

Title	Die nichtlinearen Verzerrungen der Wanderfeldröhre
Sub Title	
Author	藤田, 広一 (Fujita, Hiroichi)
Publisher	慶應義塾大学藤原記念工学部
Publication year	1958
Jtitle	Proceedings of the Fujihara Memorial Faculty of Engineering Keio University Vol.11, No.42 (1958.) ,p.71(17)- 79(25)
JaLC DOI	
Abstract	Harmonics of a nonlinear distorted wave in traveling wave tube are analyzed and a chart, from which we may know the harmonics content of traveling wave tube output, is given. The analysis is not strict but it has some assumptions and neglects. One of the assumption is that the wave is observed in short section of helix and it has constant amplitude. This means that the independent variables x and Z are transformed to one independent variable Z , where [function] In spite of these assumptions, the result coincides pretty with experiments.
Notes	
Genre	Departmental Bulletin Paper
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=KO50001004-00110042-0017

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the Keio Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

Die nichtlinearen Verzerrungen der Wanderfeldröhre

(Received Sept. 1, 1959)

Hiroichi FUJITA*

Abstract

Harmonics of a nonlinear distorted wave in traveling wave tube are analyzed and a chart, from which we may know the harmonics content of traveling wave tube output, is given. The analysis is not strict but it has some assumptions and neglects. One of the assumption is that the wave is observed in short section of helix and it has constant amplitude. This means that the independent variables x and Z are transformed to one independent variable Z , where

$$Z \equiv -\omega t + \Gamma Z + \theta.$$

In spite of these assumptions, the result coincides pretty with experiments.

I. Einleitung

Die Wanderfeldröhren sind sehr wichtig, und es gibt viele Forschungen darüber. Diese Forschungen beziehen sich meistens auf den Fall kleiner Eingangssignale. Aber die Fälle grossen Eingangssignale sind auch wichtig, und schon teilweise untersucht worden.

Bisher ist bei der Untersuchung des Verhaltens bei grossen Eingangssignalen nur die Grundwelle mit grossen Rechenmaschinen z.B. IBM 701. berechnet worden.

In dieser Arbeit soll nicht die Grundwelle, sondern die höheren Harmonischen der verzerrten Wellenform der Wanderfeldröhren untersucht werden.

Wenn die höheren Harmonischen unterdrückt werden oder zur Frequenzvervielfachung verwertet werden sollen, soll diese Arbeit die notwendigen Rechenunterlagen geben.

II. Zwei Betrachtungsweisen nichtlinearer Schwingungen

Nicht nur die Theorie der Wanderfeldröhren, sondern auch allgeemin die Theorie der nichtlinearen Schwingungen ist sehr schwierig, und gewöhnlich können sie nicht exakt analysiert werden. Dann vernachlässigt man unbedeutende Grössen und analysiert nur die bedeutenden Phänomene.

Es gibt zwei Betrachtungsweisen nichtlinearer Schwingungen. Die erste beschränkt sich auf die Ermittlung der Schwingungsamplitude und -phase der Grundwelle. In diesen Betrachtungsbereich gehören frühere Forschungen nicht nur über die

* 藤田 広 — a. o. Prof. Keio-Univ.

Wanderfeldröhre, sondern auch allgemein über nichtlineare Schwingungskreise. Zu der zweiten Betrachtungsweise gehören Forschungen über die höheren Harmonischen. Die besten Resultate würde eine Untersuchung nach beiden Betrachtungsweisen ergeben, aber sie ist im allgemeinen sehr schwierig oder unmöglich.

