博士論文 2022 年度

数学的問題解決における
情意の機能に関する実証的研究

慶應義塾大学大学院社会学研究科

清水　優菜

目次

第１部

理論的検討

第1章 数学的問題解決に関する基礎的考察

1.1. 数学を学習することの意義

「なぜ学校では，数学を学習するのか？」，我が国の教育の内容・教科として算数・数学（以下，数学）[1]が組み込まれて以来，多くの人々がこの疑問を抱いてきたものだろう．この疑問に対して，答えに窮する者もいれば，「昔の偉い人がそう決めたから」「そういう制度だから」という陳腐な答えを提示する者もいるだろう．以下では，数学の本質と数学教育の目標から，数学を学習することの意義に迫りたい．

第 1 に，数学の本質についてである．数学の本質は研究者により様々なものが提示されてきた（e.g., Bishop, 1988; 中島, 1982; Tall, 2013）が，「論理性」「抽象性」「形式性」の 3 要素は概ね共通している．論理性とは，帰納や類推により得られた数や図形などに関する事実であっても，論拠を明示し，演繹的な推論によって証明しようとする性質である．抽象性とは，数や図形などに関する特定の概念から，共通する性質を抜き出し，それを一般的な概念として捉えようとする性質である．形式性とは，数や図形などに関する概念や思考を記号によって表現しようとする性質である．これら「論理性」「抽象性」「形式性」という本質が，数学を自然や社会を記述する「普遍的な構造の学」（科学技術の智プロジェクト, 2008）たらしめる所以であろう．

第 2 に，数学教育の目標についてである．数学教育の目標として，学習指導要領で明示された数学科の目標が一般的である．そこで，学習指導要領における中学校と高等学校の数学科の目標を確認する．

『中学校学習指導要領（平成 29 年告示）解説 数学編』（文部科学省, 2017a）では，中学校における数学科の目標として次のものが示されている．

> 数学的な見方・考え方を働かせ，数学的活動を通して，数学的に考える資質・能力を次のとおり育成することを目指す．
>
> ① 数量や図形などについての基礎的な概念や原理・法則などを理解するとともに，事象を数学化したり，数学的に解釈したり，数学的に表現・処理したりする技能を身に付けるようにする．
>
> ② 数学を活用して事象を論理的に考察する力，数量や図形などの性質を見いだし統合的・発展的に考察する力，数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表現する力を養う．
>
> ③ 数学的活動の楽しさや数学のよさを実感して粘り強く考え，数学を生活や学習に生かそうとする態度，問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとする態度を養う．

また，『高等学校学習指導要領（平成 30 年告示）解説 理数編』（文部科学省, 2018）では，高校における数学科の目標として次のものが示されている．

[1] 日本の学校教育における「算数（arithmetic）」と「数学（mathematics）」には，数学の本質である「論理性」「抽象性」「形式性」の程度に差はあるが（e.g., 岡本ほか, 2018），算数と数学は接続した教科であり，かつどちらとも親学問は「数学」である．そこで，本研究では，算数と数学を区別せず，「数学」という用語を統一して使用する．

数学的な見方・考え方を働かせ，数学的活動を通して，数学的に考える資質・能力を次のとおり育成することを目指す.

① 数学における基本的な概念や原理・法則を体系的に理解するとともに，事象を数学化したり，数学的に解釈したり，数学的に表現・処理したりする技能を身に付けるようにする.

② 数学を活用して事象を論理的に考察する力, 事象の本質や他の事象との関係を認識し統合的・発展的に考察する力，数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表現する力を養う.

③ 数学のよさを認識し積極的に数学を活用しようとする態度，粘り強く考え数学的論拠に基づいて判断しようとする態度，問題解決の過程を振り返って考察を深めたり，評価・改善したりしようとする態度や創造性の基礎を養う.

中学校と高校の両方において，数学科の目標①から③を概ね同様のものを捉えると，①は数学の内容の「知識及び技能」に関する事項，②は数学を用いた「思考力，判断力，表現力等」に関する事項，③は数学やその思考を様々な場面で活用しようとする「学びに向かう力，人間性等」に関する事項を表している．この数学科の目標は,「知識及び技能」「思考力，判断力，表現力等」「学びに向かう力，人間性等」という汎用的な資質・能力の獲得という観点から，数学教育の担う役割を整理したものである（文部科学省, 2017a, 2018）．それゆえ，これらの目標は，必ずしも数学の本質や対象に基づくものではないとの批判がある（黒田, 2022）.

では，数学教育研究において，数学教育の目標はどのように捉えられてきたのであろうか．研究者により様々な目的[2]が提示されてきた（e.g., 中島, 1982; Niss, 1996; 塩野, 1932; 横地, 1990）が，ここでは，目的を網羅的に提示した中原忠男（1995）の見解を取り上げる．中原（1995）は,「陶冶的目的」「実用的目的」「文化的目的」という教育の目的から，戦後 50 年の数学教育を振り返り，これまでの数学教育の目的を次のように整理した.

① 陶冶的目的：人間形成，時間の陶冶，価値観・態度・能力の育成などに関わる目的
  (A) 人格・価値観・態度などの育成
    a 真理，正義を重んじる人間の育成
    b 合理性，客観性を重んじる人間の育成
    c 自主性，計画性を重んじる人間の育成
    d 論理・形式などの美による美的情操の育成
  (B) 思考力・表現力・判断力などの育成
    a 論理的な思考力・判断力の育成
    b 抽象的な思考力・判断力の育成
    c 記号的・図的な思考力・判断力の育成
    d 一般性・創造性に富む思考力の育成
② 実用的目的：日常生活や職業などに必要・有効な知識・技能等の獲得に関わる目的
  (A) 日常生活に役立つ知識・技能を身につける.
  (B) 職業に役立つ知識・技能を身につける.
  (C) より進んだ数学，他教科の理解に役立つ知識・技能を身につける.
  (D) 試験に役立つ知識・技能を身につける.

[2] 辞書的定義に基づけば，目標も目的も実現を目指す事柄やねらいを意味する語であるが，目的の方が目標よりも抽象的かつ長期的なものである.

(E) コミュニケーションに役立つ知識・技能を身につける．

③ 文化的目的：人類が築いてきた文化を継承したり，発展させたりすることに関わる目的

(A) 算数・数学という文化を享受する．

(B) 算数・数学という文化を継承し，発展させる．

(C) 教養として算数・数学を身につける．

そして，中原（1995）は，上記の目的それぞれについて批判的に検討し，これからの数学教育の目的として「自律性の育成」「数理認識能力の育成」「算数・数学という文化の享受」を提起した．

① 自律性の育成：「自分で自分を支配する―自分で考え，それに基づいて自分で判断し，行動する―」ために，「子どもは，数学的知識を感覚や伝達を通してではなく自らの主体的な構成によって獲得する」という数学的認識論に基づいて，数学教育を展開する．

② 数理認識能力の育成：日常の事象や自然現象，社会現象などを数理的に把握し，解明し，表現する能力を育成する．

③ 算数・数学という文化の享受：数学は論理的で，自由で，しかも，美しい文化であることを分かち伝え，それを楽しみ味わうことができるようにする．

中原（1995）の見解のように，数学教育研究における数学教育の目標は，数学の本質に軸足を置きつつ，これまでの歴史からこれからの子どもの生き方をも含めたより広範的なものとなっている．つまり，数学教育研究における数学教育の目標は，学習指導要領で示された目標を包摂しつつ，より柔軟的かつ長期的視野に基づくものである．

数学の本質と数学教育の目標を踏まえると，我々が数学を学習する理由は「昔の偉い人がそう決めたから」「そういう制度だから」というものではなく，「自律性の育成」「数理認識能力の育成」「算数・数学という文化の享受」など，実に多種多様である．この多種多様さこそ，数学を学習することの意義を示すものであり，古今東西の教育における主たる内容として，数学が扱われてきた所以であるだろう．

1.2. 数学的問題解決の概念規定

前節で論じたように，数学を学習することは我々にとって極めて重要な営為である．そのため，数学学習に焦点を当てた研究は数学教育のみならず，心理学や社会学などにおいても数多く行われてきた．その中で，とりわけ注目を集めてきたトピックの 1 つとして，「数学的問題解決（mathematical problem solving）」があげられる（Weber & Leikin, 2016）．

数学的問題解決が注目を集めてきた主たる背景として，次の 3 点が挙げられる．その 1 に，数学の教授・学習は問題解決の連続である（片桐, 1988a）ため，数学的問題解決の過程と要因を解明することができれば，数学の教授・学習を改善することができるからである．その 2 に，古代より，幾多の数学徒と数学者が「角の三等分問題」や「フェルマーの最終定理」の証明などに取り組んできたように，数学の中心的な活動は問題解決である（Halmos, 1980）ためである．その 3 に，数学的問題解決をできることは，学業成績（Siegler et al., 2012）や職業選択（Wang et al., 2015），リスク理解と意思決定（Reyna et al., 2009）などの将来的なアウトカムを予測する因子であること

が実証されてきたからである．

ただし，数学的問題解決は様々な学問領域において注目を集めてきたものの，多種多様な解釈がされてきた概念である（飯田, 1990; Polya, 1962; Schoenfeld, 1992）ため，その研究にあたっては，概念を規定しなければならない．そこで，以下では代表的な先行研究に基づき，数学的問題解決の概念規定を行う．

1.2.1. 数学的問題解決の定義

我が国における代表的な数学教育研究においては，「数学的に仕上げられた問題を既有の知識を活用することにより解決すること」（清水, 1996a, 1996b），「数学的に仕上げられたノンルーチンな問題を既有の知識・技能，ストラテジー，メタ認知などを活用することによって数学的に解決すること」（加藤, 1999），「教師から与えられた，あるいは児童が自ら作った問題を，既習事項を活用したり，それらをもとに新たなものを生み出したりすることによって解決するプロセス」（石田, 2008）を数学的問題解決の定義としている．しかし，これらの定義は「問題を解決すること」とトートロジーであり，そもそも「問題」や「問題解決」が何を意味するかを明示していない．そこで，代表的な先行研究を整理し，「問題」「数学的問題」「数学的問題解決」の順に概念を規定する．

1.2.1.1. 問題の定義

先行研究における代表的な問題の定義を**表 1-1** に記した．多くの定義において，問題は理想と現実にギャップがあるもの，すなわち解法や答えが未知なものであることを含意している．例えば，Duncker（1945）は「人間が目標を持ちながら，その目標に到達する方法を知らないときに生じる」もの，平嶋（2005）は「前提情報（既知）＋ 結論情報（未知）」を問題と定義している．

しかし，解法や答えが未知であるかは解決者の知識や経験に依存する（Mayer, 1985）ため，問題の定義を「解法や答えが未知のもの」としてしまうと，問題を一意に定めることが難しい．例を示せば，一位数のたし算 8+6 について，8+6=14 になる事実や計算の方法を習得していない場合には問題となるが，そうではない場合には問題とならない（Mayer, 1985）．

この点に関して，Son（2005）による問題の定義，すなわち「数学的な問題や問題の構成要素のうち，解法や答えが提示されていないもの」は示唆的である．解法や答えが「未知なもの」ではなく「提示されていないもの」とすることで，解法や答えが提示されていなければ，解決者の知識や経験にかかわらず，問題として扱うこと，つまり問題を一意に定めることができる．先の例では，一位数のたし算 8+6 は，答えである 14 が提示されていないため，常に問題として考えることができる．そこで，本研究では，問題を「解法や答えが提示されていないもの」と規定する．

また，「解法や答えが未知のもの」に加えて，「解決には多くの思考と時間が必要であり，困難を伴うもの」を含む定義が散見される．例を示せば，Schoenfeld（1985）は「解決しようとしている個人にとって難しい課題」，Zeitz（2007）は「正しい解法を見つけるまでに，深い考えと多くの時間を必要とする」ものと問題を定義している[3]．

ただし，「解決には多くの思考と時間が必要であり，困難を伴うもの」を問題の定義に含むことは，以下 2 点の懸念を孕んでいる．その 1 に，解決に費やす思考や時間，困難を伴うかには個人差がある（Polya, 1962; Schoenfeld, 1985）ため，これを定義に含めると問題を一意に定めることが

[3] 同時に，Zeitz（2007）は，「どのように解いたらよいか，すぐにわかる質問」を「練習（exercise）」と定義する．

表 1-1 代表的な先行研究における問題解決の定義

研究者	定義
Duncker（1945）	問題は，人間が目標を持ちながら，その目標に到達する方法を知らないときに生じる．
Polya（1962）	問題を持つということは，はっきりと考えられてはいるが，すぐには達成できない目的を達成する適切な方策を，意識的に探求すること．
石田（1983）	次の①から④の条件を満たすもの．①問題としての意識をもち，それを解決することに興味や関心を持っている．②問題を解決する試みが障害物によって妨害され，型通りの行動パターンではそれを取り去ることができない．③その障害や既習事項を活用することによって取り去ることができる．④その障害を取り去り問題を解決するために熟考する．
Mayer（1985）	与えられた状況に直面し，別の状況を望むが，目標を達成する方法が自明ではない場合，問題が生じる．
Schoenfeld（1985）	問題は，解決しようとしている個人にとって難しい課題のことである．
Krulik & Rudnick（1988）	解決するために思考と既有知識の統合を必要とする状況．
平嶋（2005）	問題 ＝ 前提情報（既知）＋ 結論情報（未知）
Son（2005）	問題とは，数学的な問題や問題の構成要素のうち，解法や答えが提示されていないもの．
Zeitz（2007）	正しい解法を見つけるまでに，深い考えと多くの時間を必要とする．

難しくなる．その 2 に，「解決に多くの思考と時間を必要としないもの」「以前に学習した知識やアルゴリズムを適用すれば容易に解決できるもの」を問題から捨象するため，いわゆる数学の「基礎・基本（basics）」[4]を軽視することに繋がりかねない．

これらの懸念を踏まえれば，問題を「解法や答えが未知のもの」かつ「解決には多くの思考と時間が必要であり，困難を伴うもの」と限定的に捉える必要はないだろう．むしろ，「解法や答えが提示されていないもの」と問題を規定し，以前に学習した知識やアルゴリズムを適用すれば容易に解決できるものも含めて，包括的に検討することが望ましいだろう．そこで，本研究では，「解決には多くの思考と時間が必要であり，困難を伴うもの」を問題の定義に含めない．

なお，数学的問題解決において焦点を当てる問題は，解決のための手段が明白である「良定義問題」とそうではない「悪定義問題」（Newell & Simon, 1972），「文章題」「計算問題」「図形問題」（岡本, 2008）などいくつかに分類されることがある．これらの分類は問題の特徴を表すものであり，「課題変数（task variable）」という名の下で，1960 年代より数学的問題解決の規定要因として研究が進められてきた（レビューとして，Goldin & McClintock, 1979）．課題変数の詳細については，後述する．

また，先行研究では，「問題」と「課題」を区別することがある（平岡, 1985; 古藤, 1985a）．例えば，古藤（1985a）は，課題を「教師の側から子どもに提示したテーマ」，問題を「その課題を

[4] 数学における基礎・基本は多様な考え方があり，統一した定義・見解は存在しない（重松, 2000）．定義の一例として，植阪ほか（2014）は「数学科の学習指導要領に準拠して作成された教科書において，解説が加えられている事項」を数学における基礎・基本と定義している．

ひとりひとりの子どもが真に自分自身に問われたものとして受け止め，解決の必要性を自覚したときの問い」と区別した上で，教師側から一方的に提示された課題は必ずしも子どもにとって「問題」ではないと指摘した．平岡（1985）は，古藤（1985a）と同様に「問題」と「課題」を区別した上で,「課題というか問題というかなどの用語にとらわれることは本質的ではない」と主張した．本研究では，平岡（1985）の主張に基づき,「課題」と「問題」という用語を特に区別していない．

1.2.1.2. 数学的問題の定義

問題が「数学的問題」であるためには，解法や答えを求めるために，数学の知識を必要とするものでなければならない（Kilpatrick, 1985; 岡本, 2008）．そこで，本研究では，数学的問題を「提示されていない解法や答えを求めるために，数学の知識を必要とするもの」と規定する．

この定義において，数学が対象とする内容を規定する必要がある．教育（学）者のみならず，数学者や科学者を交えた科学技術の智プロジェクト（2008）は，数学の主要な内容を代数学に対応する「数」，幾何学に対応する「図形」，解析学に対応する「変化と関係」，確率・統計学に対応する「データと確からしさ」の 4 つに整理した．この 4 つは，我が国の数学教育の内容 4 領域「A 数と式」,「B 図形」,「C 測定／変化と関係／関数」,「D データの活用」（文部科学省, 2017a, 2017b）に対応するものであるため，中学校までの数学の内容を包含するものである．また，高校数学の内容については,「集合と論理」（集合論）と「離散数学」以外を包含するものである．よって，我が国の高校数学の内容までを網羅的に捉えるには,「代数」「幾何」「解析」「確率・統計」「集合論」「離散数学」を内容として設定する必要がある[5].

1.2.1.3. 数学的問題解決の定義

上述した数学的問題の概念規定に基づけば，数学的問題解決は「数学の知識を用いて，提示されていない解法や答えを求めること」と規定できる[6]．この定義は，先行研究の定義（加藤, 1999; 石田, 2008; 清水, 1996a, 1996b）の課題であった「トートロジー」を克服するとともに，先行研究が焦点を当ててきた「数学的問題解決」を包括的に扱うことができる．

ただし，この定義に基づけば,「数学の知識」を用いて解法や答えを求めていれば，数学的問題解決と定位されることに留意する必要がある．例えば,「$10^a = 4$のとき，10^{1+2a}の値を求めよ」という指数関数，いわゆる純粋な数学の問題だけではなく,「A 駅から B 駅までの最短移動時間を求めよ」という日常的な問題も数学的問題解決の範疇となる．それゆえ，本研究における数学的問題解決の定義に基づく場合には，どのような問題に焦点を当てたのか，その特徴，すなわち課題変数を詳細に報告することが求められる．

そして，この定義に基づけば，数学的問題解決であるためには,「数学の知識」を使用するものでなければならない．そこで，以下では「数学の知識」とはどのようなものか整理する．

1.2.2. 数学の知識

そもそも，知識とは「人間が学習や経験によって内的に蓄積してきた情報の集合体」のことで

[5] ベクトルが幾何学と解析学の内容を含む（熊倉, 2005）ように，ある内容が複数のカテゴリーを跨ぐことが想定される．
[6] 心理学において，問題解決とは初期状態から何らかの操作子を用いて，目標状態へ移行することである（鈴木, 2021）．本研究における数学的問題解決の定義は，操作子として数学の知識を使用することを前提とした「問題解決」と考えることができよう．

あり，「新たな学習や経験のために利用するリソース」として機能する（邑本, 2021）．それゆえ，我が国の高校数学の内容までに焦点を当てる場合，数学の知識は「代数」「幾何」「解析」「確率・統計」「集合論」「離散数学」に関する情報の集合体と定義する必要がある．

数学の知識には，いくつかの分類があるが，代表的なものとして，「概念的知識（conceptual knowledge）」と「手続き的知識（procedural knowledge）」がある[7]．以下では，それぞれがどのような知識であるかを概観する．

1.2.2.1.　概念的知識

概念的知識とは，数学の事実や公式，定義，概念間の関係性，問題の構造や種類に関する知識と定義される（Baroody et al., 2007）．例えば，「10 以下の素数は 2，3，5，7 である」という個別具体的な事実,「m，nを正の整数とするとき，$a^m \times a^n = a^{m+n}$」という一般抽象的な事象（公式），「二等辺三角形とは 2 辺が等しい三角形のことである」という定義,「正三角形は二等辺三角形に含まれる」という概念間の関係性などが概念的知識に相当する．概念的知識は，心理学における「宣言的知識（declarative knowledge）」に対応するものあり，「Knowing that〜（〜について知ること）」という知識と考えることができる（多鹿, 1996）．

また, 概念的知識には, 問題の構造や種類に関する知識, いわゆる「スキーマ知識」(岡本, 1999) が含まれる (坂本, 1995)．スキーマ知識は, 焦点を当てる数学の内容や問題の形式などに応じて, 様々なものがある（多鹿, 1996）．一例として，加減の文章題は,「変化（量の増加や減少を記述したもの)」,「等価（一方への変化を記述したもの)」,「合併（全体の量は変化しない 2 つの量の関係を記述したもの)」「比較（変化しないが差を明確しなければならない 2 つの量の関係を記述したもの)」の 4 種類に分けられる（多鹿, 1996）．例えば，文章題「A さんはみかんを 3 個持っています．B さんが A さんにみかんを 2 個あげました．A さんはみかんを何個もっていますか」においては,「結果量が未知の「変化」の問題」に関するスキーマ知識が正しいものとなる．

数学の知識研究では，概念的知識の定義に「他の概念との関係が豊富であること」を組み込むことが多い（Crooks & Alibali, 2014）．つまり,「2 次方程式の解の公式」という概念を平方根や因数分解，2 次関数などと結び付けられている場合に，概念的知識を有すると考えるのである．

しかし，概念的知識の定義として，他の概念との関係が豊富であることを組み込むことには，批判がある．なぜなら，他の概念との関係が豊富であることは，知識の種類ではなく「構造」という質的側面（de Jong & Ferguson-Hessler, 1996）を問うからである（Star, 2005）．心理学研究において，概念的知識に対応する宣言的知識は，必ずしも関係性が豊富ではないことが示されていることからも，他の概念との関係性の有無に概念的知識の定義を求めるべきではないと批判されているのである（Star, 2005）．

1.2.2.2.　手続き的知識

手続き的知識とは，数学的問題解決のための規則や方法に関する知識と定義される（Baroody et al., 2007）．数学教育研究と心理学研究の両方において，手続き的知識は「方法を知ることに関する知識」，すなわち「Knowing how〜（〜の仕方を知る)」という知識とみなされる（多鹿・堀田, 2022）．ただし，心理学における手続き的知識は潜在的知識であり，言語化できない（Anderson,

---

[7] 概念的知識と手続き的知識という二分法は実証研究の結果ではなく，数学の教授・学習における指針としての有益性に基づくものとの指摘がある（Rittle-Johnson & Schneider, 2015）．一部の実証研究では，数学の知識が概念的知識と手続き的知識には弁別されないことが示されている（Schneider & Stern, 2010）．

1993）のに対し，数学における手続き的知識は顕在的知識であり，言語化できる（Star & Newton, 2009）点に相違がある．この相違は，数学における手続き的知識は，常に自動化されたものではないことを意味している．

手続き的知識には，「問題解決方略」と「アルゴリズム」に関する知識が含まれる（Baroody et al., 2007）.

問題解決方略[8]とは, 解を得ることを保証しないものの, 問題解決の指針となる技術（technique）と定義される（Gick, 1986）．問題解決方略には，数学に固有なものと数学以外においても使用される一般的なものに大別される．例えば,「5＋6」という問題について,「すべて数える」「小さい方から数える」は数学に固有な問題解決方略（Gilmore et al., 2018），「図を描く」は一般的な問題解決方略（Polya, 1945）となる．当然，数学の知識となるのは，数学に固有な問題解決方略に関する知識である.

アルゴリズムとは,「ある問題の集合に対して，その集合に属するすべての問題を一意的な解決過程に基づき一意的に解決できるような有限回の細分化されたステップからなる手続」（清水, 1996a）と定義される．アルゴリズムは「一般性」「一意性」「有限性」の 3 条件を満たすものであり（石谷, 1970），機械的に実行することで解を求めることができるものである．例えば,「$a(x-1)^3+b(x-1)^2+c(x-1)+d=x^3+x$ がx についての恒等式となるように，定数 a,b,c,d の値を定めよ」という問題について，連立方程式を解決できる場合には，次の 4 段階がアルゴリズムとなる.

(1) $x=0,-1,1,2$ を代入し，整理した式を①～④とする.
(2) 連立方程式①～④を解く.
(3) 2 の解が求めるa,b,c,d の値である.
(4) 終わり.

1.3. 数学的問題解決研究の枠組み

数学的問題解決は，海外において Berglund-Gray & Young（1940）や Polya（1945）など，我が国において中野・淵上（1952）や四方（1957）など，今から 70 年以上前から数多くの研究が蓄積されてきた．しかし，数学教育研究と心理学研究では，数学的問題解決研究の力点が異なる（多鹿, 2002）.

数学教育研究においては,「数学的問題解決の過程」という根本原理を解明することよりも，数

[8]問題解決方略と深く関連する概念として，今日までの数学教育研究において育成が目指されてきた「数学的な考え方」（片桐, 1988b; 中島, 1982; レビューとして，伊藤, 2010）がある．数学的な考え方は研究者や教育団体において多種多様な捉えがあり，曖昧な概念である（黒澤, 2019）が，数学教育研究において代表的な見解である片桐（1988b）と中島（1982）の共通項として,「数学的概念や法則などが生み出され，つくり出されていく過程で働く考え方」（石田, 1990）があげられる．数学的な考え方と問題解決方略の類似点として，(1) 両者とも特定の内容ではなく，様々な内容に共通すること，(2) いわゆる knowing how に相当することがあげられる（石田, 1990）．他方，相違点としては，(1) 数学的な考え方は数学的概念や法則などがつくり出され，生み出されていく場から，問題解決方略は数学的概念や法則などを駆使して問題解決する場から主として引き出されたものであること，(2) 数学的な考え方は個々の数学の内容に共通している考え方は何かという視点から，問題解決方略は数学の内容ひいては数学的な考え方をうまく活用するという視点から引き出されたものであることがあげられる（石田, 1990）.

材の内容としての数学的問題と指導法の相互作用に焦点を当てた「数学的問題解決の指導に関する研究」が展開されてきた（多鹿, 2002; レビューとして，飯田, 2010; Lester & Cai, 2016）．数学的問題解決の指導に関する研究は，「問題解決についての指導（teaching about problem solving）」「問題解決のための指導（teaching for problem solving）」「問題解決による指導（teaching via problem solving）」の 3 つに大別される（Schroeder & Lester, 1989）．問題解決についての指導は，児童生徒に数学的問題解決の過程や一般的な問題解決方略を習得させせようとするものである．問題解決のための指導は, 児童生徒に数学的問題解決に必要な数学の知識を習得させせようとするものである．問題解決による指導は，数学的問題解決を通して，児童生徒に新しい数学の知識や情意，ひいては汎用的な資質・能力を習得させようとするものである．Schroeder & Lester（1989）が「問題解決による指導」は重要であるにも関わらず，見過ごされてきたことを主張した後，この観点に基づく指導が行われるようになる（Weber & Leikin, 2016）. ただし, 我が国の数学教育では，Schroeder & Lester（1989）の主張以前から,「問題解決による指導」が広く行われており（飯田, 1990, 2010），他国とは異なる状況にあった．

他方，心理学研究においては，数学的問題解決を促す教育的介入よりも,「数学的問題解決の過程」に関する研究が積み重ねられてきた（Carlson et al., 2008; 多鹿, 2002）．この「過程（process）」には,「外部構造（outer structure）」と「内部構造（inner structure）」がある（Rott et al., 2021）．外部構造とは,「理解」や「計画」などの段階で特徴づけられる観察可能な行動，あるいは問題解決の過程における段階の時系列的な順序のことである．内部構造とは，一般的な問題解決方略や信念などの要因とその影響プロセスのことである．本研究では，用語の混乱を避けるために，外部構造を「数学的問題解決の過程」，内部構造を「数学的問題解決の要因とその影響プロセス」とする．

以上を踏まえると，心理学研究は「数学的問題解決の過程に関する研究」と「数学的問題解決の要因とその影響プロセスに関する研究」を積み重ねてきたと言える. 前者については Polya（1945）の 4 段階モデルが，後者については Schoenfeld（1985）の 4 要因モデルが,「数学的問題解決の指導に関する研究」における指導・学習モデルとして，大きな影響を与えた（石田, 2008; Weber & Leikin, 2016）.

本研究は,「数学的問題解決の指導に関する研究」ではなく，数学的問題解決の根本原理，とりわけ「情意」を中心とした「数学的問題解決の要因とその影響プロセスに関する研究」を志向するものである．そこで，以下では数学的問題解決の過程と我が国の児童生徒における数学的問題解決の現状について整理する．その上で，次章以降において，数学的問題解決の要因とその影響プロセスについて整理する．

1.4. 数学的問題解決の過程

数学的問題解決の過程に関する研究において，規範的あるいは記述的モデルが数多く提示されてきた（e.g., Garofalo & Lester, 1985; 市川ほか, 2009; 岩崎, 1992; Mayer, 1992; 岡本, 1999; Polya, 1945; Schoenfeld 1985; Silver, 1987; Wilson et al., 1993 ; レビューとして，片桐, 1988a; Kintsch & Greeno, 1985; Schoenfeld, 1992; 多鹿, 1995; 山田, 2011）ものの，共通点の多いことが指摘されている（片桐, 1988a; Rott et al., 2021）．そこで，本節では，片桐（1988a）や Rott et al.（2021）が代表的なモデルとして取り上げた，Dewey（1933），Polya（1945），Schoenfeld（1985），Wilson et al.（1993），Yimer & Ellerton（2010）を概観ならびに整理し，数学的問題解決の過程を構成する下位過程を提示する．その上で，提示したモデルに基づき，数学的問題解決の下位過程はどのように機能して

いるのかを整理する．

1.4.1. 数学的問題解決の過程を構成する下位過程

1.4.1.1.　Dewey（1933）の反省的思考の系列

Dewey（1933）は，問題に熟慮し，解決に見通しをもった上で，問題解決に取り組もうとする知的な思考，すなわち「反省的思考（reflective thinking）」の系列について，「暗示」「知的把握」「指導的観念・仮説」「推理」「検証」の 5 段階を示した．第 1 段階の暗示は，活動の中で困難を漠然と自覚し，不安や混乱を感じる段階である．第 2 段階の知的把握は，暗示の中で思考を深め，なぜ困難が生じたのかを知的に整理する段階である．第 3 段階の指導的観念・仮説は，知的把握で明確となった問題を解決するために，いくつかの仮説や見通しを立てる段階である．第 4 段階の推理は，仮説が妥当なものかを推論によって明確化する段階である．第 5 段階の検証は，推理の段階で妥当と判断した仮説を観察や実験により検証する段階である．これらの反省的思考の系列は，順に経るものではなく，行きつ戻りつすることや，いくつかの側面が重なった上で，問題解決に至る可能性がある．

確かに，Dewey（1933）による反省的思考の系列は数学的問題解決に直接的に焦点を当てたものではない．しかし，片桐（1988a）と Rott et al.（2021）は，一般的な問題解決の過程として Dewey（1933）の反省的思考の系列を扱うことにより，数学的問題解決の過程の特徴を明確化しようとしている．

1.4.1.2.　Polya（1945）の 4 段階モデル

Polya（1945）の 4 段階モデルは，数学的問題解決の過程の嚆矢として，以後の研究に多大な影響を与えたものである（山田, 2011）. 第 1 段階の「問題を理解すること（understanding the problem）」は，問題においてわかっていることとわかっていないことを分け，問題を表すために適当な記号を用いる段階である．第 2 段階の「計画を立てること（devising a plan）」は，問題解決に取りかかるための適切な行為を決定する段階である．第 3 段階の「計画を実行すること（carrying out the plan）」は，第 2 段階で立てた問題解決の計画を実行する段階である．第 4 段階の「ふり返ってみること（looking back）」は，得られた解が正しいか否かを確かめ，問題解決の全体的な評価を行う段階である．なお，Polya（1945）は，これら 4 段階間の移行については言及していない．

Polya（1945）の 4 段階モデルは，Dewey（1933）に基づいて考案された可能性が指摘されている（Rott et al., 2021）が，理論的ならびに実証的研究に基づき導出されたかは定かではない．しかし，この 4 段階モデルは，渾沌として見える数学的問題解決の過程に，様相の異なる段階を設定し，以降の数学的問題解決研究のみならず教育実践に多大な影響を与えた点に意義がある（山田, 2011）.

1.4.1.3.　Schoenfeld（1985）の 5 段階モデル

Schoenfeld（1985）は，Polya（1945）の 4 段階モデルを現代において最も妥当な形式であり，ヒューリスティックス（一般的な問題解決方略）を提供する枠組みと位置付けた上で，線形的な Polya の 4 段階モデルに修正を加えた 5 段階モデルを考案した．

第 1 段階の「分析（analysis）」は，与えられた問題を受けて，問題文を理解し，問題の単純化や再定式化を行う段階である．第 2 段階の「計画（design）」は，分析したことをもとに，自分の主張を構造化し，問題をいくつかの部分に分け，抽象的あるいは具体的に考える段階である．この段階において，問題解決に困難が生じた場合，第 3 段階の「探求（exploration）」に移行する．探

求では，本質的に同等な問題や修正した問題を探索する．そして，困難が小さい場合には計画の段階，困難が大きい場合には分析の段階へ移行する．第 4 段階の「実行（implementation）」は，計画したことを実行し，仮の解を得る段階である．第 5 段階の「検証（verification）」は，実行で得られた仮の解を特殊的な場合と一般的な場合において妥当であるか検討する．

Schoenfeld（1985）の 5 段階モデルは，困難が生じたか否かにより過程が異なるため，Polya（1945）の 4 段階モデルの線形性を修正したものである．数学的問題解決をより詳細に捉えることにつながるため，数学的問題解決の過程における再帰性を提示したことに意義を有する．

1.4.1.4.　Wilson et al.（1993）の５段階循環モデル

Wilson et al.（1993）は，Polya（1945）の 4 段階モデルが線形的モデルであること，ならびに問題を設定することを無視していると批判した．その上で，Polya（1945）の 4 段階モデルに，自ら問題を提起する「問題設定」の段階を組み込み，それぞれの段階が循環するモデルを提示した．

このモデルは，Polya（1945）の 4 段階モデルを理論的基盤とし，その循環的な拡張モデルという特徴を有していることに意義がある（山田, 2011）．

1.4.1.5.　Yimer & Ellerton（2010）の５段階循環モデル

Yimer & Ellerton（2010）は，教員養成課程の学生を対象として，認知的およびメタ認知的行動から数学的問題解決の過程を検討し，5 段階循環モデルを示した．

第 1 段階の「関与（engagement）」は，初めて問題に向き合い，理解する段階である．第 2 段階の「変形―形式化（transformation-formulation）」は，第 1 段階の関与を探索的かつ形式的な計画に変容する段階である．第 3 段階の「実行（implementation）」は，第 2 段階で立てた計画を実行する段階である．第 4 段階の「評価（evaluation）」は，問題の計画，活動，解が適切かを判断する段階である．第 5 段階の「内在化（internalization）」は，問題解決過程への親密性（intimacy）の程度をリフレクションする，すなわち問題解決を通した自分の満足度について考える段階である．

他のモデルと比べて，この 5 段階循環モデルは，リフレクションを各段階とモデル全体に不可欠な要素として組み込んでいる点に特徴がある（Yimer & Ellerton, 2010）．さらに，他のモデルにおいて明示されてこなかった内在化を数学的問題解決の過程として示した点も特徴的である．

1.4.1.6.　数学的問題解決の過程を構成する下位過程の整理

これまでに概観した 5 つのモデルそれぞれについて，Rott et al.（2021）は，Polya（1945）の 4 段階モデルに対応する層に点線を引き，**図 1-1** のように整理した．その上で，数学的問題解決の過程の特徴として，以下 3 点を示した．その 1 に，モデルにより使用している用語や段階の数に違いはあるものの，数学的問題解決の過程は「理解」「計画」「実行」「検証」という Polya（1945）の 4 段階に対応していることである．その 2 に，Polya（1945）の 4 段階モデルは線形性を前提としていることが批判されており，その拡張モデルである Schoenfeld（1985）や Wilson et al.（1993）では再帰性が想定されていることである．その 3 に，Dewey（1933）による「反省的思考の系列」と比較した場合，数学的問題解決では「暗示」の段階，すなわち分析する以前に問題に遭遇することが想定されていないことである．

Rott et al.（2021）の整理を踏まえて，数学的問題解決の過程モデルを**図 1-2** のように整理した．つまり，数学的問題解決の過程は，「理解」「計画」「実行」「検証」の 4 段階から構成される．そして，それぞれの段階は，線形的ではなく再帰的に移行するものとした．なぜなら，Polya（1945）は，数学的問題解決の過程の再帰性を言明していないが，Schoenfeld（1985）と Yimer & Ellerton

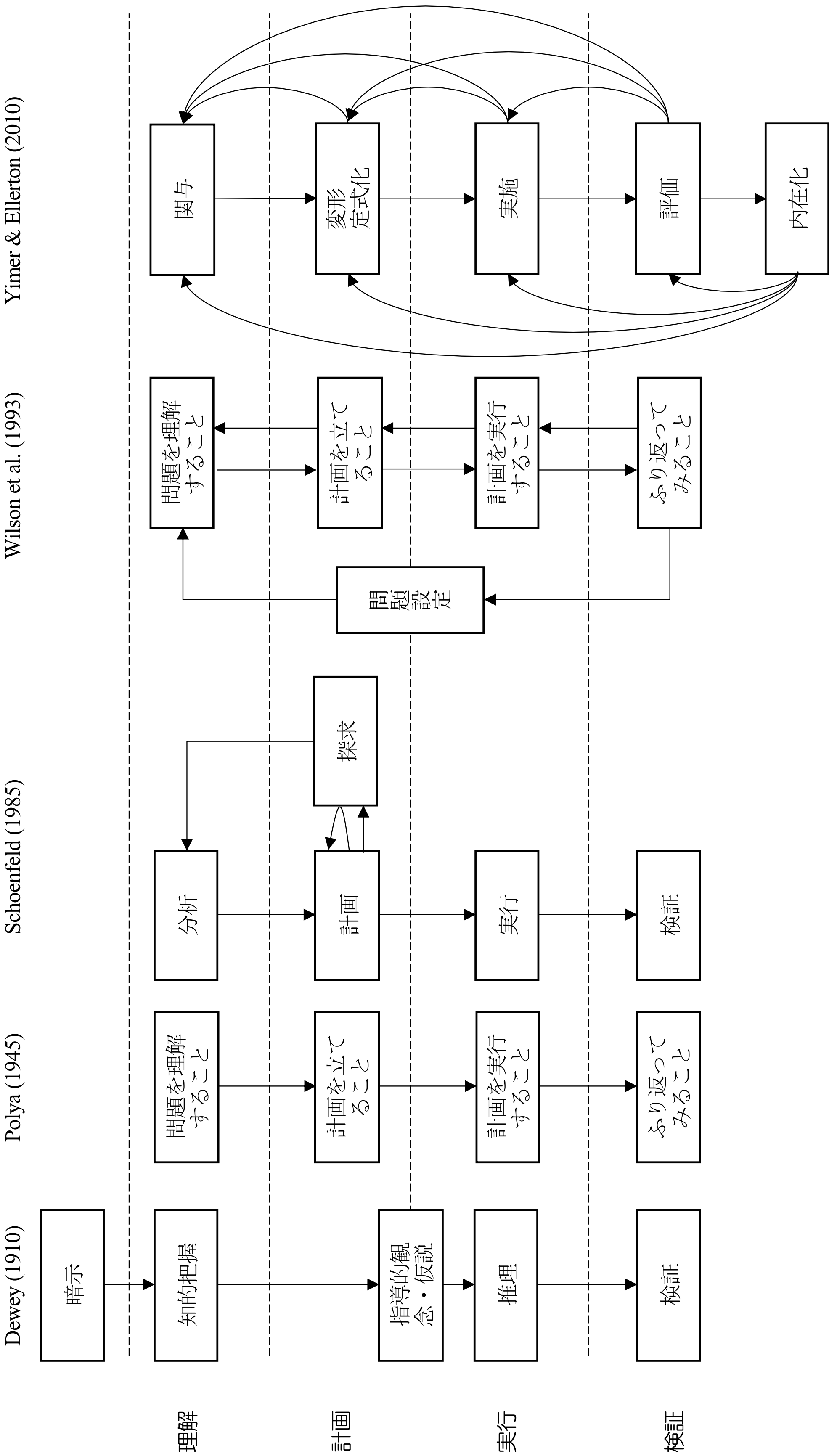


図 1-1 代表的な数学的問題解決の過程モデルの整理（Rott et al., 2021 の Fig.1 を改変）

（2010）をはじめとした実証研究の知見において，数学的問題解決の過程は行きつ戻りつすることが示されているからである．

1.4.2. 数学的問題解決の過程を構成する下位過程の特徴

図 1-2 で提示した「理解」「計画」「実行」「検証」の下位過程について，段階ごとにどのような特徴があるのか整理する．

1.4.2.1. 理解段階

理解段階では，問題の意味や条件を確認する．ただし，認知心理学研究において，理解の段階は「変換」と「統合」に分けることが多い（Mayer, 1992; 多鹿, 1996）．以下では，変換段階と統合段階に分けて特徴を整理し，理解段階の様相を検討する．

変換段階は，問題文の意味を逐語的に理解する段階である．この段階では，数学の概念的知識だけではなく，一般的な言語・事実的知識が利用される（Mayer, 1992; 多鹿, 1996）．例えば,「2個のサイコロを同時にふったとき，出た目の和が偶数である確率を求めよ」という問題では,「確率」や「同様に確からしい」という数学の概念的知識だけではなく,「サイコロの目は 1 から 6 である」という言語・事実的知識が必要となる．実証研究として，Riley et al.（1983）は,「鳥が 5 羽，虫が 3 羽いる」という問題について，質問の表現を” How many are?” から” How many won’t get?” に変えたところ，正答率が幼稚園児では 25%から 96%，小学 1 年生では 64%から 100%に上昇することを示した．この結果は，数学的問題解決の理解段階において，言語・事実的知識が後の問題解決の段階，ひいては問題解決の所産を規定することを示している．

統合段階は，変換の段階で構成した表象と問題解決者が有するスキーマ知識を統合して，問題全体を理解する段階である．先の例では,「独立な試行の確率の問題」というスキーマ知識が必要となる．実証研究として，Mayer（1982）は，大学生は教科書で出現頻度が多い文章題解決の成績が良いことを示した．つまり，大学生は有しているスキーマ知識を利用して，文章題を解決できたことが示された．

小学生の文章題の解決に焦点を当てた先行研究において，文章題解決の難しさは理解段階にあることが示されている．石田・多鹿（1993）は,「変換」「統合」「プラン化」を数学的問題解決の

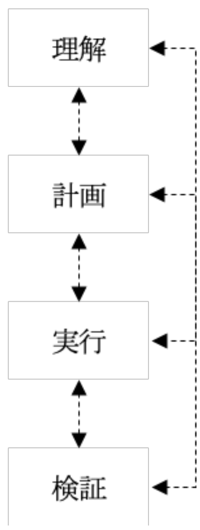


図 1-2 数学的問題解決の過程モデル

過程とした上で，それぞれの段階に対応する問題文を作成し，小学 5 年生に解かせた．その結果，計算問題解決の成績に関わらず，文章題解決の成績が悪かった児童は統合過程に関する成績が低い傾向にあることが示された．この結果は，数学の内容の変えた文章題においても追認されている（多鹿ほか, 1994）．

しかし，中学生や高校生の数学的問題解決においては，問題解決の難しさは理解段階ではなく計画ならびに実行段階にある可能性が指摘されている．寺尾ほか（1998）は，高校 1 年生を対象として，代数の文章題を解決させた後に，誤りの原因を分析させたところ，理解段階での誤りを原因とした生徒は 41 人中 6 人であった．中学生や高校生では文章読解能力が発達するものの，学習する数学の内容が抽象化かつ形式化することで困難なものとなるため，中学生や高校生の数学的問題解決は理解段階よりも計画ならびに実行段階に困難さがあることが推察される．

1.4.2.2. 計画段階

計画段階は，理解段階で構成された表象に基づいて，解を得るための方針を立てる段階である．この段階では，方針や数式を立てるために問題解決方略が利用される（Mayer, 1992; 多鹿, 1996）．実証研究として，Greeno（1978）は，6 人の生徒に図形問題を解決させて，その際の発話プロトコルを分析したところ，生徒は目標設定と計画のために，「2 つの角の関係を推論するとき，パターン認識の手続きを利用して，角の特徴を分析する」などの数学に固有の問題解決方略の使用していることを示した．また，Schoenfeld（1985）は，「図をかく」などの一般的な問題解決方略を学生に教授したところ，代数の問題解決が促されることを示した．

1.4.2.3. 実行段階

実行段階は，計画段階で立てた方針に基づき，計算を実行する段階である．この段階では，計算の実行に直接関わる手続き的知識が利用される（Mayer, 1992; 多鹿, 1996）．実証研究として，Brown & Burton（1978）は，3 桁の引き算における誤答が誤った手続き的知識の利用（手続き的バグ）によって引き起こされることを示した．

1.4.2.4. 検証段階

検証段階は，得られた解の吟味と振り返りを行う段階である．この段階では，「結果を別の方法で求めることができるか」（Polya, 1945）や「直接関係のあるすべてのデータを利用したか」（Schoenfeld, 1985）などの一般的な問題解決方略が利用される．

以上のように，数学的問題解決の過程を構成する下位過程は，それぞれ異なる知識や問題解決方略を利用する．Polya（1945）の 4 段階モデルが規範的なモデルであることを踏まえると，**図 1-2** のモデルに基づき，数学的問題解決を分析することは，児童生徒のつまずき分析という教育的観点の有効性と重要性が高いものと考えられる．

1.5. 数学的問題解決の所産

数学的問題解決の過程を経てつくり出された結果のことを「所産（product）」という（Kilpatrick, 1978）という．数学的問題解決の中心的な所産は，問題の「正答数（率）」「解答時間」「解法の多さ」であり（Kilpatrick, 1978），研究や教育の目的に応じて，柔軟に設定される．例えば，数学的問題を効率よく解決できることに焦点を当てる場合には，「正答数（率）」と「解答時間」の両方を取り上げ，「正答数÷解答時間」を所産とすることがある（e.g., Hoffman, 2010）．また，単純な

正答数（率），いわゆる素点ではなく，問題の特性に応じて重み付けされた得点や，後述する PISA や TIMSS のように，項目反応理論に基づいて正誤パターンから推定された得点が，数学的問題解決の所産として使用されることもある（e.g., Zhou et al., 2020）.

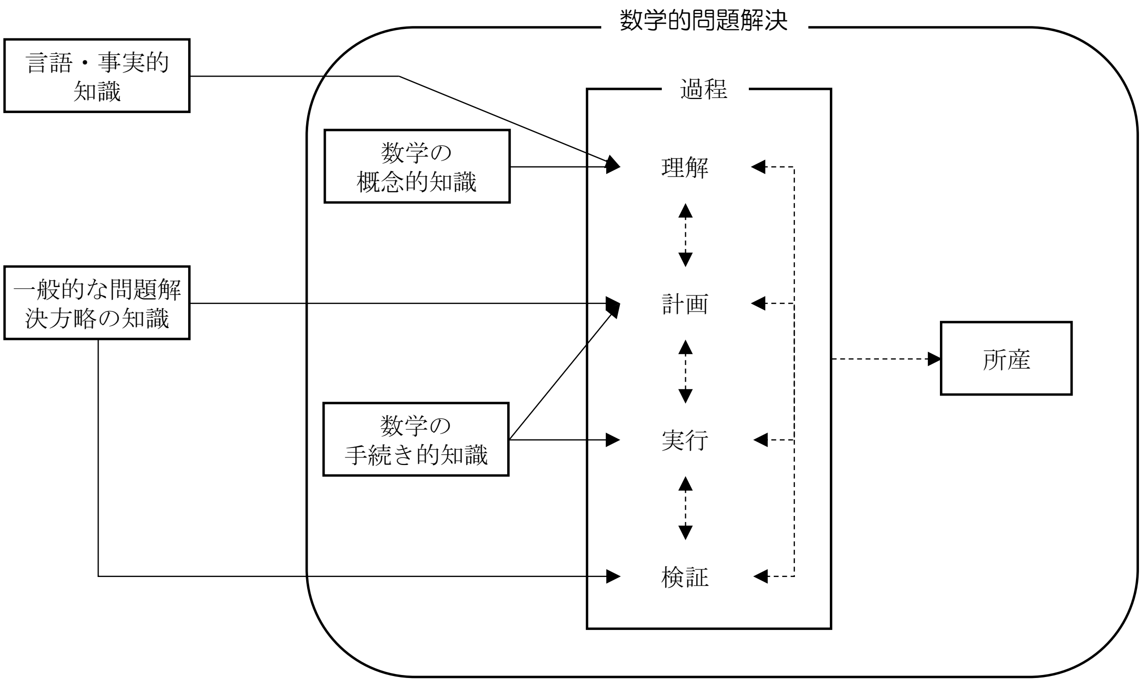
ただし，数学教育研究では，答えのみを強調することへの懸念から，数学的問題解決の所産よりもその過程に重きを置くことが多い（e.g., Wilson et al., 1993）.

しかし，Hembree（1992）は，数学的問題解決において過程も重要ではあるが，最も重要なのは所産であると批判する．数学的問題解決の所産ではなく過程に焦点を当てすぎることは，研究結果の全体的な方向性を捉えにくくする懸念がある（Hembree, 1992）．さらに，過程のみに着目することで所産の全容を把握できるということは，要素還元主義の観点から疑義がある．

以上の整理を踏まえて，数学的問題解決の過程と所産，および使用される知識をまとめると**図 1-3** になる．本研究の概念規定に基づけば，数学の概念的および手続き的知識は数学的問題解決の必要条件であるため，数学的問題解決の要素として位置付け，枠内に含めている．他方，言語的・事実的知識と一般な問題解決方略の知識は，数学固有の知識ではないため，数学的問題解決の要因として，枠外に位置付けた．

1.6. 我が国の児童生徒における数学的問題解決の現状

これまでに，数学的問題解決について詳細に検討してきたが，そもそも我が国の児童生徒において，数学的問題解決はどのような現状にあろうか．本節では，国際的な学力調査である TIMSS



注：図中の実線は，影響プロセスを表す．実線にて「A→B」ならば，A は B に影響を与えるということを意味する．他方，破線は，移行プロセスを表す．例えば，破線にて，「C→D」ならば，C から D に移行することを意味する．また，破線の両方向のパスは相互に移行することを意味する．

図 1-3 数学的問題解決の過程と所産，および使用される知識

と PISA，国内の学力調査である全国学力・学習状況調査，ならびに研究者独自の調査研究の結果から，我が国の児童生徒における数学的問題解決の現状を検討する．

まず，国際教育到達度評価学会（IEA）が実施する国際数学・理科教育動向調査（TIMSS 調査）についてである．TIMSS 調査は，児童生徒の数学と理科の到達度を国際的な尺度によって測定し，教育上の諸要因との関連を解明するために，小学 4 年生と中学 2 年生を対象に実施されている．TIMSS では，数学の「内容領域（数・代数・図形・資料と確からしさ）」と数学に取り組むときに示すことが期待される行動である「認知領域（知識・応用・推論）」の観点から数学の問題が構成される（国立教育政策研究所, 2021a）．TIMSS における数学の問題のほとんどは，学校の数学で学習した内容から構成されており（国立教育政策研究所, 2021a），解法と解がほとんど一意に定まっている「定型問題（routine problem）」である．

TIMSS2003 から TIMSS2019 までの数学の結果について，平均点[9]と習熟度別の児童生徒の割合を**図 1-4**，**図 1-5** に記した．一貫して，平均点は 500 点より 60 点以上高いこと，ならびに知識を応用して複雑な問題を解決できる水準である「550 点以上」（高い水準）の児童生徒が 6 割から 7 割いることは，国際的な水準よりも高いものである．また，学校の数学で学習していない内容に関する問題の正答率も国際的な水準より総じて高い傾向にあった（国立教育政策研究所, 2021a）．ゆえに，我が国の小学生と中学生は相対的に数学的問題解決をできている傾向にあることが伺える．他方，何らかの基礎的な数学の知識を有している水準である「400 点以上」（低い水準）と「400 点未満の水準」が常に 1 割程度いることは，国際的な中央値より低い水準にあるものの，約 10% 程度の我が国の小学生と中学生は数学的問題解決をできていない傾向にあることを示唆するものである．

次に，経済協力開発機構（OECD）が実施する生徒の学習到達度調査（PISA 調査）についてで

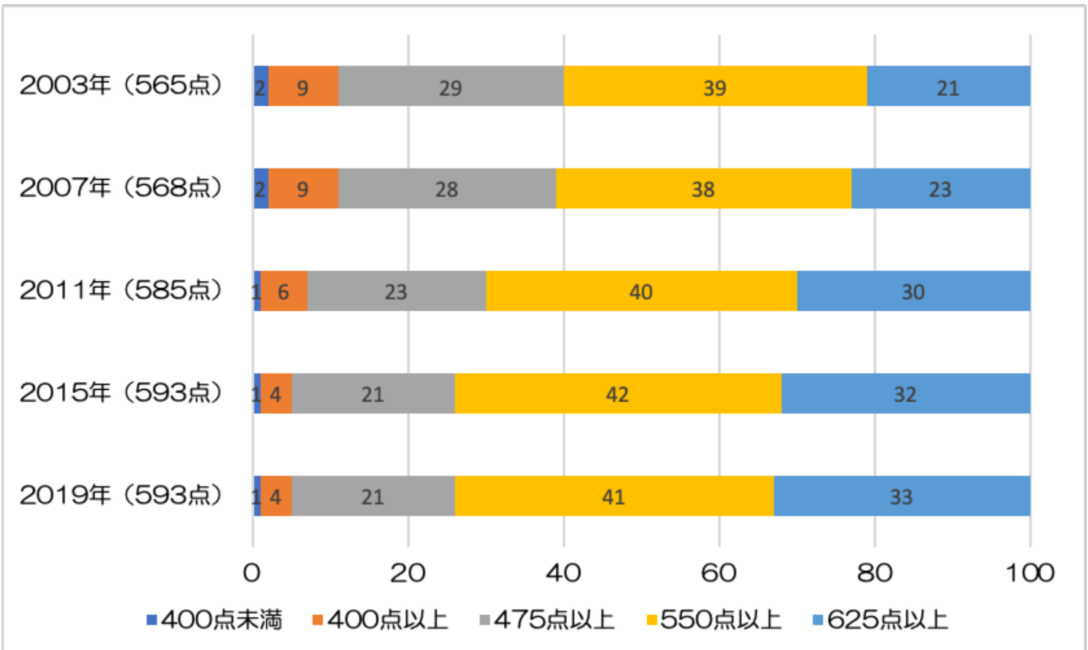


図 1-4 TIMSS における習熟度別の児童の割合（国立教育政策研究所, 2021a に基づき作成）

[9] TIMSS は，項目反応理論を用いて，TIMSS1995 参加国の国際平均値を 500 点，標準偏差を 100 点とする分布モデルの推定値として得点を算出し，平均値の経年比較をできるようにしている．

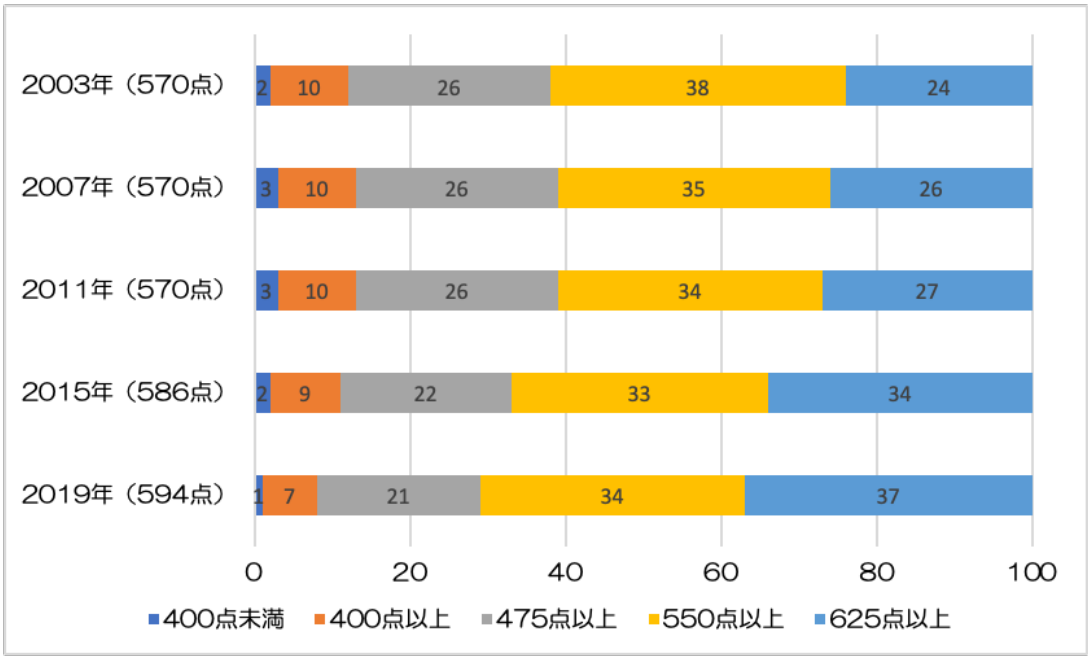


図 1-5 TIMSS における習熟度別の生徒の割合（国立教育政策研究所, 2021a に基づき作成）

ある．PISA 調査は，義務教育終了段階の 15 歳児（日本では高校 1 年生）を対象に，これまでに身につけてきた「読解力」「数学的リテラシー」「科学的リテラシー」を測定するものである．PISA 調査では，「様々な文脈の中で数学的に定式化し，数学を活用し，解釈する個人の能力」である「数学的リテラシー」を測定するために，「数学的なプロセス（定式化・活用・解釈）」「数学的な内容知識（変化と関係・空間と形・量・不確実性とデータ）」「文脈（個人的・職業的・社会的・科学的）」の観点から数学の問題が構成されている（国立教育政策研究所, 2019）．PISA における数学の問題は，学校で学習したことを日常場面で活用することに焦点を当てたものであり，定型問題だけではなく，多様な解法と解が想定される「非定型問題（non-routine problem）」が含まれる．そして，TIMSS と異なり，PISA における数学の問題は我が国の高校 1 年生にとってなじみのないものとされる（瀬沼, 2008）．

PISA2003 から PISA2018 までの数学的リテラシーの結果について，平均点と習熟度別の生徒の割合を**図 1-6** に記した．一貫して，平均点[10]は 500 点より 20 点以上高く，OECD 加盟国中で最も高い水準にある．高水準である「レベル 5」と「レベル 6」も一貫して 2 割前後おり，その割合は国際的な水準より高い傾向にある（国立教育政策研究所, 2019）．ゆえに，我が国の高校生は相対的に数学的問題解決をできている傾向にあることが伺える．他方，TIMSS と同様に，低水準である「レベル 1 以下」が常に 1 割程度いることは，国際的な水準より低いものの，約 10%程度の我が国の高校生が数学的問題解決をできていない傾向にあることを示唆するものである．

国際的な学力調査である TIMSS 調査と PISA 調査の結果を踏まえると，国際的な水準と比較して，我が国の児童生徒は数学的問題解決を相対的にできている傾向にあることが伺える．

他方で，国内の学力調査である全国・学力学習状況調査の結果は，我が国の児童生徒がどのよ

[10] 数学的リテラシーの得点は，項目反応理論を用いて，PISA2006 の OECD 平均値を 500 点，標準偏差を 100 点とする分布モデルの推定値として算出され，平均値の経年比較をできるようにしている．

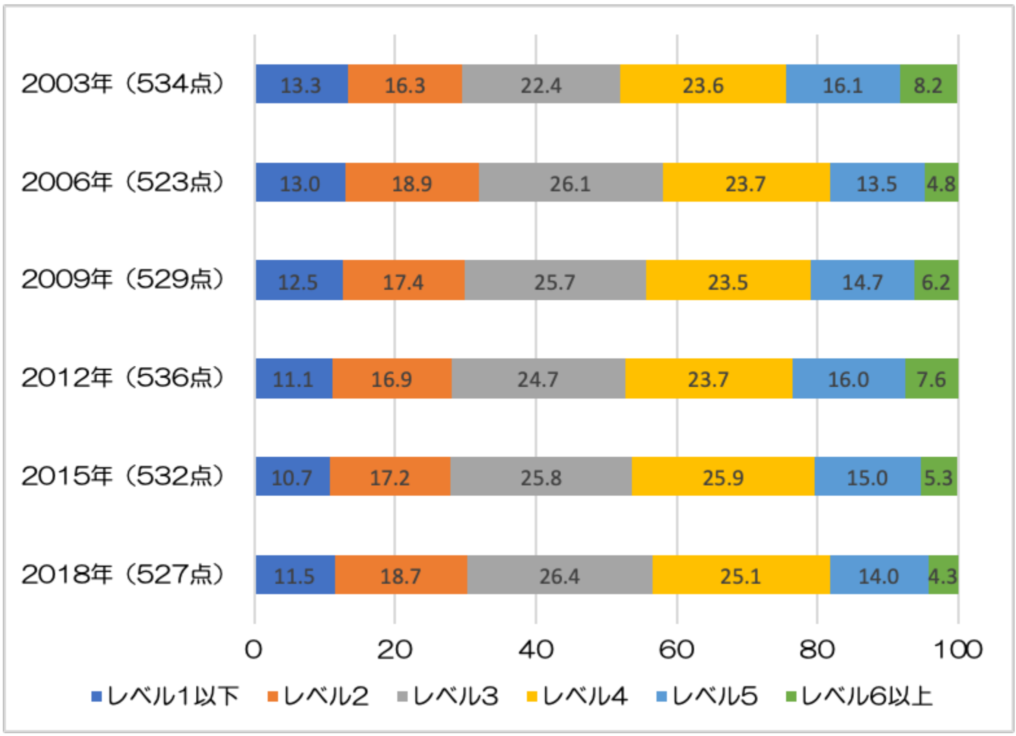


図 1-6 PISA における習熟度別の児童の割合（国立教育政策研究所, 2019 に基づき作成）

うな側面や内容の数学的問題解決に課題を抱えているかを詳細に示している．令和 3 年度調査では，**表 1-2** に記す事項が課題として提示された（国立教育政策研究所, 2021b, 2021c）．児童生徒両方に共通する課題として，三角形の面積の求め方など基礎基本である計算や概念の意味に関する問題解決，ならびに事象を数学的に解釈し，問題解決の方法を数学的に説明することなど説明を求められる記述式の問題解決があげられている．「計算や概念の意味に関する問題」と「記述式問題」の解決に課題があることは，令和 3 年度以前の調査においても指摘されており（e.g., 国立教育政策研究所, 2019），我が国の児童生徒に共通する継続的な課題と考えられる．

「計算や概念の意味に関する問題」と「記述式問題」の解決に課題があることは，高校生を対象とした調査においても示されている．東京理科大学教育研究所（2020）は，数学Ⅲを履修している高校 3 年生 7020 名を対象として，1980 年度に IEA が実施した第 2 回国際数学教育調査に基づいた高校数学の基礎基本である問題を解決させた．その結果，記述式問題と概念や計算の意味に関する問題の正答率が，他の問題よりも低い傾向にあることが示された．

さらに，高校数学の内容は抽象化かつ形式化の程度がより高くなるため，高校生は「計算や概念の意味に関する問題」と「記述式問題」のみならず，計算問題の解決にも課題があると考えられる．現に，大学生を対象とした調査において，高校数学で学習したアルゴリズムを適用すれば容易に解ける問題の正答率の低さが指摘されている（後藤, 2012; 梶原, 2010）. 例えば，後藤（2012）は，大学 1 年生を対象として，微分積分の 4 月の第 1 回目授業において，高校数学の教科書における例題を解かせたところ，逆関数や無理関数の不定積分など大学教育の微分積分に関わる問題を半数近くの学生が十分に解決できない状態にあることを示した．

以上をまとめると，我が国の児童生徒は，国際的な水準と比較して，数学的問題解決を相対的にできている傾向にあるが，「計算や概念の意味に関する問題」と「記述式問題」の解決に課題がある．さらに，高校生は基礎的・基本的な計算問題の解決にも課題があると考えられる．

表 1-2 日本の児童生徒が課題を抱えている問題解決の側面（国立教育政策研究所, 2021b, 2021c をもとに作成）

小学校 ● 商が 1 より小さくなる等分除（整数）÷（整数）の場面で，場面から数量の関係を捉えて除法の式に表し，計算をすること． ● 小数を用いた倍についての説明を解釈し，ほかの数値の場合に適用して，基準量を 1 としたときに比較量が示された小数に当たる理由を記述すること． ● 三角形の面積の求め方について理解すること． ● 二等辺三角形を組み合わせた平行四辺形の面積の求め方を記述すること． ● 帯グラフで表された複数のデータを比較し，示された特徴をもった項目とその割合を記述すること．
中学校 ● 目的に応じて式を変形したり，その意味を読み取ったりして，事柄が成り立つ理由を説明すること． ● 数学的な結果を事象に即して解釈し，事柄の特徴を数学的に説明すること． ● おうぎ形の中心角と弧の長さや面積との関係についての理解． ● 平行四辺形になるための条件を用いて，四角形が平行四辺形になることの理由を説明すること． ● 錯角が等しくなるための，2 直線の位置関係の理解． ● ある条件の下で，いつでも成り立つ図形の性質を見いだし，それを数学的に表現すること． ● 事象を数学的に解釈し，問題解決の方法を数学的に説明すること． ● 相対度数の必要性と意味の理解． ● データの傾向を的確に捉え，判断の理由を数学的な表現を用いて説明すること．

第2章 数学的問題解決の要因とその影響プロセス

2.1. 数学的問題解決の要因

数学的問題解決の要因に関する研究は 1920 年代より行われ，数多の変数が数学的問題解決の要因として提示されてきた（Hembree, 1992）．そのため，先行研究を整理し，数学的問題解決にとりわけ寄与する要因を提示した上で，その影響プロセスを検討する必要がある．本節では，数学的問題解決の要因に関する代表的なレビュー論文ないしメタ分析の結果を整理し，数学的問題解決の主たる要因と考えられる変数を提示する．

数学的問題解決の要因を初めて体系的に整理したのが，Kilpatrick（1978）である．Kilpatrick（1978）は，数学的問題解決研究において考慮すべき独立変数として，「被験者変数（subject variables）」「課題変数（task variables）」「状況変数（situation variables）」の 3 つとそれぞれの下位変数を示した．被験者変数とは，被験者（問題解決者）の個人的な変数であり，人口統計的変数（年齢，性別，人種，社会階層など），特性変数（能力，態度，興味，パーソナリティなど），教授・学習歴変数[11]から構成される．課題変数とは，課せられた問題の特徴に関する変数であり，問題の文脈や構文，内容についてのものである．状況変数とは，問題解決時の環境に関する変数であり，外的報酬の有無，参加方法，参加時間などが該当する．

Schoenfeld（1985）は，先行研究レビューと数学的問題解決のプロトコル分析から，「リソース（resourse）」「ヒューリスティックス（heuristics）」「制御（control）」「信念体系（belief system）」が数学的問題解決の主たる要因であることを提示した．リソースとは，概念的知識や手続き的知識，一般的な言語的・事実的知識などの知識のことである．ヒューリスティックスとは，問題解決のための経験則であり，数学的問題解決の「計画」と「検証」を促す一般的な指針，すなわち一般的な問題解決方略のことである．制御とは，リソースとヒューリスティックスの管理と割り当てのことであり，いわゆる「メタ認知（meta-cognition）」に相当する（Weber & Leikin, 2016）．信念体系とは，問題，問題解決，数学などに対する問題解決者の信念であり，情意に対応するものと考えられている（Weber & Leikin, 2016）．この Schoenfeld（1985）が示した 4 要因は，以降の数学的問題解決研究の有力な枠組みとして，多くの研究に援用される（Weber & Leikin, 2016）．

Carlson et al.（2008）は，これまでの数学的問題解決研究の枠組みを整理し，数学的問題解決の要因として，メタ認知と「情意（affect）」に焦点が当てられてきたことを示した．

さらに，認知心理学研究では，メタ分析により，「ワーキングメモリ（working memory）」（Peng et al., 2016）や「空間スキル（spatial skills）」（Atit et al., 2022）といった，人間の普遍的な認知プロ

---

[11] 原著では" instructional history variables"である．" instruction" は「学習を支援する目的的な活動を構成する事象の集合体」（ガニェほか, 2007）であり，指導（teaching）や支援（support）に留まらない．そこで，本研究では，" instruction" を「教授・学習」，" teaching" を「指導」，" support" を「支援」としている．

なお，指導と支援について厳密な定義はないものの，支援の方が学習者の主体性を尊重した関与ないし働きかけと考えられている（国立特殊教育総合研究所, 2006; 工藤, 2020）．

表 2-1 数学的問題解決の要因に関する枠組み

個人要因	課題要因	環境要因
● 人口統計的属性 ● 問題解決方略 ● メタ認知 ● 認知スキル ● 情意 ● 学習の取り組み	● 課題変数（問題の文脈・構文・内容）	● 問題解決時の状況 ● 教師の指導・支援

セスに関わるスキル（以下，認知スキル）[12]が，数学的問題解決に寄与することが示されてきた．

以上を踏まえて，先行研究で示されてきた数学的問題解決の要因を「個人要因」「課題要因」「環境要因」に整理する（**表 2-1**）．

個人要因は，問題解決者の個人内の要因であり，人口統計的属性や問題解決方略，メタ認知，認知スキル，情意，学習の取り組みを含む．本研究では，Kilpatrick（1978）による教授・学習歴変数を，教授・学習における問題解決者の「学習」と教師の「指導・支援」に分け，前者を個人要因，後者を環境要因に組み込む．教授・学習における「学習」と「指導・支援」を分けて検討することで，数学的問題解決を促すための指針を得ることが期待できる．

