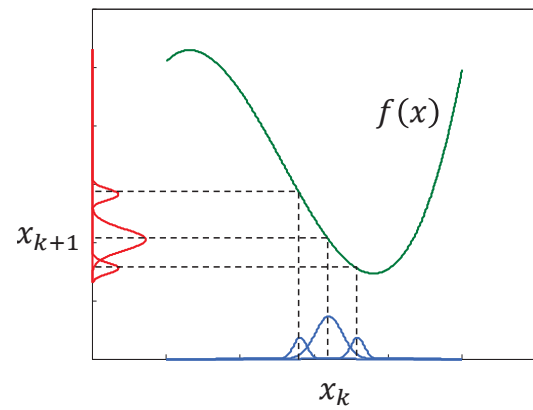


Fig. 2.21 Transition of probability density function used in Unscented Kalman Filter.

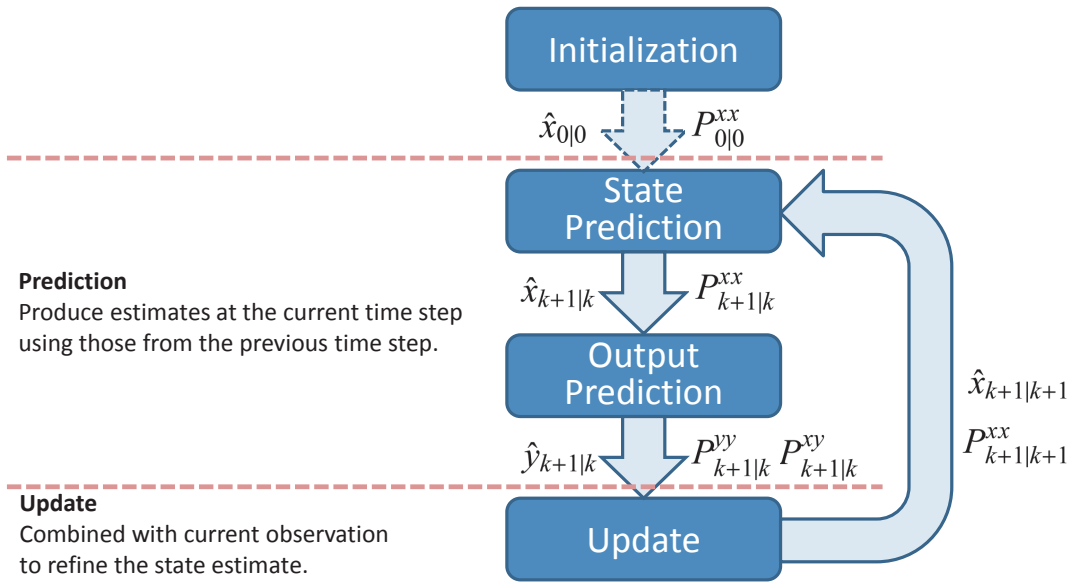


Fig. 2.22 Flow chart of Kalman filter algorithm.

ただし，状態変数 $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{n_x}$ ，入力 $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^{n_u}$ ，出力 $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^{n_y}$ とする．また，システム雑音 $\mathbf{v}$ を $N(\mathbf{0}, \mathbf{Q})$ に従う正規性白色雑音，観測雑音 $\mathbf{w}$ を $N(\mathbf{0}, \mathbf{R})$ に従う $\mathbf{v}$ と独立な正規性白色雑音とする．このとき，線形カルマンフィルタのアルゴリズムはつぎのようになる．

STEP 1 初期化

状態の初期推定値 $\hat{\mathbf{x}}_{0|0}$ を $N(\mathbf{x}_0, \mathbf{P}_0)$ に従う正規性確率ベクトルとする．すなわち，

$$\hat{\mathbf{x}}_{0|0} = \mathbb{E}[\mathbf{x}_{0|0}] = \mathbf{x}_0 \quad (2.20)$$

$$\mathbf{P}_{0|0}^{xx} = \mathbb{E}[(\mathbf{x}_{0|0} - \hat{\mathbf{x}}_{0|0})(\mathbf{x}_{0|0} - \hat{\mathbf{x}}_{0|0})^\top] = \mathbf{P}_0 \quad (2.21)$$

とおく．

STEP 2 事前推定

時刻 k における事後推定値 $\hat{\mathbf{x}}_{k|k}$ と状態方程式 (2.18) から，時刻 $k+1$ の状態を予測する．

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}_{k|k} + \mathbf{B}\mathbf{u}_k \quad (2.22)$$

$$\mathbf{P}_{k+1|k}^{xx} = \mathbf{A}\mathbf{P}_{k|k}^{xx}\mathbf{A}^\top + \mathbf{Q} \quad (2.23)$$

時刻 $k+1$ における事前推定値 $\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}$ と出力方程式 (2.19) から，時刻 $k+1$ の出力を更新する．

$$\hat{\mathbf{y}}_{k+1|k} = \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} + \mathbf{D}\mathbf{u}_{k+1} \quad (2.24)$$

$$\mathbf{P}_{k+1|k}^{yy} = \mathbf{C}\mathbf{P}_{k+1|k}^{xx}\mathbf{C}^\top + \mathbf{R} \quad (2.25)$$

$$\mathbf{P}_{k+1|k}^{xy} = \mathbf{P}_{k+1|k}^{xx}\mathbf{C}^\top \quad (2.26)$$

STEP 3 事後推定

時刻 $k+1$ における観測値 y_{k+1} と事前推定値 $\hat{y}_{k+1|k}$ から、時刻 $k+1$ の推定値を補正する.

$$K_{k+1} = P_{k+1|k}^{xy} (P_{k+1|k}^{yy})^{-1} \quad (2.27)$$

$$\hat{x}_{k+1|k+1} = \hat{x}_{k+1|k} + K_{k+1}(y_{k+1} - \hat{y}_{k+1|k}) \quad (2.28)$$

$$P_{k+1|k+1}^{xx} = P_{k+1|k}^{xx} - K_{k+1} P_{k+1|k}^{xy} K_{k+1}^T \quad (2.29)$$

$$= (I - K_{k+1} C) P_{k+1|k}^{xx} \quad (2.30)$$

(b) EKF のアルゴリズム

つぎの離散時間非線形システムを考える.

$$x_{k+1} = f(x_k, u_k) + v_k \quad (2.31)$$

$$y_k = h(x_k, u_k) + w_k \quad (2.32)$$

ただし、状態変数 $x \in \mathcal{R}^{n_x}$ 、入力 $u \in \mathcal{R}^{n_u}$ 、出力 $y \in \mathcal{R}^{n_y}$ とし、 $f(\cdot)$ と $h(\cdot)$ はベクトル値をとる x_k と u_k に関する非線形関数とする. また、システム雑音 v を $N(0, Q)$ に従う正規性白色雑音、観測雑音 w を $N(0, R)$ に従う v と独立な正規性白色雑音とする. このとき、EKF のアルゴリズムはつぎのようになる.

STEP 1 初期化

線形カルマンフィルタの場合と同様に (2.20), (2.21) 式のように初期化する.

STEP 2 事前推定

時刻 k における事後推定値 $\hat{x}_{k|k}$ と状態方程式 (2.31) から、時刻 $k+1$ の状態を予測する.

$$\hat{x}_{k+1|k} = f(\hat{x}_{k|k}, u_k) \quad (2.33)$$

$$P_{k+1|k}^{xx} = A_k P_{k|k}^{xx} A_k^T + Q \quad (2.34)$$

ただし、状態方程式 (2.31) を $x = \hat{x}_{k|k}$ においてつぎのように線形化する.

$$A_k = \left. \frac{\partial f(x, u_k)}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}_{k|k}} \quad (2.35)$$

時刻 $k+1$ における事前推定値 $\hat{x}_{k+1|k}$ と出力方程式 (2.32) から、時刻 $k+1$ の出力を更新する.

$$\hat{y}_{k+1|k} = h(\hat{x}_{k+1|k}, u_k) \quad (2.36)$$

$$P_{k+1|k}^{yy} = C_{k+1} P_{k+1|k}^{xx} C_{k+1}^T + R \quad (2.37)$$

$$P_{k+1|k}^{xy} = P_{k+1|k}^{xx} C_{k+1}^T \quad (2.38)$$

ただし、出力方程式 (2.32) を $\mathbf{x} = \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}$ においてつぎのように線形化する.

$$\mathbf{C}_{k+1} = \left. \frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{u}_{k+1})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}} \quad (2.39)$$

STEP 3 事後推定

時刻 $k+1$ における観測値 $\mathbf{y}_{k+1}$ と事前推定値 $\hat{\mathbf{y}}_{k+1|k}$ から、時刻 $k+1$ の推定値を補正する.

$$\mathbf{K}_{k+1} = \mathbf{P}_{k+1|k}^{\mathbf{xy}} \left(\mathbf{P}_{k+1|k}^{\mathbf{yy}} \right)^{-1} \quad (2.40)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k+1} = \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} + \mathbf{K}_{k+1}(\mathbf{y}_{k+1} - \hat{\mathbf{y}}_{k+1|k}) \quad (2.41)$$

$$\mathbf{P}_{k+1|k+1}^{\mathbf{xx}} = \mathbf{P}_{k+1|k}^{\mathbf{xx}} - \mathbf{K}_{k+1} \mathbf{P}_{k+1|k}^{\mathbf{xy}} \mathbf{K}_{k+1}^{\top} \quad (2.42)$$

(c) UKF のアルゴリズム

EKF の場合と同様に (2.31), (2.32) 式の離散時間非線形システムを考える. このとき, UKF のアルゴリズムはつぎのようになる.

STEP 1 初期化

線形カルマンフィルタの場合と同様に (2.20), (2.21) 式のように初期化する.

STEP 2 事前推定

時刻 k における事後推定値 $\hat{\mathbf{x}}_{k|k}$ からシグマポイント $\mathbf{X}_{k|k}^i$ をつぎのように生成する.

$$\mathbf{X}_{k|k}^i = \begin{cases} \hat{\mathbf{x}}_{k|k}, & i = 0 \\ \hat{\mathbf{x}}_{k|k} + \gamma (\mathbf{L}_{k|k})_i, & i = 1, 2, \dots, n_x \\ \hat{\mathbf{x}}_{k|k} - \gamma (\mathbf{L}_{k|k})_i, & i = n_x + 1, \dots, 2n_x \end{cases} \quad (2.43)$$

ここで, $(\mathbf{L}_{k|k})_i$ は行列平方根 $\mathbf{L}_{k|k}$ の i 番目の列成分であり, $\mathbf{L}_{k|k}$ は $\mathbf{L}_{k|k} \mathbf{L}_{k|k}^{\top} = \mathbf{P}_{k|k}^{\mathbf{xx}}$ を満たす. $\mathbf{L}_{k|k}$ はコレスキー分解, あるいは特異値分解により求めることができる. また, シグマポイントの重み $\mathbf{w}_a$ をつぎのように定める. なお, $\gamma = \sqrt{n_x + \lambda}$ であり, λ はスケーリング用のパラメータである. 状態変数 $\mathbf{x}$ が正規分布に従う雑音を含むとすれば, $n_x + \lambda = 3$ となるように取るとよい.

$$\mathbf{w}_a^i = \begin{cases} \frac{\lambda}{n_x + \lambda}, & i = 0 \\ \frac{1}{2(n_x + \lambda)}, & i = 1, 2, \dots, 2n_x \end{cases} \quad (2.44)$$

つぎに各シグマポイント毎に (2.31) 式の状態方程式を用いて出した事前推定値 $\mathbf{X}_{k+1|k}^i$ から,

時刻 $k+1$ の状態を予測する.

$$\mathcal{X}_{k+1|k}^i = f(\mathcal{X}_{k|k}^i, \mathbf{u}_k) \quad (2.45)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} = \sum_{i=0}^{2n_x} \mathbf{w}_a^i \mathcal{X}_{k+1|k}^i \quad (2.46)$$

$$\mathbf{P}_{k+1|k}^{xx} = \sum_{i=0}^{2n_x} \mathbf{w}_a^i (\mathcal{X}_{k+1|k}^i - \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}) (\mathcal{X}_{k+1|k}^i - \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k})^\top + \mathbf{Q} \quad (2.47)$$

時刻 $k+1$ における事前推定値 $\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}$ からシグマポイント $\mathcal{X}_{k+1|k}^i$ をつぎのように再生成する.

$$\mathcal{X}_{k+1|k}^i = \begin{cases} \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}, & i = 0 \\ \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} + \gamma (\mathbf{L}_{k+1|k})_i, & i = 1, 2, \dots, n_x \\ \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} - \gamma (\mathbf{L}_{k+1|k})_i, & i = n_x + 1, \dots, 2n_x \end{cases} \quad (2.48)$$

ここで, $(\mathbf{L}_{k+1|k})_i$ は行列平方根 $\mathbf{L}_{k+1|k}$ の i 番目の列成分であり, $\mathbf{L}_{k+1|k}$ は $\mathbf{L}_{k+1|k} \mathbf{L}_{k+1|k}^\top = \mathbf{P}_{k+1|k}^{xx}$ を満たす. また, シグマポイントの重み $\mathbf{w}_b$ をつぎのように定める.

$$\mathbf{w}_b^i = \begin{cases} \frac{\lambda}{n_x + \lambda}, & i = 0 \\ \frac{1}{2(n_x + \lambda)}, & i = 1, 2, \dots, 2n_x \end{cases} \quad (2.49)$$

つぎに各シグマポイント毎に (2.32) 式の出力方程式を用いて出した事前推定値 $\mathcal{Y}_{k+1|k}^i$ から, 時刻 $k+1$ の出力を更新する.

$$\mathcal{Y}_{k+1|k}^i = h(\mathcal{X}_{k+1|k}^i, \mathbf{u}_k) \quad (2.50)$$

$$\hat{\mathbf{y}}_{k+1|k} = \sum_{i=0}^{2n_x} \mathbf{w}_b^i \mathcal{Y}_{k+1|k}^i \quad (2.51)$$

$$\mathbf{P}_{k+1|k}^{yy} = \sum_{i=0}^{2n_x} \mathbf{w}_b^i (\mathcal{Y}_{k+1|k}^i - \hat{\mathbf{y}}_{k+1|k}) (\mathcal{Y}_{k+1|k}^i - \hat{\mathbf{y}}_{k+1|k})^\top + \mathbf{R} \quad (2.52)$$

$$\mathbf{P}_{k+1|k}^{xy} = \sum_{i=0}^{2n_x} \mathbf{w}_b^i (\mathcal{X}_{k+1|k}^i - \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}) (\mathcal{Y}_{k+1|k}^i - \hat{\mathbf{y}}_{k+1|k})^\top \quad (2.53)$$

STEP 3 事後推定

時刻 $k+1$ における観測値 $\mathbf{y}_{k+1}$ と事前推定値 $\hat{\mathbf{y}}_{k+1|k}$ から, 時刻 $k+1$ の推定値を補正する.

$$\mathbf{K}_{k+1} = \mathbf{P}_{k+1|k}^{xy} (\mathbf{P}_{k+1|k}^{yy})^{-1} \quad (2.54)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k+1} = \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} + \mathbf{K}_{k+1} (\mathbf{y}_{k+1} - \hat{\mathbf{y}}_{k+1|k}) \quad (2.55)$$

$$\mathbf{P}_{k+1|k+1}^{xx} = \mathbf{P}_{k+1|k}^{xx} - \mathbf{K}_{k+1} \mathbf{P}_{k+1|k}^{xy} \mathbf{K}_{k+1}^\top \quad (2.56)$$

なお、上記に示したようなシグマポイントの重み付け方法以外にも、つぎのように決定する方法もある。平均値に対する重み w_m を

$$w_m^i = \begin{cases} \frac{\lambda}{n_x + \lambda}, & i = 0 \\ \frac{1}{2(n_x + \lambda)}, & i = 1, 2, \dots, 2n_x \end{cases} \quad (2.57)$$

とし、共分散に対する重み w_c を

$$w_c^i = \begin{cases} \frac{\lambda}{n_x + \lambda} + 1 - \alpha^2 + \beta, & i = 0 \\ \frac{1}{2(n_x + \lambda)}, & i = 1, 2, \dots, 2n_x \end{cases} \quad (2.58)$$

とする。 α はシグマポイントの広がり決定するパラメータで、通常 $10^{-4} \leq \alpha \leq 1$ の値を使う。 β は状態 x の値の分布を加味するためのパラメータ、 λ はスケーリングパラメータである。正規分布を仮定するならば、 $\alpha = 1$, $\beta = 2$, $n_x + \lambda = 3$ が最適である [84],[85]。このようなシグマポイントの重み付けは複雑な非線形性をもつ場合に有用であるので、本論文でもこの重み付け方法を用いる。

2.6.3 平方根フィルタの考え方

本項では、カルマンフィルタの計算精度向上のための平方根フィルタについて述べる。平方根フィルタはカルマンフィルタが提案された当初から数値的安定性を向上させるために提案され、単精度浮動小数点演算を用いて、倍精度浮動小数点演算と同等の計算精度を得ることのできる方法として広く使われてきた [82],[86]。特に計算機の性能が低い場合に有用な方法である。科学技術計算において倍精度浮動小数点演算が標準となった現在においてはそれほど重要ではなくなっているが、車載マイコンなどでは倍精度浮動小数点演算器はいまだ高価なものと認識されており、実用化する上で平方根フィルタ化は重要である。UKF の場合についても平方根 UKF (Square-Root UKF) として Merwe ら [84],[87] や Simandl ら [88] が提案している。特に Merwe らのコレスキー分解のランク 1 更新を利用した方法が広く使われている。Plett [70],[71] も Merwe らのアルゴリズムを採用している。

平方根フィルタの基本的な考え方は、共分散行列 $\mathbf{P}$ をその平方根行列 $\mathbf{S}$ の積で置き換えることである [82]。行列 $\mathbf{P}$ を $n \times n$ の正定値対称行列としたとき、その平方根行列とは、

$$\mathbf{P} = \mathbf{S}^T \mathbf{S} \quad (2.59)$$

となる行列 $\mathbf{S}$ のことである。このとき、 $\mathbf{S}$ は一意に定まらないが、ここでは対角要素が正の値を取る $n \times n$ の上三角行列として一意に定める。このような平方根行列はコレスキー分解によって求めることができる。共分散行列 $\mathbf{P}$ を平方根行列 $\mathbf{S}$ で置き換えることによる利点は、つぎの 2 つである。

1. $\mathbf{S}$ の数値的条件は $\mathbf{P}$ の数値的条件よりも優れている.
2. $\mathbf{S}^\top \mathbf{S}$ は必ず正定値対称行列になる.

1 つ目の利点は, 単精度浮動小数点演算でも倍精度浮動小数点演算と同等の結果が得られるということである. また, 2 つ目の利点は, 通常のカルマンフィルタでは計算機の桁落ちによって共分散行列の正定値性が崩れてフィルタが不安定になることがあるが, 平方根フィルタではそのようなことがアルゴリズム上ありえないということである.

問題はいかにして $\mathbf{P}$ を計算せずに $\mathbf{S}$ だけを計算していくかである. そこで利用するのが以下の 3 つの計算・数式変形である.

- (a) QR 分解
- (b) Joseph の安定化アルゴリズム
- (c) コレスキー分解のランク 1 更新

以下ではこれらについて述べる.

(a) QR 分解

行列 $\mathbf{X}$ の QR 分解とは, $\mathbf{X}$ をユニタリ行列 $\mathbf{Q}$ と上三角行列 $\mathbf{R}$ の積に分解することをいう. 行列 $\mathbf{X}$ が $m \times n$ の行列 ($m > n$) とすると, その QR 分解は,

$$\mathbf{X} = \mathbf{Q}\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_1 & \mathbf{Q}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{R}_1 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \mathbf{Q}_1 \mathbf{R}_1 \quad (2.60)$$

となる. ただし, $\mathbf{R} \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{m \times m}$, $\mathbf{Q}_1 \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $\mathbf{Q}_2 \in \mathbb{R}^{m \times (m-n)}$, $\mathbf{R}_1 \in \mathbb{R}^{n \times n}$ である. QR 分解を用いると,

$$\mathbf{X}^\top \mathbf{X} = (\mathbf{Q}\mathbf{R})^\top (\mathbf{Q}\mathbf{R}) = \mathbf{R}^\top \mathbf{Q}^\top \mathbf{Q} \mathbf{R} = \mathbf{R}^\top \mathbf{R} = \mathbf{R}_1^\top \mathbf{R}_1 \quad (2.61)$$

が成り立つ. この意味するところは「行列 $\mathbf{X}$ を QR 分解した上三角行列 $\mathbf{R}_1$ は行列 $\mathbf{X}^\top \mathbf{X}$ の平方根行列と等しい」ということである.

この QR 分解を平方根フィルタに応用する. カルマンフィルタでは (2.23), (2.25) 式のような共分散行列 $\mathbf{P}$ に関するつぎのような計算が必要になる.

$$\mathbf{P}_{k+1} = \mathbf{A}\mathbf{P}_k\mathbf{A}^\top + \mathbf{B}\mathbf{Q}\mathbf{B}^\top \quad (2.62)$$

ただし, $\mathbf{A}, \mathbf{B}$ は適当な行列で, $\mathbf{Q}$ は対角行列である. このとき, 共分散行列 $\mathbf{P}$ の代わりにその平方根行列 $\mathbf{S}$ で表すと, (2.62) 式は,

$$(\mathbf{S}_{k+1})^\top \mathbf{S}_{k+1} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_k \mathbf{A}^\top \\ \sqrt{\mathbf{Q}} \mathbf{B}^\top \end{bmatrix}^\top \begin{bmatrix} \mathbf{S}_k \mathbf{A}^\top \\ \sqrt{\mathbf{Q}} \mathbf{B}^\top \end{bmatrix} \quad (2.63)$$

と変形できることから、 $\mathbf{S}_{k+1}$ を計算するには、(2.61) 式より

$$\mathbf{S}_{k+1} = f_{\text{qr}} \left(\begin{bmatrix} \mathbf{S}_k \mathbf{A}^\top \\ \sqrt{\mathbf{Q}} \mathbf{B}^\top \end{bmatrix} \right) \quad (2.64)$$

とすれば良い。ただし、 $\mathbf{R} = f_{\text{qr}}(\mathbf{M})$ は行列 $\mathbf{M}$ の QR 分解の上三角行列 $\mathbf{R}$ を計算する関数である。

この QR 分解を用いる方法は、(2.62) 式の右辺第 2 項が減算である場合には (2.63) 式のように式変形できないので利用できない。そこで、つぎに述べる Joseph の安定化アルゴリズムやコレスキー分解のランク 1 更新が必要になる。

(b) Joseph の安定化アルゴリズム

カルマンフィルタのアルゴリズムの中で QR 分解を利用することのできない箇所として、(2.29) 式のカルマンゲインを用いた共分散行列の事後推定がある。共分散行列 $\mathbf{P}$ の代わりにその平方根行列 $\mathbf{S}$ で表すと、(2.29) 式は、

$$\mathbf{P}_{k+1|k+1}^{\text{xx}} = (\mathbf{S}_{k+1|k}^{\text{xx}})^\top \mathbf{S}_{k+1|k}^{\text{xx}} - \mathbf{K}_{k+1} (\mathbf{S}_{k+1|k}^{\text{yy}})^\top \mathbf{S}_{k+1|k}^{\text{yy}} \mathbf{K}_{k+1}^\top \quad (2.65)$$

と書けるが、右辺の第 2 項が減算であるので、QR 分解を利用することができない。そこで、カルマンフィルタのアルゴリズム中の (2.25) 式を利用して、QR 分解を使える形に式変形する。すなわち、(2.65) 式は、

$$\mathbf{P}_{k+1|k+1}^{\text{xx}} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{k+1|k}^{\text{xx}} (\mathbf{I} - \mathbf{C}^\top \mathbf{K}_{k+1}^\top) \\ \sqrt{\mathbf{R}} \mathbf{K}_{k+1}^\top \end{bmatrix}^\top \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{k+1|k}^{\text{xx}} (\mathbf{I} - \mathbf{C}^\top \mathbf{K}_{k+1}^\top) \\ \sqrt{\mathbf{R}} \mathbf{K}_{k+1}^\top \end{bmatrix} \quad (2.66)$$

となる。この式変形された形を Joseph の安定化アルゴリズムと呼ぶ。この形であれば QR 分解を使うことができ、

$$\mathbf{S}_{k+1|k+1}^{\text{xx}} = f_{\text{qr}} \left(\begin{bmatrix} \mathbf{S}_{k+1|k}^{\text{xx}} (\mathbf{I} - \mathbf{C}^\top \mathbf{K}_{k+1}^\top) \\ \sqrt{\mathbf{R}} \mathbf{K}_{k+1}^\top \end{bmatrix} \right) \quad (2.67)$$

となる。

線形カルマンフィルタや EKF を平方根フィルタ化する場合には、ここまでで述べた 2 つの計算・式変形を用いればよい。しかし、UKF の平方根フィルタ化の場合、さらにコレスキー分解のランク 1 更新が必要になる場合がある。

(c) コレスキー分解のランク 1 更新

コレスキー分解のランク 1 更新には、Update と Downdate の 2 種類がある。 $\mathbf{R}$ が $\mathbf{R}^\top \mathbf{R}$ のコレスキー分解、 $\mathbf{x}$ が適切な長さのベクトルであるとき、Update は

$$\mathbf{X} = \mathbf{R}^\top \mathbf{R} + \mathbf{x} \mathbf{x}^\top \quad (2.68)$$

のコレスキー分解を求める方法, Downdate は

$$\mathbf{X} = \mathbf{R}^\top \mathbf{R} - \mathbf{x}\mathbf{x}^\top \quad (2.69)$$

のコレスキー分解を求める方法である.

$\mathbf{R}$ と $\mathbf{x}$ から右辺の計算をして $\mathbf{X}$ のコレスキー分解を行った場合の計算量は $O(n^3)$ であるに
対して, $\mathbf{R}$ と $\mathbf{x}$ からランク 1 更新で直接コレスキー分解を求めた場合の計算量は $O(n^2)$ であ
る. 毎回コレスキー分解を計算することを避け, 計算量を削減する方法として使われている.
特にオーダが大きい場合に有効である. ただし, 問題点として, Update はどのような場合で
も計算できるが, Downdate は $\mathbf{X}$ が正定値行列にならない場合は計算ができないことがあげら
れる. また, 計算の精度もそれほど高くない. MATLAB® では cholupdate というコマンドが
用意されている.

QR 分解の代わりとしてコレスキー分解のランク 1 更新を用いることができる. また,
Joseph の安定化アルゴリズムを用いなくてもすべてをコレスキー分解のランク 1 更新を用い
て計算することもできる. 実際に広く使われている Merwe らの平方根 UKF では, Joseph の
安定化アルゴリズムを用いず, コレスキー分解のランク 1 更新の Downdate を用いている. し
かし, 前述のとおり計算の精度がそれほど高くない点と, Downdate の場合に計算ができない
ことがある点を鑑みて, 本論文では QR 分解や Joseph の安定化アルゴリズムが利用できない
場合にのみ利用する.

コレスキー分解のランク 1 更新を利用せざるを得ないケースについて述べる. たとえば,
UKF におけるシグマポイントを使った共分散行列の事前推定の (2.47) 式は,

$$\mathbf{P}_{k+1|k}^{xx} = \sum_{i=0}^{2n_x} \mathbf{w}_a^i (\mathbf{X}_{k+1|k}^i - \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}) (\mathbf{X}_{k+1|k}^i - \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k})^\top + \mathbf{Q} \quad (2.70)$$

$$\begin{aligned} &= \sqrt{\mathbf{w}_a^0} (\mathbf{X}_{k+1|k}^0 - \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}) \sqrt{\mathbf{w}_a^0} (\mathbf{X}_{k+1|k}^0 - \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k})^\top + \dots \\ &\quad + \sqrt{\mathbf{w}_a^{2n_x}} (\mathbf{X}_{k+1|k}^{2n_x} - \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}) \sqrt{\mathbf{w}_a^{2n_x}} (\mathbf{X}_{k+1|k}^{2n_x} - \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k})^\top + \sqrt{\mathbf{Q}} \sqrt{\mathbf{Q}} \end{aligned} \quad (2.71)$$

$$\begin{aligned} &= \begin{bmatrix} \sqrt{\mathbf{w}_a^0} (\mathbf{X}_{k+1|k}^0 - \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k})^\top \\ \vdots \\ \sqrt{\mathbf{w}_a^{2n_x}} (\mathbf{X}_{k+1|k}^{2n_x} - \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k})^\top \\ \sqrt{\mathbf{Q}} \end{bmatrix}^\top \begin{bmatrix} \sqrt{\mathbf{w}_a^0} (\mathbf{X}_{k+1|k}^0 - \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}) \\ \vdots \\ \sqrt{\mathbf{w}_a^{2n_x}} (\mathbf{X}_{k+1|k}^{2n_x} - \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}) \\ \sqrt{\mathbf{Q}} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.72)$$

と変形すれば, QR 分解を適用できることがわかる. このときシグマポイントの重み $\mathbf{w}_a^i$ がす
べて正である必要がある. しかし, 実際には $i = 0$ のとき, 負となる場合があるので, $i = 0$ の

ときについてのみコレスキー分解のランク 1 更新の Downdate を用いる．すなわち，

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{k+1|k}^{xx} = & -\sqrt{|\mathbf{w}_a^0|}(\mathbf{X}_{k+1|k}^0 - \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k})\sqrt{|\mathbf{w}_a^0|}(\mathbf{X}_{k+1|k}^0 - \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k})^\top \\ & + \begin{bmatrix} \sqrt{\mathbf{w}_a^1}(\mathbf{X}_{k+1|k}^1 - \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k})^\top \\ \vdots \\ \sqrt{\mathbf{w}_a^{2n_x}}(\mathbf{X}_{k+1|k}^{2n_x} - \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k})^\top \\ \sqrt{\mathbf{Q}} \end{bmatrix}^\top \begin{bmatrix} \sqrt{\mathbf{w}_a^1}(\mathbf{X}_{k+1|k}^1 - \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k})^\top \\ \vdots \\ \sqrt{\mathbf{w}_a^{2n_x}}(\mathbf{X}_{k+1|k}^{2n_x} - \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k})^\top \\ \sqrt{\mathbf{Q}} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.73)$$

として，右辺第 2 項を QR 分解した上で，第 1 項と合わせてコレスキー分解のランク 1 更新の Downdate を行えば良い．右辺第 2 項の QR 分解が

$$\mathbf{T}_{k+1|k}^{xx} = f_{\text{qr}} \left(\begin{bmatrix} \sqrt{\mathbf{w}_a^1}(\mathbf{X}_{k+1|k}^1 - \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k})^\top \\ \vdots \\ \sqrt{\mathbf{w}_a^{2n_x}}(\mathbf{X}_{k+1|k}^{2n_x} - \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k})^\top \\ \sqrt{\mathbf{Q}} \end{bmatrix} \right) \quad (2.74)$$

であるとき，第 1 項と合わせてコレスキー分解のランク 1 更新の Downdate は，

$$\mathbf{S}_{k+1|k}^{xx} = f_{\text{cd}} \left(\mathbf{T}_{k+1|k}^{xx}, \sqrt{|\mathbf{w}_a^0|}(\mathbf{X}_{k+1|k}^0 - \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}) \right) \quad (2.75)$$

となる．ただし， $\mathbf{X} = f_{\text{cd}}(\mathbf{R}, \mathbf{x})$ はベクトル $\mathbf{x}$ による上三角行列 $\mathbf{R}$ のコレスキー分解のランク 1 更新の Downdate を計算する関数である．

2.6.4 平方根フィルタのアルゴリズム

本項では平方根フィルタ版の線形/非線形カルマンフィルタのアルゴリズムを示す．

(a) 平方根線形カルマンフィルタのアルゴリズム

通常の線形カルマンフィルタの場合と同様に (2.18), (2.19) 式の離散時間非線形システムを考える．このとき，平方根線形カルマンフィルタのアルゴリズムはつぎのようになる．

STEP 1 初期化

状態の初期推定値 $\hat{\mathbf{x}}_{0|0}$ を $N(\mathbf{x}_0, \mathbf{S}_0^\top \mathbf{S}_0)$ に従う正規性確率ベクトルとする．すなわち，

$$\hat{\mathbf{x}}_{0|0} = \mathbb{E}[\mathbf{x}_{0|0}] = \mathbf{x}_0 \quad (2.76)$$

$$\mathbf{S}_{0|0}^{xx} = \sqrt{\mathbb{E}[(\mathbf{x}_{0|0} - \hat{\mathbf{x}}_{0|0})(\mathbf{x}_{0|0} - \hat{\mathbf{x}}_{0|0})^\top]} = \mathbf{S}_0 \quad (2.77)$$

とおく．

STEP 2 事前推定

時刻 k における事後推定値 $\hat{\mathbf{x}}_{k|k}$ と状態方程式 (2.18) から、時刻 $k+1$ の状態を予測する.

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}_{k|k} + \mathbf{B}\mathbf{u}_k \quad (2.78)$$

$$\mathbf{S}_{k+1|k}^{xx} = f_{\text{qr}}\left(\left[\mathbf{S}_{k|k}^{xx}\mathbf{A}^\top, \sqrt{\mathbf{Q}}\right]^\top\right) \quad (2.79)$$

時刻 $k+1$ における事前推定値 $\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}$ と出力方程式 (2.19) から、時刻 $k+1$ の出力を更新する.

$$\hat{\mathbf{y}}_{k+1|k} = \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} + \mathbf{D}\mathbf{u}_{k+1} \quad (2.80)$$

$$\mathbf{S}_{k+1|k}^{yy} = f_{\text{qr}}\left(\left[\mathbf{S}_{k+1|k}^{xx}\mathbf{C}^\top, \sqrt{\mathbf{R}}\right]^\top\right) \quad (2.81)$$

$$\mathbf{P}_{k+1|k}^{xy} = \mathbf{S}_{k+1|k}^{xx\top} \mathbf{S}_{k+1|k}^{xx} \mathbf{C}^\top \quad (2.82)$$

STEP 3 事後推定

時刻 $k+1$ における観測値 $\mathbf{y}_{k+1}$ と事前推定値 $\hat{\mathbf{y}}_{k+1|k}$ から、時刻 $k+1$ の推定値を補正する.

$$\mathbf{K}_{k+1} = \mathbf{P}_{k+1|k}^{xy} \left(\mathbf{S}_{k+1|k}^{yy} \right)^{-1} \quad (2.83)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k+1} = \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} + \mathbf{K}_{k+1}(\mathbf{y}_{k+1} - \hat{\mathbf{y}}_{k+1|k}) \quad (2.84)$$

$$\mathbf{S}_{k+1|k+1}^{xx} = f_{\text{qr}}\left(\left[\mathbf{S}_{k+1|k}^{xx} - \mathbf{S}_{k+1|k}^{xx} \mathbf{C}^\top \mathbf{K}_{k+1}^\top, \sqrt{\mathbf{R}} \mathbf{K}_{k+1}^\top\right]^\top\right) \quad (2.85)$$

(b) 平方根 EKF のアルゴリズム

通常の EKF の場合と同様に (2.31), (2.32) 式の離散時間非線形システムを考える. このとき, EKF を平方根フィルタ化した平方根 EKF のアルゴリズムはつぎのようになる.

STEP 1 初期化

平方根線形カルマンフィルタの場合と同様に (2.76), (2.77) 式のように初期化する.

STEP 2 事前推定

時刻 k における事後推定値 $\hat{\mathbf{x}}_{k|k}$ と状態方程式 (2.31) から、時刻 $k+1$ の状態を予測する.