Das erstgenannte Prinzip wird als die Methode langsamveränderlicher Schwingungsamplitude und -phase, als die Methode des harmonischen Gleichgewichts bezeichnet und wird oft angewendet. Bei dieser Methode werden die höheren Harmonischen vernachlässigt. Die zweitgenannte Methode wird selten in der Elektrotechnik, aber oft in der Astronomie verwendet. Zu der ersten Betrachtungsweise der Wanderfeldröhren gehören folgende Forschungen. Nordsiek analysierte die Geschwindigkeit und den Ort des Elektrons (Proc. IRE Mai 1953). Er vernachlässigte die Wirkung der Raumladung, und rechnete mit einer IBM Rechenmaschine. Danach rechneten 1955 Tien, Walker und Walontis mit der IBM 701. Sie zogen die Wirkung der Raumladung in Erwägung.

Rowe rechnete mit der MIDAC der Michigan Universität 1956 für den Fall, dass die Verstärkungsparameter C nicht klein sind.

1956 rechnete Tien mit der IBM 701, und er zog die Wirkung der rückwärts gerichteten Wellen in Erwägung für den Fall, dass die Verstärkungsparameter C gross sind.

Zu der zweiten Betrachtungsweise der Wanderfeldröhren gehören Webers Forschungen (Trans. IRE 1957) und Isobes Forschungen (Bericht vor dem Mikrowellenausschuss der Japanischen Nachrichtentechnischen Gesellschaft, 1957).

In diesen Forschungen erhielt man nur die Bündelung des Elektrons durch die Wellen der Wendel, jedoch nicht die Wirkung des Elektrons auf die Wellen der Wendel.

Der Verfasser hat die nichtlinearen Verzerrungen der Wanderfeldröhre in dieser Betrachtungsweise untersucht und die Wirkung des Elektrons auf die Wellen der Wendel berücksichtigt.

III. Analyse der nichtlinearen Verzerrungen der Wanderfeldröhre

Die fundamentalen Gleichungen sind folgende, in Übereinstimmung mit oben genannten Forschungen.

Als die Gleichung der Fortpflanzung längs der Leitung

$$\frac{\partial^2 V}{\partial Z^2} - LC \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = -L \frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} \quad (3-1)$$

Als Bewegungsgleichung des Elektrons,

$$\frac{d^2 v}{dt^2} = \eta E \quad (3-2)$$

Als Kontinuitätsgleichung des Elektronenstrahls

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = - \frac{\partial i}{\partial Z} \quad (3-3)$$

Das Elektrisches Potential und die Elektrische Feldstärke hängen zusammen nach

$$E = -\frac{\partial V}{\partial Z} \quad (3-4)$$

Als Gleichung des Stroms und der Ladung in dem Elektronenstrahl

$$i = \rho v \quad (3-5)$$

Z ist der Abstand in Fortpflanzungsrichtung und t ist die Zeit. E ist die Feldstärkekomponente, die das Elektron effektiv beeinflusst. V wird mit (3-4) definiert. v , ρ und i sind die Geschwindigkeit, die Dichtigkeit bzw. der Strom der Elektronen. L und C sind die Ersatzinduktivität bzw. -kapazität der Wendel, d. h. $L = \beta_e Z / \omega$ und $C = \beta_e / \omega Z$. β_e , Z und ω bedeuten die Fortpflanzungskonstante der Wendel, den Widerstand der Wendel bzw. die Kreisfrequenz. η ist das Verhältnis der Ladung zur Masse des Elektrons und seine Grösse ist 1.76×10^{-11} Coul./kg.

Zuerst soll der Gedankengang der Rechnung beschrieben werden. E , die rechte Seite der Gl. (3-2) setzt sich zusammen aus der Welle E_0 (ohne Elektronenbündelung) und der von den Elektronen induzierten Feldstärke E_{in} , d. h.

$$E = E_0 + E_{in}$$

E_{in} erhält man wie folgt:

Wenn sich E_0 auf der Wendel fortpflanzt, werden Elektronen gebündelt und induzieren eine Feldstärke E_1 auf der Wendel. E_1 ist die erste Annäherung von E_{in} .

Dann ist die Feldstärke auf der Wendel $E_0 + E_1$. Die durch $E_0 + E_1$ gebündelten Elektronen induzieren wiederum auf der Wendel eine Feldstärke E_2 . Dann ist die Feldstärke auf der Wendel $E_0 + E_2$.