課題要因とは，課せられた問題の特徴，つまり課題変数のことであり，問題の文脈と構造，形式が含まれる．

環境要因とは，問題解決者を取り巻く外界に関する要因であり，外的報酬の有無などの問題解決時の状況，ならびに教師の指導・支援を含むものである．

以下では，**表 2-1** の枠組みに基づいて，数学的問題解決の個人要因，課題要因，環境要因それぞれについて，先行研究を概観する．その上で，これらの要因が数学的問題解決にどのように影響するのかについて整理する．なお，情意については，本研究の焦点であるので，次章にて詳述する．

2.2. 数学的問題解決の個人要因

2.2.1. 人口統計的属性

数学的問題解決と深く関わる人口統計的属性として，「社会経済的地位（socio-economic status：以下，SES）」と「ジェンダー（gender）」があげられる．以下では，それぞれと数学的問題解決の関連について先行研究を概観する．

第 1 に，SES についてである．国内外を問わず，SES は数学的問題解決を正に予測することが示されてきた（e.g., 北條, 2011; 中西, 2015; Perry & McConney, 2010; Zhou et al., 2020）．Zhou et al.（2020）は，中国の小学 5 年生を対象として，SES，教師との関係性，自己効力，数学不安が数学

[12] 認知能力や認知特性とも呼ばれることがあるが，「スキル」「能力」「特性」はニュアンスが異なる．小塩（2021）によれば，それぞれの語のニュアンスは次の通りである．スキルは訓練などを通して身につけた技能や技術を意味し，生得的というよりも後天的に身につけた力というニュアンスを有する．能力は何かを成し遂げることができる力やその背後にある可能性を意味し，スキルよりも変化しにくいニュアンスを有する．特性は個人に備わった時間や状況を超えてある程度安定した心理的機能を意味し，能力と同様に変化しにくく，かつスキルや能力よりも将来を予測しないというニュアンスを有する．

的問題解決に及ぼす影響を検討したところ，数学的問題解決に対して，SES と教師との関係性，自己効力は有意な正の関連，数学不安は有意な負の関連を示した．中西（2015）は，3 時点のパネルデータ（小学 3 年生・小学 6 年生・中学 3 年生）を用いて，性別と両親の学歴が数学の成績（数学的問題解決の通過率）に及ぼす影響を検討したところ，両親が大卒である児童生徒ほど数学の成績は高いことが示された．

SES が数学的問題解決と関連するメカニズムを検討した研究は数少ないものの，SES が教育環境と認知スキルを介して数学的問題解決に影響を与える可能性と，SES が学習の取り組みを介して数学的問題解決に影響を与える可能性が指摘されている（e.g., Blums et al., 2017; Sarsour et al., 2011; 須藤, 2010）．前者について，Blums et al.（2017）は，アメリカにおける 1 歳から第 9 学年までのパネルデータを分析し，生後 1 ヶ月時点の母親の教育歴が，36 ヶ月時点の豊富な教育環境と 54 ヶ月時点の認知スキル（実行機能・言語スキル）の高さを介して，第 3・4 学年時点の計算問題の解決を正に予測することを示した．つまり，SES が高いことで教育環境が豊富になり，その結果認知スキル, ひいては数学的問題解決が促される可能性が示された. 後者について, 須藤(2010) は，PISA2003 の日本のデータセットを分析し，SES（文化階層）の上位ほど数学の学習方略（定着確認方略・応用関連方略・手順暗記方略）を使用すること，ならびに応用関連方略が数学的リテラシーに関する問題解決に及ぼす影響は，SES 上位層では正だが，SES 下位層では負であることを示した．

第 2 に，ジェンダーについてである．「数学は男性の領域である」「女性は数学が苦手だ」というステレオタイプ（e.g., Fennema & Sherman, 1977; Furnham et al., 2002）のように，数学は男性優位な教科や内容であると指摘されてきた．数学的問題解決研究においても，ジェンダーに関する検討が数多く行われてきたが，ジェンダーと数学的問題解決の関連は国により異なることが示されている（e.g., Else-Quest et al., 2010; 国立教育政策研究所, 2019, 2021a）．そこで，以下では，我が国におけるジェンダーと数学的問題解決の関連についての先行研究を概観する．

近年の我が国の研究では，小学生と中学生においては数学的問題解決にほとんどジェンダー差は認められていないが，高校生においては男子の方が数学的問題解決をできていることが示されている（e.g., 国立教育政策研究所, 2019, 2021a; 中西, 2015; 東京理科大学教育研究所, 2020）．小学生と中学生を対象とした TIMSS2019 において，数学的問題解決の成績の国際平均値は，小学 4 年生では男子が 503 点，女子が 499 点，中学 2 年生では男子が 488 点，女子が 491 点とほぼ同等の値であり，ジェンダー差は統計的に有意ではなかった（国立教育政策研究所, 2021a）．他方で，PISA2012，2015，2018 の数学的リテラシーの成績は，女子よりも男子の方が統計的に有意に高いことが示されている．さらに，東京理科大学が高校 3 年生に実施した調査においても，男子の方が女子よりも数学的問題解決の成績（正答数）は有意に高いことが示されている（東京理科大学教育研究所, 2020）．

数学的問題解決にジェンダー差が認められる背景として，社会心理学におけるステレオタイプ脅威研究では，数学におけるステレオタイプが女性の数学的問題解決に悪影響を与えている可能性が指摘されている (e.g., Cadinu et al., 2005; Spencer et al., 1999;レビューとして, 森永, 2017; Spencer et al., 2016)．ステレオタイプ脅威とは，個人の属する集団に結びつけられたネガティブなステレオタイプがあり，これに基づいて評価されたり扱われたりするのではないかという懸念を持つ状況を意味する（森永, 2017）．Spencer et al.（1999）は，「これから受ける数学のテストには男女差がある」という教示を行った実験群と,「これから受ける数学のテストには男女差がない」という教示を行った統制群を設けた実験法により，ステレオタイプ脅威が数学的問題解決に及ぼす影響を検討した. その結果, 統制群では数学的問題解決にジェンダー差は認められなかったのに対し,

実験群では女性の方が数学的問題解決をできなかったことが示された．ただし，メタ分析におけるステレオタイプ脅威の効果量は $d = 0.17\text{-}0.36$ と小程度から中程度であり（Spencer et al., 2016），その効果は必ずしも大きなものではないと考えられている．さらに，ステレオタイプ脅威研究の再現可能性には疑義が示されている（森永, 2017）など，その知見の妥当性に課題がある．

別の背景として，数学の情意と学習の取り組みにジェンダー差があることがあげられる．男性の方が，数学の学習や問題解決と正に関連する興味（川本ほか, 2019）や自己概念（市原・新井, 2002）は高く，負に関連する数学不安（佐々木, 1990）は低いことが示されている．つまり，男性の方が数学学習や問題解決に適応的な情意を有している可能性がある．他方，学習の取り組みについては，女性の方が数学の学習において問題演習すること（ベネッセ教育総合研究所, 2016）や学習方略を使用すること（伊藤, 1996; 佐藤, 1998）が示されている．

以上から，SES とジェンダーは数学的問題解決の要因と位置付けられる．その影響プロセスとして，SES とジェンダーは情意や学習の取り組みを介して，また SES は認知スキルも介して数学的問題解決に影響することが想定される．

2.2.2. 問題解決方略

第 1 章で説明したように，問題解決方略は解を得ることを保証しないものの，問題解決の指針となる技術（technique）のこと（Gick, 1986）であり，数学的問題解決に直接的な影響を与える．そして，問題解決方略は数学に固有なものと数学以外においても使用される一般的なものに大別されるが，数学的問題解決の要因として検討されてきたのは，とりわけ後者の一般的な問題解決方略であった（Lester, 1994; Weber & Leikin, 2016）．そこで，以下では，一般的な問題解決方略について先行研究を概観する．

問題解決方略は研究者により様々なものが提示されている（Charles & Lester, 1982; 古藤, 1985b; Polya, 1945; Schoenfeld, 1985）が，代表的なものとして Polya（1945）のヒューリスティックス（**表 2-2**）がある．Polya（1945）のヒューリスティックスは，数学的問題解決の過程「理解」「計画」「実行」「検証」の段階ごとに，役立ちそうな手立てをリスト化したものである．Polya（1945）のヒューリスティックスは，理論的ならびに実証的研究に基づき導出されたかは定かではないが，以降の数学的問題解決研究の枠組みとして多大な影響を与えた（清水, 1996a）．

Polya（1945）が示したヒューリスティックスなど様々な問題解決方略を整理する枠組みとして，Charles & Lester（1982）は「一般的方略（general strategies）」と「補助的方略（helping strategies）」を提示した．一般的方略は，パターンを探す，一般化する，似た問題を解くなど，問題を攻略する全般的な計画と関わるものである．補助的方略とは，図をかく，問題を読み返すなど，一般的方略の使用を容易にするものである．ただし，この一般的方略と補助的方略という区別は，補助的方略が一般的方略の機能を果たす場合（あるいはその逆）があるなど，相対的なものであり，あくまで問題解決方略を指導する際の考え方として有効なものと考えられている（石田, 2007）．

問題解決方略の指導に関する一連の研究から，問題解決方略が数学的問題解決の促進要因であることが示されてきた（e.g., 石田, 1992, 2007; 古新, 2009; Lee, 1982; Schoenfeld, 1985）．代表的な研究として，Schoenfeld（1985）は，大学生に問題解決方略を指導する効果を実験法により検討した．その結果，問題解決方略の指導を受けた実験群の学生は，数学的問題解決の成績が有意に高く，方略をより頻繁に使用していたことが示された．石田（1992）は，日本の小学 6 年生を対象に，「絵や図をかいて」「表をつくって」などの問題解決方略を指導する効果を実験法で検討した．その結果，実験群の児童の方が数学的問題解決の成績が有意に高く，図表をより頻繁に使用していたことが示された．

表 2-2 Polya（1945）のヒューリスティックス（Polya, 1945 をもとに作成）

【理解】 ◆ わからないこと，与えられたデータ，条件は何か. ◆ 条件を満たすか．条件は求めることを定めるのに十分，余剰，矛盾であるか. ◆ 図を書いたり，記号を用いる. ◆ 条件を細分化し，書き表す.
【計画】 ◆ 問題は前に見たことがあるか，少し違った形で見たことがあるか. ◆ 類似の問題を知っているか，使えそうな定理を知っているか. ◆ わからないことをよく見る．わからないことが同じ，似ている問題がないかを思い出す. ◆ すでに解いた類似の問題やその結果，方法を使うことができないか．また，これらを利用するために補助的な要素を加えるべきか. ◆ 問題を言い換えることができるか．必要に応じて，定義に戻る. ◆ 問題が解けない場合は，類似の問題や関連した問題に取り組む．やさしい類似の問題はないか．一般的，特殊的，類推的な問題は？問題の一部分を解くことができるか．一部を残して，他は捨てる．どこまでわからないことが定まり，どの範囲で変わるか．データを活用することができるか．他のデータは活用できないか．わからないこと，データを必要に応じて変える．新しく得られたわからないこと，データがなるべく近くにできるか. ◆ データ，条件をすべて使ったか．問題に含まれる本質的な内容をきちんと考慮したか.
【実行】 ◆ 計画を遂行する時，各段階を検討する．各段階が正しいと言えるか.
【検証】 ◆ 結果を確かめることができるか. ◆ 結果を別の方法で求めることができるか．一目にして理解することができるか. ◆ 結果や方法を他の問題に応用できるか.

メタ分析においても，問題解決方略と数学的問題解決の間には正の関連が認められている．Hembree（1992）は，1920 年代から 1980 年代の研究を対象にして，問題解決方略と数学的問題解決の相関係数をメタ分析により推定した．その結果，数学的問題解決に対して，図表を書くこと（r = .31），式を活用すること（r = .20），推測・検証すること（r = .42）は有意な正の相関を示した．また，様々な問題解決方略を使用することと数学的問題解決の間にも有意な正の相関が認められた（r = .25）.

また，数学的問題解決に寄与する問題解決方略は，課題変数によって異なることが示されてきた．例えば，適用する知識が多い複雑な問題では解に至るまでの中間目標を定めること，証明問題では「逆向きに考えること」や「否定や対偶を考えること」が有効な問題解決方略であることが例証されてきた（Kirby & Williams, 1991; Polya, 1945; Schoenfeld, 1985; 塚原, 2000）．また，一部の研究では，例証に留まらず，問題解決をできた者とできなかった者の比較からの検討も行われている．狩俣（1995）は，平面図形に関する証明問題の解決をできた中学生は後ろ向き推論（結論から逆向きに考える方略）を活用して，結論を導くための下位目標を見出し，それぞれを達成していたのに対し，問題解決をできなかった中学生は前提条件から無意味な推論を行うことを示した.

以上から，問題解決方略は数学的問題解決の直接的な促進要因であると位置付けられる．ただし，数学的問題解決に寄与する問題解決方略は，課題変数により異なることが想定される．

2.2.3. メタ認知

メタ認知は多面的かつ曖昧な概念（Dunlosky & Metcalfe, 2009）であり，研究者により定義が異なるものの，メタ認知的知識とメタ認知的技能[13]の 2 側面を持つことは共通している（岡本, 1999; 重松・勝美, 2010）．メタ認知的知識とは，認知的作用の状態を判断するために蓄えられた環境，課題，自己，方略についての知識である（重松, 1990）．環境に関するメタ認知的知識とは，「試験ではないから，間違ってもいい」のように，環境が認知作用にどのように影響するかに関する知識である．課題に関する知識とは，「係数が小数であるとき，そのまま 2 次方程式の解の公式を適用すると，計算ミスをしやすい」のように，課題の性質が認知作用にどのように影響するかに関する知識である．自己に関するメタ認知的知識とは，「私は，計算問題なら解ける」のように，自分の技能や能力が認知作用にどのように影響するかに関する知識である．方略に関するメタ認知的知識とは，「わかったことを図に書いたほうがわかりやすい」のように，認知作用をよくするための方略に関する知識である．他方，メタ認知的技能とは，メタ認知的知識に照らして，認知作用を直接的に調整するモニター，自己評価，コントロールの技能である（重松, 1990）．モニターに関するメタ認知的技能とは，認知作用の進行状態を直接的にチェックする技能である．自己評価に関するメタ認知的技能とは，認知作用の結果をメタ認知と照合して直接的に評価する技能である．コントルールに関するメタ認知的技能とは，自己評価に基づいて認知作用を直接的に制御する技能であり，心理学研究では「メタ認知的コントロール」と呼ばれる（三宮, 2008）．なお，心理学研究では，モニターならびに自己評価に関するメタ認知的技能を合わせて，「メタ認知的モニタリング」と呼ばれる（三宮, 2008）．

加藤（1999）は，心理学研究と数学教育研究を概観し，メタ認知と数学的問題解決の関連について，**図 2-1** のモデルを提示した．モデルの概要は次の通りである．数学的問題解決の過程において，問題解決者は数学の知識や問題解決方略を参照する．メタ認知的技能を適用する「メタ認知的活動」の過程では，数学の知識や問題解決方略とともにメタ認知的知識を参照する．そして，メタ認知的活動は数学の知識や問題解決方略，メタ認知的知識だけではなく，数学的問題解決の過程に影響を与える．このモデルでは，メタ認知の 2 側面の中でもメタ認知的技能が十分でなければ，数学の知識や問題解決方略，メタ認知的知識を活用することができず，ひいては数学的問題解決に悪影響を及ぼすことが想定されている（加藤, 1999）．この加藤（1999）のモデルは，問題を「解けない」状態から「解ける」状態への認知的移行を促す「推進力」（岩崎・山口, 1998）としてメタ認知を捉えるものである．

これまでの実証研究において，メタ認知は数学的問題解決の促進要因であることが示されてきた（Desoete et al., 2019; 加藤, 1999; 岡本, 1992, 1999; 清水, 1996b; Veenman & van Cleef, 2019）．例えば，岡本（1992）は，小学 5 年生を対象として，文章題解決の過程（結果の予想・問題理解・プラン・実行・結果の評価）と，刺激再生インタビューにより測定したメタ認知の関係を検討した．その結果，文章題解決の成績上位群は，問題解決のすべての過程において，メタ認知得点が有意に高いことが示された．Desoete et al.（2019）は，ベルギーの小学 1 年生から 6 年生を対象と

[13] 研究者によっては，「メタ認知的活動」や「メタ認知的経験」などとも呼ばれる（三宮, 2008）．数学的問題解決研究においてメタ認知に着目した研究では，「メタ認知的技能」と呼ばれることが多い（e.g., 加藤, 1999; 石田, 2008; レビューとして，重松・勝美, 2010）ため，本研究は「メタ認知的技能」とした．

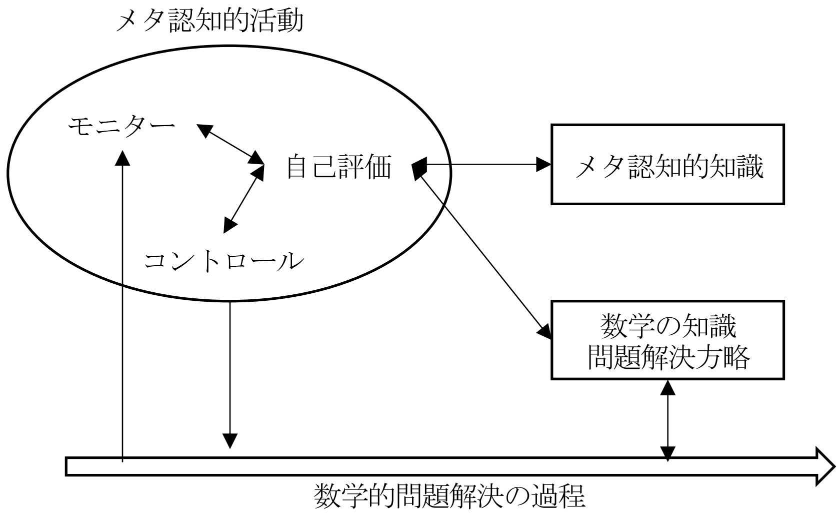


図 2-1 メタ認知と数学的問題解決の関連（加藤, 1999 をもとに作成）

して，計算問題の正答率と，計算問題の自己評価により測定したメタ認知の関係を検討した．その結果，内発的動機づけと問題に費やした時間を統制した場合においても，学年を問わず，メタ認知は計算問題の正答率を正に予測することが示された．

ただし，メタ認知が数学的問題解決に与える影響は問題解決方略よりも小さいことが示されている．清水（1996b）は，小学 6 年生を対象として，数学の知識と問題解決方略，メタ認知が文章題の解決に及ぼす影響を重回帰分析により検討したところ, メタ認知の標準化偏回帰係数の値（β =.081）は，5%水準で正に有意であったが，数学の知識（β =.572）と問題解決方略（β =.235）よりも小さいことが示された．メタ認知による数学的問題解決に対する寄与が小さかった背景として，清水（1996b）は，たとえメタ認知が機能しようと，解決過程のその次の段階で必要となるのは，数学の知識と問題解決方略に関わる活動であることを指摘した．つまり，メタ認知はあくまで数学的問題解決の推進力として機能するものであり，そもそも数学の知識や問題解決方略を有していなければ，数学的問題解決はできないものと考えられる．

そして，メタ認知は数学学習を支える重要な変数と考えられてきた．De Corte et al.（2011）は，数学の知識, ひいては数学的問題解決の要因を獲得・向上するために, 数学学習を「自己調整（self-regulation）」する必要があると指摘した．ここでの自己調整とは，Pintrich（2000）の一般的な定義，すなわち「学習者が，学習目標を定め，目標や環境の文脈的特徴から制約されたり，導かれながら，自身の認知や動機づけ，行動をモニター，調整，コントロールしようとする，能動的で，構成的なプロセス」であり，数学学習の認知・動機づけ・行動を支える変数としてメタ認知を位置付けるものである. また, Pokay & Blumenfeld (1990) が開発した数学の学習方略尺度において, 学習内容を理解しているのか確かめるなど, 現在の学習状況を考慮した上で, 学習を調整する「メタ認知的方略」が含まれている．

以上から，メタ認知は数学的問題解決の要因と位置付けられる．その影響プロセスとして，メタ認知は直接，あるいは問題解決方略や数学学習の取り組みを介して間接的に数学的問題解決を促すことが想定される．ただし，メタ認知による数学的問題解決への寄与は，問題解決方略や数学学習の取り組みよりも小さいものと考えられる．

2.2.4. 認知スキル

認知心理学研究において，普遍的な認知スキルと数学的問題解決の関連が数多く検討されてきた．例えば，ワーキングメモリ（Peng et al., 2016），空間スキル（Atit et al., 2022），流動性推理（fluid reasoning; Green et al., 2017），非言語的推論（nonverbal reasoning; Cooper & Sweller, 1987），言語理解（language comprehension; Peng & Lin, 2019），注意（attention; Fuchs et al., 2006），処理速度（processing speed; Fuchs et al., 2008）などの認知スキルが数学的問題解決と関連することが示されている．

本節では, 認知スキルには多種多様な変数があることを考慮し, 数学的問題解決研究において，とりわけ多くの研究が蓄積されてきたワーキングメモリに関する研究を概観する．その上で，ワーキングメモリとそれ以外の認知スキルの両方が数学的問題解決に及ぼす影響を検討した研究を確認し，認知スキルと数学的問題解決の関連について整理する．

ワーキングメモリは，短期記憶に代わる概念として導入されたもので，ある情報を保持しながら，他の情報を処理する記憶システムのことである（Baddeley & Hitch, 1974）．ワーキングメモリには様々なモデルがあるが，代表的なモデルとして Baddeley（2007）のものがあげられる（湯澤・湯澤, 2014）．Baddeley（2007）のモデルにおいて，ワーキングメモリは「音韻ループ（phonological loop）」「視空間スケッチパッド（visuospatial sketchpad）」「エピソードバッファー（episodic buffer）」という 3 つの下位システムと, これらの制御や情報の処理に関わる「中央実行系（central executive）」から構成される．音韻ループと視空間スケッチパッドは，それぞれ言語（数を含む）と視空間に固有の情報を保持する下位システムとして組み込まれたものである（Peng et al., 2016; 湯澤・湯澤, 2014）．音韻ループとは，音声情報の保持に関わるシステムのことであり，これと中央実行系の働きを合わせて言語的（数的）ワーキングメモリという．視空間スケッチパッドとは，視覚情報や空間情報の保持に関わるシステムのことであり，これと中央実行系の働きを合わせて視空間的ワーキングメモリという．エピソードバッファーは，音韻ループと視空間スケッチパッドの調整，ならびにエピソードや長期記憶を音韻ループや視空間スケッチパッドにインターフェイスするシステムのことである．ただし，エピソード・バッファは，音韻ループと視空間スケッチパッドでは説明できない現象を説明するために新たに追加された概念であり，その詳細については解明の途中にある（湯澤ほか, 2019）．

実証研究の結果から，ワーキングメモリは数学的問題解決の促進要因であることが示されてきた（Jordan et al., 2013; 中道, 2013; Swanson & Beebe-Frankenberger, 2004; メタ分析として，Peng et al., 2016; レビューとして，Raghubar et al., 2010）．代表的な研究として，Swanson & Beebe-Frankenberger（2004）は，小学校 1 年生から 3 年生を対象として，ワーキングメモリと数学的問題解決（計算問題・文章題）の関連を検討した．その結果，計算問題と文章題両方の解決に対して，数学の知識，語彙，言語的ワーキングメモリが正の関連，文章題解決のみに対して，流動性知能と言語的短期記憶が正の関連を示した．Peng et al.（2016）は，1964 年から 2014 年までの研究を対象として, ワーキングメモリと数学的問題解決との関連をメタ分析により検討したところ, ワーキングメモリと数学的問題解決の間に正の相関関係が認められた（ $r = .35$ [.32, .37] ）．ただし，ワーキングメモリと数学的問題解決の正の相関の程度は，数学の内容により程度が異なることが示された．具体的には，正の相関の程度は，文章題が最も大きく（ $r = .37$ [.34, .41] ），図形問題が最も小さかった（ $r = .23$ [.17, .27] ）．また，調整分析の結果，ワーキングメモリの各側面は，数学的問題解決と同程度の正の相関関係にあることが示された．これらの研究から，ワーキングメモリは言語的･視空間的という側面に関わらず, 数学的問題解決の促進要因と考えられる．

ワーキングメモリは問題解決方略の使用を規定することも示されている．Barrouillet & Lépine

（2005）は，小学生を対象として，ワーキングメモリと問題解決方略，計算問題解決との関連を検討した．その結果，ワーキングメモリの容量が大きい児童ほど，認知的負荷の大きい問題解決方略 (e.g., 事実の検索) をより多く使用し, 問題解決に費やした時間は短くなることが示された．Ramirez et al.（2016）は，小学生を対象として，数学不安とワーキングメモリ，問題解決方略，計算問題解決との関連を検討した．その結果，数学不安が高く，かつワーキングメモリの容量が大きい児童ほど，問題解決方略を使用せず，計算問題を解決できないことが示された．つまり，ワーキングメモリの容量が大きいほど，問題解決方略の使用に認知的リソースを割り当てることができると考えられる．ただし，数学不安が高い場合，ネガティブな思考や感情を制御することに認知的リソースが割り当てられるため，問題解決方略にリソースを十分に割り当てられなくなる（Ramirez et al., 2016）と考えられる．

さらに，ワーキングメモリは数学学習を支える重要な変数であることが示されてきた（湯澤, 2014）．先述した Swanson & Beebe-Frankenberger（2004）は，年少の児童と算数障害のリスクのある児童が，その他の児童よりも，計算問題と文章題の解決だけではなく，意味処理，音韻処理，抑制，読解の成績が低いことを示した．Gathercole et al.（2004）は，イギリスの全国統一テストにおける数学の学習到達度とワーキングメモリの関連を検討したところ，数学の学習到達度が低い 7 歳児と 14 歳児の言語的ワーキングメモリは低いことが示された．

ただし，他の認知スキルと発達段階を考慮したとき，ワーキングメモリと数学的問題解決の関連は変動することが示されてきた．Lin (2021) は，1922 年から 2019 年までの研究を対象として，小学生の文章題解決に対して，認知スキル（ワーキングメモリ・非言語推論・言語理解・注意・処理速度）と数学のスキル（事実の検索・計算・数学の語彙・文章理解）が及ぼす影響をメタ分析により検討した．その結果，高学年では，認知スキルの中でもワーキングメモリと言語理解，注意が文章題解決と直接的に正の関連を示したが，低学年では，注意のみが文章題解決と直接的に正の関連を示した．ただし，取り上げられた認知スキルは文章題解決と関連する数学のスキルと直接的に正の関連を示している．また，Novak & Tassell（2017）は，大学生を対象として，ワーキングメモリ，空間スキルが数学的問題解決（文章題・計算問題・図形問題）に及ぼす影響を検討した．その結果，ワーキングメモリは計算問題の解決，空間スキルは図形問題と文章題の解決と有意な正の関連を示した．

以上から，認知スキルは数学的問題解決の要因と位置付けられる．その影響プロセスとして，認知スキルは直接，あるいは問題解決方略と数学学習の取り組みを介して間接的に数学的問題解決を促すことが想定される．ただし，数学的問題解決にとりわけ寄与する認知スキルは，課題変数や発達段階により異なるものと考えられる．

2.2.5. 学習の取り組み

人は問題解決をしながら学習し，学習した結果を用いて問題解決を行うため，学習と問題解決は表裏一体の関係にある（半田ほか, 1986）．つまり，数学学習は数学的問題解決の成因とも成果とも捉えることができるが，本研究は成因としての側面に着目する．

数学的問題解決を促す学習の取り組みの一端として，「学習方略（learning strategy）」は長年にわたり注目を集めてきた概念である．学習方略は「学習の効果を高めることをめざして意図的に行う心的操作あるいは活動」と定義され，「学習を促進する効果的な学習法・勉強法を用いるための計画，工夫，方法」を意味している（辰野, 1989）．学習方略は，自己調整された学習，すなわち「自己調整学習（self-regulated learning: Schunk & Greene, 2018; Zimmerman & Schunck, 2001）」の主たる構成要素であり，学習目標と結果の橋渡しをする基本的な役割を担うものである（塚野,

2012）.

先行研究では，教科普遍の学習方略について数多くの検討が行われてきた（e.g., Pintrich & De Groot, 1990; Zimmerman & Pons, 1986）が，数学特有の学習方略についても検討が行われている．Pokay & Blumenfeld（1990）は，高校生を対象として，数学の学習方略尺度の開発を試みたところ，下位尺度として，「メタ認知的方略」（e.g.，学習内容を理解しているか確かめる）「一般的認知方略」（e.g.，テストのとき，クラスや教科書から情報を集める）「図形特有方略」（e.g.，証明の問題に取り組む前に，仮定について知っていることを自問する）「努力調整方略」（e.g.，面白くない課題であっても，最後までやり遂げる）が得られた．また，市原・新井（2006）は，中学生を対象として，「意味理解方略」（e.g.，公式や法則は自分で導き出せるようにする）と「暗記・反復方略」（e.g.，わからない問題は何回もくり返し練習する）からなる数学の学習方略尺度を作成した．Pokay & Blumenfeld（1990）と市原・新井（2006）では下位尺度に相違はあるものの，教科普遍の学習方略と同様に，自分の認知過程を調整することで効果的な学習を促す「認知的方略」，メタ認知を通じた自己調整により学習の効率化を図る「メタ認知的方略」，ならびに学習を効果的に進めるために自ら動機づけを高めたり維持したりする「動機づけ調整方略」（伊藤, 2009）に大別して考えることができるだろう[14].

実証研究において，学習方略は数学的問題解決に対して直接的に影響を与えることが示されてきた（e.g.，廣瀬ほか, 2013; 市原・新井, 2006; Pape et al., 2003; 須藤, 2010; Wolters & Pintrich,1998）．例えば，須藤（2010）は，PISA2003 の日本のデータセットを用いて，学習方略が数学的リテラシーに関する問題解決に及ぼす影響を検討したところ，SES（文化階層）に関わらず，定着確認方略（e.g.，勉強で自分が分かっていない箇所をおさえる）と手順暗記方略（e.g.，勉強では段階を追って手順を覚える）が数学的リテラシーに関する問題解決と有意な正の関連を示した．廣瀬ほか（2013）は，大学生を対象として，学習方略が計算問題解決に及ぼす影響を検討したところ，要点理解方略が計算問題解決と有意な正の関連を示した．

ただし，学習方略が焦点を当てているのは，日常的な普段の学習の取り組みの一端であり，特定の内容や状況に焦点を当てたものではない．数学的問題解決をより予測する可能性があるとともに，内容や状況に応じてどのように学習するべきかという指針を提示することを踏まえると，特定の内容や状況に焦点を当てた学習の取り組みを射程とすることが求められる．

特定の内容や状況における学習の取り組みに焦点を当てるとき，その取り組みの質を表す構成概念として「エンゲージメント（engagement）」がある．エンゲージメントは，学習に対する積極的な関与や取り組みの質を表す構成概念であり（Christenson et al., 2012），課題に没頭している心理状態を表す（鹿毛, 2013）．そして，エンゲージメントは，人と環境との間で現在進行形にて生起するダイナミックに変化する相互作用を心理現象の質として記述する概念（鹿毛, 2013）であり，より内容や状況に根差したものと考えられている．

エンゲージメントは「行動的エンゲージメント（behavioral engagement）」「感情的エンゲージメント（emotional engagement）」「認知的エンゲージメント（cognitive engagement）」に大別される（Fredricks et al., 2004）．行動的エンゲージメントとは，学習に対して注意をむけ，努力し，粘り

[14] 瀬尾ほか（2008）や多鹿（2021）が指摘するように，学習方略と問題解決方略は全く異なるものではなく，むしろその共通部分は多い．数学的問題解決をしながら学習するということを踏まえれば，問題解決方略は学習方略の部分集合と捉えることもできるだろう．しかし，問題解決方略と学習方略ではその力点が異なる．問題解決方略では，実際の問題解決場面において個々の問題を解決する際の具体的な認知や行動に力点を置いているのに対し，学習方略では，個々の問題を解決することよりも日常的な学習場面における認知や行動に力点を置いている．

強く取り組んでいることである．感情的エンゲージメントとは，学習に対して興味や楽しさなどのポジティブ感情を随伴していることである．認知的エンゲージメントとは，自分の活動の計画やモニター，認知的な学習方略の使用といった認知的参加のことである．

心理学研究において，エンゲージメントは学習成果を直接的に強く予測することが示されてきた（e.g., Ghelichli et al., 2021; Reeve & Lee, 2014; 梅本・伊藤, 2016; 梅本ほか, 2016）．Reeve & Lee（2014）は，韓国の高校生を対象として，エンゲージメントと心理的欲求充足，自己効力，熟達目標，授業成績の関連を交差遅延パネルモデルにより検討した．その結果，エンゲージメントは心理的欲求充足と自己効力，ひいては授業成績と正に関連することが示された．また，梅本ほか（2016）は，大学生を対象として，エンゲージメントと心理学のテスト得点の関連を検討したところ，感情的エンゲージメントは行動的エンゲージメントと，行動的エンゲージメントはテスト得点と正に関連することが示された．よって，エンゲージメントは学業成績という認知的な学習アウトカムと，自己効力や熟達目標などの情意的な学習アウトカムの両方を促すものと考えられる．

数学的問題解決研究において，エンゲージメントは数学的問題解決の促進要因であることが示されてきた（e.g., Fung et al., 2018; Putwain et al., 2018; 清水, 2020a, 2020b）．例えば，清水（2020b）は，中学生 1 年生を対象として，全国学力・学習状況調査における図形の記述式証明問題を用いて，エンゲージメントが証明問題の解決に及ぼす影響を検討した．その結果，エンゲージメントの中でも，認知的エンゲージメントが証明問題の解決と正に関連することが示された．また，Fung et al.（2018）は，PISA2012 のデータを用いて，エンゲージメントと数学的リテラシーに関する問題解決の関連を検討したところ，エンゲージメントの全側面が数学的リテラシーに関する問題解決と正に関連することを示した．そして，エンゲージメントの中でも，認知的エンゲージメントと数学的問題解決が強く関連することを示した．この背景として，Fung et al.（2018）は，認知的エンゲージメントは他の側面のエンゲージメントよりも，学習の多様な側面を捉えていることの証左だと指摘している．

以上から，学習の取り組みとして学習方略とエンゲージメントは，数学的問題解決の要因と位置付けられる．その影響プロセスとして，学習方略とエンゲージメントは直接あるいは，情意や問題解決方略を介して間接的に数学的問題解決を促すことが想定される．問題解決方略の指導により問題解決方略の習得と数学的問題解決が促されること（e.g., 石田, 1992; Schoenfeld, 1985）を踏まえると，数学学習の取り組みが高まることで問題解決方略の習得が促されることも考えられるだろう．

2.3. 数学的問題解決の課題要因

1970 年代までの数学的問題解決研究における中心的なトピックの 1 つとして，課せられた問題の特徴，すなわち課題変数の数学的問題解決に対する影響が検討されてきた（Lester, 1994; レビューとして，Goldin & McClintock, 1979; 石田, 1982）．課題変数には様々な下位変数があるが，代表的なものとして「文脈変数」「構文変数」「構造変数」「内容変数」がある（Goldin & McClintock, 1979）．文脈変数とは，問題が表現されている数学とは関係のない文脈に関する変数であり，問題の表現（e.g., 操作的，図的），言語的な文脈（e.g., 具体的 vs 抽象的），情報の形式（e.g., ヒントの有無，多肢選択）などが含まれる．構文変数とは，問題の語法に関する変数であり，問題文の長さ（e.g., 単語や文の数），形式（e.g., 言葉，記号，数値），問いの位置（e.g., 文頭，文末）など

が含まれる．構造変数とは，問題の構成要素の複雑さ[15]に関する変数であり，演算や数式，解法の数や種類などが含まれる．内容変数とは，問題の数学的内容に関する変数であり，数学の内容（e.g., 代数，幾何，解析などの教科，鶴亀算などの伝統的な種類），応用領域（e.g., 生物学，化学，物理学），数学の表現（e.g., 以上，未満，平均）などが含まれる．

課題変数の中でも，文脈変数と構文変数，構造変数が数学的問題解決に及ぼす影響については，数多くの検討がなされてきた（e.g., Caldwell & Goldin, 1979; Days et al., 1979; Jerman & Rees, 1972; 吉田・古橋, 1978; レビューとして，Goldin & McClintock, 1979; 多鹿, 1996; メタ分析として，Hembree, 1992）．例えば，Caldwell & Goldin（1979）は，小学 4 年生から 6 年生を対象として，問題の記述が抽象的あるいは具体的であるか，または事実的あるいは仮定的であるかによって，文章題解決の困難さが異なるのかを検討した．その結果，問題の記述が具体的である場合には事実的あるいは仮定的な記述の違いは正答数に影響を与えないが，問題の記述が抽象的である場合には事実的な記述の方が正答数は少ないことが示された．Hembree（1992）のメタ分析では，問題が具体的な文脈のものであること，問題文に関連のある図や絵を載せることで，数学的問題解決は促されることが示されている．以上のように，文脈変数と構文変数，構造変数は，それぞれの変数の下位要素により関連の仕方は異なるものの，数学的問題解決に影響することが示されてきた．

他方，内容変数については，数学的問題解決の要因，すなわち独立変数として検討されず，「計算問題解決の過程や要因」のように，いわば従属変数として位置付けられてきた（Goldin & McClintock, 1979）．その中で，適用する数学の知識の違い，ならびに要因として寄与する問題解決方略や認知スキルなどの違いから，内容変数は数学的問題解決の要因として考えられている（e.g., Peng et al., 2016）．

そして，課題変数は，個人要因と相互作用しながら数学的問題解決に影響することが示されてきた．Days et al.（1979）は，中学 2 年生を対象として，生徒の認知水準（具体的操作—形式的操作）と問題の構造（単純—複雑）により，問題解決過程の行動が異なるのかを発話プロトコル分析により検討した．その結果，生徒の認知水準が形式的操作であるとき，問題解決過程の行動は顕著に異なることが示された．また，Hoffman（2010）は，教員養成課程の学生を対象として，計算の複雑さによって，数学不安と自己効力，ワーキングメモリが計算問題の解決に及ぼす影響が異なるのかを検討した．その結果，計算問題の解決に対して，単純な問題では，自己効力が有意な正の関連を示すが，複雑な問題では，ワーキングメモリが有意な正の関連，数学不安が有意な負の関連を示した．このように，課題変数と個人要因は相互作用しながら数学的問題解決に影響するものと考えられるが，数学的問題解決は問題解決者が行うことを踏まえると，個人要因が説明変数，課題変数が調整変数という解釈が自然であろう．

以上から，課題変数は，個人要因と数学的問題解決の関連に調整効果を及ぼすものと考えられる．

2.4. 数学的問題解決の環境要因

2.4.1. 問題解決時の状況

Kilpatrick（1978）は，状況変数として，外的報酬の有無，参加方法，参加時間などを提示した

[15] 数学的問題解決研究以外では，「課題の複雑さ（task complexity）」とも呼ばれる．課題の複雑さは適用する知識の数，解法や解答の多様さ，認知的負荷，困難さ，課題の数などを含む多様な概念と考えられている（レビューとして，Liu & Li, 2012）．

が，これらは実験室研究の知見に対して，その生態学的妥当性を問うものであった．そのためか，数学的問題解決研究において，外的報酬の有無，参加方法，参加時間を独立変数として，数学的問題解決との関連を検討した研究は，管見の限り見当たらない．

他方，状況変数として，「プレッシャー（pressure）」に焦点を当て，数学的問題解決に及ぼす影響を検討した研究は行われている（e.g., Beilock & DeCaro, 2007; Beilock et al., 2004; DeCaro et al., 2010）．プレッシャーとは，自身が高いパフォーマンスを発揮することの重要性を増加させる要因，あるいはその組み合わせと定義される（Baumeister, 1984）．そして，プレッシャー環境下でパフォーマンスが低下することは「あがり（choking under pressure）」と呼ばれ，数学的問題解決との関連が検討されてきた．

スポーツでのパフォーマンスとは異なり，プレッシャーにより数学的問題解決は阻害されることが一貫して示されてきた．Beilock et al.（2004）は，大学生を対象として，ハイプレッシャー条件下にある実験群とそうではない統制群を設けた実験法にて，プレッシャーが計算問題の解決に及ぼす影響を検討した．ここでのハイプレッシャーとは，金銭的報酬と関連したパフォーマンスの向上，他者から報酬に対する責任を負うこと，ビデオカメラでの記録によって専門家から評価されることの 3 つが同時に起きている状況と操作的に定義された．その結果，ハイプレッシャー条件の学生は，繰り上がりのある複雑な計算問題においてのみ，成績は低下することが示された．DeCaro et al.（2010）は，プレッシャーが言語的ワーキングメモリに負荷をかけた計算問題の解決に及ぼす影響を検討した．その結果，ハイプレッシャー条件の学生は，言語的ワーキングメモリに負荷をかけた計算問題においてのみ，成績は低下することが示された．

また，プレッシャーにより数学的問題解決が阻害されることの理論的背景として，感情制御仮説（Mattarella-Micke & Beilock, 2013）が想定されている．この説は，ネガティブな思考や感情を制御するために，認知的リソースを割り当ててしまうため，ワーキングメモリを司る中央実行系が阻害されるというものである．

以上を踏まえると，プレッシャーは数学的問題解決の阻害要因と位置付けられる．その影響プロセスとして，プレッシャーは認知スキルを介して間接的に数学的問題解決を阻害するものと考えられる．

2.4.2. 教師の指導・支援

児童生徒の学習を促進することの専門職である教師は，日々の学校生活において生徒を取り巻く学習環境に最も寄与し（Anderman & Gray, 2017），その存在自体が児童生徒にとって重要な学習環境と位置付けられる（鹿毛, 2013）．それゆえ，教師の指導・支援が児童生徒の学習，ひいては数学的問題解決の要因であることが言うまでもないだろう．現に，数学教育研究における「数学的問題解決の指導に関する研究」において，多種多様な教師の指導・支援が，児童生徒の数学学習の取り組み，ひいては数学的問題解決を促す姿の様相が記述されている（飯田, 2010）．

では，どのような教師の指導・支援が児童生徒の数学学習の取り組み，ひいては数学的問題解決を促すのか．Dignath & Buttner（2008）は，1992 年以降の研究を対象として，小・中学校における教授･学習方法への介入が数学の学業成績に及ぼす影響をメタ分析により検討した．その結果，小学生には認知的な学習方略に焦点を当てた介入，中学生には動機づけに焦点を当てた介入ほど数学の成績が高くなることを示した．また，数学教育研究における「問題解決の指導に関する研究」（飯田, 2010）や Hembree（1992）のメタ分析の結果，問題解決方略への介入により数学的問題解決が促されることが示されている．つまり，教師が，認知的な学習方略，問題解決方略，動機づけを指導・支援することで，児童生徒の数学的問題解決は促されることが考えられる．

表 2-3 CLIA モデルの下位要素（De Corte et al., 2004 をもとに作成）

コンピテンス ● 組織化されていて，柔軟にアクセスできる知識. ● 一般的な問題解決方略の方法. ● メタ認知. ● 自己調整スキル. ● 数学と関連する肯定的な情意.
学習 ● 学習は，能動的・構成的なものである. ● 学習は，累積的なものである. ● 学習は，自己調整的なものである. ● 学習は，目標志向的なものである. ● 学習は，状況的かつ協働的なものである. ● 学習は，人によって異なるものである.
介入 ● 児童生徒の積極的で建設的な習得プロセスを引き出し，支援する. ● 児童生徒の認知プロセスを自己調整するスキルを促進する. ● 効果的な学習には文脈と協調が必要である. ● 数学に固有の知識，問題解決方略，メタ認知，自己調整スキル，数学に対する肯定的な情意を習得する機会を設定する. ● 児童生徒が自分の学習活動や問題解決方略を説明し，考えることを誘発する教室風土や文化を作り出す.
評価 ● コンピテンスの全要素の習得に向けて，児童生徒の進歩に対応し，モニターする. ● 児童生徒が内容を深く理解し，学習と思考スキルを熟達し，生産的に使用するために，診断的なフィードバックを与える. ● 評価は学習者に意味のある課題を含み，自己調整や協働の機会を提供する. ● 評価は，児童生徒が個人およびグループでの自己評価スキルを身につけることに役立つ.

さらに，数学的問題解決を促す教授・学習の枠組みとして，「CLIA モデル（Competence, Learning, Intervention, Assessment-model）」がある（De Corte et al., 2004）．CLIA モデルは，児童生徒に求められる数学の有能さと学習を踏まえた上で，介入ならびに評価を行い，数学的問題解決を促す強力な学習環境をデザインしようとするものである（**表 2-3**）．CLIA モデルに基づいた実証研究として，ディコルテ（2009）は，小学校 4 クラスを対象として，①学習と指導の内容，②問題の性質，③教授テクニック，④教室文化を抜本的に変化させた介入を 20 時間にわたるデザイン実験を実施した．①については，メタ認知に関する指導が重点的に行われた．②については，教科書の定型問題ではなく，日常的かつ複雑な非定型問題が使用された．③については，授業課題を提示したのち，3 ないし 4 人のグループで 2 つの問題を解き，その後個別問題とクラス全体での討論の形式で進められた．④については，良い問題・解法・解答，あるいは教師と子どもの役割について，議論ならびに再検討する機会を設けた．統制群を設けた，事前―事後―保持テストにて介入の効果を検討したところ，実験群の児童は数学的問題解決の成績だけではなく，授業中のメタ

認知，数学に対する肯定的な情意も有意に高いことが示された．

近年では，より具体的な指導・支援のあり方として，「認知的活性化（cognitive activation）」に注目が集まってきている．認知的活性化とは，教師が児童生徒に構成的かつ内省的な高次の思考を促すことと定義される（Baumert et al., 2010）．Lipowsky et al.（2009）は，数学教育における認知的活性化の要素として，次の 3 点を提示した．その 1 に，教師は，児童生徒の知識を活性化させ，概念理解を促す必要があることである．その 2 に，生徒により高次な認知を求める問題を提供することである．その 3 に，議論や説明などへの参加と相互作用の質を高めることである．この 3 要素の中でも，生徒により高次な認知を求める問題を提供することは，数学の授業における要諦と考えられている（Baumert et al., 2010）．

認知的活性化は，数学的問題解決の促進要因であることが示されてきた（e.g., Baumert et al., 2010; Kunter et al., 2013; Li & Liu et al., 2021; Lipowsky et al., 2009）．例えば，Kunter et al.（2013）は，ドイツの中学生とその担当教師を対象として，認知的活性化と学習支援（教師が適切かつ思いやりをもって支援すること），教室マネジメント（教室内の規律風土，時間の有効活用）が，数学の標準テストの成績と数学の楽しさに及ぼす影響を検討した．その結果，認知的活性化と教室マネジメントはテスト成績と正に関連し，学習支援と教室マネジメントは数学の楽しさと正に関連することが示された．Li & Liu et al.（2021）は，中国の小学生とその担当教師を対象として，認知的活性化と自己効力，中国のナショナルカリキュラムに準拠した数学のテスト得点の関連を検討した．マルチレベル分析の結果，児童レベルと教師レベルの両方において，認知的活性化は自己効力を媒介して間接的にテスト得点と正に関連することが示された．

以上を踏まえると，教師の指導・支援は数学的問題解決の要因と位置付けられる．その影響プロセスとして，教師の指導・支援は，数学学習の取り組みや情意，問題解決方略を介して，間接的に数学的問題解決に影響することが想定される．

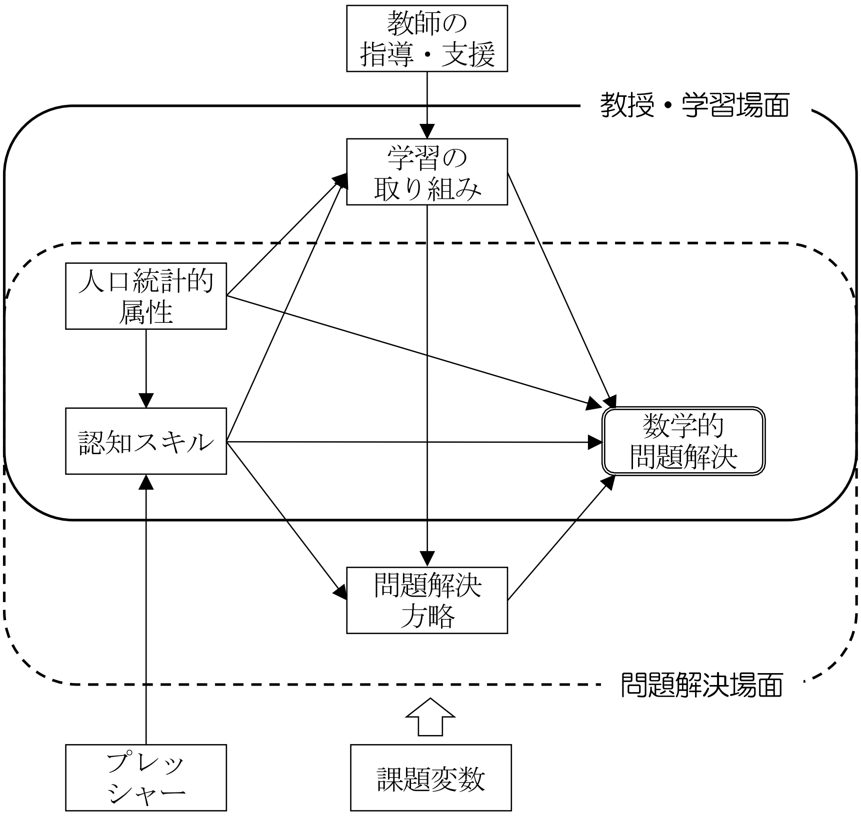
2.5. 数学的問題解決の要因とその影響プロセス

以上から，数学的問題解決の要因とその影響プロセスは，問題解決方略を中心とした個々の問題を実際に解決する「問題解決場面」と，日常的な数学学習の取り組みと教師の指導・支援を中心とした「教授・学習場面」に分けることができるだろう．メタ認知と認知スキル，人口統計的属性は問題解決場面と教授・学習場面の両方で，プレッシャーと課題変数は問題解決場面において機能することが想定される．そこで，**表 2-1** に記した数学的問題解決の要因について，その影響プロセスを**図 2-2** にまとめた．ただし，**図 2-2** について，以下 3 点に留意する必要がある．

その 1 に，この図ではメタ認知を認知スキルに含むものとしている．確かに，メタ認知とワーキングメモリ，空間スキルなど研究背景が異なるものである（三宮, 2008）．しかし，メタ認知を知能に含めることで，より広範な知能が説明しやすくなること（三宮, 2008）を踏まえると，これらを認知スキルとして一緒くたにまとめることで，数学に限定されない「普遍的な認知プロセスに関わるスキル」をより説明できるだろう．

その 2 に，「問題解決時の状況」ではなく，「プレッシャー」としたことである．なぜなら，他の問題解決時の状況について，Kilpatrick（1978）の提示した状況変数を数学的問題解決の独立変数として検討した研究が，管見の限り見当たらず，プレッシャーと異なる作用を及ぼす可能性があると考えたからである．

その 3 に，問題解決場面と教授・学習場面の枠内はそれぞれの場面における個人要因を意味している．



注：→は影響関係，⇨は調整効果を意味する．

図 2-2　数学的問題解決の要因とその影響プロセス

第3章　情意から数学的問題解決への影響プロセスに関する基礎的考察

数学教育研究では，Polya（1945）がヒューリスティックスとともに楽しさや興味などの「情意（affect）」の重要性を指摘して以降，数学における情意に関する研究が数多く行われてきた（レビューとして，De Corte et al., 2011; 今井, 2010; Liljedahl & Hannula, 2016; McLeod, 1992; Middleton & Spanias, 1999; Schukajlow et al., 2017）．その中で，問題解決方略やメタ認知などの認知的要因だけでは数学的問題解決を十分に説明できないことを背景として，情意と数学的問題解決の関連が検討されてきた（e.g.，今井, 1991; Pajares & Graham, 1999; 渡邉, 2013; レビューとして，Hannula, 2015; Mayer, 1998; メタ分析として，Barroso et al., 2021; Hembree, 1992）．

本章では，数学教育研究と心理学研究を概観し，数学における情意の定義と構造，ならびに情意の代表的な変数と数学的問題解決との関連に関する先行研究を整理する．その上で，情意から数学的問題解決への影響プロセスについて，そのモデルを提示する．

3.1．数学における情意の定義

数学教育において，情意が数学的問題解決の主たる要因であること，学習成果の指標の 1 つであること，将来の数学と関連する行動（キャリア選択など）を予測することから，主要なテーマであり続けている（Batchelor et al., 2019）．しかし，数学における情意の定義は，研究者によって様々なものがある（Batchelor et al., 2019）．そこで，代表的な先行研究における定義に基づき，数学における情意の概念規定を行う．

代表的な先行研究における情意の定義を**表 3-1** に記す．

Hannula（2014）と Batchelor et al.（2019）は，情意には広義な定義と狭義な定義があることを指摘した．狭義な定義とは，いわゆる心理学における情意の定義に対応するものであり，「感情（emotion）」[16]や「情感（feelings）」のみを情意とするものである．他方，広義の定義とは，ブルームタキソノミーの「情意領域」など教育学における情意の定義に対応するものであり，「態度」「信念」「動機づけ」「感情」など，いわゆる「純粋には認知的ではない変数」(Batchelor et al., 2019）を情意とするものである．数学的問題解決研究では，とりわけ後者の定義に基づき研究が進められてきたため，本研究もこの広義な定義に基づく．

ただし，この広義な定義に基づく場合，Batchelor et al.（2019）が指摘する「純粋に認知的ではない」が一体何であるかを明示する必要がある．なぜなら，情意の広義な定義の外延として，認知的な変数である信念や自信（Goldin, 2000; 今井, 2018）などが含まれているからである．

この問題を解決するために，認知とは何かを整理する．そもそも，認知とは，何かを知覚・認識する心理的プロセス, その結果, あるいは認識を可能にする能力と定義される（渡辺・後藤, 2013）．

[16] 今田（2015）によれば，emotion は「感情」だけではなく「情動」「情緒」とも訳される．一般に，emotion の生物的，行動的，ないし臨床点側面に焦点が当てられる場合には「情動」，認知的あるいは社会文化的側面に焦点が当てられる場合には「感情」，発達心理学領域では伝統的に「情緒」が訳語として割り当てられる（今田, 2015）．本研究は，いわば emotion の認知的側面に焦点を当てているため，「感情」の訳語を統一的に使用した．

表 3-1 代表的な先行研究における情意の定義

研究者	定義
McLeod（1992）	情意領域（affective domains）は，一般に認知領域を超えた信念，情感（feelings），気分（moods）の広い範囲を示している．
Goldin（2000）	情意領域は，①信念と信念構造，②態度，③感情状態（emotional states），④価値・倫理・モラルを含む．
Hannula（2014）	情意には，①態度，信念，動機づけ，感情（emotion），これら以外に人の心の非認知側面をすべて覆う包括的な概念，②感情状態・特性（emotional states and trait）というより狭い意味での概念，という 2 側面がある．
今井（2018）	数学（算数を含む）への興味，関心，好意性，意欲，不安，自信，自己概念，情動，信念，態度などの非認知的要因．
Batchelor et al. （2019）	狭義には「人の情感と感情」，広義には「態度，信念，動機づけを含む，純粋に認知的ではない変数の総称」である．

この定義に基づけば，情意に含まれる信念などの認知変数は，何かを知覚・認識する心理的プロセスの結果，すなわち「認知のプロセス」や「認知の能力」ではなく「認知内容」を示すものと考えることができる．

そこで，本研究では，Batchelor et al.（2019）が指摘する「純粋に認知的ではない」ものを「認知のプロセス，あるいはその能力ではない」ものとして，数学における情意を「数学に関わる認知のプロセス，あるいはその能力ではない変数を包括する概念」と規定する．

3.2. 数学における情意の構造

以上の概念規定に基づけば，数学における情意は包括的な概念である．ゆえに，数学的問題解決との関連，ひいては体系的な研究を行うために，数学における情意の構造を提示する必要がある．そこで，本節では数学における情意の構造を提示した代表的な先行研究である McLeod（1992），DeBellis & Goldin（2006），Hannula（2011, 2012）を概観および整理し，情意の構造を提示する．

3.2.1. McLeod（1992）の 3 領域モデル

数学における情意の構造として，以後の研究に大きな影響を与えたのが McLeod（1992）の 3 領域モデルである（**表 3-2**）．McLeod（1992）は，安定性と反応の強度という観点から，情意を「信念（belief）」「感情（emotions）」「態度（attitudes）」の 3 領域に大別した．信念は，情意の中で最も安定しており，かつ反応の強度は低いものであり，「数学」「自己」「数学の教授」「社会的文脈」に対する認識を側面として含むものである．感情は，瞬時に生じた生理的反応であり，情意の中で反応の強度は最も強く，かつ最も安定していないものである．例えば，「非定型問題を解く楽しさ」などが感情に含まれる．態度は，情意の中で適度な強さと安定性を有するものであり，「図形の証明が嫌いだ」などが含まれる．そして，McLeod（1992）は，この 3 領域の下位要素として，「自信（confidence）」「自己概念（self-concept）」「自己効力（self-efficacy）」「数学不安（math anxiety）」などがあると位置付けた．

Hannula（2012）は，McLeod（1992）の 3 領域モデルが抱える問題点として，次の 2 点を指摘

表 3-2 McLeod（1992）の 3 領域モデル（McLeod, 1992 の Table23-1 を邦訳）

カテゴリー	例
信念 　数学に関するもの 　自己に関するもの 　数学の教授に関するもの 　社会的文脈に関するもの	 数学は規則に基づく 問題と解くことができる 教授は有効だ 学習は競争だ
態度	図形の証明が嫌いだ 問題解決は楽しい 発見学習が好きだ
感情	非定型問題を解く楽しさ 数学に対する真正的反応

した．その 1 に，態度を感情と認知と並立して，情意の主領域としていることである．Hannula（2012）は，態度には認知的，行動的，および感情的成分が含まれているため，McLeod（1992）のモデルは親と子が入れ込んでいる構造であると批判した．その 2 に，心理学研究の知見から，感情には比較的安定した「感情特性（emotional trait)」，ならびに活動中に発生し，継続的に変化する「感情状態（emotional state)」の 2 側面があるため，McLeod（1992）の感情の捉えは不十分であると批判した．

3.2.2. DeBellis & Goldin（2006）の四面体モデル

DeBellis & Goldin（2006）は，McLeod（1992）の 3 領域モデルを微修正した「信念」「態度」「感情状態」に「価値／モラル／倫理（values/morals/ethics)」を情意の領域に追加した．モラルと倫理を含む価値は，個人が大切にしている深い「個人的な真理」あるいは「約束」のことであり，社会における数学の価値意識としての信念を意味している（DeBellis & Goldin, 2006）．その上で，DeBellis & Goldin（2006）は，「信念」「態度」「感情状態」「価値／モラル／倫理」を四面体の頂点に位置付け，各々の領域が他者との関わり，ひいては社会・文化的条件，あるいは外部の文脈的要因と相互作用しながら存在するという四面体モデルを提示した（**図 3-1**）．

DeBellis & Goldin（2006）の四面体モデルは，数学教育で重視されてきた価値と「社会的展開（social turn)」[17]，他者や社会との関わりを組み込んだ上で，数学における情意を提示した点に意義がある．他方，McLeod（1992）の 3 領域モデルと同じく，態度を信念と感情状態と並列に付置していることに問題がある．さらに，DeBellis & Goldin（2006）が提示する価値／モラル／倫理は他の情意変数，とりわけ信念と類似した概念であるため，信念と並列させることに批判がある（e.g., Hannula, 2012）．

3.2.3. Hannula（2011, 2012）の立方体モデル

Hannula（2011, 2012）は，McLeod（1992）や DeBellis & Goldin（2006）などの情意モデル，ならびに心理学研究における動機づけと自己調整学習の研究に基づき，情意を 3 つの次元から捉える立方体モデルを提示した（**図 3-2**）．以下，それぞれの次元について概観する．

[17] 数学の教授・学習は，本質的に社会的なものであることを意味する（Hannula, 2012）．

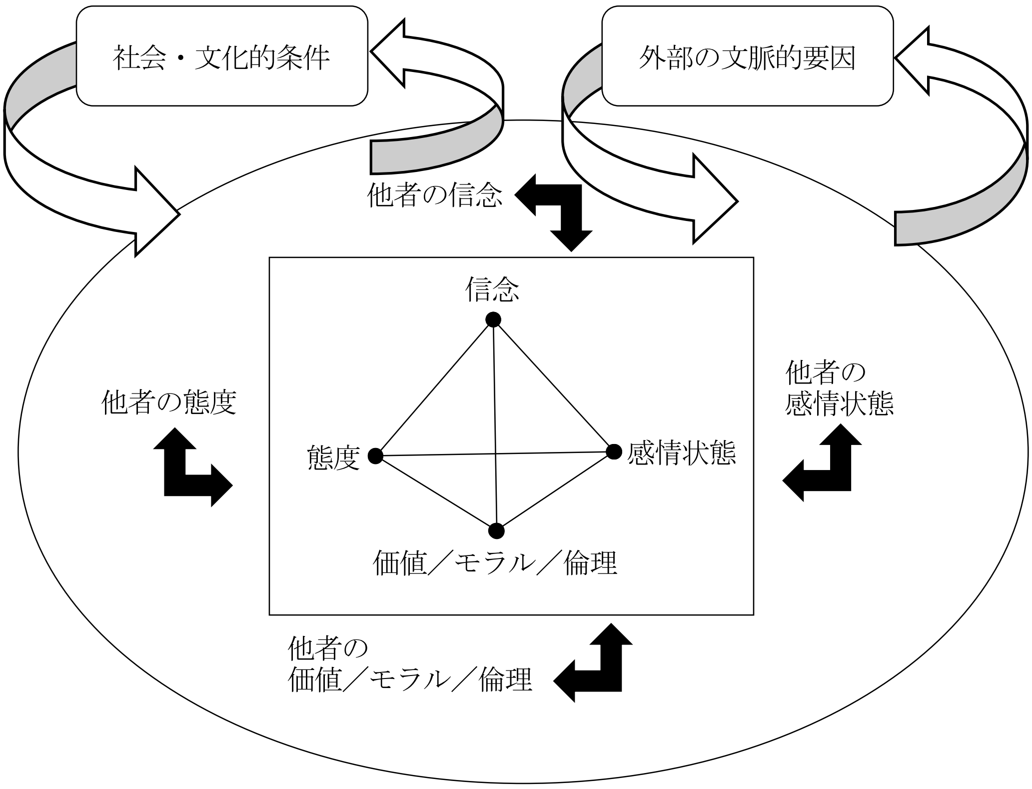


図 3-1 DeBellis & Goldin（2006）の四面体モデル（DeBellis & Goldin, 2006 の Figure1 を邦訳）

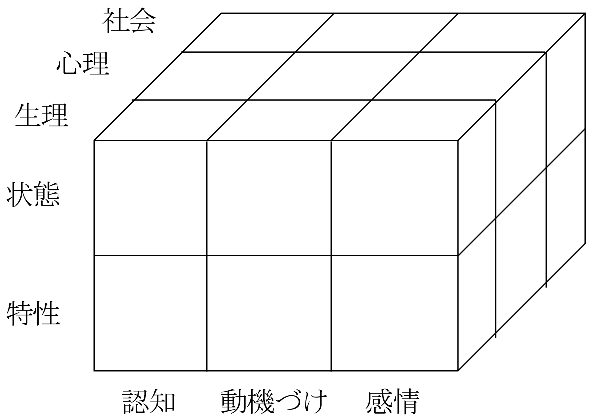


図 3-2 Hannula（2011, 2012）の立方体モデル（Hannula, 2012 の Figure 3 に基づき作成）

1 つ目の次元は，情意の認知・感情・動機づけという側面に分けられる．認知的側面は，信念など真理値に帰属させることに意味のある認識であり，自己と環境に関する情報を記号化する．感情的側面は，喜びや誇り，不安，あるいは他の情感や気分，感情反応であり，行動の成功や失敗から反映される．動機づけ的側面は，目標や価値など行動（目標と選択）を方向づけるものであり，かつ認知と異なり真理値に帰属させることが難しいものである．

2 つ目の次元は，情意の状態・特性という側面に分けられる．状態的側面は，局所的に変化する情意の側面である．他方，特性的側面は，比較的安定した情意の側面である．

3 つ目の次元は，生理・心理・社会という側面に分けられる．生理的側面は，自らの身体を調節する情意の側面である．心理的側面は，自らの心を調節する情意の側面である．社会的側面は，

対人関係を調節する情意の側面である．これらは，それぞれ「生理的反応」「主観的体験」「表出行動」という感情反応の 3 側面に対応して，組み込まれたものである（Hannula, 2011, 2012）．

Hannula（2011, 2012）の立方体モデルは，McLeod（1992）や DeBellis & Goldin（2006）などの情意モデルだけではなく，これまで見過ごされてきた情意の生理的ならびに社会的側面をも包括する点に意義がある．ただし，Hannula（2011, 2012）自身が示唆するように，情意の認知・感情・動機づけという側面には課題が残されている．とりわけ，認知と感情が動機づけの機能を有する（鹿毛, 2013）ことを踏まえると，認知と感情と別の水準として動機づけを設定することには課題がある．

3.2.4. 本研究における情意の構造

以上の議論を踏まえて，本研究では，数学における情意の構造として，**図 3-3** に基づくこととする．つまり，数学における情意を認知・感情・欲求と特性・状態という 2 次元から捉えようとするものである．以下に，その背景を記す．

その 1 に，認知・感情・欲求の次元についてである．この次元は，Hannula（2011, 2012）の認知・感情・動機づけという情意の次元について，動機づけを欲求に変更した．なぜなら，Hannula（2011, 2012）が動機づけの外延とした変数のうち，「needs」と「desires」は欲求，「values」は認知の心理的な要素と考えることができる（上淵・大芦, 2019）からである．また，認知・感情・欲求は相互に独立したものではなく，重なり合うものである（鹿毛, 2013）ため，**図 3-3** では重なり合うベン図を用いている．

その 2 に，特性・状態の次元についてである．この次元は，Hannula（2011, 2012）で提示されていたものをそのまま引用した．認知・感情・欲求の次元に，特性・状態の次元を加えることで，McLeod（1992）や DeBellis & Goldin（2006）などの情意モデルを包括的に捉えることができる．また，感情特性と感情状態は相互作用することが想定されている（e.g., Spielberger, 1972）ため，**図 3-3** では，両方向の矢印を追記している．

その 3 に，Hannula（2011, 2012）が提示した生理・心理・社会の次元は含めていない．なぜなら，数学における情意研究では，この次元までを含めた研究はほとんど行われておらず（Liljedahl & Hannula, 2016），この次元の妥当性は定かではないからである．

図 3-3 の枠組みに基づき，2010 年以降の数学における情意に関するレビュー論文（De Corte et

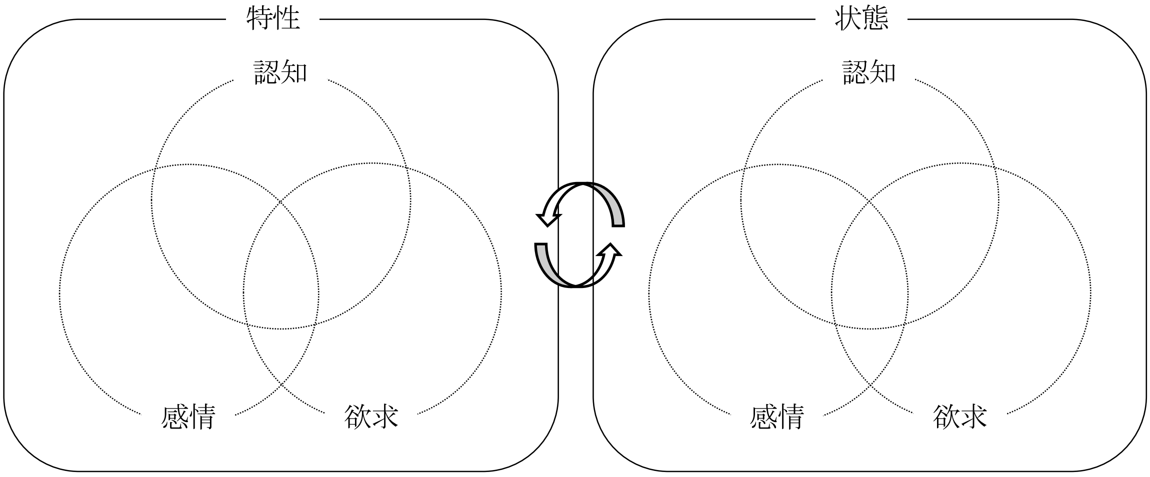


図 3-3 本研究における情意の構造モデル

表 3-3 情意変数の分類

	認知	感情	欲求
特性	認識的信念 原因帰属 達成目標 課題価値 自己効力	数学不安 興味	自己決定理論における動機づけ
状態	自己効力	数学不安 興味	

al., 2011; 今井, 2010; Liljedahl & Hannula, 2016; Schukajlow et al., 2017）にて言及されている情意変数を整理すると，**表 3-3** になる．**表 3-3** にあるように，状態的な情意変数に関する研究は自己効力，数学不安，興味に限定されるので，次節以降では，認知的・感情的・欲求的側面の情意変数ごとに数学的問題解決との関連を検討した先行研究を整理する．

3.2.5. 認知的側面の情意変数から数学的問題解決への影響プロセス

3.2.5.1. 認識的信念

Schoenfeld（1985）が，数学的問題解決の主たる要因の 1 つとして信念体系を提示して以降，数学における情意として，「認識的信念（epistemic beliefs）」が注目を集めてきた（De Corte et al., 2011; McLeod, 1992）．数学の認識的信念は，数学自体，あるいは数学学習に対して個人が有する認知的表象であり，数学的問題解決や学習における認知ならびに行動を規定するものと考えられている（e.g., De Corte et al., 2011; Schoenfeld, 1985）．