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} = f(\hat{\mathbf{x}}_{k|k}, \mathbf{u}_k) \quad (2.86)$$

$$\mathbf{S}_{k+1|k}^{xx} = f_{\text{qr}}\left(\left[\mathbf{S}_{k|k}^{xx}\mathbf{A}_k^\top, \sqrt{\mathbf{Q}}\right]^\top\right) \quad (2.87)$$

ただし, 状態方程式 (2.31) を $\mathbf{x} = \hat{\mathbf{x}}_{k|k}$ においてつぎのように線形化する.

$$\mathbf{A}_k = \left. \frac{\partial f(\mathbf{x}, \mathbf{u}_k)}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}_{k|k}} \quad (2.88)$$

時刻 $k+1$ における事前推定値 $\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}$ と出力方程式 (2.32) から、時刻 $k+1$ の出力を更新する。

$$\hat{\mathbf{y}}_{k+1|k} = \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}, \mathbf{u}_k) \quad (2.89)$$

$$\mathbf{S}_{k+1|k}^{yy} = f_{\text{qr}} \left(\left[\mathbf{S}_{k+1|k}^{xx} \mathbf{C}_{k+1}^\top, \sqrt{\mathbf{R}} \right]^\top \right) \quad (2.90)$$

$$\mathbf{P}_{k+1|k}^{xy} = \mathbf{S}_{k+1|k}^{xx}{}^\top \mathbf{S}_{k+1|k}^{xx} \mathbf{C}_{k+1}^\top \quad (2.91)$$

ただし、出力方程式 (2.32) を $\mathbf{x} = \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}$ においてつぎのように線形化する。

$$\mathbf{C}_{k+1} = \left. \frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{u}_{k+1})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}} \quad (2.92)$$

STEP 3 事後推定

時刻 $k+1$ における観測値 $\mathbf{y}_{k+1}$ と事前推定値 $\hat{\mathbf{y}}_{k+1|k}$ から、時刻 $k+1$ の推定値を補正する。

$$\mathbf{K}_{k+1} = \mathbf{P}_{k+1|k}^{xy} \left(\mathbf{S}_{k+1|k}^{yy}{}^\top \mathbf{S}_{k+1|k}^{yy} \right)^{-1} \quad (2.93)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k+1} = \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} + \mathbf{K}_{k+1}(\mathbf{y}_{k+1} - \hat{\mathbf{y}}_{k+1|k}) \quad (2.94)$$

$$\mathbf{S}_{k+1|k+1}^{xx} = f_{\text{qr}} \left(\left[\mathbf{S}_{k+1|k}^{xx} - \mathbf{S}_{k+1|k}^{xx} \mathbf{C}_{k+1}^\top \mathbf{K}_{k+1}, \sqrt{\mathbf{R}} \mathbf{K}_{k+1}^\top \right]^\top \right) \quad (2.95)$$

(c) 平方根 UKF のアルゴリズム

通常の UKF の場合と同様に (2.31), (2.32) 式の離散時間非線形システムを考える。このとき、UKF を平方根フィルタ化した平方根 UKF のアルゴリズムはつぎのようになる。

STEP 1 初期化

平方根線形カルマンフィルタの場合と同様に (2.76), (2.77) 式のように初期化する。

STEP 2 事前推定

時刻 k における事後推定値 $\hat{\mathbf{x}}_{k|k}$ からシグマポイント $\mathbf{X}_{k|k}^i$ をつぎのように生成する。

$$\mathbf{X}_{k|k}^i = \begin{cases} \hat{\mathbf{x}}_{k|k}, & i = 0 \\ \hat{\mathbf{x}}_{k|k} + \gamma \left(\mathbf{S}_{k|k}^{xx} \right)_i, & i = 1, 2, \dots, n_x \\ \hat{\mathbf{x}}_{k|k} - \gamma \left(\mathbf{S}_{k|k}^{xx} \right)_i, & i = n_x + 1, \dots, 2n_x \end{cases} \quad (2.96)$$

ここで、 $\left(\mathbf{S}_{k|k}^{xx} \right)_i$ は行列平方根 $\mathbf{S}_{k|k}^{xx}$ の i 番目の行成分である。また、シグマポイントの重み $\mathbf{w}_a$ をつぎのように定める。なお、 $\gamma = \sqrt{n_x + \lambda}$ であり、 λ はスケーリング用のパラメータである。状態変数 $\mathbf{x}$ が正規分布に従う雑音を含むとすれば、 $n_x + \lambda = 3$ となるように取るとよい。

$$\mathbf{w}_a^i = \begin{cases} \frac{\lambda}{n_x + \lambda}, & i = 0 \\ \frac{1}{2(n_x + \lambda)}, & i = 1, 2, \dots, 2n_x \end{cases} \quad (2.97)$$

つぎに各シグマポイント毎に (2.31) 式の状態方程式を用いて出した事前推定値 $\mathcal{X}_{k+1|k}^i$ から、時刻 $k+1$ の状態を予測する。ただし、 $\mathbf{w}_a^0$ の正負によってつぎのように処理を変える。

(I) $\mathbf{w}_a^0 \geq 0$ の場合 (QR 分解のみを利用)

$$\mathcal{X}_{k+1|k}^i = f(\mathcal{X}_{k|k}^i, \mathbf{u}_k) \quad (2.98)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} = \sum_{i=0}^{2n_x} \mathbf{w}_a^i \mathcal{X}_{k+1|k}^i \quad (2.99)$$

$$\mathbf{M}_{k|k}^{xx} = \left[\sqrt{\mathbf{w}_a^i} (\mathcal{X}_{k+1|k}^i - \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}) \right], \quad i = 0, 1, \dots, 2n_x \quad (2.100)$$

$$\mathbf{S}_{k+1|k}^{xx} = f_{qr} \left([\mathbf{M}_{k|k}^{xx}, \sqrt{\mathbf{Q}}]^\top \right) \quad (2.101)$$

(II) $\mathbf{w}_a^0 < 0$ の場合 (QR 分解とコレスキー分解のランク 1 更新を利用)

$$\mathcal{X}_{k+1|k}^i = f(\mathcal{X}_{k|k}^i, \mathbf{u}_k) \quad (2.102)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} = \sum_{i=0}^{2n_x} \mathbf{w}_a^i \mathcal{X}_{k+1|k}^i \quad (2.103)$$

$$\mathbf{M}_{k+1|k}^{xx} = \left[\sqrt{\mathbf{w}_a^i} (\mathcal{X}_{k+1|k}^i - \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}) \right], \quad i = 1, 2, \dots, 2n_x \quad (2.104)$$

$$\mathbf{T}_{k+1|k}^{xx} = f_{qr} \left([\mathbf{M}_{k+1|k}^{xx}, \sqrt{\mathbf{Q}}]^\top \right) \quad (2.105)$$

$$\mathbf{S}_{k+1|k}^{xx} = f_{cd} \left(\mathbf{T}_{k+1|k}^{xx}, \sqrt{|\mathbf{w}_a^0|} (\mathcal{X}_{k+1|k}^0 - \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}) \right) \quad (2.106)$$

時刻 $k+1$ における事前推定値 $\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}$ からシグマポイント $\mathcal{X}_{k+1|k}^i$ をつぎのように再生成する。

$$\mathcal{X}_{k+1|k}^i = \begin{cases} \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}, & i = 0 \\ \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} + \gamma (\mathbf{S}_{k+1|k}^{xx})_i, & i = 1, 2, \dots, n_x \\ \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} - \gamma (\mathbf{S}_{k+1|k}^{xx})_i, & i = n_x + 1, \dots, 2n_x \end{cases} \quad (2.107)$$

ここで、 $(\mathbf{S}_{k+1|k}^{xx})_i$ は行列平方根 $\mathbf{S}_{k+1|k}^{xx}$ の i 番目の行成分である。また、シグマポイントの重み $\mathbf{w}_b$ をつぎのように定める。

$$\mathbf{w}_b^i = \begin{cases} \frac{\lambda}{n_x + \lambda}, & i = 0 \\ \frac{1}{2(n_x + \lambda)}, & i = 1, 2, \dots, 2n_x \end{cases} \quad (2.108)$$

つぎに各シグマポイント毎に (2.32) 式の出力方程式を用いて出した事前推定値 $\mathcal{Y}_{k+1|k}^i$ から、時刻 $k+1$ の出力を更新する。ただし、 $\mathbf{w}_b^0$ の正負によってつぎのように処理を変える。

(I) $w_b^0 \geq 0$ の場合 (QR 分解のみを利用)

$$\mathbf{y}_{k+1|k}^i = \mathbf{h}(\mathbf{x}_{k+1|k}^i, \mathbf{u}_k) \quad (2.109)$$

$$\hat{\mathbf{y}}_{k+1|k} = \sum_{i=0}^{2n_x} \mathbf{w}_b^i \mathbf{y}_{k+1|k}^i \quad (2.110)$$

$$\mathbf{M}_{k+1|k}^{xx} = \left[\sqrt{\mathbf{w}_b^i} (\mathbf{x}_{k+1|k}^i - \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}) \right], \quad i = 0, 1, \dots, 2n_x \quad (2.111)$$

$$\mathbf{M}_{k+1|k}^{yy} = \left[\sqrt{\mathbf{w}_b^i} (\mathbf{y}_{k+1|k}^i - \hat{\mathbf{y}}_{k+1|k}) \right], \quad i = 0, 1, \dots, 2n_x \quad (2.112)$$

$$\mathbf{S}_{k+1|k}^{yy} = f_{qr} \left(\left[\mathbf{M}_{k+1|k}^{yy}, \sqrt{\mathbf{R}} \right]^\top \right) \quad (2.113)$$

$$\mathbf{P}_{k+1|k}^{xy} = \mathbf{M}_{k+1|k}^{xx} \left(\mathbf{M}_{k+1|k}^{yy} \right)^\top \quad (2.114)$$

(II) $w_b^0 < 0$ の場合 (QR 分解とコレスキー分解のランク 1 更新を利用)

$$\mathbf{y}_{k+1|k}^i = \mathbf{h}(\mathbf{x}_{k+1|k}^i, \mathbf{u}_k) \quad (2.115)$$

$$\hat{\mathbf{y}}_{k+1|k} = \sum_{i=0}^{2n_x} \mathbf{w}_b^i \mathbf{y}_{k+1|k}^i \quad (2.116)$$

$$\mathbf{M}_{k+1|k}^{xx} = \left[\sqrt{\mathbf{w}_b^i} (\mathbf{x}_{k+1|k}^i - \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}) \right], \quad i = 0, 1, \dots, 2n_x \quad (2.117)$$

$$\mathbf{M}_{k+1|k}^{yy} = \left[\sqrt{\mathbf{w}_b^i} (\mathbf{y}_{k+1|k}^i - \hat{\mathbf{y}}_{k+1|k}) \right], \quad i = 1, 2, \dots, 2n_x \quad (2.118)$$

$$\mathbf{T}_{k+1|k}^{yy} = f_{qr} \left(\left[\mathbf{M}_{k+1|k}^{yy}, \sqrt{\mathbf{R}} \right]^\top \right) \quad (2.119)$$

$$\mathbf{S}_{k+1|k}^{yy} = f_{cd} \left(\mathbf{T}_{k+1|k}^{yy}, \sqrt{|\mathbf{w}_b^0|} (\mathbf{y}_{k+1|k}^0 - \hat{\mathbf{y}}_{k+1|k}) \right) \quad (2.120)$$

$$\mathbf{P}_{k+1|k}^{xy} = \mathbf{M}_{k+1|k}^{xx} \left[\sqrt{\mathbf{w}_b^i} (\mathbf{y}_{k+1|k}^i - \hat{\mathbf{y}}_{k+1|k}), \mathbf{M}_{k+1|k}^{yy} \right]^\top \quad (2.121)$$

STEP 3 事後推定

時刻 $k+1$ における観測値 $\mathbf{y}_{k+1}$ と事前推定値 $\hat{\mathbf{y}}_{k+1|k}$ から、時刻 $k+1$ の推定値を補正する。

$$\mathbf{K}_{k+1} = \mathbf{P}_{k+1|k}^{xy} \left(\mathbf{S}_{k+1|k}^{yy} \right)^{-1} \quad (2.122)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k+1} = \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} + \mathbf{K}_{k+1} (\mathbf{y}_{k+1} - \hat{\mathbf{y}}_{k+1|k}) \quad (2.123)$$

$$\mathbf{S}_{k+1|k+1}^{xx} = f_{qr} \left(\left[\mathbf{M}_{k+1|k}^{xx} - \mathbf{M}_{k+1|k}^{xy} \mathbf{K}_{k+1}^\top, \sqrt{\mathbf{R}} \mathbf{K}_{k+1}^\top \right]^\top \right) \quad (2.124)$$

2.6.5 正規化非線形カルマンフィルタ

本項ではカルマンフィルタの計算精度向上のための方法の一つである正規化カルマンフィルタについて述べる。各状態変数の間のオーダの差が大きいと計算機の桁落ちや丸め誤差などに

よって数値計算の精度に問題が出てくる．そのような場合にオーダを揃えた状態変数に変換して推定する方法が正規化カルマンフィルタである．以下では，河原井ら [89] が提案している正規化非線形カルマンフィルタについて述べる．

まず，(2.31), (2.32) 式の離散時間非線形システムを考える．このとき，正規化した状態変数を

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{N}_x^{-1} \mathbf{x}_k \quad (2.125)$$

とおく．ただし， $\mathbf{N}_x$ は正規化因子である．正規化非線形カルマンフィルタでは，この新たな状態変数 $\mathbf{z}$ を推定する．この新たな状態変数を用いると，(2.31), (2.32) 式は，

$$\mathbf{z}_{k+1} = \mathbf{N}_x^{-1} \mathbf{f}(\mathbf{N}_x \mathbf{z}_k, \mathbf{u}_k) + \mathbf{N}_x^{-1} \mathbf{v}_k \quad (2.126)$$

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{h}(\mathbf{N}_x \mathbf{z}_k, \mathbf{u}_k) + \mathbf{w}_k \quad (2.127)$$

となる．このモデルに対して，EKF や UKF などの非線形カルマンフィルタを用いて推定する．

2.6.6 非線形カルマンフィルタによる状態とパラメータの同時推定法

カルマンフィルタを用いた推定の応用として，状態とパラメータの同時推定がある [81],[90]．これは，システムの状態と未知パラメータをまとめた拡大系を構成し，その拡大系をカルマンフィルタを用いて推定することにより，状態と未知パラメータを同時に推定しようというものである．このような同時推定の利点は，パラメータを逐次的に推定しながら，それを反映した状態推定ができることにある．しかし，同時推定で扱う拡大系は一般に非線形システムとなるので線形カルマンフィルタは利用できない．また，行列のサイズが大きくなるので計算負荷も増える．さらに非線形カルマンフィルタでは大域的安定性を保証できないという問題がある．これらの問題点から，同時推定法は広く用いられてきたわけではなかった．しかし，近年の計算機の性能向上と，EKF 以外の UKF [91],[92] やアンサンブルカルマンフィルタ [93],[94] などの非線形カルマンフィルタにより，非線形カルマンフィルタによる状態とパラメータの同時推定法の応用範囲は広がってきている [81],[90],[95]–[99]．本項では非線形カルマンフィルタを用いた状態とパラメータの同時推定法について述べる．

状態とパラメータの同時推定法では，システムの未知パラメータを状態変数に加えた拡大系を構成し推定する．つぎの離散時間非線形システムを考える．

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{f}(\mathbf{x}_k, \boldsymbol{\theta}_k, \mathbf{u}_k) + \mathbf{v}_k \quad (2.128)$$

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{h}(\mathbf{x}_k, \boldsymbol{\theta}_k, \mathbf{u}_k) + \mathbf{w}_k \quad (2.129)$$

ただし，状態変数 $\mathbf{x} \in \mathcal{R}^{n_x}$ ，未知パラメータ $\boldsymbol{\theta} \in \mathcal{R}^{n_\theta}$ ，入力 $\mathbf{u} \in \mathcal{R}^{n_u}$ ，出力 $\mathbf{y} \in \mathcal{R}^{n_y}$ とし， $\mathbf{f}(\cdot)$ と $\mathbf{h}(\cdot)$ はベクトル値をとる $\mathbf{x}_k$ と $\boldsymbol{\theta}_k$ ， $\mathbf{u}_k$ に関する非線形関数とする．また，システム雑音 $\mathbf{v}$ を $N(\mathbf{0}, \mathbf{Q})$ に従う正規性白色雑音，観測雑音 $\mathbf{w}$ を $N(\mathbf{0}, \mathbf{R})$ に従う $\mathbf{v}$ と独立な正規性白色雑音とす

る．このとき，同時推定法で推定する未知パラメータ θ は一定値で，システム雑音 n によってランダムウォークすると仮定する．すなわち，

$$\theta_{k+1} = \theta_k + n_k \quad (2.130)$$

である．ただし，未知パラメータについてのシステム雑音 n を $N(0, Q_\theta)$ に従う正規性白色雑音とする．

状態変数 x と未知パラメータ θ を用いて，拡大系の状態変数を

$$z_k = \begin{bmatrix} x_k^\top & \theta_k^\top \end{bmatrix}^\top \quad (2.131)$$

と定義すると，(2.128), (2.129) 式は，

$$z_{k+1} = f(z_k, u_k) + \begin{bmatrix} v_k \\ n_k \end{bmatrix} \quad (2.132)$$

$$y_k = h(z_k, u_k) + w_k \quad (2.133)$$

という拡大系に書き換えられる．この拡大系に対して非線形カルマンフィルタを適用することで，状態と未知パラメータを同時推定することができる．

2.7 まとめ

本章では，まず，基本的なリチウムイオン二次電池の構造と材料，電気化学反応，電池の“状態”と“パラメータ”の定義について述べた．電池の電気化学反応が複数の素反応を含んで複雑なものになっているうえに，構造や材料の違いによる電池の特性のバリエーションがさらに電池状態推定を難しいものとしている．リチウムイオン二次電池は発展途上の技術であり，日々改良されていくことも頭を悩ませる問題である．このような背景の中で汎用性のある電池状態推定法が求められている．

つぎに従来の研究における電池の SOC とパラメータの推定法について述べた．電池の SOC やパラメータの推定法は，リチウムイオン二次電池の登場の前，鉛蓄電池などの時代から数多く提案されている．しかし，古典的な電圧や電流，温度からのテーブルルックアップやインピーダンス計測では，激しい充放電を行わず，使用する温度範囲も狭いような限られた条件下でしか用いることができない．そのため，EV や HEV の用途には不向きであり，モデルに基づいた推定法が必要である．

近年盛んに研究されているモデルに基づいた推定法のうち多くは，限られた条件下で成立する推定法である．EV や HEV の実用に耐えうるようにするには条件別にたくさんの実験を行い，それらの条件に基づいてルールベースで推定法を切り替えるなど，すり合わせを行う必要がある．より広い条件下で高精度に推定できる方法が求められている．

また、本論文で前提とする EV を使った走行実験について述べた。実験は、実際の EV を使って埼玉県さいたま市から神奈川県箱根町までの往復 324 km の行程で行い、10 時間分の実験データが得られた。

最後に、非線形カルマンフィルタの理論の概略について述べた。EKF や UKF などの非線形カルマンフィルタのアルゴリズムを示した。さらに平方根フィルタと正規化カルマンフィルタという数値計算の精度向上のための方法について述べた。また非線形カルマンフィルタを用いた状態とパラメータの同時推定法についても述べた。

第 3 章

シリーズカルマンフィルタ法を用いた SOC 推定

本章では提案法の準備として、線形等価回路モデルと 2 段階の線形カルマンフィルタを用いたシリーズカルマンフィルタ法による SOC 推定について述べる。

3.1 はじめに

リチウムイオン二次電池が EV や HEV 用として注目を浴び始めた 2000 年代前半、EV や HEV 用の電池状態推定の研究も注目を浴び始めていた。その中で特に先駆的な研究成果として、湯本らの適応デジタルフィルタ [23] や Plett による EKF を用いた SOC とパラメータの同時推定法 [5], [68], [69] などが挙げられる。これらの方法に共通するのは電池のパラメータを逐次推定しようとしている点にある。EV や HEV の使用環境では電流や電池温度などが時々刻々と変化するので、それにしたがって電池のパラメータも変化していく。パラメータを時不変と仮定すると、パラメータの誤差が SOC 推定や SOP 推定の誤差として表れることを防ぐことができない。そのため、先行研究では電池のパラメータを逐次推定するというアプローチを取っていた。

そこで著者らは、まず、湯本らの適応デジタルフィルタ [23] と同様に簡単な線形時変モデルを仮定し、それを逐次推定することを試みた [54]。線形カルマンフィルタを用いて時変パラメータを推定し、得られたパラメータから SOC を計算する方法である。しかし、この方法では平均的な推定精度は高いものの、得られたパラメータから SOC を計算する段階で電流や電圧の雑音の影響を強く受けてしまうという問題点があり、実用上はさらなるフィルタリングが必要であった。

本章で述べるシリーズカルマンフィルタ法は、そのさらなるフィルタリングとして線形カルマンフィルタを用いることで、SOC の推定精度の向上を図った方法である。

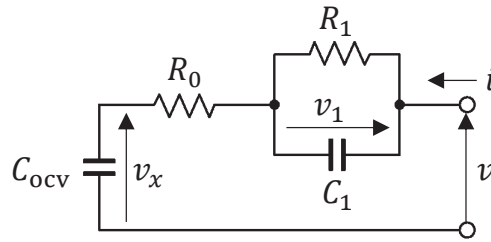


Fig. 3.1 Simplified model.

3.2 シリーズカルマンフィルタ法

本節では，シリーズカルマンフィルタ法とその適用方法について述べる．

シリーズカルマンフィルタ法による SOC 推定の 3 つの要点とその効果についてまとめる．1 つ目の要点は，電池を Fig. 3.1 のような線形の等価回路モデルとして扱うことである．これにより，線形システムに対するパラメータ推定や状態推定の方法を用いることができる．

2 つ目の要点は，電池を線形時変システムとみなし，その時変パラメータを推定することである．Fig. 3.1 の電池の線形等価回路モデルは，入力を電流，出力を端子電圧とすると，時変パラメータについての線形回帰モデルとして扱うことができる．この線形回帰モデルに対して線形カルマンフィルタを用いれば，その時変パラメータを推定できる．これにより，EV や HEV の走行中に電池のパラメータが変動していくという課題を解決することができる．

3 つ目の要点は，推定した時変パラメータをもとに OCV を線形カルマンフィルタを用いて推定することである．線形等価回路モデルにおいて，入力を電流，出力を端子電圧，状態変数を OCV をはじめとする回路内部の電圧として，状態空間表現を用いた定式化を行えば，線形カルマンフィルタを用いて OCV を推定することができる．これにより出力に加わる観測雑音の影響を抑えた OCV 推定ができる．このようにして OCV が求めれば，最後に Fig. 2.8 に示したような SOC-OCV 特性から SOC を算出することができる．

Fig. 3.2 にシリーズカルマンフィルタ法の概要を示す．線形カルマンフィルタをパラメータ推定（1 段階目）と OCV 推定（2 段階目）のシリーズで 2 回使うのがシリーズカルマンフィルタ法の特徴である．以下では，シリーズカルマンフィルタ法を適用する具体的な方法を述べる．

3.2.1 1 段階目カルマンフィルタによるパラメータ推定

パラメータ推定では Fig. 3.1 のモデルの入出力関係を求め，その伝達関数の係数を求めるアプローチを取る [54]．その際，伝達関数の係数の推定を線形回帰モデルに帰着させ，逐次最小二乗法を拡張した線形カルマンフィルタを用いる．Fig. 3.1 のモデルで入力を電流 i ，出力を端

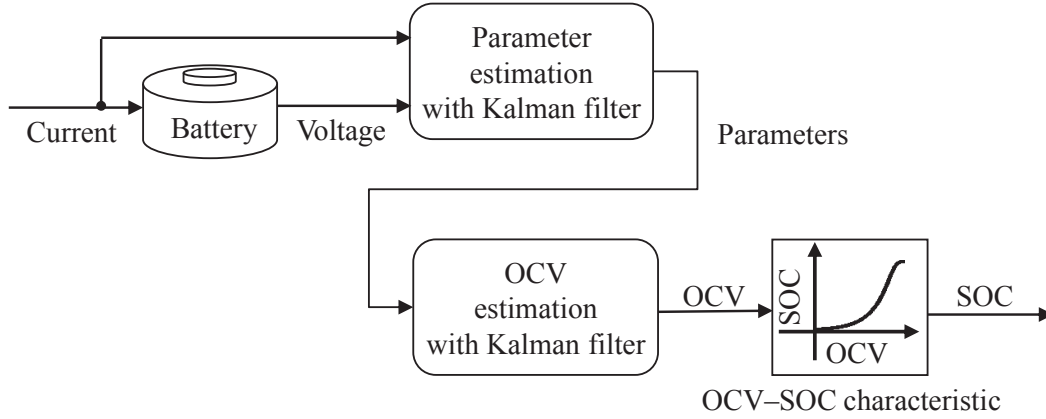


Fig. 3.2 Scheme of series Kalman filters

子電圧 v として，それらのラプラス変換をそれぞれ $I(s), V(s)$ とすると，入出力の関係は，

$$V(s) = \left(R_0 + \frac{R_1}{R_1 C_1 s + 1} + \frac{1}{C_{ocv} s} \right) I(s) \quad (3.1)$$

となる．これをオイラー法を用いて離散化すると，入力 i ，出力 v の z 変換をそれぞれ $I(z), V(z)$ とすると，

$$V(z) = \frac{b_0 z^2 + b_1 z + b_2}{(z - a_2)(z - 1)} I(z) \quad (3.2)$$

となる．ただし，

$$a_2 = 1 - \frac{T_s}{R_1 C_1} \quad (3.3)$$

$$b_0 = R_0 \quad (3.4)$$

$$b_1 = T_s \left(\frac{1}{C_{ocv}} + \frac{1}{C_1} + \frac{R_0}{R_1 C_1} \right) - 2R_0 \quad (3.5)$$

$$b_2 = \frac{T_s^2}{R_1 C_1 C_{ocv}} + R_0 - T_s \left(\frac{1}{C_{ocv}} + \frac{1}{C_1} + \frac{R_0}{R_1 C_1} \right) \quad (3.6)$$

とおいた．(3.2) 式からわかるようにこのシステムには積分器が含まれている．この積分器は Fig. 3.1 の C_{ocv} のコンデンサに由来するものであり，パラメータ推定に悪影響を及ぼす懸念がある．そこで，積分器を考慮した推定法 [100] を用いる．この方法は，あらかじめ出力の差分を取るによりシステムに含まれる積分器を取り除く，というシンプルだが効果のある方法である．この方法を使えば，新たな出力として電圧の差分，

$$\Delta V(z) = (1 - z^{-1}) V(z) \quad (3.7)$$

を定義すると, (3.2) 式を

$$\Delta V(z) = \frac{b_0 z^2 + b_1 z + b_2}{z(z - a_2)} I(z) \quad (3.8)$$

と書き換えることができるので, 線形回帰モデル

$$\Delta v_k = \boldsymbol{\theta}^\top \boldsymbol{\varphi}_k \quad (3.9)$$

が得られる. ただし,

$$\Delta v_k = v_k - v_{k-1} \quad (3.10)$$

$$\boldsymbol{\theta} = [a_2 \quad b_0 \quad b_1 \quad b_2]^\top \quad (3.11)$$

$$\boldsymbol{\varphi}_k = [\Delta v_{k-1} \quad i_k \quad i_{k-1} \quad i_{k-2}]^\top \quad (3.12)$$

とおいた. この線形回帰モデルにおいて, 状態変数 $\mathbf{x} = \boldsymbol{\theta}$, 出力 $y = \Delta v$, システム雑音 $\mathbf{n}$, 観測雑音 w とおくと, (3.9) 式はつぎのような状態空間表現に書き換えることができる.

$$\boldsymbol{\theta}_{k+1} = \boldsymbol{\theta}_k + \mathbf{n}_k \quad (3.13)$$

$$y_k = \boldsymbol{\varphi}_k^\top \boldsymbol{\theta}_k + w_k \quad (3.14)$$

以上のような準備のもとに (2.20)～(2.30) 式で示した線形カルマンフィルタを適用する. すなわち, 線形カルマンフィルタで考える離散時間線形システム (2.18), (2.19) 式と (3.9) 式の線形回帰モデルは,

$$\left[\begin{array}{c|c} \mathbf{A}_1 & \mathbf{b}_1 \\ \hline \mathbf{c}_1 & d_1 \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{I}_{4 \times 4} & \mathbf{0} \\ \hline \boldsymbol{\varphi}_k^\top & 0 \end{array} \right] \quad (3.15)$$

と対応する. このようにしてカルマンフィルタによって求まった離散伝達関数の係数の推定値 $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ から等価回路モデルのパラメータが以下のように推定される.

$$\hat{R}_0 = \hat{b}_0 \quad (3.16)$$

$$\hat{R}_1 = -\frac{\hat{a}_2^2 \hat{b}_0 + \hat{a}_2 \hat{b}_1 + \hat{b}_2}{(1 - \hat{a}_2)^2} \quad (3.17)$$

$$\hat{C}_1 = -\frac{T_s (1 - \hat{a}_2)}{\hat{a}_2^2 \hat{b}_0 + \hat{a}_2 \hat{b}_1 + \hat{b}_2} \quad (3.18)$$

$$\hat{C}_{\text{ocv}} = \frac{T_s (1 - \hat{a}_2)}{\hat{b}_0 + \hat{b}_1 + \hat{b}_2} \quad (3.19)$$

3.2.2 2 段目カルマンフィルタによる OCV 推定

パラメータが推定されて既知となったので, つぎにそれらを用いて OCV を推定することを考える. 3.2.1 項のパラメータ推定では (3.2) 式の伝達関数の係数 $\boldsymbol{\theta}$ に正規性白色雑音が含まれ

るという仮定のもとで、その係数 θ を推定するためにカルマンフィルタを用いた。ここでは、Fig. 3.1 の回路の各部の電圧 (v_x や v_1) に正規性白色雑音が含まれるという仮定のもとで、その各部の電圧を推定するためにカルマンフィルタを用いる。

Fig. 3.1 の回路モデルの状態空間表現は、状態変数 $\mathbf{z} = [v_x \ v_1]^T$ ，入力 $u = i$ ，出力 $y = v$ ，システム雑音 $\mathbf{m}$ ，観測雑音 l とすると、

$$\mathbf{z}_{k+1} = \mathbf{A}_2 \mathbf{z}_k + \mathbf{b}_2 u_k + \mathbf{m}_k \quad (3.20)$$

$$y_k = \mathbf{c}_2 \mathbf{z}_k + d_2 u_k + l_k \quad (3.21)$$

である。ただし、

$$\left[\begin{array}{c|c} \mathbf{A}_2 & \mathbf{b}_2 \\ \hline \mathbf{c}_2 & d_2 \end{array} \right] = \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & \frac{T_s}{C_{ocv}} \\ 0 & 1 - \frac{T_s}{R_1 C_1} & \frac{T_s}{C_1} \\ \hline 1 & 1 & R_0 \end{array} \right] \quad (3.22)$$

である。(3.16)～(3.19) 式のようにパラメータを逐次的に求めているので (3.22) 式の各行列が時変となることに注意して、この状態空間モデルに対して (2.20)～(2.30) 式で示した線形カルマンフィルタを適用する。

このようにして、OCV が線形カルマンフィルタを用いて求まる。なお、最後に Fig. 2.8 をテーブル参照して、OCV から SOC に変換すれば、SOC を求めることができる。

3.3 実験データを用いた数値シミュレーション

本節では、EV による走行実験データを用いた数値シミュレーションを行う。このシミュレーションでシリーズカルマンフィルタ法による SOC 推定精度を示す。また、パラメータ推定精度についても論じる。

3.3.1 シミュレーション条件

2.5 節の EV を用いた走行実験では、電池の温度が 21 °C から 37 °C まで変化しており、特に前半 4 時間の温度変化が大きい。環境条件をできる限り揃えるために温度変化の小さい後半 6 時間分のデータを用いることにする。Fig. 2.16 から後半 6 時間分を抜き出したデータを Fig. 3.3 に示す。

つぎにシリーズカルマンフィルタの設定を示す。パラメータ推定の線形カルマンフィルタと OCV 推定の線形カルマンフィルタ共に、システム雑音の分散 $\mathbf{Q}$ ，観測雑音の分散 r ，状態変数の推定値の初期値 $\mathbf{x}_{0|0}$ ，共分散 $\mathbf{P}_{0|0}^{xx}$ の 4 つを設定する。これらは調整パラメータの性格が強く、設定には試行錯誤が必要になる。パラメータ推定の線形カルマンフィルタの設定を以下に

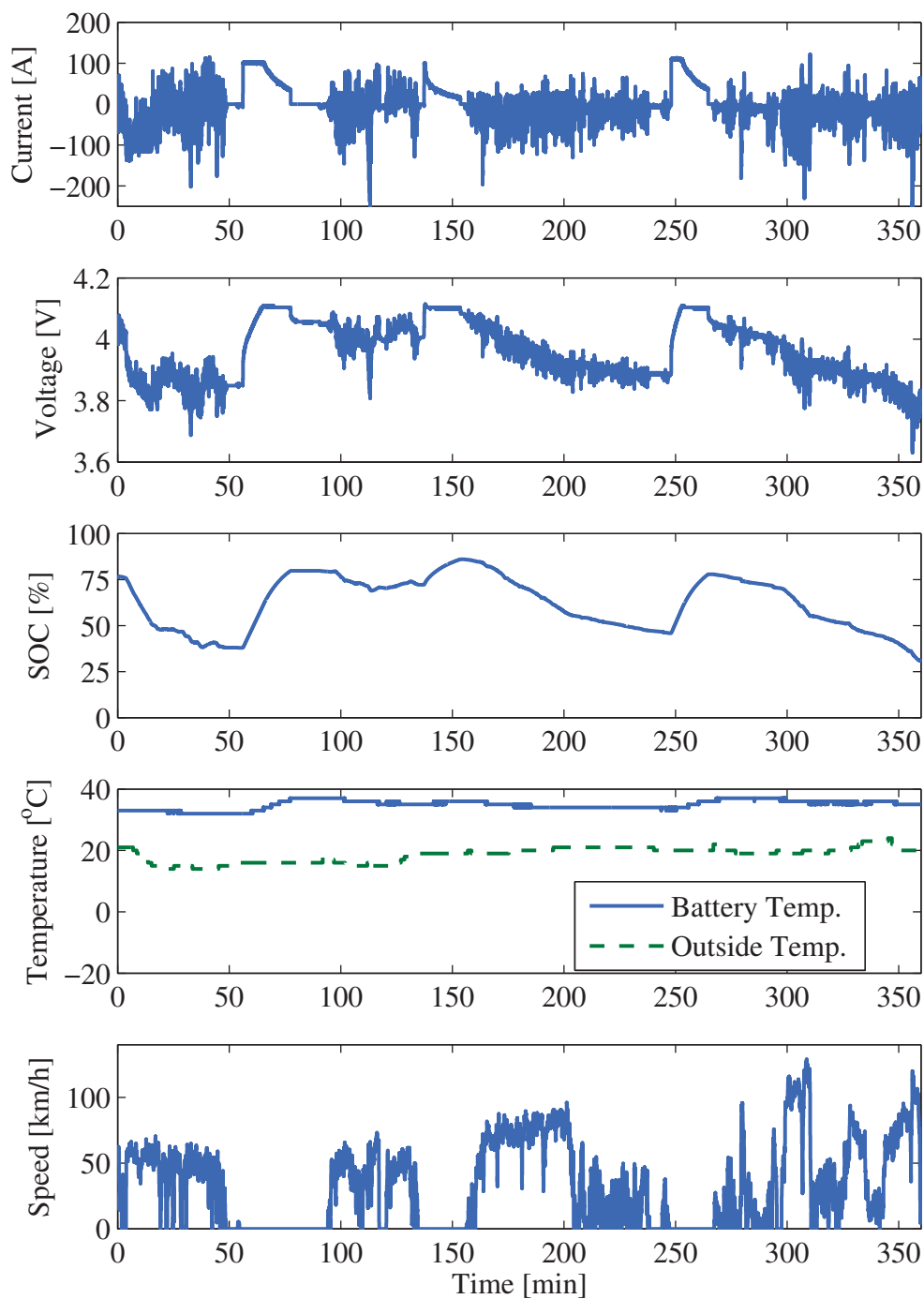


Fig. 3.3 Current, voltage, SOC, battery and outside temperature, and vehicle speed profiles of EV experiment in latter 6 hours.

