

Title	ORで最適な答えを導き出す：実社会の難問に数学で挑戦
Sub Title	
Author	田井中, 麻都佳(Tainaka, Madoka)
Publisher	慶應義塾大学工学部
Publication year	2009
Jtitle	新版 窮理図解 No.2 (2009.) ,p.2- 3
JaLC DOI	
Abstract	
Notes	研究紹介
Genre	Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=KO50001002-00000002-0002

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the KeiO Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

ORで 最適な答えを 導き出す

実社会の難問に数学で挑戦

首都圏でJRや私鉄、地下鉄を乗り継いで目的地まで行こうとすると、いくつものルートが思い浮かび、選択に迷う。そんなとき役立つのが、携帯電話やPCから利用できる「乗り換え案内」サイトだ。いくつもあるルートの中から、最短・最安のルートを瞬時に導き出してくれるこの便利なツールには、じつは、オペレーションズ・リサーチ（OR）と呼ばれる応用数学の研究結果が活用されている。実社会と密接に結びつくOR、そして武田さんの専門である最適化法とはどのような学問なのだろうか。

オペレーションズ・リサーチとは？

「オペレーションズ・リサーチ（OR）」というのは、実世界の解決すべきいろいろな問題に対して、数学的・統計的モデル、アルゴリズムの利用などによって、解決案を見つける科学的技法です。とくに私は最適化法といって、解決したい現実の問題を最適化問題と呼ばれる形にモデル化した上で、

そのモデルに対する答えを求めるための計算方法の研究に携わっています。「最適化」の考え方はさまざまな応用研究分野と関係していて、たとえば、企業経営、金融、バイオインフォマティクス、制御分野などでも使われているんですよ」と

言うのは、慶應義塾大学理工学部管理工学科の武田朗子専任講師だ。

そもそもORは、第二次世界大戦で始まった学問である（8ページのコラムを参照）。戦後は計算機の開発・進展とともに発展し、

現在では、実社会の難問を定量的に解くためのツールとして利用されている。

「たとえば、病院や銀行の窓口をどれくらい設けたらいいかとか、窓口の数が決まっていれば、平均待ち時間はどれくらいになるか、といったことも算出できます。余談ですが、鳩山由紀夫首相のご専門もORで、その博士論文のテーマは『待ち行列理論を用いた機械の保守モデル』でした。つまり、機械の保守・修繕をどれくらいの時点でやればいいのかを算出する手法について研究されていたのです」。

さまざまな分野で 応用される最適化法

博士課程を修了したのち、いったん電機メーカーに就職した武田さんが担当していたのは、ある電力会社の発電計画だ。これは、石炭、石油、天然ガスという3つの違う燃料を用いて稼働する発電機を、電力需要を満たしながら、コストが最小になるように、それぞれの発電出力を決めるというもの。為替に連動して燃料の価格が変動するだけに、将来を見越して答えを導き出さなければならない難問だ。

「停電は許されませんから、需要を満たすことは絶対であり、一方で、燃料価格の変動を想定して、コストも抑えなければなりません。もっとも、予測不可能なほどの急激な価格変動まで想定していたら問題を解くことはできませんから、状況に応じて、解けるように条件の範囲を決めることが求められます」。

バイオインフォマティクス分野
医療診断

制御分野
タワークレーンの振動抑制

数学分野
連立方程式を満たす解の列挙

$$xy = 1$$

$$xy^2 + y^2 + x = 1$$

電力分野
最適発電計画

金融分野
最適資産配分

最適化問題

最小化： $f(x)$
条件： $g_1(x) \geq 0$
 $g_2(x) \geq 0$
.....

じつは、この問題に限らず、実際に解いてみると、現場で経験的に行われていることと、だいたい似たような答えが導き出される場合がほとんどです。ただ、最適化法を使えば、勘や経験に頼るのではなく定量的に答えを導き出すことができるので、社内でコンセンサスを得るとか、クライアントを納得させるための材料として使うことができます。最近では、経営判断を裏付ける定量的な材料の1つとして、最適化の手法が使われています。

そのほかにも、たとえば、株や債券といったさまざまな金融商品を組み合わせたポートフォリオを検討する場面でも最適化法が役立つ。期待するリターン（利益）を想定しつつ、一方で、リスクを最小限に抑えるために、景気に連動して値動きしやすい銘柄と景気に左右されにくい銘柄を組み合わせるなど、最適な資産の組み入れ比率を決める際に、最適化法の活用が有効なのだ。