Durch Wiederholung dieses Rechengangs erhält man nacheinander die Feldstärken $E_1, E_2, \dots, E_\infty = E_{in}$

S. Weber und Isobe setzten E_0 als $E_0 \cos(-\omega t + \Gamma Z + \theta)$ voraus und berechneten die Geschwindigkeit des Elektrons unter Vernachlässigung der Rückwirkung E_{in} .

Hier soll ebenfalls E_0 als $E_0 \cos(-\omega t - \Gamma Z + \theta)$ vorausgesetzt werden.

Wegen der Bequemlichkeit der Rechnung,

$$-\omega t + \Gamma Z + \theta \equiv x \quad (3-7)$$

Durch die Transformation (3-7) wird

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dt} &= \frac{\partial}{\partial x} \frac{dx}{dt} = \left(\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial x}{\partial Z} \frac{dZ}{dt} \right) \frac{\partial}{\partial x} = (\Gamma v - \omega) \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} = -\omega \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial Z} &= \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial Z} = \Gamma \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial^2}{\partial Z^2} &= \Gamma^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2}{\partial t^2} &= \omega^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \end{aligned} \right\} \quad (3-8)$$

und die Gl. (3-1) (3-5) werden

$$(I^2 - LC\omega^2) \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = -L\omega^2 \frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2} \quad (3-9)$$

$$(Iv - \omega) \frac{\partial v}{\partial x} = \eta E \quad (3-10)$$

$$\omega \frac{\partial \rho}{\partial x} = I \frac{\partial i}{\partial x} \quad (3-11)$$

$$i = \rho v \quad (3-12)$$

$$E = -I \frac{\partial V}{\partial x} \quad (3-13)$$

Um E_1 zu bekommen wird für das E auf der rechten Seite der Gl. (3-10) $E_0 \cos x$ angesetzt.

$$(Iv_1 - \omega) \frac{\partial v_1}{\partial x} = \eta E_0 \cos x \quad (3-14)$$

Mit v_1 wird die Geschwindigkeit des gebündelten Elektrons bezeichnet. v_1 setzt sich zusammen aus einer "Gleichgeschwindigkeit" v_{10} und einer "Wechselgeschwindigkeit" v_{11} ($v_1 = v_{10} + v_{11}$)

Also

$$(Iv_{10} + Iv_{11} - \omega) \frac{\partial v_{11}}{\partial x} = \eta E_0 \cos x \quad (3-16)$$

Gl. (3-16) wird integriert

$$\frac{1}{2} I v_{11}^2 + (Iv_{10} - \omega) v_{11} = \eta E_0 \sin x \quad (3-17)$$

Gl. (3-17) ist eine quadratische Gleichung von v_{11} . Aus ihrer Lösung folgt

$$v_{10} + v_{11} - \frac{\omega}{I} = \pm \sqrt{\left(v_{10} + \frac{\omega}{I}\right)^2 + 2\eta \frac{E_0 \sin x}{I}} \quad (3-18)$$

Die linke Seite ist die Differenz zwischen den Geschwindigkeiten des Elektrons und der Welle. V_1 in Gl. (3-18) ist die erste Annäherung für die Geschwindigkeit des gebündelten Elektrons.

Mit ρ_1 und i_1 werden die zu v_1 gehörige Dichtigkeit bzw. der Strom der Elektronen in den Gl. (3-11), (3-12) und (3-18) bezeichnet, und wie vorstehend wird angesetzt

$$\rho_1 = \rho_{10} + \rho_{11} \quad i_1 = i_{10} + i_{11}$$

Aus Gl. (3-11)

$$\omega \rho_{11} = I i_{11}$$

Nach Einsetzen dieser Gleichung in (3-12)

$$\frac{\omega}{I} \rho_{11} = \rho_{10} v_{11} + \rho_{11} v_{10} + \rho_{11} v_{11}$$

$$(20)$$

und ρ_{11} wird erhalten als

$$\rho_{11} = \frac{-\rho_{10}v_{11}}{v_{10} + v_{11} - \frac{\omega}{\Gamma}} \quad (3-20)$$