示す.

$$\begin{aligned} \mathbf{Q} &= \text{diag}(0.1, 10^{-7}, 10^{-7}, 10^{-13}) \\ r &= 3 \times 10^{-3} \\ \mathbf{P}_{0|0}^{xx} &= 10^5 \mathbf{I}_{4 \times 4} \\ \hat{\mathbf{x}}_{0|0} &= [0.99 \quad 6.1 \times 10^{-3} \quad -1.2 \times 10^{-2} \quad 6.1 \times 10^{-3}]^T \end{aligned}$$

また, OCV 推定の線形カルマンフィルタの設定を以下に示す.

$$\begin{aligned} \mathbf{Q} &= \text{diag}(10^{-2}, 10, 10) \\ r &= 3 \times 10^{-3} \\ \mathbf{P}_{0|0}^{xx} &= \text{diag}(1, 10, 10) \\ \hat{\mathbf{x}}_{0|0} &= [0 \quad 0 \quad 0]^T \end{aligned}$$

3.3.2 シミュレーション結果

SOC の推定結果を Fig. 3.4 に示す. 図より, 充電時に大きな誤差が生じているものの, EV の走行時には真値に近い推定値となっていることがわかる. 充電時には入力電流が一定値となり PE (persistently exciting) 性が失われているので, この間の推定は難しい. 実用的には代替の電流積算法などの推定法を用いる必要があると考えられる. 充電時も含めた全体の SOC 推定値の誤差の二乗平均平方根 (Root Mean Square Error, 以下では RMSE と略記する) を算出すると, 6.01% となった. EV では実際の走行条件下で 5~10% が SOC 推定精度の目標とされることが多いので, 実用的なレベルであるといえる.

一方, パラメータの推定結果を Fig. 3.5 に示す. 内部インピーダンスを構成する回路パラメータ R_0, R_1, C_1 とその RC 並列回路の時定数 $\tau_1 = R_1 C_1$ について推定値を示した. この結果を見ると, 回路パラメータ R_0, R_1, C_1 の推定値は, 雑音を含んでいるものの, すべてが正の推定値となり物理的にも意味のある値となっている.

3.4 まとめ

本章では提案法の準備として, EV や HEV 用の電池の SOC 推定問題に対して, シリーズカルマンフィルタ法を用いたアプローチについて述べた. シリーズカルマンフィルタ法は, 電池を線形等価回路モデルで表し, その回路パラメータをカルマンフィルタを用いて逐次推定し, 推定したパラメータから再びカルマンフィルタを用いて OCV を推定するという推定法であった.

このシリーズカルマンフィルタ法を用いることによって, SOC とパラメータの推定を実用的なレベルで行うことができた. さらに精度向上を目指したのが, 次章以降で述べる「リチ

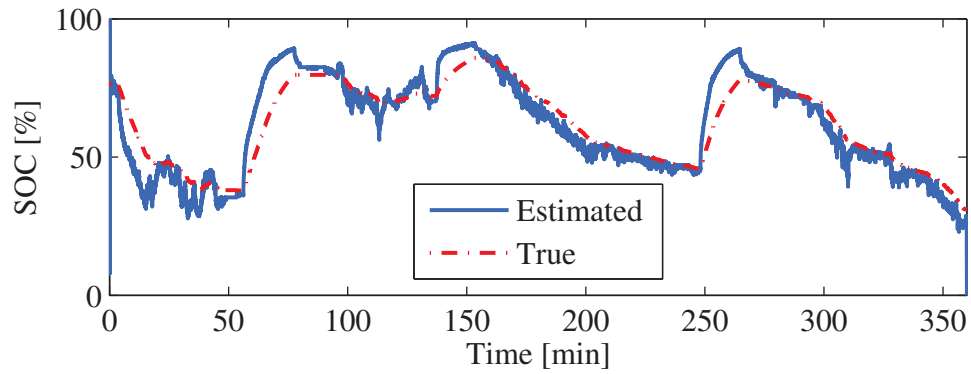


Fig. 3.4 SOC estimation results using Series Kalman Filter.

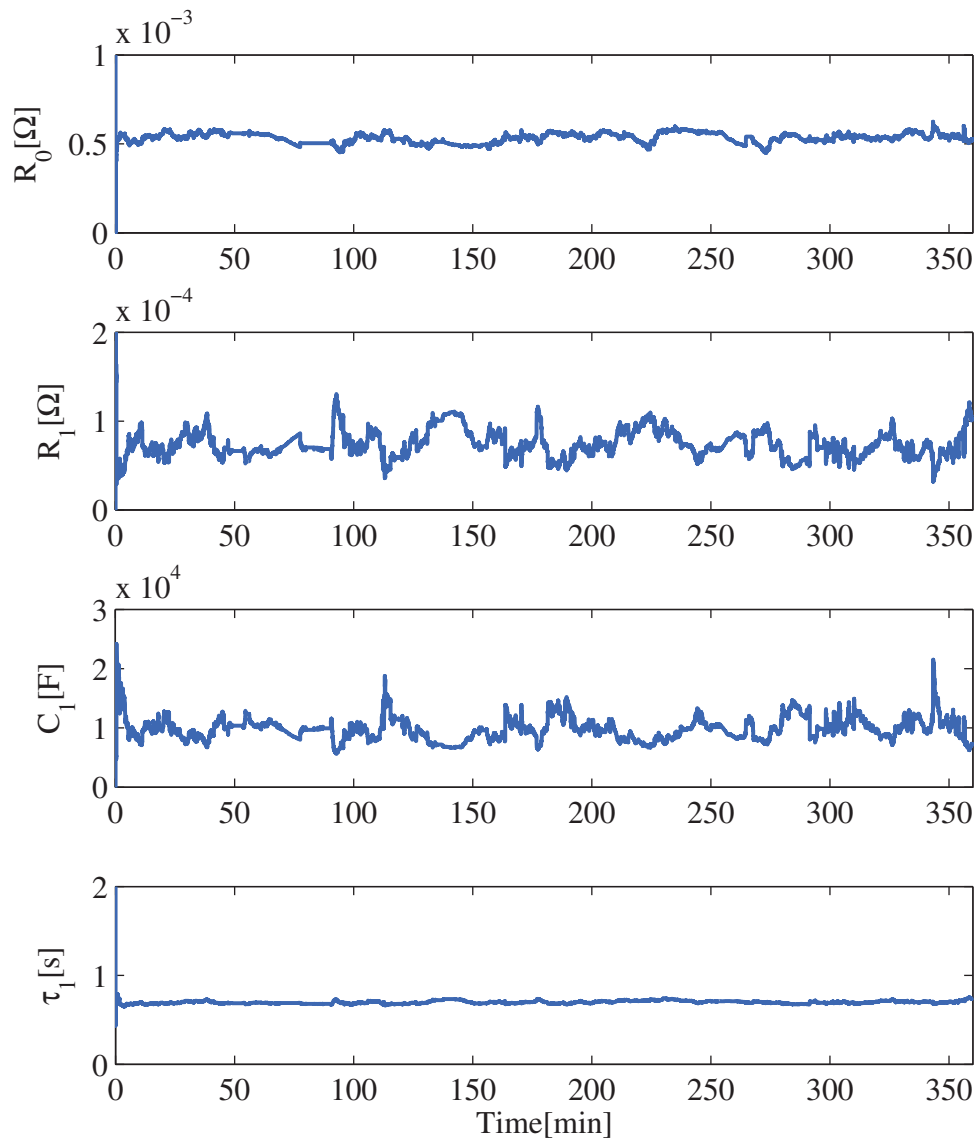


Fig. 3.5 Parameter estimation results using Series Kalman Filter.

ウムイオンの拡散現象を考慮した電池モデル」であり，その非線形システムに対する推定法としての「対数化 UKF による SOC とパラメータの同時推定法」である．

第 4 章

SOC の推定に用いる電池の等価回路モデル

本章では、電池の SOC とパラメータの推定にモデルに基づく方法を適用するために必要となる電池の等価回路モデルについて述べる．特に「リチウムイオンの拡散現象を考慮した電池モデル」を提案する．

4.1 はじめに

一般に、制御対象を正確に制御するには、そのダイナミクスを正確に表現でき、かつ制御のしやすい簡単な“モデル”をもつことが鍵となる．電池の SOC やパラメータの推定という問題の場合にも、電池の挙動を正確に表現することができ、かつ推定のしやすい“電池モデル”を用いることが重要である．

電池の状態推定のための一般的な等価回路モデルでは、Fig. 4.1 に示すように、OCV と過電圧 η の 2 つの要素を考える．前者は電気化学的平衡状態における電極の電位差であり、後者は電池内部の電気化学反応の反応速度によって決まる内部抵抗（内部インピーダンス Z ）による電圧降下である．前者を平衡状態のときの電池の内部状態、後者を非平衡状態のときの電池の内部状態と言い換えることもできる．

従来の電池のモデルに基づく推定では、平衡状態のときの電池の内部状態について、非線形な特性を線形近似してキャパシタとして表すことが多かった [39], [44]．これは広く研究の行われている線形システムの推定法を利用するためであったが、同時に推定精度を下げる要因ともなっていた．また、非平衡状態のときの電池の内部状態について、単純な RC 並列回路を複数接続した回路モデルを用いることが多かった [39], [44]．しかし、モデルの表現力を高めようと、多数の RC 並列回路を接続した高次のモデルを採用すると、そのパラメータの推定が難しくなるという問題があった．そのため、実用上は第 3 章で用いたような RC 並列回路が

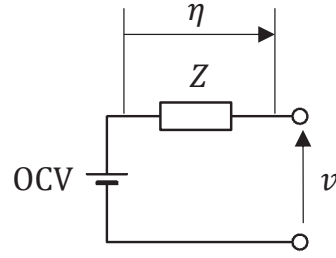


Fig. 4.1 Thévenin's equivalent circuit of battery.

1 段のみの等価回路モデルを使わざるをえず，電池の挙動を正確に表現できているとは言い難かった．

本章では，非線形システムに対する推定法を用いることを前提として，リチウムイオンの拡散現象を考慮した電池モデルを提案する．提案モデルでは，平衡状態のときの電池の内部状態について，非線形システムに対する推定法を用いることを前提に，本来の非線形な特性をそのまま用いる．また，非平衡状態のときの電池の内部状態について，ワールブルグインピーダンスと呼ばれるリチウムイオンの拡散現象を表したインピーダンスを採用する．これにより，パラメータの推定が難しくならない範囲で，モデルの表現力を高めることができる．

以下では，まず電池の挙動について，平衡状態と非平衡状態のときに分けて述べる．平衡状態のときには SOC と OCV の間の関係，非平衡状態のときには過電圧部分の内部インピーダンスが議論の中心となる．つぎに提案するモデルについてまとめる．最後に提案するモデルが従来のモデルよりも優れていることをパラメータ感度プロットを用いて示す．

4.2 平衡状態のときの電池の挙動

電池が負荷から切り離されて十分時間が経ち，(2.1) 式の電気化学反応が平衡状態となったときの正極と負極の電位差を開回路電圧（OCV）と定義する．すなわち，正極の電位を ϕ_+ ，負極の電位を ϕ_- とすると，

$$\text{OCV} = \phi_+ - \phi_- \quad (4.1)$$

である．この OCV と SOC の間には非線形な関係があることが知られており，これを SOC-OCV 特性と呼ぶ．以下ではこの特性を

$$\text{OCV}(t) = f_{\text{ocv}}(\text{SOC}(t)) \quad (4.2)$$

と関数 $f_{\text{ocv}}(\cdot)$ で表すことにする．代表的な SOC-OCV 特性を Fig. 4.2 や Fig. 4.3 に示した．以下では，SOC-OCV 特性の特徴について述べる．

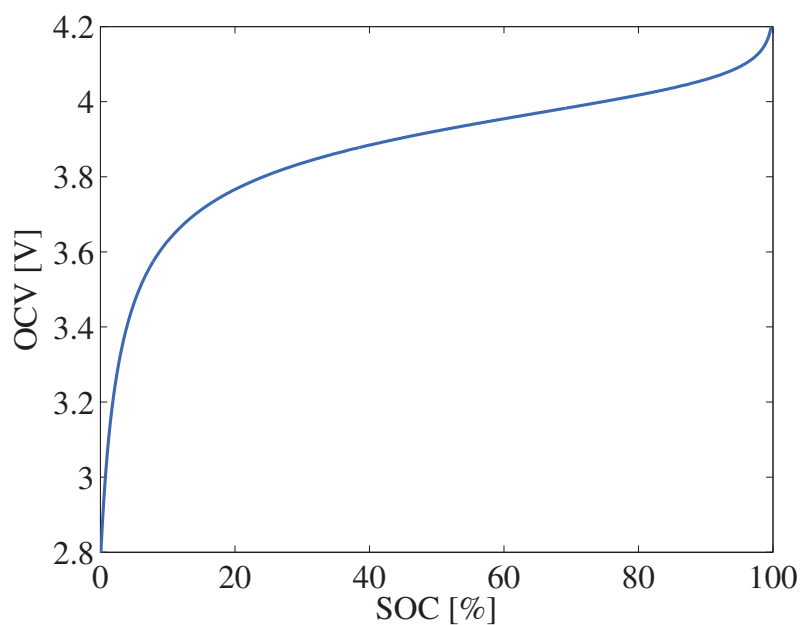


Fig. 4.2 An example of the SOC-OCV characteristics. The positive electrode is lithium manganese oxide, and the negative electrode is graphite.

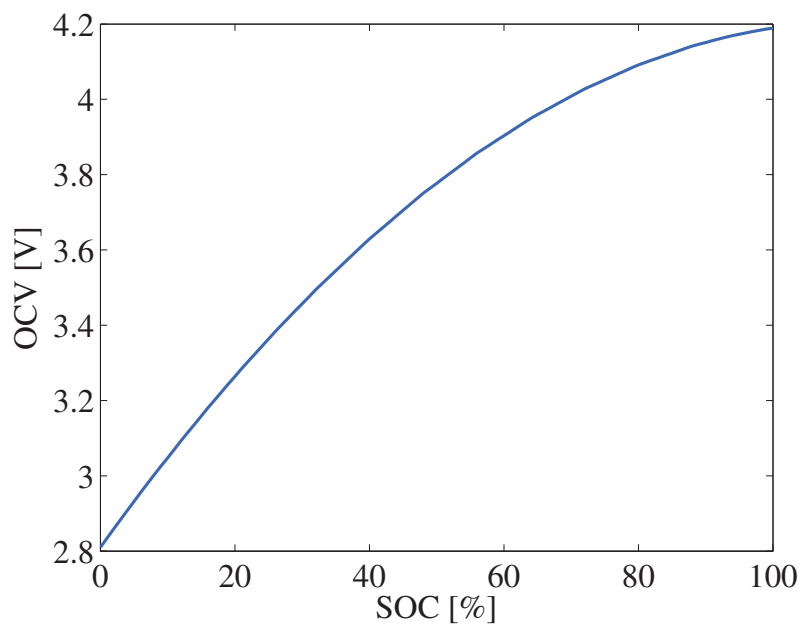


Fig. 4.3 An example of the SOC-OCV characteristics. The positive electrode is lithium manganese oxide, and the negative electrode is hard carbon.

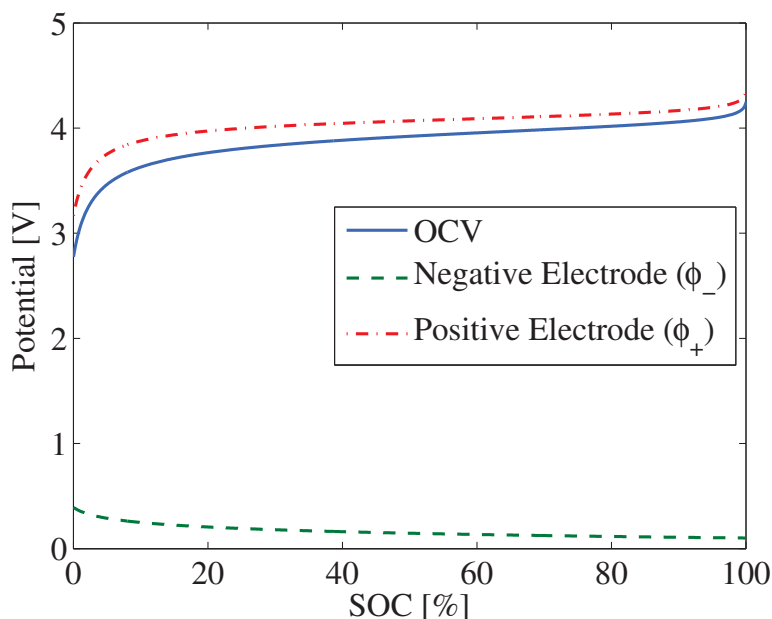


Fig. 4.4 Potentials of the positive and negative electrodes (v.s. Li/Li+).

4.2.1 SOC-OCV 特性と電極材料の関係

SOC-OCV 特性は電池の正極と負極の材料によって決まる．たとえば，Fig. 4.2 は正極がマンガン酸リチウム，負極がグラファイトの特性であり，Fig. 4.3 は正極が同じくマンガン酸リチウム，負極がハードカーボンの特性である．Fig. 4.2 の場合について，金属リチウム電極を基準（v.s. Li^+/Li ）にした正極の電位 ϕ_+ や負極の電位 ϕ_- の SOC との関係を計測すると，Fig. 4.4 のようになる．ただし，主要材料が同じだったとしても，電池の特性向上や生産ラインでの生産性向上のために添加する物質が電池メーカーによって違うことが原因で，特性が微妙に変わってくる可能性がある．そのため，実際に EV や HEV に使用する電池と同じ材料・メーカーの電池の SOC-OCV 特性を測る必要がある．

この SOC-OCV 特性は電極材料によって決まるので，電池の劣化や温度変動などによってほとんど変化しないと仮定することができる [3], [6], [39], [42]．そのため，電池を使用後十分時間が経ち平衡状態になったときの電池の端子電圧を測れば，この特性から SOC を求めることができる．古典的な SOC 推定法ではこの点を利用している．また，電池を使用中の非平衡状態であっても，なんらかの形で OCV を推定できれば，この特性から SOC を求めることができる．モデルに基づく SOC 推定法ではこの点を利用している．

4.2.2 SOC-OCV 特性の表し方

SOC-OCV 特性は電気化学の理論上,

$$f_{\text{ocv}}(\text{SOC}(t)) = E_0 + k_1 \ln(\text{SOC}(t)) + k_2 \ln(1 - \text{SOC}(t)) - \frac{k_3}{\text{SOC}(t)} - k_4 \text{SOC}(t) \quad (4.3)$$

と表すことができる．ここで、 E_0 は標準酸化還元電位、 $k_1 \sim k_4$ は係数である．右辺第 2 項と第 3 項が電池の両極におけるネルンストの式のイオン濃度項であり、第 4 項と第 5 項が合わせこみのための補正項である．ネルンストの式とは、電気化学反応において、電池の電極の電位 E を記述したつぎのような式である．

$$E = E_0 + \frac{RT}{zF} \ln \frac{a_{\text{ox}}}{a_{\text{red}}} \quad (4.4)$$

ただし、 E_0 を標準酸化還元電位、 R を気体定数、 T を温度、 z を移動電子数、 a_{red} を還元側の活量、 a_{ox} を酸化側の活量、 F をファラデー定数とおいた．

電極の材料が複雑に混ぜあわせたものであると、(4.3) 式の理論式には従わない．そのため、通常、SOC 推定では、事前の実験で測定した SOC-OCV 特性をテーブルとして保存しておき、それをテーブルルックアップして、SOC と OCV を相互に変換する．

この SOC-OCV 特性は非線形な関係ではあるが、Fig. 4.2 のような場合に SOC 20% から 80% 程度までは線形であると考えて、あるいは Fig. 4.3 のような場合にも局所的には線形であると考えて、直列につないだ定電圧源とコンデンサ、あるいは単純にコンデンサのみに近似したりする．近年のモデルに基づく推定法でよく用いられており、第 3 章でも採用した方法である．しかし、そのような近似は SOC 推定精度悪化の原因となるので、本章では、SOC-OCV 特性という非線形な関係を近似せずに用いることにする．

SOC-OCV 特性は電池を使用する立場から見ても重要な特性である．Fig. 4.3 のような SOC の変化に従って OCV が大きく変わるような特性の場合、電池の出力電圧の範囲が広がってしまい、DC-DC コンバータなどを用いて出力電圧を一定にするなどの対策が必要になる．Fig. 4.2 のように特性が SOC 中域（20～80%）で OCV の変化が少なくなりフラットになると、SOC が変化しても出力電圧の範囲が狭まるため、出力電圧の安定化などの対策は不要となる．そのため、今後は SOC-OCV 特性がフラットな電池が増えるものと考えられ、そのような電池に対応するためにもモデルに基づく推定が求められている．

4.3 非平衡状態のときの電池の挙動

前節のような平衡状態の電池に対して、負荷を接続してその平衡状態を崩す．このとき、電池の端子電圧と OCV の間に電位差が生じる．これが過電圧と呼ばれるものである．端子電圧

v と OCV, 過電圧 η の関係は,

$$v(t) = \text{OCV}(t) + \eta(t) \quad (4.5)$$

となる。ただし、充電時は $\eta > 0$, 放電時は $\eta < 0$ である。

このような過電圧は電池の内部インピーダンスによって生じると考えることができる。内部インピーダンスは 2.1.3 項で述べたような電池内の素過程によって決まってくるが、大きく影響するのは以下の 3 つの過程である。

1. 電極表面付近での電荷移動過程
2. 電極表面付近での物質移動過程 (拡散過程)
3. 電解質での泳動過程

これら以外の、たとえば、電極での拡散過程などは反応が非常に遅く、無視できるものとする。1~3 の過程をどのように等価回路モデルで表すかが問題となる。

そこで、まず実際の電池の挙動を知るために、内部インピーダンスとして、従来よく使われている Fig. 4.5 に示すような RC 並列回路を 4 つ接続した等価回路モデルを考える。Fig. 4.5 で、 R_0 は泳動過程、 R_1 と C_1 の並列回路は電荷移動過程、残りの RC 並列回路は拡散過程を表す。

実際に EV 用の電池を用いて、このモデルの各回路パラメータを推定する。ここでは板橋ら [101] のシステム同定法を用いた。すなわち、入力電流を M 系列信号とし、複数の周波数帯域にわけて、Fig. 4.5 の等価回路を推定した。その結果、各回路パラメータと RC 並列回路の時定数は、Table 4.1 のようになった。この推定結果をもとに、Fig. 4.5 の等価回路モデルのボード線図とナイキスト線図をそれぞれ Fig. 4.6 と Fig. 4.7 に示した。ただし、ナイキスト線図は電気化学の分野で一般的な形式 [32] にあわせ、縦軸を反転して $-\text{Im}g$ とした。

Fig. 4.6 と Fig. 4.7 では、前述の 3 つの過程の特徴がそれぞれ現れている。Fig. 4.7 を見ると、2 つの半円が現れており、その内の 1 つは片側が 45 度の傾きの直線となるような特徴的な半円である。この特徴的な半円を生み出すのがワールブルグインピーダンスと呼ばれる拡散過程によって生じるインピーダンスである。Fig. 4.5 では回路パラメータ $R_2 \sim R_4, C_2 \sim C_4$ で表される RC 並列回路がこの拡散過程を表しており、一般には数秒~数百秒の比較的長い時定数をもったダイナミクスである。一方、もう片方の半円を生み出すのが、電荷移動過程によって生じるインピーダンスである。Fig. 4.5 では回路パラメータ R_1, C_1 で表される RC 並列回路がこの電荷移動過程を表しており、一般には数ミリ秒から数百ミリ秒の短い時定数をもったダイナミクスである。このように電荷移動過程と拡散過程という 2 つの速さの異なるダイナミクスをもつのが電池の特徴である。

Fig. 4.5 のような等価回路モデルを用いて SOC 推定やパラメータ推定を行うというのは自然な考え方である。しかし、このモデルをその用途に使用しようとすると、つぎの 2 つの点が問題

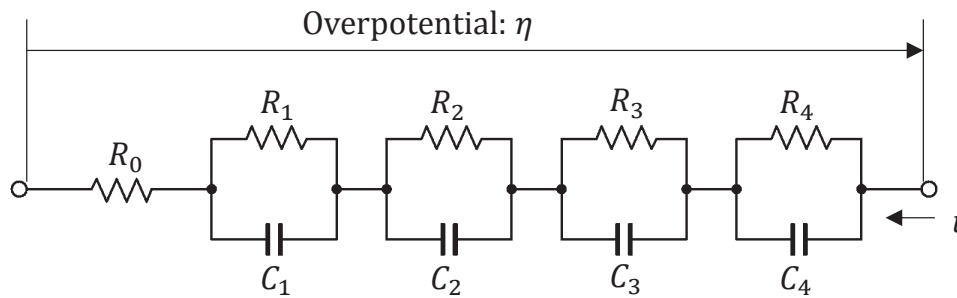


Fig. 4.5 Conventional overpotential model of the battery.

Table 4.1 Identified battery parameters for EV battery.

R_0	549 $\mu\Omega$			
R_1	139 $\mu\Omega$	C_1	13.1 F	τ_1 1.82 ms
R_2	73.5 $\mu\Omega$	C_2	5.11 kF	τ_2 376 ms
R_3	139 $\mu\Omega$	C_3	36.8 kF	τ_3 5.12 s
R_4	712 $\mu\Omega$	C_4	81.8 kF	τ_4 58.2 s

となってくる.

1. 物理的な意味付けがない
2. パラメータの数が多い

1 目について、このモデルは、システム同定の結果を等価回路に合わせこんでいるだけであり、実質的にはブラックボックスモデルである。そのため、電池内の電気化学反応という物理的な意味付けがされてはいるが、その対応関係は非常に弱く、得られた推定結果の妥当性について見通しが悪い。2 目について、このモデルでは推定すべきパラメータが 9 個あり、それらの推定が難しくなっている。推定を簡単にするためにモデルの RC 並列回路の数を減らせば、モデルの精度が下がってしまうというジレンマがある。

そこで本節では、電気化学反応をもとに第一原理モデルに近い形でモデルを導出することを試みる。

4.3.1 電気化学反応から考えた電池モデル

電気化学反応から電池モデルを考えると、Fig. 4.8 のような等価回路モデルとなる。ここで、 R_Ω は電解液内での泳動過程などに起因する抵抗、 C_{dl} は電極表面付近に発生する電気二重層に起因する容量、 Z_f は電極表面の素反応に起因するファラデーインピーダンスを示す。電極表面の素反応とは、リチウムイオン二次電池の場合、リチウムイオンの脱離と挿入のときに、リ

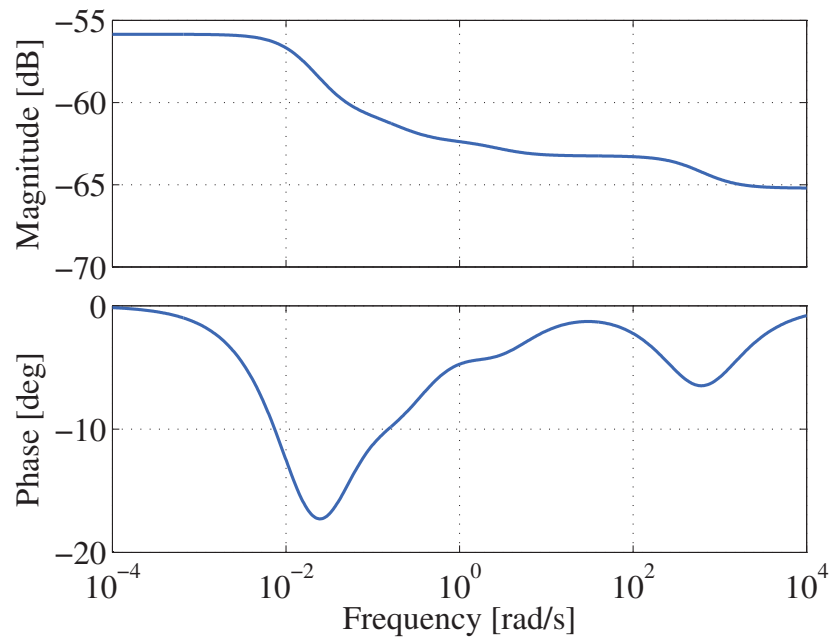


Fig. 4.6 Bode plot of the internal impedance of the battery.

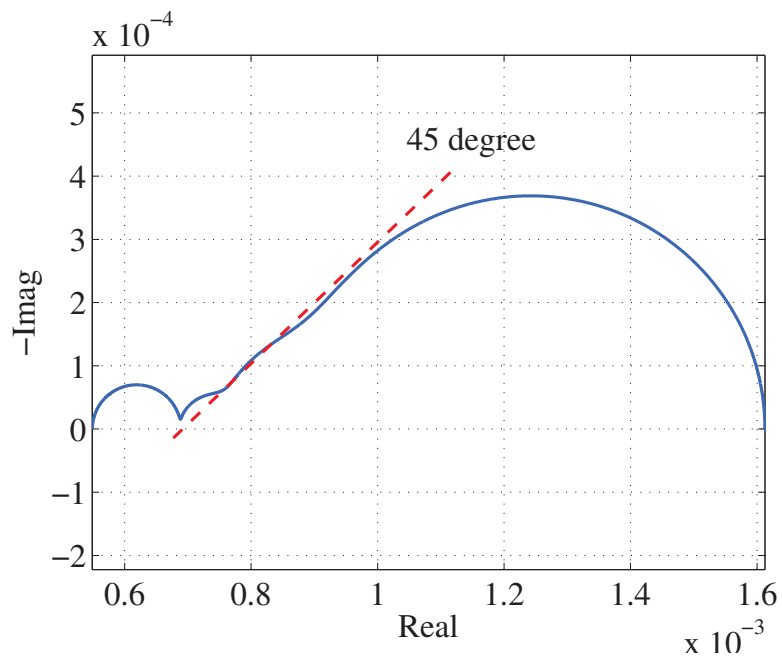


Fig. 4.7 Nyquist plot of the internal impedance of the battery.

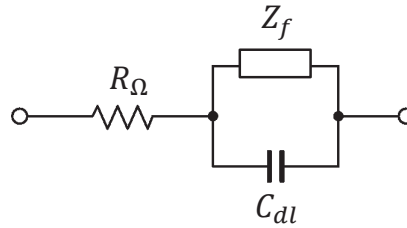


Fig. 4.8 Overpotential model with Faraday's impedance.

チウムイオンが電子を授受し拡散していく反応のことを意味する．この電極表面の素反応と同時に並行で電気二重層が発生することから， C_{dl} と Z_f の並列回路となる．

ファラデーインピーダンス Z_f は，Fig. 4.11 に示すように 2 つの段階に分けることができる．電子の授受に起因する電荷移動抵抗 R_{ct} とリチウムイオンの拡散に起因するワールブルグインピーダンス Z_w である．図のようなモデルを **Randles' model** という [102]．ここで，ワールブルグインピーダンス Z_w は次式で表されるインピーダンスである．

$$Z_w(s) = \frac{R_d}{\sqrt{\tau_d s}} \tanh \sqrt{\tau_d s} \quad (4.6)$$

ただし， R_d は $Z_w(s)$ の低周波極限 ($\omega \rightarrow 0$) であり，拡散抵抗と呼ぶ．また， τ_d は拡散反応の速度を意味しているので，拡散時定数と呼ぶことにする．これら R_d と τ_d を用いて，拡散容量 C_d を

$$C_d = \frac{\tau_d}{R_d} \quad (4.7)$$

と定義する．なお，電荷移動抵抗 R_{ct} とワールブルグインピーダンス Z_w の導出方法については 4.3.2 項で述べる．(4.6) 式のワールブルグインピーダンスのボード線図とナイキスト線図をそれぞれ Fig. 4.9 と Fig. 4.10 に示した．ボード線図上，高周波数でゲインが -10 dB/dec の傾きであることと，位相が -45 度となることに特徴がある．また，ナイキスト線図上では，片側が 45 度の傾きをもつような特徴的な半円となる．

ここで，拡散時定数 τ_d が電荷移動過程の時定数 $\tau_{ct} = R_{ct}C_{dl}$ よりも十分に長いと仮定すれば，Fig. 4.12 のように $R_{ct}C_{dl}$ の並列回路とワールブルグインピーダンスが直列につながる形に簡略化することができる [48],[51]．

Fig. 4.12 のモデルのボード線図とナイキスト線図をそれぞれ Fig. 4.13 と Fig. 4.14 に示した．ただし，回路パラメータの値，特に (4.6) 式のワールブルグインピーダンスの R_d と τ_d を試行錯誤的に決め，Table 4.2 に示す値とした．これらの図から，この電気化学反応から考えたモデルは実際の電池を良く表現できていることがわかる．特に特徴的な拡散過程のダイナミクスを 2 つのパラメータを使った (4.6) 式のワールブルグインピーダンスを用いて表すことができる．

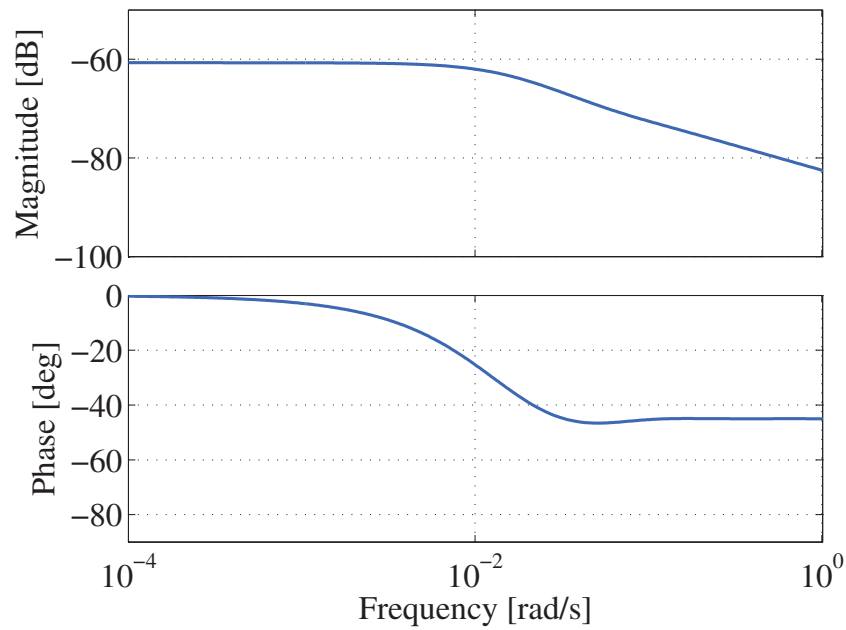


Fig. 4.9 Bode plot of Warburg impedance.