De Corte et al.（2011）は，数学の認識的信念を「数学自体に関する信念」「数学の学習に関する信念」「社会的文脈に関する信念」に整理した．しかし，犬塚（2016）が指摘するように，これらのカテゴリーは互いに共通する要素を有しており，それぞれを区別するのは難しい．現に，Kloosterman & Stage（1992）や Op't Eynde & De Corte（2003）が提示する信念は，これらのカテゴリーが入り込んだものとなっている．そこで，以下では，De Corte et al.（2011）の区分を用いず，代表的な先行研究を整理した．

数学の認識的信念は，研究者により多種多様なものが提示されてきた．例えば，「時間のかかる数学の問題を解くことができる」「単純な段階を経て解くことができない文章題がある」「概念理解は数学において重要である」「文章題は数学において重要である」「努力は数学的才能を伸ばす」（Kloosterman & Stage, 1992），「有用性」「思考プロセス」「固定性」「困難性」（犬塚, 2016），「教師の役割と機能」「数学の意義と有能さ」「社会的活動」「卓越性の領域」（Op't Eynde & De Corte, 2003），「素早い／固定的な学習」「無目的な学習」「権威主義」「全知全能」「確かな知識」（Schommer-Aikins et al., 2005）などがある．これらが意味するのは，数学の認識的信念を詳細に把握するには，その複雑性を考慮しなければならないということである（Kloosterman & Stage, 1992）．

多種多様な信念が存在するものの，数学の認識的信念が数学的問題解決に影響を及ぼすことは，一貫して示されてきた（e.g., Callejo & Vila, 2009; 廣瀬ほか, 2013; 鎌田, 1993; Mason, 2003; Schommer-Aikins et al., 2005; Suthar et al., 2010; レビューとして，Muis, 2004）．例えば，Callejo & Vila（2009）は，2 人の中学生を対象として，数学に関する信念と問題解決行動の関連を検討した．その結果，数学に関する信念は問題解決行動に影響を与えるものの，対象者によって問題解決行

動に結びついた信念が異なることが示された．Mason（2003）は，高校生を対象として，Kloosterman & Stage（1992）が提示した信念が数学の成績に及ぼす影響を検討したところ，「時間のかかる数学の問題を解くことができる」「単純な段階を経て解くことができない文章題がある」「概念理解は数学において重要である」「文章題は数学において重要である」が数学的問題解決の成績と正に関連することを示した．また，廣瀬ほか（2013）は，大学生を対象として，数学の公式に対する信念と学習方略，数学的問題解決の関連を検討した．その結果，公式は導き方が重要であるという信念が要点理解方略と正に関連し，結果として数学的問題解決の成績は高いことが示された．

以上から，数学の認識的信念は，数学的問題解決を規定する要因であると考えられる．その影響プロセスとして，数学の認識的信念が，数学的問題解決や数学学習における認知や行動を規定することで，数学的問題解決に影響を与えることが考えられる．ただし，多種多様な認識的信念が存在することから，数学的問題解決の詳細を説明ないし予測するには，認識的信念の複雑性を考慮する必要がある（Callejo & Vila, 2009; Kloosterman & Stage, 1992）．

3.2.5.2.　原因帰属

数学における情意研究の初期では，主要な理論として，原因帰属理論（causal attribution theory; Weiner, 1985, 1992）が着目されてきた（McLeod, 1992; Middleton & Spanias, 1999）．原因帰属は，成功あるいは失敗という結果の原因に関する認識であり，後の達成と関連する行動や結果に影響を及ぼすものと考えられている（Weiner, 1985, 1992）．原因帰属理論は，心理学研究から数学教育研究に派生したものだが，数学的問題解決や数学学習の成功あるいは失敗の原因という観点から，数学における情意を捉えようとするものである（McLeod, 1992）．

Weiner（1992）のモデルでは，原因帰属を「位置—安定性—統制」の 3 次元から捉える．位置の次元は，原因が個人外あるいは個人内のどちらに認識されるかを意味する．安定性の次元は，原因が変化する可能性はどのように認識されるかを意味する．統制の次元は，原因が自分で統制できるものか否かに関する認識を意味する．そして，原因帰属理論では，帰属により感情が生じ，生じた感情が行動を直接的に規定することを仮定している（Weiner, 1985）．つまり，帰属という認知変数は，感情を媒介して行動を間接的に規定することが想定されている．

原因帰属が数学的問題解決に及ぼす影響について，問題解決時の発話プロトコルによりその詳細が記述されてきた（e.g., Buchanan, 1987; Furinghetti & Morselli, 2009; Sowder, 1989）．例えば，Furinghetti & Morselli（2009）は，数学を専攻する大学生を対象として，証明問題解決時の情意と問題解決方略などの認知的要因の関連を検討した．その結果，内的かつ統制可能な原因帰属をした学生は，問題解決方略を使用して，証明問題を解決しようとする姿が記述された．他方，内的かつ統制不可能な原因帰属をした学生は，証明問題を解決することを諦めてしまう姿が記述された．

また，数少ない相関研究として，奈須（1990）は，中学生を対象として，原因帰属と感情，学習行動と数学の成績との関連を検討した．その結果，失敗を普段の努力に帰属するほど後悔の感情が高まり，その結果学習行動が促されることで，数学の成績は高まることが示された．

以上から，原因帰属は，数学的問題解決を規定する要因であると考えられる．その影響プロセスとして，原因帰属が，数学的問題解決や数学学習と関わる感情や行動を規定することで，数学的問題解決に影響を与えることが想定される．ただし，心理学研究の趨勢に合わせて，数学における情意として原因帰属に着目した研究は，他の情意変数と比べて数少ない現状にある．

3.2.5.3.　達成目標

達成目標理論（achievement goal theory; Ames, 1992; Elliot et al., 2017）は，心理学研究だけではなく，数学教育研究においても主要な動機づけ理論である（Middleton & Spanias, 1999; Liljedahl & Hannula, 2016）．達成目標は，有能さに関連する活動の理由ないし目的と定義され（Elliot & Harackiewicz, 1996），活動を制御する認知的表象として捉えられている（上淵, 2003）．そして，達成目標は，具体的な目標や基準の上位にあり，その決定に影響するものと考えられている（上淵, 2003）. 達成目標理論は, 原因帰属理論と同じく心理学研究から数学教育研究に派生したものだが, 数学的問題解決や数学学習に取り組む理由や目的から，数学における情意を捉えようとするものである．

達成目標理論は，有能さに対する評価基準（個人内・絶対的基準／規範的基準）に基づき，「熟達目標（mastery goal）」と「遂行目標（performance goal）」から達成目標を捉えようとしてきた（Elliot et al., 2017）．熟達目標とは，活動の目標が活動それ自体，ないし自分の能力を伸ばすことである．遂行目標とは，活動の目標が自分の能力を周りに示すことである．

近年では，「熟達―遂行」という次元に，誘因価（成功接近―失敗回避）の次元を加えた「2×2 の達成目標モデル」（**表 3-4**）が考案されている（e.g., Elliot & McGregor, 2001; レビューとして，Elliot et al., 2017; 村山, 2003）．ただし，熟達回避目標については，他の 3 目標と比べて研究が少なく，その妥当性に疑義があること（e.g., Ciani et al., 2011）から，熟達接近目標を熟達目標として，「熟達目標」「遂行接近目標」「遂行回避目標」の「3 目標モデル」を達成目標の枠組みとすることが多い（Linnenbrink-Garcia & Patall, 2016）．

その中で，熟達目標は直接，ないし学習方略やメタ認知，エンゲージメントを促すことで間接的に数学的問題解決と正に関連することが，一貫して示されてきた（e.g., Fadlelmula et al., 2015; Mouratidis et al., 2018; Putwain et al., 2018; 清水, 2018, 2020a; Wolters, 2004）．例えば，清水（2020a）は，高校生を対象として，達成目標とエンゲージメント，ベクトルの問題解決の関連を検討したところ，熟達目標は感情的エンゲージメントを媒介して間接的にベクトルの問題解決の成績と正に関連することを示した．熟達目標が学習の過程と結果にポジティブな影響を及ぼすことは，数学以外を対象とした研究においても一貫して示されている（Elliot et al., 2017）ため，頑健な結果と考えられる．

他方，遂行目標と数学的問題解決の関連については，結果が一貫していない（e.g., Fadlelmula et al., 2018; Mouratidis et al., 2018; Putwain et al., 2018; 清水, 2018, 2020a; Wolters, 2004）．遂行接近目標については，直接的ないし間接的に数学的問題解決の成績と正に関連するという結果（e.g., Mouratidis et al., 2018; 清水, 2020a）と，関連が認められなかった結果（e.g., Fadlemula et al., 2015; 清水, 2018）が混在している．遂行接近目標に関する結果の不一致は，数学以外を対象とした研究

表 3-4　達成目標の分類（Elliot & McGregor, 2001 をもとに作成）

<table>
<tr><td colspan="2" rowspan="2"></td><td colspan="2">有能さに対する評価基準</td></tr>
<tr><td>個人内・絶対的基準</td><td>規範的基準</td></tr>
<tr><td rowspan="2">誘因価</td><td>成功接近</td><td>熟達接近目標
例：数学をできるようになりたい</td><td>遂行接近目標
例：他の人よりも数学でいい成績をとりたい</td></tr>
<tr><td>失敗回避</td><td>熟達回避目標
例：数学ができないのは嫌だ</td><td>遂行回避目標
例：他の人よりも数学で悪い成績をとりたくない</td></tr>
</table>

においても指摘されている（Elliot et al., 2017）．その背景として，遂行接近目標の概念的定義と操作的定義の異なる測定尺度が, 多くの実証研究で使用されていることが指摘されている（Hulleman et al., 2010）．つまり，遂行接近目標という名称は同じだが，異なる概念を測定しているため，結果が一致しないものと考えられる．

遂行回避目標については，直接的ないし間接的に数学的問題解決と負に関連するという結果（e.g., Mouratidis et al., 2018）と，関連が認められなかった結果（e.g., Feadlemula et al., 2015; Wolters, 2004）の両方が混在している．数学以外を対象とした研究においては，遂行回避目標が学習の過程と結果にネガティブな影響を及ぼすことが一貫して示されている（Elliot et al., 2017）．そのため，遂行回避目標と数学的問題解決の関連に関する結果の不一致は，遂行接近目標のように使用尺度の問題なのか，あるいは数学の課題変数によるものかなどを検討することが望まれる．

限定的ではあるが，達成目標と認知スキルの両方を取り上げて，数学的問題解決との関連が検討されている．Lee & Ning et al.（2014）は，小学生を対象として，達成目標とワーキングメモリが数学的問題解決（計算問題と代数的文章題）に及ぼす影響を検討した．その結果，数学的問題解決の成績に対して，熟達目標とワーキングメモリは正の関連，遂行目標は負の関連を示した．あわせて，ワーキングメモリに対して，熟達目標は正の関連，遂行目標は負の関連を示した．さらに，熟達目標あるいはワーキングメモリが低いときに，遂行目標と数学的問題解決の成績との負の関連は，強くなることが示されている．つまり，熟達目標はワーキングメモリの使用を促すのに対し，遂行目標は阻害する可能性が示された．

さらに，達成目標は感情的ないし欲求的側面の情意変数，ならびに状態的な情意変数に影響することが示されてきた．熟達目標については，自律的動機づけの 1 側面である内発的動機づけ（Lazarides & Rubach, 2017; Liu, 2021）や自己効力（Lavasani et al., 2011）の向上，数学不安の低下（Lavasani et al., 2011; Skaalvik, 2018）につながることが一貫して示されてきた．遂行接近目標については，一貫した結果ではないものの，内発的動機づけ（Liu, 2021）や自己効力（Lavasani et al., 2011）の向上，数学不安の低下（Lavasani et al., 2011）につながることが示されている．遂行回避目標についても，一貫した結果ではないものの，内発的動機づけの低下（Liu, 2021），数学不安の増加（Skaalvik, 2018）につながることが示されている．

また，一部の研究では，達成目標と問題解決方略の関連についても検討は行われている．瀬尾（2005）は，高校生を対象として，達成目標と自己のつまずきを明確化する問題解決方略である「つまずき明確化方略」（e.g., 問題文を数式で表してみようとする）の関連を検討したところ，熟達目標はつまずき明確化方略と有意な正の関連を示した．他方，遂行目標とつまずき明確化方略の関連は認められなかった．

以上から，達成目標の中でも，熟達目標は数学的問題解決，ひいては他の情意変数の促進要因であると考えられる．他方，遂行目標に関する結果は一貫性が欠けるものの，数学的問題解決やその他の情意変数に対して，遂行接近目標は促進要因，遂行回避目標は阻害要因と考えられる．また，影響プロセスとして，達成目標は，数学的問題解決や数学学習と関連する行動，認知，感情を規定することで，数学的問題解決に影響を与えることが想定される．

3.2.5.4.　課題価値

課題価値理論（task value theory; Eccles & Wigfield, 1985; Wigfield et al., 2016）は，期待×価値理論（expectancy-value theory; e.g., Atkinson & Feather, 1966）を「価値」に焦点を当てて拡張・発展した理論である．課題価値とは，課題を行うことに対する個人的な望ましさであり，達成に関連する選択や行動に影響することが想定されている構成概念である（Wigfield et al., 2016）．課題価値

は，原因帰属理論などと同じく心理学研究から数学教育研究に派生したものだが，数学的問題解決や数学学習に取り組むことの主観的な望ましさから，数学における情意を捉えようとするものである[18].

課題価値は,「興味価値（interest value）」「獲得価値（attainment value）」「利用価値（utility value）」の 3 側面に大別される[19]（Rosenzweig et al., 2019）．興味価値は，課題をすることの楽しさや面白さを示す概念であり，課題自体が目的であるため，内発的動機づけと類似するものである（Rosenzweig et al., 2019）．獲得価値は，与えられた課題を上手に遂行することの重要性を示す概念であり，アイデンティティとの関連が指摘されている（Rosenzweig et al., 2019）．利用価値は，キャリア発達における有用性のような個人的な将来の計画における課題の望ましさを示す概念であり，課題自体が目的ではないため，外発的動機づけと類似するものである（Rosenzweig et al., 2019）．我が国の課題価値研究において，利用価値には身の回りの生活上での利用価値である「実践的利用価値」と，進学や就職での利用価値である「制度的利用価値」の 2 側面が存在することが示されている（伊田, 2001; 解良・中谷, 2014）．ただし，課題価値を 1 次元の構成概念として扱う研究も多い（上淵・大芦, 2019）．

課題価値は，数学的問題解決に直接，あるいは熟達目標や学習方略，深い学習アプローチ[20]と正に関連することで，間接的に数学的問題解決を促すことが示されてきた（e.g., Cole et al., 2008; Guo et al., 2015; 市原・新井, 2006; Lavasani et al., 2010; Wang et al., 2015; Weidinger et al., 2020; Yurt, 2015）．例えば，Weidinger et al.（2020）は，高校生を対象として，課題価値（興味価値・獲得価値・利用価値）と数学の授業成績の関連を交差遅延パネルモデルにより検討した．その結果，課題価値の全ての側面が，数学の授業成績を正に予測するだけではなく，数学の授業成績が課題価値の全ての側面を正に予測することが示された．Lavasani et al.（2010）は，高校生を対象として，自己効力と課題価値，達成目標，学習アプローチが，数学の授業成績に及ぼす影響を検討した．その結果，課題価値が熟達目標と深い学習アプローチと正に関連することで，間接的に数学の授業成績が高いことが示された.

ただし，課題価値が数学的問題解決に及ぼす影響は，他の情意変数，とりわけ自己効力と数学不安よりも小さい可能性がある．なぜなら，自己効力や数学不安を統計的に統制した場合，課題価値から数学的問題解決に対する有意な影響は認められていないからである（e.g., Pajares & Graham, 1999; Pajares & Miller, 1994; Yıldırım, 2012）．例えば，Yıldırım（2012）は，PISA2003 のトルコのデータセットを用いて，自己効力と数学不安，課題価値が数学的リテラシーに関する問題解決に及ぼす影響を検討した．その結果，数学的リテラシーに関する問題解決に対して，自己効力は有意な正の関連，数学不安は有意な負の関連を示したが，課題価値から有意な関連は認められなかった．課題価値が自己効力の向上（Yurt, 2022）と数学不安の低下（Meece et al., 1990; Yurt,

[18]課題価値は，理科や社会などに適用可能な領域普遍の価値を問うものであることに留意する必要がある．数学教育研究では，数学（教育・学習）の価値に関する研究は国内外を問わず，数多く行われ，多様な価値が提起されている（e.g., 島田, 2017; 山崎, 2015）が，課題価値の 3 側面（興味・獲得・実用）が射程とするのは，その一部分である.

[19] 課題価値の 4 つ目の側面として，課題に取り組みに伴うネガティブな側面である「コスト（cost）」を取り入れることがある．しかし，Rosenzweig et al.（2019）が指摘するように，他 3 側面とコストでは，心理的メカニズムが異なるなどの理由から，課題価値とコストを独立させるべきとの議論が起きており，現に”expectancy-value-cost model”さえ出現している．それゆえ，本研究では，課題価値にコストを含めていない.

[20]既有の知識や経験を関連づけ，論理や原理を注意深く批判的に検討することを志向する「学習スタイル」（場面を超えて特性化された学習方略）のことを意味する.

2022）を促すことを踏まえると，課題価値と数学的問題解決の関連は，自己効力と数学不安に媒介される可能性がある．

以上から，課題価値は数学的問題解決を規定する促進要因であると考えられる．その影響プロセスとして，課題価値は，他の情意変数や数学学習の取り組みを介して，間接的に数学的問題解決を促すことが想定される．

3.2.5.5. 自己効力

自己効力は，Bandura（1986, 2000）の「社会的認知理論」において，人間の行動を引き起こす中核的な構成概念と位置付けられている．Bandura（1986, 2000）の社会的認知理論によれば，人間の行動における期待は「効力期待（efficacy expectation）」と「結果期待（outcome expectation）」に分けられる．効力期待とは，すなわち自己効力であり，特定の課題を達成するために一連の行動を計画し，遂行できるかということに関する自分の能力についての判断と定義される（Bandura, 1986）．他方，結果期待とは，行動により生じる結果に関する期待であり，行動と結果が随伴している認識と捉えることができる．自己効力は，原因帰属理論などと同じく心理学研究から数学教育研究に派生したものだが，数学的問題解決や数学学習を遂行できる確信という観点から，数学における情意を捉えようとするものである．

自己効力には，どの程度まで，対象や状況，行動を超えて広がりをもつかという「一般性（generality）」の観点から，「一般性自己効力（general self-efficacy）」「領域固有の自己効力（domain-specific self-efficacy）」「課題固有の自己効力（task-specific self-efficacy）」に大別される（Siefer et al., 2021）．一般性自己効力は，幅広い状況を対処するための能力に関する判断であり，「私は不測の事態にも臨機応変に対応できる」などの項目で測定される（Schwarzer & Jerusalem, 1995）．領域固有の自己効力は，数学や理科，社会のような領域における自己の能力に関する判断であり，「数学の授業では自信をもって質問できる」などの項目で測定される（Siefer et al., 2021）．課題固有の自己効力は，代数や幾何などの具体的な問題における自己の能力に関する判断であり，「ある地図で，7/8 インチは 200 マイルを表している．地図上の距離が 3.5 インチである 2 つの街はどのくらい離れているか？」など実際の問題を正答する自信が尋ねられる（Kranzler & Pajares, 1997）．特性・状態という次元を踏まえると，一般性自己効力と領域固有の自己効力は特性，課題特有の自己効力は状態に相当する．

一般性の水準を問わず，自己効力は直接，あるいは数学不安の低下や深い学習アプローチ，認知的学習方略，メタ認知を促すことで間接的に数学的問題解決と正に関連することが示されてきた（e.g., Jiang et al., 2014; Lavasani et al., 2010; Lee, 2009; Özcan et al., 2019; Pajares & Graham, 1999; Pajares & Kranzler, 1995; Pajares & Miller, 1994; Pérez-Fuentes et al., 2020; Roick & Ringeisen, 2018; Yıldırım, 2012）．例えば，Lavasani et al.（2010）は，高校生を対象として，数学における領域固有の自己効力と課題価値，達成目標，学習アプローチ，数学のテスト成績の関連を検討した．その結果，自己効力は直接的に，ならびに課題価値と熟達目標，深い学習アプローチを促すことで間接的に数学のテスト成績と正の関連を示した．さらに，Lavasani et al.（2010）では，数学のテスト成績に及ぼす総合効果は，自己効力が最も大きかった．また，Pajares & Graham（1999）は，事前の成績や自己概念などの情意変数を統計的に統制した上で，課題特有の自己効力が数学的問題解決の成績と有意な正の関連にあることを示した．よって，情意変数の中でも，自己効力は数学的問題解決と強く関連することが想定される．

一般性自己効力や領域固有の自己効力よりも，課題特有の自己効力の方が数学的問題解決の強力な予測因子であることが示されてきた（e.g., 松沼, 2004; Pajares & Graham, 1999; Sartawi et al., 2012）．Sartawi et al.（2012）は，課題特有の自己効力と数学における領域固有の自己効力を独立変数として，数学的問題解決の成績に及ぼす影響を重回帰分析により検討したところ，課題特有の自己効力は数学的問題解決の成績と有意な正の関連を示したが，領域固有の自己効力は有意な関連を示さなかった．また，松沼（2004）は，小学生を対象として，数学における領域固有の自己効力は課題特有の自己効力を介して間接的に，課題特有の自己効力は直接数学のテスト成績と正に関連することを示した．

限定的ではあるが，自己効力とワーキングメモリの両方を取り上げて，数学的問題解決との関連が検討されている．Hoffman & Schraw（2009）は，大学生を対象として，課題特有の自己効力とワーキングメモリが計算問題の解決に及ぼす影響を検討した．その結果，複雑な計算問題の解決に対して，自己効力とワーキングメモリの間に有意な正の交互作用が示された．つまり，課題特有の自己効力が高い場合，ワーキングメモリが必要となる問題にワーキングメモリを使用することができる可能性が示された．

以上から，自己効力は数学的問題解決を強く規定する促進要因であると考えられる．その影響プロセスとして，自己効力は，数学不安や学習方略，メタ認知など数学的問題解決や数学学習と関連する行動，認知，感情を規定することで，数学的問題解決を促すことが想定される．

3.2.6. 感情的側面の情意変数から数学的問題解決への影響プロセス

3.2.6.1.　数学不安

数学不安は，Gough（1954）による「数学恐怖（mathmaphobia）」の研究と，Dreger & Aiken（1957）による「数不安（number anxiety）」の研究を嚆矢として，数学における情意研究の中心的トピックであり続けている（Batchelor et al., 2019; レビューとして，Ashcraft et al., 2007; Ramirez et al., 2018）．それゆえ，情意と数学的問題解決の関連を検討する上で，数学不安に関する研究を概観することは，とりわけ示唆的である．

一般的に，数学不安は日常生活や学業状況という様々な状況において，数の演算や数学的問題解決を阻害する緊張や不安などの感情と定義される（Richardson & Suinn, 1972）．数学不安は，一般的不安やテスト不安と類似する概念であるが，共通する遺伝要因と非共有要因の小ささ（Wang et al., 2014）と，メタ分析における外的基準との相関係数の異同（Hembree, 1990）から，数学特有の不安と考えられている．

数学不安は，1 次元の構成概念として捉えられることが多い（Barroso et al., 2021）．ただし，研究者によっては，認知—生理の次元から「心配（worry）」と「情動性（emotionality）」（e.g., Lukowski et al, 2019），学習—評価の次元から「数学学習不安（math learning anxiety）」と「数学評価不安（math evaluation anxiety）」（e.g., 藤井, 1994; Hopko et al., 2003）のように，数学不安を多次元の構成概念として捉えることがある．

数学不安に関するメタ分析において，数学不安は数学と関連する活動や状況，数学的問題解決を阻害することが一貫して示されてきた（e.g., Barroso et al., 2021; Hembree, 1990; Ma, 1999; Zhang et al., 2019）．例えば，数学不安は，高校数学で学習する範囲（r = -.31, Hembree, 1990），数学と関連する大学への入学（r = -.31, Hembree, 1990），数学の成績（r = -.28, Barroso et al., 2021; r = -.27, Ma, 1999; r = -.32, Zhang et al., 2019）と有意な負の相関が認められている．

我が国の実証研究においても，数学不安が数学的問題解決を阻害することが一貫して示されてきた（e.g., 鎌田, 1985, 1988; 佐々木, 1990; 鈴木, 1994）．鈴木（1994）は，中学生を対象として，数学不安と文字式に関する問題解決の関連を 2 時点のパネルデータを用いて検討したところ，時点を問わず，数学不安は問題解決の成績と負に関連することが示された．佐々木（1990）は，中

学生を対象として，数学不安と数学の標準テスト（教研式標準学力検査数学ないし熊本県共通テストの偏差値）の成績の関連を検討したところ，数学不安は成績と負の関連を示した．

数学不安と数学的問題解決の負の関連は，教育段階が進むにつれて大きくなる可能性が指摘されている．Hill et al.（2016）は，数学不安と数学の成績の有意な負の関連は，小学生には認められないが，中学生では認められることを示した．この結果から，Hill et al.（2016）は，数学不安と数学の成績の関係は教育段階が進むにつれて発露する可能性を指摘する．Zhang et al.（2019）のメタ分析では，数学不安と数学の成績の負の相関が小学生から高校生にかけて強くなることが示されている（小学生 r = -.27; 中学生 r = -.39; 高校生 r = -.44）．

数学不安と数学的問題解決の負の関連は，問題の複雑さが増すことで，より一層強くなるという「複雑性仮説」が提示されている（Ashcraft & Kirk, 2001; Hoffman, 2010）．Ashcraft & Kirk （2001）は，大学生を対象として，たし算の暗算と記憶負荷課題を同時に行う実験群と，たし算の暗算のみを行う統制群を設けた実験法にて，数学不安とワーキングメモリが計算問題の解決に及ぼす影響を検討した．その結果，実験群において，数学不安の高い学生は計算問題解決の成績が有意に低下することが示された．Hoffman（2010）は，大学生を対象として，数学不安と課題特有の自己効力が計算問題の解決に及ぼす影響を問題の複雑さ（簡単・難しい）[21]ごとに検討した．その結果，数学不安と計算問題解決の成績との負の関連は，難しい問題では有意であるが，簡単な問題では認められなかった．他方，課題特有の自己効力と計算問題解決の成績との正の関連は，簡単な計算問題では有意であるが，難しい問題では認められなかった．

意外なことに，数学不安と数学的問題解決の負の関連について，数学の内容による差は認められていない．Barroso et al.（2021）のメタ分析では，数学不安と数学的問題解決の関連において，数学の内容（概数・基本的な数の知識・整数の計算・文章題・分数，小数，百分率・幾何・代数・統計）による調整効果は認められなかった．複雑性仮説を踏まえると，数学不安と数学的問題解決との負の関連は，問題の内容ではなく，複雑さにより強くなる可能性がある．

数学不安と数学的問題解決との負の関連は，ワーキングメモリを媒介変数とした影響プロセスである可能性が指摘されている（e.g., Ashcraft & Kirk, 2001; Caviola et al., 2022; Ramirez et al., 2016; Živković et al., 2022）．Ramirez et al.（2016）は，小学生を対象として，数学不安とワーキングメモリ，たし算固有の問題解決方略（e.g., カウンティング，分解など）が計算問題の解決に及ぼす影響を検討したところ，ワーキングメモリが高い児童においてのみ，数学不安が高いほど，記憶に基づいた発展的な問題解決方略の使用を避けることで，計算問題解決の成績が低くなることを示した．また，Caviola et al.（2022）は，1990 年から 2018 年の研究を対象として，数学不安とワーキングメモリ，数学の成績の関連をメタ分析により検討した．その結果，ワーキングメモリは，数学不安と数学の成績の関連を部分媒介しているが，その関連の強さは数学不安から数学の成績への直接効果の 5 分の 1 程度であることが示された．したがって，数学不安の高さは，ワーキングメモリを阻害することで，数学的問題解決を低下させるものの，ワーキングメモリ以外にも強力な媒介変数があるものと考えられる．

さらに，数学不安は学習の取り組みを低下させることで，数学的問題解決を阻害する可能性が指摘されている（Ashcraft et al., 2007; Lai et al., 2015）．Lai et al.（2015）は，非言語的 IQ を統制した上で，数学不安と数学学習場面におけるメタ認知，文章題解決の関連を検討したところ，数学不安はメタ認知と負に関連することで，文章題の解決と間接的に負に関連することを示した．ま

[21] 2 位数同士のかけ算を「難しい問題」，2 位数と 1 位数のかけ算を「簡単な問題」としている．

た，清水（2020c）は，中学生を対象として，達成目標と数学不安，エンゲージメントの関連を検討したところ，数学不安は感情的エンゲージメントと負に関連すること，熟達目標は数学不安に負に関連することで，感情的エンゲージメントが高くなること，および遂行回避目標は数学不安と正に関連することで，感情的エンゲージメントが低くなることを示した．

また，数学不安は，内発的動機づけや自己効力，課題価値など数学的問題解決や数学学習と適応的な情意変数と負の関連にあることが一貫して示されてきた（Daches Cohen & Rubinsten, 2017; Hembree, 1990; Li & Cho et al., 2021）．Li & Cho et al.（2021）は，1990 年から 2020 年までの 73 論文を対象としたメタ分析を行い，小学生から高校生までの数学不安と自己効力，課題価値（興味価値・獲得価値）の関連を検討した．その結果，数学不安は自己効力と課題価値に対して負の相関を示した（自己効力 $r = -.42$，興味価値 $r = -.41$，獲得価値 $r = -.29$）．調整分析の結果，発達段階（小学生・中学生・高校生）と地域差（アメリカ・アジア・ヨーロッパ・その他）による有意な調整効果は認められなかった．よって，数学不安は，数学的問題解決や数学学習と適応的な情意変数と負の関連を示し，かつこの関連には発達段階や地域差が認められないものと考えられる．

このように，数学不安研究は，数多くの知見を蓄積してきたのだが，そのほとんどは「特性数学不安（trait math anxiety）」の測定に基づくものであり，「状態数学不安（state math anxiety）」の測定および検討はほとんど行われていない（Suárez-Pellicioni et al., 2016）．状態数学不安に関する数少ない研究として，Orbach et al.（2019）は，小学生を対象として，特性および状態数学不安と数に関する問題解決（e.g., 部分—全体概念，かけ算，わり算などの問題）との関連を検討した．その結果，特性および状態数学不安は弱い正の相関（$r = .146$）であるものの，問題解決の成績と負の関連を示したのは状態数学不安のみであることが示された．この知見を踏まえると，特性数学不安と状態数学不安では，数学的問題解決との関連が異なる可能性がある．

以上から，数学不安は数学的問題解決を規定する阻害要因であり，問題の複雑さが増すほど，その寄与は大きくなると考えられる．その影響プロセスとして，数学不安は，他の情意変数やワーキングメモリ，メタ認知など数学的問題解決や数学学習と関連する行動，認知，感情を規定することで，数学的問題解決を阻害することが想定される．

3.2.6.2. 興味

興味（interest）は，Polya（1945）が重要性を言及した情意の 1 つであり，数学教育研究において長年にわたり注目を集めてきた情意である（Schukajlow et al., 2017）．興味は，ある特定の対象に注意を向け，それに対して積極的に関与しようとする心理状態および傾向性と定義され，学習の過程と結果を促進する構成概念と考えられている（Renninger, 2009）．そして，興味は，人と対象との関係を記述する概念であり，ある内容への取り組みにより特徴付けられる（Hidi & Renninger, 2006）．つまり，「数学への興味」は，数学という特定の対象に固有な情意である．

興味は，その安定性により「個人的興味（individual interest）」と「状況的興味（situational interest）」に分けられる（Hidi & Renninger, 2006）．個人的興味とは，比較的永続的な習慣化された興味と定義され，興味の傾向性の示すものである．状況的興味とは，その状況における一時的な興味と定義される．Mitchel (1993) は，高校生を対象として，数学に関する興味の構造を検討するために，質問紙調査を行ったところ，数学への興味は，個人的興味と状況的興味に弁別されることを示した．

状況興味から個人的興味への発達は，「状況的興味の喚起」「状況的興味の維持」「個人的興味の発現」「個人的興味の発達」という 4 段階が想定されている（Hidi & Renninger, 2006）．第 1 段階では，課題特性や外的サポート，学習環境によって，感情的，認知的プロセスにおける短期的な

変化が生じ，状況的興味が喚起される．第 2 段階では，課題の有意味性や外的サポート，学習環境によって,注意が対象に持続的に向けられ粘り強く取り組むことで,状況的興味が維持される．第 3 段階では，ポジティブ感情や知識の蓄積，外的サポート，学習環境によって，特定の対象に対して,繰り返し取り組もうとする安定的な傾向性として個人的興味が発現する.第 4 段階では,第 3 段階以上のポジティブ感情や知識の蓄積，外的サポート，学習環境によって，個人的興味が確立する．つまり，状況的興味から個人的興味へ発達することで，特定の対象への持続的な取り組みだけではなく，その対象に関する知識が蓄積すると考えられている．

しかし，興味が数学的問題解決に及ぼす影響は限定的であり，とりわけ，自己効力や自己概念などの有能さに関する情意変数を統計的に統制した場合，その影響はほとんど認められないことが示されてきた（Grigg et al., 2018）．Lee et al.（2014）は，中学生を対象として，数学への個人的興味と自己効力，自己調整学習方略，数学の期末テストの成績との関連を検討した．その結果，数学への個人的興味は，自己調整学習方略を介して，期末テストの成績と正に関連したものの，その関連の強さは自己効力の 7 分の 1 程度であった．Marsh et al.（2005）は，中学生を対象として，自己概念と数学への個人的興味，数学の標準テストの成績との関連を交差遅延パネルモデルにより検討した．その結果，後続時点の標準テストの成績に対して，先行時点の自己概念は有意な正の予測をしたが，先行時点の個人的興味から有意な影響は認められなかった．Marsh et al.（2005）と同様の知見は，パネルデータを用いた Ganley & Lubienski（2016）や Grigg et al.（2018），Sewasew et al.（2018），PISA2003 のデータを用いた Ferla et al.（2009）においても，追認されている．

この結果の背景として，自己効力や自己概念などの有能さに関する情意変数を統計的に統制した場合，残る興味の効果は，数学を探究しようとする動機づけを反映している可能性が指摘されている（Grigg et al., 2018）．つまり，数学を探究しようとする動機づけは，キャリア選択など将来的な意思決定には寄与するかもしれないが，数学的問題解決には寄与しない可能性がある．

以上から，興味は，数学的問題解決を規定する促進要因であると考えられる．ただし，その寄与は限定的であると考えられる．

3.2.7. 欲求的側面の情意変数から数学的問題解決への影響プロセス

自己決定理論（self-determination theory; Deci & Ryan, 1985, 2000）は，心理学研究における主要な動機づけ理論の 1 つであり，教育研究の枠組みとして長年にわたり援用されてきた．自己決定理論では，動機づけを「内発的動機づけ（intrinsic motivation）」と「外発的動機づけ（extrinsic motivation）」に大別する（Deci & Ryan, 1985）．内発的動機づけとは，「自己目的的な学習の生起・維持過程」（鹿毛, 1994）と定義され，「熟達指向性」と「自律性」という性質を有する．熟達指向性とは，認識を深めたり，技能を高めたりする方向性のことである（鹿毛, 2013）．自律性とは，外的に強いられているのではなく,自ら進んで取り組んでいる心理状態のことである(鹿毛, 2013)．外発的動機づけとは，活動の内容とは無関係な目標のための手段として，その活動に取り組むことを意味する．内発—外発という二項対立の枠組みに基づけば，自己決定理論は，数学的問題解決や数学学習に取り組むことの熟達志向性と自律性の観点から，数学における情意を捉えようとするものである．

自己決定理論を構成する理論の 1 つである有機的統合理論では，活動に対する価値の内在化と統合の程度によって，外発的動機づけを「外的調整（external regulation）」「取り入れ的調整（introjected regulation）」「同一化的調整（identified regulation）」「統合的調整（integrated regulation）」

に細分化する（Ryan & Deci, 2000）．外的調整とは，報酬の獲得や社会的な規則などの外的な要求に基づく動機づけであり，従来の外発的動機づけに相当する（西村ほか, 2011）．取り入れ的調整とは，自我の拡張や他者比較による自己価値の維持や罪の回避などに基づく動機づけである（西村ほか, 2011）．同一化的調整とは，活動を行う価値を認めて，自分のものとして受け入れている状態の動機づけである（西村ほか, 2011）．統合的調整とは，同一化的調整が自己に取り込まれ，かつ自分の有する他の価値や欲求と矛盾していない状態の動機づけである．そして，従来の内発的動機づけに相当する「内的調整（intrinsic regulation）」，価値を感じられておらず動機づけられていない「非動機づけ（amotivation）」が想定されている．これら 5 つは，自律性の程度が高い順に，内的調整，同一化的調整，取り入れ的調整，外的調整，非動機づけとなり，内的調整と同一化的調整は「自律的な動機づけ」[22]，取り入れ的調整と外的調整は「統制的な動機づけ」と考えられている（西村, 2019）．

自律的な動機づけは直接, あるいは自己効力の向上や学習方略の使用, メタ認知を促すことで，間接的に数学的問題解決と正に関連することが示されてきた（e.g., León et al., 2015; Özcan et al., 2019; Ruiz-Alfonso et al., 2017; Tian et al., 2018）．例えば，Tian et al.（2018）は，高校生を対象として，内的調整と数学における領域固有の自己効力が，数学のテスト成績に及ぼす影響を検討したところ，内的調整と領域固有の自己効力とも数学のテスト成績に正の関連を示した．León et al.（2015）は，中学生を対象として，自律的な動機づけと学習方略（努力調整方略・深い処理方略）が，数学の授業成績に及ぼす影響を検討したところ，自律的な動機づけは学習方略と正に関連することで，間接的に授業成績と正の関連を示した．

ただし，自律的な動機づけと統制的な動機づけ，非動機づけをそれぞれ独立変数として，数学的問題解決との関連を検討した研究は数少ない．Wang et al.（2022）は，大学生を対象として，自律的な動機づけ，統制的な動機づけ，非動機づけが，数学の授業成績と微・積分の概念に関する問題解決に及ぼす影響を検討した．その結果，両方の成績に対して，自律的な動機づけは正の関連，非動機づけは負の関連を示したが，統制的な動機づけから有意な関連は認められなかった．Sartawi et al.（2012）は，小学生を対象として，内的調整と取り入れ的調整，外的調整，非動機づけが数学の授業成績に及ぼす影響を検討した．その結果，成績に対して，内的調整と取り入れ的調整は有意な正の関連，外的調整は有意な負の関連を示したが，非動機づけに有意な関連は認められなかった．すなわち，統制的な動機づけ，非動機づけと数学的問題解決の関連については知見が混在しており，統制的な動機づけである取り入れ的調整が数学的問題解決を規定する促進要因の可能性もあるため，今後の研究が期待される．

心理学研究におけるメタ分析（岡田, 2012; Taylor et al., 2014）では，学業成績に対して自律的な動機づけは正の関連，統制的な動機づけと非動機づけは負の関連を示しているが，その寄与は必ずしも大きくないことが示されている．岡田（2012）は，1995 年から 2010 年の 28 研究を対象としたメタ分析を行ったところ，学業成績に対して自律的な動機づけは正の関連，統制的な動機づけと非動機づけは負の関連が認められたが，分散説明率は 11%であることを示した．また，学業成績と最も相関が強かった非動機づけにおいても，母相関係数の推定値は高々-.25 であることが報告されている．よって，自己決定理論における動機づけは，数学的問題解決の要因ではあるものの，その寄与は小さい可能性がある．

以上から，自律的な動機づけは，数学的問題解決を規定する促進要因であると考えられる．そ

[22] 統合的調整は，因子分析を行うと同一化調整は弁別されないことが多く，取り上げる研究は少ない（西村ほか, 2011）．

の影響プロセスとして，自律的な動機づけは，自己効力や学習方略，メタ認知などを介して間接的に数学的問題解決を促すことが想定される. 他方, 統制的な動機づけと非動機づけについては, 先行研究が少なく，かつ知見が混在しているため，数学的問題解決にどのような影響を示すか定かではない．また，心理学研究におけるメタ分析の結果を踏まえると，自律的な動機づけ，統制的な動機づけ，非動機づけとも数学的問題解決に対する寄与は小さい可能性がある．

3.3. 情意から数学的問題解決への影響プロセス

概観した先行研究を踏まえると，それぞれの情意変数は並列的な関係ではなく，関連プロセスを有するものと考えられる．しかし，先行研究のほとんどは相関アプローチに基づくものであるため，その結果のみで影響の向きを決めるのは不適切である．これまでの数学における情意研究において，提唱あるいは援用されてきた理論，ならびに実証研究の結果の両方から，情意変数間の影響の向きを検討する必要がある．

本研究では, Pekurn. R.が中心となり提唱した「統制―価値理論（control-value theory: Pekrun, 2006; Pekrun & Linnenbrink-Garcia, 2012; Pekrun et al., 2007)」（**図 3-4**）を理論的裏付けとして，先行研究の結果と踏まえつつ, 情意変数間の関連プロセスを検討する. 統制―価値理論に着目した背景は, 次の 2 点からなる．その 1 に，統制―価値理論は，期待―価値理論と原因帰属理論を感情理論として統合したものと位置付けることができる（鹿毛, 2013）からである．数学における情意研究において，課題価値理論と原因帰属理論は援用されてきた理論であるため，統制―価値理論は，数学における情意を捉える理論として考えることができよう．その 2 に，数学における情意研究，とりわけ数学不安研究において，統制―価値理論は援用されることが多く，かつ得られた知見は理論と整合的なことが示されつつあるからである（e.g., Li & Cho et al., 2021）.

統制価値理論は，活動中の感情を「達成感情（achievement emotions)」「認識的感情（epistemic

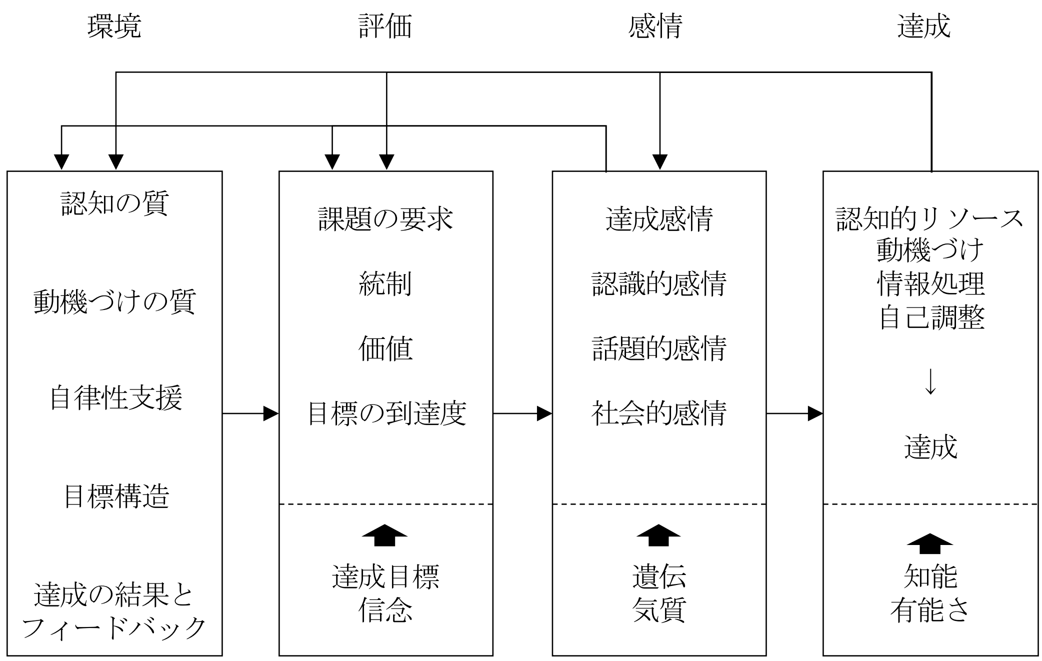


図 3-4 統制―価値理論のモデル図（Pekrun, 2006; Pekrun & Linnenbrink-Garcia, 2012 をもとに作成）

emotions）」「話題的感情（topic emotions）」「社会的感情（social emotions）」に大別し，これらが動機づけや自己調整，ひいては達成に及ぼす影響を説明しようとする理論である（Pekrun & Linnenbrink-Garcia, 2012）．達成感情とは，有能さと関連した基準から判断される活動や結果と関連する感情であり，楽しさや希望，不安，恥などを含むものである．認識的感情とは，課題中の認知的な処理によって生じる感情であり，認知的不協和により生じた驚きや状況的興味などが含まれる．話題的感情とは，学習教材の内容によって引き起こされた感情であり，学習や問題解決と直接的な関係はないものと想定されている．社会的感情とは，学習環境や社会との相互作用により生じた感情であり，教師や友人に対する賞賛や共感などが含まれる．これらの感情は，活動とその結果に対する自己効力と原因帰属である統制や，課題価値に相当する価値などから構成される「評価（appraisal）」により規定される．この評価の背景には，個人内要因である達成目標や信念と，環境要因である認知や動機づけの質，自律性支援などがある．そして，感情は認知的リソースや動機づけ，自己調整やその成果を規定し，さらにその成果が環境や評価，感情に影響を及ぼすというフィードバックループが想定されている．

統制―価値理論に基づくと，認知的側面の情意変数と感情的側面の情意変数，感情的側面の情意変数と欲求的側面の情意変数は互いに影響を与え合うことが想定される．さらに，欲求的側面の情意変数は認知的側面の情意変数に影響を与えることが想定される．なぜなら，本研究が整理した変数と統制―価値理論の対応を示せば，認知的側面の情意変数は「評価」，感情的側面の情意変数は「感情」，欲求的側面の情意変数は数学的問題解決や数学学習への「動機づけ」となるからである．この想定は，既述した先行研究の知見も整合するものである．

また，認知的側面の情意変数は欲求的側面の情意変数に影響を与えることも想定される．この影響プロセスは，統制―価値理論では明示されていないが，認知的側面の情意変数を支える達成目標理論（Elliot et al., 2017）や課題価値理論（Eccles & Wigfield, 1985; Wigfield et al., 2016），社会的認知理論（Bandura, 1986, 2000），ならびに既述した先行研究の知見も整合するものである．

以上の議論を踏まえ，数学における情意から数学的問題解決への影響プロセスについて整理する．これまで，数学における情意の代表的な変数として，認識的信念，原因帰属，課題価値，自己効力，数学不安，興味，自己決定理論における動機づけを取り上げ，数学的問題解決との関連に係る先行研究を概観してきた．概念ごとに影響プロセスや寄与の程度は異なることが想定されるものの，全てに共通するのは，数学的問題解決や数学学習と関連する行動や認知（e.g., メタ認知，ワーキングメモリ，学習方略，問題解決方略）を媒介して，数学的問題解決に影響を及ぼすことである．そこで，先述した情意変数間の関連プロセスを加味した上で，数学における情意から数学的問題解決への影響プロセスを**図 3-5** に整理した．

そして，前章で提示した数学的問題解決の要因とその影響プロセスのモデル（**図 2-2**）に情意を含めると，**図 3-6** となる．**図 3-6** の要諦を示せば，以下の通りである．教授・学習場面において，数学における情意は，認知スキルと学習の取り組みを介して数学的問題解決に影響を与えるだけではなく，教師の指導・支援と SES やジェンダーなどの人口統計的属性から影響を受ける．問題解決場面において，数学における情意は，認知スキルと問題解決方略を介して数学的問題解決に影響を与えるだけではなく，人口統計的属性から影響を受ける．さらに，数学における情意から数学的問題解決に及ぼす影響は，課題変数によって異なる．なお，環境要因と課題要因が情意に対して直接的な影響を及ぼすことは，達成目標理論（Ames, 1992; Elliot et al., 2017）や社会的認知理論（Bandura, 1986, 2000），自己決定理論（Deci & Ryan, 1985, 2002）などにおいて仮定されており，実証研究においても支持されている（e.g., ディコルテ, 2009; Yıldırım, 2012）．

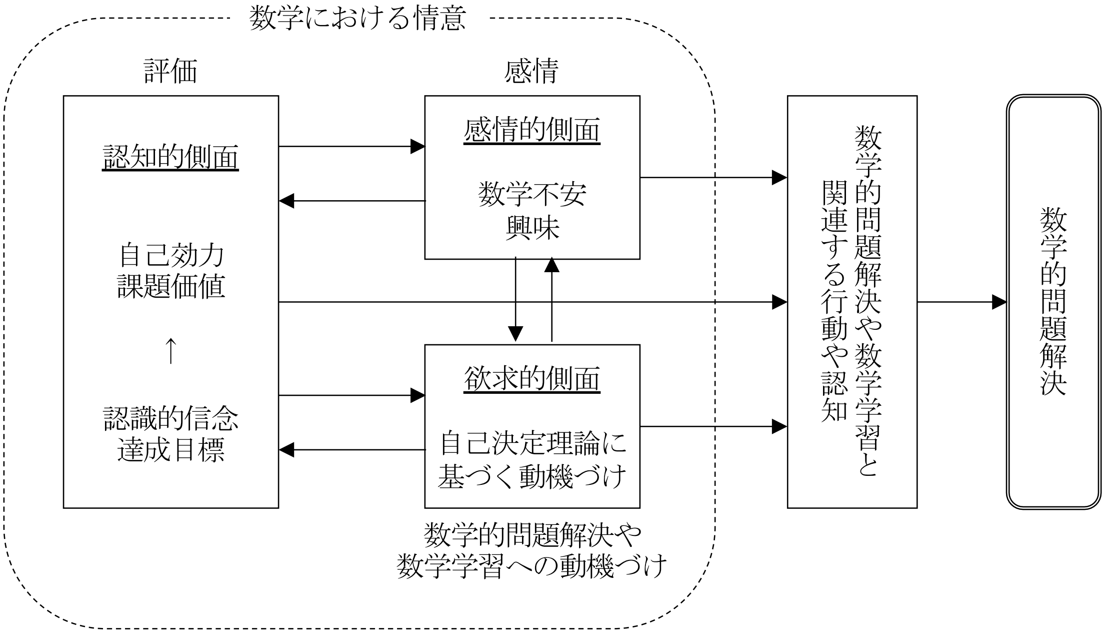
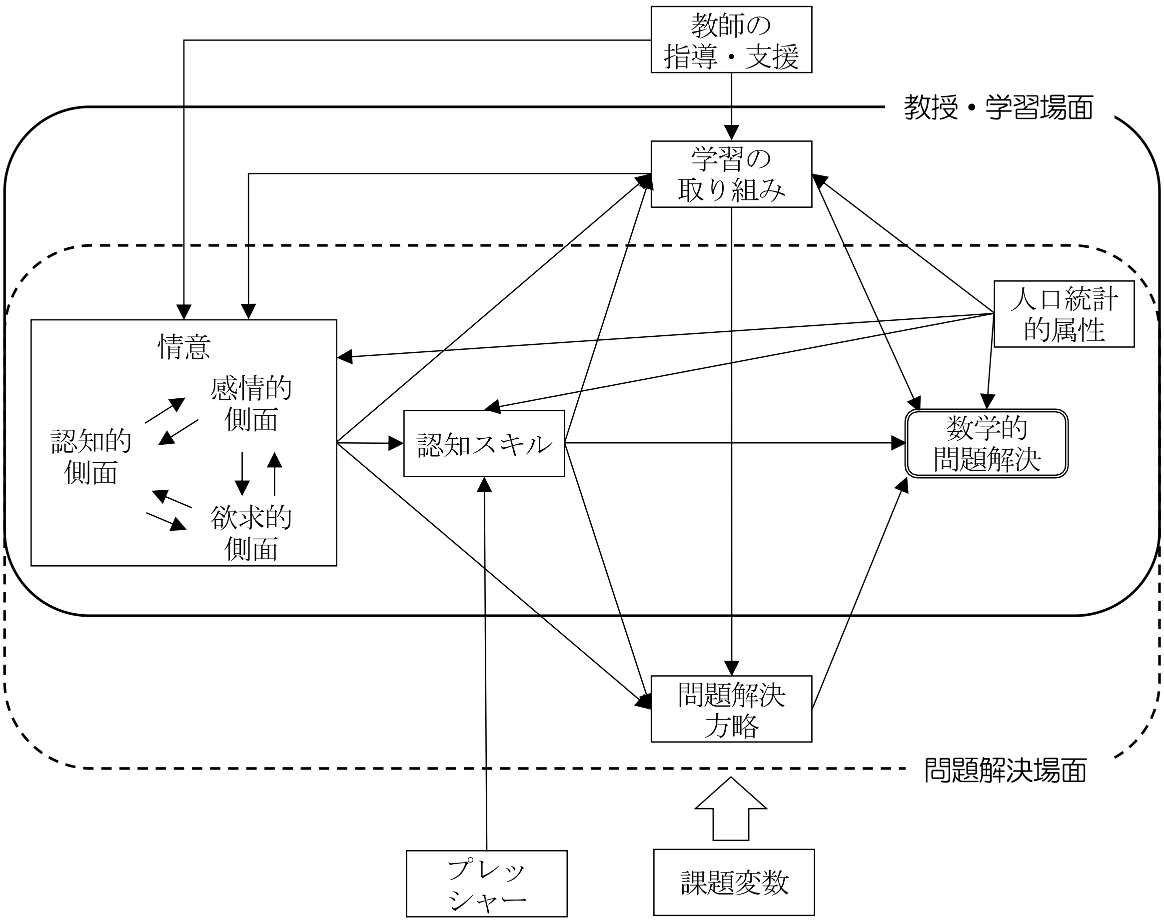


図 3-5 数学における情意から数学的問題解決への影響プロセス



注：→は影響関係，⇨は調整効果を意味する．

図 3-6　情意を含めた数学的問題解決の要因とその影響プロセス

3.4. 数学的問題解決において情意に焦点を当てることの意味

本章の締めくくりとして，数学的問題解決の要因として問題解決方略や認知スキルのような認知的変数だけではなく，情意に着目することの意味に迫りたい．認知心理学研究や概念変化研究では，「温かい認知（概念変化）」という考えが提唱され，認知と情意はクロスオーバー（融接）し，共生的なものと捉えられている（海保, 1999; Pintrich et al., 1993）．この温かい認知は，個人内の情報処理プロセスにのみ基づいた「冷たい認知」と，過度に情意に支配された「熱い認知」が程良く合わさった状態である．

この考え方に基づくと，数学的問題解決の要因として問題解決方略やメタ認知などの認知的要因だけではなく，情意にも焦点を当て，その影響プロセスを検討することは，問題解決方略やメタ認知などの認知的要因では説明できなかった部分を補うだけではなく，「冷たい数学的問題解決の影響プロセス」から「温かい数学的問題解決の影響プロセス」への移行を含意している．そして，この移行は，認知と情意が結びついた力動的なものとして数学的問題解決への影響プロセスを捉えることに他ならず，数学的問題解決の根本原理により詳細に迫ろうとするものである．

第4章　本研究の目的

4.1. 先行研究に残された課題

本研究では，第 1 章にて数学的問題解決を「数学の知識を用いて，提示されていない解法や答えを求めること」と定義した．そして，数学的問題解決研究の枠組みは，「数学的問題解決の指導に関する研究」「数学的問題解決の過程に関する研究」「数学的問題解決の要因と影響プロセスに関する研究」から構成されることを示し，数学的問題解決の過程に関する先行研究と我が国の児童生徒におけるも数学的問題解決の現状について概観した．その中で，我が国の児童生徒とも「計算や概念の意味に関する問題」と「記述式問題」の解決に課題があることが示され，高校生には基礎的・基本的な計算問題の解決にも課題があることが示唆された．第 2 章では，数学的問題解決の要因を個人要因（人口統計的属性，問題解決方略，メタ認知，認知スキル，情意，学習の取り組み），課題要因（課題変数），環境要因（問題解決時の状況，教師の指導・支援）に分け，それぞれについて先行研究を整理し，情意を除いた要因から数学的問題解決への影響プロセスとして，**図 2-2** を提示した．第 3 章では，数学的問題解決の要因の中でも，情意に焦点を当て，情意を「数学に関わる認知プロセス，あるいはその能力ではない変数を包括する概念」と定義し，その構造を検討した上で，認知的側面（認識的信念，原因帰属，達成目標，課題価値，自己効力），感情的側面（数学不安，興味），欲求的側面（自己決定理論に基づく動機づけ）に分け，それぞれについて先行研究を整理した．第 2 章と第 3 章の整理を統合し，情意から数学的問題解決への影響プロセスとして，**図 3-6** を提示した．そして，数学的問題解決において情意に焦点を当てることは，問題解決方略やメタ認知などの認知的要因では説明できなかった部分を補うだけではなく，数学的問題解決への影響プロセスを認知と情意が結びついた力動的なプロセス，すなわち「温かい数学的問題解決の影響プロセス」への移行を含意する．

ただし，**図 3-6** は数多の先行研究を整理し，暫定的に提示したモデルにすぎず，包括的な検証が望まれる．特に，先行研究の知見のほとんどは，アメリカやヨーロッパ，中国を中心に検証されてきたことに留意する必要がある．Barroso et al.（2021）と Li & Cho et al.（2021）のメタ分析により，数学不安と数学的問題解決，情意変数との関連に地域差は認められていないが，数学不安以外の変数においては地域差が認められる可能性は否めない．現に，PISA や TIMSS 調査において，数学的問題解決の成績と関連の強い情意変数は，参加国・地域により異なることが示されている（e.g., 御園・赤堀, 2008; 渡邊, 2013）．ゆえに，我が国の児童生徒を対象として，**図 3-6** のモデルを検証する必要がある．

さらに，先行研究には，とりわけ以下 4 点の検討すべき課題が残されている．

第 1 に，数学的問題解決の要因と影響プロセスの検討において，「情意」「教師の指導・支援」「数学学習の取り組み」のように，3 要因以上を同時に取り上げて，包括的な検討を行った研究がほとんど行われていないことである．先行研究では，自己効力と数学不安という「情意」とワーキングメモリという「認知スキル」の 2 要因（Hoffman, 2010）のように，1 要因内における複数の変数と他の要因を取り上げて，数学的問題解決への影響プロセスが検討されてきた．しかし，数学的問題解決への影響が想定される多くの要因を同時に取り上げなければ，数学的問題解決を十分に予測・説明すること，ならびにとりわけ寄与する要因とプロセスを解明することはできないだろう．

第 2 に，数学的問題解決の要因と影響プロセスの検討において，教授・学習場面と問題解決場

面のつながりを検討した研究がほとんど行われていないことである．さらに，自己調整学習研究では，個別具体的な課題に取り組むミクロな次元と，日々の授業や家庭学習に取り組むマクロな次元が想定されているが，この 2 つの次元の接続については研究課題とされてきた（e.g., 伊藤, 2009, 2012）．ゆえに，数学的問題解決研究と自己調整学習の両方から，この課題に取り組むことが求められる．

第 3 に，認知スキルと問題解決方略，数学不安以外の数学的問題解決の要因において，課題変数がほとんど考慮されていないことである．とりわけ，教授・学習場面における要因から数学的問題解決への影響プロセスを検討した研究では，数学の内容や問題の特徴などは軽視されているため，研究の生態学的妥当性や実践的妥当性の低さが指摘されている（Schukajlow et al., 2017）．数学的問題解決の根本原理を解明するには，課題変数を考慮しなければならないだろう．

第 4 に，数学的問題解決の要因と影響プロセスにおける課題変数の寄与が詳細に検討されていないことである．先行研究では，課題変数により数学的問題解決の要因と影響プロセスに違いが生じることは言及されている（e.g., Hoffman, 2010; Kirby & Williams, 1991）が，違いの程度や様相を解明するには至っていない．課題変数による寄与の程度と様相を解明することは，課題変数に依存しない，数学的問題解決の要因と影響プロセスを提示することにつながる．ゆえに，この課題に取り組むことで，数学教育の実践に対して，指導指針を一般的な事項と個別的な事項ごとに提供することが期待できる．

また，我が国における数学的問題解決研究に着目すると，次の 3 点が検討すべき課題として残されている．

第 1 に，2000 年代以降，統計的方法に基づいて，情意から数学的問題解決への影響プロセスを検討した研究の数が少ないことである．情意から数学的問題解決への影響プロセスは，1980 年代から 1990 年代を中心に展開されてきた（e.g., 今井, 1991; Inprasitha & Nohda, 1998; 鎌田, 1985, 1988, 1993, 湊・鎌田, 1997; 鈴木, 1994; レビューとして，今井, 2010）が，2000 年代以降の研究はメタ認知などと比較すると数少なく，とりわけ統計的方法に基づく研究はほとんど行われていない現状にある．児童生徒の集団的な傾向を把握するためにも，統計的方法に基づき，我が国の児童生徒を対象として，**図 3-6** のモデルを検証する必要がある．

第 2 に，教師の指導・支援が情意や数学学習の取り組み，ひいては数学的問題解決に及ぼす影響を統計的方法に基づいて検討した研究がほとんど行われていないことである．数学的問題解決の指導に関する研究は我が国で数多く行われてきたが，そこでで得られてきた知見は，教師と研究者が綿密に協力して設計，実施されたものであり，教師の日常的な指導・支援の効用を示すものではない．よって，どのような日常的な指導・支援が，児童生徒の数学的問題解決に寄与するかを明らかにし，日常的な指導・支援に対する指針を提供することが求められる．

第 3 に，人口統計的属性に着目した研究がほとんど行われていないことである．この観点は，児童生徒の社会的背景による数学的問題解決，ひいては学力格差を射程とするものであり，一教師ないし学校における教育的介入の可能性とともに，政策的なインプリケーションを提示することが期待できる．

4.2. 本研究の目的

以上を踏まえ，本研究は，我が国の中学生と高校生を対象として，教授・学習場面および問題解決場面の両方において，数学における情意から数学的問題解決への影響プロセスを究明することを目的とする．影響プロセスの検討にあたり，学習の取り組み，教師の指導・支援，問題解決

方略，人口統計的属性，課題変数を含めて検討する．

本研究が，中学生と高校生に対象を限定した理由は，次の 2 点からなる．その 1 に，我が国における数学的問題解決研究は，小学生と比して，中学生と高校生を対象とした研究は相対的に少ないためである．その 2 に，数学的問題解決，ひいては情意に課題を抱えるのは小学生というよりもむしろ中学生と高校生であるためである．

また，本研究では，**図 3-5** で提示した要因のうち，認知スキルとプレッシャーを取り上げていない．前者ついて，数学的問題解決の要因として重要ではあるものの，他の要因と比べて，教育実践における介入が難しく，かつ普遍的な変数であるがゆえに数学学習の取り組みや問題解決方略と比べて数学的問題解決への寄与は小さいものと考えられるからである．また，前者と後者の両方について，実際の学校現場における調査において，これらを測定あるいは実験することは，対象者と学校に大きな負担となるからである．それゆえ，認知スキルとプレッシャーを含めて，情意から数学的問題解決への影響プロセスを検討することは，本研究に残された課題となる．

そして，本研究では，数学的問題解決の過程ではなく所産に焦点を当てる．Hembree（1992）が指摘するように，所産に焦点を当てることで，情意から数学的問題解決への影響プロセスについて，全体的な方向性を捉えることが期待できる．

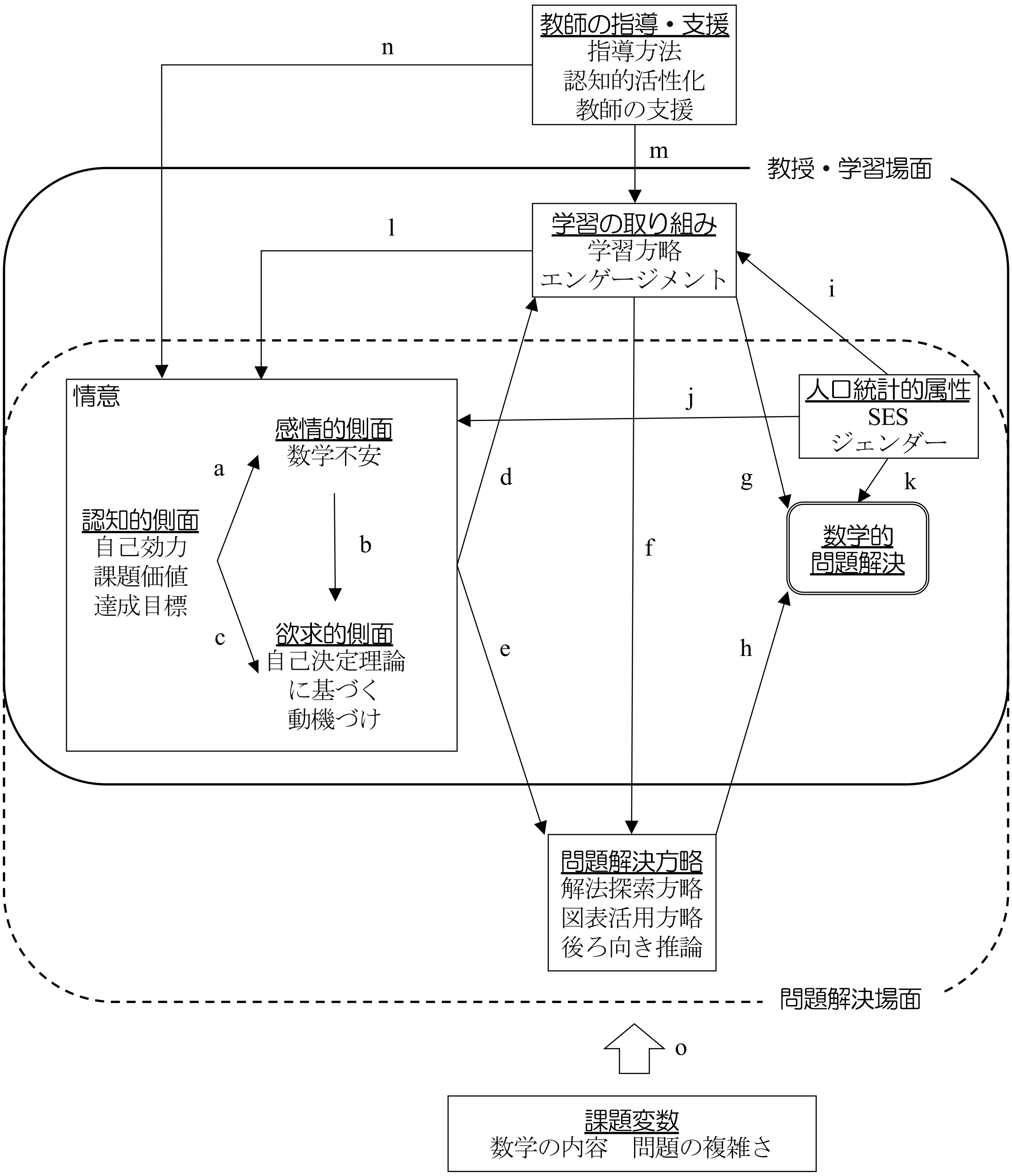
4.3. 本研究の枠組み

本研究が検証する仮説モデルを**図 4-1**，本研究の全体的な構成を**図 4-2** に記した．なお，**図 3-4** と**図 3-5** では情意変数間で相互に影響を与えることを想定しているが，**図 4-1** では統制―価値理論（e.g., Pekrun, 2006）において「評価→感情→達成」の向きに相当する「認知的側面→感情的側面→欲求的側面」のみに焦点を当てている．なぜなら，逆向きの影響については，いわゆる達成からのフィードバックループであり，数学的問題解決を通して学習したことの反映したものと考えられるためである．

以下，本研究の構成について説明する．

第 1 部では，第 1 章から第 3 章にかけて，数学的問題解決の要因とその影響プロセスに関する先行研究を整理し，情意から数学的問題解決への影響プロセスに関する包括モデルを提示した．そして，本章において，先行研究に残された課題と本研究の目的を提示した．

第 2 部では，「教授・学習場面における情意から数学的問題解決への影響プロセス」について検討する．研究 1 では，教授・学習場面における情意から数学的問題解決への影響プロセスを検討する 1 つの試みとして，埼玉県が独自に実施している「埼玉県学力・学習状況調査」の中学生データと担当教員の指導に関する質問紙調査のデータを 2 次分析し，情意（自己決定理論に基づく動機づけ）と学習の取り組み（学習方略），教師の指導・支援（指導方法）が数学的問題解決に及ぼす影響を検討する（**図 4-1** のパス d，g，m，n）．研究 2 では，PISA2012 における日本のデータセットを 2 次分析し，情意（自己効力と数学不安，自己決定理論に基づく動機づけ），数学学習の取り組み（行動的エンゲージメント），人口統計的属性（SES とジェンダー）が数学的問題解決に及ぼす影響とそのプロセスは，ならびにその影響が数学の内容（「量」「空間と形」「変化と関係」「不確実性とデータ」）により異なるかを検討する（**図 4-1** のパス a，b，c，d，g，i，j，k，m，n，o）．研究 3 では，異なる数学の内容を学習している 2 時点において，情意と学習の取り組み，数学的問題解決の指標を測定し，学習場面における情意から数学的問題解決への影響プロセスにおける数学の内容による差異を，研究 3-1 と 3-2 の 2 つの研究を通して検討する（**図 4-1** のパス a，d，g，o）．研究 3-1 では，達成目標とエンゲージメントから数学的問題解決への影響プロセス



注：→は影響関係，⇨は調整効果を意味する．

図 4-1 本研究の仮説モデル

において，数学の内容による差異を検討する．研究 3-2 では，課題価値と数学不安，エンゲージメントから数学的問題解決への影響プロセスにおいて，数学の内容による差異を検討する．

第 3 部では，「問題解決場面における情意から数学的問題解決への影響プロセス」について検討する．研究 4 では，高校生を対象として，情意（自己効力と数学不安），問題解決方略（解法探索方略と図表活用方略）から数学的問題解決への影響プロセス，ならびにこのプロセスに対する数学学習の取り組み（エンゲージメント）の寄与を，研究 4-1 と 4-2 の 2 つの研究を通して検討す

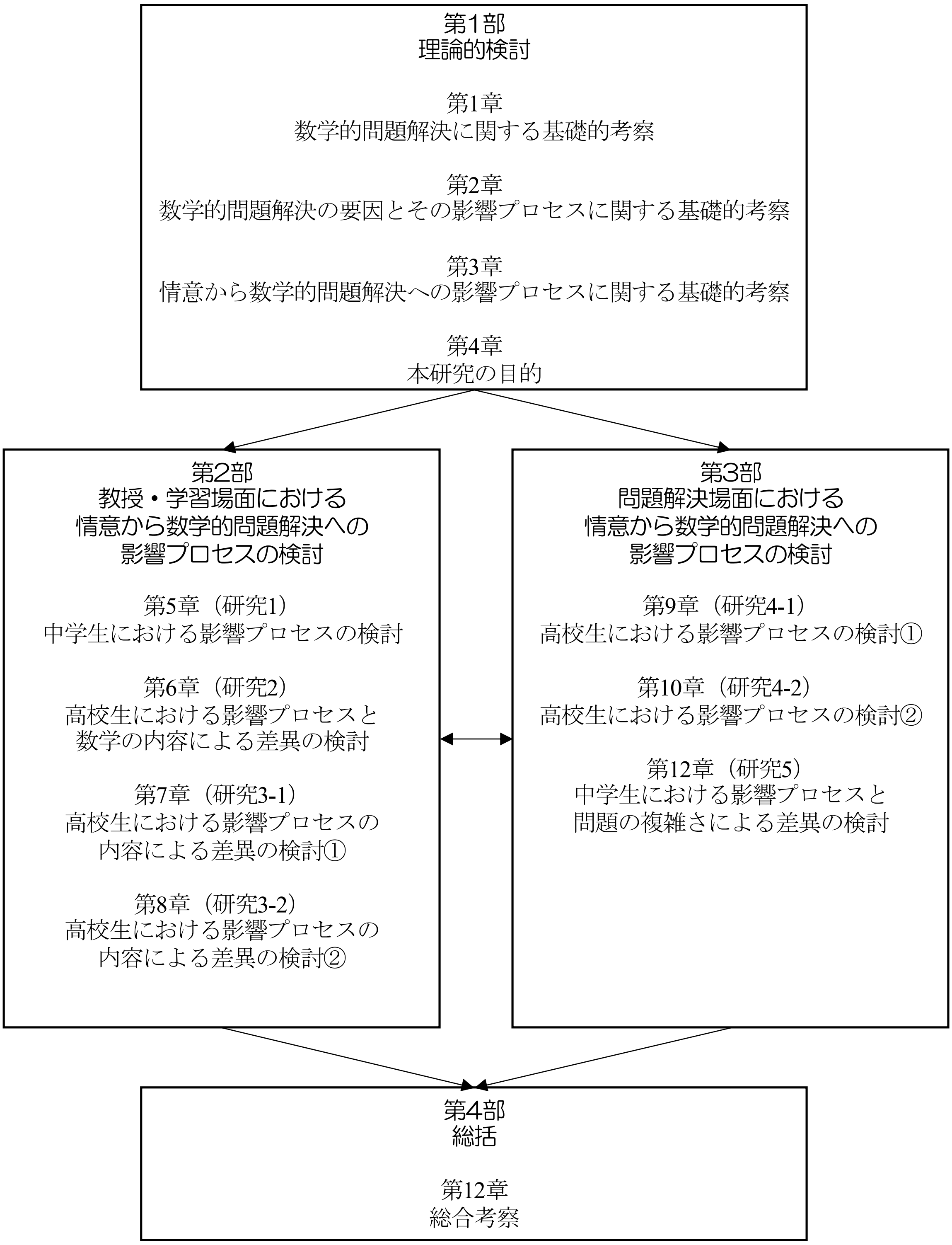


図 4-2 本研究の構成

る（**図 4-1** のパス a，e，g，h，f，l）．研究 4-1 では，自己効力と数学不安，解法探索方略からベクトルの問題解決への影響プロセス，ならびにこのプロセスに対するエンゲージメントの水準と変動性の寄与を検討する．研究 4-2 では，自己効力と特性数学不安，状態数学不安，図表活用方略から複素数平面の問題解決への影響プロセス，ならびにこのプロセスに対するエンゲージメントの寄与を検討する．研究 5 では，中学生を対象として，情意（自己効力と数学不安），問題解決

方略（後ろ向き推論）から数学的問題解決への影響プロセス，ならびにこのプロセスに対する数学学習の取り組み（エンゲージメント）の寄与が，問題の複雑さにより異なるかを検討する（**図 4-1** のパス a，e，g，h，f，l，o）．

第 4 部では，本研究の総括を行う．一連の調査研究の結果を総合的に考察し，**図 4-1** で示した仮説モデルの妥当性について結論を述べる．最後に，本研究の限界と今後の研究課題について述べる．

4.4. 本研究を構成する学術論文

本研究は，以下の学術論文を加筆修正ならびに再構成したものである．

1. 清水優菜, 山本光. (2019). 離散数学の問題解決と学習観，問題解決方略の関連―偶奇性と組合せに着目して―. 教育デザイン研究, 10, 46-55.
2. 清水優菜. (2020). 高校数学におけるベクトルの知識と達成目標，エンゲージメントの関連. 日本教育工学会論文誌, 43(4), 351-362.
3. 清水優菜. (2020). エンゲージメントと図形の困難さが証明の問題解決に及ぼす影響. 日本教育工学会論文誌, 44(2), 175-187.
4. 清水優菜. (2021). 環境的および情意的要因が数学的リテラシーに及ぼす影響とそのプロセスの検討―環境的要因として教師に焦点を当てて―. 科学教育研究, 45(3), 398-407.
5. 清水優菜. (2022). 数学の問題解決能力と動機づけの関連における内容共通および固有プロセスの検討. 科学教育研究, 46(3), 230-242.
6. Shimizu, Y. (2022). The content specificity and generality of the relationship between mathematical problem solving and affective factors. *Psych*, 4(3), 574-588.
7. Shimizu, Y. (2022). Learning engagement as a moderator between self-efficacy, math anxiety, problem-solving strategy, and vector problem-solving performance. *Psych*, 4(4), 816-832.
8. Shimizu, Y. (2022). Relation between mathematical proof problem solving, math anxiety, self-efficacy, learning engagement, and backward reasoning. *Journal of Education and Learning*, 11(6), 62-75.