Nach Einsetzen von (3-20) in Gl. (3-9)

$$(\Gamma^2 - LC\omega^2) \frac{\partial V_1}{\partial x} = -L\omega^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \frac{-\rho_{10}v_{11}}{v_{10} + v_{11} - \frac{\omega}{\Gamma}}$$

Dann ergibt sich

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= \frac{-L\omega^2}{\Gamma^2 - LC\omega^2} \frac{-\rho_{10}v_{11}}{v_{10} + v_{11} - \frac{\omega}{\Gamma}} \\ E_1 &= -\Gamma \frac{\partial V_1}{\partial x} = \frac{\Gamma L\omega^2}{\Gamma^2 - LC\omega^2} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho_{10}v_{11}}{v_{10} + v_{11} - \frac{\omega}{\Gamma}} \right) \end{aligned} \right\} \quad (3-21)$$

So erhält man E_1 , wenn $E_0 \cos x$ angesetzt wird. Als zweite Annäherung soll die Feldstärke E_2 in gleicher Weise gerechnet werden.

Nach Gl. (3-10)

$$(\Gamma v_2 - \omega) \frac{\partial v_2}{\partial x} = \eta (E_0 + E_1)$$

v_2 wird wieder in zwei Teile v_{20} und v_{21} zerlegt:

$$v_2 = v_{20} + v_{21}$$

$$(\Gamma v_{21} + \Gamma v_{20} - \omega) \frac{\partial v_{21}}{\partial x} = \eta (E_0 + E_1)$$

Die Integration ergibt

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2} \Gamma v_{21}^2 + (\Gamma v_{20} - \omega) v_{21} \\ &= \eta E_0 \sin x - \frac{\eta \Gamma L\omega^2}{\Gamma^2 - \omega^2 LC} \frac{\rho_{10}v_{11}}{v_{10} + v_{11} - \frac{\omega}{\Gamma}} \end{aligned}$$

Diese Gleichung ist quadratisch in v_{21} und ebenfalls wie oben,

$$v_{21} + v_{20} - \frac{\omega}{\Gamma} = \pm \sqrt{\left(v_{20} - \frac{\omega}{\Gamma}\right)^2 - 2\eta \frac{E \sin x}{\Gamma} - \frac{2\eta L\omega}{\Gamma^2 - \omega^2 LC} \frac{\rho_{10}v_{11}}{v_{10} + v_{11} - \frac{\omega}{\Gamma}}}$$

und

$$\rho_{21} = \frac{-\rho_{20} \rho_{21}}{v_{21} + v_{20} - \frac{\omega}{\Gamma}}$$

Das zweite Potential bzw. die zweite Feldstärke sind

$$V_2 = \frac{-L\omega^2}{\Gamma^2 - LC\omega^2} \frac{-\rho_{20} v_{21}}{v_{21} + v_{20} - \frac{\omega}{\Gamma}}$$

$$E_2 = -\Gamma \frac{\partial V_2}{\partial x} = \frac{\Gamma L \omega^2}{\Gamma^2 - \omega^2 LC} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{-\rho_{20} v_{21}}{v_{21} + v_{20} - \frac{\omega}{\Gamma}} \right)$$

so erhält man E_2 und so weiter. Allgemein

$$\begin{aligned} v_{n+1,1} + v_{n+1,0} - \frac{\omega}{\Gamma} \\ = \sqrt{\left(v_{n0} - \frac{\omega}{\Gamma}\right)^2 + 2\eta \frac{E_0 \sin x}{\Gamma} - \frac{2\eta L \omega^2}{\Gamma^2 - \omega^2 LC} \frac{\rho_{n0} v_{n1}}{v_{n0} + v_{n1} - \frac{\omega}{\Gamma}}} \end{aligned} \quad (3-22)$$

$$\rho_{n1} = \frac{-\rho_{n0} v_{n1}}{v_{n1} + v_{n0} - \frac{\omega}{\Gamma}} \quad (3-23)$$

$$v_n = \frac{L \omega^2}{\Gamma^2 - LC \omega^2} \frac{\rho_{n0} v_{n1}}{v_{n1} + v_{n0} + \frac{\omega}{\Gamma}} \quad (3-24)$$