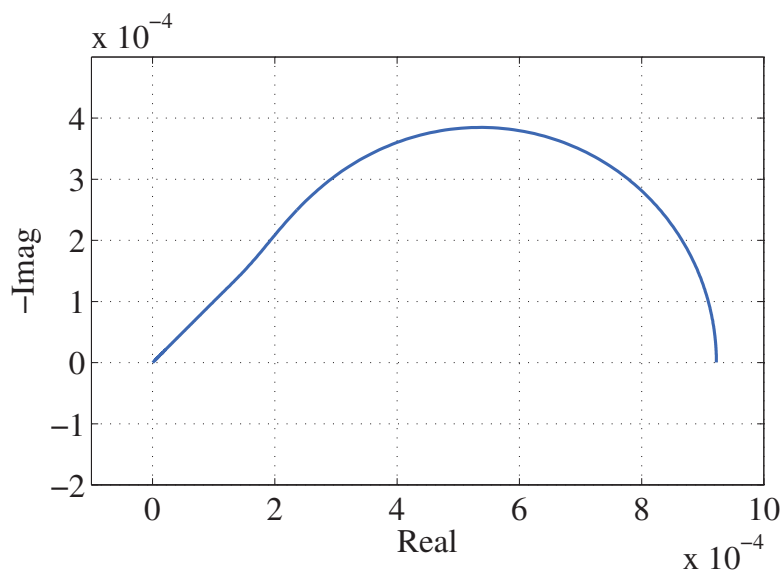


Fig. 4.10 Nyquist plot of Warburg impedance.

Table 4.2 Battery parameters for EV battery model with Warburg impedance.

R_{Ω}	$549 \mu\Omega$				
R_{ct}	$139 \mu\Omega$	C_{dl}	13.1 F	τ_{ct}	1.82 ms
R_d	$922 \mu\Omega$	C_d	164 kF	τ_d	151 s

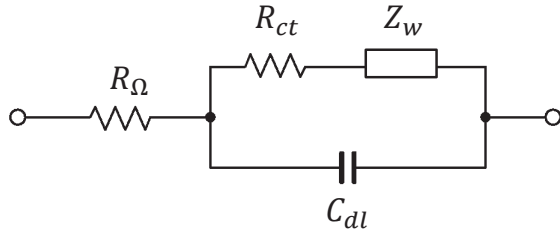


Fig. 4.11 Randles' model.

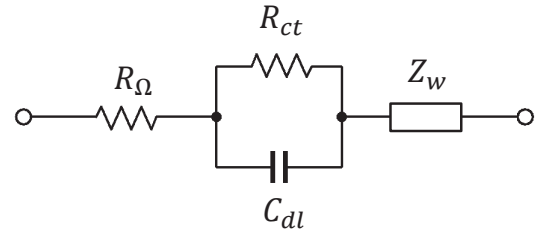


Fig. 4.12 Modified Randles' model.

4.3.2 ファラデーインピーダンス

ファラデーインピーダンス Z_f から電荷移動抵抗 R_{ct} とワールブルグインピーダンス Z_w を導出する [32],[103].

(a) 電荷移動抵抗の導出

電極表面（拡散領域の始点）での拡散の流束と電荷移動速度が等しいので、

$$ka_s = -J_s \quad (4.8)$$

が成り立つ。ただし、 J_s は電極表面での拡散の流束、すなわちリチウムイオンの流れる速度、 a_s は電極表面でのリチウムイオンの濃度、 k は反応速度定数である。ここで、流束 J_s は電流 I との間につきのような関係がある。

$$J_s = -\frac{I}{zF} \quad (4.9)$$

ただし、 z はイオン価（リチウムイオンは +1）、 F はファラデー定数である。また、反応速度定数 k は電極表面の電位 E との間につきのような関係がある。

$$k = k_0 \exp(bE) \quad (4.10)$$

ただし、 b はターフェル係数であり、移動係数 α として、

$$b = \alpha \frac{zF}{RT} \quad (4.11)$$

と定義される。

いま、ここで求めたいファラデーインピーダンスは、ある基準電位 E_0 と基準電流 I_0 周りの微小電流 ΔI から微小電位差 ΔE までの伝達関数なので、(4.8)～(4.10) 式の両辺をそれぞれ微

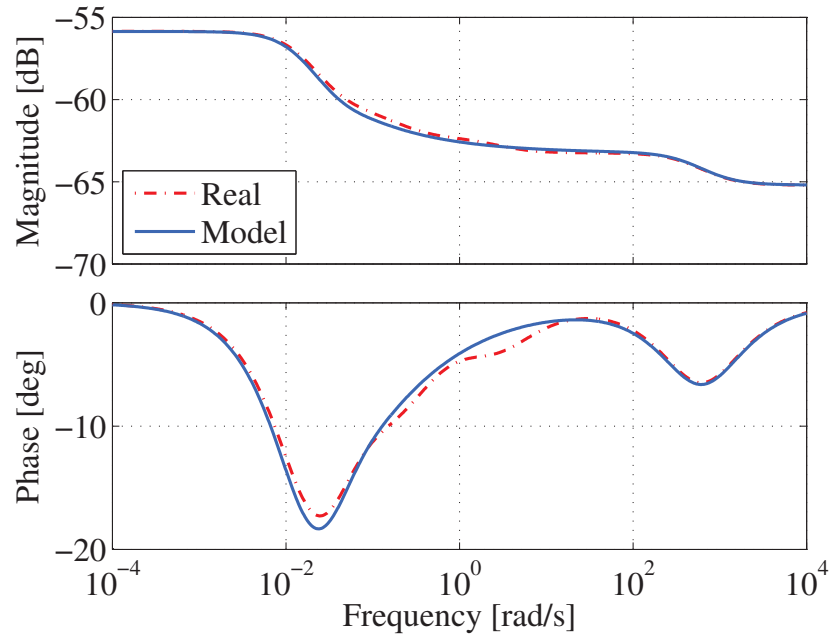


Fig. 4.13 Comparison of two Bode plots of the internal impedance of the battery and of the model.

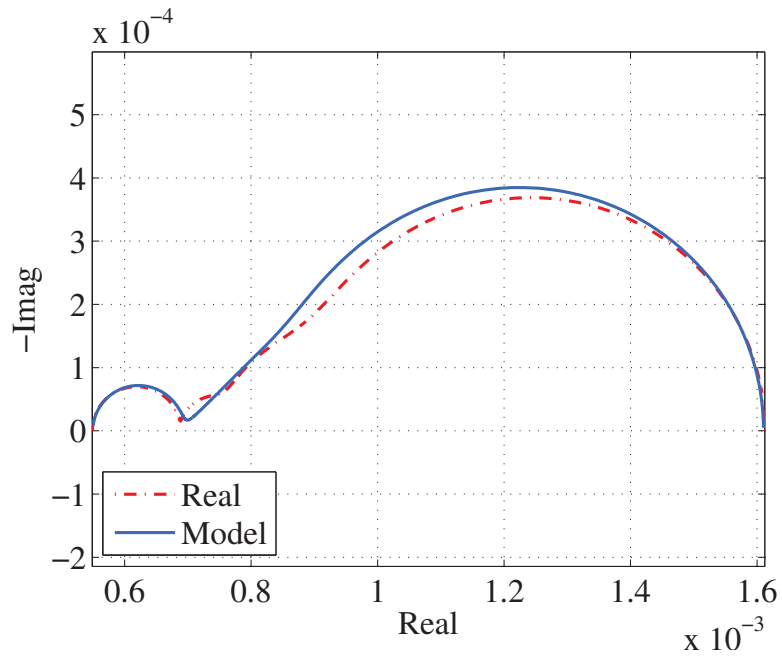


Fig. 4.14 Comparison of two Nyquist plots of the internal impedance of the battery and of the model.

分すると、次式を得る.

$$a_s \Delta k + k \Delta a_s = -\Delta J_s \quad (4.12)$$

$$\Delta J_s = -\frac{\Delta I}{zF} \quad (4.13)$$

$$\Delta k = bk \Delta E \quad (4.14)$$

(4.12)~(4.14) 式をまとめると、ファラデーインピーダンスは,

$$\begin{aligned} Z_f &= \frac{\Delta E}{\Delta I} = \frac{1}{bzFa_s k} + \frac{k}{bzFa_s k} \frac{\Delta a_s}{\Delta J_s} \\ &= \frac{1}{bI} + \frac{k}{bI} \frac{\Delta a_s}{\Delta J_s} \end{aligned} \quad (4.15)$$

と表される. ただし,

$$I = zFka_s \quad (4.16)$$

であることを用いた. (4.15) 式の右辺第 1 項が電荷移動抵抗 R_{ct} にほかならない. すなわち, (4.15) 式はつぎのように書き換えることができる.

$$\frac{\Delta E}{\Delta I} = R_{ct} + \frac{k}{bI} \frac{\Delta a_s}{\Delta J_s} \quad (4.17)$$

なお, ターフェル係数 b の単位は V^{-1} であり, 単位も一致する.

(b) ワールブルグインピーダンスの導出

リチウムイオンの拡散に由来するワールブルグインピーダンスを導出する. (4.17) 式の右辺第 2 項に相当し, 電極表面での流束 ΔJ_s からリチウムイオンの濃度 Δa_s までの伝達関数を求める.

まずつぎのような拡散方程式 (フィックの第 2 法則) を考える.

$$\frac{\partial a}{\partial t} = D \frac{\partial^2 a}{\partial x^2} \quad (4.18)$$

ここで, a はリチウムイオンの実効濃度 (活度), D は拡散係数で,

$$D = \frac{RT}{zF} \mu_i = \frac{kT}{e} \mu_i \quad (4.19)$$

である. ただし, 気体定数 R , 絶対温度 T , ボルツマン定数 k , 素電荷 e , イオン移動度 μ_i である. 拡散方程式 (4.18) 式をラプラス変換すると,

$$sA(x, s) = D \frac{\partial^2 A(x, s)}{\partial x^2} \quad (4.20)$$

と表せる。ただし,

$$A(x, s) = \mathcal{L}[a(x, t)] \quad (4.21)$$

である。この x についての微分方程式の解は以下のように与えられる。

$$A(x, s) = C_1 e^{\lambda x} + C_2 e^{-\lambda x} \quad (4.22)$$

ただし, C_1, C_2 は定数であり,

$$\lambda = \sqrt{\frac{s}{D}} \quad (4.23)$$

である。また, 拡散過程内の流束も求めることができ, (フィックの第1法則)

$$J(x, s) = -D \frac{\partial A(x, s)}{\partial x} = -\sqrt{sD} (C_1 e^{\lambda x} - C_2 e^{-\lambda x}) \quad (4.24)$$

となる。ここで, 拡散領域 (リチウムイオンの拡散が支配的な領域) の厚み δ が有限であると仮定する。このとき, 拡散領域の末端 ($x = \delta$) において濃度変化がなくなることになる。これを境界条件として,

$$\left. \frac{\partial a}{\partial t} \right|_{x=\delta} = 0 \Leftrightarrow A(\delta, s) = 0 \quad (4.25)$$

とする。この条件のもとで,

$$A(x, s) = -2C_2 e^{-\lambda \delta} \sinh \lambda(x - \delta) \quad (4.26)$$

$$J(x, s) = 2C_2 \sqrt{sD} e^{-\lambda \delta} \cosh \lambda(x - \delta) \quad (4.27)$$

が求まる。以上より, 拡散領域の始端 ($x = 0$) において, 流束から濃度までの伝達関数は,

$$\frac{\Delta a_s}{\Delta J_s} = \frac{A(0, s)}{J(0, s)} = \frac{1}{\sqrt{sD}} \tanh \left(\delta \sqrt{\frac{s}{D}} \right) \quad (4.28)$$

となる。最後に (4.17) 式に (4.28) 式を代入すると,

$$\frac{\Delta E}{\Delta I} = R_{ct} + \frac{k}{bI} \frac{1}{\sqrt{sD}} \tanh \left(\delta \sqrt{\frac{s}{D}} \right) \quad (4.29)$$

となるので, 最終的にファラデーインピーダンスは,

$$Z_f(s) = R_{ct} + \frac{R_d}{\sqrt{\tau_d s}} \tanh \sqrt{\tau_d s} \quad (4.30)$$

となる。この式の右辺第2項がワールブルグインピーダンスである。ただし, R_d と τ_d を

$$R_d = \frac{k}{bI} \frac{\delta}{D}, \quad \tau_d = \frac{\delta^2}{D} \quad (4.31)$$

とおいた。

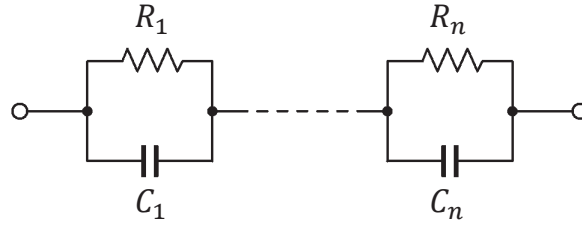


Fig. 4.15 Foster's circuit.

4.3.3 ワールブルグインピーダンスの近似

(4.6) 式のワールブルグインピーダンスには $s^{-0.5}$ という非整数階積分が含まれている．この非整数階積分を積極的に利用して制御に活かす研究は古くからなされており，その性質についても詳しく調べられている [104]–[106]．

一般に非整数階積分は電気回路で表せば分布定数回路となるので，本項でも (4.6) 式のワールブルグインピーダンスを扱いやすくするために分布定数回路で表すことを考える．これにはいくつかの方法が提案されていて，無限級数（フォスター型回路）や連分数展開（カウエル型回路）を使う方法がある [49], [107]．以下では，それらについて述べて，比較する．

(a) 無限級数の和による近似（フォスター型回路）

ワールブルグインピーダンス (4.6) 式はつぎのような無限級数の和として表すことができる．

$$Z_w(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{R_n}{sC_nR_n + 1} \quad (4.32)$$

ただし，

$$C_n = \frac{C_d}{2}, \quad R_n = \frac{8R_d}{(2n-1)^2 \pi^2} \quad (4.33)$$

である．(4.32) 式を回路図で表したのが，Fig. 4.15 である．この回路をフォスター型回路と呼ぶ．以下では，まず (4.32) 式の導出について簡単に述べる．

最初に双曲線関数 $\cosh(z)$ の無限乗積展開を考える．

$$\cosh(z) = \prod_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{4z^2}{(2n-1)^2 \pi^2} \right) \quad (4.34)$$

両辺の対数を取ると，

$$\ln \cosh(z) = \sum_{n=1}^{\infty} \ln \left(1 + \frac{4z^2}{(2n-1)^2 \pi^2} \right) \quad (4.35)$$

となり、さらに両辺を z で微分すると、

$$\tanh(z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\frac{8z}{(2n-1)^2 \pi^2}}{1 + \frac{4z^2}{(2n-1)^2 \pi^2}} \quad (4.36)$$

となる．ここで、 $z = \sqrt{\tau_d s}$ を代入すると、(4.6) 式は、

$$\frac{R_d}{\sqrt{\tau_d s}} \tanh \sqrt{\tau_d s} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\frac{8R_d}{(2n-1)^2 \pi^2}}{1 + \frac{4\tau_d s}{(2n-1)^2 \pi^2}} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{R_n}{sC_n R_n + 1} \quad (4.37)$$

となり、(4.32) 式を導き出すことができた．ただし、 R_n, C_n を (4.33) 式のようにおいた．

このフォスター型回路モデルを状態空間表現で表すために、状態変数 $\mathbf{x}$ 、入力 u 、出力 y をそれぞれ

$$\mathbf{x}(t) = [v_1(t) \ \dots \ v_n(t)]^T \quad (4.38)$$

$$u(t) = i(t) \quad (4.39)$$

$$y(t) = v(t) \quad (4.40)$$

とおく．ただし、 $v_1(t) \sim v_n(t)$ はそれぞれ添字に対応したコンデンサでの電圧降下、 i は回路全体を流れる電流、 v は回路全体の電圧降下である．このとき、状態空間表現は、

$$\frac{d}{dt} \mathbf{x}(t) = \mathbf{F}_f \mathbf{x}(t) + \mathbf{g}_f u(t) \quad (4.41)$$

$$y(t) = \mathbf{h}_f^T \mathbf{x}(t) \quad (4.42)$$

となる．ただし、

$$\mathbf{F}_f = \text{diag} \left(-\frac{1}{C_1 R_1}, \dots, -\frac{1}{C_n R_n} \right) \quad (4.43)$$

$$\mathbf{g}_f = \left[\frac{1}{C_1} \ \dots \ \frac{1}{C_n} \right]^T \quad (4.44)$$

$$\mathbf{h}_f = [1 \ \dots \ 1]^T \quad (4.45)$$

である．Fig. 4.12 と Fig. 4.15 をあわせた等価回路を Fig. 4.16 に示す．

これは従来まで考えていたような RC 並列回路で表したモデル (Fig. 4.5) の RC の取りうる値に対して、(4.33) 式のような制約を加えたことに他ならない．ここで注意すべきことは、コンデンサ C_n は n によって変化しない一定値であるということであり、それぞれの RC 並列回路の時定数は抵抗 R_n によって決まるということである．時定数は $n = 1$ の時が一番長く、それを基準に短くなっていく．たとえば、最初の時定数が 100 秒とすると、以降、11 秒、4 秒、2 秒・・・となる．

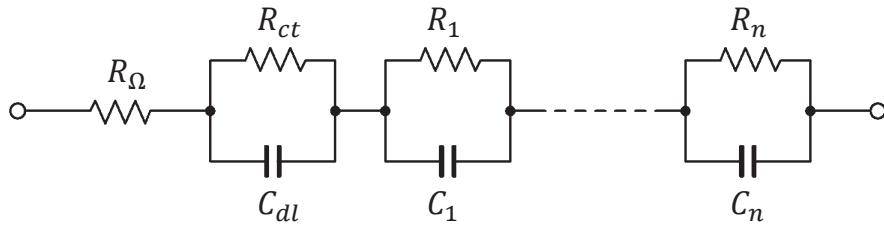


Fig. 4.16 Overpotential model with Foster's circuit.

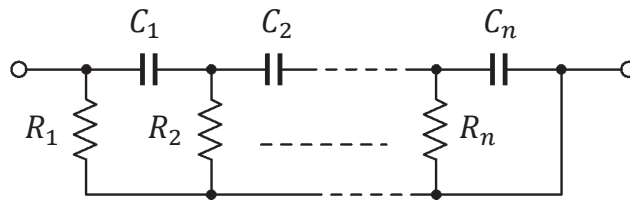


Fig. 4.17 Cauer's circuit.

(b) 連分数展開による近似（カウエル型回路）

ワールブルグインピーダンス (4.6) 式の近似として、つぎのような連分数展開を考えることができる。

$$\begin{aligned}
 Z_w(s) &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left[0; \frac{1}{R_1}, \frac{1}{sC_1}, \dots, \frac{1}{R_n}, \frac{1}{sC_n} \right] \\
 &= \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{sC_1} + \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{\frac{1}{sC_2} + \dots}}}}}
 \end{aligned} \tag{4.46}$$

ただし、

$$C_n = \frac{C_d}{4n-1}, \quad R_n = \frac{R_d}{4n-3} \tag{4.47}$$

である。(4.46) 式を回路図で表したのが、Fig. 4.17 である。この回路をカウエル型回路と呼ぶ。以下では、まず (4.46) 式の導出について簡単に述べる。

双曲線関数 $\tanh(z)$ をつぎのように繰り返しローラン級数展開していく.

$$\begin{aligned}
 \tanh(z) &= z - \frac{1}{3}z^3 + \frac{2}{15}z^5 - \frac{17}{315}z^7 + \dots = \frac{1}{\frac{1}{z - \frac{1}{3}z^3 + \frac{2}{15}z^5 - \frac{17}{315}z^7 + \dots}} \\
 &= \frac{1}{\frac{1}{z} + \frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{3}z - \frac{1}{45}z^3 + \dots}}} = \frac{1}{\frac{1}{z} + \frac{3}{\frac{z}{3} + \frac{z}{5} + \dots}} \\
 &= \frac{1}{\frac{1}{z} + \frac{3}{\frac{z}{3} + \frac{1}{\frac{z}{5} + \dots}}} \tag{4.48}
 \end{aligned}$$

ここで, $z = \sqrt{\tau_d s}$ を代入すると, (4.6) 式は,

$$\begin{aligned}
 \frac{R_d}{\sqrt{\tau_d s}} \tanh \sqrt{\tau_d s} &= \frac{R_d}{\sqrt{\tau_d s}} \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{\tau_d s}} + \frac{3}{\frac{3}{\sqrt{\tau_d s}} + \frac{5}{\frac{5}{\sqrt{\tau_d s}} + \dots}}} \\
 &= \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{\frac{1}{sC_1} + \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{\frac{1}{sC_2} + \dots}}}} \tag{4.49}
 \end{aligned}$$

となり, (4.46) 式を導き出すことができた. ただし, R_n, C_n を (4.47) 式のようにおいた.

このカウエル型回路モデルを状態空間表現で表すために, 状態変数 $\mathbf{x}$, 入力 u , 出力 y を (4.38)~(4.40) 式のようにおく. このとき, 状態空間表現は,

$$\frac{d}{dt}\mathbf{x}(t) = \mathbf{F}_c \mathbf{x}(t) + \mathbf{g}_c u(t) \tag{4.50}$$

$$y(t) = \mathbf{h}_c^\top \mathbf{x}(t) \tag{4.51}$$

となる. ただし,

$$\mathbf{F}_c = -\mathbf{U}\mathbf{D} \tag{4.52}$$

$$\mathbf{g}_c = \left[\frac{1}{C_1} \quad \dots \quad \frac{1}{C_n} \right]^\top \tag{4.53}$$

$$\mathbf{h}_c = \left[1 \quad \dots \quad 1 \right]^\top \tag{4.54}$$

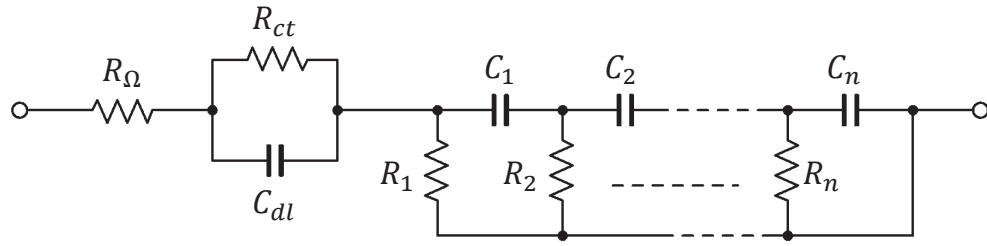


Fig. 4.18 Overpotential model with Cauer's circuit.

であり,

$$U = \begin{bmatrix} \frac{1}{C_n} & \frac{1}{C_n} & \frac{1}{C_n} & \cdots & \frac{1}{C_n} \\ 0 & \frac{1}{C_{n-1}} & \frac{1}{C_{n-1}} & \cdots & \frac{1}{C_{n-1}} \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_{n-2}} & \cdots & \frac{1}{C_{n-2}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & \frac{1}{C_1} \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_n} & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ \frac{1}{R_{n-1}} & \frac{1}{R_{n-1}} & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \frac{1}{R_2} & \cdots & \cdots & \frac{1}{R_2} & 0 \\ \frac{1}{R_1} & \cdots & \cdots & \cdots & \frac{1}{R_1} \end{bmatrix}$$

である. Fig. 4.12 と Fig. 4.17 をあわせた等価回路を Fig. 4.18 に示す.

(c) フォスター型回路とカウエル型回路の違い

(4.6) 式のワールブルグインピーダンスの近似方法として, フォスター型回路とカウエル型回路について述べた. ここでは, その違いについて述べる.

Fig. 4.19 と Fig. 4.20 は, (4.6) 式のワールブルグインピーダンスをそれぞれフォスター型回路とカウエル型回路で近似したときの周波数応答を示している. それぞれ近似の次数 n を 1, 3, 5 と変えた場合について示している. ただし, 回路パラメータの値を Table 4.2 から, $R_d = 922 \mu\Omega$ と $C_d = 164 \text{ kF}$ とした. これらの図から明らかにカウエル型回路の方が少ない次数でワールブルグインピーダンスの高周波領域を良く近似していることがわかる. しかし, 実際の電池では, 拡散過程よりも速い応答の電荷移動過程や泳動過程が存在し, 高周波領域ではそれらの影響のほうが大きい. 電荷移動過程の反応の時定数は数ミリ秒～数百ミリ秒であるので, その影響を受けず拡散過程が支配的となる周波数は最大でも数 rad/s ～数十 rad/s までである. その周波数までで見れば, フォスター型回路もカウエル型回路もワールブルグインピーダンスを良く近似していると言える.

Fig. 4.21 と Fig. 4.22 にフォスター型回路 (Fig. 4.16) とカウエル型回路 (Fig. 4.18) のボード線図をそれぞれ示す. ただし, 回路パラメータは Table 4.2 の値とし, ワールブルグインピーダンスの近似次数 n を 1, 3, 5 と変えた. また, 比較対象として Fig. 4.13 に示した内部イン

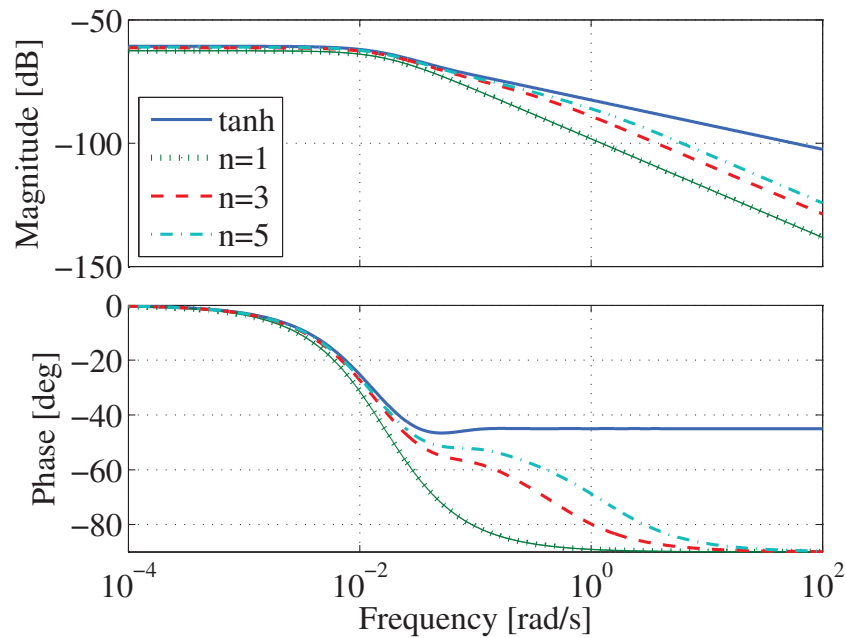


Fig. 4.19 Approximation of Warburg Impedance by the Foster equivalent circuit (solid line: ideal value, dashed lines: approximations).

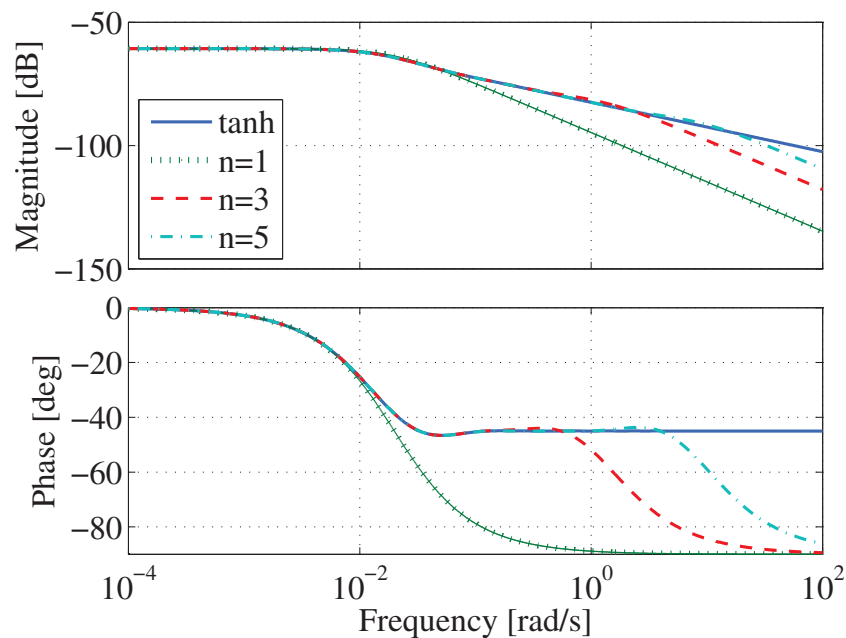


Fig. 4.20 Approximation of Warburg Impedance by the Cauer equivalent circuit (solid line: ideal value, dashed lines: approximations).

ピーダンスの周波数応答を示した．これらの図からも，フォスター型回路もカウエル型回路も電池を模擬するという意味において違いはないことがわかる．実際に両者のモデルを用いて推定を行ってみても同等の推定精度が得られる．そこで本論文では，Fig. 4.5 に示したような従来の等価回路モデルとの比較がしやすいフォスター型回路を用いることにする．

(d) ワールブルグインピーダンスの近似次数

Fig. 4.19 と Fig. 4.21 からワールブルグインピーダンスの近似次数について考察する．次数を上げていくと，まず最初に低周波領域が良く近似され，ついで高周波領域が近似されていく．前述のとおり，実際の電池では，高周波領域では電荷移動過程などが支配的となるので，ある次数以上に上げてても近似の精度は変わらない．拡散過程が支配的となるのは最大で数 rad/s～数十 rad/s までであることから，ワールブルグインピーダンスの近似次数は 3～5 以上であれば良い．

以上のように，本節では非平衡状態のときの電池の挙動について，電気化学反応にもとづいて第一原理モデルに近い形でモデルを導出した．

4.4 リチウムイオンの拡散現象を考慮した電池モデル

本節では 4.2 節と 4.3 節で述べた 2 つの状態のモデルを統合して，本論文の提案する「リチウムイオンの拡散現象を考慮した電池モデル」について述べる [108],[109]．

提案する拡散現象を考慮した電池モデルを Fig. 4.23 に示す．まず，4.2 節で述べた SOC-OCV 特性として，Fig. 4.24 に示す特性を用いる．また，SOC を次式のように計算する．

$$\text{SOC}(t) = \text{SOC}(t_0) + \frac{1}{\text{FCC}} \int_{t_0}^t i(\tau) d\tau \quad (4.55)$$

ただし， $i(t)$ は時刻 t 秒における充放電時の電流であり，充電する方向を正とする．また，FCC は電池の満充電容量で単位は C（クーロン）である． t_0 は推定開始時刻， $\text{SOC}(t_0)$ は時刻 t_0 秒における SOC である．

つぎに過電圧を表す内部インピーダンスを考える．4.3 節で述べたように過電圧は電解質内のイオンの泳動過程と電極と電解質の界面での電子の授受を行う電荷移動過程，界面でのイオンの拡散過程の 3 つの要素に分けられる．このうち泳動過程はオーム抵抗である．また，電荷移動過程は時定数数ミリ秒～数百ミリ秒のダイナミクス，拡散過程は時定数数秒～数千秒のダイナミクスである．本論文では，サンプリング周期をハードウェアの制約から 1 秒に設定するので，電荷移動過程は泳動過程と同じく抵抗で近似できるものとし，ダイナミクスとしてイオンの拡散過程のみを考慮する．すなわち，Fig. 4.23 に示すように抵抗 R_0 とワールブルグインピーダンス Z_w から成り立つとする．

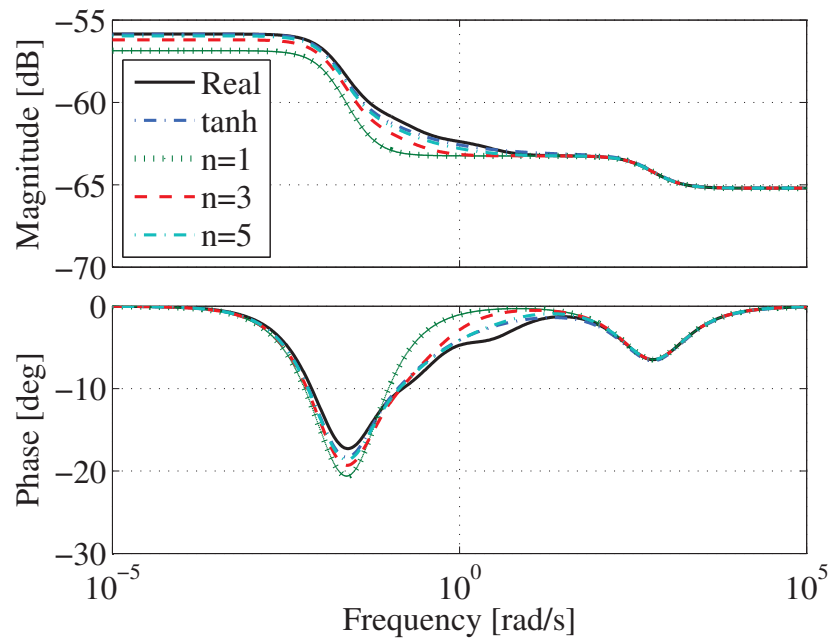


Fig. 4.21 Bode plots of the Foster equivalent circuit of the battery (solid line: true value, dashed lines: models).

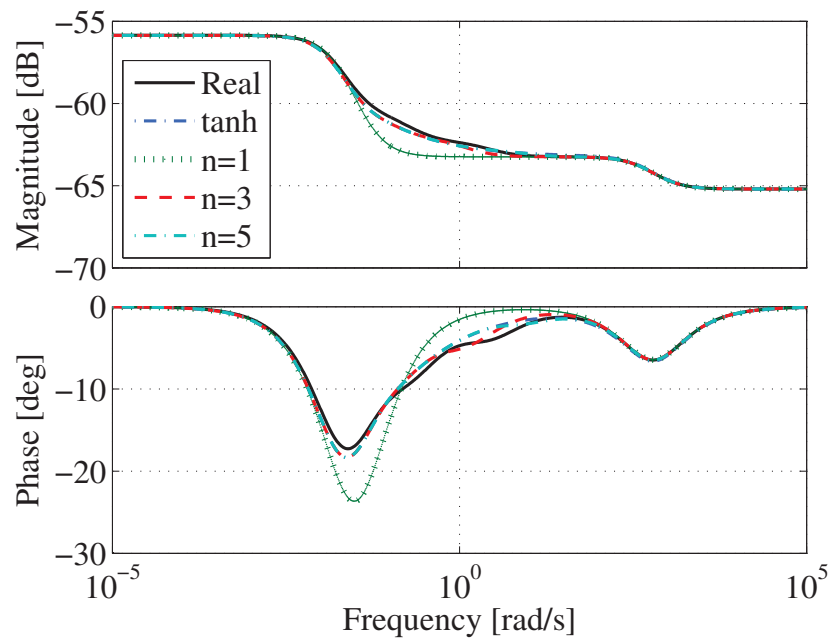


Fig. 4.22 Bode plots of the Cauer equivalent circuit of the battery (solid line: true value, dashed lines: models).