第２部

教授・学習場面における情意から数学的問題解決への影響プロセスの検討

第5章　中学生における影響プロセスの検討（研究 1）

5.1. 目的

研究 1 では，教授・学習場面における情意から数学的問題解決への影響プロセスを検討する 1 つの試みとして，埼玉県が独自に実施している「埼玉県学力・学習状況調査」の中学生データと担当教師の指導方法に関する質問紙調査のデータを 2 次分析し，情意と学習の取り組み，教師の指導・支援が数学的問題解決に及ぼす影響を検討する．具体的には，当該調査において測定された変数のうち, 情意変数として自己決定理論に基づく動機づけ, 学習の取り組みとして学習方略，教師の指導・支援として指導方法，数学的問題解決の指標として数学のテスト得点を用いた．

埼玉県学力・学習状況調査における自己決定理論に基づく動機づけと学習方略は，数学ではなく教科全般に焦点を当てた尺度である．ゆえに，研究 1 で得られた知見は，教科全般的な情意と学習の取り組みが，どの程度まで数学的問題解決を予測しうるのかを検討するものと位置付けられる．そして，得られた知見から，数学的問題解決を促すために，数学のみならず教科全般において求められる教授・学習のあり方の一端を提示することが期待できる．

また，埼玉県学力・学習状況調査における数学のテストは，中学校数学の内容 4 領域「A 数と式」「B 図形」「C 関数」「D データの活用」における基礎的・基本的な知識の適用と活用に関する問題から構成されたものである．ゆえに，研究 1 で得られた知見は，いわゆる「中学校数学の基礎的・基本的な問題解決」を促進するための教授・学習の指針を提示するものといえよう．

これまでの議論を踏まえて，研究 1 の仮説として，次の 3 点を設定した．

（仮説1）自己決定理論に基づく動機づけの中でも，自律的な動機づけは，学習方略ならびにテスト得点と正に関連する．

（仮説2）学習方略は，テスト得点と正に関連する．

（仮説3）教師の指導方法は，自己決定理論に基づく動機づけと学習方略，テスト得点と関連する．

5.2. 方法

5.2.1. 使用データ

2020 年 6～7 月に実施された埼玉県学力・学習状況調査における X 市の中学 2，3 年生のデータ，ならびに 2020 年 1 月下旬から 2 月上旬に実施された X 市独自の中学校教員対象の質問紙調査のデータを用いた．

分析対象について，中学生は，X 市の中学校 6 校の 2 年生 1073 人と 3 年生 1021 人の 2094 人であった．教員については，X 市の中学校に勤務する 170 名（数学教員は 27 名）であった．

5.2.2. 使用尺度

5.2.2.1.　自己決定理論に基づく動機づけ

自己決定理論に基づく動機づけを指標化するために，「勉強の理由」を尋ねた 4 項目を使用した．ベネッセ教育総合研究所（2015）の分類に基づき，内的調整は「勉強することが楽しい，好きだから」，同一化的調整は「将来の進学や就職の役に立つから」，取り入れ的調整は「学校の友達に認められたいから」，外的調整は「先生や家の人にほめられたいから」に対応させた．教示文

は,「あなたは, 勉強する理由について, どのように考えていますか. ア～エのそれぞれについて, 当てはまるものを①～④の中から 1 つずつ選んでください」であり,「①当てはまる」「②どちらかといえば, 当てはまる」「③どちらかといえば, 当てはまらない」「④当てはまらない」の 4 件法で回答を求めている.

本研究では, 結果を解釈しやすくするために, 得点の高いほどそれぞれを高く認識していることを示すように逆転処理を行った. 同様の処理は, 学習方略と教師の指導・支援においても行っている.

5.2.2.2. 学習方略

佐藤・新井（1998）と櫻井・松井（2007）をもとに作成された学習方略を尋ねる 24 項目を使用した（**表 5-1**）. 下位尺度は,「作業方略」「柔軟的方略」「人的リソース方略」「努力調整方略」「認知的方略」「プランニング方略」からなる. 作業方略とは, ノートに書いたり, 声に出したりといった,「作業」を中心として学習を進める方略である. 柔軟的方略とは, 学習の進め方を自分の状態に合わせて柔軟に変更していく方略である. 人的リソース方略とは, 友人を利用して学習を進める方略である. 努力調整方略とは,「苦手」などの感情をコントロールして学習への動機づけを高める方略である. 認知的方略とは, 理解や精緻化, 集中などの認知的な働きを重視して学習を進める方略である. プランニング方略とは, 計画的に学習に取り組もうとする方略である.

教示文は,「あなたの普段の勉強のやり方について, ア～ネのそれぞれについて, もっとも当てはまるものを①～⑤の中から 1 つずつ選んでください」であり,「①よく当てはまる」「②少し当てはまる」「③どちらともいえない」「④あまり当てはまらない」「⑤全く当てはまらない」の 5 件法で回答を求めている.

5.2.2.3. 数学のテスト得点

数学的問題解決の指標として, 当該調査における数学のテスト得点を用いた. テスト得点は, 数学科の学習指導要領で明示されている前学年までの内容に準拠した「基礎的・基本的な知識・技能をみる問題（知識に関する問題）及び基礎的・基本的な知識・技能を活用して課題を解決するために必要な思考力・判断力・表現力等をみる問題（活用に関する問題）」（埼玉県教育委員会, 2021）の正誤パターンを, 項目反応理論に基づいて得点化したものである. 当該年度の調査における問題の得点可能範囲は 1～36 点であり, 点数が高いほど, 中学校数学の内容 4 領域「A 数と式」「B 図形」「C 関数」「D データの活用」における基礎的・基本的な知識の適用と活用に関する問題を解決できたことを意味している.

当該年度における調査問題の概要を**表 5-2**, **表 5-3** に記す. なお, 当該調査はテスト理論に基づき実装されているため, 実際に出された問題は公開されていない.

5.2.2.4. 教師の指導方法

戸田市（2019）が開発した「アクティブ・ラーニング指導用ルーブリック」をもとに作成された「指導方法」を尋ねる 26 項目を使用した. 質問項目は,「子供が目標を理解し, 課題に興味をもって取り組んでいたか」「子供が学習の見通しをもつことができていたか」「子供が自分の考えを表現することができていたか」「子供が友達の発言を受け止め, 自分の意見と比べていたか」「子供が「分かったこと」や「できたこと」など, 学びの成果や課題を実感していたか」「子供が思考・判断・表現する活動を通して「見方・考え方」を働かせていたか」の 6 観点を基に, 授業を自己・

表 5-1 学習方略に関する質問項目

下位尺度	項目
作業方略	● 勉強するときは，参考書や事典などがすぐ使えるように準備しておく ● 勉強する前に，勉強に必要な本などを用意してから勉強するようにしている ● 勉強で大切なところは，繰り返して書くなどして覚える ● 勉強していて大切だと思ったところは，言われなくてもノートにまとめる
柔軟的方略	● 勉強のやり方が，自分に合っているかどうかを考えながら勉強する ● 勉強する前に，これから何を勉強しなければならないかについて考える ● 勉強しているときに，やった内容を覚えているかどうかを確かめる ● 勉強でわからないところがあったら，勉強のやり方をいろいろ変えてみる
人的リソース方略	● 勉強するときは，最後に友達と答え合わせをするようにする ● 勉強でわからないところがあったら，友達に勉強のやり方をきく ● 勉強のできる友達と，同じやり方で勉強する ● 勉強でわからないところがあったら，友達にその答えをきく
努力調整方略	● 問題が退屈でつまらないときでも，それが終わるまでなんとかやり続けられるように努力する ● 授業の内容が難しいときは，やらずにあきらめるか，簡単なところだけ勉強する ● 今やっていることが気に入らなかったとしても，学校の勉強でよい成績をとるために一生懸命がんばる ● 学校の勉強をしているとき，とてもめんどうでつまらないと思うことがよくあるので，やろうとしていたことを終える前にやめてしまう
認知的方略	● 勉強していてわからないところがあったら，先生にきく ● 勉強するときは，内容を頭に思い浮かべながら考える ● 勉強をするときは，内容を自分の知っている言葉で理解するようにする ● 新しいことを勉強するとき，今までに勉強したことと関係があるかどうかを考えながら勉強する
プランニング方略	● 勉強しているとき，たまに止まって，一度やったところを見直す ● 勉強するときは，最初に計画を立ててから始める ● 勉強をしているときに，やっていることが正しくできているかどうかを確かめる ● 勉強するときは，自分で決めた計画に沿って行う

他己評価する際の基本的な枠組みとして作成されたものである（戸田市, 2019）.

教示文は，「直近 1 ヶ月の指導を振り返り，回答してください」であり，「ほぼ毎時の授業について当てはまる（実施率 100～90%）(1)」「多くの授業において当てはまる（実施率 89～70%）(2)」「どちらとも言えない (3)」「多くの授業において当てはまらない（実施率 30～10%）(4)」「ほぼ毎時間の授業において当てはまらない（実施率 10%未満）(5)」の 5 件法で回答を求めている.

5.2.3. 分析方法

第 1 に，教師の指導方法尺度の構造は定かではないため，探索的因子分析（ミンレス法・オブリミン回転）によりその因子構造を検討した. 因子数に関して，堀（2005）の推奨に基づき，MAP

表 5-2 中学生 2 年生の調査問題の概要と内容 4 領域との対応（埼玉県, n.d.a をもとに作成）

問題の概要	A	B	C	D
負の数の乗法の計算をする	○			
正の数・負の数の入った四則混合の計算をする	○			
文字式の計算をする	○			
文字式に数を代入して，式の値を求める	○			
方程式を解く	○			
比例式を解く	○			
負の数の累乗の計算をする	○			
ある数を素因数分解する	○			
自然数を選ぶ	○			
絶対値が最も大きい数を選ぶ	○			
比例の式について，x の値に対応する y の値を求める			○	
正負の数の加減乗除の計算をし，答えが負の整数になるものを選ぶ	○			
子供の人数を求める文字式として適切なものを選ぶ	○			
面積が一定の長方形の縦と横の長さを表した表の空欄に当てはまる数を選ぶ			○	
関数の関係にあるものを選ぶ			○	
比例の関係の説明として正しいものを選ぶ			○	
仮の平均を利用して平均値を求める				○
得点の範囲を選ぶ				○
正四角錐の体積を求める		○		
直角三角形が回転してできる円錐の体積を求める		○		
与えられた投影図から立体を読み取り，その立体を選ぶ		○		
反比例のグラフを見て，y を x の式で表す			○	
ヒストグラムを見て，中央値が含まれる階級を選ぶ				○
8.5 秒以上 9.5 秒未満の階級の相対度数を選ぶ				○
ヒストグラムを見て，正しい最頻値を選ぶ				○
回転移動した図形を選ぶ		○		
円の接線の作図の手順として，正しいものを選ぶ		○		
任意の 2 点と直線上の点の間の長さの和が，最短となるものを選ぶ		○		
ねじれの位置についての文章にあてはまる言葉の組合せを選ぶ		○		
点の座標をもとに図を選ぶ			○	
みゆきさんとお姉さんが家から図書館まで移動した様子が表されたグラフを読み取り，お姉さんが着いてからみゆきさんが着くまでの時間を求める			○	
度数分布表を見て，累積相対度数を求め，予想の正誤を選ぶ				○

注：A は「数と式」，B は「図形」，C は「関数」，D は「データの活用」を意味する．

基準による因子数を最小，対角 SMC 平行分析による因子数を最大とした上で，最大の因子数から順次因子を減らし，解釈可能性が担保される因子数を採用した．項目の削除基準に関して，因子負荷量.40 未満と共通性.16 未満を基準値とした．

第 2 に，第 1 で検討した教師の指導方法尺度の妥当性を検討するために，α 係数，CR（composite reliability），AVE（average variance extracted）を算出した．内的整合性を α 係数と CR，収束的妥当性を AVE，弁別的妥当性を AVE の平方根と因子間相関の比較により検討した．収束的妥当性については，AVE が.50 以上であることが望ましい（Fornell & Larcker, 1981）．ただし，AVE が.50 未満であっても，CR が.60 以上であれば，収束的妥当性の観点において，問題はないと考えられて

表 5-3 中学生 3 年生の調査問題の概要と内容 4 領域との対応（埼玉県, n.d.b をもとに作成）

問題の概要	A	B	C	D
文字式の計算をする	○			
カッコのある文字と数の混じった計算をする	○			
単項式（数や文字の乗法だけで作られた式）の乗除の計算をする	○			
文字式の計算をして，適切なものを選ぶ	○			
連立方程式を解く	○			
2 つの等号で結ばれた多項式から連立方程式をつくり，解く	○			
文字を用いた式に数を代入して，式の値を求める	○			
等式を y について解く	○			
一次関数の変化の割合を答える			○	
野球チームが総当たりしたときのすべての試合数を求める				○
さいころを 2 つ投げたときの場合の数を求める				○
投げた硬貨の枚数を求める				○
連立方程式の解を代入して求めた，a ，b の値として適切なものを選ぶ	○			
連立方程式を利用する文章題を解く	○			
文字を用いて多角形の内角の和を表す式を選ぶ		○		
三角形の性質を利用して，角の大きさを求める		○		
y が x の一次関数であるものを選ぶ			○	
一次関数の関係を導いて，表の中の数を求める			○	
さいころの目の出方の説明として正しいものを選ぶ				○
平行四辺形 ABCD において，性質が表す式を選ぶ		○		
平行四辺形の性質を利用して，三角形の面積を求める		○		
一次関数のグラフを平行に移動させる方法を選ぶ			○	
二元一次方程式が表すグラフを選ぶ			○	
減らすはずれくじの本数を選ぶ				○
52 枚のトランプから 1 枚ひくとき，起こる確率が大きい順にならべたものを選ぶ				○
文字式を使った整数の性質の説明について，あてはまる式を選ぶ	○			
立体の表面積を文字式で表したものを選ぶ	○			
ある事柄の逆の説明について，あてはまる言葉と文章の組合せを選ぶ		○		
三角形の性質を利用して，5 つの角の和の大きさについての説明にあてはまる式や数を選ぶ		○		
ある図形において，点 P を動かしたときにできる図形の面積を一次関数で表したものを選ぶ			○	
グラフの y 座標が表すものとして適切なものを選ぶ			○	
三角形の合同を使って，2 つの辺が等しいことを証明する		○		

注：A は「数と式」，B は「図形」，C は「関数」，D は「データの活用」を意味する．

いる（Fornell & Larcker, 1981）．また，弁別的妥当性については，AVE の平方根が各尺度の相関係数以上の値であることが推奨されている（Murtagh & Heck, 2012）．

第 3 に，生徒レベル変数である自己決定理論に基づく動機づけ，学習方略，テスト得点について，記述統計量を算出した．記述統計量として，α 係数，ICC（intraclass correlation coefficient），有効回答生徒数（*n*），尺度得点の平均値（*M*）と標準偏差（*SD*），ピアソンの積率相関係数を求めた．ここでの ICC は，当該変数の学級間のばらつき具合を示す指標である．本研究では，尾崎ほか（2018）に基づき，ICC が.05 以上の変数は，学級レベル変数としての効果を検討することにした．なお，自己決定理論に基づく動機づけと学習方略の下位尺度得点は，尺度ごとの加算平均を

用いた．

第 4 に，学級レベル変数である指導方法，ならびに第 3 の検討にて ICC が.05 以上の変数について，学級レベルの記述統計量を算出した．記述統計量として，有効回答学級数（*n*），尺度得点の平均値（*M*）と標準偏差（*SD*），ピアソンの積率相関係数を求めた．なお，ここでの学級とは，対象生徒が昨年度在籍していた学級を意味している．

第 5 に，自己決定理論に基づく動機づけ，学習方略，指導方法がテスト得点に及ぼす影響を検討するために，マルチレベル構造方程式モデリング（ベイズ推定法：マルコフ連鎖数 5，サンプリング数 100000）を行なった．具体的には，生徒レベルにおいて，自己決定理論に基づく動機づけから学習方略とテスト得点へのパス，学習方略からテスト得点へのパスを想定した．また，学級レベルにおいて，指導方法から ICC が.05 以上の変数へのパスを想定した．

なお，分析には，ソフトウェアとして，R（ver. 4.2.0）および RStudio（ver. 2022.12.0），Mplus（ver. 8. 7）を用いた．

5.3. 結果

5.3.1. 指導方法尺度に関する探索的因子分析の結果

第 1 に，対角 SMC 平行分析と MAP の推定値を，**表 5-4** に記した．対角 SMC 平行分析について，因子数が 10 のときに，実データの固有値は擬似データの固有値を下回った（実データ .265，擬似データ.269）ので，最大の因子数は 9 と判断できた．MAP に関して，因子数が 2 のときに最小となったため（MAP = .0201），最小の因子数は 2 と判断できた．そこで，9 因子解から 2 因子解まで順に解釈可能性に関して検討したところ，9 因子解から 6 因子解までにおいては，単純構造が得られず，かつ，単一項目からなる因子が存在した．5 因子解においては，基準を満たさなかった 7 項目を削除したところ，単純構造が得られ，各因子は解釈可能なものであった．そこで，本研究では，5 因子解を採用した．

第 2 に，5 因子解における探索因子分析（ミンレス法・オブリミン回転）の結果を**表 5-5** に記した．第 1 因子は，「授業や単元を通じて，子供たちが働かせるべき「見方・考え方」を意識していた」「子供たちが「見方・考え方」を働かせることができるような学習活動を設定した」「子供たちが働かせた「見方・考え方」を板書や口頭等で可視化した」という，「見方・考え方」を支援することに関する項目が高い負荷量を示した．そこで，第 1 因子を「見方・考え方支援」と命名した．第 2 因子は，「子供たち個々の学習成果（どこまで理解しているか）に気を配り，毎回把握するようにした」や「学習内容を簡単な内容から段階的に習得させ，達成感を抱かせた」など，学習内容の習得を支援することに関する項目が高い負荷量を示した．そこで，第 2 因子を「習得支援」と命名した．第 3 因子は，「評価規準等に基づき，子供の変容を評価するための方法や場面を設定した」「評価規準等に基づき，本時の子供たちの変容を評価した」「子供たちが本時の目標を

表 5-4 教師の指導方法尺度における対角 SMC 平行分析，MAP，BIC の推定値（$n = 170$）

	因子数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
固有値	実データ	8.62	1.44	1.10	0.94	0.83	0.52	0.49	0.41	0.32	0.27
	擬似データ	0.98	0.83	0.74	0.66	0.59	0.51	0.45	0.38	0.31	0.27
MAP		0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.03	0.03	0.03	0.04

表 5-5 教師の指導方法尺度における探索的因子分析の結果（n = 170）

	I	II	III	IV	V	共通性
I 見方・考え方支援						
授業や単元を通じて，子供たちが働かせるべき「見方・考え方」を意識していた	.94	-.03	-.05	.00	.05	.86
子供たちが「見方・考え方」を働かせることができるような学習活動を設定した	.89	.02	.05	.00	-.02	.84
子供たちが働かせた「見方・考え方」を板書や口頭等で可視化した	.50	.09	.18	.06	.00	.46
II 習得支援						
子供たち個々の学習成果（どこまで理解しているか）に気を配り，毎回把握するようにした	-.03	.72	.12	-.02	-.06	.55
それぞれの子供たちが何をしているか確認しながら授業を進めた	-.04	.67	-.16	-.03	.17	.46
学習内容を簡単な内容から段階的に習得させ，達成感を抱かせた	.09	.66	.07	.01	-.03	.53
学習が定着していない子供に対し，繰り返し教えることを徹底した	.00	.51	.09	.11	.01	.37
教科の学習内容について，子供同士での学び合いを促した	.06	.43	-.02	.23	.14	.43
III 学習評価						
評価規準等に基づき，子供の変容を評価するための方法や場面を設定した	-.01	.00	.85	.03	.11	.82
評価規準等に基づき，本時の子供たちの変容を評価した	.13	.13	.73	.01	-.01	.74
子供たちが本時の目標を達成できたかを評価できるような評価規準を設定した	.27	.05	.45	.01	.11	.50
IV 思考支援						
子供たちが自分の考えを表現することができるように，適切な時間や場の設定・ワークシート等の支援方法を準備した	.08	.03	-.16	.73	.04	.56
授業の目標に応じ，子供たちの考えを広げ深められるような学習形態（個人，ペア，グループ，全体）を設定した	-.17	.04	.11	.54	.18	.41
子供たちが自分の考えを表現することができるように，支援方法を準備し実行した	.05	.01	.33	.53	-.01	.55
授業の目標に応じ，子供たちの考えを広げ深められるような教具（タブレットＰＣ，ホワイトボード，ワークシート，具体物等）を用いた	.05	-.06	.21	.52	-.02	.38
学習問題や提示方法を工夫する等，子供の学習意欲を高められるような導入場面を設定した	.13	.23	.08	0.40	-.06	.38
V 目標設定						
子供たちが「何ができるようになればよいか」を意識し，本時の目標を設定した	.01	-.02	.10	-.04	.85	.76
設定した目標の達成につながるような学習活動を計画した	.08	-.02	-.08	.13	.65	.50
子供たちに授業の目標や課題を明確に伝えた	.06	.18	.03	.04	.61	.59
寄与率	.13	.12	.11	.10	.10	

達成できたかを評価できるような評価規準を設定した」という，学習評価に関する項目が高い負荷量を示した．そこで，第 3 因子を「学習評価」と命名した．第 4 因子は，「子供たちが自分の考えを表現することができるように，適切な時間や場の設定・ワークシート等の支援方法を準備した」や「授業の目標に応じ，子供たちの考えを広げ深められるような学習形態（個人，ペア，グループ，全体）を設定した」など，生徒の思考を支援することに関する項目が高い負荷量を示した．そこで，第 4 因子を「思考支援」と命名した．第 5 因子は，「子供たちが「何ができるようになればよいか」を意識し，本時の目標を設定した」「設定した目標の達成につながるような学習活動を計画した」「子供たちに授業の目標や課題を明確に伝えた」という，目標設定に関する項目が高い負荷量を示した．そこで，第 5 因子を「目標設定」と命名した．

5.3.2. 指導方法尺度に関する妥当性の検討

「見方・考え方支援」3 項目，「習得支援」5 項目，「学習評価」3 項目，「思考支援」5 項目，「目標設定」3 項目について，α係数，CR，AVE，因子間相関を求めた．結果を**表 5-6** に記した．

第 1 に，尺度の内的整合性についてである．α係数と CR とも.78 以上であり，慣習的な基準値である.60 を上回っていた．それゆえ，本尺度は，一定程度の内的整合性を有するものと判断できる．

第 2 に，尺度の収束的妥当性についてである．見方・考え方支援，学習評価，目標設定の AVE は，基準値である.50 以上であった．習得支援と思考支援の AVE は.50 を下回っていたものの，それぞれ CR が.60 以上であった．よって，Fornell & Larcker（1981）に基づき，本尺度は一定程度の収束的妥当性を有するものと判断できる．

第 3 に，尺度の弁別的妥当性についてである．すべての下位尺度について，AVE の平方根は因子間相関よりも大きい値であったため，本尺度は一定程度の収束的妥当性を有するものと判断できる．

5.3.3. 生徒レベル変数の記述統計量

生徒レベル変数の自己決定理論に基づく動機づけ，学習方略，テスト得点の記述統計量を**表 5-7** に記した．

表 5-6 教師の指導方法尺度におけるα係数，CR，AVE，因子間相関行列の結果

	α	CR	AVE	1	2	3	4	5
1. 見方・考え方支援	.86	.86	.68	(.82)				
2. 習得支援	.78	.79	.43	.34	(.66)			
3. 学習評価	.86	.87	.69	.48	.43	(.83)		
4. 思考支援	.78	.78	.41	.38	.36	.37	(.64)	
5. 目標設定	.80	.81	.58	.41	.43	.36	.39	(.76)

注：括弧内の数値は，AVE の平方根を表している．

表 5-7 生徒レベル変数の記述統計量と相関係数

	α	ICC	*n*	*M*	*SD*	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1. 内的調整	—	.02	2089	2.11	0.88	—									
2. 同一化的調整	—	.01	2088	3.59	0.63	.20	—								
3. 取り入れ的調整	—	.00	2087	2.09	0.95	.26	.14	—							
4. 外的調整	—	.00	2087	2.17	0.94	.29	.13	.64	—						
5.作業方略	.70	.00	2081	3.52	0.86	.38	.34	.22	.27	—					
6.柔軟的方略	.73	.00	2081	3.45	0.85	.41	.35	.27	.28	.64	—				
7.人的リソース方略	.67	.03	2078	2.94	0.89	.14	.13	.25	.17	.32	.38	—			
8.努力調整方略	.69	.01	2049	3.61	0.80	.37	.38	.15	.15	.49	.50	.09	—		
9.認知的方略	.68	.01	2075	3.63	0.78	.41	.40	.26	.28	.60	.68	.32	.50	—	
10.プランニング方略	.72	.00	2084	3.42	0.85	.36	.33	.24	.27	.61	.70	.34	.48	.59	—
11. テスト得点	—	.07	2091	23.52	5.52	.22	.23	.15	.14	.21	.19	-.12	.36	.29	.16

第 1 に，学習方略尺度の内的整合性についてである．α 係数は.67 以上であり，慣習的な基準値である.60 を上回っていた．それゆえ，本尺度は，一定程度の内的整合性を有するものと判断できる．

第 2 に，生徒レベル変数の学級間変動についてである．その 1 に，テスト得点の ICC は.07 と基準値である.05 以上であった．そこで，テスト得点は，生徒レベルだけではなく学級レベルの分析においても検討する．その 2 に，自己決定理論に基づく動機づけと学習方略の ICC は.00〜.03 であった．つまり，これらの分散の 0.0%〜3.0%は，生徒個人ではなく昨年度所属した学級間の違いにより説明できることが示された．自己決定理論に基づく動機づけと学習方略の ICC は基準値の.05 未満であったので，この 2 尺度は生徒レベルの分析のみで使用する．

5.3.4. 学級レベル変数の記述統計量

学級レベル変数の指導方法, テスト得点の記述統計量を**表 5-8** に記した. 指導方法の平均値は, 「どちらとも言えない（3)」を上回っていた．それゆえ，すべての指導方法は，数学の授業において，相対的に使用されていたものと考えられる．

5.3.5. マルチレベル構造方程式モデリングの結果

仮説 1〜3 を検証するために，マルチレベル構造方程式モデリング（ベイズ推定法）を行なった．具体的には，生徒レベルにおいて，自己決定理論に基づく動機づけから学習方略とテスト得点へのパス，学習方略からテスト得点へのパスを検討した．学級レベルにおいて，指導方法からテスト得点へのパスを検討した．学級レベルの分析に自己決定理論に基づく動機づけと学習方略を組み込まないため，指導方法と生徒レベル変数間の関連におけるクロス水準交互作用を検討した．

95%信用区間に 0 を含むパスを削除しながら，分析を繰り返したところ，生徒レベルについては**表 5-9**，学級レベルについては**表 5-10** の結果が得られた．以下，それぞれの結果について概括する．

第 1 に，生徒レベルの結果についてである（**表 5-9**）．その 1 に，自己決定理論に基づく動機づけと学習方略の関連について，内的調整と同一化的調整は学習方略の全側面と正に関連することが示された．取り入れ的調整は，柔軟的方略と認知的方略と正に関連するが，自律的な動機づけよりもその関連は弱かった．外的調整は，努力調整方略以外の全側面と正に関連することが示された. とりわけ, 内的調整と同一化的調整よりも, 外的調整は人的リソース方略と強く関連した. なお，独立変数による分散説明率は，作業方略が 23%，柔軟的方略が 25%，人的リソース方略が 10%，努力調整方略が 22%，認知的方略が 28%，プランニング方略が 22%であった．つまり，自

表 5-8 学級レベル変数の記述統計量と相関係数

	n	*M*	*SD*	1	2	3	4	5
1. 見方・考え方支援	55	3.92	0.59	—				
2. 習得支援	55	4.20	0.47	.62	—			
3. 学習評価	55	3.76	0.67	.60	.66	—		
4. 思考支援	55	3.81	0.69	.58	.77	.82	—	
5. 目標設定	55	4.55	0.60	.21	.56	.60	.66	—
6. テスト得点	60	23.53	1.70	.22	.09	.27	.19	.11

表 5-9 マルチレベル構造方程式モデリングにおける生徒レベル変数の結果（生徒レベル $n = 1912$）

独立変数＼従属変数	作業方略	柔軟的方略	人的リソース方略	努力調整方略	認知的方略	プランニング方略
	β [95%CI]	β [95%CI]	β [95%CI]	β [95%CI]	β [95%CI]	β [95%CI]
内的調整	.33[.29, .37]	.35[.31, .40]	.07[.01, .12]	.36[.31, .40]	.34[.29, .38]	.30[.25, .35]
同一化的調整	.40[.33, .46]	.40[.34, .47]	.13[.06, .20]	.49[.43, .55]	.48[.42, .55]	.39[.33, .45]
取り入れ的調整	—	.06[.03, .10]	—	—	.06[.01, .11]	—
外的調整	.16[.12, .21]	.13[.08, .17]	.23[.19, .28]	—	.13[.08, .18]	.19[.15, .23]
R^2	.23[.20, .26]	.25[.22, .29]	.10[.07, .12]	.22[.19, .25]	.28[.26, .31]	.22[.19, .25]

独立変数＼従属変数	テスト得点
	β [95%CI]
作業方略	—
柔軟的方略	—
人的リソース方略	-.19[-.23, -.15]
努力調整方略	.29[.25, .34]
認知的方略	.26[.20, .30]
プランニング方略	—
R^2	.23[.19, .26]

表 5-10 マルチレベル構造方程式モデリングにおける学級レベル変数の結果（学級レベル $n = 55$）

独立変数＼従属変数	テスト得点	同一化的調整→作業方略
	β [95%CI]	β [95%CI]
見方・考え方支援	—	-1.29[-1.91, -.34]
習得支援	—	—
学習評価	.50[.06, .91]	—
思考支援	—	1.03[.12, 1.64]
目標設定	—	—
R^2	.06[.00, .19]	.62[.07, .89]

己決定理論に基づく動機づけにより，人的リソース方略以外の分散の 20%程度は説明できることが示された．その 2 に，自己決定理論に基づく動機づけと学習方略，テスト得点の関連について，努力調整方略と認知的方略はテスト得点と正に関連するのに対し，人的リソース方略はテスト得点と負に関連することが示された．また，これら 3 方略によるテスト得点の分散説明率は 23%であった．なお，自己決定理論に基づく動機づけとテスト得点の間に関連は認められなかった．

第 2 に，学級レベルの結果についてである（**表 5-10**）．その 1 に，学習評価はテスト得点と正に関連することが示された．学習評価によるテスト得点の分散説明率は 6.0%であった．その 2 に，同一化的調整と作業方略の正の関連にクロス水準交互作用が認められた．具体的には，この関連に対して，見方・考え方支援が負の関連，思考支援が正の関連を示した．また，見方・考え方支援と思考支援による変動係数の分散説明率は，62%であった．

5.4. 考察

研究 1 では，教授・学習場面における情意から数学的問題解決への影響プロセスを検討する 1 つの試みとして，埼玉県が独自に実施している「埼玉県学力・学習状況調査」の中学生データと担当教師の指導方法に関する質問紙調査のデータを 2 次分析し，情意と学習の取り組み，教師の指導・支援が数学的問題解決に及ぼす影響を検討した．以下では，情意，学習の取り組み，教師の指導・支援ごとに，研究 1 で得られた知見を整理する．

第 1 に，情意についてである．本研究では，情意として自己決定理論に基づく動機づけ（内的調整・同一化的調整・取り入れ的調整・外的調整）に焦点を当てた．その結果，内的調整と同一化的調整という自律的な動機づけが高い生徒ほど，様々な学習方略を使用する傾向にあることが示された．他方，取り入れ的調整あるいは外的調整という統制的な動機づけが高い生徒ほど，努力調整方略以外の学習方略を使用する傾向にあるが，その傾向は人的リソース方略を除き，自律的な動機づけが高い生徒ほどではないことが示された．これらの結果は，仮説 1 を支持し，学習方略の使用を促すために，自律的な動機づけを高めることが重要であることを示唆する．

他方で，人的リソース方略に最も寄与したのが，自律的な動機づけではなく，外的調整であることは興味深い．本研究の尺度項目に基づけば，先生や家の人にほめられたい生徒ほど，友人を利用して学習を進めようとしていることが伺える．しかし，学業的援助要請に相当する人的リソース方略には,「自律的援助要請」と「他律的援助要請」（瀬尾, 2007）の 2 側面があることに留意しなければならない．自律的援助要請とは，問題解決の主体が援助要請者であり，援助要請の必要性が吟味されており，答えではなくヒントや解法の説明を求めるものである．他律的援助要請とは，問題解決の主体が援助者であり，援助要請の必要性が吟味されておらず，答えを求めるものである．学習の過程や結果と必ずしも適応的な結びつきの確認されていない外的調整は，他律的援助要請としての人的リソース方略と関連している可能性があるだろう．

第 2 に, 学習方略についてである. 認知的方略あるいは努力調整方略を使用している生徒ほど, テスト得点が高い傾向にあることが示された．他方で，人的リソース方略を使用している生徒ほど，テスト得点が低い傾向にあることが示された．前者の結果は仮説 2 を支持し，中学校数学の内容 4 領域「A 数と式」「B 図形」「C 関数」「D データの活用」における基礎的・基本的な問題解決を促すために，生徒に認知的方略と努力調整方略の使用を求めることの重要性を示唆する．後者の結果は仮説 2 を支持しないものであり，中学生における人的リソース方略の使用が，中学校数学の基礎的・基本的な問題解決を阻害する可能性を示唆する．既述した学問的援助要請の枠組みに基づけば，中学生における人的リソース方略は，他律的援助要請の傾向にあるものと推察される．

第 3 に，指導方法についてである．数学教師が学習評価を行っている学級の生徒ほど，テスト得点が高いことが示された．この結果は，仮説 3 を支持するものである．中学校数学の基礎的・基本的な知識の適用と活用に関する問題の解決を促すために，数学教師が日々学習評価を行い，指導を改善する，つまり「指導と評価の一体化」が重要なのだろう．その結果として，生徒の数学学習が促され，基礎的・基本的な知識の適用と活用に関する問題を解決できるようになると考えられる．

また，数学教師が見方・考え方支援を多く行っている学級において，同一化的調整と作業方略の正の関連は弱くなることが示された．他方，数学教師が思考支援を多く行っている学級において，同一化的調整と作業方略の正の関連は強くなることが示された．これらの結果は，仮説 3 を部分的に支持し，見方・考え方支援と思考支援は，同一化的調整と作業方略の正の関連を減衰な

いし増幅することを示唆する．前者の結果について，数学教師が見方・考え方支援を多く行うほど，同一化的調整の高い生徒は，その指導に合わせて単純作業に割り当てていた認知的リソースを見方・考え方を働かせることに費やすのだろう．後者の結果について，数学教師が思考支援を多く行うほど，同一化的調整の高い生徒は，その指導によって十分に思考を働かすことができるため，単純作業に対してより認知的リソースを費やすのだろう．

以上を総括すれば，自己決定理論に基づく動機づけの中でも，内的調整と同一化的調整という自律的な動機づけが，中学校数学の基礎的・基本的な知識の適用と活用に関する問題解決に結びつく努力調整方略と認知的方略の使用を促す役割を持つ可能性が示された．他方，統制的な動機づけの中でも外的調整は，認知的方略だけではなく人的リソース方略の使用を促すため，中学校数学の基礎的・基本的な知識の適用と活用に関する問題解決を阻害する可能性が示された．さらに，数学教師が日々学習評価を行い，指導を改善することによって，中学校数学の基礎的・基本的な知識の適用と活用に関する問題解決が促される可能性が示された. よって, 研究 1 を通して, 教授・学習場面における情意から数学的問題解決への影響プロセスの一端が明らかにされたといえよう．

しかし，研究 1 には，以下 3 点の大きな課題が残されている．

第 1 に，使用した自己決定理論に基づく動機づけと学習方略尺度は，教科全般に焦点を当てたものであるため，どの程度数学学習の実態を反映しているのかは定かではないことである．今後は，数学学習に焦点を当てた尺度を用いることで，研究 1 と同様の知見が得られるのか，ひいては数学的問題解決に対する寄与が高まるのかを検討することが求められる．

第 2 に，指導方法が自己決定理論に基づく動機づけと学習方略に及ぼす影響を検討できなかったことである. 研究 1 では, 自己決定理論に基づく動機づけと学習方略の ICC が高々.03 であり, 学級レベルでの検討ができなかったため，仮説 3 を直接的に検討することができなかった．そもそも，研究 1 では，学級数，ひいては学校数が十分ではなかったことも踏まえると，今後はより多くの学校にて調査を行い，教師の指導・支援が情意と学習の取り組みに及ぼす影響を検討することが求められる．

第 3 に，使用した指導方法尺度は，日々の授業を自己・他己評価する際の基本的な枠組みとして独自に作成されたものであり，心理的構成概念を必ずしも想定したものではないため，妥当性に課題が残されている．

第6章　高校生における影響プロセスと数学の内容による差異の検討（研究２）

6.1. 目的

研究 2 では，PISA2012 の日本のデータセットを 2 次分析し，情意と学習の取り組み，教師の指導・支援，人口統計的属性が数学的問題解決に及ぼす影響とそのプロセス，ならびにその影響が課題変数，とりわけ数学の内容により異なるかを検討する．具体的には，当該調査にて測定された変数のうち，情意変数として自己効力，数学不安，自己決定理論に基づく動機づけ（内的調整・同一化的調整），学習の取り組みとして行動的エンゲージメント，教師の指導・支援として認知的活性化と教師の支援，人口統計的属性としてジェンダーと SES，数学的問題解決の指標として数学的リテラシーの得点を用いた．

PISA における数学的リテラシーの測定問題は，研究 1 の埼玉県学力・学習状況調査や TIMSS とは異なり，学校で学習した数学の知識を数学内外への多様な場面で活用ならびに解釈することに焦点を当てたものであり，多様な解法と解が想定される非定型問題も含むものである．そして，PISA における数学的リテラシーの測定問題は，「数学的なプロセス（定式化・活用・解釈）」「数学的な内容知識（変化と関係・空間と形・量・不確実性とデータ）」「文脈（個人的・職業的・社会的・科学的）」の観点から構成されている（国立教育政策研究所, 2016a）．

研究 2 では，課題変数として，数学的な内容知識の 4 カテゴリー「変化と関係」「空間と形」「量」「不確実性とデータ」に焦点を当てる．渡邊（2020）の整理に基づけば，変化と関係は「変数間の関数的な関係と依存関係とともに変化の数学的関係を明らかにすること」，空間と形は「空間的，幾何的な現象や関係」，量は「数量的な関係，数量的なパターン，数量的な現象」，不確実性とデータは「確率的・統計的な現象や関係」を主たる内容としている．これら 4 カテゴリーは，数学教育のカリキュラムにおける主な要素を反映したものである（国立教育政策研究所, 2016a）ため，カテゴリー間で関連プロセスに差異があるのかを検討することは，課題変数の影響を解明することだけではなく，今後の教授・学習のあり方を考える上でも有益である．

これまでの議論を踏まえて，研究 2 の仮説として，次の 8 点を設定した．なお，教師の支援に関する仮説は，教師の支援が自己効力や課題価値，数学の楽しさ，数学不安の低下，学習方略の使用を促すという先行研究の結果（Li & Liu et al., 2021; Yıldırım, 2012）に基づき設定した．

（仮説1）自己効力は数学不安と負に関連し，内的調整と同一化的調整，行動的エンゲージメント，数学的リテラシーの得点と正に関連する．

（仮説2）数学不安は内的調整と同一化的調整，行動的エンゲージメント，数学的リテラシーの得点と負に関連する．

（仮説3）内的調整と同一化的調整は行動的エンゲージメント，数学的リテラシーの得点と正に関連する．

（仮説4）行動的エンゲージメントは数学的リテラシーの得点と正に関連する．

（仮説5）認知的活性化と教師の支援は自己効力，内的調整と同一化的調整，行動的エンゲージメント，数学的リテラシーの得点と正に関連し，数学不安と負に関連する．

（仮説6）SES は数学的リテラシーの得点と正に関連する．

（仮説7）男性の方が数学的リテラシーの得点と自己効力，内的調整，同一化的調整は高く，数

学不安と行動的エンゲージメントは低い.

（仮説8） 仮説 1〜7 における数学的リテラシーの得点と諸変数の関連は,「変化と関係」「空間と形」「量」「不確実性とデータ」により異なる.

6.2. 方法

6.2.1. 使用データ

研究 2 では, OECD が公開している PISA2012 のデータセットのうち, 日本のデータ（生徒 6351 名, 学校 191 校）を抽出して用いた. 日本では, 15 歳児に関する国際的な定義に基づき, 調査対象母集団を「高等学校本科の全日制学科, 定時制学科, 中等教育学校後期課程, 高等専門学校」の 1 年生と定義し, 各学校（学科）から無作為に調査対象者を選出している.

なお, 最新の PISA2018 ではなく, PISA2012 に着目したのは, 数学的リテラシーと数学学習に重点的に調査を行った最新の調査であることによる.

6.2.2. 使用尺度

6.2.2.1. ジェンダー

ジェンダーを測定している 1 項目を用いた. 女性に 0, 男性に 1 を割り当てたダミー変数として, 分析に用いた. そのため, 以後では男性ダミーとしている.

6.2.2.2. SES

SES として, ESCS（index of Economic, Social and Cultural Status）の推定値を用いた. ESCS は, 対象者が回答した親の教育年数と職業的地位, 家庭の所有財を主成分分析により合成し, 得られた指標である. ESCS は, OECD 参加国の平均が 0, 標準偏差が 1 になるように調整されており, その値が大きいほど, 社会経済文化的に恵まれていることを意味する.

6.2.2.3. 自己効力

数学における課題特有の自己効力を尋ねる 8 項目を使用した（**表 6-1**）. 教示文は,「あなたは次のような数学の問題を解く自信がありますか.（1）から（8）それぞれについて, あてはまる番号に一つ〇をつけてください」であり,「かなり自信がある（1)」「自信がある（2)」「自信がない（3)」「全然自信がない（4)」の 4 件法にて回答を求めている.

PISA2012 における課題特有の自己効力は,「$2x+3=(x+3)(x-3)$という等式を解く」という純粋な数学の問題と,「列車の時刻表を見て, ある場所から別の場所までどのくらい時間がかかるかを計算する」という現実世界への応用的な数学の問題の解決に関する自己効力を問うものである（OECD, 2014a）

本研究では, 結果を解釈しやすくするために, 得点が高いほどそれぞれを高く認識していることを示すように逆転処理を行った. 同様の処理は, 他の尺度においても行っている.

6.2.2.4. 数学不安

数学不安を尋ねる 5 項目を使用した（**表 6-1**）. 教示文は,「数学の勉強について, 次のようなことは, あなたにどのくらいあてはまりますか.（1）から（10）のそれぞれについて, あてはまる

番号に一つ〇をつけてください」であり[23]，「まったくその通りだ（1)」「その通りだ（2)」「その通りでない（3)」「まったくその通りでない（4)」の 4 件法にて回答を求めている．

6.2.2.5. 自己決定理論に基づく動機づけ

数学における内発的—外発的動機づけを尋ねる 8 項目を使用した（**表 6-1**）．教示文は，「あなたは数学について，どのように感じていますか．（1）から（8）のそれぞれについて，あてはまる番号に一つ〇をつけてください」であり，「まったくその通りだ（1)」「その通りだ（2)」「その通りでない（3)」「まったくその通りでない（4)」の 4 件法にて回答を求めている．

PISA における外発的動機づけの尺度は，「将来の仕事の可能性を広げてくれるから，数学は学びがいがある」が項目であるように，数学に対する価値の内在化の程度が高く，同一化的調整に相当するものと考えられる．そこで，本研究では，内発的動機づけの尺度を「内的調整」，外発的動機づけの尺度を「同一化的調整」として取り上げた．

6.2.2.6. 行動的エンゲージメント

数学における行動的エンゲージメントを指標化するために，「数学を勉強する上での規範」を尋ねた 9 項目を使用した（**表 6-1**）．異なる構成概念を想定していたものの，9 項目のほとんどは，Skinner（2016）が提示した行動的エンゲージメントの具体的な姿に適合するものである．併せて，Fung et al.（2018）は，この 9 項目を数学における行動的エンゲージメントと定位している．そこで，研究 2 では，これら 9 項目を行動的エンゲージメント尺度として使用した．

教示文は，「学校の数学の勉強について，次のようなことは，あなたにどのくらい当てはまりますか．（1）から（9）のそれぞれについて，あてはまる番号に一つ〇をつけてください」であり，「まったくその通りだ（1)」「その通りだ（2)」「その通りでない（3)」「まったくその通りでない（4)」の 4 件法にて回答を求めている．

6.2.2.7. 認知的活性化

数学の授業における認知的活性化を尋ねる 9 項目を使用した（**表 6-1**）．教示文は，「あなたの数学の先生は，最近の授業で次のようなことを，どのくらいしていますか．（1）から（9）のそれぞれについて，あてはまる番号に一つ〇をつけてください」であり，「いつも又はほとんどしている（1)」「よくしている（2)」「時々している（3)」「ほとんど又はまったくしない（4)」の 4 件法にて回答を求めている．

6.2.2.8. 教師の支援

数学の授業における教師の支援を尋ねる 4 項目を使用した（**表 6-1**）．教示文は，「あなたの数学の先生は，最近の授業で次のようなことを，どのくらいあてはまりますか．（1）から（4）のそれぞれについて，あてはまる番号に一つ〇をつけてください」であり，「まったくその通りだ（1)」「その通りだ（2)」「その通りでない（3)」「まったくその通りでない（4)」の 4 件法にて回答を求めている．

6.2.2.9. 数学的リテラシー

数学的な内容知識の 4 カテゴリー「変化と関係」「空間と形」「量」「不確実性とデータ」の得点

---

[23] 残り 5 項目は，別の構成概念を尋ねるものであった．

は Rasch モデルを用いて推定された PVs（Plausible Values）である（OECD, 2014b）．PVs は PV1 から PV5 まで 5 つの値が推定されており，その分析には留意する必要がある．本研究では，Ainley & Ainley（2011）に基づき，PV1 のみを用いる簡便的な方法を用いた．

表 6-1 研究 2 の使用尺度と質問項目一覧（国立教育政策研究所, 2016a より引用）

変数名 （設問コード）	項目
自己効力感 （ST37）	● 列車の時刻表を見て，ある場所から別の場所までどのくらい時間がかかるかを計算する ● あるテレビが 30%引きになったとして，それが元の値段よりいくら安くなったかを計算する ● 床にタイルを貼るには，何平方メートル分のタイルが必要かを計算する ● 新聞に掲載されたグラフを理解する ● $3x+5=17$ という等式を解く ● 縮尺が 10000 分の 1 の地図上にある，2 点間の距離を計算する ● $2x+3=(x+3)(x-3)$という等式を解く ● 自動車のガソリンの燃費を計算する
数学不安 （ST42）	● 数学の授業についていけないのではないかとよく心配になる ● 数学の宿題をやるとなると，とても気が重くなる ● 数学の問題をやっているといらいらする ● 数学の問題を解くとき，手も足も出ないと感じる ● 数学でひどい成績をとるのではないかと心配になる
内的調整 （ST29）	● 数学についての本を読むのが好きである ● 数学の授業が楽しみである ● 数学を勉強しているのは楽しいからである ● 数学で学ぶ内容に興味がある
同一化的調整 （ST29）	● 将来つきたい仕事に役立ちそうだから，数学はがんばる価値がある ● 将来の仕事の可能性を広げてくれるから，数学は学びがいがある ● 自分にとって数学が重要な科目なのは，これから勉強したいことに必要だからである ● これから数学でたくさんのことを学んで，仕事につくときに役立てたい
行動的エンゲージメント （ST46）	● 数学の宿題は授業までに終える ● 数学の宿題に一生懸命取り組む ● 数学の試験勉強をする ● 数学の小テストのために一生懸命勉強する ● 数学の問題を，理解できるまで勉強する ● 数学の授業に集中している ● 数学の授業をよく聞く ● 数学を勉強するときは，集中できる環境を作る ● 数学は計画的に勉強する
認知的活性化 （ST80）	● 問題をじっくり考えさせるような質問をする ● 時間をかけて考えさせる問題を出す ● 複雑な問題を解くための自分なりのやり方を私たちに聞く ● 解答の方法がすぐにわからないような問題を出す ● 生徒が考え方を理解できたかどうかを知るために，問題を異なる条件で示す ● 私たちが間違った問題から学べるよう手助けする ● 問題の解き方を私たちに説明させる ● 私たちがこれまで学んだことを，新しい条件にあてはめてみることが必要な問題を出す ● 解答方法がいくつもあるような問題を出す
教師の支援 （ST83）	● 先生は，一生懸命勉強することが必要だと教えてくれる ● 生徒が助けて欲しい時は，先生は助けてくれる ● 先生は，生徒の学習を助けてくれる ● 先生は，生徒が意見を発表する機会を与える

6.2.3. 分析方法

第 1 に，ジェンダーと ESCS，数学的リテラシー以外の使用尺度について，尺度の妥当性を検討するために，α係数，CR，AVE，相関行列を算出した（α係数，CR，AVE の基準については，第 5 章を参照のこと）．

第 2 に，すべての使用尺度について，生徒レベルでの記述統計量を算出した．記述統計量として，α係数，ICC，有効回答生徒数（*n*），尺度得点の平均値（*M*）と標準偏差（*SD*），ピアソンの積率相関係数を求めた．ここでの ICC は，当該変数の学校間のばらつき具合を示す指標である．本研究では，第 5 章と同様に，ICC が.05 以上の変数は，学校レベル変数としての効果を検討することにした．なお，PISA のデータセットを分析にあたって，正確な推定のためにはウェイトによる調整が必要である（鳶島, 2014）. 本研究ではマルチレベル SEM を行うにあたって, 鳶島（2014）および Nagengast & Marsh（2012）と同様に，学校内での生徒の抽出確率に基づくウェイトを生徒レベルのウェイト，学校の抽出確率に基づくウェイトを学校レベルのウェイトとして用いた．

第 3 に, 認知的活性化と教師の支援, ならびに第 2 の検討にて ICC が.05 以上の変数について, 学校レベルの記述統計量を算出した. 生徒質問紙で測定されている認知的活性化と教師の支援は, 生徒レベルの「認知」であり,「数学教師が認知的活性化を行っていると認知している生徒ほど, 〜である」と解釈される.「数学教師が認知的活性化を行っている学校の生徒ほど，〜である」のような環境要因の効果を明らかにするには，マルチレベル分析において学校レベルの効果を推定する必要がある（e.g., Marsh et al., 2012）．なお，記述統計量として，有効回答学級数（*n*），尺度得点の平均と標準偏差，ピアソンの積率相関係数を求めた．

第 4 に，仮説 1〜8 を検証するために，マルチレベル構造方程式モデリング（制限付き最尤法）を行った．研究 2 では，サンプルサイズが大きいことを踏まえて，有意水準を 1%とした．

なお，分析には，ソフトウェアとして，R（ver. 4.2.0）および RStudio（ver. 2022.12.0），Mplus（ver. 8. 7）を用いた．

6.3. 結果

6.3.1. 使用尺度の妥当性の検討

「自己効力」8 項目，「数学不安」5 項目，「内的調整」4 項目，「同一化的調整」4 項目，「行動的エンゲージメント」9 項目，「認知的活性化」9 項目，「教師の支援」4 項目について，α係数，CR，AVE，相関行列を**表 6-2** に記した．

第 1 に，尺度の内的整合性についてである．α係数と CR とも.77 以上であり，慣習的な基準値である.60 を上回っていた．それゆえ，使用尺度は，一定程度の内的整合性を有するものと判断できる．

第 2 に，尺度の収束的妥当性についてである．数学不安と内的調整，同一化的調整の AVE は，基準値である.50 以上であった．自己効力と行動的エンゲージメント，認知的活性化，教師の支援の AVE は.50 を下回っていたものの，それぞれ CR が.60 以上であった．よって，Fornell & Larcker（1981）に基づき，使用尺度は一定程度の収束的妥当性を有するものと判断できる．

第 3 に，尺度の弁別的妥当性についてである．すべての下位尺度について，AVE の平方根は変数間相関よりも大きい値であったので，使用尺度は一定程度の収束的妥当性を有するものと判断できる．

そこで，以下の分析では，尺度ごとの加算平均を下位尺度得点として用いた．

表 6-2 自己効力，数学不安，内発—同一化的調整，行動的エンゲージメント，認知的活性化，教師の支援の α 係数，CR，AVE，相関行列（n = 2046 - 4132）

	α	CR	AVE	1	2	3	4	5	6	7
1.自己効力	.86	.86	.45	(.67)						
2.数学不安	.83	.83	.50	-.30	(.71)					
3.内的調整	.90	.91	.72	.45	-.50	(.85)				
4.同一化的調整	.92	.92	.73	.40	-.30	.67	(.85)			
5.行動的エンゲージメント	.87	.87	.43	.35	-.20	.45	.43	(.65)		
6.認知的活性化	.83	.83	.35	.19	.00	.24	.22	.23	(.59)	
7.教師の支援	.77	.78	.48	.15	-.10	.25	.26	.33	.46	(.70)

注：括弧内の数値は，AVE の平方根を表している．

表 6-3 生徒レベル変数の記述統計量と相関係数

	n	M	SD	ICC	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1.男性ダミー	6351	0.53	0.50	.20	—											
2.ESCS	6185	-0.07	0.71	.23	.01	—										
3.自己効力	4132	2.76	0.64	.27	.18	.28	—									
4.数学不安	4158	2.65	0.72	.03	-.15	-.04	-.29	—								
5.内的調整	4144	2.11	0.78	.08	.16	.13	.45	-.54	—							
6.同一化的調整	4158	2.51	0.83	.09	.12	.16	.40	-.34	.67	—						
7.行動的エンゲージメント	4144	2.68	0.58	.10	-.04	.12	.35	-.24	.45	.43	—					
8.認知的活性化	4126	2.33	0.59	.11	.12	.12	.19	-.04	.24	.22	.23	—				
9.教師の支援	4167	2.99	0.61	.08	-.01	.04	.15	-.07	.25	.26	.33	.46	—			
10.変化と関係	6351	542.54	106.39	.51	.11	.31	.61	-.19	.32	.32	.20	.15	.08	—		
11.空間と形	6351	518.16	93.81	.49	.11	.28	.57	-.18	.29	.28	.17	.12	.09	.91	—	
12.量	6351	557.61	100.31	.53	.10	.32	.61	-.25	.35	.34	.20	.13	.09	.91	.86	—
13.不確実性とデータ	6351	528.24	89.84	.51	.07	.31	.58	-.14	.28	.28	.15	.13	.09	.89	.92	.87

6.3.2. 生徒レベル変数の記述統計量

生徒レベル変数の記述統計量を**表 6-3** に記した．数学不安以外の ICC は.08 以上と基準値である.05 以上であった．そこで，数学不安以外の尺度については，生徒レベルだけではなく学校レベルにおいても検討する．

6.3.3. 学校レベル変数の記述統計量

学校レベル変数の記述統計量を**表 6-4** に記した．

6.3.4. マルチレベル構造方程式モデリングの結果

仮説 1〜8 を検証するために，マルチレベル構造方程式モデリング（制限付き最尤法）を行った．有意水準 1%を満たさないパスを除外しながら，分析を繰り返したところ，生徒レベルについては**表 6-5**，学校レベルについては**表 6-6** の結果が得られた．最終的なモデルの適合度は，CFI =

表 6-4 学校レベル変数の記述統計量と相関係数

	n	*M*	*SD*	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1.男性ダミー	191	0.53	0.24	―										
2.ESCS	190	-0.09	0.37	-.05	―									
3.自己効力	190	2.74	0.37	.12	.80	―								
4.内的調整	190	2.10	0.28	.27	.50	.69	―							
5.同一化的調整	190	2.51	0.31	.24	.57	.70	.81	―						
6.行動的エンゲージメント	190	2.67	0.19	.02	.55	.67	.64	.69	―					
7.認知的活性化	190	2.33	0.24	.14	.49	.53	.56	.51	.42	―				
8.教師の支援	190	2.98	0.22	-.04	.35	.35	.41	.37	.38	.63	―			
9.変化と関係	191	539.72	78.64	.08	.80	.91	.56	.65	.59	.49	.30	―		
10.空間と形	191	515.85	68.21	.05	.78	.89	.53	.62	.57	.48	.30	.96	―	
11.量	191	554.72	75.57	.06	.81	.90	.57	.65	.60	.53	.34	.97	.96	―
12.不確実性とデータ	191	525.85	66.73	.04	.79	.90	.56	.62	.57	.45	.29	.96	.96	.96

1.00，TLI = .99，RMSEA = .02，SRMR（生徒レベル）= .03，SRMR（学校レベル）= .05 と良好な値を示した．以下，それぞれの結果について概括する．

第 1 に，生徒レベルの結果についてである（**表 6-5**）．男性ダミーは，認知的活性化と自己効力，内的調整，同一化的調整と正に関連し，数学不安と行動的エンゲージメント，不確実性とデータと負に関連することが示された．ESCS は，自己効力と正に関連し，空間と形と負に関連するが，その寄与は他の変数よりも相対的に小さいことが示された．認知的活性化は空間と形，ならびに量と負に関連するが，その寄与は他の変数よりも相対的に小さいことが示された．教師の支援は自己効力と内的調整，同一化的調整，行動的エンゲージメントと正に関連することが示された．自己効力は内的調整と同一化的調整，行動的エンゲージメント，数学的リテラシーの 4 カテゴリーすべてと正に関連し，数学不安と負に関連することが示された．さらに，自己効力は，他の変数よりも，数学的リテラシーと強く関連することが示された．数学不安は内的調整と同一化的調整，ならびに不確実性とデータ以外の数学的リテラシーの側面と負に関連することが示された．内的調整と同一化的調整は，行動的エンゲージメントと正に関連することが示された．なお，独立変数による分散説明率は，認知的活性化が 2%，自己効力が 4%，数学不安が 14%，内的調整が 33%, 同一化的調整が 21%, 行動的エンゲージメントが 25%, 変化と関係が 20%, 空間と形が 16%, 量が 21%，不確実性とデータが 15%であった．

第 2 に，学校レベルの結果についてである（**表 6-6**）．男性ダミーは，認知的活性化と正に関連し，行動的エンゲージメントと負に関連することが示された．ESCS は，認知的活性化と教師の支援，自己効力と正に関連することが示された．認知的活性化は，内的調整と同一化的調整と正に関連することが示された．自己効力は，内的調整と同一化的調整，数学的リテラシーの 4 カテゴリーすべてと正に関連した．同一化的調整は，行動的エンゲージメントと正に関連することが示された．

以上から，生徒レベルにおいては男性ダミーと ESCS，教師の支援，自己効力，学校レベルにおいては ESCS が，数学的リテラシーの 4 側面に間接効果を及ぼすことが想定されたため，ソベル検定による媒介分析を行った．生徒レベルの結果については**表 6-7**，学校レベルの結果について

表 6-5 マルチレベル構造方程式モデリングにおける生徒レベル変数の結果（$n = 6185$）

従属変数 独立変数	認知的活性化	自己効力	数学不安	内的調整	同一化的調整
男性ダミー	$.14^{**}$ (.02)	$.17^{**}$ (.03)	$-.07^{*}$ (.02)	$.08^{**}$ (.02)	$.06^{*}$ (.02)
ESCS	—	$.07^{*}$ (.02)	—	—	—
認知的活性化	—	—	—	—	—
教師の支援	—	$.09^{*}$ (.04)	—	$.17^{**}$ (.03)	$.24^{**}$ (.03)
自己効力	—	—	$-.36^{**}$ (.03)	$.26^{**}$ (.03)	$.26^{**}$ (.02)
数学不安	—	—	—	$-.36^{**}$ (.03)	$-.17^{**}$ (.03)
内的調整	—	—	—	—	—
同一化的調整	—	—	—	—	—
R^2	.02 (.01)	.04 (.01)	.14 (.02)	.33 (.02)	.21 (.02)

従属変数 独立変数	行動的エンゲージメント	変化と関係	空間と形	量	不確実性とデータ
男性ダミー	$-.11^{**}$ (.02)	—	—	—	$-.04^{**}$ (.01)
ESCS	—	—	$-.03^{**}$ (.01)	—	—
認知的活性化	—	—	$-.02^{*}$ (.01)	$-.04^{*}$ (.01)	—
教師の支援	$.29^{**}$ (.03)	—	—	—	—
自己効力	$.16^{**}$ (.03)	$.41^{**}$ (.02)	$.38^{**}$ (.03)	$.38^{**}$ (.03)	$.40^{**}$ (.02)
数学不安	—	$-.08^{**}$ (.01)	$-.08^{**}$ (.01)	$-.16^{**}$ (.01)	—
内的調整	$.23^{**}$ (.03)	—	—	—	—
同一化的調整	$.14^{**}$ (.02)	—	—	—	—
行動的エンゲージメント	—	—	—	—	—
R^2	.25(.02)	.20 (.02)	.16 (.02)	.21(.02)	.15(.02)

**: $p < .001$, *: $p < .01$

注：表中の数値は標準化係数，括弧内の数値は標準化係数の標準誤差

は**表 6-8** に記した．

生徒レベルの間接効果について，男性ダミーと ESCS，教師の支援は数学的リテラシーの 4 側面に有意な正の間接効果を及ぼすことが示された．自己効力は，不確実性とデータ以外の数学的リテラシーの側面に有意な正の間接効果を及ぼすことが示された．

学校レベルの間接効果について，ESCS は数学的リテラシーの 4 側面に有意な正の間接効果を及ぼすことが示された．

6.4. 考察

研究 2 では，PISA2012 の日本のデータセットを 2 次分析し，情意と学習の取り組み，教師の指導・支援，人口統計的属性が数学的問題解決に及ぼす影響とそのプロセス，ならびにその影響が課題変数，とりわけ数学の内容により異なるかを検討した．以下では，変数ごとに知見を整理した上で，検討した影響プロセスと内容による差異について考察する．

表 6-6 マルチレベル構造方程式モデリングにおける学校レベル変数の結果（$n = 190$）

従属変数 / 独立変数	認知的活性化	教師の支援	自己効力	内的調整	同一化的調整
男性ダミー	.32* (.10)	—	—	—	—
ESCS	.49** (.11)	.40** (.08)	.89** (.03)	—	—
認知的活性化	—	—		.66** (.12)	.41* (.09)
教師の支援	—	—	—	—	—
自己効力	—	—	—	.52** (.12)	.65** (.09)
内的調整	—	—	—	—	—
同一化的調整	—	—	—	—	—
R^2	.20(.07)	.97(.09)	.20(.07)	.97(.09)	.79(.06)
従属変数 / 独立変数	行動的エンゲージメント	変化と関係	空間と形	量	不確実性とデータ
男性ダミー	-.25* (.08)	—	—	—	—
ESCS	—	—	—	—	—
認知的活性化	—	—	—	—	—
教師の支援	—	—	—	—	—
自己効力	—	.97** (.01)	.95** (.01)	.97** (.01)	.96** (.02)
内的調整	—	—	—	—	—
同一化的調整	.93** (.05)	—	—	—	—
行動的エンゲージメント	—	—	—	—	—
R^2	.94(.02)	.94(.02)	.92(.03)	.94(.03)	.92(.03)