Wenn für n und $n+1 \infty$ gesetzt werden kann, kann man die wirkliche Feldstärke erhalten.

Zur Vereinfachung der Rechnung und der Betrachtung wird

$$v_{\infty 1} + v_{\infty 0} - \frac{\omega}{\Gamma} \equiv U$$

angenommen.

Dann erhält man aus Gl. (3-22) die Gleichung dritten Grades

$$\begin{aligned} U^3 - \left\{ \left(v_0 - \frac{\omega}{\Gamma}\right)^2 + 2\eta \frac{E_0 \sin x}{\Gamma} - \frac{2\eta L \omega^2 \rho_0}{\Gamma^2 - \omega^2 LC} \right\} U \\ - \frac{2\eta L \omega^2 \rho_0 \left(v_0 - \frac{\omega}{\Gamma}\right)}{\Gamma^2 - \omega^2 LC} = 0 \end{aligned} \quad (3-25)$$

Aus der Berechnung von U ergibt sich das Potential

$$V = \frac{L \omega^2}{\Gamma^2 - \omega^2 LC} \left\{ 1 - \frac{1}{U} \left(v_{01} - \frac{\omega}{\Gamma}\right) \right\} \quad (3-26)$$

E_0 bedeutet die Feldstärke, wenn die Welle das Elektron nicht Bündelt. Überdies ist über einen sehr kleinen Bereich von Z die Amplitude der Welle fast konstant, deshalb kann Γ für eine rein reelle Zahl gehalten werden. Unter diesen beiden Voraussetzungen kann man in die Transformation (3-7) und in die Gl. (3-25) die Piercesche Fortpflanzungs konstante einsetzen, und Gl. (3-25) vereinfacht sich zu Gl. (3-27)

$$U^3 - \frac{L \omega^2 \eta \rho_0 v_0}{\beta_e} = \frac{2\eta E_0}{\beta_e} \cos x U \quad (3-27)$$

Wenn die kennzeichnenden Grössen der Wanderfeldröhre gegeben sind, kann man V mit Gl. (3-26) und (3-27) berechnen.

Man stellt die Beziehung zwischen $E_0 \cos x$ und $1/U$ graphisch durch Kennlinien dar, wobei $(2\gamma/\beta_e) E_0 \cos x$ auf der Abszisse, $1/U$ auf der Ordinate aufgetragen wird. In Abb. 1 sind Γ und K die Konstanten in Pierce's Theorie.

