

A Thesis for the Degree of Ph.D. in Science

Constructions of contact manifolds via reduction

March 2014

Graduate School of Science and Technology

Keio University

Mitsuhiro Imada

主 論 文 要 旨

報告番号	甲 乙 第	号	氏 名	今 田 充 洋
主論文題目：				
Constructions of contact manifolds via reduction (リダクション法による接触多様体の構成)				
<p>正規性をもつ実接触多様体である佐々木-アインシュタイン多様体は、近年、理論物理学、特に超弦理論の研究の中で重要な対象として扱われ、佐々木-アインシュタイン構造を持った多様体の存在が数多く示されているが、その構造を具体的に表した研究結果は少ない。また実接触多様体の概念を複素多様体へと拡張した複素接触多様体も重要な対象と考えられているが、この具体的構成例は自明なものを除いてほとんど知られていないのが現状である。本論文ではリダクション法を用いて、実および複素接触多様体の具体的を新たに構成した。</p> <p>本論文の第一の結果は、佐々木-アインシュタイン計量の非自明な構成である。Boyer と Galicki によって、4次元複素ユークリッド空間上のモーメント写像とそれに付随する群作用のリダクションによって与えられる商多様体の上には佐々木-アインシュタイン構造が可算無限個存在することが示されている。本論文ではこれらの佐々木-アインシュタイン計量のうちの一つを、4次元複素ユークリッド空間上の標準計量を商空間に誘導することで、具体的に与えた。</p> <p>第二の結果は複素接触多様体の構成である。佐々木-アインシュタイン多様体は幾何学的構造の可積分条件にあたる正規性をもつ実接触多様体である。複素接触多様体の場合についても正規性の条件を満たすものについて議論されているが、その具体例は奇数次元の複素射影空間以外には知られていない。本論文では、超ケーラー多様体に正則な群作用が存在するとき、その群による商空間上に正規性をもった複素概接触計量構造が誘導されることを示した。この結果から複素射影空間と非同相な空間上に、正規性をもった複素概接触計量構造を具体的に与えた。</p> <p>更に$(4p+3)$次元、$(4q+3)$次元の球面の直積空間上に複素概接触計量構造を具体的に構成した。この構成には各々の球面上の 3-Sasakian 構造が用いられている。この構成によって得られた複素概接触計量構造は正規性を持たないことも示した。</p>				

SUMMARY OF Ph.D. DISSERTATION

School Fundamental Science and Technology	Student Identification Number	SURNAME, First name IMADA Mitsuhiro
Title <p style="text-align: center;">Constructions of contact manifolds via reduction</p>		
Abstract <p>Sasaki-Einstein manifolds are real contact Einstein manifolds whose Riemannian cones with the cone metric are Ricci-flat Kähler manifolds. It has been acknowledged that they have an important role both in mathematics and physics. Moreover many manifolds are known to admit Sasaki-Einstein structures, nevertheless few of these manifolds have explicit representations. Complex contact manifolds, whose definition is analogous to that of real contact manifolds, are also expected to be important, but few examples of complex contact manifolds are known so far. In this thesis, we shall contribute to the study in these area by exhibiting new examples of real and complex contact manifolds via a reduction method.</p> <p>The first result in this thesis is related to the Sasaki-Einstein metrics. Boyer and Galicki have constructed a family of countably many Sasaki-Einstein metrics on the quotient space of the zero set of a moment map on a 7-dimensional sphere under a circle action. We shall present one of the metrics explicitly on a quotient space as an induced metric from the standard one on the 4-dimensional complex Euclidian space.</p> <p>The second result is a construction of new complex contact manifolds. To the best of our knowledge, the odd-dimensional complex projective space is only a known example of normal complex contact manifolds. In this thesis, we provide other examples of those manifolds, that is, we prove that there exists a normal complex almost contact metric structure on the quotient space of a hyperkähler manifold by holomorphic group actions. We also construct a complex almost contact metric structure on the product of the $(4p+3)$-dimensional and the $(4q+3)$-dimensional spheres. This structure is obtained from the 3-Sasakian structures on each sphere. We also prove that this complex almost contact metric structure is not normal.</p>		