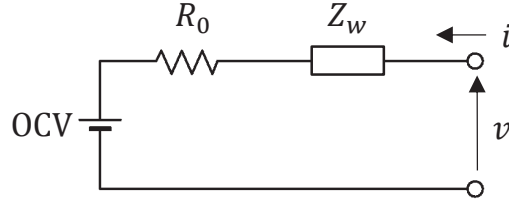


Fig. 4.23 Battery model with Warburg impedance

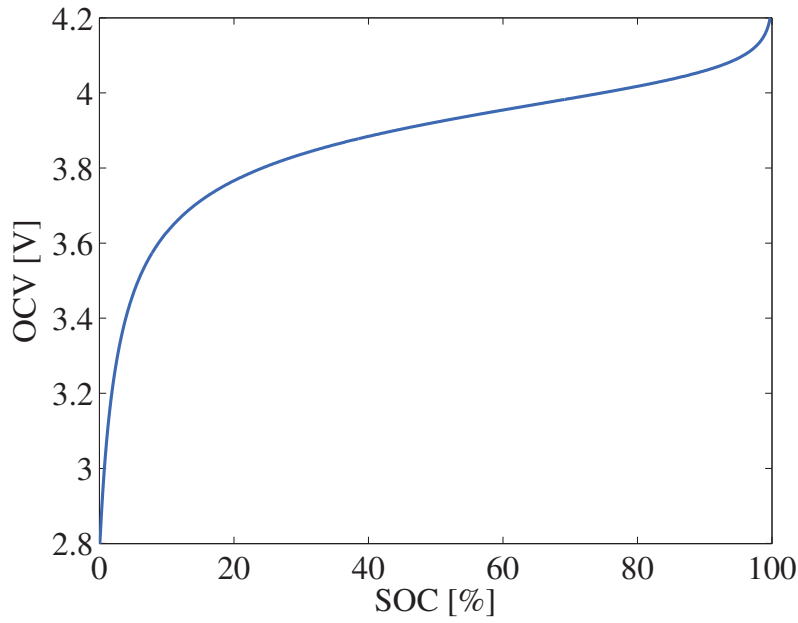


Fig. 4.24 SOC-OCV characteristics.

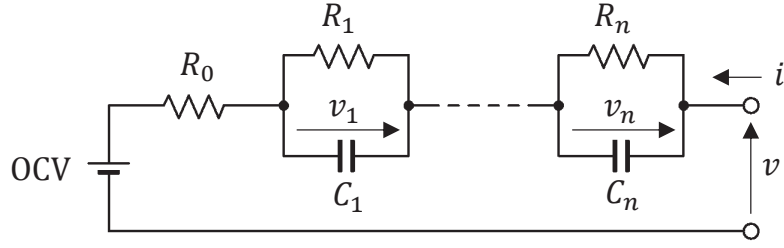
以上をまとめて、次数 n としたフォスター型回路を用いてワールブルグインピーダンスを近似した場合の電池の等価回路モデルを Fig. 4.25 に示す．図の等価回路モデルで、時刻 t での状態変数 $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{n+1}$ を

$$\mathbf{x}(t) = [\text{SOC}(t) \quad v_1(t) \quad \dots \quad v_n(t)]^T \quad (4.56)$$

として、入力 $u(t) = i(t)$ ，出力 $y(t) = v(t)$ とする．ただし、 $v_1(t) \sim v_n(t)$ はそれぞれ添字に対応したコンデンサでの電圧降下、 $i(t)$ は回路全体を流れる電流、 $v(t)$ は回路全体の電圧降下である．このとき、Fig. 4.25 の等価回路モデルの状態空間表現は、

$$\frac{d}{dt}\mathbf{x}(t) = \mathbf{F}\mathbf{x}(t) + \mathbf{g}u(t) \quad (4.57)$$

$$y(t) = f_{\text{ocv}}(\text{SOC}(t)) + \mathbf{h}^T \mathbf{x}(t) + R_0 u(t) \quad (4.58)$$

Fig. 4.25 Battery model with n th Foster's circuit

となる。ただし,

$$\mathbf{F} = \text{diag}\left(0, -\frac{1}{C_1 R_1}, \dots, -\frac{1}{C_n R_n}\right) \quad (4.59)$$

$$\mathbf{g} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\text{FCC}} & \frac{1}{C_1} & \cdots & \frac{1}{C_n} \end{bmatrix}^T \quad (4.60)$$

$$\mathbf{h} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix}^T \quad (4.61)$$

である。また,

$$C_n = \frac{C_d}{2}, \quad R_n = \frac{8R_d}{(2n-1)^2 \pi^2} \quad (4.62)$$

とおいた。

この電池モデルでは、未知パラメータは $R_0, R_d, C_d, \text{FCC}$ の4つなので、未知パラメータベクトル $\boldsymbol{\theta}$ は,

$$\boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} R_0 & R_d & C_d & \text{FCC} \end{bmatrix}^T \quad (4.63)$$

となる。

提案モデルの利点は以下の2点である。

1. 物理的な意味付けがしやすい
2. パラメータの数が少ない

1つ目について、ワールブルグインピーダンスというリチウムイオンの拡散現象を表すインピーダンスを用いているので、たとえばパラメータを推定した際にその妥当性について、電気化学的な側面から検証することができる。また、温度や劣化によるパラメータの変化も電気化学的な知見を用いて検証することが可能になると考えられる。2つ目について、Fig. 4.25の等価回路モデルを従来のように推定しようとする、 $2n+2$ 個の抵抗とコンデンサ、満充電容量を推定しなければならないが、提案モデルでは4個 ($R_0, R_d, C_d, \text{FCC}$) を推定すればよい。

4.5 拡散現象を考慮した電池モデルのパラメータ感度解析

モデルの構造とモデルを構成する各パラメータの推定の難易度には深い関係がある．その難易度を視覚的にわかりやすく表現するため，感度解析を応用した方法が提案されている [110]．感度解析は各パラメータが変動したときに出力にどのような影響を与えるかを見る方法である．パラメータを個別に同じ割合だけ変動させたとき，出力が大きく動く方がパラメータを推定する上で有利となる．電池モデルの場合についてもこの方法を使って，そのパラメータ推定の難易度を視覚的に確認することができる．

今回のパラメータ感度の解析では，提案した電池モデルが従来の電池モデルと比べてパラメータ推定に適していることを示す．また，提案した電池モデルのパラメータのそれぞれについて推定の難易度を示し，どのような入力電流が必要か示す．ここで，提案した電池モデルとは，4.4 節のリチウムイオンの拡散現象を考慮した電池モデルのことである．ただし，(4.63) 式の未知パラメータベクトル θ の FCC の代わりに FCC を初期満充電容量 FCC_0 で除算した量，すなわち，SOH を未知パラメータとしている．また， C_d の代わりに $\tau_d = C_d R_d$ を未知パラメータとしている．つまり，未知パラメータベクトルは

$$\theta = [R_0 \quad R_d \quad \tau_d \quad \text{SOH}]^T \quad (4.64)$$

である．一方，従来の電池モデルとは，ワールブルグインピーダンスについて，つぎのような一般の有理関数モデルで置き換えた電池モデルである．

$$G(s) = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0} \quad (4.65)$$

ただし，4.3.3 項でワールブルグインピーダンスの近似次数について検討した結果から，このモデルの次数は 3 とした．

Figs. 4.26, 4.27 に従来の電池モデルと提案した電池モデルにおけるパラメータ感度の解析の結果をそれぞれ示す．これらの図で横軸は入力周波数であり，縦軸は正規化されたパラメータ感度である．あるパラメータの感度がある周波数帯域で他よりも高ければ，その周波数を入力すればそのパラメータを推定するのは容易であるといえる．逆に他のパラメータよりもすべての周波数帯域で感度が著しく低ければ，そのパラメータを推定するのは難しいといえる．

Fig. 4.26 で従来の電池モデルでは，どの周波数帯域でも他のパラメータよりも感度の低いパラメータが多数存在しており，推定は難しいということがわかる．それに対して，Fig. 4.27 では推定するパラメータの数が少ない上に，感度の著しく低いパラメータがない．そのため，パラメータ推定のしやすさという観点から見ても，提案した電池モデルは従来の電池モデルよりも優れていることがわかる．

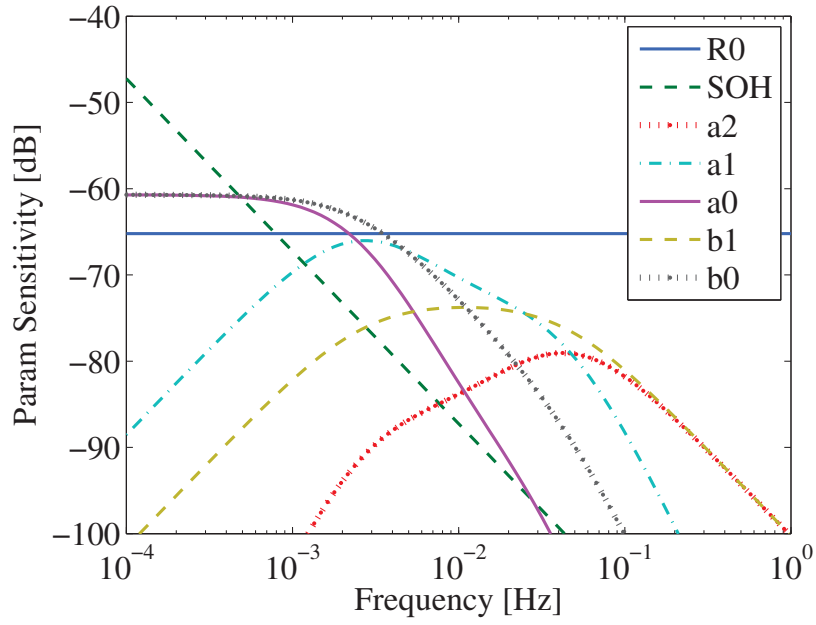


Fig. 4.26 Parameter sensitivity plot of the conventional battery model.

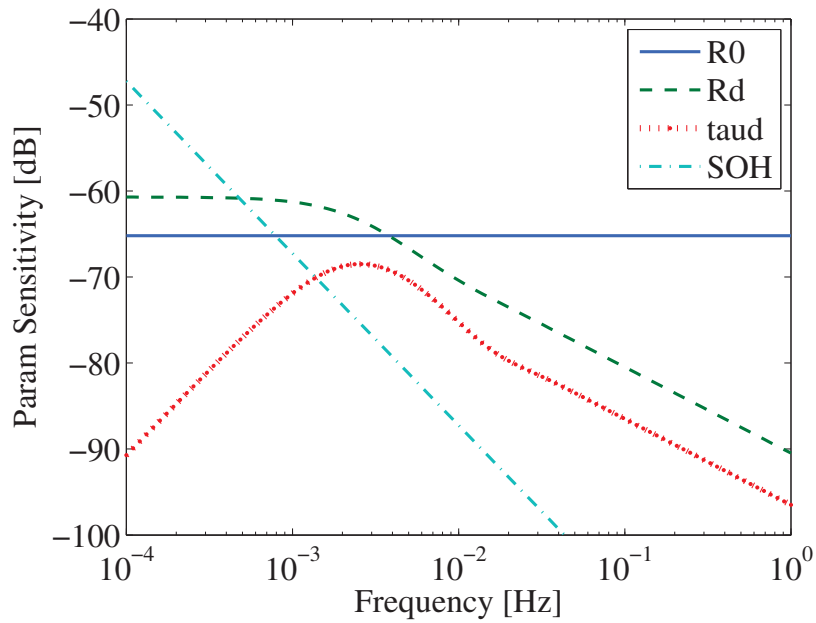


Fig. 4.27 Parameter sensitivity plot of the proposed battery model.

Fig. 4.27 を詳しく見ると、 R_0 を推定するには 1×10^{-2} Hz 以上の高周波数、SOH を推定するには 2×10^{-4} Hz 以下の低周波数、 R_d や τ_d を推定するにはそれらの中間の周波数の入力電流が必要であることがわかる。短時間で必要な量の入力を印加できるという意味で、SOH よりも R_d が、 R_d よりも R_0 が、より推定しやすいとすることができる。また、 τ_d の方が R_d よりも感度が低いので、推定は比較的難しいと言える。まとめると、 R_0 、 R_d 、 τ_d 、SOH の順に推定が難しくなっていく。ただし、SOH については低周波成分を含む入力を得られれば問題なく推定できると言える。本質的に難しいのは τ_d の推定である。

さらに、Fig. 4.27 から事前情報を用いることにより推定精度を向上させることができることがわかる。たとえば、SOH がなんらかの方法で既知であった場合、 R_d の推定には中間の周波数の入力以外に、 2×10^{-4} Hz 以下の低周波数の入力も寄与することがわかる。

4.6 まとめ

本章では、電池の挙動を表すモデルについて、電池の平衡状態と非平衡状態のときに分けて構築した。

4.2 節では、平衡状態のときについて述べた。SOC-OCV 特性と呼ばれる非線形な特性をどう扱うかが重要である。本論文では非線形カルマンフィルタでの推定を前提に SOC-OCV 特性を非線形のまま扱うこととした。

4.3 節では、非平衡状態のときについて述べた。平衡状態の場合とのズレを過電圧と呼び、その特性を表す内部インピーダンスが重要である。従来、複数の RC 並列回路を直列接続した等価回路モデルが考えられてきた。しかし、物理的な意味付けがないことやパラメータの数が多という問題点があった。そこで、本論文ではリチウムイオンの拡散現象を表すワールブルグインピーダンスに着目し、それを制約付き等価回路モデルとして見ることにより、従来のモデルの問題点を解決した。

4.4 節で提案するモデルをまとめ、4.5 節で、提案するモデルが従来のモデルよりも優れていることをパラメータ感度プロットを用いて示した。

以上で、電池の SOC の推定にモデルに基づく推定の方法を適用するために必要となる電池の等価回路モデルを得ることができた。

第 5 章

SOC と内部インピーダンスの同時推定法

本章では、第 3 章で提案したリチウムイオンの拡散現象を考慮した電池モデルを用いた電池の SOC と内部インピーダンス（パラメータ）の推定法について述べる．特に「対数化 UKF による SOC とパラメータの同時推定法」を提案する．

5.1 はじめに

電池状態推定という問題に対して、2.6.6 項で述べた状態とパラメータの同時推定を適用する方法は、従来から提案されていた．Plett [5],[68]–[71] が EKF や UKF を用いて、電池の状態（SOC）とパラメータの同時推定を提案した．その後、同様の方法は他にも多数提案されている [26],[51],[72]–[74]．SOC とパラメータの同時推定では非線形性の強いモデルを扱う問題になるので、非線形カルマンフィルタの中でもそのような問題にも対応できる UKF を用いる先行研究が多い．パーティクルフィルタのようにさらに非線形性に強い方法もあるが、計算量が増えてしまう．本論文では、非線形性に対する強さと計算量のトレードオフを図って、UKF を採用する．

UKF を用いた SOC とパラメータの同時推定の利点は、電池の劣化や温度、SOC などによって変化するパラメータを逐次的に推定しながら、それを反映した SOC 推定ができることにある．そのため、SOC の推定精度はもちろんのこと、パラメータの推定精度についての議論が重要である．しかし、従来提案されている方法では以下に示すような 3 つの課題があり、それらが推定精度を低下させる要因となっていた．

1. 電池モデルが複雑であること
2. 同時推定の数値的難しさがあること

3. 電気化学の知見を考慮していないこと

1 つ目について、電池の複雑な電気化学反応を正確にモデリングするには、高次のモデルが必要となる。しかし、モデルの次数を高くしていくと、推定すべき状態やパラメータの数が増加し、同時推定は急激に難しくなる。2 つ目について、電池の電気化学反応にはさまざまな時定数の反応が含まれるので、パラメータの間のオーダーの差が大きくなる。同時推定で用いるカルマンフィルタのようなアルゴリズムでは、一般にオーダーの差が大きいと桁落ちなどの数値計算上の問題が発生し、推定精度が悪くなる。3 つ目について、ここでいう電気化学の知見とは、電池のパラメータが常に正の値をとることと、その分布は対数正規分布に近い分布であることの 2 点である。そのような知見を考慮に入れた推定を行わないと、たとえば負の抵抗値になるなど物理的な意味付けのできない推定値となり、推定精度悪化の原因となる。従来はこれらの 3 つの課題をチューニングなどの試行錯誤的な方法に頼って解決しており、パラメータの推定精度についての議論が十分ではなかった。

本論文では、上記の 3 つの課題のうち、1 つ目の電池モデルの複雑さに関するジレンマについて、第 4 章で示した拡散現象を考慮した電池モデルを用いることで解決する。提案モデルは、高次のモデルと同等の精度をもつモデルでありながら、推定すべきパラメータの数を少なく抑えることができしており、SOC とパラメータの同時推定という問題に適したモデルである。

2 つ目の同時推定の数値的難しさという課題に対する従来の対策として、平方根フィルタと正規化という 2 つの方法がある。平方根フィルタを用いると、カルマンフィルタ自体のアルゴリズムの数値計算の安定性や精度の向上が期待できる。しかし、同時推定の数値的難しさはパラメータのオーダーの差におもな原因があるので、課題の解決策としての効果は小さい。また、正規化という方法も古くから推定精度向上のために提案されており、非線形カルマンフィルタについても河原井ら [89] によって提案されている。オーダーの差に起因する数値的難しさという課題に対しては、正規化は解決策として有効である。しかし、電気化学の知見を考慮していないという課題を根本的に解決できない。さらに、正規化因子という調整パラメータが追加され、チューニングが正規化しない場合よりも煩雑になるという課題が残る。以上のように従来の SOC とパラメータの同時推定法では、その推定精度を低下させる要因となる課題を解決できていなかった。

本論文では、対数化という方法を UKF に対して適用した「対数化 UKF による SOC とパラメータの同時推定法」を提案する。この推定法と前章で提案した「リチウムイオンの拡散現象を考慮した電池モデル」を組み合わせることにより、以下の 3 つの効果が出る。

1. 少ないパラメータで高次のモデルを表現できる。
2. UKF の計算における数値的安定性が高まる。
3. 推定結果が電気化学の知見と矛盾しなくなる。

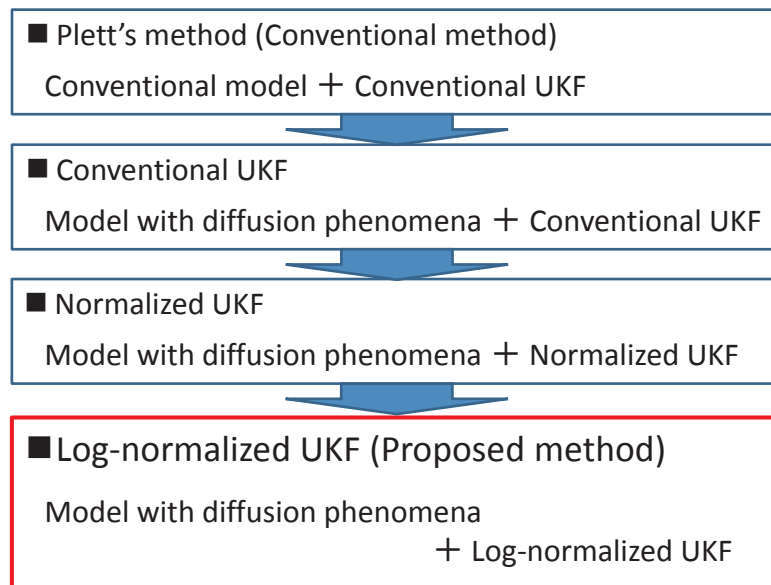


Fig. 5.1 Flow of Chapter 5.

これにより従来の SOC とパラメータの同時推定法の 3 つの課題を解決できる。

以下では、Fig. 5.1 に示すような流れで従来の SOC とパラメータの同時推定法の 3 つの課題を解決する。まず、Plett [71] が提案した従来の電池モデルに対して UKF を用いた SOC とパラメータの同時推定法という従来法に対して、第 4 章で示した拡散現象を考慮した電池モデルに変えた方法について述べる。つぎに、その数値的な問題点を改善する方法として、UKF の代わりに正規化 UKF を適用した例について述べる。そして、本論文で提案する対数化 UKF を用いた SOC とパラメータの同時推定法 [109],[111],[112] について述べる。最後に提案法の有用性を示すために、EV を用いた走行実験のデータを用いて、SOC とパラメータの推定精度の検証を行う。

5.2 UKF を用いた SOC とパラメータの同時推定法

本節では UKF を用いた SOC とパラメータの同時推定法 [71] と、UKF を用いた SOC と正規化したパラメータの同時推定法について述べる。

5.2.1 SOC とパラメータの同時推定法

従来の SOC とパラメータの同時推定法では、システムの未知パラメータを状態変数に加えた拡大系を構成し推定する。

(4.57), (4.58) 式のフォスター型等価回路を用いた電池モデルを拡大系に書き換える。すなわ

ち, (4.57), (4.58) 式で状態変数 $\mathbf{x}$ と未知パラメータ $\boldsymbol{\theta}$ が, それぞれ,

$$\mathbf{x}(t) = [\text{SOC}(t) \quad v_1(t) \quad \dots \quad v_n(t)]^\top \quad (5.1)$$

$$\boldsymbol{\theta}(t) = [R_0(t) \quad R_d(t) \quad C_d(t) \quad \text{FCC}(t)]^\top \quad (5.2)$$

であるとき, 拡大系の状態変数 $\mathbf{z}_u \in \mathbb{R}^{2n+5}$ を

$$\mathbf{z}_u(t) = [\mathbf{x}^\top(t) \quad \boldsymbol{\theta}^\top(t)]^\top \quad (5.3)$$

と定義する. このとき,

$$\frac{d}{dt} \mathbf{z}_u(t) = \mathbf{f}_u(\mathbf{z}_u(t), u(t)) \quad (5.4)$$

$$y(t) = h_u(\mathbf{z}_u(t), u(t)) \quad (5.5)$$

となる. ただし,

$$\mathbf{f}_u(\mathbf{z}_u(t), u(t)) = \begin{bmatrix} \frac{i(t)}{\text{FCC}(t)} \\ -\frac{\pi^2 v_1(t)}{4C_d(t)R_d(t)} + \frac{2i(t)}{C_d(t)} \\ \vdots \\ -\frac{(2n-1)^2 \pi^2 v_n(t)}{4C_d(t)R_d(t)} + \frac{2i(t)}{C_d(t)} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

$$h_u(\mathbf{z}_u(t), u(t)) = f_{\text{ocv}}(\text{SOC}(t)) + \sum_{m=1}^n v_m(t) + R_0(t)i(t) \quad (5.7)$$

とおいた. なお, ここで 2.6.6 項で述べたように拡大系を構成する際には未知パラメータについて一定値であると仮定しているので (5.6) 式のようにパラメータのダイナミクスは

$$\frac{d}{dt} \boldsymbol{\theta}(t) = \mathbf{0} \quad (5.8)$$

となる. この拡大系モデルをオイラー法やルンゲクッタ法などを用いて離散化し, UKF を用いて推定する. 以上のような方法を本論文では「UKF を用いた SOC とパラメータの同時推定法」と呼ぶことにする.

5.2.2 SOC と正規化したパラメータの同時推定法

前項で述べた方法では, パラメータのオーダの差が大きいと計算機による数値計算の精度に問題が出てくる. 今回対象としている電池では, 4.3 節で示したようにシステム同定の結果か

ら, $R_0, R_d \sim 10^{-4}, C_d \sim 10^5$ というオーダーであり, UKF のカルマンゲインを計算する過程で桁落ちが生じる可能性がある. そこで, 正規化 UKF の考え方を適用する.

正規化 UKF は, もともとオーダーに差のある状態変数をオーダーの揃った状態変数に変換し, その新たな状態変数を推定しようとするものであるが, ここでは, オーダーの差の大きい未知パラメータについて正規化することにする. すなわち, (5.3) 式の状態変数 $\mathbf{z}_0$ に対して, 未知パラメータ $\boldsymbol{\theta}$ についてオーダーを揃えた状態変数 $\mathbf{z}_N \in \mathbb{R}^{2n+5}$ を

$$\mathbf{z}_N(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}^\top(t) & \boldsymbol{\theta}_N^\top(t) \end{bmatrix}^\top \quad (5.9)$$

とし, この新たな状態変数 $\mathbf{z}_N$ を推定する. ただし, $N_{R_0}, N_{R_d}, N_{C_d}, N_{FCC}$ を正規化因子として,

$$\boldsymbol{\theta}_N(t) = \begin{bmatrix} \gamma_{R_0}(t) & \gamma_{R_d}(t) & \gamma_{C_d}(t) & \gamma_{FCC}(t) \end{bmatrix}^\top \quad (5.10)$$

$$= \begin{bmatrix} N_{R_0}^{-1}R_0(t) & N_{R_d}^{-1}R_d(t) & N_{C_d}^{-1}C_d(t) & N_{FCC}^{-1}FCC(t) \end{bmatrix}^\top \quad (5.11)$$

と定義する. このとき, (5.4), (5.5) 式のフォスター型回路の場合の拡大系モデルは,

$$\frac{d}{dt} \mathbf{z}_N(t) = \mathbf{f}_N(\mathbf{z}_N(t), u(t)) \quad (5.12)$$

$$y(t) = h_N(\mathbf{z}_N(t), u(t)) \quad (5.13)$$

となる. ただし,

$$\mathbf{f}_N(\mathbf{z}_N(t), u(t)) = \begin{bmatrix} \frac{i(t)}{N_{FCC}\gamma_{FCC}(t)} \\ -\frac{\pi^2 v_1(t)}{4N_{R_d}N_{C_d}\gamma_{C_d}(t)\gamma_{R_d}(t)} + \frac{2i(t)}{N_{C_d}\gamma_{C_d}(t)} \\ \vdots \\ -\frac{(2n-1)^2\pi^2 v_n(t)}{4N_{R_d}N_{C_d}\gamma_{C_d}(t)\gamma_{R_d}(t)} + \frac{2i(t)}{N_{C_d}\gamma_{C_d}(t)} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

$$h_N(\mathbf{z}_N(t), u(t)) = f_{ocv}(\text{SOC}(t)) + \sum_{m=1}^n v_m(t) + N_{R_0}\gamma_{R_0}(t)i(t) \quad (5.15)$$

とおいた. この拡大系モデルをオイラー法やルンゲクッタ法などを用いて離散化し, UKF を用いて SOC とパラメータの同時推定する. このような方法を本論文では「正規化 UKF を用いた SOC とパラメータの同時推定法」と呼ぶことにする.

正規化 UKF は, オーダーの差に起因する数値的難しさを回避することができるが, 電池の電気化学の知見を陽に考慮に入れることができない. そのため, パラメータ推定値が不自然な変

動をしたり，場合によっては物理的にありえない負の抵抗値が推定されるなどの問題があった．また，4つの正規化因子 $N_{R_0}, N_{R_d}, N_{C_d}, N_{FCC}$ が調整パラメータとして追加され，これらをどう設定するかも問題であった．

5.3 対数化 UKF を用いた SOC とパラメータの同時推定法

正規化 UKF が正規化した未知パラメータを推定する方法であるのに対して，本論文で提案する対数化 UKF は“対数化”した未知パラメータを推定する方法である．すなわち，ある未知パラメータ X を推定する代わりにそのべき指数 Z を推定する．たとえば，ネイピア数を底として，

$$X = \exp Z \quad (5.16)$$

と表される Z を推定する．

このように対数化によってモデルを望ましい形に変形する方法については，従来，研究が行われてきた．入出力の対数を取ることによって線形となるモデル（対数線形モデル）を用いた方法 [113], [114] などがその例である．これらの方法では，対数を取ることによって線形モデルとなる問題に対して対数化が適用されていた．状態とパラメータの同時推定法のように対数を取ったとしても線形モデルとならない場合に対しての実用的な方法は提案されていなかった．本論文で提案する対数化 UKF の新規性は，対数化を UKF に適用し，状態と未知パラメータの同時推定問題に応用したところにある．

以下では，対数化 UKF の具体的な適用方法や効果について述べる．

5.3.1 対数化 UKF の適用方法

対数化 UKF による SOC とパラメータの同時推定法の適用方法を示す．提案法では，まず，システムの未知パラメータを対数化した上で状態変数に加えた拡大系を構成する．すなわち，(5.3) 式の状態変数 $\mathbf{z}_u$ に対して，未知パラメータ $\boldsymbol{\theta}$ について対数を取った状態変数 $\mathbf{z}_L \in \mathcal{R}^{2n+5}$ を

$$\mathbf{z}_L(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}^T(t) & \boldsymbol{\theta}_L^T(t) \end{bmatrix}^T \quad (5.17)$$

とする．ただし，

$$\boldsymbol{\theta}_L(t) = \begin{bmatrix} \alpha_{R_0}(t) & \alpha_{R_d}(t) & \alpha_{C_d}(t) & \alpha_{FCC}(t) \end{bmatrix}^T \quad (5.18)$$

$$= \begin{bmatrix} \ln R_0(t) & \ln R_d(t) & \ln C_d(t) & \ln FCC(t) \end{bmatrix}^T \quad (5.19)$$

と定義する．この拡大系の状態変数 $\mathbf{z}_L$ を用いて，(5.4), (5.5) 式のフォスター型回路の場合の拡大系モデルを書き換えると，

$$\frac{d}{dt} \mathbf{z}_L(t) = \mathbf{f}_L(\mathbf{z}_L(t), u(t)) \quad (5.20)$$

$$y(t) = h_L(\mathbf{z}_L(t), u(t)) \quad (5.21)$$

となる．ただし，

$$\mathbf{f}_L(\mathbf{z}_L(t), u(t)) = \begin{bmatrix} \frac{i(t)}{\exp(\alpha_{FCC}(t))} \\ -\frac{\pi^2 v_1(t)}{4 \exp(\alpha_{C_d}(t) + \alpha_{R_d}(t))} + \frac{2i(t)}{\exp(\alpha_{C_d}(t))} \\ \vdots \\ -\frac{(2n-1)^2 \pi^2 v_n(t)}{4 \exp(\alpha_{C_d}(t) + \alpha_{R_d}(t))} + \frac{2i(t)}{\exp(\alpha_{C_d}(t))} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.22)$$

$$h_L(\mathbf{z}_L(t), u(t)) = f_{ocv}(\text{SOC}(t)) + \sum_{m=1}^n v_m(t) + \exp(\alpha_{R_0}(t))i(t) \quad (5.23)$$

である．

ここで，対数化する前と後の拡大系モデルの関係を示す．両者の未知パラメータの関係は，

$$\boldsymbol{\theta}(t) = \exp \boldsymbol{\theta}_L(t) \quad (5.24)$$

であるので，両辺を時間微分すれば，

$$\frac{d}{dt} \boldsymbol{\theta}(t) = \exp(\boldsymbol{\theta}_L(t)) \cdot \frac{d}{dt} \boldsymbol{\theta}_L(t) \quad (5.25)$$

となる．2.6.6 項で述べたように拡大系を構成する際には未知パラメータについて一定値であると仮定している．すなわち，

$$\frac{d}{dt} \boldsymbol{\theta}_L(t) = \mathbf{0} \quad (5.26)$$

である．これを (5.25) 式にの右辺に代入すると，(5.8) 式と等価になる．このことから，対数化前の (5.4), (5.5) 式と対数化後の (5.20), (5.21) 式の等価性が成り立つ．

(5.20), (5.21) 式の拡大系モデルをオイラー法やルンゲクッタ法などを用いて離散化する．ここではオイラー法に比べて離散化誤差を小さく抑えることのできる 4 次のルンゲクッタ法 [81]

を用いて離散化する．サンプリング周期を T_s 秒とする．このとき，(5.20), (5.21) 式の連続時間非線形システムを離散化すると，

$$\mathbf{z}_{k+1} = \mathbf{f}_d(\mathbf{z}_k, u_k) \quad (5.27)$$

$$y_k = h_d(\mathbf{z}_k, u_k) \quad (5.28)$$

となる．ただし，

$$\mathbf{f}_d(\mathbf{z}_k, u_k) = \mathbf{z}_k + \frac{T_s}{6}(\mathbf{c}_1 + 2\mathbf{c}_2 + 2\mathbf{c}_3 + \mathbf{c}_4) \quad (5.29)$$

$$h_d(\mathbf{z}_k, u_k) = h_L(\mathbf{z}_k, u_k) \quad (5.30)$$

であり，

$$\mathbf{c}_1 = \mathbf{f}_L(\mathbf{z}_k, u_k) \quad (5.31)$$

$$\mathbf{c}_2 = \mathbf{f}_L\left(\mathbf{z}_k + \frac{T_s}{2}\mathbf{c}_1, u_k\right) \quad (5.32)$$

$$\mathbf{c}_3 = \mathbf{f}_L\left(\mathbf{z}_k + \frac{T_s}{2}\mathbf{c}_2, u_k\right) \quad (5.33)$$

$$\mathbf{c}_4 = \mathbf{f}_L(\mathbf{z}_k + T_s\mathbf{c}_3, u_k) \quad (5.34)$$

とおいた．

最後にシステム雑音 $\mathbf{v}$ を $N(\mathbf{0}, \mathbf{Q})$ に従う正規性白色雑音，観測雑音 w を $N(0, r)$ に従う $\mathbf{v}$ と独立な正規性白色雑音とすると，(5.27), (5.28) 式の離散時間非線形システムは，

$$\mathbf{z}_{k+1} = \mathbf{f}_d(\mathbf{z}_k, u_k) + \mathbf{v}_k \quad (5.35)$$

$$y_k = h_d(\mathbf{z}_k, u_k) + w_k \quad (5.36)$$

となる．この離散時間非線形システムに対して，つぎの平方根 UKF を適用する．

STEP 1 初期化

状態の初期推定値 $\hat{\mathbf{z}}_{0|0}$ を $N(\mathbf{z}_0, \mathbf{S}_0^T \mathbf{S}_0)$ に従う正規性確率ベクトルとする．すなわち，

$$\hat{\mathbf{z}}_{0|0} = \mathbb{E}[\mathbf{z}_{0|0}] = \mathbf{z}_0 \quad (5.37)$$

$$\mathbf{S}_{0|0}^{zz} = \sqrt{\mathbb{E}[(\mathbf{z}_{0|0} - \hat{\mathbf{z}}_{0|0})(\mathbf{z}_{0|0} - \hat{\mathbf{z}}_{0|0})^T]} = \mathbf{S}_0 \quad (5.38)$$

とおく．

STEP 2 事前推定

時刻 k における事後推定値 $\hat{\mathbf{z}}_{k|k}$ からシグマポイント $\mathbf{Z}_{k|k}^i$ をつぎのように生成する．

$$\mathbf{Z}_{k|k}^i = \begin{cases} \hat{\mathbf{z}}_{k|k}, & i = 0 \\ \hat{\mathbf{z}}_{k|k} + \gamma \left(\mathbf{S}_{k|k}^{zz} \right)_i, & i = 1, 2, \dots, n_z \\ \hat{\mathbf{z}}_{k|k} - \gamma \left(\mathbf{S}_{k|k}^{zz} \right)_i, & i = n_z + 1, \dots, 2n_z \end{cases} \quad (5.39)$$

ただし、状態変数 $\mathbf{z}$ の次元は $n_z = 2n + 5$ である。ここで、 $(\mathbf{S}_{k|k}^{zz})_i$ は行列平方根 $\mathbf{S}_{k|k}^{zz}$ の i 番目の行成分である。また、 $\gamma = \sqrt{n_z + \lambda}$ であり、シグマポイントの重みをスケールリングするためのパラメータである。そのシグマポイントの重みをつぎのように定める。平均値に対するシグマポイントの重み w_m を

$$w_m^i = \begin{cases} \frac{\lambda}{n_z + \lambda}, & i = 0 \\ \frac{1}{2(n_z + \lambda)}, & i = 1, 2, \dots, 2n_z \end{cases} \quad (5.40)$$

とし、共分散に対するシグマポイントの重み w_c を

$$w_c^i = \begin{cases} \frac{\lambda}{n_z + \lambda} + 1 - \alpha^2 + \beta, & i = 0 \\ \frac{1}{2(n_z + \lambda)}, & i = 1, 2, \dots, 2n_z \end{cases} \quad (5.41)$$

とする。各スケールリングパラメータについては、状態変数 $\mathbf{z}$ が正規分布に従う雑音を含むと仮定して、 $\alpha = 1$, $\beta = 2$, $\lambda = 3 - n_z$ とする。

つぎに各シグマポイント毎に (5.35) 式の状態方程式を用いて出した事前推定値 $\mathcal{Z}_{k+1|k}^i$ から、時刻 $k+1$ の状態を予測する。ただし、 w_m^0 の正負によってつぎのように処理を変える。

(I) $w_c^0 \geq 0$ の場合 (QR 分解のみを利用)

$$\mathcal{Z}_{k+1|k}^i = f_d(\mathcal{Z}_{k|k}^i, u_k) \quad (5.42)$$

$$\hat{\mathbf{z}}_{k+1|k} = \sum_{i=0}^{2n_z} w_m^i \mathcal{Z}_{k+1|k}^i \quad (5.43)$$

$$\mathbf{M}_{k|k}^{zz} = \left[\sqrt{w_c^i} (\mathcal{Z}_{k+1|k}^i - \hat{\mathbf{z}}_{k+1|k}) \right] \quad i = 0, 1, \dots, 2n_z \quad (5.44)$$

$$\mathbf{S}_{k+1|k}^{zz} = f_{qr} \left([\mathbf{M}_{k|k}^{zz}, \sqrt{\mathbf{Q}}]^\top \right) \quad (5.45)$$

(II) $w_c^0 < 0$ の場合 (QR 分解とコレスキー分解のランク 1 更新を利用)

$$\mathcal{Z}_{k+1|k}^i = f_d(\mathcal{Z}_{k|k}^i, u_k) \quad (5.46)$$

$$\hat{\mathbf{z}}_{k+1|k} = \sum_{i=0}^{2n_z} w_m^i \mathcal{Z}_{k+1|k}^i \quad (5.47)$$

$$\mathbf{M}_{k+1|k}^{zz} = \left[\sqrt{w_c^i} (\mathcal{Z}_{k+1|k}^i - \hat{\mathbf{z}}_{k+1|k}) \right] \quad i = 1, 2, \dots, 2n_z \quad (5.48)$$

$$\mathbf{T}_{k+1|k}^{zz} = f_{qr} \left([\mathbf{M}_{k+1|k}^{zz}, \sqrt{\mathbf{Q}}]^\top \right) \quad (5.49)$$

$$\mathbf{S}_{k+1|k}^{zz} = f_{cd} \left(\mathbf{T}_{k+1|k}^{zz}, \sqrt{|w_c^0|} (\mathcal{Z}_{k+1|k}^0 - \hat{\mathbf{z}}_{k+1|k}) \right) \quad (5.50)$$

時刻 $k+1$ における事前推定値 $\hat{\mathbf{z}}_{k+1|k}$ からシグマポイント $\mathcal{Z}_{k+1|k}^i$ をつぎのように再生成する.

$$\mathcal{Z}_{k+1|k}^i = \begin{cases} \hat{\mathbf{z}}_{k+1|k}, & i = 0 \\ \hat{\mathbf{z}}_{k+1|k} + \gamma (\mathbf{S}_{k+1|k}^{zz})_i, & i = 1, 2, \dots, n_z \\ \hat{\mathbf{z}}_{k+1|k} - \gamma (\mathbf{S}_{k+1|k}^{zz})_i, & i = n_z + 1, \dots, 2n_z \end{cases} \quad (5.51)$$

ここで, $(\mathbf{S}_{k+1|k}^{zz})_i$ は行列平方根 $\mathbf{S}_{k+1|k}^{zz}$ の i 番目の行成分である. また, シグマポイントの重みを (5.40), (5.41) 式のように定める.