**: $p < .001$, *: $p < .01$

注：表中の数値は標準化係数，括弧内の数値は標準化係数の標準誤差

表 6-7 数学的リテラシーの 4 側面に対する生徒レベル変数の間接効果に関する推定結果

従属変数 / 独立変数	変化と関係	空間と形	量	不確実性とデータ
男性ダミー	.08** (.01)	.07** (.01)	.08** (.01)	.07** (.01)
ESCS	.03* (.01)	.03* (.01)	.03* (.01)	.03* (.01)
教師の支援	.04* (.02)	.04* (.02)	.04* (.02)	.04* (.02)
自己効力	.03** (.01)	.03** (.01)	.06** (.01)	—

**: $p < .001$, *: $p < .01$

注：表中の数値は標準化係数，括弧内の数値は標準化係数の標準誤差

第 1 に，自己効力についてである．生徒レベルの結果から，基礎的・応用的な数学的問題解決に関する自己効力の高い生徒ほど，数学不安が低く，内的調整と同一化的調整，行動的エンゲージメント，数学的リテラシーの 4 側面の得点が高いことが示された．学校レベルの結果から，基礎的・応用的な数学的問題解決に関する自己効力の高い学校の生徒ほど，内的調整と同一化的調整，数学的リテラシーの 4 側面の得点が高いことが示された．さらに，生徒および学校レベルの両方において，数学的リテラシーの 4 側面に最も強い寄与を示したのは，自己効力であった．こ

表 6-8 数学的リテラシーの 4 側面に対する学校レベル変数の間接効果に関する推定結果

従属変数 / 独立変数	変化と関係	空間と形	量	不確実性とデータ
ESCS	.86* (.03)	.85* (.03)	.86* (.03)	.85* (.03)

*: $p < .001$

注：表中の数値は標準化係数，括弧内の数値は標準化係数の標準誤差

れらの結果は仮説 1 を支持するものである．Pajares & Graham（1999）が指摘するように，情意変数の中でも自己効力は数学的問題解決の強力な予測因子であると考えられる．さらに，本研究の知見を踏まえれば，自己効力は数学的問題解決の要因に対しても強力な促進要因であると考えられる．

第 2 に，数学不安についてである．生徒レベルの結果から，数学不安が高い生徒ほど，内的調整と同一化的調整，不確実性とデータ以外の数学的リテラシーの得点が低いことが示された．とくに，数学不安が内的調整に及ぼす影響は，自己効力や教師の支援よりも大きいことが示された．これらの結果は仮説 2 を支持するものである．

ただし，数学不安による数学的リテラシーの得点への寄与は，自己効力よりも小さく，不確実性とデータとは有意な関連が認められなかった．量，ならびに不確実性とデータは難易度が高い内容であることが示されている（渡邊, 2020）ため，この結果は問題の複雑さが増すと，数学不安と数学的問題解決の負の関連が強くなるという「複雑性仮説」（Ashcraft & Kirk, 2001; Hoffman, 2010）と相反する．いずれの問題に対しても，自己効力の寄与が最も大きかったことを踏まえると，問題の複雑さが増すと，数学不安と数学的問題解決の負の関連が強くなるものの，その寄与は自己効力に相殺された可能性がある．現に，課題特有の自己効力と数学不安を数学的問題解決の独立変数とした重回帰分析において，課題特有の自己効力のみが数学的問題解決を予測することが示されている（Pajares & Graham, 1999）．

第 3 に，自己決定理論に基づく動機づけについてである．生徒レベルの結果から，内的調整ないし同一化的調整が高い生徒ほど，行動的エンゲージメントが高いことが示された．また，行動的エンゲージメントへの寄与は，同一化的調整よりも内的調整の方が大きかった．学校レベルの結果から，同一化的調整の高い学校の生徒ほど，行動的エンゲージメントが高いことが示された．これらの結果は仮説 3 に概ね整合するものであり，行動的エンゲージメントを促す上で，内的調整と同一化的調整という自律的な動機づけに着目することの重要性を示唆する．

他方で，内的調整と同一化的調整から数学的リテラシーの 4 側面の得点に対する寄与は認められなかった．この結果は仮説 3 と整合しないものである．先述したように，数学的リテラシーの得点への寄与は自己効力が大きく，数学不安や内的調整，同一化的調整の寄与は相殺された可能性がある．

第 4 に，行動的エンゲージメントについてである．生徒および学校レベルの結果から，行動的エンゲージメントと数学的リテラシーの 4 側面の得点との間に有意な関連は認められなかった．この結果は仮説 4 と整合しないものである．PISA における数学的リテラシーの測定問題は日本の生徒が取り組んできた数学の内容や問題と異なり，なじみのないものである（瀬沼, 2008）．そのため，数学学習に対する行動的エンゲージメントと数学的リテラシーの 4 側面の得点との間に関連が認められなかったのだと考えられる．

第 5 に，教師の指導・支援についてである．生徒レベルの結果から，教師が授業で認知的活性化を行っていると認識している生徒ほど，空間と形，ならびに量の得点が低いことが示された．

また，数学教師の支援を受けていると認識している生徒ほど，自己効力と内的調整，同一化的調整，行動的エンゲージメントが高く，自己効力を介して数学的リテラシーの 4 側面の得点が間接的に高くなることが示された．学校レベルの結果から，教師が授業で認知的活性化を行っている学校の生徒ほど，内的調整と同一化的調整は高いことが示された．認知的活性化が空間と形，ならびに量の得点と負の関連を示した以外の結果は，仮説 5 と整合するものであり，数学教師の指導・支援が情意や学習の取り組みを促すことの一端を示すものである．

生徒レベルの結果において，認知的活性化が空間と形，ならびに量の得点と負の関連を示したことは仮説 5 と相反する．生徒レベルにおいて，認知的活性化と空間と形，ならびに量の得点は正の相関関係にあったこと（**表 6-3** 参照），および自己効力を統制した場合の結果であったことを踏まえると，認知的活性化を行うだけで自己効力を伴わない指導・支援では，空間と形，ならびに量の問題解決が阻害される可能性がある．

第 6 に，SES についてである．生徒レベルの結果から，ESCS が高い生徒ほど，自己効力が高く，空間と形の得点が低いことが示された．ただし，ESCS が高い生徒ほど，自己効力を介して数学的リテラシーの 4 側面の得点が間接的に高くなることが示された．学校レベルの結果から，ESCS が高い学校の生徒ほど，認知的活性化と自己効力，内的調整，同一化的調整が高く，自己効力を介して数学的リテラシーの 4 側面の得点が間接的に高くなることが示された．これら ESCS と数学的リテラシーの得点との正の関連は仮説 6 を支持し，生徒の社会経済的状況（出身階層）が恵まれているほど数学的問題解決とその関連要因が促されることを示唆するものである．学校レベルにおける ESCS と教師の指導の正の関連について，ESCS の高い学校の生徒ほど数学的リテラシーの得点が高い結果（**表 6-8** 参照）を踏まえると，その数学的問題解決の水準の高さに応じて，数学教師による認知的活性化と支援の頻度が多くなる可能性が背景にあると推察される．

第 7 に，ジェンダーについてである．生徒レベルの結果から，男性の方が自己効力と内的調整，同一化的調整は高く，数学不安と行動的エンゲージメントは低いこと，ならびに自己効力と数学不安を介して数学的リテラシーの 4 側面の得点が間接的に高くなることが示された．これらの結果は仮説 7 を支持し，数学的問題解決とその関連要因にはジェンダー差があることを示唆するものである．

また，生徒および学校レベルの両方において，男性の方が数学教師は認知的活性化を行っていると認識していることが示された．この結果の背景として，男性の方が数学的リテラシーの得点は高いこと（**表 6-8** 参照）を踏まえると，その数学的問題解決の水準の高さに応じて，数学教師による認知的活性化の頻度が多くなっている可能性が考えられる．あるいは，Carlana（2019）が指摘するように，数学は男性に優位であるといった教師のジェンダーステレオタイプが指導・支援に発露している可能性も考えられる．

以上の整理を踏まえると，数学の内容に関わらず，数学的問題解決に寄与する要因は，概ね同様であるが，内容により寄与の大きさやプロセスは異なるものと考えられる．例えば，標準化係数の値に着目すれば，自己効力と比較して，数学不安が変化と関係，空間と形の問題解決に及ぼす影響は 5 分の 1 程度だが，量に及ぼす影響は 2 分の 1 程度である（**表 6-5** 参照）．また，ESCS は空間と形の問題解決に直接的な関連を示すが，他の内容の問題解決では間接的な関連のみが示されている．

数学的問題解決とその関連要因において，ジェンダーと SES という人口統計的属性により異なる可能性が示された．とくに，男性あるいは SES が恵まれている生徒という階層において，数学的問題解決とその関連要因が促されている，あるいは有利な状況にある可能性が示された．この知見は，数学教育の格差を含意するものであり，公正性の観点から是正が求められるものである．

さらに, 本研究は, 数学における情意から数学的問題解決への影響の一端を示すことができた．情意変数である自己効力と数学不安から数学的問題解決への直接的な関連は，これらと強く関連する，行動的エンゲージメント以外の学習の取り組み，あるいは問題解決時に使用した問題解決方略や認知スキルなど媒介変数の存在を示すものと考えられる．

しかし，本研究は，数学教師の指導・支援から数学的問題解決への影響プロセスをほとんど示すことができなかったといえよう．なぜなら，生徒レベルにおいて，数学教師の支援は自己効力を介して数学的リテラシーの 4 内容側面に関する問題解決に間接的な影響を示したが，そもそも数学教師の支援は学級ないし学校レベルの変数である．ただし，学校レベルにおいて，認知的活性化から内的調整と同一化的調整への有意な関連が示されたことから，数学教師の指導・支援から情意への影響の一端を示すことはできたといえよう．

最後に，本研究には大きな課題が 3 点残されている．

第 1 に，PISA2012 における数学的リテラシーの測定問題は，日本の生徒にとってなじみのないものであるため，本研究の知見が生徒にとってこれまで学習してきたなじみのある問題においてどの程度適用可能か定かではないことである．今後の研究では，生徒にとってこれまで学習してきたなじみのある問題においとも調査を行い，同様の知見が得られるか検討することが求められる．

第 2 に，数学の内容により，問題解決に寄与する要因や寄与のプロセスに異同が認められたものの，要因とその影響プロセスの異同は定かではないことである．今後の研究では，数学の内容ごとに数学的問題解決と要因を測定して，その影響プロセスを検討および比較することが求められる．

第 3 に，教師の指導・支援に関するデータは生徒の評定に基づくものであるため，実際の教師の指導・支援をどの程度まで反映したものか定かではないことである．今後の研究では，教師評定データや第 3 者の観察データを使用することが求められる．

第7章　高校生における影響プロセスの内容による差異の検討①

（研究 3-1）

7.1. 目的

研究 2 の結果，数学的リテラシーの内容に関する 4 側面「変化と関係」「空間と形」「量」「不確実性とデータ」に対して，自己効力は全てと正の関連，数学不安は「不確実性とデータ」以外の 3 側面と負の関連を示した．それゆえ，情意から数学的問題解決への影響プロセスには，数学の内容という課題変数による差異があるものと考えられる．しかし，研究 2 のデータは，数学の内容ごとに情意や学習の取り組みなどを測定していないため，これらと数学的問題解決の関連における内容の差異は検討できるものの，影響プロセスにおける内容の差異は検討できない．

そこで，研究 3 では，異なる数学の内容を学習している 2 時点において，情意と学習の取り組み，数学的問題解決の指標を測定し，教授・学習場面における情意から数学的問題解決への影響プロセスにおける数学の内容による差異を，研究 3-1（本章）と研究 3-2（次章）の 2 つの研究を通して検討する．研究 3-1 では，達成目標とエンゲージメント，数学的問題解決の関連プロセスにおいて，数学の内容による差異を検討する．研究 3-2 では，課題価値と数学不安，エンゲージメント，数学的問題解決の関連プロセスにおいて，数学の内容による差異を検討する．異なる情意変数を用いた 2 つの研究を通して，教授・学習場面における情意から数学的問題解決への影響プロセスにおける内容による差異の一端をより詳しく示すことが期待できる．そして，検討する影響プロセスの内容による異同とその程度を明らかにすることで，数学的問題解決を促すために効果的な教授・学習のあり方を様々な内容に共通するものと特定の内容に限定されるものに弁別できる可能性があり，数学的問題解決研究だけではなく数学教育の実践に対して，有益な知見を提示することが期待できる．

研究 3-1 では，同一対象者に異なる数学の内容を学習している 2 時点において，数学的問題解決の指標としてテスト得点，情意として達成目標，学習の取り組みとしてエンゲージメントを縦断的に測定した．その上で，以下 4 つの仮説から構成される仮説モデル（**図 7-1**）を検討した．

（仮説1）　達成目標はエンゲージメントとテスト得点と関連する．とくに，熟達目標はエンゲージメントとテスト得点と強く正に関連する．

（仮説2）　エンゲージメントはテスト得点と正に関連する．

（仮説3）　感情的エンゲージメントは行動的エンゲージメントと正に関連する．

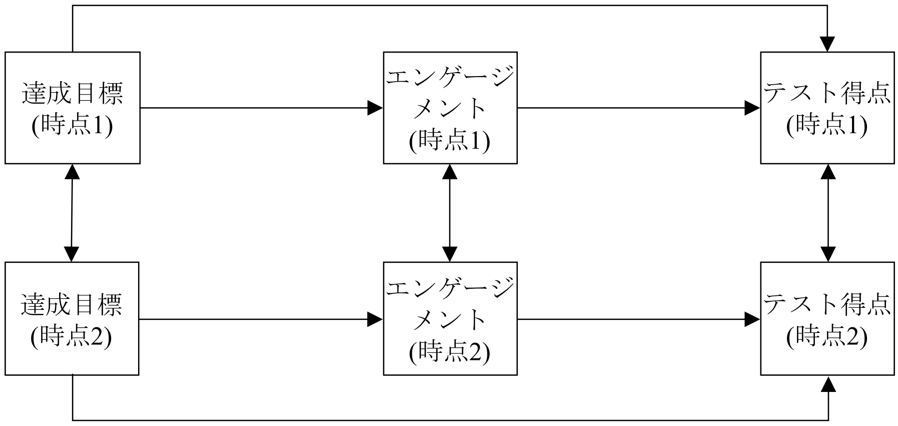
なお，感情的エンゲージメントと行動的エンゲージメントの関連は，梅本ほか（2016）と清水（2020a）において有意な関連が認められていることを踏まえて，設定した．

なお，**図 7-1** を簡略化するために，図中では感情的エンゲージメントから行動的エンゲージメントへのパスは記載していない．

7.2. 方法

7.2.1. 対象者

首都圏にある中高一貫校 X 校に在籍する高校 1 年生 171 名を対象とした．X 校は首都圏の進学校であり，卒業後ほとんどの生徒が 4 年制大学へ進学する．対象者は全て X 校の中等部からの内



注：↔は残差共分散を意味している．

図 7-1 研究 3-1 の仮説モデル

部進学者であり，中等部卒業までに数学Ⅰ・A を学習していた．

7.2.2. 調査時期と手続き

調査は，2 回の質問紙調査から構成された．1 回目の調査は，対象者が数学 B のベクトルを学習している時期に実施された．具体的には，2017 年 10 月中旬のベクトルに関するテストの 1〜3 日前の数学の授業時間に実施し，達成目標とエンゲージメントについて尋ねた．回答時間は約 10 分であった．2 回目の調査は，対象者が数学 B の数列を学習している時期に実施された．具体的には，2017 年 12 月上旬の数列に関するテストの 1〜3 日前の数学の授業時間に実施し，達成目標とエンゲージメントについて尋ねた．回答時間は約 10 分であった．

それぞれの質問紙には，データを照合し，回答結果をフィードバックするために，クラスと出席番号を記述するように求めた．

調査に先立ち，X 校の担当教諭に研究趣旨を説明した上で，研究協力を依頼した．担当教諭から研究実施の同意を得た上で，筆者が調査を行った．調査の際，(1) 調査への回答は任意であり，授業の成績には関係がないこと，(2) 調査内容は統計的に処理されるため，対象者のプライバシーは保護されること，(3) 調査用紙は責任を持って処分することを質問紙に明記した上で，筆者が口頭でも対象者に説明した．さらに，2018 年 1 月上旬に，筆者が対象者全員および担当教諭に対して，本調査の知見について説明した．

7.2.3. 調査内容

7.2.3.1.　達成目標

Elliot & Church（1997）と田中・藤田（2004）の達成目標尺度を参考にして，数学の学習に関する達成目標を尋ねる質問項目を作成した（**表 7-1** 参照）．質問項目は，熟達目標 3 項目，遂行接近目標 3 項目，遂行回避目標 3 項目の計 9 項目から構成した．回答の際，教示文として「あなたは数学の学習に対して，どのように考えていますか」と提示した．質問項目は，5 件法（1．そう思わない〜5．そう思う）により回答を求めた．

7.2.3.2.　エンゲージメント

Skinner et al.（2009）の行動的および感情的エンゲージメント尺度を参考にして，数学の学習に関するエンゲージメントを尋ねる質問項目を作成した（**表 7-1** 参照）．質問項目は，行動的エンゲ

表 7-1 研究 3-1 の使用尺度と項目一覧

下位尺度	項目
熟達目標	● 授業で扱われた数学の内容をマスターしたいと思う． ● 数学のことについて多くのことを知りたいと思う． ● 数学の内容は面白いから数学を勉強したいと思う．
遂行接近目標	● 他の人よりも良い成績をとるために頑張ろうと思う． ● 他の人よりもよくできることを示したいから，数学を勉強しようと思う． ● 他の人よりも良い成績だったら，よくやったと思う．
遂行回避目標	● 他の人よりも悪い点数だと嫌だから，数学を勉強しようと思う． ● 他の人よりも出来が悪いと思われないように，頑張ろうと思う． ● ひどい成績だったら，他の人からどう思われるかを心配する．
行動的エンゲージメント	● 一生懸命数学を学習している． ● 集中して数学の学習をしている． ● 数学の学習を頑張って取り組んでいる． ● 数学の課題にできるだけがんばって取り組んでいる．
感情的エンゲージメント	● 数学の学習をしているとき，興味を感じる． ● 数学の学習は楽しい． ● 数学の学習をしているとき，気分がよい． ● 数学の学習をしているとき熱中している．

ージメント 4 項目，感情的エンゲージメント 4 項目の計 8 項目から構成した．回答の際，教示文として「あなたは最近の数学の学習に対して，どのように取り組んでいますか」と提示した．質問項目は，5 件法（1．そう思わない〜5．そう思う）により回答を求めた．

なお, エンゲージメントの測定にあたって, 最近の数学の学習とは 1 回目の調査ではベクトル, 2 回目の調査では数列について回答するように口頭で指示した．

7.2.3.3. ベクトルと数列のテスト

ベクトルと数列それぞれの内容から構成された X 校におけるテストの得点を用いた．それぞれのテスト問題は X 校の担当教諭によって，基本的な問題（教科書の例，例題の練習問題）から 6 割前後，標準的な問題（教科書の応用問題，章末問題）から 4 割前後の配点割合で作成された（得点可能範囲は 0〜100 点）．それぞれのテスト問題の内容を**表 7-2**，**表 7-3** に記す．

ベクトルのテスト問題（**表 7-2**）は平面および空間に関するベクトルの内容から構成され，学習指導要領で提示されたベクトルの内容（文部科学省, 2009, 2018）を全般的に含むものであった．各内容に含まれる小問題を合計すると全 28 問であった．

数列のテスト問題（**表 7-3**）は等差数列や等比数列，いろいろな数列，漸化式から構成され，数学的帰納法以外について学習指導要領で提示された数列の内容（文部科学省, 2009, 2018）を含むものであった．各内容に含まれる小問題を合計すると全 22 問であった．

7.2.4. 分析方法

第 1 に，達成目標とエンゲージメント尺度について，妥当性を検討するために，確認的因子分析（最尤法）を行い，α 係数，CR，AVE，相関行列を算出した（α 係数，CR，AVE の基準につい

表 7-2 ベクトルのテスト問題の内容

問題種別	問題形式	水準	内容
概念	短答	基本	法線ベクトルの定義
概念	短答	基本	ベクトルの内積の定義
概念	短答	基本	分点の位置ベクトル
概念	記述	基本	共線条件
概念	記述	基本	共面条件
計算	短答	基本	平面の方程式
計算	短答	基本	空間における対称点
計算	短答	基本	空間のベクトルの成分
図形	短答	基本	空間のベクトルの分解
図形	短答	基本	ベクトルの内積
計算	短答	標準	分点の位置ベクトル
計算	短答	標準	球の方程式
計算	短答	標準	直線のベクトル方程式
計算	短答	標準	2 つのベクトルのなす角
計算	記述	標準	円のベクトル方程式
計算	記述	応用	交点の位置ベクトル
計算	記述	応用	内積と三角形の面積

注：問題種別について，概念は定義や定理などの概念を尋ねる問題，計算は計算問題，図形は図形が与えられた問題を意味する．

注：問題形式について，短答式は答えのみを解答する問題，記述は答えだけではなく解法も解答する問題を意味する．

注：水準について，基本は教科書の例や例題などの基本的な問題，標準は教科書の応用例題などの標準的な問題，応用は教科書の章末問題などの応用的な問題を意味する．

ては，第 5 章を参照のこと）．

第 2 に，ベクトルと数列の学習時点における達成目標，エンゲージメント，テスト得点の記述統計量を算出した．記述統計量として，有効回答生徒数（*n*），尺度得点の平均値（*M*）と標準偏差（*SD*）を求めた．

第 3 に，**図 7-1** の仮説モデルを検証するために，パス解析（最尤法）を行なった．

以上の分析には，ソフトウェアとして，R（ver. 4.2.0）および RStudio（ver. 2022.12.0）を用いた．

なお，有意水準は慣例に従い，5%とした．

7.3. 結果

7.3.1. 使用尺度の妥当性の検討

まず，確認的因子分析の結果についてである．

その 1 に，達成目標について，確認的因子分析を行ったところ，遂行接近目標と遂行回避目標のピアソンの積率相関係数が 1 を超え，不適解を示した．そこで，遂行接近目標と遂行回避目標

表 7-3 数列のテスト問題の内容

問題種別	問題形式	水準	内容
概念	短答	基本	等差数列の一般項
概念	短答	基本	等比中項の性質
概念	短答	基本	Σの意味
概念	短答	基本	数列の和と一般項の関係
計算	短答	基本	Σの計算
計算	短答	基本	等差数列の一般項と和
計算	短答	基本	等比数列の一般項
計算	短答	標準	階差数列の一般項
計算	短答	標準	数列の和と一般項
計算	短答	標準	等差数列と等比数列の和
計算	短答	標準	漸化式の一般項
計算	短答	応用	部分分数
計算	記述	応用	漸化式の文章題
計算	記述	応用	群数列

表 7-4 達成目標とエンゲージメントに関する確認的因子分析の結果

	ベクトル学習時点				数列学習時点			
	CFI	TLI	RMSEA	SRMR	CFI	TLI	RMSEA	SRMR
達成目標	.97	.95	.08	.05	.95	.92	.11	.06
エンゲージメント	.98	.97	.09	.04	.98	.96	.09	.03

を「遂行目標」と統合した上で，再度確認的因子分析を行ったところ，**表 7-4** の結果が得られた．RMSEA は悪い値であったものの，他の適合度指標は概ね良好な値を示したため，以下の分析では「熟達目標」と「遂行目標」の 2 尺度を達成目標とした[24]．

その 2 に，エンゲージメントについて，確認的因子分析を行なったところ，**表 7-4** の結果が得られた．RMSEA は悪い値であったものの，他の適合度指標は概ね良好な値を示したため，以下の分析では「行動的エンゲージメント」と「感情的エンゲージメント」の 2 尺度をエンゲージメントとした．

次に，尺度の内的整合性，収束的妥当性，弁別的妥当性についてである．「熟達目標」3 項目，「遂行目標」6 項目，「行動的エンゲージメント」4 項目，「感情的エンゲージメント」4 項目について，α 係数，CR，AVE を**表 7-5**，テスト得点を含めた相関行列を**表 7-6** に記した．以下，尺度の内的整合性，収束的妥当性，弁別的妥当性それぞれについて概観する．

その 1 に，尺度の内的整合性についてである．α 係数と CR とも.65 以上であり，慣習的な基準値である.60 を上回っていた．それゆえ，達成目標とエンゲージメント尺度は，一定程度の内的整

24 遂行目標が接近的側面と回避的な側面に弁別されない結果は，高校生の数学学習（瀬尾, 2005）と英語学習（赤松, 2017）の文脈において確認されている．この背景として，赤松（2017）は熟達目標か遂行目標かという違いが強く認識され，接近的か回避的かという違いは認識されていないことを指摘した．この指摘のように，高校生の数学学習において，接近的か回避的かという違いは認識されない可能性がある．

表 7-5 達成目標とエンゲージメントの α 係数，CR，AVE

	ベクトル学習時点				数列学習時点			
	N	α	CR	AVE	N	α	CR	AVE
1. 熟達目標	163	.83	.65	.48	166	.84	.68	.52
2. 遂行目標	163	.83	.80	.47	166	.88	.87	.58
3. 行動的エンゲージメント	163	.90	.88	.68	166	.91	.92	.73
4. 感情的エンゲージメント	163	.94	.95	.81	166	.91	.93	.74

表 7-6 達成目標とエンゲージメント，テスト得点の相関行列

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1. 熟達目標（ベクトル）	(.70)								
2. 遂行目標（ベクトル）	.51	(.69)							
3. 行動的エンゲージメント（ベクトル）	.59	.46	(.82)						
4. 感情的エンゲージメント（ベクトル）	.78	.38	.76	(.90)					
5. テスト得点（ベクトル）	.48	.27	.58	.55	―				
6. 熟達目標（数列）	.81	.34	.52	.72	.43	(.72)			
7. 遂行目標（数列）	.37	.65	.33	.25	.20	.41	(.76)		
8. 行動的エンゲージメント（数列）	.56	.43	.79	.62	.53	.57	.36	(.85)	
9. 感情的エンゲージメント（数列）	.69	.26	.57	.79	.49	.79	.24	.66	(.86)
10. テスト得点（数列）	.38	.18	.42	.47	.64	.37	.13	.38	.39

注：括弧内の数値は，AVE の平方根を表している．

合性を有するものと判断できる．

その 2 に，尺度の収束的妥当性についてである．両学習時点における行動的および感情的エンゲージメント，ならびに数列学習時点の熟達目標と遂行目標の AVE は，基準値である.50 以上であった．ベクトル学習時点における熟達目標と遂行目標の AVE は.50 を下回っていたものの，それぞれ CR が.60 以上であった．よって，Fornell & Larcker（1981）に基づき，達成目標とエンゲージメント尺度は一定程度の収束的妥当性を有するものと判断できる．

その 3 に，尺度の弁別的妥当性についてである．すべての下位尺度について，AVE の平方根は同一学習時点における当該変数と他変数の相関よりも大きい値であったので，達成目標とエンゲージメント尺度は一定程度の収束的妥当性を有するものと判断できる．

そこで，以下の分析では，尺度ごとの加算平均を下位尺度得点として用いた．

7.3.2. 使用尺度の記述統計量

達成目標とエンゲージメント，テスト得点の記述統計量を**表 7-7** に記した．

7.3.3. パス解析の結果

図 7-1 の仮説モデルについてパス解析を行ったところ，適合度指標および情報量規準は CFI = .93，TLI = .87，RMSEA = .14，SRMR = .19，AIC = 5581.13，BIC = 5710.41 と悪い値であった．そこで，設定した有意水準を満たさないパスを削除しながら分析を行ったところ，**図 7-2** の結果が得られ

表 7-7 達成目標とエンゲージメント，テスト得点の記述統計量

	ベクトル学習時点			数列学習時点		
	n	*M*	*SD*	*n*	*M*	*SD*
1. 熟達目標	161	3.13	0.93	166	3.07	0.94
2. 遂行目標	162	3.26	0.78	165	3.12	0.90
3. 行動的エンゲージメント	158	3.44	1.12	165	3.54	1.07
4. 感情的エンゲージメント	162	3.06	1.22	165	3.08	1.14
5. テスト得点	171	44.77	18.64	171	58.76	17.06

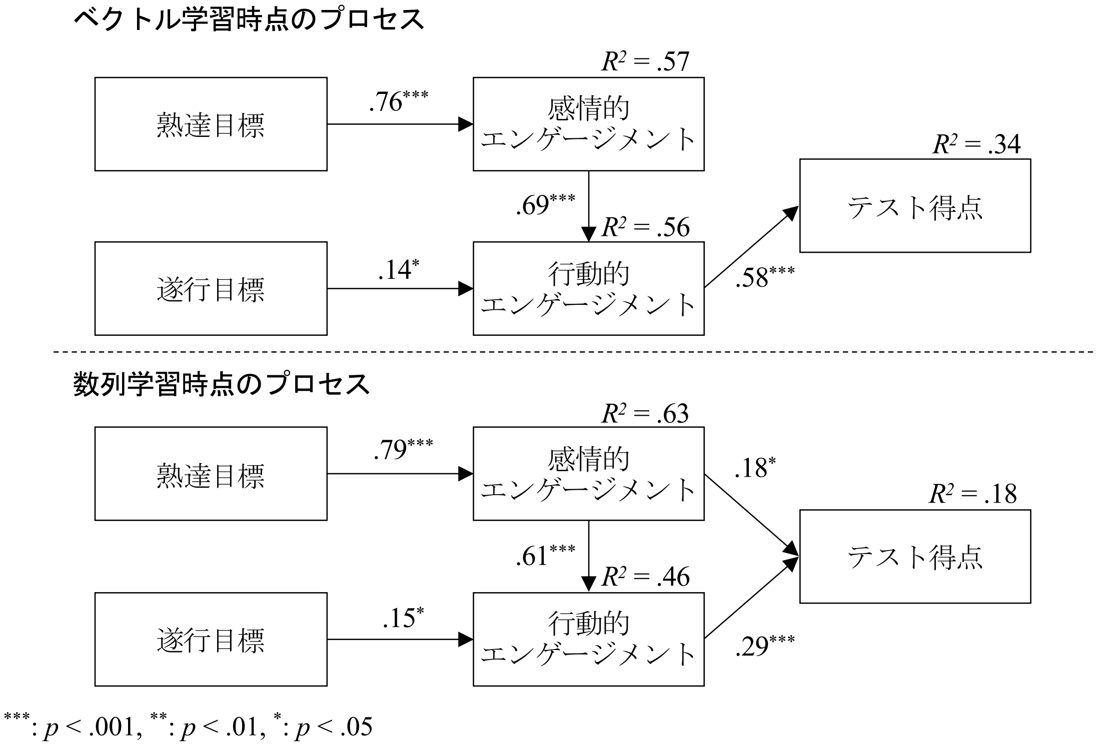


図 7-2 パス解析の結果

た．**図 7-2** のモデルの適合度指標および情報量規準は，CFI = .98，TLI = .95，RMSEA = .08，SRMR = .09，AIC = 5524.75，BIC = 5650.88 と良好な値であったため，本研究では**図 7-2** を最終的なモデルとして採択した．以下，調査時点ごとに得られた結果を整理する．

第 1 に，1 回目の調査時点のプロセス，つまりベクトル学習時点のプロセスについてである．感情的エンゲージメントに対して，熟達目標から有意な正のパスが認められた．行動的エンゲージメントに対して，感情的エンゲージメントと遂行目標から有意な正のパスが認められた．テスト得点に対して，行動的エンゲージメントから有意な正のパスが認められた．ベクトル学習時点のプロセスにおける独立変数による分散説明率は，感情的エンゲージメントが 57%，行動的エンゲージメントが 56%，テスト得点が 34%であった．

第 2 に，2 回目の調査時点のプロセス，つまり数列学習時点のプロセスについてである．感情的エンゲージメントに対して，熟達目標から有意な正のパスが認められた．行動的エンゲージメントに対して，感情的エンゲージメントと遂行目標から有意な正のパスが認められた．テスト得点に対して，感情的エンゲージメントと行動的エンゲージメントから有意な正のパスが認められ

た．数列学習時点のプロセスにおける独立変数による分散説明率は，感情的エンゲージメントが 63%，行動的エンゲージメントが 46%，テスト得点が 18%であった．

以上から，熟達目標と遂行目標，感情的エンゲージメントは行動的エンゲージメントを介してテスト得点に間接効果を及ぼすことが考えられた．そこで，これらの間接効果について媒介分析（ブートストラップ法：リサンプリング数 5000）にて検討を行った．その結果，ベクトル学習時点のプロセスにおいて，熟達目標と遂行目標，感情的エンゲージメントから数学的問題解決に対する有意な正の間接効果が示された（それぞれ，$\beta = .30, p < .001$; $\beta = .40, p < .001$; $\beta = .08, p < .05$）．さらに，数列学習時点のプロセスにおいて，熟達目標と感情的エンゲージメントから数学的問題解決に対する有意な正の間接効果が示された（それぞれ，$\beta = .28, p < .001$; $\beta = .18, p < .01$）が，遂行目標から数学的問題解決に対する間接効果は有意ではなかった（$\beta = .04, p = n.s.$）．

7.4. 考察

研究 3-1 では，達成目標とエンゲージメントから数学的問題解決への影響プロセスにおいて，数学の内容による差異を検討した．以下では，ベクトルと数列学習時点のプロセスにおける共通点と相違点それぞれについて整理する．

第 1 に，ベクトルと数列学習時点のプロセスにおける共通点についてである．共通点として，以下 2 点が示された．

その 1 に，両方のプロセスにおいて，熟達目標が高かった生徒ほど感情的および行動的エンゲージメントが高く，その結果テスト得点が高いことが示された．この結果は仮説 1 から 3 すべてを支持し，熟達目標が学業達成と一貫して正の関連を示すという達成目標研究の知見（Elliot et al., 2017）に整合する．内容に関わらず，数学の学習において，学習や課題自体に取り組むこと，あるいは自分の能力を伸ばすことを目標にすることで，学習に対して肯定的な感情を抱き，学習への努力や持続性が高まり，その結果として数学的問題解決が促されるのだと考えられる．

その 2 に，両方のプロセスにおいて，遂行目標が高かった生徒ほど行動的エンゲージメントが高いことが示された．この結果は仮説 1 を支持し，遂行目標が努力や注意といった行動的エンゲージメントの先行要因であるという達成目標研究の知見（e.g., Fryer & Elliot, 2008）に整合する．数学の学習において，他者との比較に基づき成績や能力を目標にすることで，学習への努力や持続性が高まるのだと考えられる．

第 2 に，ベクトルと数列学習時点のプロセスにおける相違点についてである．相違点として，以下 2 点が示された．

その 1 に，エンゲージメントによるテスト得点の分散説明率について，ベクトルのテスト得点では 34%であったが，数列のテストでは 18%と半分程度であった．つまり，行動的および感情的エンゲージメントの寄与は，ベクトルよりも数列のテストの方が小さいことが示された．この結果の背景として，高校数学における数列はΣなどの記号が多く，生徒にとってわかりにくく（岡本, 2019），かつ定着が最も悪い内容（佐賀県教育センター, 2005）であることがあげられる．それゆえ，数列の問題解決を促すには，行動的および感情的エンゲージメントだけではなく，研究 3-1 では測定していない認知的エンゲージメントが重要な役割を果たす可能性がある．

その 2 に，数列学習時点のプロセスにおいてのみ，感情的エンゲージメントからテスト得点への直接的な正のパスが示された．この結果は仮説 3 を支持し，数列の問題解決を促すには学習への努力や持続性だけではなく，興味などの肯定的な感情を伴う必要があることを示唆する．また，既述のように，数列が生徒にとって難しい内容であることを踏まえると，感情的エンゲージメン

トとテスト得点の直接的な正の関連は，媒介変数として認知的エンゲージメントの存在を示唆するものとも考えられる．

以上を総括すると，ベクトルと数列において，達成目標とエンゲージメントから数学的問題解決への影響プロセスは概ね同様であったが，数学的問題解決へ寄与する変数と寄与の大きさに異同が認められた．研究 3-1 を通して，学習場面における情意から数学的問題解決への影響プロセスにおける数学の内容による差異の一端を提示することができたであろう．

しかし，研究 3-1 において焦点を当てた数学の内容はベクトルと数列のみであるため，この知見を他の内容についても適用することには留意する必要がある．さらに，達成目標以外の情意変数においても，同様の傾向が認められるか定かではない．今後の研究では様々な数学の内容を取り上げて，調査を行う必要があるだろう．

そこで，研究 3-2 では，達成目標以外の情意変数として課題価値と数学不安に焦点をあて，これらとエンゲージメントから数学的問題解決への影響プロセスにおいて，数学の内容による差異を検討する．

第8章　高校生における影響プロセスの内容による差異の検討②（研究 3-2）

8.1. 目的

研究 3-1 では，ベクトルと数列において，達成目標とエンゲージメントから数学的問題解決への影響プロセスは概ね同様のものであったが，数学的問題解決へ寄与する変数と寄与の大きさに異同が認められた．しかし，他の数学の内容，情意変数，対象者において同様の結果が得られるのか，知見の適用可能性に課題が残された．

そこで，研究 3-2 では，研究 3-1 とは異なる高校生を対象として，情意として課題価値と数学不安，学習の取り組みとしてエンゲージメント，数学的問題解決の指標としてテスト得点を異なる数学の内容を学習している 2 時点で縦断的に測定し，教授・学習場面における情意から数学的問題解決への影響プロセスにおける数学の内容による差異を検討した．研究 3-2 では，以下 4 つの仮説から構成される仮説モデル（**図 8-1**）を検討した．

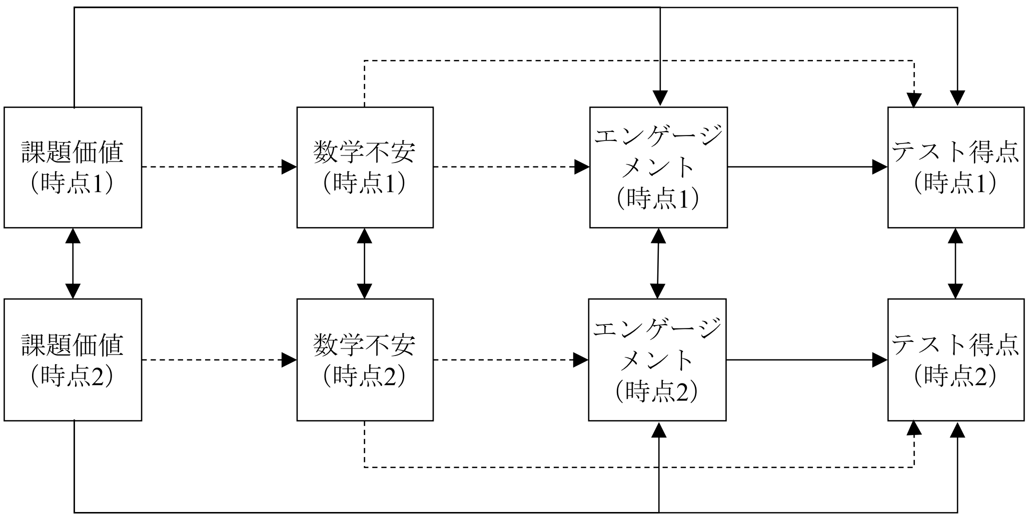
（仮説1）　課題価値は数学不安と負に関連し，エンゲージメント，テスト得点と正に関連する．

（仮説2）　数学不安はエンゲージメント，テスト得点と負に関連する．

（仮説3）　エンゲージメントはテスト得点と正に関連する．とくに，認知的エンゲージメントは，テスト得点と強く正に関連する．

（仮説4）　感情的エンゲージメントは行動的および認知的エンゲージメントと正に関連する．

なお，感情的エンゲージメントと行動的エンゲージメントの正の関連は，梅本ほか（2016）と清水（2020a）において有意な関連が認められていることに基づいた．また，感情的エンゲージメントと認知的エンゲージメントの正の関連は，感情は行動や認知を規定する動機づけの側面を有する（Pekrun et al., 2009）ことに基づき，想定した．



注：実線は正の関連，破線は負の関連を想定している．

注：↔は残差共分散を意味している．

図 8-1 研究 3-2 の仮説モデル

8.2. 方法

8.2.1. 対象者

首都圏にある Y 高校（以下，Y 校）に在籍する高校 2 年生 240 名を対象とした．Y 校は首都圏の進学校であり，卒業後ほとんどの生徒が 4 年生大学へ進学する．

8.2.2. 調査時期と手続き

調査は，2 回の質問紙調査から構成された．1 回目の調査は， 対象者が数学 B における平面ベクトルを学習している時期に実施された．具体的には，2020 年 7 月初旬の平面ベクトルに関する数学の授業時間に実施し，課題価値と数学不安，エンゲージメントについて尋ねた．回答時間は約 10 分であった．2 回目の調査は，対象者が数学 B における空間ベクトル，ならびに Y 校が独自にカリキュラムに組み込んでいる行列を学習している時期に実施された．具体的には，2020 年 12 月上旬の空間ベクトルと行列[25]に関するテストの 1 週間前の数学の授業時間に実施し，課題価値と数学不安，エンゲージメントについて尋ねた．回答時間は約 10 分であった．

それぞれの質問紙には，データを照合し，回答結果をフィードバックするために，クラスと出席番号を記述するように求めた．

調査に先立ち，Y 校の主任教諭に研究趣旨を説明した上で，研究協力を依頼した．主任教諭から研究実施の同意を得た上で，筆者が調査を行った．調査の際，（1）調査への回答は任意であり，授業の成績には関係がないこと，（2）調査内容は統計的に処理されるため，対象者のプライバシーは保護されること，（3）調査用紙は責任を持って処分することを質問紙に明記した上で，筆者が口頭でも対象者に説明した．さらに，2021 年 3 月上旬に，筆者が対象者全員および担当教諭に対して，本調査の知見について説明した．

8.2.3. 調査内容

8.2.3.1. 課題価値

解良・中谷（2014）の課題価値尺度を参考にして，数学の学習に関する課題価値を尋ねる質問項目を作成した（**表 8-1** 参照）．質問項目は，実用的利用価値 3 項目，制度的利用価値 3 項目，興味価値 3 項目，獲得価値 3 項目の計 12 項目から構成した．回答の際，教示文として「以下の設問について，あなたの考えを教えてください」と提示した．質問項目は，6 件法（1. 全くそう思わない〜6. とてもそう思う）により回答を求めた．

8.2.3.2. 数学不安

藤井（1994）の数学不安尺度のうち因子負荷量の上位項目を参考にして，数学不安を尋ねる質問項目を作成した（**表 8-1** 参照）．質問項目は，数学学習不安 4 項目，数学評価不安 4 項目の計 8 項目から構成した．回答の際，教示文として「次のようなとき，あなたはどのように思いますか」と提示した．質問項目は，6 件法（1. 全く不安に思わない〜6. とても不安に思う）により回答を求めた．

[25] Y 校における行列の内容は，平成 11 年 12 月に告示された高等学校学習指導要領の数学 C「行列とその応用」（文部省, 1999）に準拠するものであった．

8.2.3.3. エンゲージメント

Skinner et al.（2009）と Reeve & Tseng（2011）のエンゲージメント尺度を参考にして，数学の学習に関するエンゲージメントを尋ねる質問項目を作成した（**表 8-1** 参照）．質問項目は，行動的エンゲージメント 3 項目，感情的エンゲージメント 3 項目，認知的エンゲージメント 3 項目の計 9 項目から構成した．回答の際，教示文として「あなたは最近の数学の学習に対して，どのように取り組んでいますか」と提示した．質問項目は，6 件法（1．全くそう思わない〜6．とてもそう思う）により回答を求めた．

なお，エンゲージメントの測定にあたって，最近の数学の学習とは 1 回目の調査では平面ベク

表 8-1 研究 3-2 の使用尺度と項目一覧

下位尺度	項目
実用的利用価値	● 数学の内容は，私の身の回りで役に立つ． ● 数学を勉強することで，身の回りのできごとや現象のしくみを理解する事ができる． ● 数学の内容をよく知っていると，ふだんの生活の中で役に立つことがある．
制度的利用価値	● 数学の勉強をすることは，希望の進路を実現するために特に重要である． ● 数学の勉強ができることは，就職するときに役に立つ． ● 数学の勉強は，入試で重要である．
興味価値	● 数学の勉強の内容は，面白い． ● 数学の勉強は，楽しい． ● 数学で勉強する内容は，つまらない．
獲得価値	● 数学の学習内容を理解することで，自分が成長できる． ● 数学の内容を勉強することで，「理想の自分」に近づくことができる． ● 数学で学ぶ内容について詳しく知っている人は，かしこい人だ．
数学学習不安	● 数学の授業に向かう時 ● 授業前に数学の先生が来るのを待っている時 ● 数学の問題を解く時 ● 数学の宿題を解く時
数学評価不安	● 明日の数学のテストについて考える時 ● 数学のテストを受ける時 ● 数学の期末試験を受ける時 ● 数学の試験について考える時
行動的エンゲージメント	● 頑張って学習に取り組んだ． ● できるだけ頑張って学習した． ● 集中して学習に取り組んだ．
感情的エンゲージメント	● 学習しているとき，気分が良かった． ● 学習しているとき，内容に興味を感じた． ● 学習は楽しかった．
認知的エンゲージメント	● 学習していることと既に知っていることを関連づけようとした． ● 集中して学習に取り組んだ． ● 正解を得るだけではなく，考え方を理解しようとした．

トル，2 回目の調査では空間ベクトルと行列について回答するように口頭で指示した．

8.2.3.4. 平面ベクトルと空間ベクトル・行列のテスト得点

平面ベクトルと空間ベクトル・行列それぞれの内容から構成された Y 校におけるテストの得点を用いた．それぞれのテスト問題は Y 校の担当教諭によって，基本的な問題（教科書の例，例題の練習問題）から 7 割前後，標準的な問題（教科書の応用問題，章末問題）から 3 割前後の配点割合で作成された（得点可能範囲は 0〜100 点）．それぞれのテスト問題の内容を**表 8-2**，**表 8-3** に記す．

平面ベクトルのテスト問題（**表 8-2**）は，学習指導要領で明示された「平面上のベクトル」（文部科学省, 2009, 2018）に関する内容を全般的に含むものであった．各内容に含まれる小問題を合計すると全 22 問であった．

空間ベクトル・行列のテスト問題（**表 8-3**）について，空間ベクトルに関する問題は，学習指導要領で明示された「空間座標とベクトル」（文部科学省, 2009, 2018）に関する内容を全般的に含むものであった. 行列に関する問題は, 平成 11 年 12 月に告示された学習指導要領で明示された「行列とその応用」のうち逆行列以外の内容を全般的に含むものであった．各内容に含まれる小問題を合計すると空間ベクトルが全 13 問，行列が全 18 問であった．

表 8-2 平面ベクトルのテスト問題の内容

問題種別	問題形式	水準	内容
計算	短答	基本	ベクトルの加法と実数倍
計算	短答	基本	成分表示によるベクトルの計算
図形	短答	基本	ベクトルの内積
計算	短答	基本	垂直な単位ベクトル
計算	短答	基本	平面における対称点
計算	短答	基本	分点の位置ベクトル
計算	短答	基本	直線のベクトル方程式
計算	短答	基本	2 つのベクトルのなす角
概念	記述	基本	円のベクトル方程式
概念	記述	基本	ベクトルと有向線分の違い
計算	記述	標準	点の存在範囲
計算	記述	標準	内積と三角形の面積
計算	記述	応用	交点の位置ベクトル
計算	記述	応用	正五角形の位置ベクトル

注：問題種別について，概念は定義や定理などの概念を尋ねる問題，計算は計算問題，図形は図形が与えられた問題を意味する．

注：問題形式について，短答式は答えのみを解答する問題，記述は答えだけではなく解法も解答する問題を意味する．

注：水準について，基本は教科書の例や例題などの基本的な問題，標準は教科書の応用例題などの標準的な問題，応用は教科書の章末問題などの応用的な問題を意味する．

表 8-3 空間ベクトル・行列のテスト問題の内容

問題種別	問題形式	水準	内容
計算	短答	基本	四面体と分点の位置ベクトル
計算	短答	基本	一直線上にある 3 点
計算	短答	基本	同一平面上にある 4 点
計算	短答	基本	球の方程式
計算	短答	基本	空間における平行な直線の方程式
計算	短答	基本	空間における垂直な平面の方程式
計算	記述	応用	四面体と交点の位置ベクトル
計算	記述	応用	球面と平面の交わり
概念	短答	基本	同じ型の行列
計算	短答	基本	行列の加減算
計算	短答	基本	行列の積（2 問）
概念	短答	基本	行列の積の性質
計算	短答	基本	正方行列の展開
計算	短答	基本	正方行列の n 乗
計算	短答	標準	ケーリー・ハミルトンの定理による計算
計算	記述	応用	ケーリー・ハミルトンの定理と場合分け

8.2.4. 分析方法

第 1 に，課題価値と数学不安，エンゲージメント尺度について，妥当性を検討するために，確認的因子分析（最尤法）を行い，α 係数，CR，AVE，相関行列を算出した（α 係数，CR，AVE の基準については，第 5 章を参照のこと）．

第 2 に，平面ベクトルと空間ベクトル・行列の学習時点における課題価値と数学不安，エンゲージメント，テスト得点の記述統計量を算出した．記述統計量として，有効回答生徒数（*n*），尺度得点の平均値（*M*）と標準偏差（*SD*）を求めた．

第 3 に，**図 8-1** の仮説モデルを検証するために，パス解析（最尤法）を行なった．

以上の分析には，ソフトウェアとして，R（ver. 4.2.0）および RStudio（ver. 2022.12.0）を用いた．

なお，有意水準は慣例に従い，5%とした．

8.3. 結果

8.3.1. 使用尺度の妥当性の検討

まず，確認的因子分析の結果についてである．その結果を**表 8-4** に記した．全ての尺度について，RMSEA はやや悪い値であったものの，他の適合度指標は概ね良好な値を示した．そのため，以下の分析において，課題価値は「実用的利用価値」「制度的利用価値」「興味価値」「獲得価値」，数学不安は「数学学習不安」「数学評価不安」，エンゲージメントは「行動的エンゲージメント」「感情的エンゲージメント」「認知的エンゲージメント」を下位尺度とした．

次に，尺度の内的整合性，収束的妥当性，弁別的妥当性についてである．「実用的利用価値」3

表 8-4 課題価値と数学不安，エンゲージメントに関する確認的因子分析の結果

	平面ベクトル学習時点				空間ベクトル・行列学習時点			
	CFI	TLI	RMSEA	SRMR	CFI	TLI	RMSEA	SRMR
課題価値	.94	.91	.09	.07	.97	.96	.06	.06
数学不安	.95	.92	.13	.05	.95	.92	.12	.04
エンゲージメント	.98	.97	.07	.04	.97	.96	.07	.05

表 8-5 課題価値と数学不安，エンゲージメントの α 係数，CR，AVE

	平面ベクトル学習時点				空間ベクトル・行列学習時点			
	N	α	CR	AVE	*N*	α	CR	AVE
1. 実用的利用価値	218	.88	.88	.70	237	.85	.85	.65
2. 制度的利用価値	218	.72	.72	.49	237	.74	.75	.52
3. 興味価値	218	.86	.86	.69	236	.91	.92	.79
4. 獲得価値	218	.66	.62	.40	234	.68	.66	.46
5. 数学学習不安	218	.88	.88	.64	238	.87	.87	.62
6. 数学評価不安	218	.92	.92	.74	235	.92	.92	.75
7. 行動的エンゲージメント	218	.85	.84	.65	237	.86	.86	.68
8. 感情的エンゲージメント	218	.92	.92	.80	237	.89	.90	.74
9. 認知的エンゲージメント	218	.85	.85	.66	238	.72	.72	.46

項目，「制度的利用価値」3 項目，「興味価値」3 項目，「獲得価値」3 項目，「数学学習不安」4 項目，「数学評価不安」4 項目，「行動的エンゲージメント」3 項目，「感情的エンゲージメント」3 項目，「認知的エンゲージメント」3 項目について，α 係数，CR，AVE を**表 8-5**，テスト得点を含めた相関行列を**表 8-6** に記した．以下，尺度の内的整合性，収束的妥当性，弁別的妥当性それぞれについて概観する．

その 1 に，尺度の内的整合性についてである．α 係数と CR とも.62 以上であり，慣習的な基準値である.60 を上回っていた．それゆえ，課題価値と数学不安，エンゲージメント尺度は，一定程度の内的整合性を有するものと判断できる．

その 2 に，尺度の収束的妥当性についてである．制度的利用価値と獲得価値，認知的エンゲージメント以外の尺度の AVE は，基準値である.50 以上であった．制度的利用価値と獲得価値，認知的エンゲージメントの AVE は.50 を下回っていたものの，それぞれ CR が.60 以上であった．よって，Fornell & Larcker（1981）に基づき，課題価値と数学不安，エンゲージメント尺度は一定程度の収束的妥当性を有するものと判断できる．

その 3 に，尺度の弁別的妥当性についてである．空間ベクトル・行列の学習時点におけるすべての下位尺度について，AVE の平方根は同一学習時点における当該変数と他変数の相関よりも大きい値であったので，課題価値と数学不安，エンゲージメント尺度は一定程度の弁別的妥当性を有するものと判断できる．

そこで，以下の分析では，尺度ごとの加算平均を下位尺度得点として用いた．

8.3.2. 使用尺度の記述統計量

課題価値と数学不安，エンゲージメント，テスト得点の記述統計量を**表 8-7** に記した．

表 8-6 課題価値と数学不安，エンゲージメント，テスト得点の相関行列

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1. 実用的利用価値（平面ベクトル）	(.84)									
2. 制度的利用価値（平面ベクトル）	.59	(.70)								
3. 興味価値（平面ベクトル）	.48	.40	(.83)							
4. 獲得価値（平面ベクトル）	.63	.63	.34	(.63)						
5. 数学学習不安（平面ベクトル）	-.19	-.20	-.47	-.07	(.80)					
6. 数学評価不安（平面ベクトル）	-.22	-.14	-.39	-.05	.66	(.86)				
7. 行動的エンゲージメント（平面ベクトル）	.24	.32	.23	.21	-.09	-.05	(.81)			
8. 感情的エンゲージメント（平面ベクトル）	.40	.37	.70	.27	-.36	-.27	.49	(.90)		
9. 認知的エンゲージメント（平面ベクトル）	.35	.38	.41	.31	-.26	-.17	.67	.68	(.81)	
10. テスト得点（平面ベクトル）	.11	.18	.34	.14	-.28	-.33	.23	.33	.32	―
11. 実用的利用価値（空間ベクトル・行列）	.69	.50	.42	.41	-.30	-.29	.20	.34	.31	.24
12. 制度的利用価値（空間ベクトル・行列）	.34	.54	.29	.38	-.23	-.27	.20	.27	.27	.30
13. 興味価値（空間ベクトル・行列）	.44	.34	.78	.29	-.47	-.44	.19	.60	.35	.38
14. 獲得価値（空間ベクトル・行列）	.44	.49	.34	.62	-.14	-.13	.18	.27	.27	.17
15. 数学学習不安（空間ベクトル・行列）	-.18	-.17	-.36	-.11	.66	.52	-.02	-.30	-.15	-.34
16. 数学評価不安（空間ベクトル・行列）	-.15	-.10	-.27	-.03	.47	.70	-.01	-.25	-.09	-.35
17. 行動的エンゲージメント（空間ベクトル・行列）	.13	.20	.17	.17	-.03	.02	.39	.27	.31	.41
18. 感情的エンゲージメント（空間ベクトル・行列）	.39	.29	.67	.26	-.36	-.26	.19	.61	.34	.40
19. 認知的エンゲージメント（空間ベクトル・行列）	.21	.21	.32	.20	-.21	-.14	.34	.38	.46	.42
20. テスト得点（空間ベクトル・行列）	.10	.14	.32	.14	-.36	-.34	.14	.22	.22	.63

	11	12	13	14	15	16	17	18	19
11. 実用的利用価値（空間ベクトル・行列）	(.80)								
12. 制度的利用価値（空間ベクトル・行列）	.48	(.72)							
13. 興味価値（空間ベクトル・行列）	.56	.39	(.89)						
14. 獲得価値（空間ベクトル・行列）	.49	.59	.44	(.67)					
15. 数学学習不安（空間ベクトル・行列）	-.30	-.27	-.54	-.14	(.79)				
16. 数学評価不安（空間ベクトル・行列）	-.22	-.11	-.42	-.06	.66	(.87)			
17. 行動的エンゲージメント（空間ベクトル・行列）	.05	.16	.11	.17	-.07	-.05	(.83)		
18. 感情的エンゲージメント（空間ベクトル・行列）	.39	.28	.69	.30	-.35	-.29	.35	(.86)	
19. 認知的エンゲージメント（空間ベクトル・行列）	.19	.17	.33	.18	-.20	-.11	.48	.48	(.68)
20. テスト得点（空間ベクトル・行列）	.29	.26	.37	.16	-.37	-.28	.16	.25	.35

注：括弧内の数値は，AVE の平方根を表している．

8.3.3. パス解析の結果

図 8-1 の仮説モデルについてパス解析を行ったところ，適合度指標および情報量規準は CFI = .59，TLI = .39，RMSEA = .19，SRMR = .23，AIC = 11367.62，BIC = 11742.62 と悪い値であった．そこで，設定した有意水準を満たさないパスを削除しながら分析を行ったところ，**図 8-2** の結果が得られた．**図 8-2** のモデルの適合度指標および情報量規準は，CFI = .90，TLI = .85，RMSEA = .09，

表 8-7 課題価値と数学不安，エンゲージメント，テスト得点の記述統計量

	平面ベクトル学習時点		空間ベクトル・行列学習時点	
	M	*SD*	*M*	*SD*
1. 実用的利用価値	3.81	1.11	3.89	1.05
2. 制度的利用価値	4.64	0.93	4.67	0.98
3. 興味価値	3.79	1.15	3.83	1.24
4. 獲得価値	4.20	0.97	4.24	0.98
5. 数学学習不安	3.19	1.26	3.04	1.23
6. 数学評価不安	4.77	1.34	4.78	1.26
7. 行動的エンゲージメント	5.14	0.73	4.67	0.99
8. 感情的エンゲージメント	4.17	1.12	3.79	1.12
9. 認知的エンゲージメント	4.90	0.86	4.56	0.86
10. テスト得点	58.73	19.03	45.79	16.79

SRMR = .17，AIC = 110546.00，BIC = 10907.12 と TLI と SRMR は悪い値であったが，改善が見られた．そこで，本研究では**図 8-2** を最終的なモデルとして採択した．以下，調査時点ごとに得られた結果を整理する．

第 1 に，1 回目の調査時点のプロセス，つまり平面ベクトル学習時点のプロセスについてである．数学学習不安と数学評価不安に対して，興味価値から有意な負のパスが認められた．感情的エンゲージメントに対して，興味価値から有意な正のパスが認められた．行動的エンゲージメントと認知的エンゲージメントに対して，感情的エンゲージメントから有意な正のパスが認められた．テスト得点に対して，認知的エンゲージメントから有意な正のパスが認められた．平面ベクトル学習時点のプロセスにおける独立変数による分散説明率は，数学学習不安が 17%，数学評価不安が 9%，感情的エンゲージメントが 44%，行動的エンゲージメントが 21%，認知的エンゲージメントが 43%，テスト得点が 6%であった．

第 2 に，2 回目の調査時点のプロセス，つまり空間ベクトル・行列学習時点のプロセスについてである．数学学習不安に対して，制度的利用価値と興味価値から有意な負のパスが認められた．数学評価不安に対して，興味価値から有意な負のパスが認められた．感情的エンゲージメントに対して，興味価値から有意な正のパスが認められた．行動的エンゲージメントに対して，感情的エンゲージメントから有意な正のパス，興味価値から有意な負のパスが認められた．認知的エンゲージメントに対して，感情的エンゲージメントから有意な正のパスが認められた．テスト得点に対して，認知的エンゲージメントから有意な正のパスが認められた．空間ベクトル・行列学習時点のプロセスにおける独立変数による分散説明率は，数学学習不安が 18%，数学評価不安が 7%，感情的エンゲージメントが 43%，行動的エンゲージメントが 11%，認知的エンゲージメントが 24%，テスト得点が 3%であった．

以上から，両方のプロセスにおいて，興味価値と感情的エンゲージメントが認知的エンゲージメントを介してテスト得点に間接効果を及ぼすことが考えられた．そこで，これらの間接効果について媒介分析（ブートストラップ法：リサンプリング数 5000）にて検討を行った．その結果，平面ベクトル学習時点のプロセスにおいて，興味価値と感情的エンゲージメントは認知的エンゲージメントを介してテスト得点に有意な正の間接効果を及ぼすことが示された（それぞれ，β = .11, .16, ps < .001）．さらに，空間ベクトル・行列学習時点のプロセスにおいて，興味価値と感情

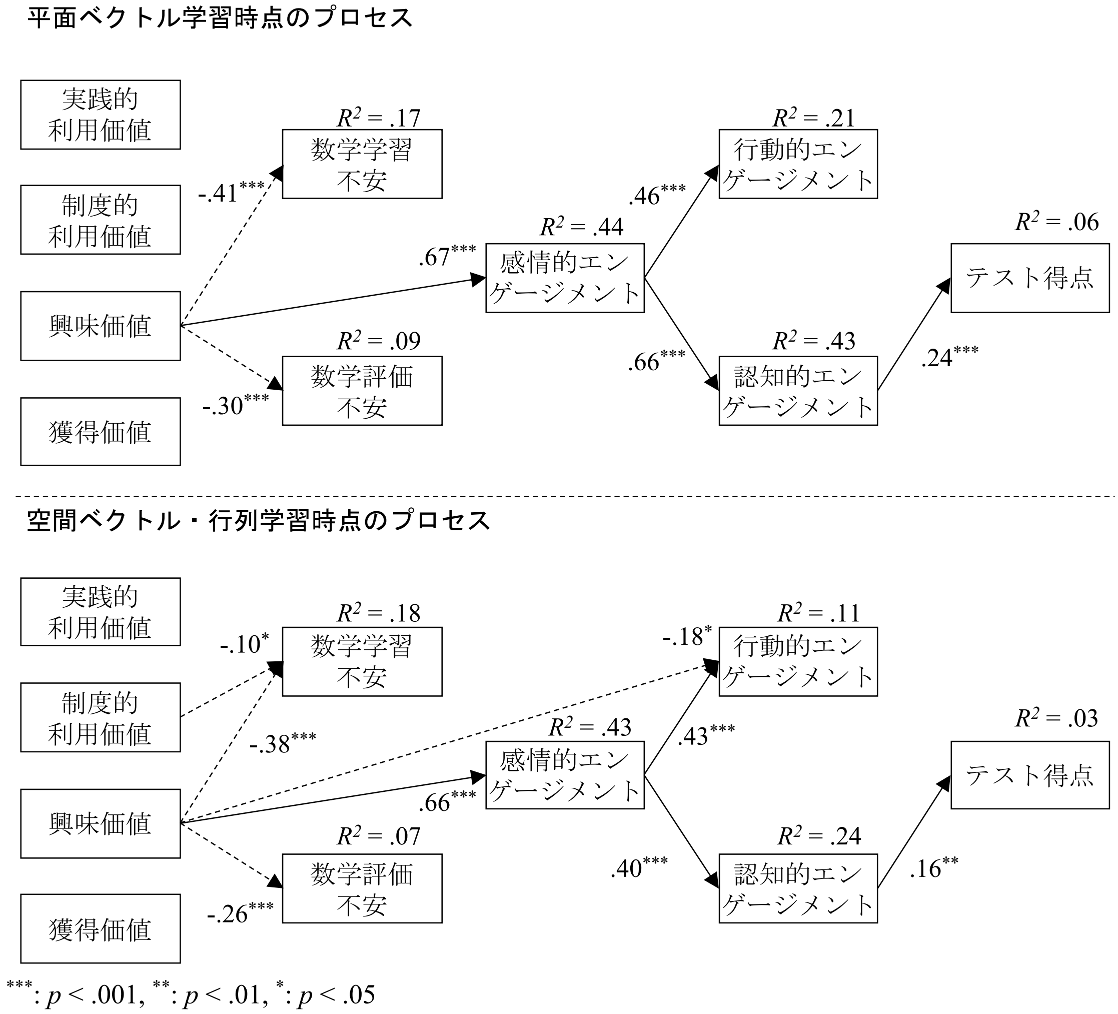


図 8-2 パス解析の結果

的エンゲージメントは認知的エンゲージメントを介してテスト得点に有意な正の間接効果を及ぼすことが示された（それぞれ，$\beta = .05, .08$, $ps < .01$）.