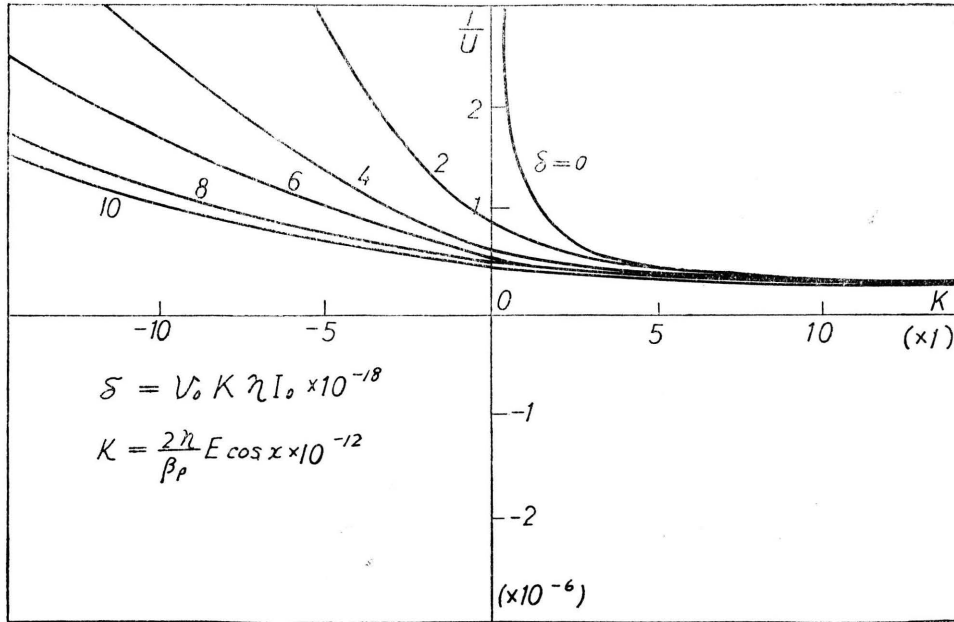


Abb. 1. Hierin bedeuten

$\gamma = e/m = 1.759 \times 10^{11}$
 $L = \beta_e K / \omega$

$\beta_e = \omega / v_0$
 $C = \beta_e / \omega K$

$v_0 = \sqrt{2\gamma V_0}$
 $\delta = v_0 K \gamma I_0 \times 10^{-8}$

I_0 und V_0 sind der Gleichstrom bzw. die Gleichspannung.

IV. Der Versuch

Um die obige Analyse experimentell nachzuprüfen, wurden die zweite, dritte und vierte Harmonische am Ausgang der Wanderfeldröhre gemessen.

Die Hohlraumresonatoren für die Harmonischen wurden an einen Ausgangswellenleiter von geringerer Höhe angeschlossen.

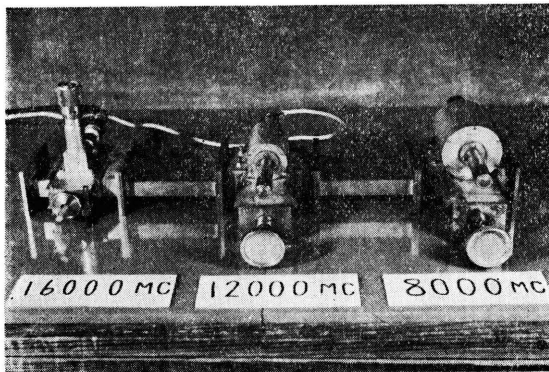


Photo. 1.

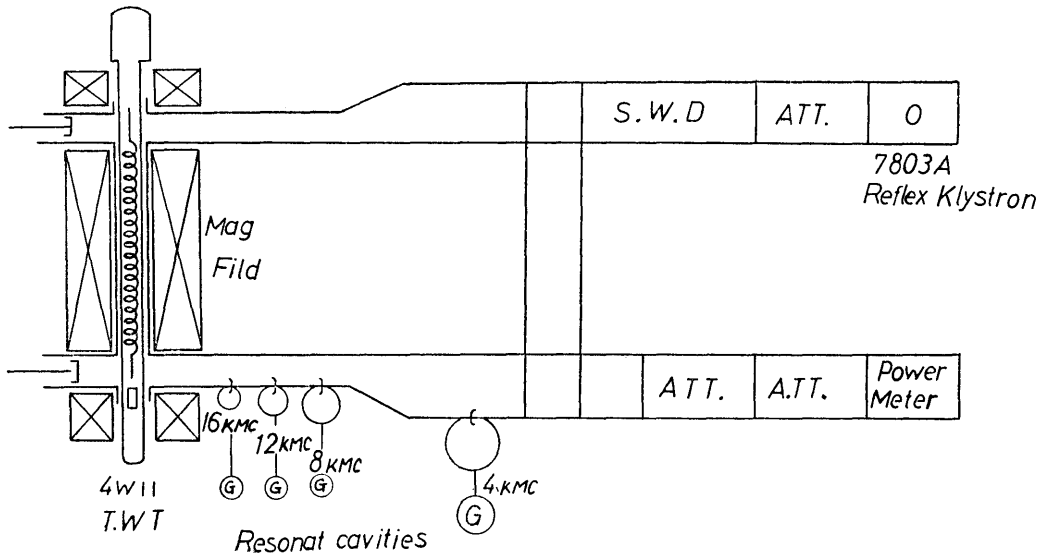


Abb. 2.

