Title	数学への根源的なモチベーションは「美しさ」にあり : 純粋数学を追究することの魅力とは?
Sub Title	
Author	田井中, 麻都佳(Tainaka, Madoka)
Publisher	慶應義塾大学理工学部
Publication year	2016
Jtitle	新版 窮理図解 No.23 (2016. 12) ,p.2- 3
JaLC DOI	
Abstract	
Notes	研究紹介
Genre	Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=KO50001002-00000023-0002

今回登場するのは、
純粋数学の一分野である C* 環論の研究を手がける勝良健史准教授です。

数学への根源的なモチベーションは「美しさ」にあり

純粋数学を追究することの魅力とは？

数ある学問の中でも、数学ほど文明社会の礎として欠かせないものでありながら、その幅広さと奥深さゆえに、一般に理解されにくい学問はないかもしれない。なかでも純粋数学と呼ばれる分野は、実学の対極にあって、専門家以外には見えにくい世界だ。その純粋数学の魅力や取り組み方、自身の研究分野である C* 環論の一端について勝良健史さんに聞いた。

問題を解くだけではない 純粋数学の研究

ときに、「この数百年、未解決だった数学の難問がついに解けた！」などとニュースを賑わせることがある。しかし、その難問がいかにして解かれたかを理解するのは、専門家でも難しいとされ、証明が正しいことを精査するには何年もかかることがあるという。一般にはなかなか理解しにくい純粋数学の世界だが、数学者はどのようにして問題を解いているのだろうか。

「もちろん問題を解くことは純粋数学研究の主流ですが、研究をしていく上で価値のある問題を解くという経験はなかなかできません。まだ人類が誰も解いていない問題は、解く価値がないか、それとも解くのが不可能に近い難しい問題かのどちらかであることが多いですからね。また、解くのが難しいからといって価値があるとは限りません。解いた問題や得た結果の価値は、とても長い年月をかけて多くの科学者によって精査されます。抽象的な純粋数学の結果が、100 年後や 200 年後に思ってもみない具体的な形で応用されるなんていうこともあります。だからこそ、純粋数学の研究者は他人の意見には影響されず、それでいて他人に共感されるような独自の価値観、美的感覚を持つべきだと私は思います」と勝良さんは力説する。

しかし、問題を解くということが困難なら、そもそも数学者たちは何をどのようにして研究を進めているのだろうか。

「純粋数学の研究では、問題を解く、答えを出すということよりも、不思議な現象を見出し、それを理解するという面の方が強いと私は思います。不思議な現象を見出し理解するためには、対象をよく調査し仮説を立てて、さまざまな実験を通して検証する必要があります。このようなアプローチは、理工学の他の分野と似ているのではないでしょうか。ただ、対象が数学的対象と呼ばれる抽象的なものであり、実験にコンピュータを使うことが多いとはいえ、思考実験が中心であるという点は純粋数学の特徴だと思います。

また、どんなに成り立っていそうなことでも、きちんと証明ができなければ結果とは言えないのも数学の別の特徴です。証明すべき現象を発見したのに、それを証明できないときは、予想として発表することも数学の重要な研究成果の 1 つになります。私も世界の数学研究を引っ張るような予想を発表してみたいですね。もちろん、それを証明できればもっといいのですが」。