8.4. 考察

研究 3-2 では，課題価値と数学不安，エンゲージメントから数学的問題解決への影響プロセスにおいて，数学の内容による差異を検討した．以下では，平面ベクトルと空間ベクトル・行列学習時点のプロセスにおける共通点と相違点それぞれについて整理する．

第 1 に，平面ベクトルと空間ベクトル・行列学習時点のプロセスにおける共通点についてである．共通点として，以下 2 点が示された．

その 1 に，両方のプロセスにおいて，興味価値が高かった生徒ほど感情的および認知的エンゲージメントが高く，その結果テスト得点は高いことが示された．また，興味価値が高かった生徒ほど数学不安は低いことが示された．これらの結果は仮説 1，3，4 を支持し，数学的問題解決を支える情意として興味価値が重要な役割を果たすことを示唆する．内容に関わらず，数学の学習内容に興味を抱くことで，学習に対して肯定的な感情を抱き，認知的な学習方略の使用など学習に対して認知的に参加するようになることで，数学的問題解決が促されるのだと考えられる．

その2に，両方のプロセスにおいて，感情的エンゲージメントが高かった生徒ほど，行動的エンゲージメントは高いことが示された．この結果は仮説3と研究3-1を支持するものであり，数学の内容に関わらず，感情的エンゲージメントが行動的エンゲージメントの規定要因である可能性を示すものである．数学の学習に肯定的な感情が随伴することで，学習への努力や持続性が高まるのだと考えられる．

第2に，平面ベクトルと空間ベクトル・行列学習時点のプロセスにおける相違点についてである．相違点として，以下3点が示された．

その1に，空間ベクトル・行列学習時点のプロセスにおいてのみ，制度的利用価値が高かった生徒ほど，数学学習不安は低いことが示された．この結果は仮説1を支持するが，平面ベクトル学習時点のプロセスでは認められなかったものである．この背景として，「平面ベクトル」と「空間ベクトル・行列」の学習では，後者の方がより広範な内容であることがあげられる．広範な内容に対して，将来の進路において重要だと認識することで，数学を学習することの不安が低減した可能性があるだろう．他方，限定的な内容に対して，将来の進路において重要だと認識することは，数学を学習することの不安を低減するまでには至らないのかもしれない．

その2に，空間ベクトル・行列学習時点のプロセスにおいてのみ，興味価値が高かった生徒ほど，行動的エンゲージメントは低いことが示された．この結果は仮説1ならびに平面ベクトル学習時点のプロセスの結果と整合しないものである．有能さに関する情意変数を統制した場合に残る興味の効果（Grigg et al., 2018）のように，感情的エンゲージメントを統制したときに，残る興味価値の効果は，数学を学習しようとする動機づけではなく，数学を探究しようする動機づけを反映している可能性がある．既述のように，空間ベクトル・行列は広範な内容であるため，数学を探究しようする動機づけによって，広範にわたって，学校の数学学習以外の数学の内容に取り組むため，興味価値と行動的エンゲージメントの間に負の関連が認められたのだと推察される．

その3に，空間ベクトル・行列学習時点のプロセスにおける行動的および認知的エンゲージメントとテスト得点の分散説明率は，平面ベクトル学習時点のプロセスの半分程度であった．興味価値と感情的エンゲージメントのみでは，空間ベクトルと行列という広範にわたる学習の行動的および認知的な取り組みを十分に予測できなかったのだろう．また，認知的エンゲージメントも同様に,広範な内容から構成されるテストの得点を十分に予測できなかったのだと推察される．

以上を総括すると，平面ベクトルと空間ベクトル・行列において，課題価値と数学不安，エンゲージメントから数学的問題解決への影響プロセスは概ね同様のものであったが，数学的問題解決へ寄与する変数,ならびに要因間の関連プロセスに異同が認められた.この異同の背景として，対象とする数学の内容の範囲が示唆された．

8.5. 研究3の総括

研究3-1と研究3-2の結果から，異なる内容であろうと，教授・学習場面における情意から数学的問題解決への影響プロセスは概ね相違のないものと考えられる．それゆえ，数学的問題解決を促すためには，数学の内容に関わらず，熟達目標や興味価値を高めることを企図した教育実践を行い，数学学習のエンゲージメントを高めることが求められるだろう．

プロセスは概ね相違ないものの，数学的問題解決へ寄与する変数と寄与の大きさは，内容の複雑さや範囲によって異なる可能性が示された．この点については，研究2と同様の知見といえよう．そして，内容が難しい場合やその範囲が広い場合には，研究3で焦点を当てた情意変数である達成目標，課題価値，数学不安，学習の取り組みの変数であるエンゲージメントでは，数学的

問題解決を十分に予測できないことが考えられる．

以上から，研究 3 を通して，教授・学習場面における情意から数学的問題解決への影響プロセスの内容による差異の一端が示された．しかし，研究 3 の取り上げた数学の内容，情意変数，サンプルは限定的であるため，知見の一般化可能性には留意する必要があり，同様の枠組みに基づいた今後の研究が望まれる．また，研究 3 のデータは縦断調査により得られたものであるため，明らかになった影響プロセスの差異には，数学の内容だけではなく時間的経過の効果が含まれていることに留意しなければならない．

第３部

問題解決場面における情意から数学的問題解決への影響プロセスの検討

第9章　高校生における影響プロセスの検討①（研究 4-1）

9.1. 目的

第 2 部では，教授・学習場面における情意から数学的問題解決への影響プロセス，すなわち情意や学習の取り組み，教師の指導・支援が数学的問題解決に影響するプロセスを検討してきた．その中で，内的調整や同一化的調整という自律的な動機づけ（研究 1），熟達目標と遂行目標（研究 3-1），興味価値（研究 3-2）が学習方略やエンゲージメントなどの学習の取り組みを介して，数学的問題解決に寄与することが示唆された．さらに，研究 2 では，自己効力と数学不安が，数学的リテラシーに関する問題解決に直接的に影響することが示された．これらの結果は，教授・学習場面における情意から数学的問題解決への影響プロセスの一端を示すとともに，情意と数学的問題解決の関連にはより強力な媒介変数が存在することを示唆する．

第 3 部では，問題解決場面における情意から数学的問題解決への影響プロセス，つまり情意と問題解決方略が数学的問題解決に影響するプロセスを検討する．さらに，この影響プロセスに対して，学習の取り組みがどのように寄与するのかについても検討する．つまり，第 3 部は，日常的な学習場面と具体的な問題解決場面のつながりに迫ろうとするものであり，数学的問題解決の様相を解明することに資するだろう．

第 3 部では，数学における情意として自己効力と数学不安に焦点を当てる．なぜなら，第 2 部において，自己効力と数学不安は数学的問題解決を直接予測した情意変数であり，問題解決場面においてとりわけ重要な役割を果たすと考えたからである．

研究 4 では，高校生を対象として，情意，問題解決方略から数学的問題解決への影響プロセス，ならびにこのプロセスに対する学習の取り組みの寄与を，研究 4-1（本章）と 4-2（次章）の 2 つの研究を通して検討する．つまり，研究 4-1 では，自己効力と数学不安，解法探索方略からベクトルの問題解決への影響プロセス，ならびにこのプロセスに対するエンゲージメントの水準と変動性の寄与を検討する．研究 4-1 は，問題解決場面における情意から数学的問題解決への影響プロセスにおいて，エンゲージメントがどのように機能するのかを詳細に検討しようとするものである．研究 4-2 では，自己効力と特性数学不安，状態数学不安，図表活用方略から複素数平面の問題解決への影響プロセス，ならびにこのプロセスに対するエンゲージメントの寄与を検討する．すなわち，研究 4-2 は，特性数学不安と状態数学不安の両方を取り上げて，数学的問題解決における数学不安の寄与の様相に迫ろうとするものである．

研究 4 では，自己効力と数学不安，問題解決方略から数学的問題解決への影響プロセスに対するエンゲージメントの寄与として，調整効果を想定する．第 2，3 章の議論と**図 4-1** に基づけば，エンゲージメントを含んだ学習の取り組みは数学における情意のみならず，問題解決方略と数学的問題解決の規定要因であることが想定されるため，これらの関連プロセスに対して，調整効果を有する可能性がある．つまり，問題解決場面における情意から数学的問題解決への影響プロセスは，エンゲージメントが高い場合にはより強く作用するが，低い場合には弱い作用に留まる可能性がある．現に，認知的エンゲージメントの一側面である学習方略の使用は，動機づけと数学的リテラシーの有意な調整変数として機能することが示されている（Wu et al., 2021）．

研究 4-1 では，エンゲージメントの水準（高さ）だけではなく，授業ごとの「変動性（instability）」に着目する．なぜなら，エンゲージメントは特定の状況と個人の相互作用により生じる（Fredricks et al., 2004）ため，状況によって変化することが想定されるからである．

動機づけや自尊感情の変動性に関する研究（市村, 2012; Kernis et al., 1989; 岡田ほか, 2013; 梅本・稲垣, 2021）を援用すれば，エンゲージメントの水準と変動性は相互作用して，調整効果を有することが想定される．梅本・稲垣（2021）は，動機づけの変動性が大きい場合，動機づけの水準が高いほど深い処理方略（学習内容の関連づけを基盤とし, 内容の理解を目的とした学習方略）を使用するが，動機づけの変動性が小さい場合，動機づけの水準により深い処理方略の使用に差は認められないことを示した．また，市村（2012）は，自尊感情の水準と変動性の組み合わせにより抑うつ感情に与える影響が異なることを示した．そこで，研究 4-1 では，エンゲージメントを縦断的に測定し，その水準と変動性の組み合わせが調整効果を有するのか検討する．

さらに，研究 4-1 では，高校における数学 B の「平面上のベクトル」に関する代表的および標準的な問題の解決に焦点を当てる．ベクトルは線形代数やベクトル空間の基礎をなすものである（熊倉，2005）ため，これらの内容は日常生活における価値（文部科学省，2018）に留まらず，高校以降の専門教育における価値を有する. しかし，高校生や大学生は，ベクトルの代数的側面（e.g., 行列表記や演算）と幾何学的側面（e.g., 矢線ベクトル）のつながりが弱いため（Liu & Kottegoda, 2019; Poynter, 2004）に，ベクトルの内容が全般的に苦手であり，とりわけ内積や単位ベクトル，外積の幾何学的な解釈，単位ベクトル，空間ベクトルの 1 次独立性に困難を抱えている（Barniol & Zavala, 2014; 川添・岡本, 2016; Latifa et al., 2021）．それゆえ，ベクトルの基礎をなす平面ベクトルに関する代表的かつ標準的な問題解決に焦点を当て，その影響プロセスの様相を提示することは，学術的意義にとどまらず教育的意義を有するものである．

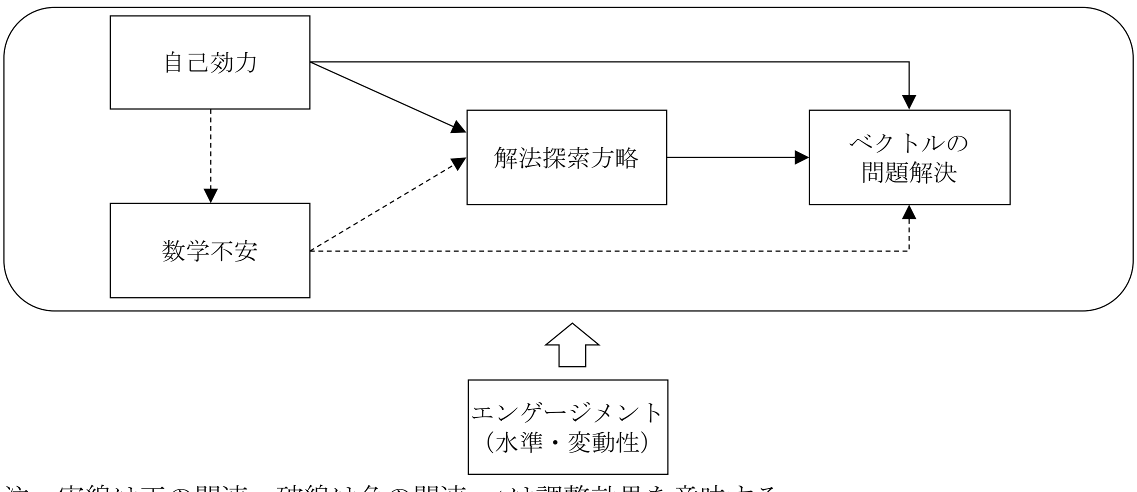
また，問題解決方略として，研究 4-1 では解法探索方略に焦点を当てる．解法探索方略とは，問題を解く際に過去に取り組んだ問題や公式が適用可能かを検討することである（市川ほか, 2009）．この方略は，Polya（1945）や Schoenfeld（1985）による問題解決方略のリストに含まれるものであり，数学的問題解決を促す重要な要因と考えられる．

以上を踏まえて，研究 4-1 では，以下 4 つの仮説から構成される仮説モデル（**図 9-1**）を検討する．

（仮説1）　自己効力は数学不安と負に関連し，解法探索方略，ベクトルの問題解決と正に関連する．

（仮説2）　数学不安は解法探索方略，平面ベクトルの問題解決と負に関連する．

（仮説3）　解法探索方略はベクトルの問題解決と正に関連する．



注：実線は正の関連，破線は負の関連，⇦は調整効果を意味する．

図 9-1 研究 4-1 の仮説モデル

（仮説4）　仮説 1 から 3 の関連に対して，エンゲージメントの水準と変動性は調整効果を及ぼす．

9.2. 方法

9.2.1. 対象者

首都圏にある Y 校に在籍する高校 2 年生 245 名を対象とした．Y 校は首都圏の進学校であり，卒業後ほとんどの生徒が 4 年生大学へ進学する．なお，研究 3-2 と研究 4-2 の対象者は同じであるが，留学や休学などにより対象者数が異なる．

9.2.2. 調査時期と手続き

調査は 2020 年 5 月から 7 月の Y 校の平面ベクトルの授業において，1 週間毎に行われた 9 回の質問紙調査からなる．1〜8 回目の調査では，エンゲージメントが測定された．回答時間は約 5 分間であった．9 回目の調査は，自己効力，数学不安，解法探索方略，ベクトルの問題解決を測定した．回答時間は，40 分であった[26].

調査は無記名で行われたが，データの紐付けと対象者への結果のフィードバックのために，対象者には出席番号の記載を求めた．調査に先立ち，A 校の主任教諭に研究趣旨を説明し，研究協力を依頼した．主任教諭から研究実施の同意を得た上で，筆者が調査を行った．調査の際，（1）調査への回答は任意であり，授業の成績には関係がないこと，（2）調査内容は統計的に処理されるため，対象者のプライバシーは保護されること，（3）ベクトルの問題解決の調査用紙は担当教諭を通じて対象者に返却すること，（4）ベクトルの問題解決以外の調査用紙は筆者が責任を持って処分することを調査用紙に明記した上で，筆者が口頭でも対象者に説明した．

9.2.3. 調査内容

9.2.3.1.　自己効力

課題固有の自己効力を尋ねる質問項目を作成した（**表 9-1** 参照）．質問項目は，6 項目から構成した．Pajares & Miller（1994）と同様に，対象者がベクトルの問題を解く前に，それぞれの問題を正解する自信を尋ねた．回答の際，教示文として「以下の問題に正解する自信はどのくらいありますか」と提示した．質問項目は，6 件法（1. 全く自信がない〜6. とても自信がある）により回答を求めた．

9.2.3.2.　数学不安

藤井（1994）の数学不安尺度のうち因子負荷量の上位項目を参考にして，数学不安を尋ねる質問項目を作成した（**表 9-1** 参照）．質問項目は，数学学習不安 4 項目，数学評価不安 4 項目の計 8 項目から構成した．回答の際，教示文として「次のようなとき，あなたはどのように思いますか」と提示した．質問項目は，6 件法（1. 全く不安に思わない〜6. とても不安に思う）により回答を求めた．

9.2.3.3.　解法探索方略

瀬尾（2005）と市川ほか（2009）の数学における問題解決方略尺度を参考にして，質問項目を

[26] 研究 3-2 の調査も同様の機会に実施されており，数学不安のデータは重複している．

作成した（**表 9-1** 参照）．質問項目は，4 項目から構成した．対象者がベクトルの問題を解き終わった直後に，問題を解くときにどの程度解法探索方略を使用したかを尋ねた．回答の際，教示文として「問題（1）から（5）を解くときに，次のことをどのくらいしましたか」と提示した．質問項目は，6 件法（1. 全くしなかった〜6. とてもした）により回答を求めた．

9.2.3.4. ベクトルの問題

ベクトルの問題解決の指標として，ベクトルの問題 6 問を作成した．これらの問題は，検定教科書（実教出版, 2018; 数研出版, 2017; 東京書籍, 2014a）において，平面ベクトルの内容を理解するために設定された代表的かつ標準的な例題および練習問題の数値や条件を変更したものである．（1）と（2）はベクトルの垂直条件を利用した証明問題，（3）は分点と重心の位置ベクトルを利用した証明問題，（4）は点の位置を証明および図示する問題，（5）は交点の位置ベクトルを求める問題であり，学習指導要領で明示された内容（文部科学省, 2018）に対応している．

研究 4-1 では，各問題について正解を 1，不正解や無回答を 0 とコード化した．

9.2.3.5. エンゲージメント

Skinner et al.（2009）と Reeve & Tseng（2011）のエンゲージメント尺度を参考にして，数学学習に関するエンゲージメントを尋ねる質問項目を作成した（**表 9-1** 参照）．質問項目は，行動的エンゲージメント 3 項目，感情的エンゲージメント 3 項目，認知的エンゲージメント 3 項目の計 9 項目から構成した．回答の際，教示文として「今週の数学の学習の取り組みについて，以下の項目を回答してください」と提示した．質問項目は，6 件法（1. 全くそう思わない〜6. とてもそう思う）により回答を求めた．

本研究では，岡田ほか (2013) を参考に，8 時点の得点の平均値を「エンゲージメントの水準」，個人内標準偏差を「エンゲージメントの変動性」とした．

9.2.4. 分析方法

第 1 に，自己効力と数学不安，解法探索方略，エンゲージメント，ベクトルの問題解決について，尺度の妥当性を検討するために，確認的因子分析（最尤法・対角重み付き最小 2 乗法[27]）を行い，α 係数，CR，AVE，相関行列を算出した（α 係数，CR，AVE の基準については，第 5 章を参照のこと）．

第 2 に，自己効力と数学不安，解法探索方略，エンゲージメント，ベクトルの問題解決の記述統計量を算出した．記述統計量として，有効回答生徒数（*n*），尺度得点の平均値（*M*）と標準偏差（*SD*），ピアソンの積率相関係数を算出した．

第 3 に，エンゲージメントの水準と変動性の組み合わせを検討するために，階層的クラスター分析を行なった．研究 4-1 では，エンゲージメントの水準と変動性にそれぞれの高・低以外の組み合わせが考えられるため，平均値や中央値を基準値とした群分けではなく，階層的クラスター分析（ウォード法・ユークリッド距離）を行った．また，研究 4-1 では，クラスター内平方和（the

[27] 2 値変数であるベクトルの問題解決については，対角重み付き最小 2 乗法を実施し，他の尺度では最尤法を用いている．

表 9-1 研究 4-1 の使用尺度と項目一覧

下位尺度	項目
自己効力	● （ベクトルの問題それぞれについて）どの程度正解する自信がありますか.
数学学習不安	● 数学の授業に向かう時 ● 授業前に数学の先生が来るのを待っている時 ● 数学の問題を解く時 ● 数学の宿題を解く時
数学評価不安	● 明日の数学のテストについて考える時 ● 数学のテストを受ける時 ● 数学の期末試験を受ける時 ● 数学の試験について考える時
解法探索方略	● 今までに解いた問題を利用できるか考えた. ● 問題に書いてあることを式や図で考えた. ● 今までの学習内容を利用できるか考えた. ● 公式や定理を利用できるか考えた.
行動的エンゲージメント	● 頑張って学習に取り組んだ. ● できるだけ頑張って学習した. ● 集中して学習に取り組んだ.
感情的エンゲージメント	● 学習しているとき，気分が良かった. ● 学習しているとき，内容に興味を感じた. ● 学習は楽しかった.
認知的エンゲージメント	● 学習していることと既に知っていることを関連づけようとした. ● 集中して学習に取り組んだ. ● 正解を得るだけではなく，考え方を理解しようとした.
ベクトルの問題	(1) $\vec{a}$と$\vec{b}$の大きさが等しいとき，$\vec{a}+\vec{b}$と$\vec{a}-\vec{b}$が垂直であることを示せ. (2) ひし形の対角線が直交することをベクトルを用いて示せ. (3) △ABC において，辺 AB，BC，CA の中点をそれぞれ P，Q，R とする．このとき，△ABC と△PQR の重心が一致することを証明せよ. (4) ΔABC の内部の点 P に対して，$3\overrightarrow{\mathrm{AP}}+4\overrightarrow{\mathrm{BP}}+5\overrightarrow{\mathrm{CP}}=\vec{0}$ が成り立つとき，点 P はどのような位置にあるか図示し，説明しなさい. (5) △OAB において，辺 OA を 2:5 に内分する点を P，辺 OB を 3:1 に内分する点を Q，AQ と BP の交点を R とするとき，次の問いを答えよ. (ア) $\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a},\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$とするとき，$\overrightarrow{\mathrm{OR}}$を$\vec{a},\vec{b}$で表せ. (イ) 線分 OR の延長と辺 AB の交点を D とするとき，AD:DB を求めよ.

sum of squares within clusters）のスクリープロットを作成し，減衰状況が急激から緩やかに切り替わる点をクラスター数とした.

第 4 に，得られたエンゲージメントの水準と変動性の組み合わせごとの基礎的な統計情報として，各尺度の記述統計量と相関係数を算出した.

第 5 に，仮説モデル（**図 9-1**）を検討するために，得られたエンゲージメントの水準と変動性の組み合わせをグループ化変数とした多母集団同時分析（最尤法）を行った．多母集団同時分析において，情報量規準と適合度指標の両方を考慮して，以下 4 つのモデルから採択するものを決定

した．その上で，採択したモデルにおいて，パラメータの推定値を求めた．

- モデル 1：等値制約を課さないモデル
- モデル 2：切片に等値制約を課すモデル
- モデル 3：切片と分散に等値制約を課すモデル
- モデル 4：切片と分散，パス係数に等値制約を課すモデル

以上の分析には，ソフトウェアとして，R（ver. 4.2.0）および RStudio（ver. 2022.12.0）を用いた．

なお，有意水準は慣例に従い，5%とした．

9.3. 結果

9.3.1. 使用尺度の妥当性の検討

まず，確認的因子分析の結果についてである．その結果を**表 9-2** に記した．自己効力と数学不安の RMSEA の値はやや悪い値であったものの，他の適合度指標は概ね良好な値を示した．そのため，以下の分析において，「自己効力」「数学学習不安」「数学評価不安」「解法探索方略」「行動的エンゲージメント」「感情的エンゲージメント」「認知的エンゲージメント」「ベクトルの問題解決」を下位尺度とした．

次に，尺度の内的整合性，収束的妥当性，弁別的妥当性についてである．「自己効力」6 項目，「数学学習不安」4 項目，「数学評価不安」4 項目，「解法探索方略」4 項目，「行動的エンゲージメント」3 項目，「感情的エンゲージメント」3 項目，「認知的エンゲージメント」3 項目，「ベクトルの問題解決」6 項目について，α係数，CR，AVE，AVE の平方根，他変数との相関係数の範囲を**表 9-3** に記した．以下，尺度の内的整合性，収束的妥当性，弁別的妥当性それぞれについて

表 9-2 自己効力，数学不安，解法探索方略，エンゲージメント，ベクトルの問題解決の確認的因子分析の結果

	CFI	TLI	RMSEA	SRMR
1. 自己効力	.96	.93	.11	.04
2. 数学不安	.95	.92	.12	.05
3. 解法探索方略	.99	.96	.09	.02
4. エンゲージメント	.96 - 1.00	.92 - .99	.03 - .09	.02 - .09
5. ベクトルの問題解決	1.00	1.00	.02	.06

表 9-3 自己効力，数学不安，解法探索方略，エンゲージメント，ベクトルの問題解決のα係数，CR，AVE，AVE の平方根，他変数との相関係数の範囲

	α	CR	AVE	$\sqrt{\text{AVE}}$	他変数との 相関係数の範囲
1. 自己効力	.92	.89	.66	.81	-.16 - .30
2. 数学学習不安	.88	.88	.64	.80	-.31 - .55
3. 数学評価不安	.92	.92	.74	.86	-.26 - .66
4. 解法探索方略	.89	.89	.66	.81	-.06 - .41
5. 行動的エンゲージメント	.81-.86	.82-.86	.60-.68	.77-.82	.50-.84
6. 感情的エンゲージメント	.88-.93	.88-.93	.72-.81	.85-.90	.50-.77
7. 認知的エンゲージメント	.68-.87	.69-.87	.42-.69	.65-.83	.66-.84
8. ベクトルの問題解決	.76	.77	.38	.62	-.20 - .55

注：エンゲージメントにおける数値は 1 回目から 8 回目調査の範囲を示している．

概観する．

その 1 に，尺度の内的整合性についてである．α 係数と CR とも.68 以上であり，慣習的な基準値である.60 を上回っていた．それゆえ，研究 4-1 の使用尺度は，一定程度の内的整合性を有するものと判断できる．

その 2 に，尺度の収束的妥当性についてである．認知的エンゲージメントとベクトルの問題解決以外の尺度の AVE は，基準値である.50 以上であった．認知的エンゲージメントとベクトルの問題解決の AVE は.50 を下回っていたものの，それぞれ CR は.60 以上であった．よって，Fornell & Larcker（1981）に基づき，研究 4-1 の使用尺度は一定程度の収束的妥当性を有するものと判断できる．

その 3 に，尺度の弁別的妥当性についてである．行動的および認知的エンゲージメント以外の尺度について，AVE の平方根は当該変数と他変数の相関よりも大きい値であったので，行動的および認知的エンゲージメント以外の尺度は一定程度の収束的妥当性を有するものと判断できる．また，行動的および認知的エンゲージメント尺度の AVE の平方根が当該変数と他変数の相関よりも小さかったのは，8 回の調査のうち，行動的エンゲージメントが 1 回，認知的エンゲージメントは 5 回であった．行動的および認知的エンゲージメント尺度の弁別的妥当性に課題は残されているものの，研究 4-1 で焦点を当てるのはこれらの水準と変動性であるので，そのまま使用することにした．

以下の分析では，ベクトルの問題解決は正答数の合計を，他の尺度は尺度項目ごとの加算平均を尺度得点として用いた．

9.3.2. 使用尺度の記述統計量

自己効力，数学不安，解法探索方略，エンゲージメント，ベクトルの問題解決の記述統計量を**表 9-4** に記した．

9.3.3. エンゲージメントの水準と変動性の組み合わせ

エンゲージメントの水準と変動性のクラスター内平方和のスクリープロットを**図 9-2** に記した．研究 4-1 では，減衰状況が急激から緩やかに切り替わるのはクラスター数が 3 のときと判断して，

表 9-4 自己効力，数学不安，解法探索方略，エンゲージメント，ベクトルの問題解決の記述統計量と相関行列

	N	*M*	*SD*	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1. 行動的エンゲージメント（水準）	240	5.12	0.65	—									
2. 行動的エンゲージメント（変動性）	238	0.38	0.22	-.48	—								
3. 感情的エンゲージメント（水準）	240	4.30	0.92	.59	-.31	—							
4. 感情的エンゲージメント（変動性）	238	0.57	0.32	-.13	.47	-.30	—						
5. 認知的エンゲージメント（水準）	240	4.86	0.68	.77	-.37	.70	-.23	—					
6. 認知的エンゲージメント（変動性）	238	0.44	0.24	-.23	.49	-.30	.56	-.40	—				
7. 自己効力	217	2.22	1.07	.16	-.12	.30	-.06	.26	-.15	—			
8. 数学学習不安	218	3.19	1.26	-.19	.07	-.35	.15	-.26	.20	-.30	—		
9. 数学評価不安	218	4.77	1.34	-.09	.14	-.27	.21	-.16	.22	-.31	.66	—	
10. 解法探索方略	229	4.53	0.95	.39	-.22	.34	-.06	.41	-.14	.41	-.07	-.03	—
11. ベクトルの問題解決	241	1.61	1.76	.28	-.20	.29	-.11	.33	-.16	.55	-.26	-.30	.36

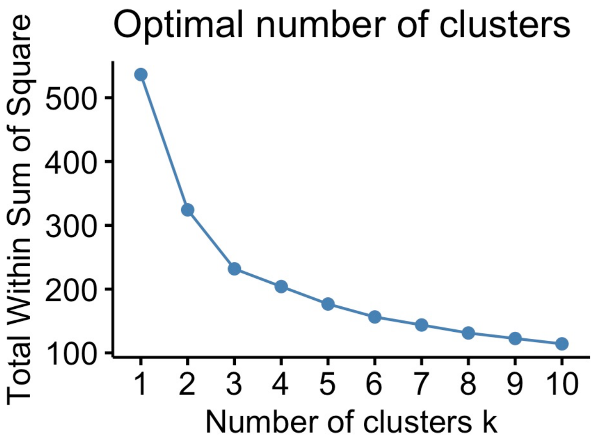


図 9-2 クラスター内平方和のスクリープロット

表 9-5 クラスターごとのエンゲージメントの水準と変動性の記述統計量と分散分析，多重比較の結果

	クラスター 1 (n = 110)		クラスター2 (n = 73)		クラスター3 (n = 51)		F	η^2	多重比較
	M	SD	M	SD	M	SD			
行動的エンゲージメント（水準）	5.15	0.43	5.66	0.31	4.30	0.54	154.89*	.57	2>1>3
行動的エンゲージメント（変動性）	0.41	0.21	0.29	0.22	0.44	0.22	9.89*	.08	1=3>2
感情的エンゲージメント（水準）	4.12	0.50	5.29	0.42	3.26	0.75	221.24*	.66	2>1>3
感情的エンゲージメント（変動性）	0.65	0.33	0.45	0.26	0.58	0.34	9.15*	.07	1>2
認知的エンゲージメント（水準）	4.86	0.36	5.50	0.34	3.94	0.48	251.87*	.69	2>1>3
認知的エンゲージメント（変動性）	0.50	0.26	0.33	0.18	0.47	0.22	12.33*	.10	1=3>2

*: $p < .001$

クラスター数を 3 とした．その上で，階層的クラスター分析（ウォード法・ユークリッド距離）を行った．各クラスターにおけるエンゲージメントの水準と変動性の記述統計量，分散分析，多重比較（Holm 法）の結果を**表 9-5** に記した．

クラスター1（n = 110 : 47%）は，エンゲージメントの水準がクラスター2 と 3 の中間にあり，変動性がクラスター2 よりも大きかった．そのため，クラスター1 は，エンゲージメントの水準が中程度で, 変動性が大きいと解釈できるので,「エンゲージメント中水準・不安定群」と命名した．クラスター2（n = 73 : 32%）は，エンゲージメントの水準が最も高く，変動性が最も低くかったので，「エンゲージメント高水準・安定群」と命名した．クラスター3（n = 51 : 22%）は，エンゲージメントの水準が最も低く，変動性がクラスター2 よりも大きかったため，「エンゲージメント低水準・不安定群」と命名した．

クラスターごとの自己効力，数学不安，解法探索方略，ベクトルの問題解決の記述統計量と分散分析，多重比較（Holm 法）の結果を**表 9-6** に記した．エンゲージメント高水準・安定群（クラスター2）は，自己効力と解法探索方略，ベクトルの問題解決が最も高く，数学不安が低かった．エンゲージメント低水準・不安定群（クラスター3）は，自己効力と解法探索方略，ベクトルの問題解決が低く，数学不安が最も高かった．エンゲージメント中水準・不安定群（クラスター1）は，自己効力と解法探索方略，ベクトルの問題解決がエンゲージメント高水準・安定群よりも，数学

表 9-6 クラスターごとの自己効力，数学不安，解法探索方略，ベクトルの問題解決得点の記述統計量と分散分析，多重比較の結果

	1.エンゲージメント中水準・不安定群			2.エンゲージメント高水準・安定群			3.エンゲージメント低水準・不安定群			F	η^2	多重比較
	n	M	SD	n	M	SD	n	M	SD			
自己効力	102	2.15	0.93	68	2.56	1.18	44	1.73	0.75	9.67^{**}	.08	2>1=3
数学学習不安	104	3.19	1.23	67	2.83	1.11	44	3.78	1.36	8.03^{**}	.07	3>1=2
数学評価不安	104	4.83	1.34	67	4.47	1.37	44	5.11	1.20	3.31^{*}	.03	3>2
解法探索方略	106	4.46	0.91	72	4.94	0.75	44	4.01	1.06	15.42^{**}	.12	2>1>3
ベクトルの問題解決	110	1.53	1.65	73	2.27	2.04	50	0.80	1.09	11.56^{**}	.09	2>1>3

**: $p < .001$, *: $p < .05$

表 9-7 クラスターごとの自己効力，数学不安，解法探索方略，問題解決得点の相関行列

	エンゲージメント中水準・不安定群				エンゲージメント高水準・安定群				エンゲージメント低水準・不安定群			
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
1. 自己効力	—				—				—			
2. 数学学習不安	-.21	—			-.40	—			-.03	—		
3. 数学評価不安	-.27	.64	—		-.40	.68	—		.12	.66	—	
4. 解法探索方略	.29	.14	.07	—	.40	-.15	-.07	—	.33	-.05	.03	—
5. ベクトルの問題解決	.43	-.23	-.31	.32	.66	-.17	-.17	.32	.23	-.23	-.32	.17

学習不安がエンゲージメント低水準・不安定群よりも低かった．

また，基礎的な統計情報として，クラスターごとの自己効力，数学不安，解法探索方略，ベクトルの問題解決の相関行列を**表 9-7** に記した．

9.3.4. 多母集団同時分析の結果

得られた 3 つのエンゲージメントの水準と変動性の組み合わせをグループ化変数として，仮説モデル（**図 9-1**）について多母集団同時分析を行った．なお，分析には，因子得点ではなく下位尺度得点を用いている．

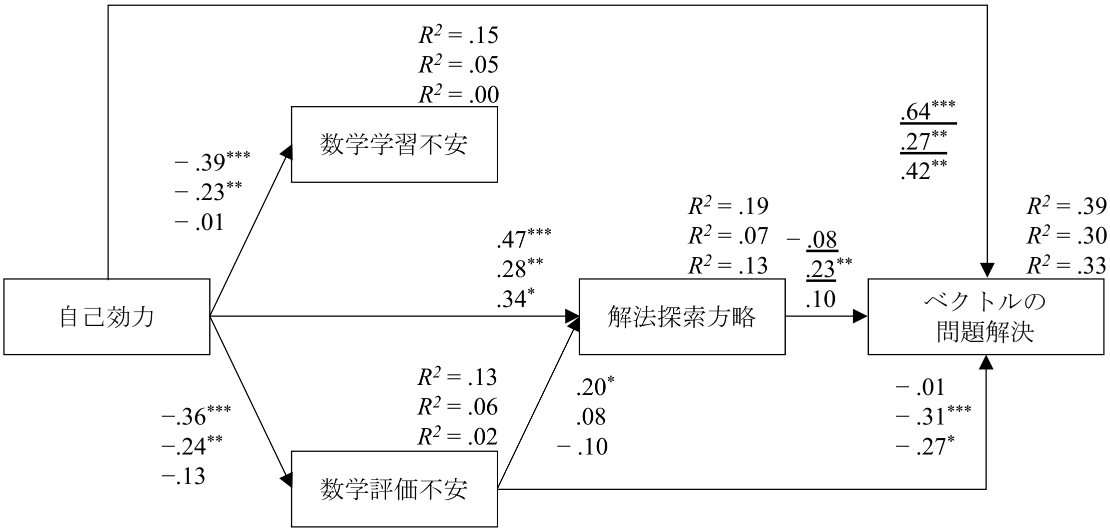
モデル 1 から 4 において，3 群全てにおいて設定した有意水準を満たさないパスを削除しながら分析を行ったところ, 最終的なモデルの適合度として**表 9-8** が得られた. 情報量規準について, AIC はモデル 2，BIC はモデル 4 が最小の値であった．尤度比検定の結果について，モデル 3 と 4 は 0.1%水準で有意であった．適合度指標について，モデル 1 と 2 は全ての適合度指標が良好な値を示したが，モデル 3 は CFI 以外，モデル 4 は全ての適合度指標がやや悪い値を示した．以上を踏まえ，研究 4-1 では，モデル 2 を採用した．

モデル 2 の結果として，標準化パス係数と決定係数（R^2）を**図 9-3** に記した．自己効力は，3 群すべてにおいて，解法探索方略およびベクトルの問題解決と有意な正の関連を示した．また，自己効力は，エンゲージメント高水準・安定群とエンゲージメント中水準・不安定群において，数学不安と有意に負の関連を示した．数学評価不安は，エンゲージメント中水準・不安定群とエンゲージメント低水準・不安定群において，ベクトルの問題解決と有意な負の関連を示したが，エ

表 9-8 モデルごとの適合度指標

	AIC	BIC	χ^2	*df*	$\Delta\chi^2$	CFI	TLI	RMSEA	SRMR
モデル 1	2529.80	2691.40	4.29	6	-	1.00	1.00	.00	.02
モデル 2	2384.00	2514.50	14.29	14	10.00	1.00	1.00	.02	.05
モデル 3	2392.10	2496.50	38.34	22	24.06*	.92	.89	.11	.12
モデル 4	2398.20	2457.00	72.51	36	34.17*	.83	.86	.13	.17

*: $p < .001$



***: $p < .001$, **: $p < .01$, *: $p < .05$

注：図中の数値について，上段はエンゲージメント高水準・安定群，中段はエンゲージメント中水準・不安定群，下段はエンゲージメント低水準・不安定群を意味している．

注：パス係数の差の検定の結果，有意差の認められたパスに下線を引いている．

図 9-3 多母集団同時分析の結果

ンゲージメント高水準・安定群においてのみ，解法探索方略と有意な正の関連を示した．解法探索方略は，エンゲージメント中水準・不安定群においてのみ，ベクトルの問題解決と有意な正の関連を示した．

パス係数の差の検定の結果，自己効力とベクトルの問題解決の正の関連は，エンゲージメント高水準・安定群がエンゲージメント中水準・不安定群よりも有意に大きいことが示された（$z = 2.42$, $p < .05$）．また，解法探索方略とベクトルの問題解決の関連は，エンゲージメント中水準・不安定群がエンゲージメント高水準・安定群よりも有意に大きいことが示された（$z = 2.55$, $p < .05$）．

エンゲージメント中水準・不安定群において，自己効力は数学評価不安と解法探索方略を介してベクトルの問題解決に間接効果を及ぼすことが想定されたため，媒介分析（ブートストラップ法：リサンプリング数 5000）を行った．その結果，エンゲージメント中水準・不安定群において，自己効力は解法探索方略を介してベクトルの問題解決に有意な正の間接効果を及ぼすことが示された（$\beta = .06$, $p < .05$）．なお，他に有意な間接効果は認められなかった．

9.4. 考察

研究 4-1 では，自己効力と数学不安，解法探索方略からベクトルの問題解決への影響プロセス

と，このプロセスに対するエンゲージメントの水準と変動性による調整効果を多母集団同時分析により検討した．以下，変数ごとに知見を整理した上で，特筆すべき知見について言及する．

第 1 に，自己効力についてである．平面ベクトルに関する標準的な問題解決の自己効力が高かった生徒ほど，平面ベクトルの学習におけるエンゲージメントの水準と変動性に関わらず，解法探索方略を使用したこと，および平面ベクトルに関する標準的な問題を解決できたことが示された．この結果は，仮説 1 を概ね支持するものである．小学生と中学生において，課題特有の自己効力が数学的問題解決を強く規定する情意変数であることが示されてきた（Sartawi et al., 2012; Pajares & Graham, 1999）．それゆえ，本研究の知見は，高校生においても，課題特有の自己効力が問題解決方略の使用や数学的問題解決を促進する重要な情意変数であることを示唆する．

さらに，平面ベクトルに関するエンゲージメントが中程度の水準で不安定であるよりも，高水準かつ安定している場合に，自己効力とベクトルの問題解決の関連が強くなることが示された．この背景として，平面ベクトルの学習におけるエンゲージメントが高水準かつ安定している生徒は，平面ベクトルの問題解決にかかる経験と知識が豊富である（**表 9-6** 参照）ため，課題特有の自己効力を適切に評価できた可能性がある．適切に評価された課題特有の自己効力によって，平面ベクトルの標準的な問題解決に資する問題解決方略や認知スキルの使用が促されたと推察される．

他方で，平面ベクトルに関する標準的な問題解決の自己効力が高かった生徒ほど，数学不安が低くなるのは，平面ベクトルの学習におけるエンゲージメントの水準が中程度以上の場合であった．分散説明率に着目すると，エンゲージメントが高水準かつ安定している場合に，平面ベクトルに関する標準的な問題解決の自己効力が数学不安をより予測することが示された．既述のように，平面ベクトルの学習においてエンゲージメントが高水準かつ安定している生徒は，課題特有の自己効力を適切に評価できたため，それが数学不安を認知的に処理する準拠枠として機能した可能性がある．

第 2 に，数学不安についてである．数学評価不安が高かった生徒ほど，平面ベクトルの学習におけるエンゲージメントの水準が中程度以下であったとき，平面ベクトルに関する標準的な問題を解決できなかったことが示された．この結果は，仮説 2 を部分的に支持するものであると同時に，数学不安よりも課題特有の自己効力の方が問題解決方略や数学的問題解決への寄与が大きいことを示唆するものである．Pajares & Graham（1999）は，事前の学業成績を統制した上で，課題特有の自己効力と数学不安を数学のテスト成績の独立変数とした重回帰分析を行ったところ，課題特有の自己効力のみがテスト成績の有意な予測因子であることを示した．Pajares & Graham（1999）が指摘するように，課題特有の自己効力の数学的問題解決への寄与は大きく，数学不安が数学的問題解決や問題解決方略に及ぼす影響を相殺したものと考えられる．

平面ベクトルの学習におけるエンゲージメントが高水準かつ安定していたとき，数学評価不安が高かった生徒ほど，解法探索方略を使用していたことが示された．この結果は，仮説 2 と相反するものである．Tsui & Mazzocco（2007）は，数学の事前学力が高い児童において，数学不安は数学的問題解決を促す「促進不安」の側面があることを示した．それゆえ，平面ベクトルの学習におけるエンゲージメントが高水準かつ安定している生徒は，平面ベクトルの問題解決にかかる経験と知識が豊富であるため，数学評価不安が促進不安として機能した可能性がある．

また，数学学習不安は解法探索方略とベクトルの問題解決と有意な関連を示さなかった．この結果は，仮説 2 に整合しないものであるが，問題解決場面において作用するのは，数学学習ではなく，数学のテストや成績など評価に関する不安である可能性を示すものであろう．

第 3 に，解法探索方略についてである．解法探索方略を使用した生徒ほど，平面ベクトルの学

習におけるエンゲージメントが中水準で不安定であったとき，平面ベクトルに関する標準的な問題を解決できたことが示された．この結果は，仮説 3 を部分的に支持するものであるが，平面ベクトルの学習におけるエンゲージメントが中水準で不安定であった生徒以外において，解法探索方略は問題解決に寄与しなかったことを示唆する．エンゲージメントの程度，すなわち平面ベクトルの問題解決にかかる経験と知識が多いあるいは少ない場合，解法探索方略よりも問題解決に資する方略があるのだと推察される．

第 4 に，エンゲージメントの水準と変動性についてである．自己効力と数学不安の関連などにおいて，エンゲージメントの水準と変動性による調整効果が示された．この結果は，仮説 4 を支持するものである．**表 9-6** より，平面ベクトルの学習におけるエンゲージメントが高水準かつ安定しているほど，数学不安の低下，平面ベクトルに関する標準的な問題解決の自己効力の向上，解法探索方略の使用，平面ベクトルに関する標準的な問題解決が促されていた．これらを総合すれば, 数学学習のエンゲージメントの水準と変動性は, 数学的問題解決とその要因だけではなく，その影響プロセスへも寄与する可能性が示された．

変数ごとの知見の整理を踏まえると, 本研究の特筆すべき知見として, 次の 2 点があげられる．

第 1 に，問題解決場面における情意から数学的問題解決へのプロセスにおいて，自己効力の寄与が大きい可能性を提示したことである．高校生や大学生が困難を抱えるベクトルにおいて，その基礎をなす平面ベクトルに関する代表的かつ標準的な問題解決の規定要因を解明したことは，学術的意義と教育的意義の両方を有するものである．

第 2 に，問題解決場面における情意から数学的問題解決へのプロセスにおいて，エンゲージメントの水準と変動性による調整効果を明らかにしたことである．これにより，日常的な学習場面と具体的な問題解決場面のつながりの一端を提示することができたであろう．

他方で，本研究には，大きな課題が 2 点残されている．

第 1 に，知見の一般化可能性についてである．本研究の知見は,「平面ベクトルに関する標準的な問題解決」に焦点を当てているものであり，他の課題変数において同様の知見が得られるか定かではない．今後の研究では，対象とする数学の内容を変えるなど課題変数を変えた上で，同様の知見が得られるのかを検討することが求められる．

第 2 に，本研究が焦点を当てた問題解決方略である解法探索方略の問題解決への寄与が小さかったことである．問題解決場面における情意から数学的問題解決への影響プロセスを提示するためには，より問題解決へ寄与する方略に焦点を当てる必要がある．

第10章　高校生における影響プロセスの検討②（研究 4-2）

10.1.目的

研究 4-2 では，研究 4-1 で示された自己効力と数学不安，問題解決方略，数学的問題解決，エンゲージメントの関連プロセスが他の数学の内容と問題解決方略においても追認されるのかを検討する．

数学の内容として，高校における数学Ⅲの「複素数平面」に関する代表的および標準的な問題解決に焦点を当てる．複素数は，実係数の 2 次方程式が常に解をもつことができるようにすること，指数関数と三角関数を同一化することに必要な数概念であるため，数学教育において重要な概念の 1 つであるが，複素数の理解や問題解決に関する研究はほとんど行われていない（Soto-Johnson et al., 2012）．その中で，複素数の乗法を複素平面上で図形的に解釈して説明することができないなど，学生は複素数に困難を抱えている (Conner et al., 2007; Nordlander & Norlander, 2011). それゆえ，複素数平面に関する代表的かつ標準的な問題解決に焦点を当て，その関連プロセスの様相を提示することは，学術的意義にとどまらず教育的意義を有する．

研究 4-2 では，問題解決方略として，図表活用方略に焦点を当てる．図表活用方略とは，問題を解く際に図や表を用いて検討することである．図表活用方略は，問題状況を理解することや，問題状況と問題解決方法に関するアイディアを記録することに役立つ（van Garderen et al., 2014）ため，数学的問題解決の促進要因と考えられている．現に，図表活用方略を促すことで，数学的問題解決が改善することが示されている（van Garderen, 2007）．さらに，Hembree（1992）のメタ分析において，図表を活用することは，数学的問題解決と中程度の正の相関にあった（r = .31）.

また，研究 4-2 では，特性数学不安と状態数学不安の両方を測定し，これらと数学的問題解決との関連を検討する．第 3 章で述べたように，数学不安研究は数多く行われてきたものの，そのほとんどは特性数学不安に関する知見であり，状態数学不安に関する研究はほとんど行われていない．特性数学不安よりも状態数学不安の方が，数学的問題解決と強く関連するとの知見も得られている（Orbach et al., 2019）ように，特性数学不安だけではなく状態数学不安を同時に取り入れることで，数学的問題解決をより詳細に説明できる可能性がある．

以上を踏まえ，研究 4-2 では，自己効力と特性数学不安，状態数学不安，図表活用方略から複素数平面の問題解決への影響プロセスと，このプロセスに対するエンゲージメントの調整効果を検討する．研究 4-2 では，以下 5 つの仮説から構成される仮説モデル（**図 10-1**）を検討する．

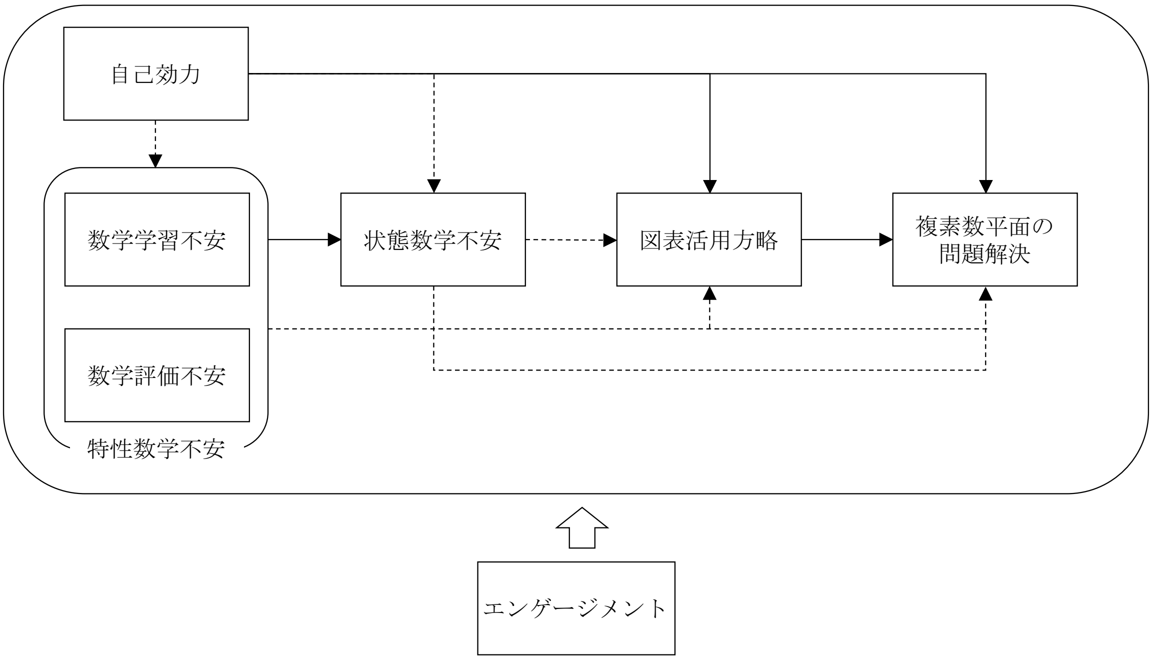
（仮説1）　自己効力は特性数学不安，状態数学不安と負に関連し，図表活用方略，複素数平面の問題解決と正に関連する．

（仮説2）　特性数学不安は状態数学不安と正に関連し，図表活用方略，複素数平面の問題解決と負に関連する．

（仮説3）　状態数学不安は図表活用方略，複素数平面の問題解決と負に関連する．

（仮説4）　図表活用方略は複素数平面の問題解決と正に関連する．

（仮説5）　仮説 1 から 4 の関連に対して，エンゲージメントは調整効果を及ぼす．



注：実線は正の関連，破線は負の関連，⇦は調整効果を意味する．

図 10-1 研究 4-2 の仮説モデル

10.2.方法

10.2.1. 対象者

首都圏にある Y 校に在籍する高校 2 年生 240 名を対象とした．Y 校は首都圏の進学校であり，卒業後ほとんどの生徒が 4 年生大学へ進学する．なお，研究 3-2 と研究 4-1 の対象者は同じであるが，留学や休学などにより対象者数が異なる．

10.2.2. 調査時期と手続き

2021 年 2 月の Y 校の数学の授業時間に合わせて，質問紙調査が行われた．調査はエンゲージメント，特性数学不安，自己効力，状態数学不安，複素数平面の問題解決の順に測定された．回答時間は，約 40 分であった．

調査は無記名で行われたが，データの紐付けと対象者への結果のフィードバックのために，対象者には出席番号の記載を求めた．調査に先立ち，Y 校の主任教諭に研究趣旨を説明し，研究協力を依頼した．主任教諭から研究実施の同意を得た上で，筆者が調査を行った．調査の際，(1) 調査への回答は任意であり，授業の成績には関係がないこと，(2) 調査内容は統計的に処理されるため，対象者のプライバシーは保護されること，(3) 複素数平面の問題解決の調査用紙は担当教諭を通じて対象者に返却すること，(4) 複素数平面の問題解決以外の調査用紙は筆者が責任を持って処分することを調査用紙に明記した上で，筆者が口頭でも対象者に説明した．

10.2.3. 調査内容

10.2.3.1. 自己効力

課題固有の自己効力を尋ねる質問項目を作成した（**表 10-1** 参照）．質問項目は，8 項目から構

成した．Pajares & Miller（1994）と同様に，対象者が複素数平面の問題を解く前に，それぞれの問題を正解する自信を尋ねた．回答の際，教示文として「以下の問題に正解する自信はどのくらいありますか」と提示した．質問項目は，6 件法（1. 全く自信がない〜6. とても自信がある）により回答を求めた．

10.2.3.2. 特性数学不安

藤井（1994）の数学不安尺度のうち因子負荷量の上位項目を参考にして，数学不安を尋ねる質問項目を作成した（**表 10-1** 参照）．質問項目は，数学学習不安 4 項目，数学評価不安 4 項目の計 8 項目から構成した．回答の際，教示文として「次のようなとき，あなたはどのように思いますか」と提示した．質問項目は，6 件法（1. 全く不安に思わない〜6. とても不安に思う）により回答を求めた．

10.2.3.3. 状態数学不安

Goetz et al.（2013）の状態数学不安尺度 1 項目（ “I am anxious” ）を邦訳して用いた．対象者が複素数平面の問題を解く前に，質問項目「私は今不安である」に対して，6 件法（1. 全くそうではない〜6. とてもそうである）により回答を求めた．

10.2.3.4. 図表活用方略

深谷ほか（2017）を参考にして，複素数平面の問題それぞれについて図表の有無をコード化した（有を 1，無を 0）．

10.2.3.5. エンゲージメント

Skinner et al.（2009）と Reeve & Tseng（2011）のエンゲージメント尺度を参考にして，数学の学習に関するエンゲージメントを尋ねる質問項目を作成した（**表 10-1** 参照）．質問項目は，行動的エンゲージメント 3 項目，感情的エンゲージメント 3 項目，認知的エンゲージメント 3 項目の計 9 項目から構成した．回答の際，教示文として「あなたは最近の数学の学習に対して，どのように取り組んでいますか」と提示した．質問項目は，6 件法（1. 全くそう思わない〜6. とてもそう思う）により回答を求めた．

10.2.3.6. 複素数平面の問題

複素数平面の問題解決の指標として，複素数平面の問題 8 問を作成した．これらの問題は，検定教科書（実教出版, 2019; 東京書籍, 2014b）において，複素数平面と複素数の極形式に関する基礎的および標準的な練習問題の数値や条件を変更して作成されたものである．(1)，(2)，(5)，(6) は複素数平面に関する問題，(3) と (4) は複素数の極形式に関する問題であり，学習指導要領で明示された内容（文部科学省, 2018）に対応している．

研究 4-2 では，各問題について正解を 1，不正解や無回答を 0 とコード化した．

10.2.3.7. 分析方法

第 1 に，自己効力と特性数学不安，図表活用方略，エンゲージメント，複素数平面の問題解決について，尺度の妥当性を検討するために，確認的因子分析（最尤法・対角重み付き最小 2 乗法

表 10-1 本研究の使用尺度と項目一覧

下位尺度	項目
自己効力	● （複素数の問題それぞれについて）どの程度正解する自信がありますか.
数学学習不安	● 数学の授業に向かう時 ● 授業前に数学の先生が来るのを待っている時 ● 数学の問題を解く時 ● 数学の宿題を解く時
数学評価不安	● 明日の数学のテストについて考える時 ● 数学のテストを受ける時 ● 数学の期末試験を受ける時 ● 数学の試験について考える時
状態数学不安	● 今不安である.
図表活用方略	● （複素数の問題それぞれについて，図表を活用したか否か）
行動的エンゲージメント	● 頑張って学習に取り組んだ. ● できるだけ頑張って学習した. ● 集中して学習に取り組んだ.
感情的エンゲージメント	● 学習しているとき，気分が良かった. ● 学習しているとき，内容に興味を感じた. ● 学習は楽しかった.
認知的エンゲージメント	● 学習していることと既に知っていることを関連づけようとした. ● 集中して学習に取り組んだ. ● 正解を得るだけではなく，考え方を理解しようとした.
複素数平面の問題	(1) $\alpha = a - i, \beta = 4 + 2i$とする．3 点 0，α，β が 1 直線上にある時，実数 a の値を求めよ. (2) 2 点 3+2i，5+7i の距離を求めよ. (3) 複素数zの絶対値は$\sqrt{2}$で，偏角は$\frac{3}{4}\pi$ であるとき，zはつぎのどれに等しいか. (ア)$\frac{i-1}{\sqrt{2}}$ (イ)$i-1$ (ウ)$\sqrt{2}(i-1)$ (エ)$i+1$ (オ)$\frac{i+1}{\sqrt{2}}$ (4) 次の複素数 z を極形式で表せ．ただし，z の偏角 θ は 0≦θ<2π とする. (ア)$z = \frac{-1+\sqrt{3}i}{4}$ (イ) $z = (1+\sqrt{3}i)(1-i)$ (ウ)$z = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{2}i}{\sqrt{3}-i}$ (5) $\alpha = 1 + i, \beta = 3 - 2i, \gamma = -1 - i$で，複素数平面上に点 A(α)，B(β)，C(γ)を定め，D(δ)とする．4 点 A，B，C，D が平行四辺形の頂点であるとき，複素数 δ を求めよ. (6) α，βは$\alpha\bar{\beta} + \bar{\alpha}\beta = 0$ を満たす 0 ではない複素数とするとき，$\frac{\beta}{\alpha}$ は純虚数であることを示せ.

[28]）を行い，α係数，CR，AVE，相関行列を算出した（α係数，CR，AVE の基準については，第 5 章を参照のこと）．

第 2 に，自己効力と特性数学不安，状態数学不安，図表活用方略，エンゲージメント，複素数平面の問題解決の記述統計量を算出した．記述統計量として，有効回答生徒数（*n*），尺度得点の平均値（*M*）と標準偏差（*SD*），ピアソンの積率相関係数を算出した．

第 3 に，エンゲージメントは単一尺度ではなく 3 下位尺度であることを踏まえて，Wu et al.（2021）を参考にして，エンゲージメントに関する階層的クラスター分析（ウォード法・ユークリッド距離）による類型化を行った．研究 4-1 と同様に，クラスター内平方和（the sum of squares within clusters）のスクリープロットを作成し，減衰状況が急激から緩やかに切り替わる点をクラスター数とした．

第 4 に，基礎的な統計情報として，得られたエンゲージメントの類型ごとに各尺度の記述統計量と相関係数を算出した．

第 5 に，仮説モデル（**図 10-1**）を検討するために，得られたエンゲージメントの類型をグループ化変数とした多母集団同時分析（最尤法）を行った．多母集団同時分析において，情報量規準と適合度指標の両方を考慮して，以下 4 つのモデルから採択するものを決定した．その上で，採択したモデルにおいて，パラメータの推定値を求めた．

- モデル 1：等値制約を課さないモデル
- モデル 2：切片に等値制約を課すモデル
- モデル 3：切片と分散に等値制約を課すモデル
- モデル 4：切片と分散，パス係数に等値制約を課すモデル

以上の分析には，ソフトウェアとして，R（ver. 4.2.0）および RStudio（ver. 2022.12.0）を用いた．

なお，有意水準は慣例に従い，5%とした．

10.3.結果

10.3.1. 使用尺度の妥当性の検討

まず，確認的因子分析の結果についてである．その結果を**表 10-2** に記した．図表活用方略の RMSEA と SRMR は悪い値であったものの，他の適合度指標は良好な値を示した．また，図表活用方略は，後述するα係数，CR，AVE は一定程度の値を示したため，項目削除などは行わなかった．よって，以下の分析において，「自己効力」「数学学習不安」「数学評価不安」「数学状態不安」「図表活用方略」「行動的エンゲージメント」「感情的エンゲージメント」「認知的エンゲージメント」「複素数平面の問題解決」を下位尺度とした．

次に，尺度の内的整合性，収束的妥当性，弁別的妥当性についてである．「自己効力」8 項目，「数学学習不安」4 項目，「数学評価不安」4 項目，「図表活用方略」8 項目，「行動的エンゲージメント」3 項目，「感情的エンゲージメント」3 項目，「認知的エンゲージメント」3 項目，「複素数平面の問題解決」8 項目について，α係数，CR，AVE を**表 10-3**，状態数学不安を含めた相関行列を**表 10-4** に記した．以下，尺度の内的整合性，収束的妥当性，弁別的妥当性それぞれについて概観する．

[28] 2 値変数である複素数平面の問題解決については，対角重み付き最小 2 乗法を実施し，他の尺度では最尤法を用いている．

表 10-2 自己効力，特性数学不安，図表活用方略，エンゲージメント，複素数平面の問題解決の確認的因子分析の結果

	CFI	TLI	RMSEA	SRMR
自己効力	.99	.99	.06	.08
特性数学不安	1.00	1.00	.00	.04
図表活用方略	.98	.96	.12	.19
エンゲージメント	1.00	1.00	.00	.04
複素数平面の問題解決	1.00	1.00	.00	.07

表 10-3 自己効力，特性数学不安，図表活用方略，エンゲージメント，複素数平面の問題解決の α 係数，CR，AVE

	α	CR	AVE
自己効力	.93	.94	.68
数学学習不安	.87	.87	.63
数学評価不安	.94	.94	.80
図表活用方略	.68	.75	.52
行動的エンゲージメント	.87	.87	.69
感情的エンゲージメント	.90	.90	.75
認知的エンゲージメント	.78	.78	.55
複素数平面の問題解決	.77	.80	.56

その 1 に，尺度の内的整合性についてである．α 係数と CR とも.68 以上であり，慣習的な基準値である.60 を上回っていた．それゆえ，研究 4-2 の使用尺度は，一定程度の内的整合性を有するものと判断できる．

その 2 に，尺度の収束的妥当性についてである．すべての尺度の AVE は，基準値である.50 以上であった．研究 4-2 の使用尺度は，一定程度の収束的妥当性を有するものと判断できる．

その 3 に，尺度の弁別的妥当性についてである．すべての下位尺度について，AVE の平方根は当該変数と他変数の相関よりも大きい値であったので，研究 4-2 の使用尺度は，一定程度の弁別的妥当性を有するものと判断できる．

そこで，以下の分析では，自己効力と特性数学不安，エンゲージメントについては，尺度ごとの加算平均，図表活用方略は図表活用した問題数，複素数平面の問題解決は正答数の合計を尺度得点とした．

10.3.2. 使用尺度の記述統計量

自己効力，特性数学不安，状態数学不安，図表活用方略，複素数平面の問題解決の記述統計量を**表 10-4** に記した．

10.3.3. エンゲージメントの類型

エンゲージメントに関するクラスター内平方和のスクリープロットを**図 10-2** に記した．研究 4-2 では，減衰状況が急激から緩やかに切り替わるのはクラスター数が 2 のときと判断して，クラ

表 10-4 自己効力，特性数学不安，状態数学不安，図表活用方略，エンゲージメント，複素数平面の問題解決の相関行列と記述統計量

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	*N*	*M*	*SD*
1. 行動的エンゲージメント	(.83)									229	3.81	1.20
2. 感情的エンゲージメント	.56	(.87)								231	3.39	1.15
3. 認知的エンゲージメント	.72	.58	(.74)							231	4.12	1.04
4. 自己効力	.46	.47	.45	(.82)						217	2.44	1.14
5. 数学学習不安	-.03	-.27	-.14	-.15	(.79)					227	3.14	1.23
6. 数学評価不安	.04	-.20	-.06	-.12	.60	(.89)				225	4.79	1.26
7. 状態数学不安	-.22	-.37	-.25	-.57	.37	.45	—			232	4.96	1.22
8. 図表活用方略	.27	.29	.23	.36	.01	.03	-.23	(.72)		233	1.88	1.68
9. 複素数平面の問題解決	.42	.45	.42	.65	-.18	-.20	-.43	.55	(.75)	233	3.29	2.19

注：括弧内の数値は AVE の平方根である.

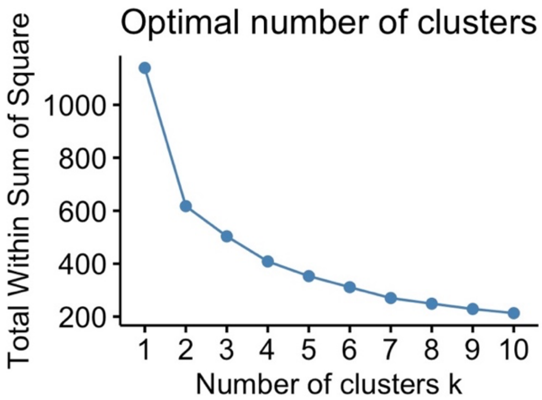


図 10-2 クラスター内平方和のスクリープロット

スター数を 2 とした．その上で，階層的クラスター分析（ウォード法・ユークリッド距離）を行った．各クラスターにおけるエンゲージメントの尺度得点の記述統計量，分散分析，多重比較（Holm 法）の結果を**表 10-5** に記した.

クラスター1（n=67：31%）は，クラスター2（n=152：69%）よりも，エンゲージメントのすべての側面が有意に低く，かつその効果量は大きい値であった．そこで，クラスター1 を「エンゲージメント低群」，クラスター2 を「エンゲージメント高群」と命名した.

クラスターごとの自己効力，特性数学不安，状態数学不安，図表活用方略，複素数平面の問題解決の記述統計量，分散分析，多重比較（Holm 法）の結果を**表 10-6** に記した．その結果，エンゲージメント高群（クラスター2）の方が，自己効力，図表活用方略，複素数平面の問題解決は有意に高く，かつその効果量は大きい値であった．また，エンゲージメント高群（クラスター2）の方が，状態数学不安は有意に低く，かつその効果量は中程度の値であった.

また，基礎的な統計情報として，クラスターごとの自己効力，特性数学不安，状態数学不安，図表活用方略，複素数平面の問題解決の相関行列を**表 10-7** に記した.

10.3.4. 多母集団同時分析の結果

得られた 2 つのエンゲージメントの類型をグループ化変数として，**図 10-1** の仮説モデルについい

表 10-5 クラスターごとのエンゲージメントの記述統計量と分散分析，多重比較の結果

	クラスター1 (n = 67)		クラスター2 (n = 152)		t	d
	M	SD	M	SD		
行動的エンゲージメント	2.54	0.91	4.38	0.87	13.95*	2.07
感情的エンゲージメント	2.23	0.83	3.92	0.86	13.73*	2.00
認知的エンゲージメント	3.12	0.95	4.59	0.69	11.37*	1.76

*: p < .001

表 10-6 クラスターごとの自己効力，特性数学不安，状態数学不安，図表活用方略，複素数平面の問題解決の記述統計量と分散分析，多重比較の結果

	エンゲージメント低群			エンゲージメント高群			t	d
	n	M	SD	n	M	SD		
自己効力	62	1.68	0.73	139	2.77	1.11	8.26*	1.16
数学学習不安	67	3.34	1.47	148	3.00	1.05	1.67	0.26
数学評価不安	67	4.88	1.45	146	4.74	1.17	0.72	0.11
状態数学不安	65	5.38	1.14	150	4.79	1.15	3.48*	0.52
図表活用方略	65	1.22	1.51	151	2.19	1.68	4.22*	0.61
複素数平面の問題解決	65	1.94	1.74	151	3.82	2.07	6.87*	0.98

*: p < .001

表 10-7 クラスターごとの自己効力，特性数学不安，状態数学不安，図表活用方略，複素数平面の問題解決の相関行列

	1	2	3	4	5	6
1. 自己効力	—	.02	.06	-.30	.35	.35
2. 数学学習不安	-.17	—	.64	.33	-.14	-.14
3. 数学評価不安	-.14	.53	—	.38	.03	-.11
4. 状態数学不安	-.57	.38	.47	—	-.16	-.22
5. 図表活用方略	.30	.13	.05	-.20	—	.67
6. 複素数平面の問題解決	.62	-.14	-.21	-.41	.49	—

注 : 下三角行列はエンゲージメント高群, 上三角行列はエンゲージメント低群の相関係数を表す.