つぎに各シグマポイント毎に (5.36) 式の出力方程式を用いて出した事前推定値 $\mathcal{Y}_{k+1|k}^i$ から, 時刻 $k+1$ の出力を更新する. ただし, $\mathbf{w}_m^0$ の正負によってつぎのように処理を変える.

(I) $\mathbf{w}_m^0 \geq 0$ の場合 (QR 分解のみを利用)

$$\mathcal{Y}_{k+1|k}^i = h_d(\mathcal{Z}_{k+1|k}^i, u_k) \quad (5.52)$$

$$\hat{y}_{k+1|k} = \sum_{i=0}^{2n_z} \mathbf{w}_m^i \mathcal{Y}_{k+1|k}^i \quad (5.53)$$

$$\mathbf{M}_{k+1|k}^{zz} = \left[\sqrt{\mathbf{w}_c^i} (\mathcal{Z}_{k+1|k}^i - \hat{\mathbf{z}}_{k+1|k}) \right] \quad i = 0, 1, \dots, 2n_z \quad (5.54)$$

$$\mathbf{M}_{k+1|k}^{yy} = \left[\sqrt{\mathbf{w}_c^i} (\mathcal{Y}_{k+1|k}^i - \hat{y}_{k+1|k}) \right] \quad i = 0, 1, \dots, 2n_z \quad (5.55)$$

$$\mathbf{S}_{k+1|k}^{yy} = f_{qr} \left(\left[\mathbf{M}_{k+1|k}^{yy}, \sqrt{r} \right]^\top \right) \quad (5.56)$$

$$\mathbf{P}_{k+1|k}^{xy} = \mathbf{M}_{k+1|k}^{zz} (\mathbf{M}_{k+1|k}^{yy})^\top \quad (5.57)$$

(II) $\mathbf{w}_m^0 < 0$ の場合 (QR 分解とコレスキー分解のランク 1 更新を利用)

$$\mathcal{Y}_{k+1|k}^i = h_d(\mathcal{Z}_{k+1|k}^i, u_k) \quad (5.58)$$

$$\hat{y}_{k+1|k} = \sum_{i=0}^{2n_z} \mathbf{w}_m^i \mathcal{Y}_{k+1|k}^i \quad (5.59)$$

$$\mathbf{M}_{k+1|k}^{zz} = \left[\sqrt{\mathbf{w}_c^i} (\mathcal{Z}_{k+1|k}^i - \hat{\mathbf{z}}_{k+1|k}) \right] \quad i = 0, 1, \dots, 2n_z \quad (5.60)$$

$$\mathbf{M}_{k+1|k}^{yy} = \left[\sqrt{\mathbf{w}_c^i} (\mathcal{Y}_{k+1|k}^i - \hat{y}_{k+1|k}) \right] \quad i = 1, 2, \dots, 2n_z \quad (5.61)$$

$$\mathbf{T}_{k+1|k}^{yy} = f_{qr} \left(\left[\mathbf{M}_{k+1|k}^{yy}, \sqrt{r} \right]^\top \right) \quad (5.62)$$

$$\mathbf{S}_{k+1|k}^{yy} = f_{cd} \left(\mathbf{T}_{k+1|k}^{yy}, \sqrt{|\mathbf{w}_c^0|} (\mathcal{Y}_{k+1|k}^0 - \hat{y}_{k+1|k}) \right) \quad (5.63)$$

$$\mathbf{P}_{k+1|k}^{xy} = \mathbf{M}_{k+1|k}^{zz} \left[\sqrt{\mathbf{w}_c^i} (\mathcal{Y}_{k+1|k}^i - \hat{y}_{k+1|k}), \mathbf{M}_{k+1|k}^{yy} \right]^\top \quad (5.64)$$

STEP 3 事後推定

時刻 $k+1$ における観測値 y_{k+1} と事前推定値 $\hat{y}_{k+1|k}$ から，時刻 $k+1$ の推定値を補正する．

$$\mathbf{K}_{k+1} = \mathbf{P}_{k+1|k}^{\text{xy}} \left(\mathbf{S}_{k+1|k}^{\text{yy}} \right)^{-1} \quad (5.65)$$

$$\hat{\mathbf{z}}_{k+1|k+1} = \hat{\mathbf{z}}_{k+1|k} + \mathbf{K}_{k+1} (y_{k+1} - \hat{y}_{k+1|k}) \quad (5.66)$$

$$\mathbf{S}_{k+1|k+1}^{\text{zz}} = f_{\text{qr}} \left(\left[\mathbf{M}_{k+1|k}^{\text{zz}} - \mathbf{M}_{k+1|k}^{\text{yy}} \mathbf{K}_{k+1}^{\text{T}}, \sqrt{r} \mathbf{K}_{k+1}^{\text{T}} \right]^{\text{T}} \right) \quad (5.67)$$

5.3.2 対数化による効果

対数化を UKF に適用することによって，つぎの 2 つの効果が得られる．

- (a) UKF の計算における数値的安定性が高まる．
- (b) パラメータ推定値が電気化学の知見と矛盾しなくなる．

これらにより従来法の問題点を解決できる．以下ではこの 2 点について述べる．

(a) 数値的安定性の向上

対数を取ることににより推定するパラメータのオーダーの差が小さくなり，UKF のカルマンゲインや共分散行列の計算で桁落ちなどの数値計算上の問題を低減する効果が期待できる．すでに述べたように，今回対象としている電池では， $R_0, R_d \sim 10^{-4}, C_d, \text{FCC} \sim 10^5$ というオーダーであり，オーダーの差は 9 桁にもなる．しかし，対数を取ることににより $\ln R_0, \ln R_d \sim 10^0, \ln C_d, \ln \text{FCC} \sim 10^1$ というオーダーになり，その差は少なくなる．

数値的安定性を条件数 [82], [115] を用いて示す．正則行列 $\mathbf{A}$ の条件数 $c(\mathbf{A})$ を

$$c(\mathbf{A}) = \sqrt{\frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}}} \quad (5.68)$$

と定義する．ただし， $\lambda_{\max}$ と $\lambda_{\min}$ はそれぞれ行列 $\mathbf{A}\mathbf{A}^{\text{T}}$ の最大固有値と最小固有値である．一般に行列 $\mathbf{A}$ を含む計算では，丸め誤差などによって 10 進数で $\log c(\mathbf{A})$ 桁の精度を失うことが知られている．

対数化前の状態方程式 (5.4) 式と対数化後の状態方程式 (5.20) 式を線形化したときの，それぞれの遷移行列 $\mathbf{A}_{\text{U}}$ と $\mathbf{A}_{\text{L}}$ は，

$$\mathbf{A}_{\text{U}} = \left. \frac{\partial \mathbf{f}_{\text{U}}(\mathbf{z}_{\text{U}}(t), u(t))}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{z}=\mathbf{z}_{\text{U}}} \quad (5.69)$$

$$\mathbf{A}_{\text{L}} = \left. \frac{\partial \mathbf{f}_{\text{L}}(\mathbf{z}_{\text{L}}(t), u(t))}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{z}=\mathbf{z}_{\text{L}}} \quad (5.70)$$

となる．ただし，線形化は，Table 4.2 の値から決めたある点 z_u とその対数を取った z_L の周りで行った．すなわち，

$$z_u = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1.90 \times 10^{-3} \\ 1.42 \times 10^{-3} \\ 1.64 \times 10^5 \\ 2.36 \times 10^5 \end{bmatrix}, \quad z_L = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \ln(1.90 \times 10^{-3}) \\ \ln(1.42 \times 10^{-3}) \\ \ln(1.64 \times 10^5) \\ \ln(2.36 \times 10^5) \end{bmatrix}$$

である．このとき，対数化前と対数化後の条件数は，それぞれ

$$c(A_u) = 1.27 \times 10^5 \quad (5.71)$$

$$c(A_L) = 24.9 \quad (5.72)$$

となり，対数化によって数値的安定性が向上したことが示せた．

正規化 UKF でも同様の効果が得られるが，正規化因子のような調整パラメータがない点が対数化 UKF の利点である．

(b) 電気化学の知見との一致

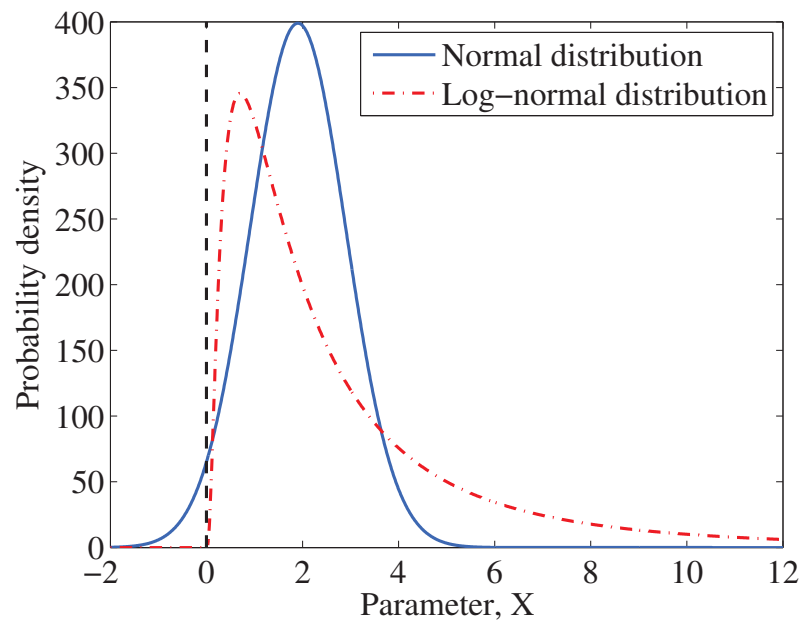
対数化 UKF では，(5.16) 式の指数部 Z を推定することになる．そのため，指数部 Z が正規分布に従うとすると，未知パラメータ X は対数正規分布に従うことになる．Fig. 5.2 に通常の UKF や正規化 UKF で仮定する未知パラメータ X の分布（正規分布）と対数化 UKF で仮定する未知パラメータ X の分布（対数正規分布）を示す．図からもわかるように対数正規分布は，正規分布と違い，正の値のみをとる非対称な分布である．

Fig. 5.2 のような対数正規分布は，正規分布よりも，電池のパラメータの分布として仮定するのに適した分布である．なぜならば，電気化学的な現象を考えれば，電池のパラメータは負の値を取ることはないのは明らかであるし，また，複数の電池の内部抵抗のばらつきを考えると，対数正規分布のような非対称な分布であると考えられるからである．

ここで，複数の電池の内部抵抗のばらつきについて考える．一般に電池の内部抵抗 R はつぎのアレニウスの式に従った温度依存性を示すことが知られている [116]–[118]．

$$R = \Lambda \exp\left(-\frac{E_a}{k_B T}\right) \quad (5.73)$$

ここで Λ は温度に無関係な定数であり， E_a は活性化エネルギー， k_B はボルツマン定数である．このとき，EV や HEV に搭載された数十～数百の電池における電気化学反応の活性化エネルギーや温度がばらついた状態にあり，(5.73) 式の指数部が正規分布に近い分布であると考

Fig. 5.2 Distribution of parameter X .

えられる。その結果，内部抵抗としては対数正規分布に近い分布をしているといえる。また，劣化の進行度合いのばらつきに由来する内部抵抗のばらつきについても同様に (5.73) 式のアレニウスの式に従うと考えられ，対数正規分布に近い分布であるといえる [119]。

5.4 実験データを用いた数値シミュレーション

実験データを用いた数値シミュレーションによって，提案法の有用性を示す。シミュレーションには，2.5 節で述べた EV による走行実験データを用いた。提案法の有用性については，以下の 3 点を中心に議論する。

1. SOC の推定精度
2. パラメータの推定精度
3. SOH の推定精度

まず，提案法と従来法である通常の UKF と正規化 UKF を用いた 3 つの推定法の SOC とパラメータの推定精度の違いを明確にする。つぎに，提案法を適用するうえで最適なワールブルグインピーダンスの近似次数が 3 であることを示すと同時に，パラメータの推定精度についてもより詳しく示す。また，得られたパラメータの推定値の妥当性を示すために，拡散時定数に着目し，その推定値から算出したリチウムイオンの拡散係数と物理化学の実験によって測定されているリチウムイオンの拡散係数とを比較する。最後に提案法で SOH すなわち満充電容量 FCC についても推定した場合の推定結果を示す。

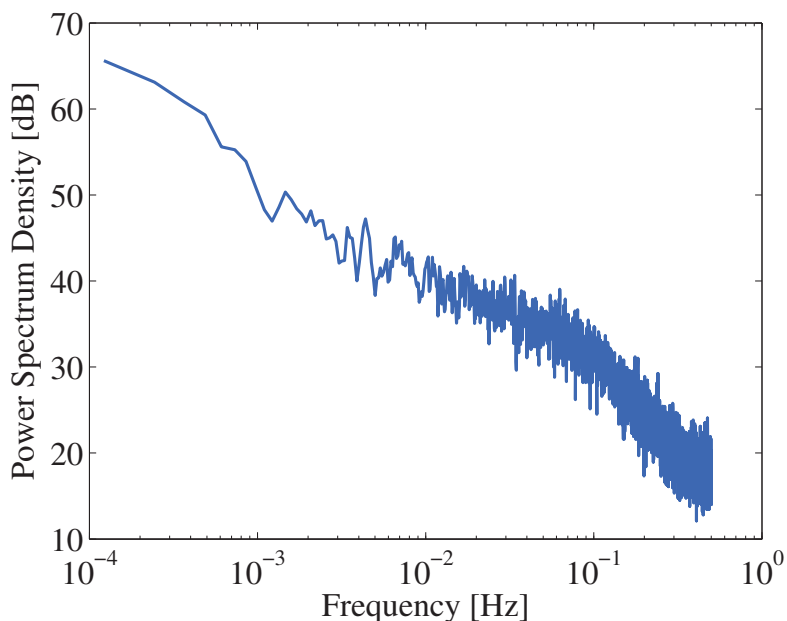


Fig. 5.3 Power spectrum density of the current.

5.4.1 温度の変動が少ないデータを用いた同時推定の精度の検証

本項では、従来法である通常の UKF と正規化 UKF を用いた 2 つの推定法よりも、提案法が優れていることを示す．特に SOC の推定精度が従来法と同等以上であることとパラメータの推定精度が従来法よりも高いことの 2 点を示す．

SOC とパラメータの推定精度をより明確に論じるために、SOH すなわち満充電容量 FCC については既知として扱うことにする．SOH の推定には、4.5 節で述べたように 2×10^{-4} Hz 以下の周波数の入力が必要である．これに対し、Fig. 5.3 に示した EV による走行実験で得られた Fig. 2.16 の電流（入力）のパワースペクトル密度を見ると、その周波数の入力は含まれているので SOH の推定も可能であることがわかる．しかし、4.5 節で述べたように SOH を既知とすることで、他のパラメータ (R_d) の推定精度向上が期待できる．そのため、SOH すなわち満充電容量 FCC を既知として扱う．

満充電容量 FCC を既知とした場合の未知パラメータベクトル θ は、

$$\theta(t) = [R_0(t) \quad R_d(t) \quad C_d(t)]^T \quad (5.74)$$

となる．また、ワールブルグインピーダンスの近似次数は 3 とする．これは 4.3.3 項で述べたようにワールブルグインピーダンスの近似に必要な最小の次数である．

3.3 節でも指摘したように 2.5 節の EV を用いた走行実験では、電池の温度が 21°C から 37°C まで変化しており、特に前半 4 時間の温度変化が大きい．このような電池の温度変化は

内部抵抗を変動させる一つの要因となる．ここでは，変化の少ないパラメータを推定できるかどうかを見るために，温度変化の小さい後半 6 時間分のデータを用いることにする．実際，この 6 時間の電池の温度の最大は 37 °C，最小は 32 °C，平均は 34.9 °C であった．

(a) UKF の設定

UKF の設定パラメータは，システム雑音の分散 $\mathbf{Q}$ ，観測雑音の分散 r ，拡大系状態変数の推定値の初期値 $\mathbf{z}_{0|0}$ ，共分散 $\mathbf{P}_{0|0}^{xx}$ である．これらは調整パラメータであり，設定には試行錯誤が必要になる．

本シミュレーションでは，初期値 $\hat{\mathbf{z}}_{0|0}$ はシステム同定の結果 [108] を参考に決めた．また， r は電流センサの精度を， $\mathbf{Q}$ ， $\mathbf{P}_{0|0}^{xx}$ は各状態変数のおおまかなオーダを，それぞれ参考にして選定した．そして，試行錯誤的にそれらの値を調整して決めた．

以下では，それぞれの UKF での設定値を示す．まず通常の UKF では以下の設定値を用いた．

$$\begin{aligned}\mathbf{Q} &= \text{diag}(10^{-4}, 10^{-5}, 10^{-5}, 10^{-5}, 10^{-6}, 10^{-4}, 10^6) \\ r &= 0.3 \\ \mathbf{P}_{0|0}^{xx} &= \text{diag}(0.1, 10^4, 10^4, 10^4, 10^{-6}, 10^{-4}, 10^{10}) \\ \hat{\mathbf{z}}_{0|0} &= \begin{bmatrix} \hat{\text{SOC}}(t_0) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \hat{R}_0(t_0) \\ \hat{R}_d(t_0) \\ \hat{C}_d(t_0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.763 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1.90 \times 10^{-3} \\ 1.42 \times 10^{-3} \\ 1.64 \times 10^5 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

つぎに正規化 UKF では以下の設定値を用いた．

$$\begin{aligned}\mathbf{Q} &= \text{diag}(10^{-4}, 10^{-5}, 10^{-5}, 10^{-5}, 10^{-2}, 10^{-2}, 10^{-2}) \\ r &= 0.3 \\ \mathbf{P}_{0|0}^{xx} &= \text{diag}(0.1, 10^4, 10^4, 10^4, 10^2, 10^2, 10^2) \\ \hat{\mathbf{z}}_{0|0} &= \begin{bmatrix} \hat{\text{SOC}}(t_0) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ N_{R_0}^{-1} \hat{R}_0(t_0) \\ N_{R_d}^{-1} \hat{R}_d(t_0) \\ N_{C_d}^{-1} \hat{C}_d(t_0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.763 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 19.0 \\ 14.2 \\ 16.4 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

ただし，正規化因子を

$$N_{R_0} = 10^{-4}, \quad N_{R_d} = 10^{-4}, \quad N_{C_d} = 10^5$$

とした．最後に提案法での UKF（対数化 UKF）では以下の設定値を用いた．

$$\mathbf{Q} = \text{diag}(10^{-4}, 10^{-5}, 10^{-5}, 10^{-5}, 10^{-6}, 10^{-6}, 10^{-8}) \quad (5.75)$$

$$r = 0.3 \quad (5.76)$$

$$\mathbf{P}_{0|0}^{xx} = \text{diag}(0.1, 10^4, 10^4, 10^4, 1, 3, 10) \quad (5.77)$$

$$\hat{\mathbf{z}}_{0|0} = \begin{bmatrix} \hat{\text{SOC}}(t_0) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \ln \hat{R}_0(t_0) \\ \ln \hat{R}_d(t_0) \\ \ln \hat{C}_d(t_0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.763 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -6.26 \\ -6.55 \\ 12.0 \end{bmatrix} \quad (5.78)$$

(b) シミュレーション結果

Fig. 5.4 と Fig. 5.5 に通常の UKF による SOC と各パラメータの推定結果を，Fig. 5.6 と Fig. 5.7 に正規化 UKF による SOC と各パラメータの推定結果を，Fig. 5.8 と Fig. 5.9 に対数化 UKF による SOC と各パラメータの推定結果をそれぞれ示す．また，UKF の収束時間を考慮した 15 分経過以降の SOC 推定値の RMSE を Table 5.1 に示す．以下では，SOC とパラメータの推定精度という 2 つの面からこれらの結果を考察する．

まず，SOC の推定精度という面では，3 通りの UKF（通常の UKF，正規化 UKF，対数化 UKF）とも第 3 章のシリーズカルマンフィルタ法よりも高い推定精度が得られた．3 通りの UKF の中では，Table 5.1 から，提案法（対数化 UKF）が最も精度が高く，通常の UKF が最も精度が低い．提案法によって SOC の推定精度が向上した．

つぎにパラメータの推定精度について見ると，提案法（対数化 UKF）が最も精度が高く，通常の UKF が最も精度が低い．ただし，ここでパラメータの真値は未知であるため，推定値の妥当性は推定された分散の値で判断する．それぞれの図に示した青色破線の $\pm 1\sigma$ 範囲が十分狭まっていけば，信頼できる推定値であることがわかる．逆に $\pm 1\sigma$ 範囲が広がっていくようならば，信頼できる推定値ではないことがわかる．たとえば，Fig. 5.9 で対数化 UKF がすべてのパラメータについて $\pm 1\sigma$ 範囲が狭まっていくのに対し，Fig. 5.7 で正規化 UKF は拡散容量 C_d について広がってしまっている．Fig. 5.5 の通常の UKF では範囲が広すぎてレンジ内に入らなかったり (R_0, R_d)，広がってしまってしまったりする (C_d)．また，第 3 章のシリーズカルマンフィルタ法によるパラメータ推定とはモデルの構造が違うので単純比較はできないが，シリーズカルマンフィルタ法によって推定した RC 並列回路の時定数が 1 秒未満であったのに対し，対数化 UKF では拡散時定数が 100 秒程度となり，より長い時定数のダイナミクスを推定できている．

電池のパラメータは本来時変であるが，このシミュレーションでは時不変となるように実験データの温度変化の小さい部分を用いた．その妥当性について検証する．パラメータが時変と

Table 5.1 RMSE % of each method.

Conventional UKF	Normalized UKF	Log-normalized UKF
2.72	1.74	1.36

なる原因としては、SOC や温度への依存性、ヒステリシス特性などがある。まず、SOC と温度への依存性については、一般に SOC が 20～90% の範囲では変動は小さく [7]，特に 30 °C を超えるような温度ではその傾向が顕著である [120] ことから、今回の実験の SOC (31～86%) と温度 (32～37 °C) の範囲ではその影響は小さいと考えられる。また、充放電極性によって内部抵抗が変わるようなヒステリシス特性についても、システム同定の結果 [108] から、今回使用した電池においてはほとんど影響ないと結論付けることができる。

なお、一連のシミュレーションにおいて、充放電が行われていない時間では入力電流が一定値となり PE (persistently exciting) 性が失われているので、この間の推定精度は直前までの推定精度に大きく依存している。

まとめると、提案法である対数化 UKF は従来法に比べて高い SOC 推定精度となり、パラメータの推定値も妥当な値になっていることが示せた。

5.4.2 ワールブルグインピーダンスの近似次数の検証

本項では、ワールブルグインピーダンスの最適な近似次数が 3 であることを示す。ここで言う“最適”とは、最も精度の高い推定ができる近似次数であるという意味での最適である。また、パラメータの推定精度についても議論する。

まず、対数化 UKF による推定のパラメータについての推定精度を検証するために Fig. 2.16 の実験データに対して、推定の開始時刻 t_0 を 0 分から 360 分まで 2 分刻みで変えて推定を行い、パラメータ推定値の最終値を評価した。この方法により、異なる初期条件下から始め、同一の条件下で終了する 181 通りの場合の推定結果が得られた。電池の温度などが同一の条件下で推定を終了しているので、パラメータ推定値の最終値は理想的には 181 通りで一致すべきである。実際にはばらつきをもってしまうが、そのばらつきが十分小さければ、精度の高いパラメータ推定ができていると結論づけられる。ここで、推定開始時刻を変えることにより、推定を行う時間が最長 10 時間から最短 4 時間まで変わることになるが、最短 4 時間の場合でも推定値の収束にかかる時間に対して十分な長さである。

UKF の 4 つの設定パラメータ、システム雑音の共分散行列 $\mathbf{Q}$ 、観測雑音の分散 r 、拡大系状態変数の推定値の初期値 $\mathbf{z}_{0|0}$ 、初期共分散行列 $\mathbf{P}_{0|0}^{xx}$ については、(5.75)～(5.78) 式の値を用いた。また、離散化も同様に、4 次のルンゲクッタ法を用いて、サンプリング周期 1 秒で行った。

ワールブルグインピーダンスの近似の次数 n を 1～8 まで変えて、それぞれの場合について

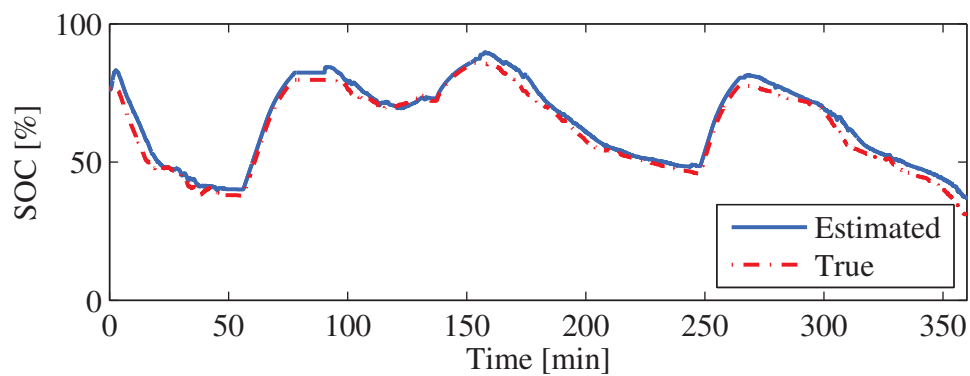
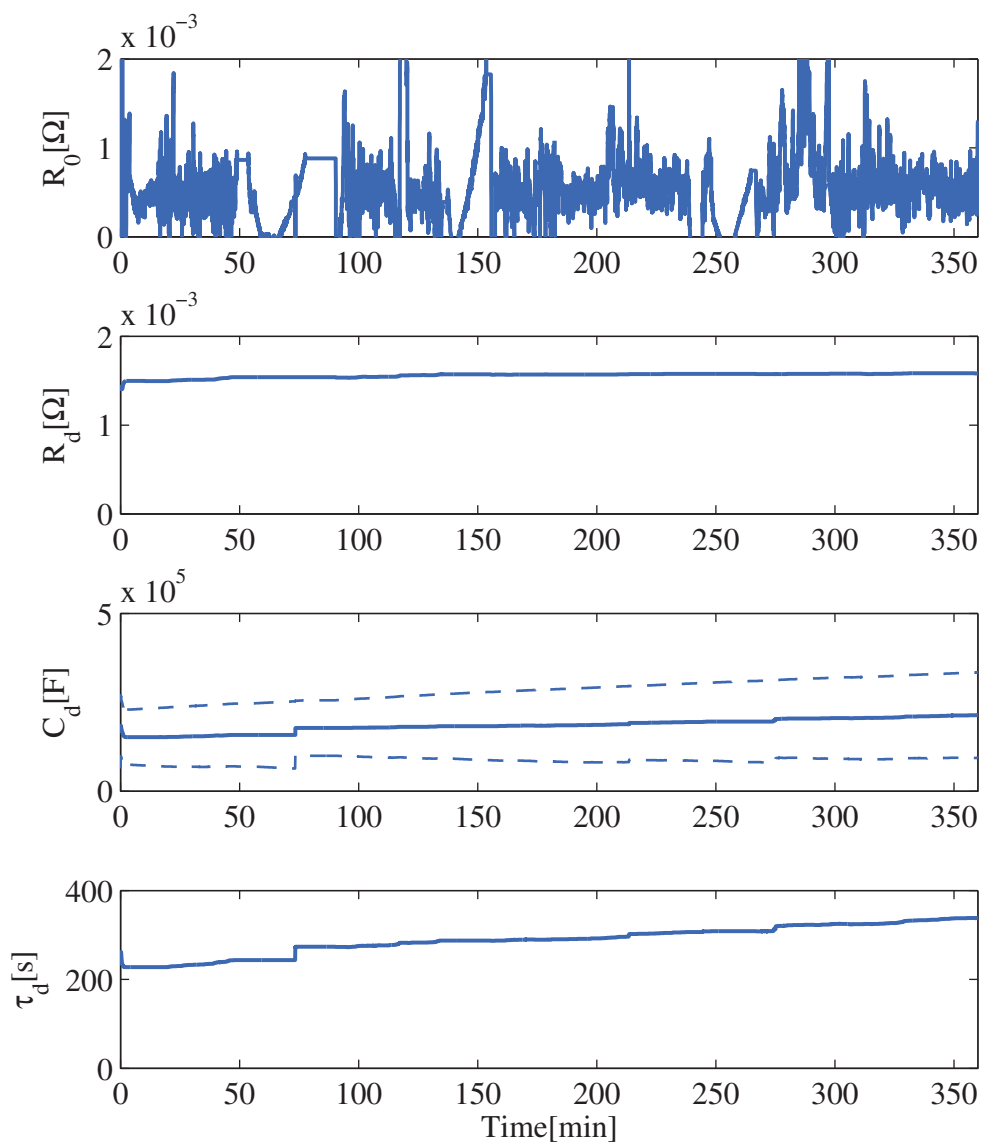


Fig. 5.4 SOC estimation results using UKF (conventional method).

Fig. 5.5 Parameter estimation results using UKF (conventional method) (solid line: estimates, dashed lines: estimated 1σ limits).

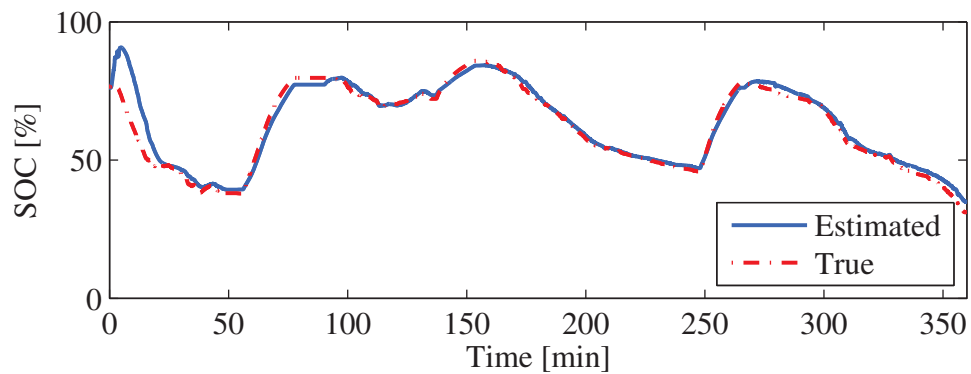
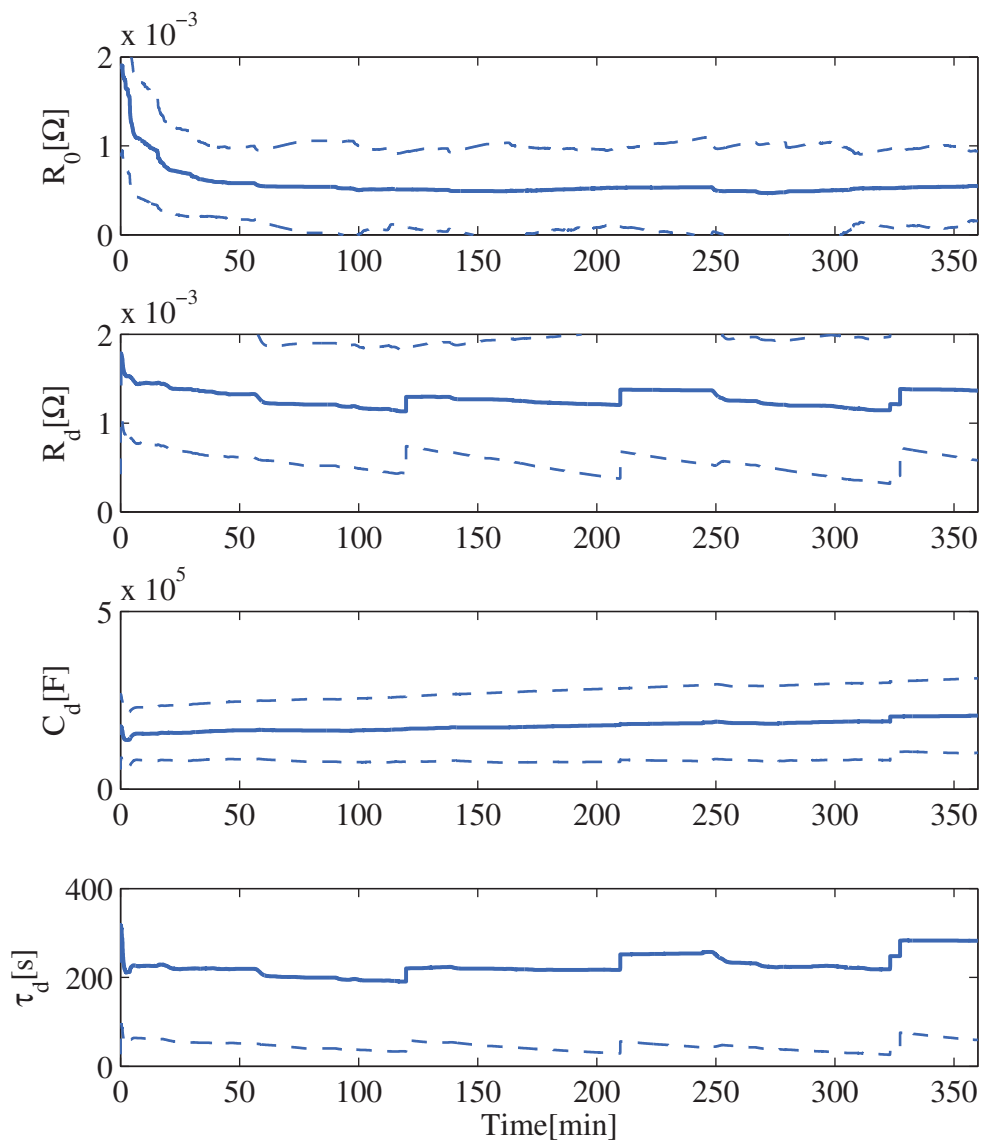


Fig. 5.6 SOC estimation results using normalized UKF (conventional method).