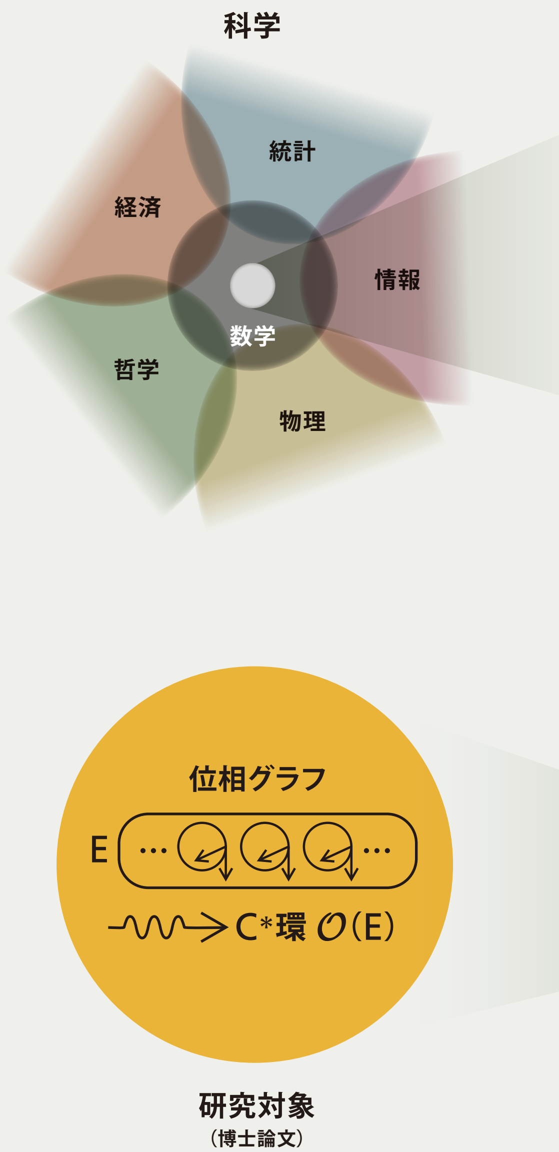


図　勝良さんの博士論文の位置づけと関連領域

勝良さんは、さまざまな分野と関わりのある数学という分野の中でも、「純粋数学」と呼ばれる他の分野とは直接関係のない研究分野に関心を持ちながら、純粋数学の中ではさまざまな分野と関連するところに興味を持っている。博士論文では、作用素環論の中の「C* 環論」と物理学に関連する「力学系」の交わる部分で、新しい視点を提供したが、最近は、哲学に近いといわれる集合論寄りの数学に興味を持っている。

集合が持つ構造に着目し、関係性を調べる

目には見えず手で触ることもできな

い数学的対象をいったいどのようにして調べるのか。キーワードとなるのは集合と構造だと勝良さんは言う。

「最もなじみ深い数学的対象といえば、自然数や整数、実数などの数でしょう。そして、数を調べるときに、1つひとつの数を個別に扱うのではなく、ある性質を満たす数を全部集めたものを調べるという考え方があります。このように、ある数学的対象を集めたものを数学では『集合』と呼びます。例えば、自然数全部の集合は N と表され、無限集合になっています。また、実数全部の集合 R はよく数直線として表現されます。

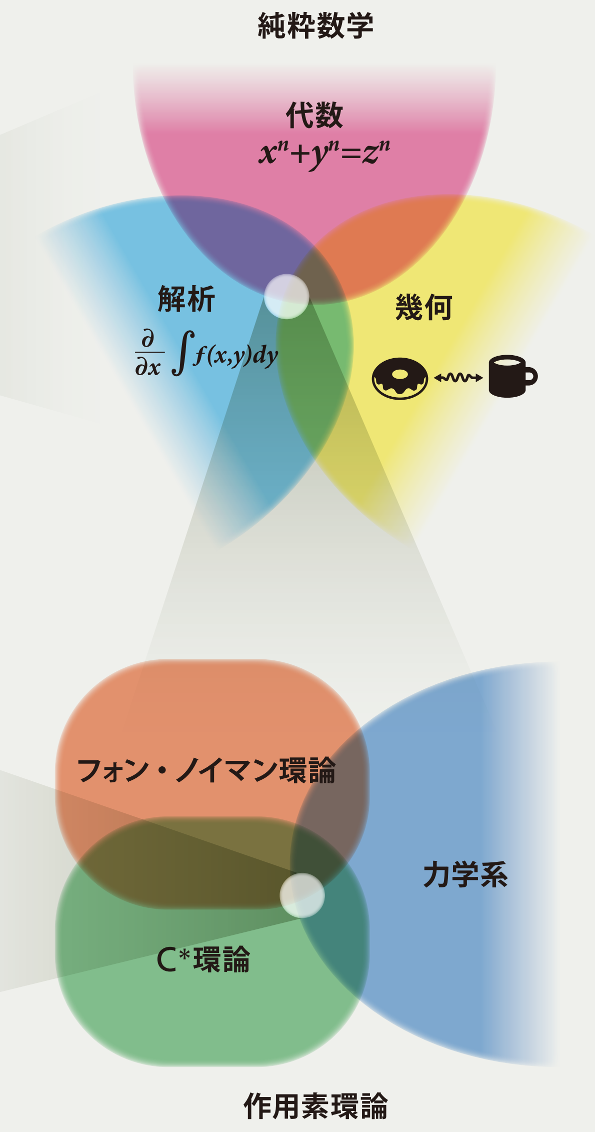
このような数の集合には、自然とさまざまな『構造』が入っています。例えば、実数全部の集合 R の数直線としての表現は、2つの実数の大小という『関係』や2つの実数の間の『距離』などの構造を表現したものと言えます。これらの構造以外にも、数の集合は足し算や掛け算などの『演算』と呼ばれる構造を持ちます」（勝良さん）。