て多母集団同時分析を行った．なお，分析には，因子得点ではなく下位尺度得点を用いている．

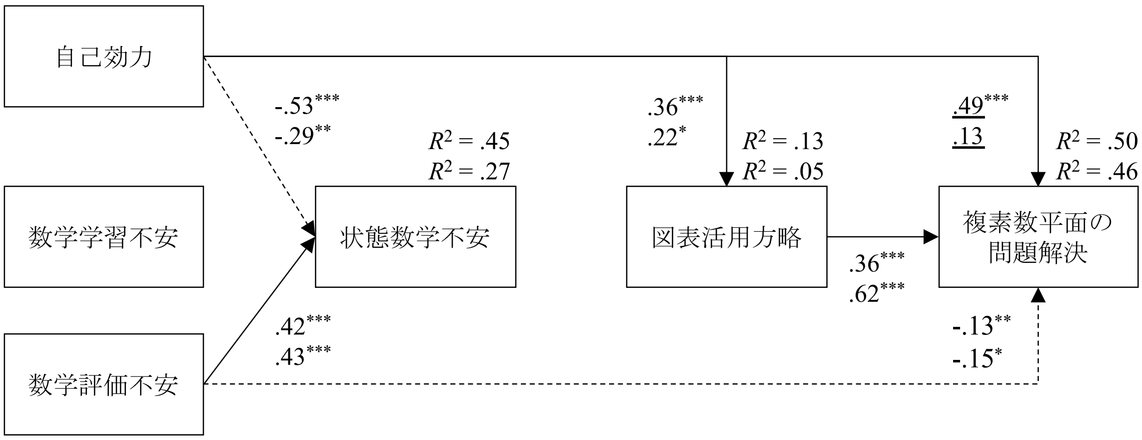
モデル 1 から 4 において，エンゲージメント高・低群の両方で設定した有意水準を満たさないパスを削除しながら分析を行ったところ，最終的なモデルの適合度として**表 10-8** が得られた．情報量規準について，AIC はモデル 2，BIC はモデル 4 が最小の値であった．尤度比検定の結果について，モデル 3 と 4 はそれぞれ 1%，5%水準で有意であった．適合度指標について，モデル 1 と 2 はすべての適合度指標が良好な値を示したが，モデル 3 と 4 は SRMR がやや悪い値であった．以上を踏まえ，研究 4-2 では，モデル 2 を採用した．

モデル 2 の結果として，標準化パス係数と決定係数（R^2）を**図 10-3** に記した．自己効力は，エ

表 10-8 モデルごとの適合度指標

	AIC	BIC	χ^2	*df*	$\Delta\chi^2$	CFI	TLI	RMSEA	SRMR
モデル 1	3221.90	3340.80	17.42	14	―	.99	.98	.05	.06
モデル 2	3152.20	3253.70	22.08	19	4.67	.99	.99	.04	.07
モデル 3	3158.80	3243.90	38.66	24	16.58^{**}	.95	.94	.08	.11
モデル 4	3161.70	3233.70	49.55	28	10.89^{*}	.93	.93	.09	.11

**: $p < .01$, *: $p < .05$



***: $p < .001$, **: $p < .01$, *: $p < .05$

注：図中の数値について，上段はエンゲージメント高群，下段はエンゲージメント低群を意味している．

注：パス係数の差の検定の結果，有意差の認められたパスに下線を引いている．

図 10-3 パス解析の結果

ンゲージメント高・低群において，状態数学不安と有意な負の関連を，図表活用方略と有意な正の関連を示した．また，自己効力は，エンゲージメント高群において，複素数平面の問題解決と有意な正の関連を示した．数学評価不安は，エンゲージメント高・低群において，状態数学不安と有意な正の関連を，複素数平面の問題解決と有意な負の関連を示した．図表活用方略は，エンゲージメント高・低群において，複素数平面の問題解決と有意な正の関連を示した．

パス係数の差の検定の結果，自己効力と複素数平面の問題解決の関連はエンゲージメント高群の方が有意に大きかった（$z = 2.16, p < .05$）．

また，エンゲージメント高・低群において，自己効力は図表活用方略を介して複素数平面の問題解決に間接効果を及ぼすことが想定されたため，媒介分析（ブートストラップ法：リサンプリング数 5000）を行った．その結果，エンゲージメント高・低群において，自己効力は図表活用方略を介して複素数平面の問題解決に有意な正の間接効果を及ぼすことが示された（それぞれ，$\beta = .14, .13, ps < .05$）．なお，他に有意な間接効果は認められなかった．

10.4.考察

研究 4-2 では，自己効力と特性数学不安，状態数学不安，図表活用方略から複素数平面の問題解決への影響プロセスと，このプロセスに対するエンゲージメントの調整効果を多母集団同時分析により検討した．以下，変数ごとに知見を整理した上で，特筆すべき知見について言及する．

第 1 に，自己効力についてである．複素数平面に関する標準的な問題解決の自己効力が高かった生徒ほど，複素数平面の学習に関するエンゲージメントに関わらず，図表活用方略を使用することで複素数平面に関する標準的な問題を解決できたこと，ならびに状態的数学不安は低いことが示された．この結果は，仮説 1 を支持する．他方で，自己効力と特性数学不安の間に有意な関連は認められなかった．この結果は，研究 2 と 4-1 の知見，ならびに仮説 1 に整合しない．研究 4-2 に取り上げた複素数平面に関する問題は，研究 2 と 4-1 で取り上げられた問題よりも対象範囲が狭いため，複素数平面に関する標準的な問題解決の自己効力では特性数学不安に影響を及ぼすに至らなかったのだと推察される．

第 2 に，特性数学不安についてである．数学評価不安が高かった生徒ほど，複素数平面に関するエンゲージメントに関わらず，状態数学不安が高いこと，ならびに複素数平面に関する標準的な問題を解決できなかったことが示された．他方で，数学学習不安は図表活用方略や平面ベクトルの問題解決と有意な関連を示さなかった．前者の結果は，仮説 2 を部分的に支持し，後者の結果は仮説 2 に整合しないものである．研究 4-1 においても，数学学習不安は解法探索方略や平面ベクトルの問題解決と有意な関連を示さなかったため，問題解決場面において作用するのは，数学のテストや成績など評価に関する不安と考えられる．

第 3 に，状態数学不安についてである．状態数学不安は図表活用方略や平面ベクトルの問題解決と有意な関連を示さなかった．この結果は，仮説 3 に整合しないものである．

第 4 に，図表活用方略を使用した生徒ほど，複素数平面に関する標準的な問題を解決できたことが示された．この結果は仮説 4 を支持するものである．van Garderen et al.（2014）が指摘するように，図表活用方略を使用することで，問題状況の理解や解法に関するアイディアの記録が促され，その結果として複素数平面に関する標準的な問題を解決できたのだと推察される．

第 5 に，自己効力と複素数平面の問題解決の関連の強さについて，エンゲージメント高・低群で有意差が認められた．この結果は，仮説 5 を部分的に支持するものである．

特筆すべき知見の 1 つ目として，状態数学不安が図表活用方略や複素数平面の問題解決と有意な関連を示さなかったことがあげられる．この結果の背景として，次の 2 点が考えられる．

その 1 に，生徒が状態数学不安を適切に評価しなかった可能性があげられる．先行研究では，生徒は数学と関連する状況において実際の感情状態を現実的に評価しないことが示されている（Bieg et al., 2014; Goetz et al., 2013）．研究 4-2 における状態数学不安は平均値が 4.96，標準偏差が 1.26 と，いわゆる天井効果が生じていたことを踏まえると，対象生徒は状態数学不安を適切に評価しなかったため，状態数学不安は図表活用方略と複素数平面の問題解決と有意な関連を示さなかった可能性がある．

その 2 に，自己効力が図表活用方略や複素数平面の問題解決の強力な規定要因であるため，状態数学不安の寄与が相殺された可能性があげられる．本研究において，自己効力は直接的に図表活用方略や複素数平面の問題解決と直接的に，ないし間接的に有意な正の関連を示している．ゆえに，状態数学不安は図表活用方略や複素数平面の問題解決に寄与するものの，その寄与は自己効力に相殺され，本研究では有意な関連が認められなかった可能性がある．

研究 4-2 における特筆すべき知見の 2 つ目として，自己効力が直接的ないし図表活用方略を介して間接的に複素数平面に関する標準的な問題解決を促したことがあげられる．この結果は，研究 2 と 4-1 の知見を複素数平面に関する標準的な問題において追認するものである．ゆえに，課題特有の自己効力は，児童生徒に関わらず，情意変数の中でも数学的問題解決の強力な促進要因である可能性が示された．

特筆すべき知見の 3 つ目として，自己効力と複素数平面の問題解決の関連において，エンゲー

ジメントの調整効果が認められたことがあげられる．この結果は，自己効力と平面ベクトルの問題解決の関連においてエンゲージメントの調整効果が認められた研究 4-1 と整合するものである．この結果の背景として，複素数平面に関するエンゲージメントが高い生徒ほど，複素数平面の問題解決と関連する学習経験を有していたため，課題特有の自己効力を適切に評価できていた可能性があげられる．その結果として，自己効力の効果が強くなったのだろう．

10.5.研究 4 の総括

研究 4 を総括すれば，問題解決場面における情意から数学的問題解決への影響プロセスの一端として，自己効力と数学評価不安が直接的，ないし問題解決方略を介して間接的に数学的問題解決に影響することが示唆された．とくに，この影響プロセスにおいて，自己効力の寄与が大きいことが示された．ただし，研究 4 が数学的問題の内容として焦点を当てたのは，高校数学における「平面上のベクトル」と「複素数平面」の標準的な問題のみであるため，知見の一般化可能性には留意する必要がある．

また，第 2，3 章の議論を踏まえれば，数学的問題解決に対する自己効力と数学評価不安の直接的な関連は，研究 4 では取り上げていない問題解決方略や認知スキルなどの媒介変数の存在を示すものであろう．ゆえに，今後の研究では，自己効力と数学評価不安とともに，研究 4 では焦点を当てていない問題解決方略や認知スキルを取り上げた上で，問題解決場面における情意の数学的問題解決への影響プロセスを検討することが求められる．

さらに，問題解決場面における情意から数学的問題解決への影響プロセスに対して，エンゲージメントは調整効果を及ぼすことが示された．この知見は，研究 1 から 3 よりも詳細かつ具体な数学的問題解決の要因の影響プロセス，さらには日常的な教授・学習場面と具体的な問題解決場面のつながりを示すものである．ただし，この観点に基づいた研究は，管見の限り見当たらないことを踏まえると，知見の一般化可能性には留意する必要があり，同様の枠組みに基づいた今後の研究が望まれる．

第11章　中学生における影響プロセスと問題の複雑さによる差異の検討（研究５）

11.1.目的

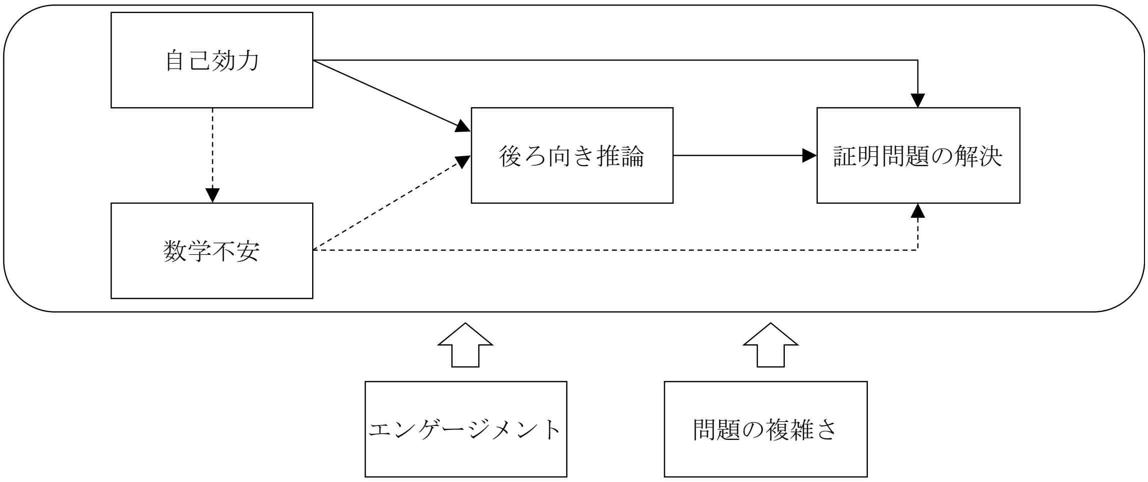
研究 4 では，高校生を対象として，自己効力と数学不安，問題解決方略（解法探索方略・図表活用方略）からベクトルと複素数平面の問題解決への影響プロセス，ならびにこのプロセスに対するエンゲージメントの寄与を検討してきた．その結果，自己効力と数学不安は直接的，ないし問題解決方略を介して間接的に平面ベクトルと複素数平面の問題解決に影響することが示唆された．そして，この影響プロセスに対して，エンゲージメントの調整効果を認められた．具体的には，エンゲージメントが高い場合，自己効力とベクトルと複素数平面の問題解決との関連がより強くなることが示された．

研究 5 では，研究 4 で確認された影響プロセスについて，中学生を対象として，問題の複雑さという課題変数による差異を含めて検討する．第 3 章で述べたように，数学不安研究では，問題の複雑さが増すと，数学不安と数学的問題解決の負の関連が強くなるという「複雑性仮説」が提示されている（Ashcraft & Kirk, 2001; Hoffman, 2010）．さらに，Hoffman（2010）は，問題の複雑さが少ない場合，自己効力と数学的問題解決の関連が強くなるが，複雑さが多い場合，数学不安と数学的問題解決の関連が強くなるという「相補仮説」を提示している．このように，情意から数学的問題解決への影響プロセスにおいて，課題変数による差異が認められる可能性がある．

研究 5 では，中学校における「相似な図形に関する証明問題」に焦点を当てる．証明は，古代ギリシャから現代に至るまで中核的な数学の方法・活動であり，数学において必要不可欠な営為である．学校数学では，証明を通して抽象的かつ形式的な数学のモデルの提供や数学的な思考力・表現力などの育成が企図されている（國宗, 2017; 文部科学省, 2017a）．しかし，国内外を問わず証明問題の解決は困難であることが示されてきた（e.g., 国立教育政策研究所, 2015, 2016b, 2017; Senk, 1989; レビューとして，Gilmore, et al., 2018; 牧野, 2014）．例えば，全国学力・学習状況調査における記述式証明問題の正答率は，2016 年が 30%，2017 年が 45%であり，我が国の中学生は筋道を立てて考え，証明することに課題がある（国立教育政策研究所，2016b，2017）．あわせて，証明問題の解決に関する先行研究は，対象内容として文字式や合同な図形に焦点が当てている（e.g., 國宗, 2017; 清水, 2020b）ものの，相似な図形に焦点を当てた研究は管見の限り見当たらない．それゆえ，相似な図形に関する証明問題の解決に焦点を当て，その関連プロセスの様相を提示することは，学術的意義にとどまらず教育的意義を有する．

また，問題解決方略として，研究 5 では後ろ向き推論に焦点を当てる．後ろ向き推論とは，結論を導くために必要な事柄を結論から逆向きに考えることである．後ろ向き推論は，結論を導くための下位目標や問題解決の方針を立てることに寄与するため，結論が明示されている証明問題における有効な問題解決方略の 1 つと考えられている（狩俣, 1995; Kirby & Williams, 1991 ; 長谷川・三輪, 2004; Polya, 1945）．現に，狩俣（1995）において，証明問題を解決できた中学生は，後ろ向き推論を活用して，結論を導くための下位目標を見出し，それぞれの目標を達成していたが，問題解決をできなかった中学生は，前提条件から無意味な推論を行うことが報告されている．

以上を踏まえて，研究 5 では，自己効力と数学不安，後ろ向き推論から相似な図形に関する証



注：実線は正の関連，破線は負の関連，⇦は調整効果を意味する．

図 11-1 研究 5 の仮説モデル

明問題の解決への影響プロセスと，このプロセスに対するエンゲージメントの調整効果を複雑さの異なる 2 つの問題において検討する．研究 5 では，以下 4 つの仮説から構成される仮説モデル（**図 11-1**）を検討する．

（仮説1）　自己効力は数学不安と負に関連し，後ろ向き推論，証明問題の解決と正に関連する．とくに，自己効力と後ろ向き推論，証明問題の解決の関連は，問題の複雑さが減ると，強くなる．

（仮説2）　数学不安は後ろ向き推論，証明問題の解決と負に関連する．とくに，この関連は，問題の複雑さが増すと，強くなる．

（仮説3）　後ろ向き推論は証明問題の解決と正に関連する．

（仮説4）　仮説 1 から 3 の関連に対して，エンゲージメントは調整効果を及ぼす．

11.2.方法

11.2.1. 対象者

首都圏にある私立中学校 Z 校に在籍する中学 2 年生 160 名を対象とした．対象者は，調査までに相似な図形の学習を終えていたが，三平方の定理や円周角の定理は未習であった．

11.2.2. 調査時期と手続き

2020 年 2 月に Z 校の数学の授業時間に合わせて，質問紙調査が行われた．調査では，数学不安と自己効力，エンゲージメントを測定した後，証明問題の解決，後ろ向き推論の順に測定した．解答時間は，約 50 分であった．

調査は無記名で行われたが，データの紐付けと対象者への結果のフィードバックのために，対象者には出席番号の記載を求めた．調査に先立ち，Z 校の主任教諭に研究趣旨を説明し，研究協力を依頼した．主任教諭から研究実施の同意を得た上で，筆者が調査を行った．調査の際，（1）調査への回答は任意であり，授業の成績には関係がないこと，（2）調査内容は統計的に処理されるため，対象者のプライバシーは保護されること，（3）証明問題の解決に関する調査用紙は担当教諭を通じて対象者に返却すること，（4）証明問題の解決以外の調査用紙は筆者が責任を持って処分することを調査用紙に明記した上で，筆者が口頭でも対象者に説明した．

11.2.3. 調査内容

11.2.3.1.　自己効力

課題固有の自己効力を尋ねる質問項目を作成した（**表 11-1** 参照）．質問項目は，2 項目から構成した．Pajares & Miller（1994）と同様に，対象者が証明問題を解く前に，それぞれの問題を正解する自信を尋ねた．回答の際，教示文として「以下の問題に正解する自信はどのくらいありますか」と提示した．質問項目は，6 件法（1．全く自信がない〜6．とても自信がある）により回答を求めた．

11.2.3.2.　数学不安

OECD（2014a）が PISA2012 調査で用いた数学不安尺度 5 項目を用いた．回答の際，教示文として「数学の学習について，あなたはどのように考えていますか」と提示した．質問項目は 6 件法（1．全くそう思わない〜6．とてもそう思う）により回答を求めた．

11.2.3.3.　後ろ向き推論

後ろ向き推論の使用を測定する尺度は管見の限り見当たらない．そこで，中学校数学の検定教科書（数研出版, 2015, 2016; 東京書籍, 2012）を参考に，質問項目原案を作成した．作成した質問項目原案について，筆者と中学校・高等学校の数学教員 2 名の計 3 名で協議し，質問項目原案の内容と教示文を検討ならびに修正した．その結果，質問項目は 4 項目から構成された（**表 11-1** 参照）．証明問題ごとに，「どの程度，問題を解くときに行いましたか」と尋ねた．回答は 6 件法（1．全くしなかった〜6．とてもした）により求めた．

11.2.3.4.　エンゲージメント

Skinner et al.（2009）と Reeve & Tseng（2011）のエンゲージメント尺度を参考にして，相似な図形の学習に関するエンゲージメントを尋ねる質問項目を作成した（**表 11-1** 参照）．質問項目は，行動的エンゲージメント 4 項目，感情的エンゲージメント 4 項目，認知的エンゲージメント 4 項目の計 12 項目から構成した．回答の際，教示文として「相似な図形の学習について，あなたはどのように取り組みましたか」と提示した．質問項目は，6 件法（1．全くそう思わない〜6．とてもそう思う）により回答を求めた．

11.2.3.5.　証明問題

本研究では，中学校数学の教科書において内容を理解するために設定されている基本的な例題を参考に 2 問，応用的な章末問題を参考に 1 問の証明問題を作成した．その中で，1 問は正答率が 92%であり，ほとんどの対象者が正答したため，本研究の分析には含めなかった．以下では，本研究の分析に用いた問題について説明する．

問題 1 は，検定教科書（数研出版, 2015; 東京書籍, 2012）における内容を理解するために設定されている基本的な例題を参考に作成したものである（**図 11-2** 参照）．三角形の相似条件「2 組の角が等しい」ことを用いて，△ADE と△FBD が相似であることを示す問題である．2 組の角のうち，∠DAE と∠BFD が 90° であることは問題文と図中に示されているため，発見しやすいと考えられる．もう 1 組の角について，辺 DE と辺 BC が平行であるため，同位角である∠ADE と∠FBD が等しいことを示すことが求められる．

国立教育政策研究所（2016b, 2017）を参考にして，問題の採点基準と正答例を作成した（**表 11-**

表 11-1 数学不安，後ろ向き推論，エンゲージメントの項目一覧

下位尺度	項目
自己効力	● （証明問題それぞれについて）どの程度正解する自信がありますか.
数学不安	● 数学の授業について行けないのではないかと心配になる ● 数学の宿題をやるとなると，気が重くなる ● 数学の問題を解いているとイライラする ● 数学の問題を解くとき，手も足も出ないと感じる ● 数学で悪い成績になるのではと心配になる
後ろ向き推論	● 結論を導くために，必要なことを考えた ● 問題と解く前に，どのように解くかを考えた ● 何が示されると良いかを結論からたどって考えた ● 結論が正しくなるには，何が成り立てばいいかを考えた
行動的エンゲージメント	● 図形の学習に頑張って取り組んでいた ● 図形の課題にできるだけ頑張って取り組んでいた ● 図形の学習に集中して取り組んでいた ● 図形の学習に一生懸命取り組んでいた
感情的エンゲージメント	● 図形の学習をしているとき，気分が良かった ● 図形を学習しているとき，興味を感じた ● 図形を学習しているとき，熱中していた ● 図形の学習は楽しかった
認知的エンゲージメント	● 図形の学習方法を工夫しようとしていた ● 図形を学習しているとき，どこまで理解しているかを確認しながら勉強した ● 図形に関する定理や公式が，どうしてそのようになるのかを考えようとしていた ● 図形の学習では，正解を得るだけではなく，考え方を理解しようとしていた

図のように，∠A=90°の直角三角形ABCの辺AB，AC上に点D，EとDE//BCになるようにとる．点Dから辺BCへ垂線を引き，その交点をFとする．このとき，△ADE∽△FBDであることを証明せよ．

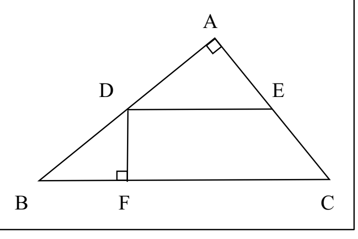


図 11-2 問題 1

2)．(a) から (c) の証明の根拠となる事柄とそれぞれの根拠について，正しく言及している場合を 1，誤って言及しているまたは無回答の場合を 0 とコード化した．根拠となる事柄 3 項目とそれぞれの根拠 3 項目の全てが正しい場合に，正答となる．

問題 2 は，検定外教科書（数研出版, 2016）における応用的な章末問題を参考に作成したものである（**図 11-3** 参照）．$BE^2 = AB \times FB$ と BE：AB＝FB：BE が同値であることから，△EBF と△

表 11-2 問題 1 の採点基準と正答例

採点基準	正答例
証明の根拠となる事柄である(a)から(c)とそれぞれの根拠を記述すること． 【根拠となる事柄】 (a) ∠DAE=∠BFD (b) ∠ADE=∠FBD (c) △ADE∽△FBD 【根拠】 (a) 仮定 (b) 平行線の同位角は等しい (c) 2 組の角がそれぞれ等しい	△ADE と△FBD において， ∠DAE = ∠BFD = 90° (仮定) … (1) DE // BC より ∠ADE = ∠FBD (同位角) … (2) (1)と(2)より，2 組の角がそれぞれ等しいので， △ADE ∽△FBD

図について，△ABC∽△ADE，∠BAC=80° である．
AEが∠BACの二等分線で，辺ABとDEの交点をFとするとき，BE^2 = AE×FBであることを証明せよ．

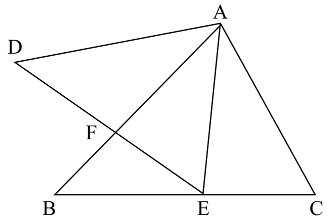


図 11-3 問題 2

ABE が相似であることを示せばいいことに気づく必要がある．△EBF と△ABE が相似であることを示すには，三角形の相似条件「2 組の角が等しい」ことを用いる．2 組の角のうち，∠EBF と∠ABE は共通する角のため，発見しやすいと考えられる．もう 1 組の角について，AE が∠BAC の二等分線であること，ならびに△ABC と△ADE が相似であることを用いて△ADF と△EBF が相似であることを示し，∠BEF と∠BAE が等しいことを示す必要がある．なお，∠BEF と∠BAE が等しいことは，三角形の内角と外角の関係から示すこともできる．BE^2＝AB × FB を示すために着目すべき図形を検討すること，および証明する手順が多いであることから，問題 1 よりも複雑な問題であると考えられる．

国立教育政策研究所（2016b, 2017）を参考にして，問題の採点基準と正答例を作成した（**表 11-3**）．（a）から（d）の証明の根拠となる事柄とそれぞれの根拠について，正しく言及している場合を 1，誤って言及しているまたは無回答の場合を 0 とコード化した．根拠となる事柄 4 項目とそれぞれの根拠 4 項目の全てが正しい場合に，正答となる．

11.2.4. 分析方法

第 1 に，問題 1 と 2 について，証明の根拠となる事柄とそれぞれの根拠に関する通過率と項目識別力を算出した．通過率は，当該項目の困難度を表している．項目識別力は，当該項目の正誤と正答項目の総数との相関係数，つまり IT 相関である．

第 2 に，数学不安と後ろ向き推論，エンゲージメント，証明問題の解決について，尺度の妥当

表 11-3 問題 2 の採点基準と正答例

採点基準	正答例
証明の根拠となる事柄である(a)から(d)とそれぞれの根拠を記述すること 【根拠となる事柄】 (a) ∠BAE=∠BEF (b) ∠ABE=∠EBF (c) △ABE∽△EBF (d) BE^2=AB×FB 【根拠】 (a) ∠DAF = ∠BEF と∠DAF = ∠DAE − ∠BAE = 40° (b) 共通 (c) 2 組の角がそれぞれ等しい (d) ▵ABE ∽ ▵EBF	△ADF と△EBF において， ∠ADF = ∠EBF (△ABC ∽△ADE) …(1) ∠AFD = ∠EFB (対頂角) … (2) (1)と(2)より，2 組の角がそれぞれ等しいので， ▵ADF ∽▵EBF よって ∠DAF = ∠BEF … (3) △ABE と△EBF において， ∠ABE = ∠EBF (共通) … (4) ∠BAE = 40°(仮定) … (5) ∠DAE = 80°(仮定) … (6) (5)と(6)より， ∠DAF = ∠DAE − ∠BAE = 40°… (7) (3)と(7)より， ∠BAE = ∠BEF = 40°… (8) (4)と(8)より，2 組の角がそれぞれ等しいので， △ABE ∽△EBF よって， AB: EB = BE : BF つまり， BE^2 = AB × FB

性を検討するために，確認的因子分析（最尤法・対角重み付き最小 2 乗法[29]）を行い，α係数，CR，AVE，相関行列を算出した[30]（α係数，CR，AVE の基準については，第 5 章を参照のこと）．

第 3 に，自己効力と数学不安，後ろ向き推論，エンゲージメント，証明問題の解決の記述統計量を算出した．記述統計量として，有効回答生徒数（*n*），尺度得点の平均値（*M*）と標準偏差（*SD*），ピアソンの積率相関係数を算出した．

第 4 に，エンゲージメントは単一尺度ではなく 3 下位尺度であることを踏まえて，Wu et al.（2021）を参考にして，エンゲージメントに関する階層的クラスター分析（ウォード法・ユークリッド距離）による類型化を行った．研究 4 と同様に，クラスター内平方和（the sum of squares within clusters）のスクリープロットを作成し，減衰状況が急激から緩やかに切り替わる点をクラスター数とした．

第 5 に，基礎的な統計情報として，得られたエンゲージメントの類型ごとに各尺度の記述統計量と相関係数を算出した．

第 6 に，仮説モデル（**図 11-1**）を検討するために，得られたエンゲージメントの類型をグループ化変数とした多母集団同時分析（最尤法）を行った．多母集団同時分析において，情報量規準と適合度指標の両方を考慮して，以下 4 つのモデルから採択するものを決定した．その上で，採択したモデルにおいて，パラメータの推定値を求めた．

- モデル 1：等値制約を課さないモデル
- モデル 2：切片に等値制約を課すモデル
- モデル 3：切片と分散に等値制約を課すモデル

[29] 2 値変数である複素数平面の問題解決については，対角重み付き最小 2 乗法を実施し，他の尺度では最尤法を用いている．

[30] 自己効力は 2 項目であるため，ここでの分析から除外した．

表 11-4 問題 1 の解答結果

	通過率	項目識別力
∠DAE=∠BFD の記述	94%	.71
∠DAE=∠BFD の根拠	90%	.68
∠ADE=∠FBD の記述	89%	.82
∠ADE=∠FBD の根拠	70%	.83
∆ADE∽∆FBD の記述	90%	.80
∆ADE∽∆FBD の根拠	65%	.84

表 11-5 問題 2 の解答結果

	通過率	項目識別力
∠BAE=∠BEF の記述	28%	.92
∠BAE=∠BEF の根拠	25%	.88
∠ABE=∠EBF の記述	26%	.95
∠ABE=∠EBF の根拠	26%	.93
△ABE∽△EBF の記述	23%	.97
△ABE∽△EBF の根拠	19%	.92
BE^2=AB×FB の記述	21%	.94
BE^2=AB×FB の根拠	20%	.93

- モデル 4：切片と分散，パス係数に等値制約を課すモデル

以上の分析には，ソフトウェアとして，R（ver. 4.2.0）および RStudio（ver. 2022.12.0）を用いた．

なお，有意水準は慣例に従い，5%とした．

11.3.結果

11.3.1. 問題１と２の解答結果

第 1 に，問題 1 の結果を**表 11-4** に記した．通過率は 65%から 94%，項目識別力は.68 から.84 であった．項目識別力の結果から，各項目と正答数の合計には強い正の相関関係が認められた．そこで，以下の分析では，正答項目数の合計を問題 1 の解決得点とした（得点範囲 0 から 6）．つまり，点数が高いほど，筋道を立てて考え，問題 1 を解決できており，6 点の場合には問題 1 に正答したことを意味している．なお，問題 1 を正答した対象者は 65%であった．

第 2 に，問題 2 の結果を**表 11-5** に記した．通過率は 19%から 28%と，想定通り問題 1 よりも低い水準であった．項目識別力は.88 から.97 であり，各項目と正答数の合計には強い正の相関関係が認められた．そこで，以下の分析では，正答項目数の合計を問題 2 の解決得点とした（得点範囲 0 から 8）．つまり，点数が高いほど，筋道を立てて考え，問題 2 を解決できており，8 点の場合には問題 2 に正答したことを意味している．なお，問題 2 を正答した対象者は 18%であった．

11.3.2. 尺度の妥当性の検討

まず，確認的因子分析の結果についてである．その結果を**表 11-6** に記した．数学不安と後ろ向き推論，問題 1 の解決は TLI ないし RMSEA，SRMR が悪い値であったものの，他の適合度指標は良好な値を示した．また，これらの尺度は，後述する α 係数，CR，AVE は一定程度の値を示したため，項目削除などは行わなかった．よって，以下の分析において，「自己効力」「数学不安」「後ろ向き推論（問題 1）」「後ろ向き推論（問題 2）」「行動的エンゲージメント」「感情的エンゲ

表 11-6 数学不安と後ろ向き推論，エンゲージメント，証明の問題解決の確認的因子分析の結果

	CFI	TLI	RMSEA	SRMR
数学不安	.91	.81	.17	.07
後ろ向き推論（問題 1）	1.00	1.00	.00	.00
後ろ向き推論（問題 2）	.98	.94	.17	.03
エンゲージメント	.97	.96	.07	.05
問題 1 の解決	1.00	1.00	.10	.12
問題 2 の解決	1.00	1.00	.05	.02

表 11-7 数学不安と後ろ向き推論，エンゲージメント，証明の問題解決の α 係数，CR，AVE

	α	CR	AVE
数学不安	.80	.81	.46
後ろ向き推論（問題 1）	.79	.80	.50
後ろ向き推論（問題 2）	.90	.90	.70
行動的エンゲージメント	.90	.90	.70
感情的エンゲージメント	.91	.92	.73
認知的エンゲージメント	.81	.81	.52
問題 1 の解決	.86	.95	.96
問題 2 の解決	.98	.99	.99

ージメント」「認知的エンゲージメント」「問題 1 の解決」「問題 2 の解決」を下位尺度とした．

次に，尺度の内的整合性，収束的妥当性，弁別的妥当性についてである．「数学不安」5 項目，「後ろ向き推論（問題 1）」4 項目，「後ろ向き推論（問題 2）」4 項目，「行動的エンゲージメント」4 項目，「感情的エンゲージメント」4 項目，「認知的エンゲージメント」4 項目，「問題 1 の解決」6 項目，「問題 2 の解決」8 項目について，α 係数，CR，AVE を**表 11-7**，自己効力を含めた相関行列を**表 11-8** に記した．以下，尺度の内的整合性，収束的妥当性，弁別的妥当性それぞれについて概観する．

その 1 に，尺度の内的整合性についてである．α 係数と CR とも.79 以上であり，慣習的な基準値である.60 を上回っていた．それゆえ，自己効力以外の使用尺度は，一定程度の内的整合性を有するものと判断できる．

その 2 に，尺度の収束的妥当性についてである．数学不安以外の尺度の AVE は，基準値である.50 以上であった. 数学不安の AVE は.50 を下回っていたものの, CR が.81 と.60 以上であった．よって，Fornell & Larcker（1981）に基づき，自己効力以外の使用尺度は一定程度の収束的妥当性を有するものと判断できる．

その 3 に，尺度の弁別的妥当性についてである．すべての下位尺度について，AVE の平方根は当該変数と他変数の相関係数よりも大きい値であったので，自己効力以外の使用尺度は，一定程度の弁別的妥当性を有するものと判断できる

そこで，以下の分析では，問題 1 と 2 の解決は正答項目数の合計，他の尺度は尺度項目ごとの加算平均を尺度得点として用いた．

表 11-8 自己効力と数学不安，後ろ向き推論，エンゲージメント，証明の問題解決の相関行列と記述統計量

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	*N*	*M*	*SD*
1. 行動的エンゲージメント	(.84)									159	4.40	0.84
2. 感情的エンゲージメント	.63	(.85)								153	3.96	1.02
3. 認知的エンゲージメント	.72	.62	(.72)							158	4.19	0.83
4. 自己効力	.41	.46	.53	–						157	3.76	1.00
5. 数学不安	-.37	-.57	-.41	-.46	(.68)					158	3.34	0.92
6. 後ろ向き推論（問題 1）	.48	.37	.36	.36	-.35	(.71)				159	4.75	0.81
7. 後ろ向き推論（問題 2）	.28	.27	.27	.46	-.38	.32	(.84)			159	3.98	1.43
8. 問題 1 の解決	.29	.18	.21	.22	-.17	.41	.29	(.98)		159	4.99	1.65
9. 問題 2 の解決	.12	.15	.16	.44	-.25	.18	.53	.24	(.99)	159	1.89	3.16

注：括弧内の数値は，AVE の平方根を表している．

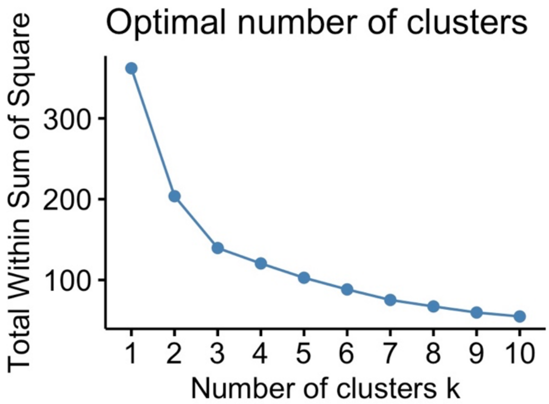


図 11-4 クラスター内平方和のスクリープロット

11.3.3. 使用尺度の記述統計量

自己効力と数学不安，後ろ向き推論，エンゲージメント，証明問題の解決の記述統計量を**表 11-8** に記した．

11.3.4. エンゲージメントの類型

エンゲージメントに関するクラスター内平方和のスクリープロットを**図 11-4** に記した．減衰状況が急激から緩やかに切り替わるのはクラスター数が 3 のときと判断して，クラスター数を 3 とした．その上で，階層的クラスター分析（ウォード法・ユークリッド距離）を行った．各クラスターにおけるエンゲージメントの記述統計量，分散分析，多重比較（Holm 法）の結果を**表 11-9** に記した．

クラスター1（*n* = 60 : 39%）は，エンゲージメントのすべての側面がクラスター2 と 3 の中間に位置した．そこで，クラスター1 を「エンゲージメント中群」と命名した．クラスター2（*n* = 49 : 33%）は，他のクラスターよりもエンゲージメントのすべての側面が低かったので，「エンゲージメント低群」と命名した．クラスター3（*n* = 43 : 28%）は，他のクラスターよりもエンゲージメントのすべての側面が高かったので，「エンゲージメント高群」と命名した．

クラスターごとの自己効力，数学不安，後ろ向き推論，証明問題の解決の記述統計量，分散分

表 11-9 クラスターごとのエンゲージメントの記述統計量と分散分析，多重比較の結果

	クラスター1 (*n* = 60)		クラスター2 (*n* = 49)		クラスター3 (*n* = 43)		*F*	η²	多重比較
	M	*SD*	*M*	*SD*	*M*	*SD*			
行動的エンゲージメント	4.53	0.53	3.64	0.71	5.12	0.53	71.94*	.49	3>1>2
感情的エンゲージメント	3.89	0.37	2.94	0.56	5.26	0.50	268.70*	.79	3>1>2
認知的エンゲージメント	4.26	0.61	3.46	0.70	4.92	0.51	64.45*	.47	3>1>2

*: $p < .001$

表 11-10 クラスターごとの自己効力，数学不安，後ろ向き推論，証明の問題解決の記述統計量と分散分析，多重比較の結果

	1.エンゲージメント中群			2. エンゲージメント低群			3. エンゲージメント高群			*F*	η²	多重比較
	n	*M*	*SD*	*n*	*M*	*SD*	*n*	*M*	*SD*			
自己効力	59	3.86	0.89	47	3.16	0.90	42	4.35	0.92	19.68**	.21	3>1>2
数学不安	58	3.40	0.91	49	3.91	0.66	42	2.62	0.71	30.88**	.30	2>1>3
後ろ向き推論（問題 1）	59	4.86	0.74	48	4.27	0.81	41	5.17	0.62	17.74**	.20	3>1>2
後ろ向き推論（問題 2）	59	3.90	1.44	48	3.67	1.31	41	4.54	1.38	4.65*	.06	3>1=2
問題 1 の解決	59	4.97	1.52	48	4.67	1.97	41	5.37	1.46	1.95	.03	*n.s.*
問題 2 の解決	59	1.88	3.16	48	1.50	3.02	41	2.39	3.44	0.86	.01	*n.s.*

**: $p < .001$, *: $p < .05$

析，多重比較（Holm 法）の結果を**表 11-10** に記した．エンゲージメント低群は，他のクラスターよりも自己効力と後ろ向き推論（問題 1）が低く，数学不安が高かった．また，エンゲージメント低群の後ろ向き推論（問題 2）は，エンゲージメント高群より低かった．エンゲージメント中群は，エンゲージメント高群よりも，数学不安が高く，自己効力と後ろ向き推論が低かった．エンゲージメント高群は，他のクラスターよりも，自己効力と後ろ向き推論が高く，数学不安は低かった．なお，クラスター間において，問題 1 と 2 の解決に有意差は認められなかった．

また，基礎的な統計情報として，クラスターごとの自己効力，数学不安，後ろ向き推論，証明問題の解決の相関行列を**表 11-11** に記した

11.3.5. 多母集団同時分析の結果

得られた 3 つのエンゲージメントの類型をグループ化変数として，**図 11-1** の仮説モデルについて多母集団同時分析を行った．なお，分析には，因子得点ではなく下位尺度得点を用いている．

モデル 1 から 4 において，3 群すべてで設定した有意水準を満たさないパスを削除しながら分析を行ったところ，最終的なモデルの適合度として**表 11-12** が得られた．情報量規準について，AIC はモデル 3，BIC はモデル 4 が最小の値であった．尤度比検定の結果について，モデル 3 と 4 はそれぞれ 5%，0.1%水準で有意であった．適合度指標について，モデル 2 はすべての適合度指標が良好な値を示したが，他のモデルは，いくつかの指標が悪い値であった．以上を踏まえ，研究 5 では，モデル 2 を採用した．

モデル 2 の結果として，標準化パス係数と決定係数（R^2）を**図 11-5** に記した．自己効力は，す

表 11-11 クラスターごとの自己効力，数学不安，後ろ向き推論，証明の問題解決の相関行列

	1. エンゲージメント中群					2. エンゲージメント低群					3. エンゲージメント高群				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
1.自己効力	―					―					―				
2.数学不安	-.14	―				-.39	―				-.49	―			
3.後ろ向き推論（問題 1）	.31	-.10	―			.09	-.10	―			.27	-.42	―		
4.後ろ向き推論（問題 2）	.29	-.18	.09	―		.44	-.39	.48	―		.52	-.40	.28	―	
5.問題 1 の解決	.18	-.02	.21	.10	―	.28	-.17	.43	.49	―	.05	-.07	.53	.10	―
6.問題 2 の解決	.42	-.18	.22	.58	.27	.44	-.27	.05	.53	.30	.44	-.28	.22	.45	.11

表 11-12 モデルごとの適合度指標

	AIC	BIC	χ^2	*df*	$\Delta\chi^2$	CFI	TLI	RMSEA	SRMR
モデル 1	2403.90	2565.80	29.98	21	−	.93	.86	.09	.08
モデル 2	2374.40	2505.40	37.95	31	7.96	.95	.93	.07	.09
モデル 3	2373.30	2474.60	56.87	41	18.93^{*}	.88	.87	.09	.12
モデル 4	2394.10	2453.60	105.61	55	48.74^{**}	.63	.69	.14	.18

**: $p < .001$, *: $p < .05$

べての群において，数学不安と有意な負の関連を，後ろ向き推論（問題 2)，問題 2 の解決と有意な正の関連を示した．また，自己効力は，エンゲージメント高・中群において，後ろ向き推論（問題 1）と有意な正の関連を示した．数学不安は，エンゲージメント高・低群において，後ろ向き推論（問題 2）と有意な負の関連を示した．後ろ向き推論（問題 1）は，すべての群において，問題 1 の解決と有意な正の関連を示した．後ろ向き推論（問題 2）は，エンゲージメント中・低群において，問題 2 の解決と有意な正の関連を示した．

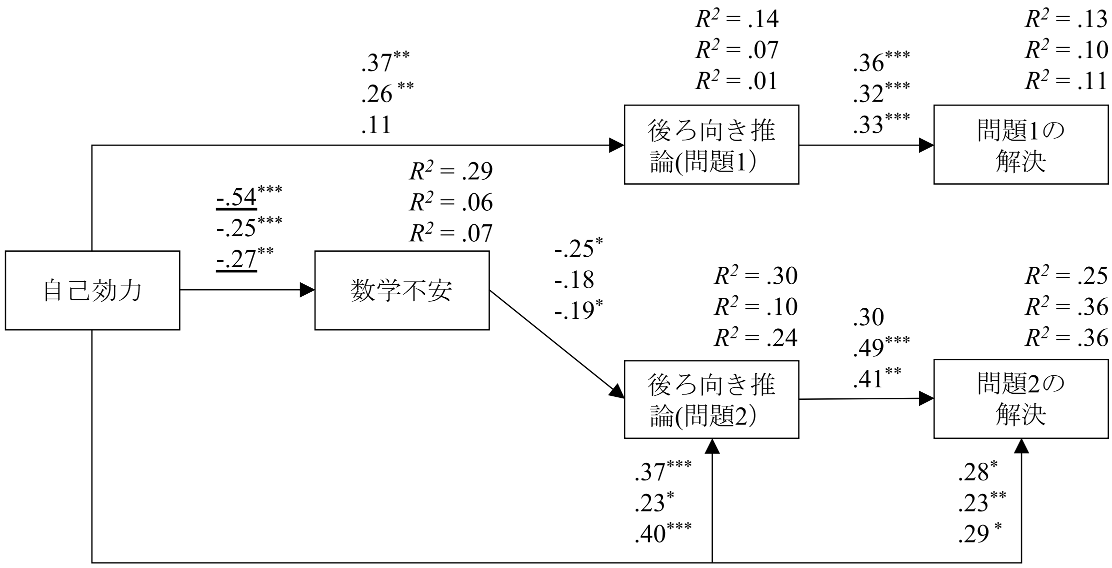
パス係数の差の検定の結果，自己効力と数学不安の負の関連は，エンゲージメント低群よりも高群の方が有意に大きいことが示された（$z = 2.42, p < .05$）．

また，自己効力と数学不安は，後ろ向き推論を介して証明問題の解決に間接効果を及ぼすことが想定されたため，媒介分析（ブートストラップ法：リサンプリング数 5000）を行った．その結果，エンゲージメント高・中群において，自己効力は後ろ向き推論（問題 1）を介して問題 1 の解決に有意な正の間接効果を及ぼすことが示された（それぞれ，それぞれ，$\beta = .13, .08, ps < .01$）．また，エンゲージメント中・低群において，自己効力は後ろ向き推論（問題 2）を介して問題 2 の解決に有意な正の間接効果を及ぼすことが示された（それぞれ，それぞれ，$\beta = .13, .18, ps < .05$）．なお，他に有意な間接効果は認められなかった．

11.4.考察

研究 5 では，自己効力と数学不安，後ろ向き推論から相似な図形に関する証明問題の解決への影響プロセスと，このプロセスに対するエンゲージメントの寄与を多母集団同時分析により検討した．以下，変数ごとに知見を整理した上で，特筆すべき知見について言及する．

第 1 に，自己効力についてである．相似な図形に関する証明問題の解決に関する自己効力が高かった生徒ほど，相似な図形の学習に関するエンゲージメントに関わらず，数学不安が低いこと，問題 2 において後ろ向き推論を使用したこと，ならびに問題 2 を解決できたことが示された．ま



***: $p < .001$, **: $p < .01$, *: $p < .05$

注：図中の数値について，上段はエンゲージメント高群，中段はエンゲージメント中群，下段はエンゲージメント低群を意味している．

注：パス係数の差の検定の結果，有意差の認められたパスに下線を引いている．

図 11-5 多母集団同時分析の結果

た，相似な図形に関する証明問題の解決に関する自己効力が高かった生徒ほど，相似な図形の学習に関するエンゲージメントが中水準以上である場合，問題 1 において後ろ向き推論を使用し，その結果問題 1 を解決できたこと，ならびにエンゲージメントが中水準以下である場合，問題 2 において後ろ向き推論を使用し，その結果として問題 2 を解決できたことが示された．これらの結果は，仮説 1 と研究 4 を概ね支持し，問題の複雑さに関わらず，課題特有の自己効力が数学的問題解決を強く規定する情意変数であることを示唆する．

他方で，相似な図形の学習に関するエンゲージメントが低水準の生徒において，課題特有の自己効力と問題 1 の解決の間に有意な関連は認められなかった．相似な図形の学習に関するエンゲージメントが低水準の生徒において，課題特有の自己効力は問題 1 の解決と関連する後ろ向き推論を含めた問題解決方略，さらには認知スキルを使用することの準拠枠として機能しなかったものと考えられる．

第 2 に，数学不安についてである．数学不安が高かった生徒ほど，相似な図形の学習に関するエンゲージメントが高水準あるいは低水準のとき，問題 2 において後ろ向き推論を使用しなかったこと，およびエンゲージメントが低水準のときのみ，後ろ向き推論を使用しないことで，問題 2 を解決できなかったことが示された．これらの結果は，仮説 2 を部分的にしか支持しないものの，数学的問題解決への寄与は数学不安よりも課題特有の自己効力が大きいという研究 4 の知見に概ね整合する．Pajares & Graham（1999）が指摘するように，課題特有の自己効力の数学的問題解決への寄与は大きく，数学不安が数学的問題解決や問題解決方略に及ぼす影響を相殺したものと考えられる．

ただし，相似な図形の学習に関するエンゲージメントが高水準のとき，数学不安と問題 2 における後ろ向き推論の使用が有意な負の関連を示したことは，数学評価不安と解法探索方略が正の関連を示した研究 4-1 と反する結果である．この結果の異同は，課題変数あるいは教育段階，測

定尺度の違いのいずれを背景としたかは定かではないが，数学学習のエンゲージメントを考慮すると，問題解決場面における数学不安から問題解決方略への影響が常に阻害的であるとは限らないことを示唆するものであろう．

第3に，後ろ向き推論についてである．相似な図形の学習に関するエンゲージメントに関わらず，問題1において後ろ向き推論を使用した生徒ほど，問題1を解決できたことが示された．他方，問題2については，相似な図形の学習に関するエンゲージメントが中水準以下の場合，後ろ向き推論を使用した生徒ほど，問題2を解決できたことが示された．これらの結果は，仮説3を概ね支持するものであり，証明問題の解決において後ろ向き推論が有効な問題解決方略であるという主張（e.g., 狩俣, 1995; Kirby & Williams, 1991）に整合する．他方，相似な図形の学習に関するエンゲージメントが高水準の場合のみ，後ろ向き推論の使用と問題2の解決の間に有意な関連は認められなかった[31]のは，エンゲージメントの高水準の生徒はより相似な図形に関する証明問題の解決にかかる経験が豊富であり，後ろ向き推論以外の問題解決方略，さらには認知スキルを適用したためと推察される．

第4に，エンゲージメントについてである．自己効力と数学不安，数学不安と問題2の後ろ向き推論, 後ろ向き推論と問題2の解決の関連において, エンゲージメントの調整効果が示された．この結果は，仮説4を支持するものである．**表 11-10** より，エンゲージメント高・中・低群により，問題1と2の解決得点に有意差は認められなかったが，相似な図形の学習に関するエンゲージメントが高いほど，数学不安の低下，相似な図形に関する証明問題の解決の自己効力，後ろ向き推論の使用が促されていた．これらの結果と研究4を総合すれば，数学学習のエンゲージメントは，数学的問題解決の要因だけではなく，その影響プロセスへも寄与するものと考えられる．

さらに，問題1と2における後ろ向き推論と問題解決の異同として，より複雑であった問題2の方が独立変数による分散説明率が高かったこと（**図 11-5** を参照）があげられる．後ろ向き推論については自己効力と数学不安，問題解決については自己効力と後ろ向き推論による寄与は，複雑な問題の方が大きかった．複雑な問題ほどより多くの問題解決方略や認知スキルなどの使用が求められるため，それぞれおよび関連要因の寄与が高まるのだろう．

以上を踏まえると，本研究の特筆すべき知見として，次の2点があげられる．

第1に，問題解決場面における情意から数学的問題解決への影響プロセスにおいて，課題特有の自己効力の寄与が大きい可能性を研究4に引き続き提示したことである．このことは，知見の適用可能性が一定程度あることを示し，学術的意義を有するものである．さらに，生徒が困難を抱える証明問題の解決における規定要因を提示したことは，学術的意義と教育的意義の両方を有するものである．

第2に，中学生における相似な図形に関する証明を対象として，問題解決場面における情意から数学的問題解決への影響プロセスにおいて，エンゲージメントによる調整効果を明らかにしたことである．これにより，研究4で示された日常的な教授・学習場面と具体的な問題解決場面のつながりを中学生においても追認し，知見の適用可能性が一定程度あることが示された．

最後に，本研究の知見は，「相似な図形に関する証明問題」に焦点を当てたものであり，他の数学の内容においても同様の知見が得られるのか定かではない．さらに，本研究は私立中学校1校のみを対象としたため，得られた結果がすべての中学生にどの程度まで一般化できるのか定かではない．今後の研究では，対象とする数学の内容を変えるなど課題変数を変更した上で，サンプルサイズとともにサンプル数を多くし, 同様の知見が得られるのかを検討することが求められる．

[31] いわゆる有意傾向であった．

第４部

総括

第12章　　総合考察

本研究は，我が国の中学生と高校生を対象として，教授・学習場面および問題解決場面の両方において,数学における情意から数学的問題解決への影響プロセスを究明することを目的とした．影響プロセスの検討にあたり，学習の取り組み，教師の指導・支援，問題解決方略，人口統計的属性，課題変数を含めて検討した．以下では，本研究を通して得られた知見を総括する．そして，最後に本研究に残された課題を述べ，本論文を締め括りたい．

12.1.本研究の総括

12.1.1. 数学的問題解決の要因とその影響プロセスに関する基礎的考察

第 1 部では，数学的問題解決の要因とその影響プロセスについて，先行研究を整理し，基礎的考察を行なった．

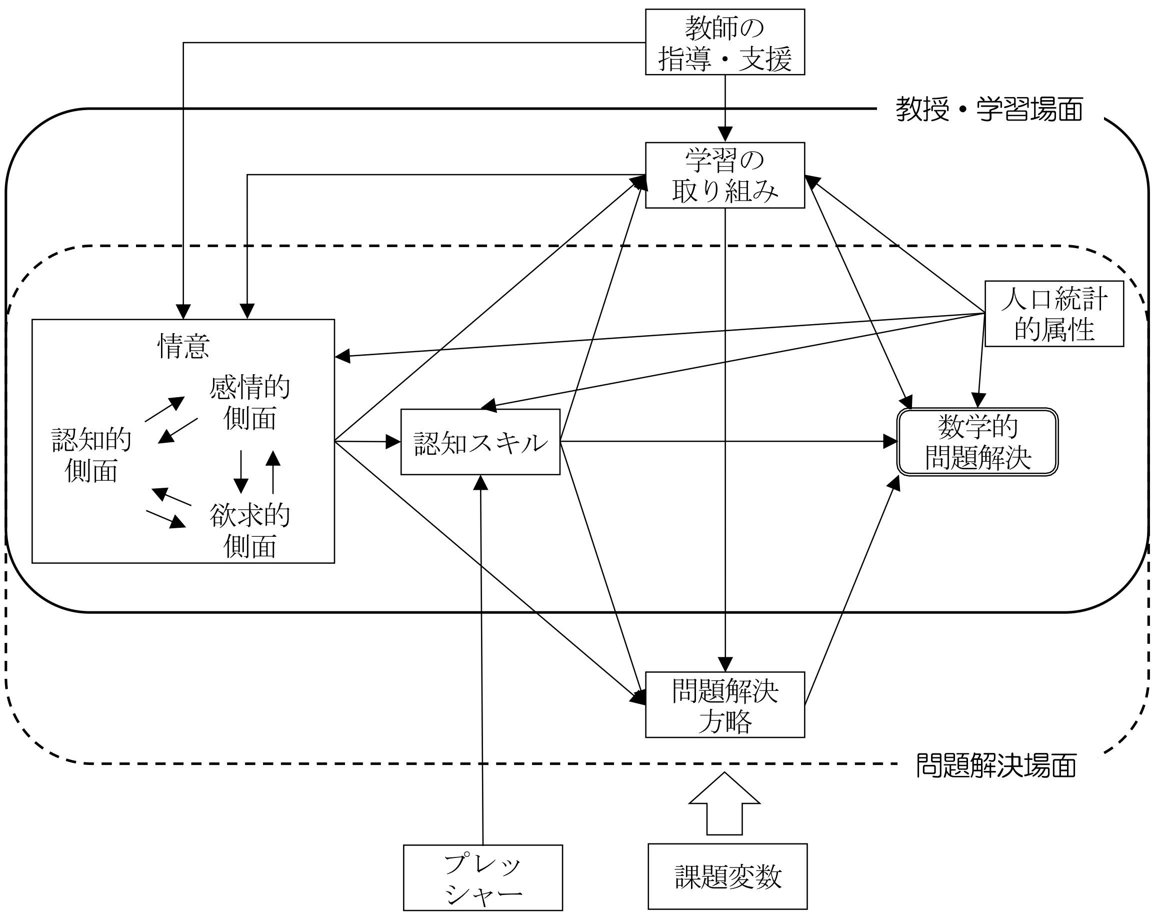
第 1 章では，数学的問題解決を「数学の知識を用いて，提示されていない解法や答えを求めること」を規定した上で，数学的問題解決研究の枠組みは，教材の内容としての数学的問題と指導法の相互作用に焦点を当てた「数学的問題解決の指導に関する研究」，数学的問題解決の根本原理の究明に焦点を当てた「数学的問題解決の過程に関する研究」と「数学的問題解決の要因とその影響プロセスに関する研究」に大別されることを示し，数学的問題解決の指導に関する研究と数学的問題解決の過程に関する研究を概観した．そして，我が国の児童生徒における数学的問題解決の現状として，児童生徒とも「計算や概念の意味に関する問題」と「記述式問題」の解決に課題があることを示し，高校生には基礎的・基本的な計算問題の解決にも課題があることを示唆した．

第 2 章では，数学的問題解決の要因に関する代表的なレビュー論文ないしメタ分析の結果（Atit et al., 2022; Carlson et al., 2008; Hembree, 1992; Kilpatrick. 1978; Peng et al., 2016; Schoenfeld, 1985; Weber & Leikin, 2016）を整理し，数学的問題解決の要因が「個人要因」「課題要因」「環境要因」に大別されることを示した．それぞれの代表的な変数として，個人要因には「人口統計的属性」「問題解決方略」「メタ認知」「認知スキル」「情意」「学習の取り組み」，課題要因には「課題変数」，環境要因には「プレッシャー」「教師の指導・支援」があることを提示し，先行研究を概観した．その上で，数学的問題解決の要因とその影響プロセスを，問題解決方略の影響を中心とした個々の問題を実際に解決する「問題解決場面」と，日常的な数学学習の取り組みと教師の指導・支援の影響を中心とした「教授・学習場面」に分けて，整理した．

第 3 章では，数学的問題解決の要因の中でも，本研究の焦点である情意について，代表的な先行研究（e.g., Batchelor et al., 2019; Hannula, 2014; McLeod, 1992）に基づき，数学における情意を「数学に関わる認知プロセス，あるいはその能力ではない変数を包括する概念」と定義し，その構造を検討した．McLeod（1992）と DeBellis & Goldin（2006），Hannula（2011, 2012）を概観し，数学における情意の構造を「認知・感情・欲求」と「特性・状態」という 2 次元に整理した．その上で，数学における情意の代表的な変数として，認知的側面には「認識的信念」「原因帰属」「達成目標」「課題価値」「自己効力」，感情的側面には「数学不安」「興味」，欲求的側面には「自己決定理論に基づく動機づけ」があることを提示し，それぞれの先行研究を概観した．その結果，実証研究の結果と統制―価値理論や達成目標理論などの理論から，認知的・感情的・欲求的側面の情意変数は互いに影響を与え合うこと，ならびに概念ごとに数学的問題解決への影響プロセスや

その寄与の程度は異なることが想定されるものの，情意は数学的問題解決や数学学習と関連する行動や認知（e.g., メタ認知，ワーキングメモリ，学習方略，問題解決方略）を介して，数学的問題解決に影響を及ぼす可能性を示した．そして，第 2，3 章を統合して，情意から数学的問題解決への影響プロセスとして**図 12-1** を提示した．さらに，数学的問題解決において情意にも焦点を当てることは，問題解決方略やメタ認知などの認知的要因では説明できなかった部分を補うだけではなく，数学的問題解決への影響プロセスを認知と情意が結びついた力動的なプロセス，すなわち「温かい数学的問題解決の影響プロセス」への移行を含意することを指摘した．

第 4 章では，**図 12-1** は数多の先行研究を整理し，暫定的に提示したモデルにすぎず，包括的な検証が望まれることを指摘した．その上で，先行研究に残された検討課題として次の 4 点を指摘した．その 1 に，「情意」「教師の指導・支援」「学習の取り組み」のように，3 要因以上を同時に取り上げて，包括的な検討を行った研究がほとんど行われていないことである．その 2 に，教授・学習場面と問題解決場面のつながりを検討した研究がほとんど行われていないことである．その 3 に，認知スキルと問題解決方略，数学不安以外の数学的問題解決の要因において，課題変数がほとんど考慮されていないことである．その 4 に，数学的問題解決の要因とその影響プロセスにおける課題変数の寄与が詳細に検討されていないことである．さらに，我が国における数学的問題解決研究の検討課題として，次の 3 点を指摘した．その 1 に，2000 年代以降，統計的方法に基



注：→は影響関係，⇨は調整効果を意味する．

図 12-1 情意から数学的問題解決への影響プロセス（**図 3-6** を再掲）

づいて，情意から数学的問題解決への影響プロセスを検討した研究の数が少ないことである．その 2 に，教師の指導・支援が情意や学習の取り組み，ひいては数学的問題解決に及ぼす影響を統計的方法に基づいて検討した研究がほとんど行われていないことである．その 3 に，人口統計的属性に着目した研究がほとんど行われていないことである．

以上を踏まえて，本研究では，我が国の中学生と高校生を対象に調査研究を行い，**図 12-2** の仮説モデルを検討した．

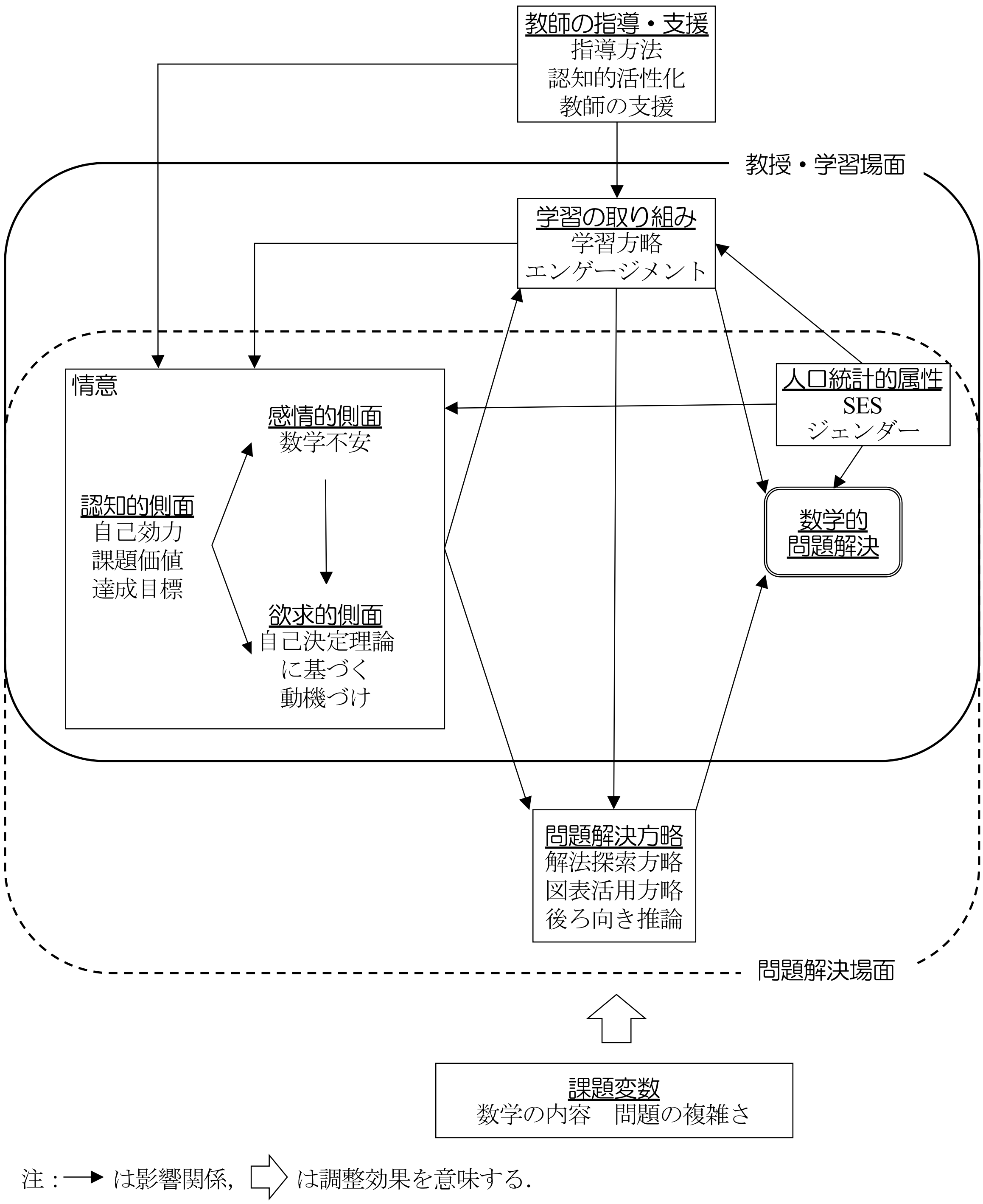


図 12-2 本研究の仮説モデル（**図 4-1** を一部修正）

12.1.2. 教授・学習場面における情意から数学的問題解決への影響プロセス

第 2 部では,「教授・学習場面における情意から数学的問題解決への影響プロセス」について検討した.

第 5 章（研究 1）では，教授・学習場面における情意から数学的問題解決への影響プロセスを検討する 1 つの試みとして，埼玉県が独自に実施している「埼玉県学力・学習状況調査」の中学校 2，3 年生のデータと担当教師の指導方法に関する質問紙調査のデータを 2 次分析し，情意（自己決定理論に基づく動機づけ）と学習の取り組み（学習方略)，教師の指導・支援（指導方法）が数学的問題解決に及ぼす影響をマルチレベル構造方程式モデリングにより検討した．その結果，内的調整と同一化的調整という自律的な動機づけが，中学校数学の基礎的・基本的な知識の適用と活用に関する問題解決に結びつく努力調整方略と認知的方略の使用を促す役割を持つ可能性が示された．他方，統制的な動機づけの中でも外的調整は，認知的方略だけではなく人的リソース方略の使用を促すため，中学校数学の基礎的・基本的な知識の適用と活用に関する問題解決を阻害する可能性が示された．さらに，数学教師が日々学習評価を行い，指導を改善することによって，中学校数学の基礎的・基本的な知識の適用と活用に関する問題解決が促される可能性が示された．

第 6 章（研究 2）では，PISA2012 における日本のデータセットを 2 次分析し，情意（自己効力と数学不安，自己決定理論に基づく動機づけ)，学習の取り組み（行動的エンゲージメント)，人口統計的属性（SES とジェンダー）が数学的問題解決に及ぼす影響とそのプロセスは，ならびにその影響が数学の内容（「量」「空間と形」「変化と関係」「不確実性とデータ」）により異なるのかをマルチレベル構造方程式モデリングにより検討した．その結果，数学の内容に関わらず，数学的問題解決に寄与する要因は，概ね同様であるが，内容により寄与の大きさやプロセスは異なる可能性が示された．具体的には，自己効力は数学的リテラシーの 4 内容側面に関する問題解決を促し，数学不安は「量」「空間と形」「変化と関係」の問題解決を阻害することが示唆された．これらの寄与の大きさに着目すると，自己効力と比して，数学不安が変化と関係，空間と形の問題解決に及ぼす影響は 5 分の 1 程度だが，量に及ぼす影響は 2 分の 1 程度であった．さらに，男性あるいは SES が恵まれている生徒という階層において，数学的問題解決と教師の指導・支援を含めた要因が促されている，あるいは有利な状況にある可能性が示された．自己決定理論に基づく動機づけから数学的問題解決への有意な影響は認められなかったものの，自律的な動機づけは行動的エンゲージメントを促すことが示唆された．学校レベルの結果において，教師の指導・支援から数学的問題解決に対する有意な影響は認められなかったが，認知的活性化が自律的な動機づけを促す可能性が示された．

第 7，8 章（研究 3）では，高校生を対象として，異なる数学の内容を学習している 2 時点において，情意と学習の取り組み，数学的問題解決の指標を測定し，教授・学習場面における情意から数学的問題解決への影響プロセスにおける数学の内容による差異を検討した．

第 7 章（研究 3-1）では，達成目標とエンゲージメントから数学的問題解決への影響プロセスにおいて，数学の内容（ベクトルと数列）による差異をパス解析により検討した．その結果，ベクトルと数列の両方において，達成目標とエンゲージメントから数学的問題解決への影響プロセスは概ね同様であったが，数学的問題解決へ寄与する変数とその寄与の大きさに異同が認められた．具体的には，ベクトルと数列という内容に関わらず，熟達目標が感情的および行動的エンゲージメントを介して数学的問題解決を促すこと，ならびに遂行目標が行動的エンゲージメントを促すことが示唆された．異同としては，数列においてのみ感情的エンゲージメントが数学的問題解決を直接的に正の関連を示したこと，ベクトルと比して，数列の問題解決の分散説明率は半分程度

であったことなどが認められた.

第 8 章（研究 3-2）では，課題価値とエンゲージメント，数学的問題解決の関連プロセスにおいて，数学の内容（平面ベクトルと空間ベクトル・行列）による差異をパス解析により検討した．その結果，平面ベクトルと空間ベクトル・行列において，課題価値と数学不安，エンゲージメントから数学的問題解決への影響プロセスは概ね同様のものであったが，数学的問題解決へ寄与する変数，ならびに要因間の関連プロセスに異同が認められた．具体的には，平面ベクトルと空間ベクトル・行列の両方において，興味価値が感情的および認知的エンゲージメントを介して数学的問題解決を促すこと，ならびに数学不安を低下させることが示唆された．異同としては，空間ベクトル・行列においてのみ制度的利用価値が数学学習不安と負の関連を示したこと，平面ベクトルと比して，行動的および認知的エンゲージメントと数学的問題解決の分散説明率は半分程度であったことなどが認められた.

研究 1 から 3 を総括すると，教授・学習場面における情意から数学的問題解決への影響プロセスについて，以下 3 点の主たる知見が得られた.

第 1 に，教授・学習場面における情意から数学的問題解決への影響プロセスとして，内的調整や同一化的調整，熟達目標，遂行目標，興味価値という情意が学習方略とエンゲージメントを介して数学的問題解決を促すことが示唆された．この知見は，情意が数学的問題解決に結びつく学習の取り組みを促す役割を果たすこと，つまり教授・学習場面における「温かい数学的問題解決の影響プロセス」の一端を示すものである.

第 2 に，異なる数学の内容であろうと，学習場面における情意から数学的問題解決への影響プロセスは概ね同様であるが，数学的問題解決へ寄与する変数とその寄与の大きさ，ならびに情意と学習の取り組みの関連は,内容の複雑さや範囲によって異なる可能性が示された.この知見は,問題解決場面のみならず教授・学習場面においても，課題変数による調整効果が存在することを示唆するものである．認知スキルと問題解決方略，数学不安以外の先行研究において，課題変数はほとんど考慮されてこなかったが，今後の研究では課題変数を考慮し，その詳細を報告することが求められるだろう．そもそも，数学的問題解決研究において，数学的問題解決の要因として課題変数に焦点が主に当てられてきたのは，1970 年代までであり（Lester, 1994），最近の研究の焦点ではなかった．その中で，本研究は，数学教育学と心理学における数学的問題解決研究に対して，数学的問題解決の要因として，さらには数学的問題解決の要因とその影響プロセスの調整変数として，課題変数に焦点を当てることの必要性と意義を改めて提示するものといえよう.

第 3 に，男性あるいは SES が恵まれている生徒という階層において，数学的問題解決や情意だけではなく教師の指導・支援までもが有利な状況にある可能性が示された．この知見は，数学教育の格差を含意する．公正性の観点から，この格差を是正することは，教員個人や学校にとどまらず，広く教員養成・研修，教育政策の課題といえよう．また，我が国の数学的問題解決研究において，児童生徒の SES やジェンダーなどの人口統計的属性を考慮した研究は数少ない．その中で，本研究は，我が国の数学教育学と心理学における数学的問題解決研究に対して，児童生徒の SES やジェンダーなどの人口統計的属性を考慮することの必要性を提示するものといえよう.

12.1.3. 問題解決場面における情意から数学的問題解決への影響プロセス

第 3 部では,「問題解決場面における情意から数学的問題解決への影響プロセス」について検討した.