ちなみに、ポートフォリオ選択理論を提唱したハリー・マーコビッツ博士は、「平均・分散モデル」と呼ばれるポートフォリオ最適化問題を提案した功績により、ノーベル経済学賞を受賞している。

期待されるロバスト最適化法

一方、リーマンショックで見られたような株価や為替の大きな変動がある、変動前に株価・為替収益率を予想して低リスク・高リターンになるように組んでいたポートフォリオが現状に合わないものとなり、大きな不利益を被ってしまう点が、最適化法の課題でもある。低リスク・高リターンのポートフォリオを求めするために最適化問題をつくるのだが、収益率などのデータを予測して1つに決めなければならないとなると、実社会に役立てることが難しくなってしまう。

前述した電力会社の発電機の例にしても、燃料の価格変動をどう予測するかによって、答えが大きく変わってくる。従来は、不確定要素である燃料の価格を1つに予想して問題をつくり、答え（どの燃料を使った発電機を動かすか）を導き出してきたが、その予想が外れると、答

Q 手持ちの資金を複数の銘柄の株式に投資したい。1年後の収益を大きくするためには、各株式をどれ位購入したらよいか。

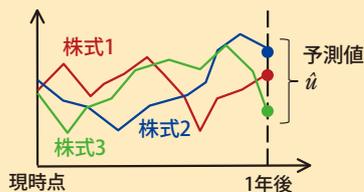
従来法

予測状況下での利益最大の投資比率を求める

$$\max_{x \in X} f(x, \hat{u})$$

↑
利益率を予測して1つに決める

予測が外れると大きな痛手を被るかも!?



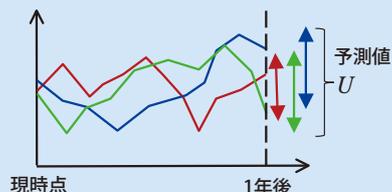
ロバスト最適化法

最悪状況下での利益最大の投資比率を求める

$$\max_{x \in X} \min_{u \in U} f(x, u)$$

↑
想定する利益率の中で最悪な状況を考慮

想定範囲内の利益率変動では大損しない!



えの信頼性が失われてしまうのだ。そうしたなか、1998年にアメリカの研究者ベンタル（Aharon Ben-Tal）とネミロフスキー（Arkadi Nemirovski）によって提案されたのが、最適化問題に将来の予測値といった不確実なデータが含まれている場合には、データを1つに決めてしまわずに取りうる範囲を与えて、その範囲内での最悪状況を想定した上で最もよい答えを導き出すという、「ロバスト最適化法」である。

「ロバスト（robust）というのは、強いか頑健な、という意味の言葉ですが、要するに変動に強い答えを導き出すための手法です。たとえば、先の発電機の例では、燃料の価格や電力需要の数値に幅をもたせて計算することで、最悪のケースまで想定できるようになります。そうすると、より現実に即した意思決定に役立てることができるのです」。

このロバスト最適化法は、ほかにも、タワークレーンでモノをつり上げる際の最適化などにも役立てられる。モノの重さやクレーンのロープの長さ、腕の角度に加え、不確実な外力である風力に幅をもたせて最適化するのだ。安全という絶対条件を満たしつつ、効率化を最大限に行うことができるツールとして、期待が寄せられているのである。

「ロバスト最適化法を用いると、複雑

な構造をした最適化問題を解く必要があるのですが、多くの場合には、難しすぎて簡単には答えを得ることができません。そこで現在は、「こんな条件を満たしたロバスト最適化問題だったら、このようにすれば簡単な問題に変形できて解けますよ」といった研究が進められているのです。どのような条件を満たせば簡単な問題に変形できるのか、あるいは、簡単な問題に変形できなければ、とりあえず“最もいい”答えを求めるとは諦めて、“それなりにいい”答えを求めるといって、どういう計算方法を取ればいいのか、といったことを考えていくのです。

解決すべき課題はたくさんありますが、課題を理論的に解決するとともに、色々な分野の研究者と手を組んで応用範囲を広げ、実社会に役立てていきたいと思っています。ちょうどいまも、金融関連の論文と同時に、バイオインフォマティクス関連の機械学習について、ロバスト最適化法を適用した論文を書いているところなんですよ」。

数学理論の研究を手がけつつも、武田さんのまなざしは常に実社会に向けられている。ORにはまだまだ計り知れない可能性があること、そして社会の裏方として欠かせない存在であることを、武田さんの研究からうかがい知ることができた。 (取材・構成 田井中麻都佳)