このようなさまざまな種類の構造を、写像（※1）などの集合論の言葉で記述することで、構造そのものを調べることが可能になるのだという。

「ある構造に注目するごとに、その構造を持つ集合というのが数学における研究対象になります。例えば、距離という構造から幾何学の分野の対象である距離空間や位相空間（※2）という概念に行き着くし、足し算や掛け算などの演算という構造から代数学という分野の対象である群や環、体（※3）といった概念に行き着きます。現代の純粋数学の研究では、そういった数学的対象の例を探したり、そのような対象が共通に持つ性質や異なる対象の間の関係を調べたりすることが、よく行われているのです」（勝良さん）。

なかでも、勝良さんがとくに興味を持って研究に取り組んできたのが、異なる構造（環と距離空間など）の間の関係や、複数の構造（群と位相空間など）を同時に備える対象だという。

「私がこれまで研究してきたC* 環（※4）と呼ばれる対象は、先ほど述べた距離空間や環という構造の他に線形空間や「＊」（スター）と呼ばれる構造が定まっていて、これらの構造間に定義されるさまざまな条件（※5）を満たしているもののことです。C* 環は、力学系（※6）や位相空間、体など他の数学的対象と不思議な関わりを持ちながら今でもさかんに研究されている対象です。私はこのC* 環をとても可愛らしいやつだと思っているのですが、そのイメージを短い文章でわかりやすく伝えることはできません。わかりやすい説明には、不正確さや嘘が混じっているものですからね」と、勝良さんは笑う。



境界領域に挑み、新たな数学を切り拓きたい

勝良さんは、抽象化された数学世界を研究することに、どのような意義を見出しているのだろうか。

「一番のモチベーションは、そこに美しさを感じる、ということです。問題に向き合うなかで、ときに本当に美しいと思える真理を見出すことがあります。19世紀に、複素解析学（※7）と呼ばれるとても美しい分野が数学者によって発見されました。この複素解析学が20世紀になって、フォン・ノイマンらによる量子力学の数学を用いた記述においてとても重要な役割を果たし、そしてその成果は半導体を通して現在の社会を支えています。このように、本当に美しい数学というのは、後世に思ってもみない形で応用されることが少なくありません。私も後世に残る成果を残したいですね」と、勝良さんは意気込む。

今後は、C* 環論だけでなく、力学系、整数論、集合論など、さまざまな分野の境界領域に研究対象を広げ、未解明な数学の新たな領域を切り拓いていきたいと展望を語った。

（取材・構成　田井中麻都佳）

※1 写像とは、ある集合の元の1つひとつに対して、またある集合の元に対応させる規則のこと。例えば、足し算は、数の2つ組全体の集合から、その和を対応させる写像として記述できる。
※2 位相はトポロジー（topology）の訳。波などに関係する位相は phase の訳でまったく別の概念。
※3 大ざっぱに言うと、足し算の構造を持つものが群（ぐん）、足し算と掛け算の構造を持つものが環（かん）、さらに割り算を考えられるのが体（たい）である。
※4 C* 環（シースターかん）は、作用素環と呼ばれるものの1つ。もう1つは、作用素環の生みの親フォン・ノイマン（John von Neumann、1903～1957年）の名を冠したフォン・ノイマン環。作用素環論は量子力学を数学的に定式化する目的で20世紀に生み出された。作用素とは無限行列のようなものであり、作用素環は作用素を集めた環である。
※5 さまざまな条件の中で ||T*T||=||T||2 という条件は C * 条件と呼ばれ、C* 環を作用素環たらしめる不思議で重要な条件だ。
※6 力学系とは、状態の時間発展を記述するもので、作用素環と同じく物理から誕生した数学の分野である。
※7 複素解析とは、高校で習う微分積分において実数を複素数に置き換えたようなもの。