Fig. 5.7 Parameter estimation results using normalized UKF (conventional method) (solid line: estimates, dashed line: estimated 1σ limits).

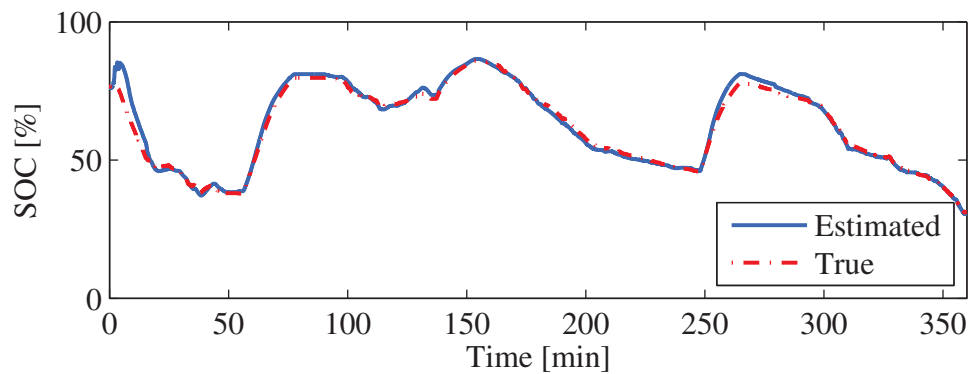


Fig. 5.8 SOC estimation results using log-normalized UKF (proposed method).

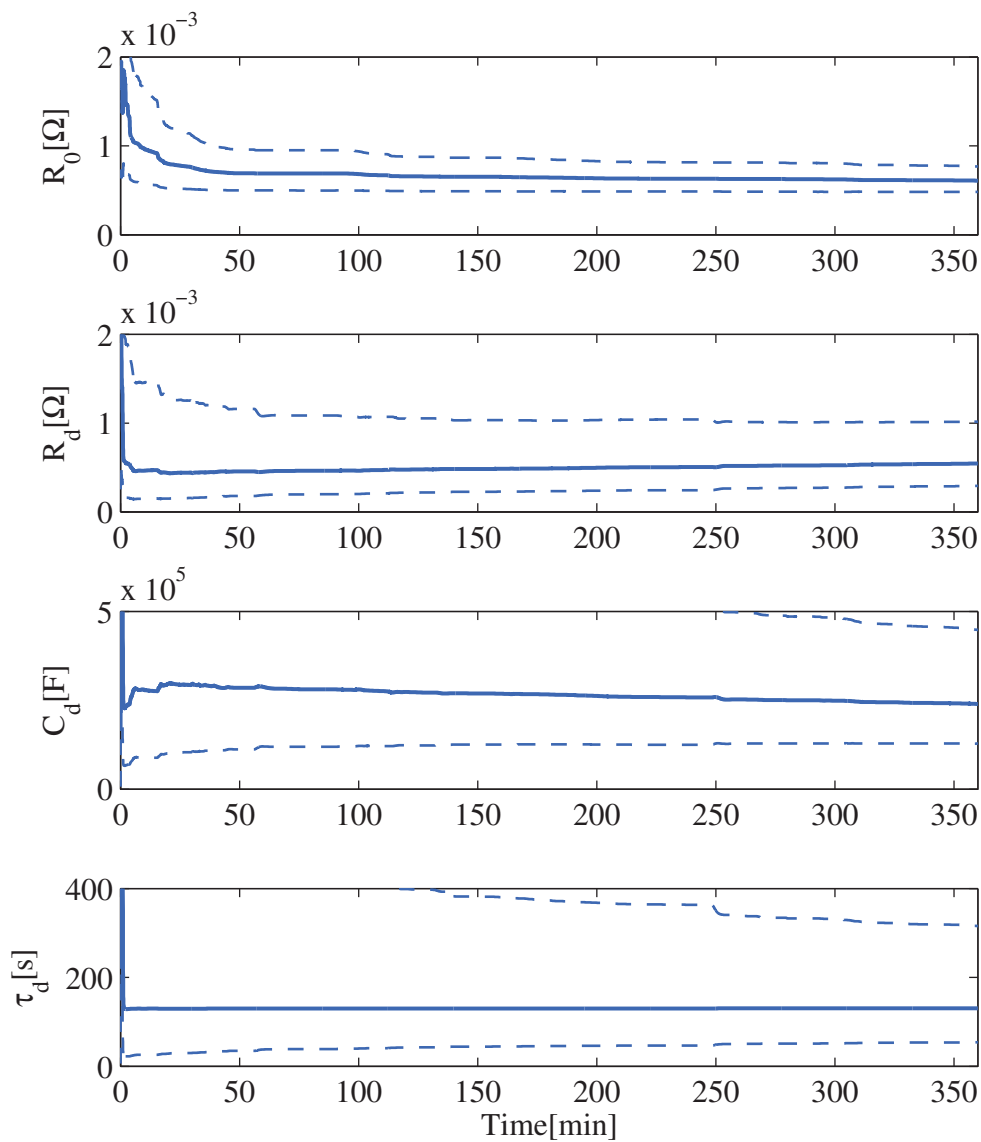


Fig. 5.9 Parameter estimation results using log-normalized UKF (proposed method) (solid line: estimates, dashed line: estimated 1σ limits).

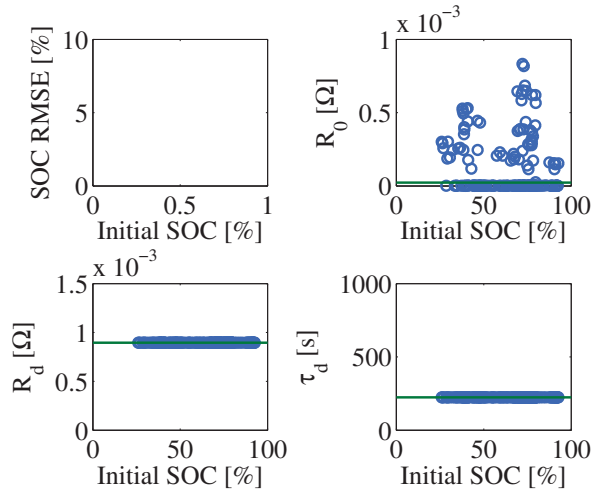


Fig. 5.10 Relationship between initial SOC and each final estimates in case of $n = 1$, blue markers indicate each final estimates, and green lines indicate trimmed mean of them.

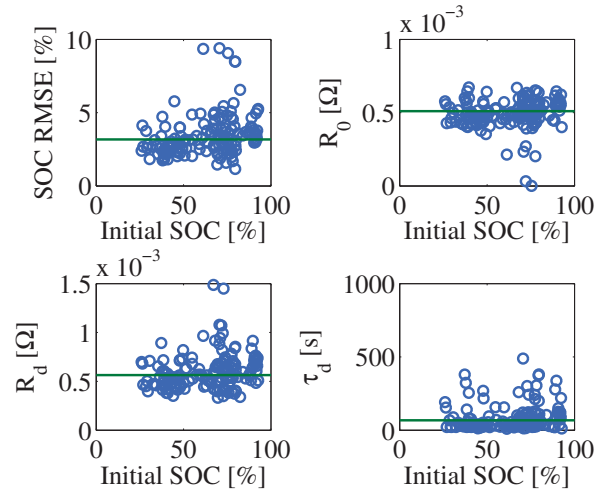


Fig. 5.11 Relationship between initial SOC and each final estimates in case of $n = 2$, blue markers indicate each final estimates, and green lines indicate trimmed mean of them.

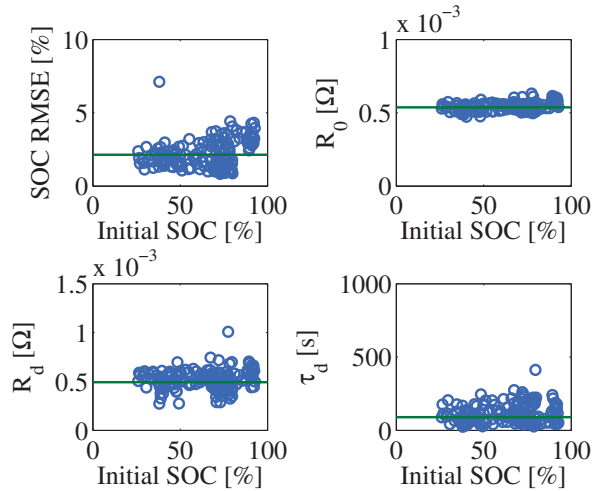


Fig. 5.12 Relationship between initial SOC and each final estimates in case of $n = 3$, blue markers indicate each final estimates, and green lines indicate trimmed mean of them.

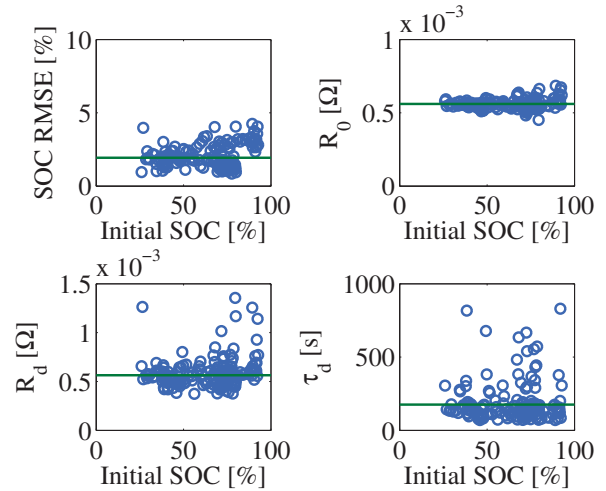


Fig. 5.13 Relationship between initial SOC and each final estimates in case of $n = 4$, blue markers indicate each final estimates, and green lines indicate trimmed mean of them.

上記の 181 回の推定を行った．その結果を Figs. 5.10～5.17 に示した．これらの図では，181 回の推定それぞれの SOC 推定値の誤差の二乗平均平方根（Root Mean Square Error, RMSE）とパラメータ推定値 $\hat{R}_0$, $\hat{R}_d$, $\hat{\tau}_d = \hat{R}_d \hat{C}_d$ の最終値を図示した．また，181 回の推定結果のうち外れ値を除外して計算した平均値も図示した．

まず，SOC 推定値の RMSE を見ると，どの場合でも初期 SOC にはほとんど依存せず，良

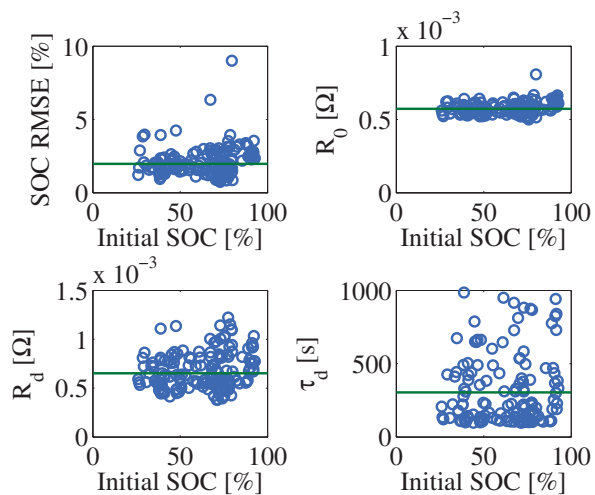


Fig. 5.14 Relationship between initial SOC and each final estimates in case of $n = 5$, blue markers indicate each final estimates, and green lines indicate trimmed mean of them.

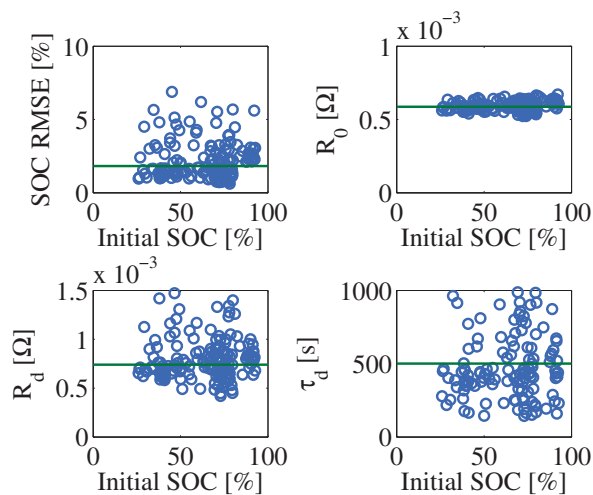


Fig. 5.15 Relationship between initial SOC and each final estimates in case of $n = 6$, blue markers indicate each final estimates, and green lines indicate trimmed mean of them.

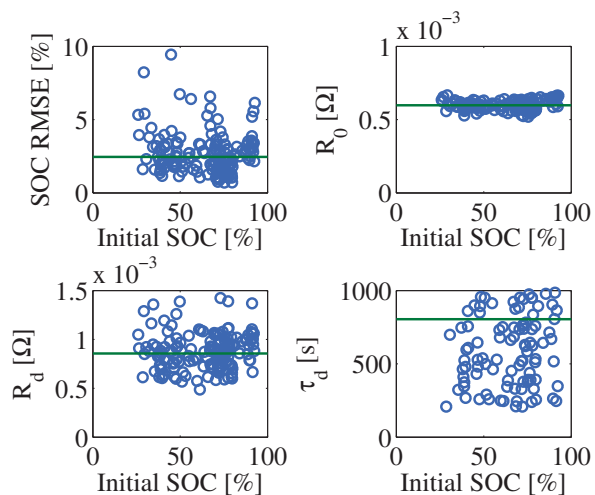


Fig. 5.16 Relationship between initial SOC and each final estimates in case of $n = 7$, blue markers indicate each final estimates, and green lines indicate trimmed mean of them.

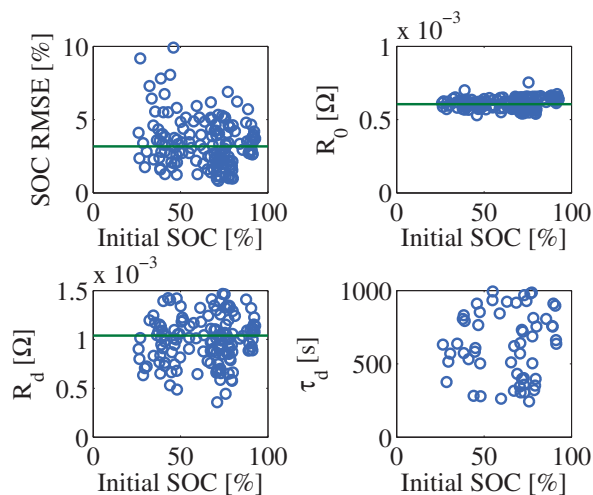


Fig. 5.17 Relationship between initial SOC and each final estimates in case of $n = 8$, blue markers indicate each final estimates, and green lines indicate trimmed mean of them.

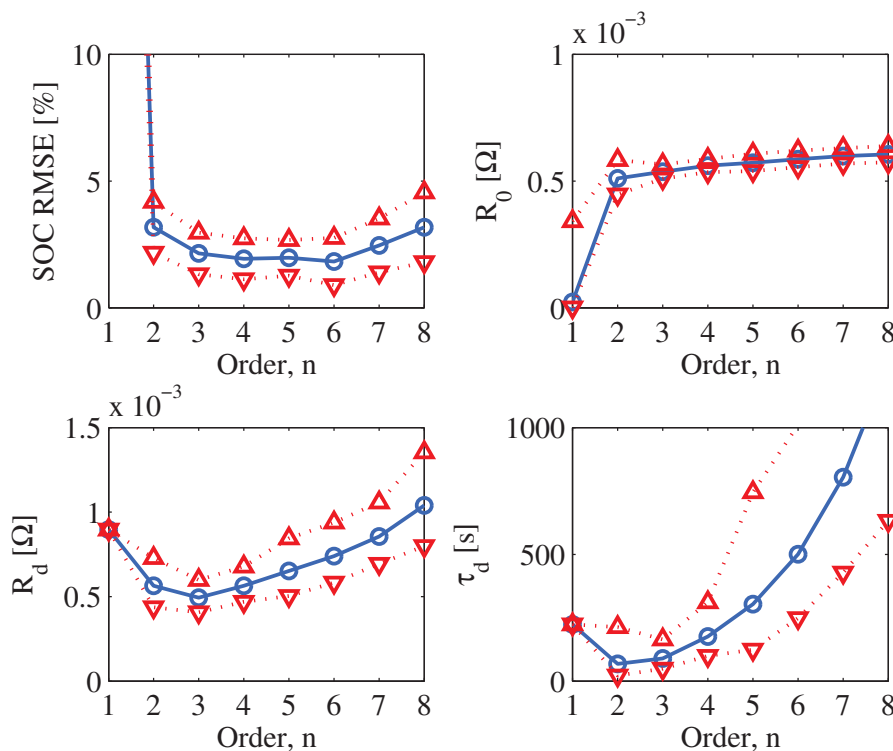


Fig. 5.18 Relationship between the order n and statistics of each estimates, blue markers indicate average, and red markers indicate $\pm 1\sigma$ range. Outliers are eliminated in advance to calculate those descriptive statistics.

好な SOC 推定ができていることがわかる。また、パラメータ推定値の最終値を見ると、どの次数でも R_0 が最もばらつきが小さく、 R_d, τ_d の順にばらつきが大きくなっていくことがわかる。特に τ_d は次数によっては中央値付近から外れる場合が多い。これらの結果は、4.5 節で示したパラメータ感度解析の結果得られた知見とも矛盾しない。また、これらの結果から近似の次数と推定結果のばらつきの間に関係があることがわかるので、ここから最適な近似の次数を決定することができる。

つぎに定量的に理解するために近似の次数 n と 181 回の推定結果の平均値と標準偏差の関係を Fig. 5.18 に示す。これらの図から、まず、SOC の推定精度は $n = 2 \sim 8$ でほとんど変わらないことが確認できる。つぎに R_0 については近似の次数の増加にともなって平均値が高くなる傾向があるものの、どの次数でもばらつきは小さく、よく推定できているといえる。最後に R_d と τ_d については、 $n = 3$ の場合にばらつきが最小となり、最もよく推定できている。以上のことから、最も信頼度の高い推定値を得られるのは、ワールブルグインピーダンスの近似次数を $n = 3$ とした場合であると結論づけられる。

5.4.3 拡散係数の検証

本項では、拡散の時定数の推定値 $\hat{\tau}_d$ が妥当な値であることを確かめるために、物理化学の実験によって測定されているリチウムイオンの拡散係数と比較する。ここで、(4.31) 式で示したように拡散係数 D と拡散の時定数 τ_d の間には、

$$D = \frac{\delta^2}{\tau_d} \quad (5.79)$$

の関係がある。ただし、 δ はネルンストの拡散長であり、拡散が起きている範囲を示す。一般にリチウムイオン二次電池内部のリチウムイオンの拡散は電極間の長さと同しくなると考えられるので、 $\delta = 10 \sim 100 \mu\text{m}$ 程度を見積もればよい。よって、ワールブルグインピーダンスの近似次数が $n = 3$ の場合の $\hat{\tau}_d$ の平均値 89.7 秒を用いて拡散係数 D を計算すると、 $D = 1.12 \times 10^{-12} \sim 1.12 \times 10^{-10} \text{m}^2/\text{s}$ となる。一方、リチウムイオンの拡散係数の測定値は文献 [17],[121],[122] によれば、 $D = 1 \times 10^{-14} \sim 1 \times 10^{-10} \text{m}^2/\text{s}$ といった範囲の値であるので、両者は良い一致をみせている。このことから、対数化 UKF によって推定された拡散の時定数は物理化学的にも妥当な値であるといえる。

5.4.4 SOH 推定の精度検証

前項までは既知として扱った SOH、すなわち満充電容量 FCC を提案法で推定した場合の精度について検証する。(5.19) 式のように満充電容量 FCC についても対数化して推定する。満充電容量 FCC が求まれば、(2.7) 式の SOH の定義に従って、SOH を計算することができる。すでに述べたように実験に用いている電池はほぼ新品であるので、SOH は誤差を見込んでも $100 \pm 2\%$ 程度である。これを真値として、以下で推定精度を議論する。

4.5 節で示したパラメータ感度解析の結果から SOH の推定には低周波の入力が必要である。そのため、SOH 推定の精度検証には、できるだけ長い実験データを用いることが重要である。そこで、Fig. 2.16 の 10 時間の実験データすべてを用いてシミュレーションする。

UKF の 4 つの設定パラメータ、システム雑音の共分散行列 $\mathbf{Q}$ 、観測雑音の分散 r 、拡大系状

状態変数の推定値の初期値 $\mathbf{z}_{0|0}$, 初期共分散行列 $\mathbf{P}_{0|0}^{xx}$ については, つぎのような値を用いた.

$$\begin{aligned} \mathbf{Q} &= \text{diag}(10^{-4}, 10^{-5}, 10^{-5}, 10^{-5}, 10^{-6}, 10^{-6}, 10^{-8}, 10^{-8}) \\ r &= 0.3 \\ \mathbf{P}_{0|0}^{xx} &= \text{diag}(0.1, 10^4, 10^4, 10^4, 1, 3, 10, 3) \\ \hat{\mathbf{z}}_{0|0} &= \begin{bmatrix} \text{SOC}(t_0) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \ln \hat{R}_0(t_0) \\ \ln \hat{R}_d(t_0) \\ \ln \hat{C}_d(t_0) \\ \ln \text{FCC}(t_0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.763 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -6.26 \\ -6.55 \\ 12.0 \\ 12.4 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

このときの SOC の推定結果を Fig. 5.19 に, パラメータの推定結果を Fig. 5.20 に, SOH の推定結果を Fig. 5.21 に示す. SOC, パラメータ共, SOH を推定しない場合と同等の推定値が得られていることがわかる. そのうえで, Fig. 5.21 を見ると, 収束には長い時間がかかるものの精度よく SOH が推定できていることがわかる. 実際, SOH の推定値の最終値は 96.5% であり, 真値 $100 \pm 2\%$ に近い値であることがわかる. このことから, 提案法によれば SOH の推定についても高精度に行うことができる.

5.5 まとめ

本章では, 第 3 章で提案したリチウムイオンの拡散現象を考慮した電池モデルを用いた, 対数化 UKF による電池の SOC とパラメータを同時推定法について述べた.

5.2 節では, 非線形カルマンフィルタを用いた状態とパラメータの同時推定法について述べた. 従来一般に用いられている方法について述べたうえで, パラメータについて正規化する方法について述べた. これらの方法を従来法とした.

5.3 節では, 本論文で提案する対数化 UKF を用いた同時推定法について述べた. 提案法は, UKF を用いた状態とパラメータの同時推定問題において, 未知パラメータを対数化して推定する点に特徴がある. この方法には, UKF の計算における数値的安定性が高まり, パラメータ推定値が電気化学の知見と矛盾しなくなるという利点がある.

5.4 節では, 提案法の有用性を示すために EV による走行実験データを用いたシミュレーションを行った. シミュレーションでは, まず, SOC とパラメータの推定精度について従来法と比較して, 提案法が優れていることを示した. つぎに, 提案法でのワールブルグインピーダンスの最適な近似次数を求めるために, パラメータの推定精度についての統計的なデータを取った. また, そこで得られたパラメータ推定値の一つ, 拡散時定数からリチウムイオンの拡散係数を求め, 電気化学の実験で求められているそれと比較することにより, 推定値の妥当性

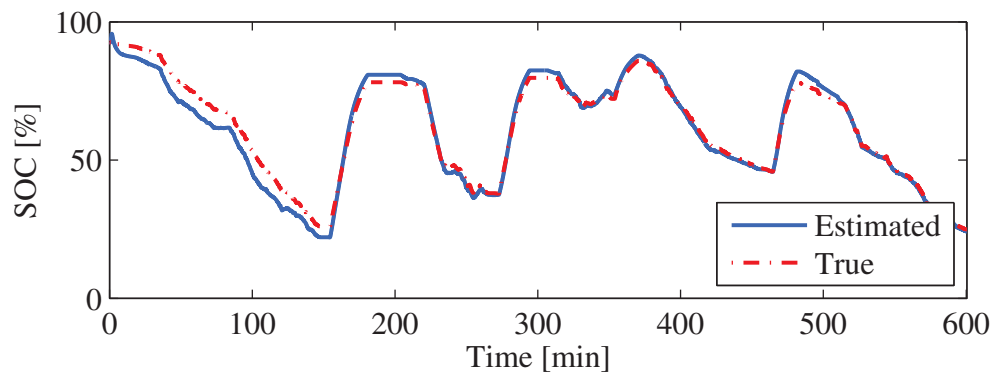


Fig. 5.19 SOC estimation results using log-normalized UKF (proposed method).

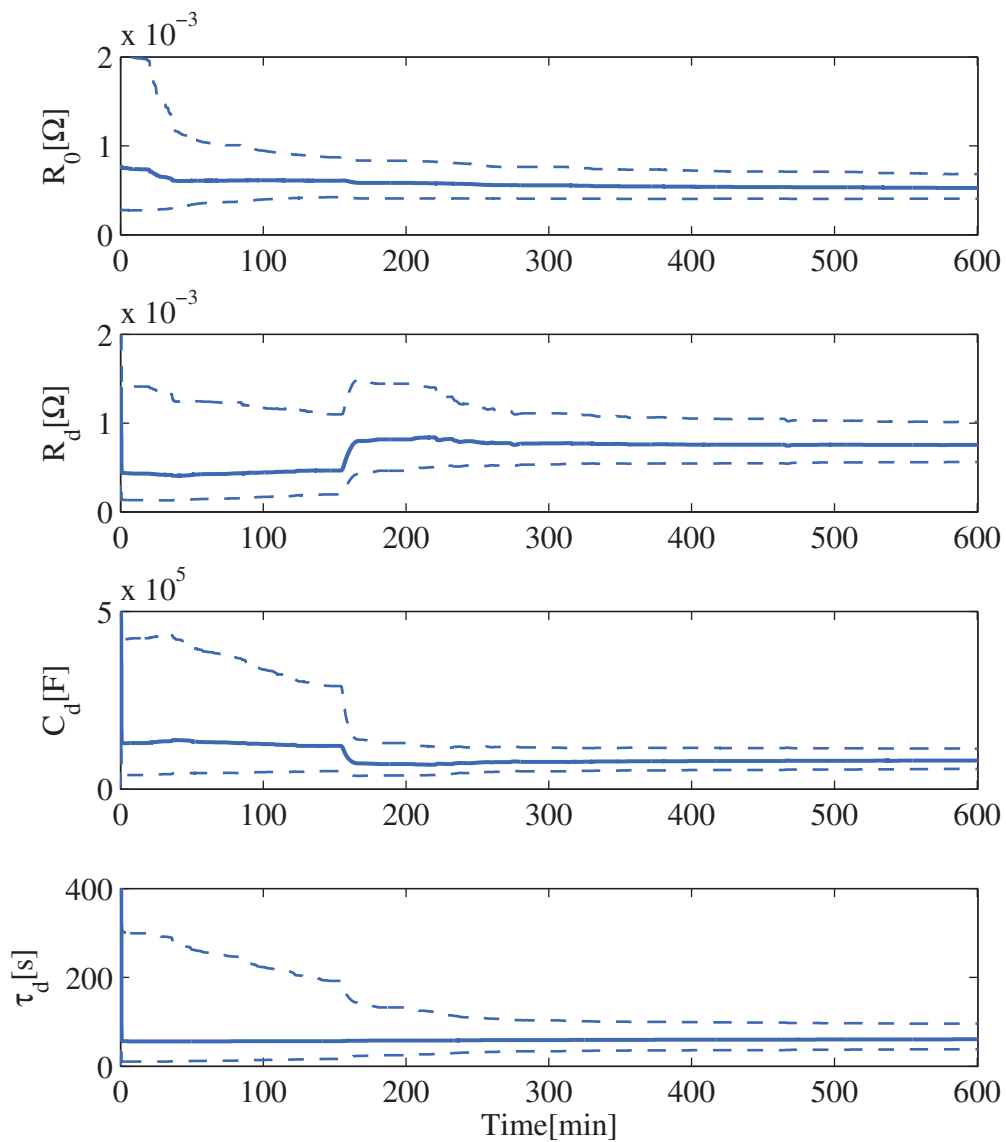


Fig. 5.20 Parameter estimation results using log-normalized UKF (proposed method) (solid line: estimates, dashed line: estimated 1σ limits).

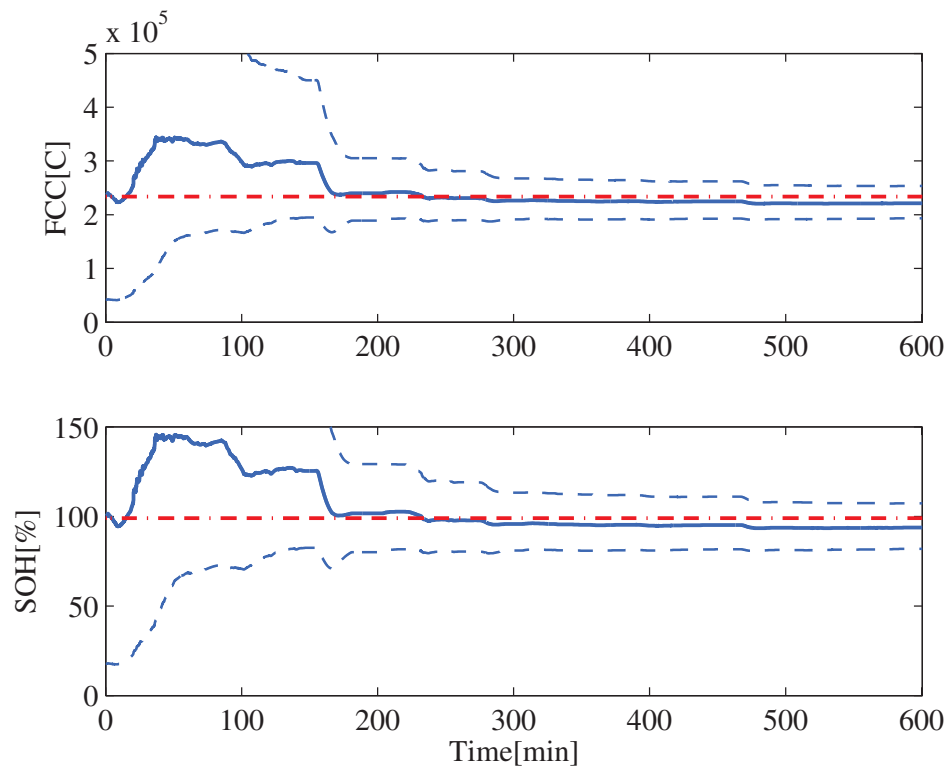


Fig. 5.21 FCC and SOH estimation results using log-normalized UKF (proposed method)
(blue solid line: estimates, blue dashed line: estimated 1σ limits, red dashed line: true).

