

論文審査の要旨および学識確認結果

報告番号	甲 第 号	氏 名	野口 健太
論文審査担当者：	主査	慶應義塾大学教授	理学博士 太田 克弘
	副査	慶應義塾大学教授	理学博士 田村 明久
		慶應義塾大学教授	工学博士 足立 修一
		慶應義塾大学准教授	博士(理学) 小田 芳彰
(論文審査の要旨)			
<p>学士(理学), 修士(理学) 野口健太君の学位請求論文は, 「A Study on Even Embeddings of Graphs (偶角形分割グラフの研究)」と題し, 全7章よりなる。閉曲面上に辺を交差させずに描かれたグラフで, 各面が偶角形となっているものを偶角形分割グラフと呼ぶ。本論文では, 偶角形分割グラフの彩色問題とそれに付随するグラフの埋め込み問題を, 様々な角度から研究している。</p> <p>グラフの各頂点に色を塗り, 隣接した頂点には異なる色が塗られるようにするとき, 必要な色数の最小値をそのグラフの染色数という。彩色問題とは, 与えられたグラフの染色数を決定する, あるいはグラフの族に対し染色数の上限を決定する問題である。平面グラフの染色数についての四色定理は長年未解決であった末に解決されたが, それに先んじて, 平面以外の閉曲面上のグラフの染色数については解決済みであった。その上界は Heawood 数として古くから知られており, 最善性については Ringel らにより解決された。一方偶角形分割グラフは, 平面上においては染色数が2であることと等価であり, 他の閉曲面上においても, 局所2染色的グラフとも呼ぶべきものである。閉曲面上の偶角形分割グラフについても, 染色数の最善な上界が知られている。Ringel らの定理とともに, 完全グラフを種数の低い閉曲面に埋め込むことがその証明の本質になる。</p> <p>第1章で本論文の研究成果とその背景となる既存の研究について概説したのち, 第2章では以後の議論で必要となる用語・記号の定義を行っている。また第3章では, 種数の高い閉曲面への埋め込みを表現する方法であるローテーションシステム概念と, Ringel らの証明でも用いられた, 対称性の高いローテーションシステムを得るための補助的なグラフであるカレントグラフ概念を導入している。とくに, 完全グラフの埋め込みを与えるようなカレントグラフについて詳細に構成法が述べられている。</p> <p>第4章では, 閉曲面上の偶角形分割に付随する代数的不変量であるサイクルパリティに着目する。サイクルパリティは, 閉曲面の基本群の生成元に対して, 対応する閉路の長さの偶奇性を与えるものである。向き付け不可能な閉曲面においては, 4種類の非同値なサイクルパリティが存在することが知られている。本章では, カレントグラフによって生成される偶角形分割のサイクルパリティが, カレントグラフのどのような性質によって既定されるかの特徴づけを与えている。またそれを用いて, 完全グラフを四角形分割として埋め込むことのできる向き付け不可能閉曲面に対して, すべての非自明なサイクルパリティを実現する埋め込みが存在することを証明している。</p> <p>閉曲面上のグラフの彩色問題において, いくつかの頂点を同じ色で塗らなければいけないという制約のついた彩色問題は, 帝国問題と呼ばれる。第5章では, 帝国問題に対する既存の結果について概説し, 第6章では, 閉曲面上の偶角形分割となるグラフの帝国問題について, その染色数の一般的上界を与え, それが無数の閉曲面において最善であることを示した。この最善性の証明には, カレントグラフを高度に利用し埋め込みを構成する手法が用いられている。</p> <p>第7章では, 特徴的な偶角形分割である四角形分割について, 巡回的彩色問題や, 辺を加えて局所3染色的三角形分割を得る問題について述べている。いずれの問題においても, サイクルパリティやそれに類似する代数的不変量が深く関係していることを明らかにしている。</p> <p>以上, 本論文は, 閉曲面上のグラフの彩色問題に動機づけられたグラフの埋め込み問題について, 偶角形分割に着目することにより新たな理論を構築しており, 位相幾何学的グラフ理論に貢献するところが少なくない。これは, 著者が自立して研究活動を行うために必要な高度な研究能力と学識を十分に兼ね備えていることを示したと言える。よって, 本論文の著者は博士(理学)の学位を受ける資格があるものと認める。</p>			
学識確認結果	学位請求論文を中心にして関連学術について上記審査会委員で試問を行い, 当該学術に関し広く深い学識を有することを確認した。 また, 語学(英語)についても十分な学力を有することを確認した。		