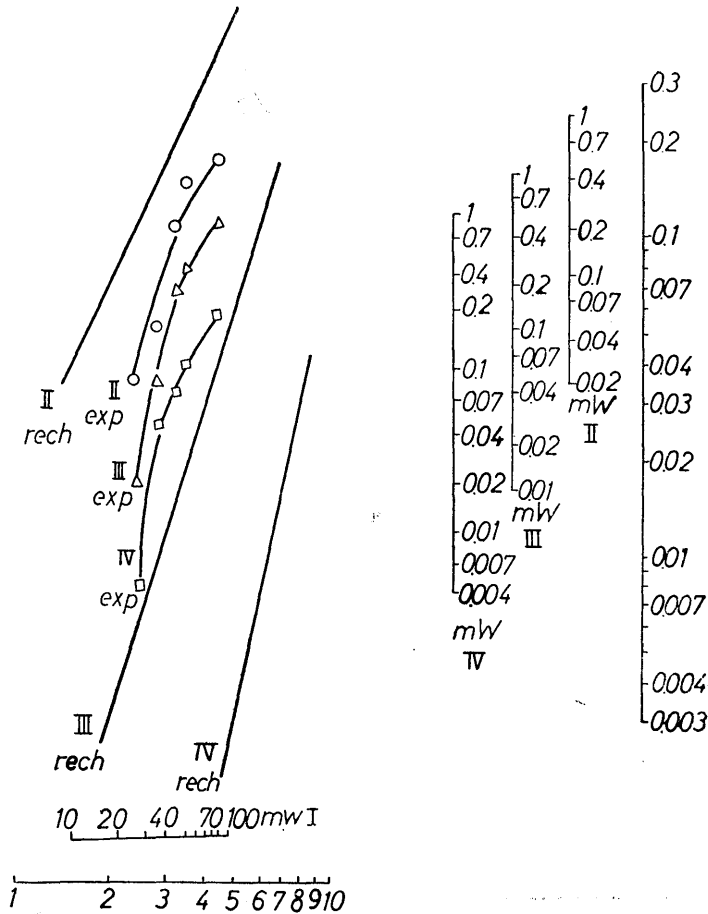


Abb. 3.

Der gleichrichtete Strom des Hohlraumes wurde nach der Leistung der Mikrowellen geeicht. Für die Harmonischen können möglicherweise in dem Ausgangswellenleiter Höhere Wellentypen auftreten ; um dies nachzuprüfen, musste die Feldstärkeverteilung quer zur Wellenleiterachse gemessen werden. Photo 1 zeigt die Hohlräume, und Abb. 2 zeigt den Schaltungsaufbau. In der Abb.3 wird das Resultat des Experiment mit dem Resultat der Rechnung verglichen.

Bei dem Experiment trat folgende Schwierigkeit auf. Die Anpassung der Wanderfeldröhre für die Grundwelle stimmt nicht mit den Anpassungen für die Harmonischen überein.

Ausserdem beeinflusst die Anpassung wiederum den Wellentyp auf der Leitung. Zur Messung der in Abb. 1 aufgetragenen Harmonischen wurde die Anpassung jeweils für die betreffende Harmonische eingestellt.

Für zahlreiche fördernde Hinweise bei der Durchführung der Arbeit bin ich Herrn Prof. H. Nukiyama zu besonderem Dank verpflichtet.