について確認した．最後に SOH 推定の精度について示した．これらの一連の検証は，EV を用いた走行実験のデータを用いており，実際の条件下での提案法の有用性を示すことができたといえる．

以上で提案する「リチウムイオンの拡散現象を考慮した電池モデル」と「対数化 UKF による SOC とパラメータの同時推定法」を用いたモデルベース推定が，リチウムイオン二次電池の状態推定という問題に対して有用であることを示せた．

第 6 章

結論

本論文では、安全かつ高効率に使用するためのリチウムイオン二次電池の SOC 推定について、「リチウムイオンの拡散現象を考慮した電池モデル」と「対数化 UKF による SOC とパラメータの同時推定法」を用いた方法を提案した。

6.1 本論文による成果

第 2 章では、電池の状態とパラメータについての用語の定義と従来研究のサーベイを行い、本論文の拡散現象を考慮したリチウムイオン二次電池モデルと対数化 UKF による SOC とパラメータの同時推定法の新規性を確認した。また、本論文で用いるカルマンフィルタの理論とアルゴリズムを示した。

第 3 章では、提案法の準備として、線形等価回路モデルと 2 段階の線形カルマンフィルタを用いたシリーズカルマンフィルタ法による SOC 推定について述べた。このシリーズカルマンフィルタ法を用いることによって、SOC とパラメータの推定を実用的なレベルで行うことができた。

第 4 章では、本論文の主題の一つである SOC の推定に用いる電池の等価回路モデルについて述べた。電池のモデルは、電池の平衡状態と非平衡状態のときに分けて構築した。平衡状態のときについては、SOC-OCV 特性と呼ばれる非線形な特性をどう扱うかが重要であった。本論文では非線形カルマンフィルタを用いた推定を前提に SOC-OCV 特性を非線形のまま扱うこととした。非平衡状態のときについては、過電圧を表す内部インピーダンスが重要であった。従来、複数の RC 並列回路を直列接続した等価回路モデルが考えられてきたが、物理的な意味付けがないことやパラメータの数が多いという問題点があった。そこで、本論文ではリチウムイオンの拡散現象を表すワールブルグインピーダンスに着目し、それを制約付き等価回路モデルとして見ることにより、従来のモデルの問題点を解決した。パラメータ感度解析を通じて、リチウムイオンの拡散現象を考慮した電池モデルの有用性が示された。

第 5 章では、本論文のもう一つの主題である SOC とパラメータの同時推定法について述べた。従来の SOC とパラメータの同時推定法では、以下に示すような 3 つの課題があり、それらが推定精度を低下させる要因となっていた。

1. 電池モデルが複雑であること
2. 同時推定の数値的難しさがあること
3. 電気化学の知見を考慮していないこと

本論文では、第 1 の課題に対して、リチウムイオンの拡散現象を考慮した電池モデルを用いることで解決し、さらに、第 2 と第 3 の課題に対して、対数化 UKF による SOC とパラメータの同時推定法を用いて解決した。提案した推定法は、UKF を用いた状態とパラメータの同時推定問題において、未知パラメータを対数化して推定する点に特徴があった。この対数化によって、UKF の計算における数値的安定性が高まり、パラメータ推定値が電気化学の知見と矛盾しなくなった。ここでいう電気化学の知見とは、電池のパラメータは対数正規分布のような非対称な常に正の値をとる分布であるということであった。EV を使った走行実験のデータを用いたさまざまなシミュレーションによって、対数化 UKF による SOC とパラメータの同時推定法の有用性が示された。

以上、提案法によれば、リチウムイオン二次電池の SOC と内部インピーダンスの推定という課題に対して、高精度な推定を行うことができた。

6.2 今後の発展性

提案したリチウムイオンの拡散現象を考慮した電池モデルと対数化 UKF による SOC とパラメータの同時推定法は、リチウムイオン二次電池以外のニッケル水素蓄電池や鉛蓄電池などの電池にも適用可能であると考えられる。これらの電池でも SOC-OCV 特性とイオンの拡散過程が存在するからである。しかし、ニッケル水素蓄電池などはメモリ効果と呼ばれるヒステリシス的な挙動があり、そのような非線形なダイナミクスをもたないリチウムイオン二次電池と比べて推定が難しいと予想される。

本論文では提案法を EV や HEV 用の電池の状態推定法として述べたが、提案法の適用可能な範囲は自動車用に限らない。携帯電話やスマートフォンなどの小型電子機器や、家庭用や業務用のエネルギー管理システム、人工衛星や火星探査機などの宇宙機など、電池は広く使われている。それらに対しても、入力電流が PE 性を満たせば、提案法は適用可能であると考えられる。どの場合でも電池への入力電流は任意に選べないので、PE 性を満たす入力があるかどうかは重要である。

本論文では SOC-OCV 特性を不変のものとして扱った。しかし、実際には電池の劣化や電流の向きなどによって、この特性は変化してしまう。その変化量は SOC の推定誤差に換算す

れば1~2%とごくわずかであるが、提案法のように精度よくSOCを推定できる場合には問題となる。さらなる推定精度の向上のために、このSOC-OCV特性を今後どのように扱うかが課題である。

一方、対数化UKFは電池以外の対象に対しても有用な推定法である。パラメータ間のオーダーの差が大きい問題は数多く存在し、また、物体の質量などのように必ず正の値（あるいは必ず負の値）とならなければならない物理パラメータも数多く存在する。従来の正規化という方法と合わせて提案法は効果的であると考ええる。

UKFの設定パラメータについては、本論文では試行錯誤的に決めた。しかし、本来は、内部抵抗などのパラメータ推定値がSOCや温度への依存性などに基づく適切な時変性をもつように、また初期SOC推定値の誤差などに対して十分ロバストになるように、適切にチューニングするべきであると考えられ、この点が課題である。また、UKFの推定値の大域的な収束性は保証されていないので、推定値が収束しない場合の評価と対策も実用上重要である。

謝辞

本研究は、著者が慶應義塾大学大学院理工学研究科基礎理工学専攻物理情報システム専修後期博士課程在学中に、同大学理工学部物理情報工学科足立修一教授の指導のもとに行ったものです。指導教員として終始懇切なるご指導とご鞭撻、審査の主査をしていただいた足立先生には、謹んで深謝の意を表します。また、本論文をまとめるにあたり、有益なご教示とご助言をいただいた副査の慶應義塾大学理工学部物理情報工学科相吉英太郎教授、同システムデザイン工学科大森浩充教授、同システムデザイン工学科滑川徹准教授には、心から感謝の意を表します。

主査でシステム同定・カルマンフィルタ理論がご専門の足立先生には、カルマンフィルタの基礎から、学術論文の書き方まで、幅広くご指導いただきました。

副査で最適化の理論がご専門の相吉先生には、非線形カルマンフィルタによる状態とパラメータの同時推定法の理論的な背景について熱心に議論していただきました。

適応制御の理論がご専門の大森先生には、非整数階積分を利用した制御についてご教示いただきました。

分散協調制御の理論がご専門で、蓄電池システムを含む電力ネットワーク（スマートグリッド）についてもご研究されている滑川先生には、電池の状態推定の課題について鋭いご指摘をいただきました。

また、足立研究室の秘書斉藤由美さん、学生諸君にもお世話になりました。足立研究室の学生の中でも、一緒に電池の状態推定に関する研究に取り組んだ OG 福永しおりさん、OB 川口貴弘君、M1 杉浦文音さん、B4 彦野壮三朗君に感謝いたします。特に川口君によって電池のモデリングについての研究が飛躍的に進みました。その才能と情熱に敬意を表します。福永さんや杉浦さん、彦野君の研究に真摯に取り組む姿勢には感銘を受け、自らの研究に対するモチベーションを高いレベルで維持することができました。

日本学術振興会特別研究員（PD）の丸田一郎博士（現京都大学大学院情報学研究科助教）には、年齢が近く、また、同時期に足立研究室に加わったこともあり、親しくしていただきました。川口君も含めた 3 人で終電ギリギリまで研究について有意義なディスカッションをした日々を懐かしく感じます。

著者はいわゆる社会人ドクターです。勤務先のカルソニックカンセイ株式会社において機会を与えていただいた廣田幸嗣テクノロジーフィサと三原輝儀テクノロジーフィサ，大橋光太郎部長，松本和彦主管に感謝いたします。特に廣田氏には著者の入社前からさまざまな面でご尽力いただき，今日のカルソニックカンセイと足立研究室の共同研究の礎を築きあげてくださいました。心から感謝の意を表します。また，その長年の研究開発の経験から深い洞察を与えてくださいました木下明生 VP と押上勝憲シニアエキスパートエンジニアに感謝いたします。

さらに社会人ドクターの経験者として，また直属の上司として，事務手続きから心構えまでさまざまな助言をいただきました長村謙介エキスパートエンジニアにも大変お世話になりました。また，チームリーダーとしてプロジェクトを推進していただき，また実装技術について教えていただきました枝本吉広氏と電気化学の専門家として電池のさまざまな実験を行っていた寺西望氏と板橋欣之介氏，社内で数少ない制御の専門家として相談に乗っていただきました岩鼻利幸氏の諸氏のご協力なしにはこの研究は成し得ませんでした。ここにお礼申し上げます。

著者が早稲田大学理工学部在学中に制御工学の楽しさと難しさを教えていただきました同大学理工学部渡邊亮教授とカリフォルニア工科大学修士課程在学中にともに膨大な量の課題に立ち向かい，一足早く博士号を習得した国立天文台の Álvaro García González 博士，慶應義塾大学博士課程在学中に研究や発表の仕方について有益な助言をいただきました同大学理工学部小野雅裕助教（現ジェット推進研究所），同じく博士課程在学中に博士論文の書き方について助言をいただきました足立研究室 OB で株式会社東芝の大明準治博士に感謝いたします。

最後に良き理解者である両親と兄夫婦，また，この博士課程在学中に人生の伴侶となった愛する妻の有形無形のさまざまなサポートに感謝します。

May the Control be with you.

2014 年 1 月 馬場 厚志

参考文献

- [1] United Nations: 42/187 Report of the World Commission on Environment and Development, 96th plenary meeting (1987)
- [2] 平成 19 年版 環境/循環白書, 環境省 (2007)
- [3] 廣田, 足立, 出口, 小笠原: 電気自動車の制御システム 電池・モータ・エコ技術, 東京電機大学出版局 (2009)
- [4] 日経エレクトロニクス: 次世代電池 2014, 日経 BP 社 (2013)
- [5] G. L. Plett: Extended Kalman filtering for battery management systems of LiPB-based HEV battery packs. Part 1. Background, Journal of Power Sources, **134**-2, 252/261 (2004)
- [6] 廣田, 小笠原, 船渡, 三原, 出口, 初田: 電気自動車工学 - EV 設計とシステムインテグレーションの基礎, 森北出版 (2010)
- [7] L. Lu, X. Han, J. Li, J. Hua and M. Ouyang: A review on the key issues for lithium-ion battery management in electric vehicles, Journal of Power Sources, **226**-0, 272/288 (2013)
- [8] V. Pop, H. Bergveld, D. Danilov, P. Regtien and P. Notten: Battery management systems: accurate state-of-charge indication for battery powered applications, **9**, Springer Verlag (2008)
- [9] 一般社団法人電池工業会: Structure and reaction formula of batteries, URL: <http://www.baj.or.jp/e/knowledge/structure.html>, (Accessed 2014/2/1)
- [10] 獨古, 内田: リチウムイオン二次電池の現状と研究開発動向, 表面技術, **54**-12, 915/920 (2003)
- [11] 美浦, 佐藤, 神谷, 奥山, 縄舟, 湯浅: 電気化学の基礎と応用, 応用化学シリーズ, 朝倉書店 (2004)
- [12] 菅野了次: 構造からみたリチウム電池電極材料, GS Yuasa Technical Report, **3**-1, 1/11 (2006)
- [13] 小久見善八: リチウム二次電池, オーム社 (2008)
- [14] 小久見, 西尾: 図解 革新型蓄電池のすべて, オーム社 (2011)
- [15] X. Chen, W. Shen, T. T. Vo, Z. Cao and A. Kapoor: An overview of lithium-ion batteries

- for electric vehicles, In 2012 Conference on Power Energy, IPEC, 230/235 (2012)
- [16] 金村聖志：自動車用リチウムイオン電池，日刊工業新聞社 (2010)
- [17] 金村聖志：高性能リチウムイオン電池開発最前線：5V 級正極材料開発の現状と高エネルギー密度化への挑戦，エヌ・ティー・エス (2013)
- [18] B. Ratnakumar, M. Smart and S. Surampudi: Effects of SEI on the kinetics of lithium intercalation, *Journal of Power Sources*, **97-98-0**, 137 / 139 (2001)
- [19] M. Lu, H. Cheng and Y. Yang: A comparison of solid electrolyte interphase (SEI) on the artificial graphite anode of the aged and cycled commercial lithium ion cells, *Electrochimica Acta*, **53-9**, 3539 / 3546 (2008)
- [20] 高見，小杉，本多：耐久性と安全性に優れたハイブリッド自動車用新型二次電池 SCiBTM，東芝レビュー，**63-12**, 54/57 (2008)
- [21] 小杉，稲垣，高見：安全性に優れた新型二次電池 SCiBTM，東芝レビュー，**63-2**, 54/57 (2008)
- [22] 原田，松井，岩淵：リチウムイオンポリマー二次電池の開発状況，電子情報通信学会技術研究報告. EE, 電子通信エネルギー技術，**99-536**, 41/47 (2000)
- [23] 湯本，中村，廣田，越智：適応デジタルフィルタ理論を用いた電池内部状態量の推定手法，自動車技術会論文集，**35-3**, 91/96 (2004)
- [24] M. Verbrugge and E. Tate: Adaptive state of charge algorithm for nickel metal hydride batteries including hysteresis phenomena, *Journal of Power Sources*, **126**, 236/249 (2004)
- [25] M. Verbrugge: Adaptive, multi-parameter battery state estimator with optimized time-weighting factors, *Journal of Applied Electrochemistry*, **37-5**, 605/616 (2007)
- [26] R. Anderson, Y. Zhao, X. Wang, X. G. Yang and Y. Li: Real time battery power capability estimation, In American Control Conference (ACC2012), 592/597 (2012)
- [27] S. Piller, M. Perrin and A. Jossen: Methods for state-of-charge determination and their applications, *Journal of Power Sources*, **96-1**, 113/4120 (2001)
- [28] 寺西，板橋，長村，足立：等価回路モデルを用いたリチウムイオン電池の劣化評価，電気化学会第 77 回大会，富山大学 (2010)
- [29] J. Remmlinger, M. Buchholz, M. Meiler, P. Bernreuter and K. Dietmayer: State-of-health monitoring of lithium-ion batteries in electric vehicles by on-board internal resistance estimation, *Journal of Power Sources*, **196**, 5357/5363 (2011)
- [30] P. Mauracher and E. Karden: Dynamic modelling of lead/acid batteries using impedance spectroscopy for parameter identification, *Journal of Power Sources*, **67-2**, 69/84 (1997)
- [31] S. Buller, E. Karden, D. Kok and R. De Doncker: Modeling the dynamic behavior of supercapacitors using impedance spectroscopy, In Conference Record of the 2001 IEEE Industry Applications Conference, 2001. Thirty-Sixth IAS Annual Meeting. **4**, 2500/2504

(2001)

- [32] 板垣昌幸：電気化学インピーダンス法 第2版 原理・測定・解析，丸善出版 (2011)
- [33] P. M. Gomadam, J. W. Weidner, R. A. Dougal and R. E. White: Mathematical modeling of lithium-ion and nickel battery systems, *Journal of Power Sources*, **110**, 267/284 (2002)
- [34] N. Chaturvedi, R. Klein, J. Christensen, J. Ahmed and A. Kojic: Algorithms for Advanced Battery-Management Systems, *IEEE Control Systems Magazine*, **30**-3, 49 /68 (2010)
- [35] D. D. Domenico, A. Stefanopoulou and G. Fiengo: Lithium-Ion Battery State of Charge and Critical Surface Charge Estimation Using an Electrochemical Model-Based Extended Kalman Filter, *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, **132**-6 (2010)
- [36] K. A. Smith: Electrochemical Control of Lithium-Ion Batteries [Applications of Control], *IEEE Control Systems Magazine*, **30**-2, 18/25 (2010)
- [37] D. Di Domenico, G. Fiengo and A. Stefanopoulou: Lithium-ion battery state of charge estimation with a Kalman Filter based on a electrochemical model, In 2008 IEEE International Conference on Control Applications (CCA2008), 702/707 (2008)
- [38] S. Santhanagopalan and R. E. White: State of Charge Estimation for Electrical Vehicle Batteries, In 2008 IEEE International Conference on Control Applications (CCA2008), 690/694, San Antonio (2008)
- [39] H. Nakamura, D. Yumoto and Y. Ochi: The application of adaptive digital filter for the internal state estimation of batteries, In Proceedings of SICE Annual Conference (SICE2003), **2**, 2239/2244 (2003)
- [40] 宮本，森本，森田：架線レス電車用の電池のオンライン SOC 推定法，電気学会論文誌 (D)，**129**-2, 201/206 (2009)
- [41] Y. Hu, S. Yurkovich, Y. Guezennec and B. Yurkovich: A technique for dynamic battery model identification in automotive applications using linear parameter varying structures, *Control Engineering Practice*, **17**-10, 1190/1201 (2009)
- [42] Y. Hu and S. Yurkovich: Battery cell state-of-charge estimation using linear parameter varying system techniques, *Journal of Power Sources*, **198**, 338/350 (2012)
- [43] 川口，丸田，馬場，足立：電気自動車用二次電池の連続時間グレーボックスモデリング，SICE 第 12 回制御部門大会，奈良県文化会館 (2012)
- [44] 馬場，足立：シリーズカルマンフィルタ法を用いた二次電池の充電率推定，電気学会論文誌 (D)，**132**-9, 907/914 (2012)
- [45] K. Takano, K. Nozaki, Y. Saito, A. Negishi, K. Kato and Y. Yamaguchi: Simulation study of electrical dynamic characteristics of lithium-ion battery, *Journal of Power Sources*, **90**, 214/223 (2000)
- [46] 乾，渡邊，小林：リチウムイオン二次電池の電圧過渡応答の数値シミュレーション，電

- 気学会論文誌 (B), **126-5**, 532/538 (2006)
- [47] L. Lam, P. Bauer and E. Kelder: A practical circuit-based model for Li-ion battery cells in electric vehicle applications, In 2011 IEEE 33rd International Telecommunications Energy Conference (INTELEC), 1/9 (2011)
- [48] E. Kuhn, C. Forgez and G. Friedrich: Modeling diffusive phenomena using non integer derivatives, European Physical Journal Applied Physics, **25-3**, 183/190 (2004)
- [49] E. Kuhn, C. Forgez, P. Lagonotte and G. Friedrich: Modelling Ni-mH battery using Cauer and Foster structures, Journal of Power Sources, **158-2**, 1490/1497 (2006)
- [50] P. L. Moss: Study of Capacity Fade of Lithium-ion Polymer Battery With Continuous Cycling & Power Performance Modeling of Energy Storage Devices, Ph.D. dissertation, Florida State University (2008)
- [51] D. V. Do, C. Forgez, K. El-Kadri-Benkara and G. Friedrich: Impedance Observer for a Li-Ion Battery Using Kalman Filter, IEEE Transactions on Vehicular Technology, **58-8**, 3930/3937 (2009)
- [52] H. Xiaosong, S. Fengchun, Z. Yuan and P. Huei: Online estimation of an electric vehicle Lithium-Ion battery using recursive least squares with forgetting, In American Control Conference (ACC2011), 935/940 (2011)
- [53] S. Wang, M. Verbrugge, J. S. Wang and P. Liu: Multi-parameter battery state estimator based on the adaptive and direct solution of the governing differential equations, Journal of Power Sources, **196**, 8735/8741 (2011)
- [54] 馬場, 板橋, 寺西, 川口, 福永, 足立: カルマンフィルタを用いた HEV/EV 向け電池の内部状態推定, SICE 第 11 回制御部門大会, 琉球大学 (2011)
- [55] D. D. Domenico, E. Prada and Y. Creff: An Adaptive Strategy for Li-ion Battery SOC Estimation, In 18th IFAC World Congress, 9721/9726, Milano (2011)
- [56] W. Junping, G. Jingang and D. Lei: An adaptive Kalman filtering based State of Charge combined estimator for electric vehicle battery pack, Energy Conversion and Management, **50-12**, 3182/3186 (2009)
- [57] F. Zhang, G. Liu and L. Fang: A battery State of Charge estimation method with extended Kalman filter, In IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, AIM 2008, 1008/1013 (2008)
- [58] Z. Chen, Y. Fu and C. Mi: State of Charge Estimation of Lithium-Ion Batteries in Electric Drive Vehicles Using Extended Kalman Filtering, IEEE Transactions on Vehicular Technology, **62-3**, 1020/1030 (2013)
- [59] 川口, 杉浦, 丸田, 馬場, 足立: 拡散現象を考慮した電気自動車用二次電池のモデリングとその充電率推定への応用, SCI'13, 神戸 (2013)

-
- [60] F. Sun, X. Hu, Y. Zou and S. Li: Adaptive unscented Kalman filtering for state of charge estimation of a lithium-ion battery for electric vehicles, *Energy*, **36-5**, 3531/3540 (2011)
- [61] N. Lotfi and R. Landers: Robust Nonlinear Observer for State of Charge Estimation of Liion Batteries, In ASME Dynamic Systems and Controls Conference (2012)
- [62] L. Liu, L. Y. Wang, Z. Chen, C. Wang, F. Lin and H. Wang: Integrated system identification and state-of-charge estimation of battery systems, *IEEE Transactions on Energy Conversion*, **28-1**, 12/23 (2013)
- [63] I. S. Kim: The novel state of charge estimation method for lithium battery using sliding mode observer, *Journal of Power Sources*, **163-1**, 584/590 (2006)
- [64] F. Zhang, G. Liu and L. Fang: A battery state of charge estimation method using sliding mode observer, In 7th World Congress on Intelligent Control and Automation, WCICA 2008, 989/994 (2008)
- [65] F. Zhang, G. Liu, L. Fang and H. Wang: Estimation of Battery State of Charge With H_∞ Observer: Applied to a Robot for Inspecting Power Transmission Lines, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, **59-2**, 1086/1095 (2012)
- [66] C. Lin, F. Zhang, H. Xue and X. Lu: Estimation of battery state of charge using H_∞ observer, In 2012 7th International Power Electronics and Motion Control Conference (IPEMC), **1**, 422/428 (2012)
- [67] M. Charkhgard and M. Farrokhi: State-of-Charge Estimation for Lithium-Ion Batteries Using Neural Networks and EKF, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, **57-12**, 4178/4187 (2010)
- [68] G. L. Plett: Extended Kalman filtering for battery management systems of LiPB-based HEV battery packs. Part 2. Modeling and identification, *Journal of Power Sources*, **134-2**, 262/276 (2004)
- [69] G. L. Plett: Extended Kalman filtering for battery management systems of LiPB-based HEV battery packs. Part 3. State and Parameter Estimation, *Journal of Power Sources*, **134-2**, 277/292 (2004)
- [70] G. L. Plett: Sigma-point Kalman filtering for battery management systems of LiPB-based HEV battery packs. Part 1. Introduction and state estimation, *Journal of Power Sources*, **161**, 1356/1368 (2006)
- [71] G. L. Plett: Sigma-point Kalman filtering for battery management systems of LiPB-based HEV battery packs. Part 2. Simultaneous state and parameter estimation, *Journal of Power Sources*, **161**, 1369/1384 (2006)
- [72] H. He, R. Xiong, X. Zhang, F. Sun and J. Fan: State-of-charge estimation of the lithium-ion battery using an adaptive extended kalman filter based on an improved thevenin model,

- IEEE Transactions on Vehicular Technology, **60**-4, 1461/1469 (2011)
- [73] F. Zhang, G. Liu and L. Fang: Battery state estimation using Unscented Kalman Filter, In IEEE International Conference on Robotics and Automation, ICRA '09, 1863/1868 (2009)
- [74] M. Partovibakhsh and G. Liu: Online Estimation of Model Parameters and State-of-Charge of Lithium-Ion Battery Using Unscented Kalman Filter, In 2012 American Control Conference, 3962/3967 (2012)
- [75] M. Coleman, C. K. Lee, C. Zhu and W. Hurley: State-of-Charge Determination From EMF Voltage Estimation: Using Impedance, Terminal Voltage, and Current for Lead-Acid and Lithium-Ion Batteries, IEEE Transactions on Industrial Electronics, **54**-5, 2550/2557 (2007)
- [76] F. Codeca, S. Savaresi and G. Rizzoni: On battery State of Charge estimation: A new mixed algorithm, In 2008 IEEE International Conference on Control Applications (CCA2008), 102/107 (2008)
- [77] F. Codeca, S. Savaresi and V. Manzoni: The mix estimation algorithm for battery State-of-Charge estimator- Analysis of the sensitivity to measurement errors., In Proceedings of the 48th IEEE Conference on Decision and Control, 2009 held jointly with the 2009 28th Chinese Control Conference, CDC/CCC 2009, 8083/8088 (2009)
- [78] 馬場, 川口, 杉浦, 足立: センサフュージョンを用いた HEV/EV 向け電池の状態推定, SICE 第 13 回制御部門大会, アクロス福岡 (2013)
- [79] 枝本, 馬場, 寺西, 板橋, 長村, 丸田, 足立: HEV/EV 向け電池の充電率推定, 自動車技術会春季学術講演会 (2013)
- [80] R. E. Kalman: A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems, Transactions of the ASME, Journal of Basic Engineering-82 (Series D), 35/45 (1960)
- [81] 足立, 丸田: カルマンフィルタの基礎, 東京電機大学出版局 (2012)
- [82] 片山徹: 応用カルマンフィルタ, 朝倉書店 (2000)
- [83] 片山徹: 非線形カルマンフィルタ, 朝倉書店 (2011)
- [84] R. van der Merwe and E. A. Wan: The square-root unscented Kalman filter for state and parameter-estimation, In IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, ICASSP '01 (2001)
- [85] M. S. Grewal and A. P. Andrews: Kalman Filtering, Theory and Practice Using MATLAB, Third Edition, Wiley (2009)
- [86] P. Kaminski, A. E. Bryson and S. Schmidt: Discrete square root filtering: A survey of current techniques, IEEE Transactions on Automatic Control, **16**-6, 727/736 (1971)
- [87] R. van der Merwe: Sigma-Point Kalman Filters for Probabilistic Inference in Dynamic State-Space Models, Ph.D. dissertation, Oregon Health & Science University (2004)

-
- [88] M. Simandl and J. Dunik: Sigma point gaussian sum filter design using square root unscented filters, In 16th IFAC World Congress, **1**, 1000/1005, Oxford (2006)
- [89] 河原井, 瀬川, 牧野, 足立: 正規化を用いた拡張カルマンフィルタによるロケットの軌道推定, 第 52 回自動制御連合講演会予稿集, 大阪大学 (2009)
- [90] M. Yamakita, Y. Musha and G. Kinoshita: Comparative Study of Simultaneous Parameter-State Estimations, In 2004 IEEE International Conference on Control Applications (CCA2004), **2**, 1621/1626, Taiwan (2004)
- [91] S. Julier, J. Uhlmann and H. Durrant-Whyte: A new approach for filtering nonlinear systems, In American Control Conference (ACC1995), **3**, 1628/1632 (1995)
- [92] S. Julier, J. Uhlmann and H. Durrant-Whyte: A new method for the nonlinear transformation of means and covariances in filters and estimators, IEEE Transactions on Automatic Control, **45**-3, 477/482 (2000)
- [93] G. Evensen: Sequential data assimilation with a nonlinear quasi-geostrophic model using Monte Carlo methods to forecast error statistics, Journal of Geophysical Research: Oceans, **99**-C5, 10143/10162 (1994)
- [94] P. L. Houtekamer and H. L. Mitchell: Data Assimilation Using an Ensemble Kalman Filter Technique, Monthly Weather Review, **126**-3, 796/811 (1998)
- [95] H. Moradkhani, S. Sorooshian, H. V. Gupta and P. R. Houser: Dual stateparameter estimation of hydrological models using ensemble Kalman filter, Advances in Water Resources, **28**-2, 135 / 147 (2005)
- [96] N. Araki, M. Okada, Y. Konishi and H. Ishigaki: Parameter identification and swing-up control of an acrobot system, In IEEE International Conference on Industrial Technology, ICIT 2005, 1040/1045 (2005)
- [97] 荒木, 岡田, 小西, 石垣: Unscented Kalman Filter を用いた Acrobot のパラメータ同定, 日本機械学会論文集. C 編, **71**-708, 2563/2570 (2005)
- [98] C. C. Qu and J. Hahn: Process monitoring and parameter estimation via unscented Kalman filtering, Journal of Loss Prevention in the Process Industries, **22**-6, 703/709 (2009)
- [99] G. Chowdhary and R. Jategaonkar: Aerodynamic parameter estimation from flight data applying extended and unscented Kalman filter, Aerospace Science and Technology, **14**-2, 106/117 (2010)
- [100] 福永, 川口, 足立, 板橋, 岩鼻, 寺西: 等価回路を用いたリチウムイオン 2 次電池のパラメータ推定, 第 53 回自動制御連合講演会予稿集, 577/580, 高知 (2010)
- [101] 板橋, 寺西, 長村, 足立: システム同定法を用いた電池等価回路モデル作成方法の開発, 電気化学会第 77 回大会, 富山大学 (2010)
- [102] J. E. B. Randles: Kinetics of rapid electrode reactions, Discuss. Faraday Soc. **1**, 11/19

- (1947)
- [103] E. Barsoukov and J. R. Macdonald: Impedance Spectroscopy: Theory, Experiment, and Applications, Second Edition, Wiley (2005)
 - [104] 真鍋舜治：非整数階積分形制御系について，電気学会雑誌，**80-5**, 589/597 (1960)
 - [105] 小田井，堀：非整数次制御系による非線形要素に強い制御器の設計法，電気学会論文誌 (D)，**120-1**, 11/18 (2000)
 - [106] 佐々野，岡島，松永：非整数次 PID 制御系のメモリ制約下での実装手法の検討と熱板温度制御系による実機検証，システム制御情報学会論文誌，**23-11**, 257/264 (2010)
 - [107] J. C. Wang: Realizations of generalized Warburg impedance with RC ladder networks and transmission lines, Journal of Electrochemical Society, **134-8**, 1915/1920 (1987)
 - [108] 川口，丸田，馬場，足立：拡散現象を考慮した電気自動車用二次電池の連続時間システム同定，計測自動制御学会論文集，**49-7**, 670/677 (2013)
 - [109] 馬場，足立：対数化 UKF を用いたリチウムイオン電池の状態とパラメータの同時推定，電気学会論文誌 (D)，**133-12**, 1139/1147 (2013)
 - [110] 丸田，馬場，足立：パラメータ感度に基づくモデル構造と同定入力の評価，第 56 回自動制御連合講演会予稿集，461/464，新潟大学 (2013)
 - [111] 馬場，足立：対数化 UKF を用いた電池の状態とパラメータの同時推定，SICE 第 13 回制御部門大会，アクロス福岡 (2013)
 - [112] 馬場，丸田，足立：リチウムイオン電池のパラメータと状態の推定精度に関する物理化学的考察，第 56 回自動制御連合講演会予稿集，456/460，新潟大学 (2013)
 - [113] 辻，市延，金子：混合分布モデルと対数線形モデルに基づくフィードフォワード型ニューラルネット，電子情報通信学会論文誌. D-II, 情報・システム, II-情報処理-10, 2093/2100 (1994)
 - [114] E. Palmer, W. Pen and C. Spanos: Control of photoresist properties: a Kalman filter based approach, IEEE Transactions on Semiconductor Manufacturing, **9-2**, 208/214 (1996)
 - [115] G. ストラング：線形代数とその応用，産業図書 (1978)
 - [116] P. Rong and M. Pedram: An analytical model for predicting the remaining battery capacity of lithium-ion batteries, IEEE Transactions on Very Large Scale Integration (VLSI) Systems, **14-5**, 441/451 (2006)
 - [117] L. Serrao, Z. Chehab, Y. Guezennet and G. Rizzoni: An aging model of Ni-MH batteries for hybrid electric vehicles, In 2005 IEEE Conference Vehicle Power and Propulsion, 78/85 (2005)
 - [118] M. Cugnet, J. Sabatier, S. Laruelle, S. Grugeon, B. Sahut, A. Oustaloup and J.-M. Tarascon: On Lead-Acid-Battery Resistance and Cranking-Capability Estimation, IEEE Transactions on Industrial Electronics, **57-3**, 909/917 (2010)

-
- [119] 齊田, 渡邊: 充放電による性能劣化を再現するリチウムイオン電池モデル, 自動車技術会論文集, **43-6**, 1287/1292 (2012)
- [120] F. Baronti, G. Fantechi, L. Fanucci, E. Leonardi, R. Roncella, R. Saletti and S. Saponara: State-of-charge estimation enhancing of lithium batteries through a temperature-dependent cell model, In 2011 International Conference on Applied Electronics (AE), 1/5 (2011)
- [121] P. Yu, B. N. Popov, J. A. Ritter and R. E. White: Determination of the Lithium Ion Diffusion Coefficient in Graphite, Journal of Electrochemical Society, **146-1**, 8/14 (1999)
- [122] M. W. Verbrugge and B. J. Kochb: Electrochemical Analysis of Lithiated Graphite Anodes, Journal of The Electrochemical Society, **150-3**, A374/A384 (2004)

付録 A

研究業績

学位請求に用いる定期刊行誌掲載原著論文

- [1] 馬場, 足立: 対数化 UKF を用いたリチウムイオン電池の状態とパラメータの同時推定, 電気学会論文誌 (D), **133**-12, 1139/1147 (2013)
- [2] 馬場, 足立: シリーズカルマンフィルタ法を用いた二次電池の充電率推定, 電気学会論文誌 (D), **132**-9, 907/914 (2012)

学位請求に用いる国際会議発表論文 (査読付き, 発表者*)

- [1] A. Baba* and S. Adachi: State of Charge Estimation of Lithium-ion Battery with Kalman Filters, IEEE International Conference on Control Applications (CCA2012), Dubrovnik, Croatia (2012)
- [2] A. Baba* and S. Adachi: State of Charge Estimation of HEV/EV Battery with Series Kalman Filter, Proceedings of SICE Annual Conference (SICE2012), Akita, Japan (2012)

関連する定期刊行誌掲載原著論文

- [1] 川口, 丸田, 馬場, 足立: 拡散現象を考慮した電気自動車用二次電池の連続時間システム同定, 計測自動制御学会論文集, **49**-7, 670/677 (2013)

その他の定期刊行誌掲載原著論文

- [1] A. Baba and R. Watanabe: Guideline for Deciding Physical Parameters for Acrobot, SICE Journal of Control, Measurement, and System Integration, 2-2, 100/106 (2009)

関連する主な国内会議発表（発表者*）

- [1] 丸田*, 馬場, 足立：パラメータ感度に基づくモデル構造と同定入力の評価，第 56 回自動制御連合講演会予稿集，新潟大学 (2013)
- [2] 馬場*, 丸田, 足立：リチウムイオン電池のパラメータと状態の推定精度に関する物理化学的考察，第 56 回自動制御連合講演会予稿集，新潟大学 (2013)
- [3] 枝本*, 馬場, 寺西, 板橋, 長村, 丸田, 足立：HEV/EV 向け電池の充電率推定，自動車技術会春季学術講演会，横浜 (2013)
- [4] 川口, 杉浦*, 丸田, 馬場, 足立：拡散現象を考慮した電気自動車用二次電池のモデリングとその充電率推定への応用，SCI'13，神戸 (2013)
- [5] 馬場*, 足立：対数化 UKF を用いた電池の状態とパラメータの同時推定，SICE 第 13 回制御部門大会，アクロス福岡 (2013)
- [6] 馬場, 川口*, 杉浦, 足立：センサフュージョンを用いた HEV/EV 向け電池の状態推定，SICE 第 13 回制御部門大会，アクロス福岡 (2013)
- [7] 川口*, 丸田, 馬場, 足立：連続時間システム同定による電気自動車用二次電池のモデリング，第 55 回自動制御連合講演会予稿集，京都 (2012)
- [8] 川口*, 丸田, 馬場, 足立：電気自動車用二次電池の連続時間グレーボックスモデリング，SICE 第 12 回制御部門大会，奈良県文化会館 (2012)
- [9] 馬場*, 板橋, 寺西, 川口, 福永, 足立：カルマンフィルタを用いた HEV/EV 向け電池の内部状態推定，SICE 第 11 回制御部門大会，琉球大学 (2011)

関連する国内登録特許

- [1] 馬場, 足立：バッテリーの充電率推定装置及び充電率推定方法，特許第 5404964 号 (2013)
- [2] 馬場, 長村, 足立：パラメータ推定装置，特許第 5400732 号 (2013)
- [3] 馬場, 足立：バッテリーの充電率推定装置，特許第 5393837 号 (2013)
- [4] 馬場, 足立, 川口：パラメータ推定装置，特許第 5319854 号 (2013)
- [5] 馬場, 足立：バッテリーの充電率推定装置，特許第 5318128 号 (2013)

関連する解説記事

- [1] 枝本, 馬場 : EV/HEV 部品解剖 第 26 回 SOC 推定精度を大幅改善 EV の実質航続距離を延長, 日経 Automotive Technology, 2013 年 9 月号 (2013)

関連するカルソニックカンセイテクニカルレビュー論文

- [1] 馬場, 板橋, 寺西, 川口, 福永, 足立 : カルマンフィルタを用いた HEV/EV 向け電池の内部状態推定, Calsonic Kansei Technical Review, **8**, 82/86 (2012)

受賞

- [1] 2011 年度 計測自動制御学会 制御部門大会技術賞, カルマンフィルタを用いた HEV/EV 向け電池の内部状態推定 (2012)