第 9，10 章（研究 4）では，高校生を対象として，情意（自己効力と数学不安），問題解決方略（解法探索方略と図表活用方略）から数学的問題解決への影響プロセス，ならびにこのプロセス

に対する数学学習の取り組み（エンゲージメント）の寄与を検討した．

第9章（研究4-1）では，自己効力と数学不安，解法探索方略からベクトルの問題解決への影響プロセス，ならびにこのプロセスに対するエンゲージメントの水準と変動性の寄与を多母集団同時分析により検討した．その結果，ベクトルの問題解決への影響プロセスに対して，エンゲージメントの水準と変動性は調整効果を及ぼすことが示された．具体的には，ベクトルの問題解決に対して，エンゲージメントの水準が中程度以下の場合，数学評価不安は直接的に負の影響，エンゲージメントが中水準で不安定の場合，自己効力は解法探索方略を介して間接的に正の影響を与えることが示唆された．また，ベクトルの問題解決に対して，エンゲージメントの水準と変動性に関わらず，自己効力は直接的に正の影響を与えるが，その寄与はエンゲージメントが中程度の水準で不安定であるよりも，高水準かつ安定している場合に大きくなることが示唆された．

第10章（研究4-2）では，自己効力と特性数学不安，状態数学不安，図表活用方略から複素数平面の問題解決への影響プロセス，ならびにこのプロセスに対するエンゲージメントの寄与を多母集団同時分析により検討した．その結果，複素数平面の問題解決への影響プロセスに対して，エンゲージメントは調整効果を及ぼすことが示された．具体的には，複素数平面の問題解決に対して，エンゲージメントが高い場合，自己効力は正の影響を与えることが示唆された．また，複素数平面の問題解決に対して，エンゲージメントに関わらず，自己効力は図表活用方略を介して正の影響，数学評価不安は負の影響を与えることが示唆された．なお，状態数学不安から図表活用方略と複素数平面の問題解決への有意な影響は認められなかった．

第11章（研究5）では，中学生を対象として，情意（自己効力と数学不安），問題解決方略（後ろ向き推論）から証明問題の解決への影響プロセス，ならびにこのプロセスに対するエンゲージメントの寄与が，問題の複雑さにより異なるかを多母集団同時分析により検討した．その結果，エンゲージメントが中程度以上の場合，自己効力は複雑さの小さい証明問題において後ろ向き推論の使用を促し，その結果問題を解決できることが示唆された．エンゲージメントが中程度以下の場合，自己効力は複雑さの大きい証明問題において後ろ向き推論の使用を促し，その結果問題を解決できることが示唆された．さらに，エンゲージメントに関わらず，自己効力は複雑さの大きい証明問題の解決を促すことが示唆された．

研究4と5を総括すると，問題解決場面における情意から数学的問題解決への影響プロセスについて，以下3点の主たる知見が得られた．

第1に，問題解決場面における情意から数学的問題解決への影響プロセスとして，自己効力と数学評価不安が直接的，ないし問題解決方略を介して間接的に数学的問題解決に影響することが示唆された．数学的問題解決に対する自己効力と数学評価不安の直接的な関連は，本研究では取り上げていない問題解決方略や認知スキルなどの媒介変数の存在を示すものと考えられる．よって，情意が数学的問題解決に結びつく問題解決方略や認知スキルを促進ないし阻害する役割を果たすこと，つまり問題解決場面における「温かい数学的問題解決の影響プロセス」の一端が示唆された．先の教授・学習場面に関する知見の総括を踏まえると，本研究を通して，数学教育学と心理学における数学的問題解決研究において，数学的問題解決の要因とその影響プロセスを解明するには，学習の取り組みや問題解決方略，認知スキルだけではなく，これらを支える情意にも同時に焦点を当てる必要性が示されたといえよう．

第2に，問題解決場面における情意から数学的問題解決への影響プロセスにおいて，数学の内容や問題の複雑さに関わらず，自己効力の寄与が大きいことが示された．第3章で整理したように，様々な情意変数が数学的問題解決に影響を与えることが示されてきたが，Pajares & Graham（1999）が指摘するように，情意変数の中でも自己効力が数学的問題解決の強力な規定要因であ

ると考えられる．よって，数学的問題解決を直接的に規定する問題解決方略や認知スキルを使用することの準拠枠として，自己効力は重要な役割を果たす情意変数と位置付けることができるだろう．この知見に基づくと，数学的問題解決を促すためには，数学の教授・学習において生徒の自己効力を高めることがとりわけ有効であると考えられる．自己効力の主たるリソースには「遂行行動の達成」（実際に行動して，成功や失敗を直接体験すること）「代理的経験」（他者の成功や失敗の様子を観察学習すること）「言語的説得」（他者から言葉で説得されること）「生理的・感情的覚醒」（生理的ないし感情的な快・不快）などがある（Bandura, 1986, 2000）が，とりわけ自己効力を高めるのは「遂行行動の達成」である（Usher & Pajares, 2008）．よって，児童生徒が自己効力を高め，数学的問題解決をできるようになるために，教育者は，児童生徒に数学的問題解決について指導・支援するだけではなく，実際に生徒が数学的問題解決に取り組み，成功や失敗を直接体験する機会を数多く設定することが求められる．

第 3 に，問題解決場面における情意から数学的問題解決への影響プロセスに対して，エンゲージメントの水準と変動性は調整効果を及ぼすことが示唆された．この知見は，過去の数学学習の取り組みが数学的問題解決のみならず，その要因である情意と問題解決方略を高めること，さらには要因間の関連にも寄与することを示すものであり，教授・学習場面と問題解決場面のつながりの一端を示すものである．既述のように，数学的問題解決の要因とその影響プロセスの検討において，教授・学習場面と問題解決場面のつながりを検討した研究はほとんど行われていない．自己調整学習研究においても，個別具体的な課題に取り組むミクロな次元と，日々の授業や家庭学習に取り組むマクロな次元の接続が研究課題とされてきた（e.g., 伊藤, 2009, 2012）．その中で，本研究は，数学的問題解決研究と自己調整学習研究に対して，教授・学習場面から問題解決場面へのつながりを示したものであり，学術的意義を有する．

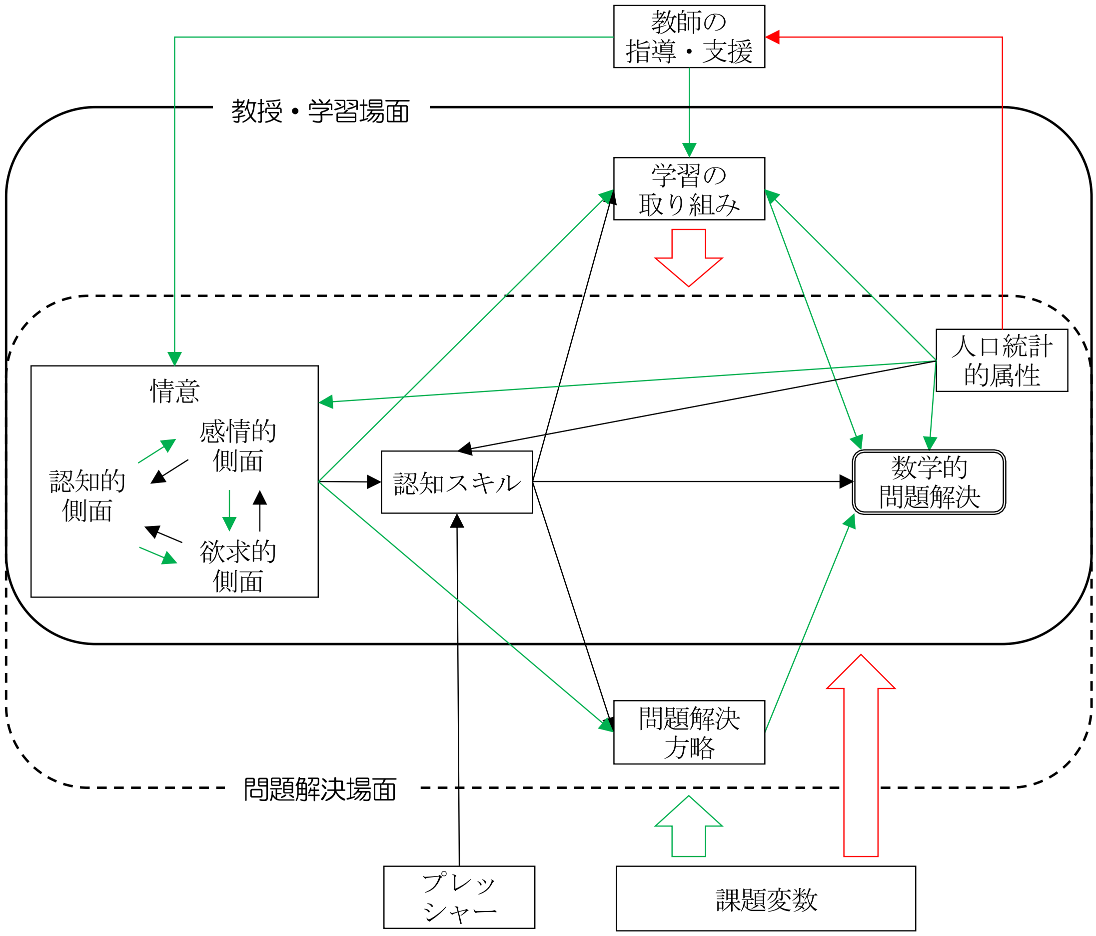
以上で得られた知見に基づいて, **図 12-1** で記した「情意から数学的問題解決への影響プロセス」に本研究が確認した，ならびに新たに発見したプロセスを加えて，修正したものを**図 12-3** に記した．**図 12-3** のモデルは，自己効力や数学不安などの個々の変数から数学的問題解決への影響プロセスを詳細に表したものではなく，多くの変数をまとめた上で，情意から数学的問題解決への影響プロセスの全体像を包括的に提示しようとするものである．ゆえに，このモデルは，数学教育学と心理学における数学的問題解決研究に対して，情意から数学的問題解決への影響プロセスに関する先行研究を整理するとともに，今後の研究の指針となる枠組みを提供するものと考えられる．

12.2.本研究の限界と今後の課題

最後に，本研究の限界と今後の課題として，以下 4 点があげられる．

第 1 に, 本研究の問題として, 研究方法の偏りがあげられる. 本研究で得られた知見の多くは, 1 時点の調査研究で得られたデータからの因果推論に基づくため，独立変数が従属変数よりも時間的に先行しているという因果関係の必要条件を満たしている確かな保証はなく，明確な因果関係は特定できない．一部の研究では縦断調査によりデータを取得しているが，そこでの因果関係も「グレンジャー因果性」(Granger, 1969) に過ぎない. つまり, 本研究で得られた知見をもって, 「情意から数学的問題解決への影響プロセス」が立証されたわけではないことに留意する必要がある．今後の研究では，調査法のみならず，実験法やインタビュー法などによる検討も合わせて行うことが求められる．

第 2 に，本研究では，情意や学習の取り組みなどの要因が「理解」「計画」「実行」「検証」とい



注：→ は影響関係，⇨ は調整効果を意味する．
注：緑線は本研究で確認されたもの，赤線は本研究を通して新たに発見されたものを意味する．

図 12-3 本研究の知見から考察された情意から数学的問題解決への影響プロセス

う数学的問題解決の過程に及ぼす影響を検討していないことがあげられる．数学的問題解決の所産は過程を経てつくり出されたものであるが，第 1 章にて述べたように，適用する知識や問題解決方略に違いがあるため，それぞれの段階で寄与する要因にも違いが認められる可能性がある．それゆえ，今後の研究では，発話プロトコルによる行動分析（e.g., Days et al., 1979）によってそれぞれの段階ごとの結果を測定し，そのデータを従属変数として，本研究と同様の分析を行うことが求められる．

第 3 に，本研究では，**図 12-3** のモデルにおいて，認知スキルとプレッシャーを取り上げた検討を行なっていないことがあげられる．情意から数学的問題解決への影響プロセスを解明するためには，これらの変数を取り上げた検討が必要となる．特に，数学的問題解決だけではなく，学習の取り組みと問題解決方略の規定要因と考えられる認知スキルに焦点を当てる必要があるだろう．その際，数多くの研究が蓄積されてきたワーキングメモリとメタ認知を取り上げることが求められよう．さらに，本研究の知見との比較という観点において，本研究が取り上げた情意変数，とりわけ数学的問題解決に最も寄与した自己効力を含めた検討を行うことが有益であると考える．

第 4 に，本研究では教師の指導・支援が数学的問題解決とその要因に及ぼす影響を十分に検討できなかったことがあげられる．研究 1 では，学習評価から数学的問題解決に対して有意な正の

関連が認められたが，使用した指導方法尺度の妥当性に課題が残された．研究 2 では，PISA データの特性上，学級レベルの分析ができなかった．今後の研究では，妥当性の担保された尺度を用いて，教師の指導・支援を学級単位で紐付けて測定し，本研究と同様の検討を行うことが求められる．

参考文献

Ainley, M., & Ainley, J. (2011). A cultural perspective on the structure of student interest in science. *International Journal of Science Education*, 33(1), 51-71.

赤松大輔. (2017). 学習観と学習方略の相互形成モデルの検証. 日本教育工学会論文誌, 41(1), 29-40.

Ames, C. (1992). Achievement goals and the classroom motivational climate. In D. H. Schunk & J. L. Meece (Eds.), *Student Perceptions in the Classroom* (pp. 327-348). Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Anderman, E. M., & Gray, D. L. (2017). The roles of schools and teachers in fostering competence motivation. In A. J. Elliot, C. S. Dweck, & D. S. Yeager (Eds.), *Handbook of Competence and Motivation: Theory and Application* (pp. 604-619). The Guilford Press.

Anderson, J. R. (1993). *Rules of the Mind*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Ashcraft, M. H., & Kirk, E. P. (2001). The relationships among working memory, math anxiety, and performance. *Journal of Experimental Psychology: General*, 130(2), 224-237.

Ashcraft, M. H., Krause, J. A., & Hopko, D. R. (2007). Is math anxiety a mathematical learning disability? In D. B. Berch & M. M. M. Mazzocco (Eds.), *Why is Math so Hard for some Children? The Nature and Origins of Mathematical Learning Difficulties and Disabilities* (pp. 329-348). Paul H. Brookes Publishing Co.

Atit, K., Power, J. R., Pigott, T., Lee, J., Geer, E. A., Uttal, D. H., Ganley, C. M., & Sorby, S. A. (2022). Examining the relations between spatial skills and mathematical performance: A meta-analysis. *Psychonomic Bulletin & Review*, 29(3), 699-720.

Atkinson, J.K., & Feather, N.T. (1966). *A Theory of Achievement Motivation*. New York: Willey.

Baddeley, A. (2007). *Working Memory, Thought, and Action*. Oxford University Press.

Baddeley, A. D., & Hitch, G. J. (1974). Working Memory. In G. A. Bower (Ed.), *Recent Advances in Learning and Motivation* (Vol. 8, pp. 47-89). New York: Academic Press.

Bandura, A. (1986). *Social Foundations of Thought and Action: A Social Cognitive Theory*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.

Bandura, A. (2000). Self-efficacy: The foundation of agency. In W. J. Perrig & A. Grob (Eds.), *Control of Human Behavior, Mental Processes, and Consciousness: Essays in Honor of the 60th Birthday of August Flammer* (pp. 17–33). Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

Barniol, P., & Zavala, G. (2014). Test of understanding of vectors: A reliable multiple-choice vector concept test. *Physical Review Special Topics-Physics Education Research*, 10(1), 01012

Baroody, A. J., Feil, Y., & Johnson, A. R. (2007). An alternative reconceptualization of procedural and conceptual knowledge. *Journal for Research in Mathematics Education,* 38, 115-131.

Barroso, C., Ganley, C. M., McGraw, A. L., Geer, E. A., Hart, S. A., & Daucourt, M. C. (2021). A meta-analysis of the relation between math anxiety and math achievement. *Psychological Bulletin*, 147(2), 134-168.

Barrouillet, P., & Lépine, R. (2005). Working memory and children's use of retrieval to solve addition problems. *Journal of Experimental Child Psychology*, 91(3), 183-204.

Batchelor, S., Torbeyns, J., & Verschaffel, L. (2019). Affect and mathematics in young children: an introduction. *Educational Studies in Mathematics*, 100(3), 201-209.

Baumeister, R. F. (1984). Choking under pressure: Self-consciousness and paradoxical effects of incentives on skillful performance. *Journal of Personality and Social Psychology*, 46(3), 610-620.

Baumert, J., Kunter, M., Blum, W., Brunner, M., Voss, T., Jordan, A., Klusmann, U., Krauss, S., Neubrand, M., & Tsai, Y.-M. (2010). Teachers' mathematical knowledge, cognitive activation in the classroom, and student progress. *American Educational Research Journal*, 47(1), 133-180.

Beilock, S. L., & DeCaro, M. S. (2007). From poor performance to success under stress: Working memory, strategy selection, and mathematical problem solving under pressure. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 33(6), 983-998.

Beilock, S. L., Kulp, C. A., Holt, L. E., & Carr, T. H. (2004). More on the Fragility of Performance: Choking Under Pressure in Mathematical Problem Solving. *Journal of Experimental Psychology: General*, 133(4), 584-600.

ベネッセ教育総合研究所. (2015). 小中学生の学びに関する調査報告書.

ベネッセ教育総合研究所. (2016). 第 5 回学校基本調査報告書.

Berglund-Gray, G., & Young, R. V. (1940). The effect of process sequence on the interpretation of two-step problems in arithmetic. *The Journal of Educational Research*, 34(1), 21-29.

Bieg, M., Goetz, T., & Lipnevich, A. A. (2014). What students think they feel differs from what they really feel – Academic self-concept moderates the discrepancy between students' trait and state emotional self-reports. *PLOS ONE*, 9(3), Article e92563.

Bishop, A. J. (1988). Mathematics education in its cultural context. *Educational Studies in Mathematics*, 19(2), 179-191.

Blums, A., Belsky, J., Grimm, K., & Chen, Z. (2017). Building links between early socioeconomic status, cognitive ability, and math and science achievement. *Journal of Cognition and Development*, 18(1), 16-40.

Brown, J. S., & Burton, R. R. (1978). Diagnostic models for procedural bugs in basic mathematical skills. *Cognitive Science*, 2(2), 155–192.

Buchanan, N. K. (1987). Factors contributing to mathematical problem-solving performance: An exploratory study. *Educational Studies in Mathematics*, 18(4), 399-415.

Cadinu, M., Maass, A., Rosabianca, A., & Kiesner, J. (2005). Why do women underperform under stereotype threat? Evidence for the role of negative thinking. *Psychological Science*, 16(7), 572-578.

Caldwell, J. H., & Goldin, G. A. (1979). Variables affecting word problem difficulty in elementary school mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 10(5), 323-336.

Callejo, M. L., & Vila, A. (2009). Approach to mathematical problem solving and students' belief systems: Two case studies. *Educational Studies in Mathematics*, 72(1), 111-126.

Carlana, M. (2019). Implicit stereotypes: Evidence from teachers' gender bias. *The Quarterly Journal of Economics*, 134(3), 1163-1224.

Carlson, M., Bloom, I., & Glick, P. (2008). Promoting effective mathematical practices in students: Insights from problem solving research. In M. Carlson & C. Rasmussen (Eds.), *Making the Connection: Research and Teaching in Undergraduate Mathematics Education* (pp. 275-288). Mathematical Association of America.

Caviola, S., Toffalini, E., Giofrè, D., Ruiz, J. M., Szűcs, D., & Mammarella, I. C. (2022). Math performance and academic anxiety forms, from sociodemographic to cognitive aspects: A meta-analysis on 906,311 participants. *Educational Psychology Review*, 34(1), 363-399.

Charles, R. & Lester, F. (1982). *Teaching Problem Solving: What, Why and How*. Palo Alto, CA: Dale.

Christenson, S. L., Reschly, A. L., & Wylie, C. (Eds.). (2012). *Handbook of Research on Student Engagement*. Springer Science + Business Media.

Ciani, K. D., Middleton, M. J., Summers, J. J., & Sheldon, K. M. (2010). Buffering against performance classroom goal structures: The importance of autonomy support and classroom community. *Contemporary Educational Psychology*, 35(1), 88-99.

Cole, J. S., Bergin, D. A., & Whittaker, T. A. (2008). Predicting student achievement for low stakes tests with effort and task value. *Contemporary Educational Psychology*, 33(4), 609-624.

Conner, M. E., Rasmussen, C., Zandieh, M., & Smith, M. (2007). Mathematical knowledge for teaching: The case of complex numbers. In *Proceedings for the Tenth Special Interest Group of the Mathematical Association of America on Research in Undergraduate Mathematics Education*. San Diego, CA.

Cooper, G., & Sweller, J. (1987). Effects of schema acquisition and rule automation on mathematical problem-solving transfer. *Journal of Educational Psychology*, 79(4), 347-362.

Crooks, N. M., & Alibali, M. W. (2014). Defining and measuring conceptual knowledge in mathematics. *Developmental Review*, 34, 344-377.

Daches Cohen, L., & Rubinsten, O. (2017). Mothers, intrinsic math motivation, arithmetic skills, and math anxiety in elementary school. *Frontiers in Psychology*, 8, Article 1939.

Days, H. C., Kulm, G., & Wheatley, G. H. (1979). Problem structure, cognitive level, and problem-solving performance. *Journal for Research in Mathematics Education*, 10(2), 135-146.

DeBellis, V. A., & Goldin, G. A. (2006). Affect and meta-affect in mathematical problem solving: A representational perspective. *Educational Studies in Mathematics*, 63(2), 131-147.

DeCaro, M. S., Rotar, K. E., Kendra, M. S., & Beilock, S. L. (2010). Diagnosing and alleviating the impact of performance pressure on mathematical problem solving. *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 63(8), 1619-1630.

Deci, E. L., & Ryan, R. M. (1985). The general causality orientations scale: Self-determination in personality. *Journal of Research in Personality*, 19(2), 109-134.

Deci, E. L., & Ryan, R. M. (2000). The" what" and" why" of goal pursuits: Human needs and the self-determination of behavior. *Psychological Inquiry*, 11(4), 227-268.

ディコルテ, E. (2009). 理論と実践をつなぐデザイン実験. 吉田甫, ディコルテ, E. (編) 子どもの論理を活かす授業づくり―デザイン実験の教育実践心理学― (pp. 2-14). 北大路書房.

De Corte, E., Mason, L., Depaepe, F., & Verschaffel, L. (2011). Self-regulation of mathematical knowledge and skills. In B. J. Zimmerman & D. H. Schunk (Eds.), *Handbook of Self-regulation of Learning and Performance* (pp. 155-172). Routledge/Taylor & Francis Group.

De Corte, E., Verschaffel, L., & Masui, C. (2004). The CLIA-model: A framework for designing powerful learning environments for thinking and problem solving. *European Journal of Psychology of Education*, 19(4), 365-384.

de Jong, T., & Ferguson-Hessler, M. G. M. (1996). Types and qualities of knowledge. *Educational Psychologist*, 31, 105-113.

Desoete, A., Baten, E., Vercaemst, V., De Busschere, A., Baudonck, M., & Vanhaeke, J. (2019). Metacognition and motivation as predictors for mathematics performance of Belgian elementary school children. *ZDM Mathematics Education*, 51(4), 667-677.

Dewey, J. (1933). *How We Think: A Restatement of the Relation of Reflective Thinking to the Educative Process*. Boston, MA: D.C. Heath & Co Publishers.

Dignath, C., & Büttner, G. (2008). Components of fostering self-regulated learning among students: A meta-analysis on intervention studies at primary and secondary school level. *Metacognition and Learning*, 3, 231-264.

Dreger, R. M., & Aiken, L. R., Jr. (1957). The identification of number anxiety in a college population. *Journal of Educational Psychology*, 48(6), 344-351.

Duncker, K. (1945). On problem solving. *Psychological Monographs*, 58(5), 1-113.

Dunlosky, J., & Metcalfe, J. (2009). *Metacognition*. Sage Publications, Inc.

Eccles, J., & Wigfield, A. (1985). Teacher expectancies and student motivation. In J.B. Dusek (Ed.), *Teacher Expectancies* (pp. 185-226). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Elliot, A. J., & Church, M. A. (1997). A hierarchical model of approach and avoidance achievement motivation. *Journal of Personality and Social Psychology*, 72(1), 218-232.

Elliot, A. J., Dweck, C. S., & Yeager, D. S. (Eds.). (2017). *Handbook of Competence and Motivation: Theory and Application* (2nd ed.). The Guilford Press.

Elliot, A. J., & Harackiewicz, J. M. (1996). Approach and avoidance achievement goals and intrinsic motivation: A mediational analysis. *Journal of Personality and Social Psychology*, 70(3), 461-475.

Elliot, A. J., & McGregor, H. A. (2001). A 2 × 2 achievement goal framework. *Journal of Personality and Social Psychology*, 80(3), 501-519.

Else-Quest, N. M., Hyde, J. S., & Linn, M. C. (2010). Cross-national patterns of gender differences in mathematics: A meta-analysis. *Psychological Bulletin*, 136(1), 103-127.

Fadlelmula, F.K., Cakiroglu, E., & Sungur, S. (2015) Developing a structural model on the relationship among motivational beliefs, self-regulated learning strategies, and achievement in mathematics. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 13, 1355-1375.

Fennema, E., & Sherman, J. (1977). Sex-related differences in mathematics achievement, spatial visualization and affective factors. *American Educational Research Journal*, 14(1), 51-71.

Ferla, J., Valcke, M., & Cai, Y. (2009). Academic self-efficacy and academic self-concept: Reconsidering structural relationships. *Learning and Individual Differences*, 19(4), 499-505.

Fornell, C., & Larcker, D. F. (1981). Evaluating structural equation models with unobservable variables and measurement error. *Journal of Marketing Research*, 18(1), 39-50.

Fredricks, J. A., Blumenfeld, P. C., & Paris, A. H. (2004). School Engagement: Potential of the concept, state of the evidence. *Review of Educational Research*, 74(1), 59-109.

Fryer, J. W., & Elliot, A. J. (2008). Self-regulation of achievement goal pursuit. In D. H. Schunk & B. J. Zimmerman (Eds.), *Motivation and Self-Regulated Learning: Theory, Research, and Applications* (pp. 53-75). Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

Fuchs, L. S., Fuchs, D., Compton, D. L., Powell, S. R., Seethaler, P. M., Capizzi, A. M., Schatschneider, C., & Fletcher, J. M. (2006). The cognitive correlates of third-grade skill in arithmetic, algorithmic computation, and arithmetic word problems. *Journal of Educational Psychology*, 98(1), 29-43.

Fuchs, L. S., Seethaler, P. M., Powell, S. R., Fuchs, D., Hamlett, C. L., & Fletcher, J. M. (2008). Effects of preventative tutoring on the mathematical problem solving of third-grade students with math and reading difficulties. *Exceptional Children*, 74(2), 155-173.

藤井義久. (1994). 数学不安尺度（MARS）に関する研究. 教育心理学研究, 42(4), 448-454.

深谷達史, 植阪友理, 太田裕子, 小泉一弘, 市川伸一. (2017). 知識の習得・活用および学習方略に焦点をあてた授業改善の取り組み―算数の「教えて考えさせる授業」を軸に―. 教育心理学研究, 65(4), 512-525.

Fung, F., Tan, C.Y., & Chen, G. (2018). Student engagement and mathematics achievement: Unraveling main and interactive effects. *Psychology in the Schools*, 55(7), 815-831.

Furinghetti, F., & Morselli, F. (2009). Every unsuccessful problem solver is unsuccessful in his or her own way: affective and cognitive factors in proving. *Educational Studies in Mathematics*, 70, 71-90.

Furnham, A., Reeves, E., & Budhani, S. (2002). Parents think their sons are brighter than their daughters: sex differences in parental self-estimations and estimations of their children's multiple intelligences. *The Journal of Genetic Psychology*, 163(1), 24-39.

ガニェ, R. M., ウェイジャー, W. W., ゴラス, K. C., ケラー, J. M. (2007). インストラクショナルデザインの原理. 北大路書房.

Ganley, C. M., & Lubienski, S. T. (2016). Mathematics confidence, interest, and performance: Examining gender patterns and reciprocal relations. *Learning and Individual Differences*, 47, 182-193.

Garofalo, J., & Lester, F. K. (1985). Metacognition, cognitive monitoring, and mathematical performance. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16(3), 163-176.

Gathercole, S. E., Pickering, S. J., Knight, C., & Stegmann, Z. (2004). Working Memory Skills and Educational Attainment: Evidence from National Curriculum Assessments at 7 and 14 Years of Age. *Applied Cognitive Psychology*, 18(1), 1-16.

Ghelichli, Y., Seyyedrezaei, S. H., Barani, G., & Mazandarani, O. (2021). The mediating role of self-regulation between student engagement and motivation among Iranian EFL learners: A structural equation modeling approach. *Journal of Modern Research in English Language Studies*, 9(1), 179-200.

Gick, M. L. (1986). Problem-solving strategies. *Educational Psychologist*, 21(1-2), 99-120.

Gilmore, C., Göbel, S. M., & Inglis, M. (2018). *An Introduction to Mathematical Cognition*. London and New York: Routledge.

Goetz, T., Bieg, M., Lüdtke, O., Pekrun, R., & Hall, N. C. (2013). Do girls really experience more anxiety in mathematics? *Psychological Science*, 24(10), 2079–2087.

Goldin, G.A. (2000). Affective pathways and representation in mathematical problem solving. *Mathematical Thinking and Learning*, 2, 209-219.

Goldin, G. A., & McClintock, C. E. (1979). *Task Variables in Mathematical Problem Solving*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

後藤和雄. (2012). 大学生の数学基礎力：鳥取大学の数クラスについて. 鳥取大学大学教育支援機構教育センター紀要, 9, 1-10.

Gough, M. F. (1954). Why failures in mathematics? Mathemaphobia: Causes and treatments. *The Clearing House*, 28(5), 290-294.

Granger, C. W. J. (1969). Investigating causal relations by econometric models and cross-spectral methods. *Econometrica*, 37(3), 424-438.

Green, C. T., Bunge, S. A., Briones Chiongbian, V., Barrow, M., & Ferrer, E. (2017). Fluid reasoning predicts future mathematical performance among children and adolescents. *Journal of Experimental Child Psychology*, 157, 125-143.

Greeno, J. G. (1978). A study of problem solving. In R. Glaser (Ed.), *Advances in Instructional Psychology* (pp. 13-75). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Grigg, S., Perera, H. N., McIlveen, P., & Svetleff, Z. (2018). Relations among math self efficacy, interest, intentions, and achievement: A social cognitive perspective. *Contemporary Educational Psychology*, 53, 73-86.

Guo, J., Marsh, H. W., Parker, P. D., Morin, A. J. S., & Yeung, A. S. (2015). Expectancy-value in mathematics, gender and socioeconomic background as predictors of achievement and aspirations: A multi-cohort study. *Learning and Individual Differences*, 37, 161-168.

Halmos, P. (1980). The heart of mathematics. *American Mathematical Monthly*, 87(7), 519-524.

半田剣一, 松原仁, 石崎俊. (1986). 学習におけるアナロジー. 人工知能, 2(1), 44-51.

Hannula, M. S. (2011). The structure and dynamics of affect in mathematical thinking and learning. In M. Pytlak, T. Rowland, & E. Swoboda (Eds.), *Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education: Cerme 7, 9th - 13th February 2011, Rzeszów, Poland* (pp. 34-60). University of Rzeszów.

Hannula, M. S. (2012). Exploring new dimensions of mathematics-related affect: Embodied and social theories. *Research in Mathematics Education*, 14(2), 137-161.

Hannula, M. S. (2014). Affect in mathematics education. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 23-27). Dordrecht: Springer.

Hannula, M.S. (2015). Emotions in problem solving. In S. Cho (Ed.), S*elected Regular Lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education* (pp.269-288). Springer, Cham.

長谷川勝久, 三輪道正. (2004). コンセプトマップと解析的思考を用いた図形の論証指導. 日本数学教育学会誌, 86(3), 2-12.

Hembree, R. (1990). The nature, effects, and relief of mathematics anxiety. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21(1), 33-46.

Hembree, R. (1992). Experiments and relational studies in problem solving: A meta-analysis. *Journal for Research in Mathematics Education*, 23(3), 242-273.

Hidi, S., & Renninger, K. A. (2006). The four-phase model of interest development. *Educational Psychologist*, 41(2), 111-127.

Hill, F., Mammarella, I. C., Devine, A., Caviola, S., Passolunghi, M. C., & Szűcs, D. (2016). Maths anxiety in primary and secondary school students: Gender differences, developmental changes and anxiety specificity. *Learning and Individual Differences*, 48, 45-53.

平岡忠. (1985). 問題解決の意義とその指導. 中島健三 (編) 数学的な考え方と問題解決 第 1 巻―研究理論編― (pp. 33-49). 金子書房.

平嶋宗. (2005). 「問題を作ることによる学習」の分類と知的支援の方法. 教育情報学会研究報告, 20(3), 3-10.

廣瀬友介, 中本敬子, 蛭田政弘. (2013). 数学学習における学習観と学習方略の関係―大学生を対象とした分析―. 文教大学教育学部紀要, 46, 45-56.

Hoffman, B. (2010). "I think I can, but I'm afraid to try": The role of self-efficacy beliefs and mathematics anxiety in mathematics problem-solving efficiency. *Learning and Individual Differences*, 20(3), 276-283.

Hoffman, B., & Schraw, G. (2009). The influence of self-efficacy and working memory capacity on problem-solving efficiency. *Learning and Individual Differences*, 19(1), 91–100.

北條雅一. (2011). 学力の決定要因―経済学の視点から―. 日本労働研究雑誌, 614, 16-27.

Hopko, D. R., Mahadevan, R., Bare, R. L., & Hunt, M. K. (2003). The abbreviated math anxiety scale (AMAS): Construction, validity, and reliability. *Assessment*, 10(2), 178-182.

堀啓造. (2005). 因子分析における因子数決定法―平行分析を中心にして―. 香川大学経済論叢, 77(4), 545-580.

Hulleman, C. S., Schrager, S. M., Bodmann, S. M., & Harackiewicz, J. M. (2010). A meta- analytic review of achievement goal measures: Different labels for the same constructs or different constructs with similar labels? *Psychological Bulletin*, 136, 422-449.

市川伸一, 南風原朝和, 杉澤武俊, 瀬尾美紀子, 清河幸子, 犬塚美輪, 村山航, 植阪友理, 小林寛子, 篠ヶ谷圭太. (2009). 数学の学力・学習力診断テスト COMPASS の開発. 認知科学, 16(3), 333-347.

市原学, 新井邦二郎. (2002). 高校生における学業的自己概念の性差・コース間の差. 日本教育心理学会第 44 回総会発表論文集, 255.

市原学, 新井邦二郎. (2006). 数学学習場面における動機づけモデルの検討―メタ認知の調整効果―. 教育心理学研究, 54(2), 199-210.

市村美帆. (2012). 自尊感情の変動性の測定手法に関する検討. パーソナリティ研究, 20(3), 204-216.

伊田勝憲. (2001). 課題価値評定尺度作成の試み. 名古屋大学大学院教育発達科学研究科紀要 心理発達科学. 48, 83-95.

飯田慎司. (1990). 問題解決. 岩合一男 (編) 算数・数学教育学 (pp. 135-149). 福村出版.

飯田慎司. (2010). 問題解決. 日本数学教育学会 (編) 数学教育学研究ハンドブック (pp. 221-232). 東洋館出版.

今田純雄. (2015). 情動Ⅰ：情動の基礎. 今田純雄, 北口勝也 (編) 動機づけと情動 (pp.82-97). 培風館.

今井俊博. (1991). 生徒の数学への情意的要因の様相について―中・高生の数学の達成度，習熟度による比較―.日本数学教育学会誌, 73(1), 2-9.

今井俊博. (2010). 情意. 日本数学教育学会 (編) 数学教育学研究ハンドブック (pp. 318-325). 東洋館出版.

今井俊博. (2018). 日本の数学教育政策に関する批判的考察―数学へのアフェクトに焦点を当てて―. 同志社大学博士論文.

Inprasitha, M. & Nohda, N. (1998). Learning mathematics as emotional participation. *Journal of Science Education in Japan*, 22(3), 155-161.

犬塚美輪. (2016). 大学初年次生の数学信念の構造. 教育心理学研究, 64(1), 13-25.

石田淳一. (1982). 算数・数学の問題解決における課題変数の効果 (1)序論. 愛知教育大学教科教育センター研究報告, 6, 183-191.

石田淳一. (1983). 算数教育と問題解決―「問題解決」の意味と問題解決指導の問題点を中心に―. 愛知教育大学研究報告, 32 (教育科学編), 277-292.

石田淳一. (1992). 数学的問題解決方略の指導に関する研究―「おはじきの数」問題を手掛かりに―. 日本数学教育学会誌, 74(2), 27-32.

石田淳一. (2008). 算数科における「パターン発見」方略の指導に関する実証的研究：問題解決指導の充実・発展のために. 大学教育出版.

石田淳一, 多鹿秀継. (1993). 算数文章題解決における下位過程の分析. 科学教育研究, 17(1), 18-25.

石田忠男. (1990). 数学的な考え方とその育成. 岩合一男 (編) 算数・数学教育学 (pp. 28-48). 福村出版.

石谷茂. (1970). アルゴリズムと数学教育. 明治図書.

伊藤説朗. (2010). 数学的な考え方の育成. 日本数学教育学会 (編) 数学教育学研究ハンドブック (pp. 30-37). 東洋館出版.

伊藤崇達. (1996). 学業達成場面における自己効力感, 原因帰属, 学習方略の関係. 教育心理学研究, 44(3), 340-349.

伊藤崇達. (2009). 自己調整学習の成立過程―学習方略と動機づけの関連―. 北大路書房.
伊藤崇達. (2012). 自己調整学習方略とメタ認知. 自己調整学習研究会. (編). 自己調整学習―理論と実践の新たな展開へ― (pp.31-53). 北大路書房.
岩崎秀樹. (1992). 問題解決過程の表記論的分析―算数から数学への展開―. 岩合一男先生退官記念出版会 (編) 数学教育学の新展開 (pp.200-211). 聖文社.
岩崎秀樹, 山口武志. (1998). メタ認知は教授-学習の成因か成果か―数学教育におけるメタ認知概念の拡張に関する考察―. 科学教育研究, 22(4), 178-190.
Jerman, M., & Rees, R. (1972). Predicting the relative difficulty of verbal arithmetic problems. *Educational Studies in Mathematics*, 4(3), 306–323.
Jiang, Y., Song, J., Lee, M., & Bong, M. (2014). Self-efficacy and achievement goals as motivational links between perceived contexts and achievement. *Educational Psychology*, 34(1), 92-117.
実教出版. (2018). 新編 数学 B. 実教出版.
実教出版. (2019). 新編 数学Ⅲ. 実教出版.
Jordan, N. C., Hansen, N., Fuchs, L. S., Siegler, R. S., Gersten, R., & Gersten, D. (2013). Developmental predictors of fraction concepts and procedures. *Journal of Experimental Child Psychology*, 116(1), 45-58.
科学技術の智プロジェクト. (2008). 21 世紀の科学技術リテラシー像～豊かに生きるための智～プロジェクト 総合報告書. http://literacy-report.scri.co.jp/wp-content/uploads/2018/12/00_総合報告書（2010 年 8 月訂正版）.pdf (参照日 2022.12.12)
鹿毛雅治. (1994). 内発的動機づけ研究の展望. 教育心理学研究, 42(3), 345-359.
鹿毛雅治. (2013). 学習意欲の理論―動機づけの教育心理学―. 金子書房.
海保博之. (1999). 「温かい認知」の心理学. 金子書房.
梶原健司. (2010). 大学新入生の数学の学力：九州大学新入生数学基礎学力調査の結果より. 科学, 80(8), 1134-1137.
鎌田次郎. (1985). 測定用具を用いた我国中学生の数学に対する不安の研究. 日本数学教育学会誌, 67(43.44), 59-63.
鎌田次郎. (1988). リッカート型用具によって測定された我国中学生の数学不安について. 日本教科教育学会誌, 13(1), 9-17.
鎌田次郎. (1993). 中学生の数学についての信念を測定するための用具の開発，および数学についての信念と数学の成績との間の関係についての検討. 科学教育研究, 17(1), 3-10.
狩俣智. (1995). ACT による中学生の問題解決研究. 琉球大学教育学部教育実践研究指導センター紀要. 3, 1-11.
片桐重男. (1988a). 数学的な考え方・態度とその指導 2―問題解決過程と発問分析―. 明治図書.
片桐重男. (1988b). 数学的な考え方・態度とその指導 1―数学的な考え方の具体化―. 明治図書.
加藤久恵. (1999). 数学的問題解決におけるメタ認知の機能とその育成に関する研究. 広島大学博士論文.
川本哲也, 日高一郎, 梅原章太郎. (2019). 青年の学習内容に対する興味における年齢差と性差―都内中等教育学校におけるパネル調査のベースラインデータから―. 東京大学大学院教育学研究科附属学校教育高度化・効果検証センター研究紀要, 4, 92-106.
川添充, 岡本真彦. (2016). 学習者の心的表象が空間ベクトルの一次独立性の理解に及ぼす影響. 日本数学教育学会誌, 98(RS), 17-24.
Kernis, M. H., Grannemann, B. D., & Barclay, L. C. (1989). Stability and level of self-esteem as predictors

of anger arousal and hostility. *Journal of Personality and Social Psychology*, 56(6), 1013-1022.
解良優基, 中谷素之. (2014). 認知された課題価値の教授と生徒の課題価値評定，および学習行動との関連. 日本教育工学論文誌, 38(1), 61-71.
Kilpatrick, J. (1978). Variables and methodologies in research on problem solving. In L. Hatfield (Ed.), *Mathematical Problem Solving* (pp. 7-20). Columbus, OH: ERIC.
Kilpatrick, J. (1985). A retrospective account of the past twenty-five years of research on teaching mathematical problem solving. In E. A. Silver (Ed.), *Teaching and Learning Mathematical Problem Solving: Multiple Research Perspectives* (pp. 1-16). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
Kirby, J. R., & Williams, N. H. (1991). *Learning Problems: A Cognitive Approach*. Toronto: Kagan and Woo.
Kintsch, W., & Greeno, J. G. (1985) Understanding and solving word arithmetic problems. *Psychological Review*, 92(1), 109-129.
Kloosterman, P., & Stage, F. (1992). Measuring beliefs about mathematical problem solving. *School Science and Mathematics*, 92(3), 109-115.
国立教育政策研究所. (2015). 平成 27 年度高等学校学習指導要領実施状況調査の結果を見るに当たって. https://www.nier.go.jp/kaihatsu/shido_h27/h27/h22csr_miruniatatte.pdf (参照日 2021.04.13)
国立教育政策研究所. (2016a). PISA2012 年調査 評価の枠組み―OECD 生徒の学習到達度調査―. 明石書店.
国立教育政策研究所. (2016b). 平成 28 年度全国学力・学習状況調査報告書 【中学校／数学】. https://www.nier.go.jp/16chousakekkahoukoku/report/data/16mmath.pdf (参照日 2021.04.13)
国立教育政策研究所. (2017). 平成 29 年度全国学力・学習状況調査報告書 【中学校／数学】. https://www.nier.go.jp/17chousakekkahoukoku/report/data/17mmath.pdf (参照日 2021.04.13)
国立教育政策研究所. (2019). 生きるための知識と技能 7 OECD 生徒の学習到達度調査 (PISA) ―2018 年調査国際結果報告書―. 明石書店.
国立教育政策研究所. (2021a). TIMSS2019 算数・数学教育／理科教育の国際比較―国際数学・理科動向調査の 2019 年調査報告書―. 明石書店.
国立教育政策研究所. (2021b). 令和 3 年度全国学力・学習状況調査報告書 小学校算数―児童生徒一人一人の学力・学習状況に応じた学習指導の改善に向けて―. https://www.nier.go.jp/21chousakekkahoukoku/report/data/21pmath.pdf (参照日 2022.12.31)
国立教育政策研究所. (2021c). 令和 3 年度全国学力・学習状況調査報告書 中学校数学ー児童生徒一人一人の学力・学習状況に応じた学習指導の改善に向けてー.https://www.nier.go.jp/21chousakekkahoukoku/report/data/21mmath.pdf (参照日 2022.12.31)
国立特殊教育総合研究所. (2006). 「個別の教育支援計画」の策定に関する実際的研究. https://www.nise.go.jp/kenshuka/josa/kankobutsu/pub_c/c-61.html (参照日 2023.01.20)
古新直哉. (2009) 高等学校における問題解決方略の指導法. 数学教育論文発表論文集, 42, 79-84.
古藤怜. (1985a). 課題設定のあり方. 中島健三 (編) 数学的な考え方と問題解決 第 1 巻―研究理論編― (pp. 17-31). 金子書房.
古藤怜. (1985b). 問題解決におけるストラテジーの指導. 明治図書.
Kranzler, J. H., & Pajares, F. M. (1997). An exploratory factor analysis of the mathematics self-efficacy scale—revised (MSES-R). *Measurement and Evaluation in Counseling and Development*, 29, 215-228.
Krulik, S. & Rudnick, J. A. (1988). *Problem Solving: A Handbook for Elementary School Teachers*. Newton: Allyn and Bacon
工藤与志文. (2020). 教授・学習からみた「支援」の問題. 発達支援学研究, 1(1), 5-12.

熊倉啓之. (2005). 中学との接続を重視した高等学校幾何教育に関する研究―ベクトルの指導に焦点を当てて―. 静岡大学教育学部研究報告(教科教育学篇), 36, 101-116

國宗進. (2017). 数学教育における論証の理解とその学習指導. 東洋館出版社.

Kunter, M., Klusmann, U., Baumert, J., Richter, D., Voss, T., & Hachfeld, A. (2013). Professional competence of teachers: Effects on instructional quality and student development. *Journal of Educational Psychology*, 105(3), 805-820.

黒田恭史. (2022). 数学教育とは. 黒田恭史 (編) 中等数学科教育法序論 (pp.1-20). 共立出版.

黒澤俊二. (2019). 「数学的な考え方」という用語は何を意味するのか―小学校算数における「数学的な考え方」の意味と意義―. 立教大学教育学科研究年報, 63, 77-102.

Lai, Y., Zhu, X., Chen, Y., & Li, Y. (2015). Effects of mathematics anxiety and mathematical metacognition on word problem solving in children with and without mathematical learning difficulties. *PLOS ONE*, 10(6), Article e0130570.

Latifa, B. R. A., Purwaningsih, E., & Sutopo, S. (2021). Identification of students' difficulties in understanding of vector concepts using test of understanding of vector. *Journal of Physics: Conference Series*, 2098(1), 012018.

Lavasani, M. G., Hejazi, E., & Varzaneh, J. Y. (2011). The predicting model of math anxiety: The role of classroom goal structure, self-regulation and math self-efficacy. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 15, 557-562.

Lavasani, M. G., Malahmadi, E., & Amani, J. (2010). The role of self-efficacy, task value, and achievement goals in predicting learning approaches and mathematics achievement. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 5, 942-947.

Lazarides, R., & Rubach, C. (2017). Instructional characteristics in mathematics classrooms: relationships to achievement goal orientation and student engagement. *Mathematics Education Research Journal*, 29(2), 201-217.

Lee, J. (2009). Universals and specifics of math self-concept, math self-efficacy, and math anxiety across 41 PISA 2003 participating countries. *Learning and Individual Differences*, 19(3), 355-365.

Lee, K. S. (1982). Fourth graders' heuristic problem-solving behavior. *Journal for Research in Mathematics Education*, 13(2), 110-123.

Lee, W., Lee, M.-J., & Bong, M. (2014). Testing interest and self-efficacy as predictors of academic self-regulation and achievement. *Contemporary Educational Psychology*, 39(2), 86-99.

Lee, K., Ning, F., & Goh, H. C. (2014). Interaction between cognitive and non-cognitive factors: The influences of academic goal orientation and working memory on mathematical performance. *Educational Psychology*, 34(1), 73-91.

León, J., Núñez, J. L., & Liew, J. (2015). Self-determination and STEM education: Effects of autonomy, motivation, and self-regulated learning on high school math achievement. *Learning and Individual Differences*, 43, 156-163.

Lester, F. K. (1994). Musings about mathematical problem-solving research: 1970-1994. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25, 660-675.

Lester, F. K. & Cai, J. (2016). Can Mathematical Problem Solving Be Taught? Preliminary Answers from 30 Years of Research. In P. Felmer, E. Pehkonen, & J.Kilpatrick (Eds.) P*osing and Solving Mathematical Problems. Research in Mathematics Education* (pp. 117-135). Springer, Cham.

Li, Q., Cho, H., Cosso, J., & Maeda, Y. (2021). Relations between students' mathematics anxiety and motivation to learn mathematics: A meta-analysis. *Educational Psychology Review*, 33(3), 1017-1049.

Li, H., Liu, J., Zhang, D., & Liu, H. (2021). Examining the relationships between cognitive activation, self-efficacy, socioeconomic status, and achievement in mathematics: A multi-level analysis. *The British Journal of Educational Psychology*, 91(1), 101-126.

Liljedahl, P., & Hannula, M. S. (2016). Research on mathematics-related affect: Examining the structures of affect and taking the social turn. In Á. Gutiérrez, G. C. Leder, and P. Boero (Eds.), *The Second Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: The Journey Continues* (pp. 417-446). Sense publishers.

Lin, X. (2021). Investigating the unique predictors of word-problem solving using meta-analytic structural equation modeling. *Educational Psychology Review*, 33(3), 1097-1124.

Linnenbrink-Garcia, L., & Patall, E. A. (2016). Motivation. In L. Corno & E. M. Anderman (Eds.), *Handbook of Educational Psychology* (pp. 91–103). Routledge/Taylor & Francis Group.

Lipowsky, F., Rakoczy, K., Pauli, C., Drollinger-Vetter, B., Klieme, E., & Reusser, K. (2009). Quality of geometry instruction and its short-term impact on students' understanding of the Pythagorean Theorem. *Learning and Instruction*, 19(6), 527-537.

Liu, D., & Kottegoda, Y. (2019). Disconnect between undergraduates’ understanding of the algebraic and geometric aspects of vectors. *European Journal of Physics,* 40(3), 035702.

Liu, P., & Li, Z. (2012). Task complexity: A review and conceptualization framework. *International Journal of Industrial Ergonomics*, 42(6), 553-568.

Liu W. C. (2021). Implicit theories of intelligence and achievement goals: A look at students' intrinsic motivation and achievement in mathematics. *Frontiers in Psychology*, 12, 593715.

Lukowski, S. L., DiTrapani, J. B., Jeon, M., Wang, Z., Schenker, V. J., Doran, M. M., Hart, S. A., Mazzocco, M. M. M., Willcutt, E. G., Thompson, L. A., & Petrill, S. A. (2019). Multidimensionality in the measurement of math-specific anxiety and its relationship with mathematical performance. *Learning and Individual Differences*, 70, 228-235.

Ma, X. (1999). A meta-analysis of the relationship between anxiety toward mathematics and achievement in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(5), 520-540.

牧野智彦. (2014). 生徒による証明に関する困難性の認知的特徴について. 宇都宮大学教育学部教育実践総合センター紀要, 37, 89-98.

Marsh, H. W., Trautwein, U., Lüdtke, O., Köller, O., & Baumert, J. (2005). Academic self-concept, interest, grades, and standardized test scores: Reciprocal effects models of causal ordering. *Child Development*, 76(2), 397-416.

Marsh, H. W., Lüdtke, O., Nagengast, B., Trautwein, U., Morin, A. J., Abduljabbar, A. S., & Köller, O. (2012). Classroom climate and contextual effects: Conceptual and methodological issues in the evaluation of group-level effects. *Educational Psychologist*, 47(2), 106-124.

Mason, L. (2003). High school student's beliefs about maths, mathematical problem solving and their achievement in maths: A cross-sectional study. *Educational Psychology*, 23(1), 73-85.

松沼光泰. (2004). テスト不安，自己効力感，自己調整学習及びテストパフォーマンスの関連性—小学校 4 年生と算数のテストを対象として—. 教育心理学研究, 52(4), 426-436.

Mattarella-Micke, A., & Beilock, S. L. (2013). The integration of emotion and cognitive control. In T. Packiam Alloway & R. G. Alloway (Eds.), *Working Memory: The Connected Intelligence* (pp. 239-260). Psychology Press.

Mayer, R. E. (1982). Memory for algebra story problems. *Journal of Educational Psychology,* 74(2), 199-216.

Mayer, R.E. (1985) Implications of cognitive psychology for instruction in mathematical problem solving. In E. A. Silver (Ed.), *Teaching and Learning Mathematical Problem Solving* (pp. 123-145). NJ: Lawrence Earlbaum.

Mayer, R. E. (1992). *Thinking, Problem Solving, Cognition.* Second Edition. New York: W. H. Freeman and Company.

Mayer, R. E. (1998). Cognitive, metacognitive, and motivational aspects of problem solving. *Instructional Science*, 26(1-2), 49-63.

McLeod, D. B. (1992). Research on affect in mathematics education: A reconceptualization. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 575-596). Macmillan Publishing Co, Inc.

Meece, J. L., Wigfield, A., & Eccles, J. S. (1990). Predictors of math anxiety and its influence on young adolescents' course enrollment intentions and performance in mathematics. *Journal of Educational Psychology*, 82(1), 60-70.

Middleton, J. A., & Spanias, P. (1999). Motivation for achievement in mathematics: Findings, generalizations, and criticisms of the research. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(1), 65-88.

湊三郎, 鎌田次郎. (1997). 中学生における数学の学力と数学に対する態度との間の因果的優越関係. 日本数学教育学会誌, 67・68, 3-28.

御園真史, 赤堀侃司. (2008). TIMSS 2003 における数学の授業と生徒の態度・得点の関係の国際比較. 科学教育研究, 32(3), 186-195.

Mitchell, M. (1993). Situational interest: Its multifaceted structure in the secondary school mathematics classroom. *Journal of Educational Psychology*, 85(3), 424–436.

文部省. (1999). 高等学校学習指導要領解説 数学編 理数編. 実教出版.

文部科学省. (2009). 高等学校学習指導要領解説 数学編 理数編. 実教出版.

文部科学省. (2017a). 中学校学習指導要領 (平成 29 年告示) 解説 数学編. https://www.mext.go.jp/component/a_menu/education/micro_detail/__icsFiles/afieldfile/2019/03/18/1387018_004.pdf (参照日 2022.12.12)

文部科学省. (2017b). 小学校学習指導要領 (平成 29 年告示) 解説 算数編. https://www.mext.go.jp/component/a_menu/education/micro_detail/__icsFiles/afieldfile/2019/03/18/1387017_004.pdf (参照日 2022.12.12)

文部科学省. (2018). 高等学校学習指導要領 (平成 30 年告示) 解説 数学編 理数編. https://www.mext.go.jp/content/1407073_05_1_2.pdf (参照日 2022.12.12)

森永康子. (2017). 「女性は数学が苦手」ーステレオタイプの影響について考えるー. 心理学評論, 60(1), 49-61.

Mouratidis, A., Michou, A., Demircioğlu, A. N., & Sayil, M. (2018). Different goals, different pathways to success: Performance-approach goals as direct and mastery-approach goals as indirect predictors of grades in mathematics. *Learning and Individual Differences,* 61, 127-135.

Muis, K. R. (2004). Personal epistemology and mathematics: A critical review and synthesis of research. *Review of Educational Research*, 74(3), 317-377.

邑本俊亮. (2021). 知識. 子安増生, 丹野義彦, 箱田裕司 (監修) 有斐閣現代心理学辞典 (p. 512).

有斐閣.
村山航. (2003). 達成目標理論の変遷と展望―「緩い統合」という視座からのアプローチ―. 心理学評論, 46(4), 564-583.
Murtagh, F., & Heck, A. (2012). *Multivariate Data Analysis* (Vol. 131). Springer Science & Business Media.
Nagengast, B., & Marsh, H. W. (2012). Big fish in little ponds aspire more: Mediation and cross-cultural generalizability of school-average ability effects on self-concept and career aspirations in science. *Journal of Educational Psychology*, 104(4), 1033-1053.
中原忠男. (1995). 何のための算数・数学教育か―算数・数学教育の目的―. 日本数学教育学会誌, 77(6-7), 104-107.
中島健三. (1982). 算数・数学教育と数学的な考え方―その進展のための考察― 第二版. 金子書房
中道圭人. (2013) 児童における算数問題解決，ワーキングメモリ，およびプランニング能力の関連. 教科開発学論集, 1, 91-101.
中西啓喜. (2015). パネルデータを用いた学力格差の変化についての研究. 教育学研究, 82(4), 583-593.
中野佐三, 淵上孝. (1952). 文章題の指導の仕方. 中野佐三 (編) 算数科の教育心理 (pp. 77-184). 金子書房.
奈須正裕. (1990). 学業達成場面における原因帰属，感情，学習行動の関係. 教育心理学研究, 38(1), 17-25.
Newell, A., & Simon, H. A. (1972). *Human Problem Solving*. Prentice-Hall.
西村多久磨. (2019). 自己決定理論. 上淵寿, 大芦治 (編) 新動機づけ研究の最前線 (pp. 45-73). 北大路書房.
西村多久磨, 河村茂雄, 櫻井茂男. (2011). 自律的な学習動機づけとメタ認知的方略が学業成績を予測するプロセス―内発的な学習動機づけは学業成績を予測することができるのか? ―. 教育心理学研究, 59(1), 77-87.
Niss, M. A. (1996). Goals of mathematics teaching. In A. J. Bishop (Ed.), *International Handbook of Mathematics Education* (pp. 11-47). Kluwer Academic Publishers.
Nordlander, M., & Norlander, E. (2011). On the concept image of complex numbers. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 43(5), 627-641.
Novak, E., & Tassell, J. L. (2017). Studying preservice teacher math anxiety and mathematics performance in geometry, word, and non-word problem solving. *Learning and Individual Differences*, 54, 20-29.
OECD. (2014a). *Results: Ready to Learn: Students' Engagement, Drive and Self-beliefs (Volume Ⅲ)*. Paris, France: OECD Publishing.
OECD. (2014b). *PISA 2012 Technical Report*. Paris, France: Author.
岡田涼. (2012). 自律的な動機づけは学業達成を促すか―メタ分析による検討―. 香川大学教育学部研究報告 第 I 部, 138, 63-73.
岡田涼, 伊藤崇達, 梅本貴豊. (2013). 動機づけの全般的レベルおよび不安定性を捉える試み―動機づけ特性，自己動機づけ方略との関連から―. 教育心理学フォーラム・レポート, FR-2013-01, 1-11.
岡本和夫. (2019). 数学 B 新訂版 教授用指導書. 実教出版.
岡本真彦. (1992). 算数文章題の解決におけるメタ認知の検討. 教育心理学研究, 40(1), 81-88.
岡本真彦. (1999). 算数文章題の解決におけるメタ認知の研究. 風間書房.
岡本真彦. (2008). 数学的問題解決におけるメタ認知. 三宮真智子 (編) メタ認知―学習力を支え

る高次認知機能― (pp. 111-129). 北大路書房.

岡本尚子, 二澤善紀, 月岡卓也. (2018). 算数科教育. ミネルヴァ書房.

Op't Eynde, P., & De Corte, E. (2003). *Students' Mathematics-Related Belief Systems: Design and Analysis of a Questionnaire*.

Orbach, L., Herzog, M., & Fritz, A. (2019). Relation of state-and trait-math anxiety to intelligence, math achievement and learning motivation. *Journal of Numerical Cognition*, 5(3), 371-399.

小塩真司. (2021). 非認知能力―概念・測定と教育の可能性―. 北大路書房.

尾崎幸謙, 川端一光, 山田剛史. (2018). R で学ぶマルチレベルモデル［入門編］―基本モデルの考え方と分析―. 朝倉書店.

Özcan, Z. Ç., & Eren Gümüş, A. (2019). A modeling study to explain mathematical problem-solving performance through metacognition, self-efficacy, motivation, and anxiety. *Australian Journal of Education*, 63(1), 116-134.

Pajares, F., & Graham, L. (1999). Self-efficacy, motivation constructs, and mathematics performance of entering middle school students. *Contemporary Educational Psychology*, 24(2), 124-139.

Pajares, F., & Kranzler, J. (1995). Self-efficacy beliefs and general mental ability in mathematical problem-solving. *Contemporary Educational Psychology*, 20(4), 426-443.

Pajares, F., & Miller, M. D. (1994). Role of self-efficacy and self-concept beliefs in mathematical problem solving: A path analysis. *Journal of Educational Psychology*, 86(2), 193-203.

Pape, S. J., Bell, C. V., & Yetkin, İ. E. (2003). Developing mathematical thinking and self-regulated learning: A teaching experiment in a seventh-grade mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 53(3), 179-202.

Pekrun, R. (2006). The control-value theory of achievement emotions: Assumptions, corollaries, and implications for educational research and practice. *Educational Psychology Review*, 18(4), 315-341.

Pekrun, R., Elliot, A. J., & Maier, M. A. (2009). Achievement goals and achievement emotions: Testing a model of their joint relations with academic performance. *Journal of Educational Psychology*, 101(1), 115-135.

Pekrun, R., Frenzel, A. C., Goetz, T., & Perry, R. P. (2007). The control-value theory of achievement emotions: An integrative approach to emotions in education. In P. A. Schutz & R. Pekrun (Eds.), *Emotion in Education* (pp. 13-36). Elsevier Academic Press.

Pekrun, R., & Linnenbrink-Garcia, L. (2012). Academic emotions and student engagement. In S. L. Christenson, A. L. Reschly, & C. Wylie (Eds.), *Handbook of Research on Student Engagement* (pp. 259-282). Springer Science + Business Media.

Peng, P., & Lin, X. (2019). The relation between mathematics vocabulary and mathematics performance among fourth graders. *Learning and Individual Differences*, 69, 11-21.

Peng, P., Namkung, J., Barnes, M., & Sun, C. (2016). A meta-analysis of mathematics and working memory: Moderating effects of working memory domain, type of mathematics skill, and sample characteristics. *Journal of Educational Psychology*, 108(4), 455-473.

Pérez-Fuentes, M. d. C., Núñez, A., del Mar Molero, M., Gázquez, J. J., Rosário, P., & Núñez, J. C. (2020). The role of anxiety in the relationship between self-efficacy and math achievement. *Psicología Educativa*, 26(2), 137-143.

Perry, L.B., & McConney, A. (2010). Does the SES of the school matter? An examination of socioeconomic status and student achievement using PISA 2003. *Teachers College Record: The Voice of Scholarship* *in Education*, 112, 1137-1162.

Pintrich, P. R. (2000). The role of goal orientation in self-regulated learning. In M. Boekaerts, P. R. Pintrich, & M. Zeidner (Eds.), *Handbook of Self-regulation* (pp. 451-502). Academic Press.

Pintrich, P. R., & De Groot, E. V. (1990). Motivational and self-regulated learning components of classroom academic performance. *Journal of Educational Psychology,* 82(1), 33-40.

Pintrich, P. R., Marx, R. W., & Boyle, R. A. (1993). Beyond cold conceptual change: The role of motivational beliefs and classroom contextual factors in the process of conceptual change. *Review of Educational Research*, 63(2), 167-199.

Pokay, P., & Blumenfeld, P. C. (1990). Predicting achievement early and late in the semester: The role of motivation and use of learning strategies. *Journal of Educational Psychology*, 82(1), 41-50.

Polya, G. (1945). *How to Solve it; A New Aspect of Mathematical Method*. Princeton: Princeton University Press.

Polya, G. (1962). *Mathematical Discovery: On Understanding, Learning, and Teaching Problem Solving*. New York: John Wiley.

Poynter, A. (2004). *Effect as a Pivot between Actions and Symbols: The Case of Vector*. PhD thesis, University of Warwick Retrieved from http://www.annapoynter.net/PhD.html (参照日 2023.01.15)

Putwain, D. W., Symes, W., Nicholson, L. J., & Becker, S. (2018). Achievement goals, behavioural engagement, and mathematics achievement: A mediational analysis. *Learning and Individual Differences*, 68, 12-19.

Raghubar, K. P., Barnes, M. A., & Hecht, S. A. (2010). Working memory and mathematics: A review of developmental, individual difference, and cognitive approaches. *Learning and Individual Differences*, 20, 110-122.

Ramirez, G., Chang, H., Maloney, E. A., Levine, S. C., & Beilock, S. L. (2016). On the relationship between math anxiety and math achievement in early elementary school: The role of problem solving strategies. *Journal of Experimental Child Psychology*, 141, 83-100.

Ramirez, G., Shaw, S. T., & Maloney, E. A. (2018). Math anxiety: Past research, promising interventions, and a new interpretation framework. *Educational Psychologist*, 53(3), 145-164.

Reeve, J., & Lee, W. (2014). Students' classroom engagement produces longitudinal changes in classroom motivation. *Journal of Educational Psychology*, 106(2), 527-540.

Reeve, J., & Tseng, C.-M. (2011). Agency as a fourth aspect of students' engagement during learning activities. *Contemporary Educational Psychology*, 36(4), 257-267.

Renninger, K. A. (2009). Interest and identity development in instruction: An inductive model. *Educational Psychologist*, 44(2), 105-118.

Reyna, V. F., Nelson, W. L., Han, P. K., & Dieckmann, N. F. (2009). How numeracy influences risk comprehension and medical decision making. *Psychological Bulletin*, 135(6), 943-973.

Richardson, F. C., & Suinn, R. M. (1972). The mathematics anxiety rating scale: Psychometric data. *Journal of Counseling Psychology*, 19(6), 551-554.

Riley, M. S., Greeno, J. G., & Heller. J. I. (1983). Development of children's problem-solving ability in arithmetic. In H. P. Ginsburg (Ed.), *The Development of Mathematical Thinking* (pp. 153-196). NY: Academic Press.

Rittle-Johnson, B., & Schneider, M. (2015). Developing conceptual and procedural knowledge of mathematics. In R. C. Kadosh & A. Dowker (Eds.), *Oxford Handbook of Numerical Cognition* (pp.

1102-1118). Oxford: Oxford University Press.

Roick, J., & Ringeisen, T. (2018). Students' math performance in higher education: Examining the role of self-regulated learning and self-efficacy. *Learning and Individual Differences*, 65, 148-158.

Rosenzweig, E. Q., Wigfield, A., Eccles, J. S., Renninger, K. A., & Hidi, S. E. (2019). Expectancy-value theory and its relevance for student motivation and learning. In K. A. Renninger & S. E. Hidi (Eds.), *The Cambridge Handbook of Motivation and Learning* (pp. 617-644). chapter, Cambridge: Cambridge University Press.

Rott, B., Specht, B., & Knipping, C. (2021). A descriptive phase model of problem-solving processes. *ZDM Mathematics Education*, 53(4), 737-752.

Ruiz-Alfonso, Z., & León, J. (2017). Passion for math: Relationships between teachers' emphasis on class contents usefulness, motivation and grades. *Contemporary Educational Psychology*, 51, 284-292.

Ryan, R. M., & Deci, E. L. (2000). Self-determination theory and the facilitation of intrinsic motivation, social development, and well-being. *American Psychologist*, 55(1), 68–78.

佐賀県教育センター. (2005). 「図形の効果的な指導法」を提案します！. https://www.saga-ed.jp/kenkyu/kenkyu_chousa/h17/kousuu/index.html (参照日 2022.03.26)

埼玉県. (n.d.a). 令和 2 年度 埼玉県学力・学習状況調査 数学 中学校 第 2 学年. https://www.pref.saitama.lg.jp/documents/182273/r2tyuu2suugakugaiyou.pdf (参照日 2023.01.12)

埼玉県. (n.d.b). 令和 2 年度 埼玉県学力・学習状況調査 数学 中学校 第 3 学年. https://www.pref.saitama.lg.jp/documents/182273/r2tyuu3suugakugaiyou.pdf (参照日 2023.01.12)

埼玉県教育委員会. (2021). 令和 2 年度埼玉県学力・学習状況調査報告書〔令和 2 年 6・7 月実施〕〜子供たち一人一人のよさを伸ばし，よさを活かす〜.

坂本美紀. (1995). 分数の文章題解決に関連する個人差要因の検討. 教育心理学研究, 43(2), 167-176.

櫻井茂男, 松井豊. (2007). 心理測定尺度Ⅳ―子どもの発達を支える<対人関係・適応>―. サイエンス社.

三宮真智子. (2008). メタ認知―学習を支える高次認知機能―. 北大路書房.

Sarsour, K., Sheridan, M., Jutte, D., Nuru-Jeter, A., Hinshaw, S., & Boyce, W. T. (2011). Family socioeconomic status and child executive functions: The roles of language, home environment, and single parenthood. *Journal of the International Neuropsychological Society,* 17(1), 120-132.

Sartawi, A., Alsawaie, O. N., Dodeen, H., Tibi, S., & Alghazo, I. M. (2012). Predicting mathematics achievement by motivation and self-efficacy across gender and achievement levels. Interdisciplinary *Journal of Teaching and Learning*, 2(2), 59-77.

佐々木公久. (1990). 中学生における数学不安の研究. 日本数学教育学会誌, 72(5), 2-16.

佐藤純. (1998). 数学・英語学習における学習方略の使用と性差の関係. 日本教育心理学会第 40 回総会発表論文集, 298.

佐藤純, 新井邦次郎. (1998). 学習方略の使用と達成目標及び原因帰属との関係. 筑波大学心理学研究, 20, 115-124.

Schneider, M., & Stern, E. (2010). The developmental relations between conceptual and procedural knowledge: a multimethod approach. *Developmental Psychology*, 46, 178-192.

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical Problem Solving*. New York: Academic Press.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning: A Project of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 334-370). Macmillan

Publishing Co, Inc.
Schommer-Aikins, M., Duell, O. K., & Hutter, R. (2005). Epistemological beliefs, mathematical problem-solving beliefs, and academic performance of middle school students. *The Elementary School Journal*, 105(3), 289-304.
Schroeder, T. L., & Lester, F. K. (1989). Developing understanding in mathematics via problem solving. In P. R. Trafton & A. Shulte (Eds.), *New Directions for Elementary School Mathematics: 1989 Yearbook*. (pp. 31-42). Reston, VA: NCTM.
Schukajlow, S., Rakoczy, K. & Pekrun, R. (2017). Emotions and motivation in mathematics education: Theoretical considerations and empirical contributions. *ZDM Mathematics Education,* 49, 307-322.
Schunk, D. H., & Greene, J. A. (Eds.). (2018). *Handbook of Self-regulation of Learning and Performance* (2nd.ed.). Routledge/Taylor & Francis Group.
Schwarzer, R., & Jerusalem, M. (1995). Generalized self-efficacy scale. In J. Weinman, S. Wright, & M. Johnston (Eds.), *Measures in Health Psychology: A User's Portfolio. Causal and Control Beliefs* (pp. 35-37). Windsor, UK: NFER-NELSON.
Senk, S. L. (1989). Van hiele levels and achievement in writing geometry proofs. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(3), 309-321.
瀬沼花子. (2008). PISA における数学リテラシーについて．科学教育研究, 32(4), 358-365.
瀬尾美紀子. (2005). 数学の問題解決における質問生成と援助要請の促進―つまずき明確化方略の教授効果―. 教育心理学研究, 53(4), 441-455.
瀬尾美紀子. (2007). 自律的・依存的援助要請における学習観とつまずき明確化方略の役割―多母集団同時分析による中学・高校生の発達差の検討―. 教育心理学研究, 55(2), 170-183.
瀬尾美紀子, 植阪友理, 市川伸一. (2008). 学習方略とメタ認知. 三宮真智子 (編) メタ認知―学習力を支える高次認知機能― (pp. 55-73). 北大路書房.
Sewasew, D., Schroeders, U., Schiefer, I. M., Weirich, S., & Artelt, C. (2018). Development of sex differences in math achievement, self-concept, and interest from grade 5 to 7. *Contemporary Educational Psychology*, 54, 55-65.
重松敬一. (1990). 思考と認知. 岩合一男 (編) 算数・数学教育学 (pp. 168-184). 福村出版.
重松敬一. (2000). 基礎・基本. 中原忠男 (編) 算数・数学科 重要用語 300 の基礎知識 (p. 82). 明治図書.
重松敬一, 勝美芳雄. (2010). メタ認知. 日本数学教育学会 (編) 数学教育学研究ハンドブック (pp. 310-317). 東洋館出版.
四方実一. (1957). 数学科の学習心理. 明治図書.
島田功. (2017). 算数・数学教育と多様な価値. 東洋館出版社.
清水紀宏. (1996a). 数学的問題解決における方略的能力に関する研究. 広島大学博士論文.
清水紀宏. (1996b). 数学的問題解決における方略的能力に関する研究（V）―問題解決能力に対する方略的能力の寄与率の実証的検討―. 全国数学教育学会誌 数学教育学研究, 2, 59-68.
清水優菜. (2018). Grit と達成目標，数学の成績の関係. 日本教育工学会論文誌, 42(Suppl.), 137-140.
清水優菜. (2020a). 高校数学におけるベクトルの知識と達成目標，エンゲージメントの関連. 日本教育工学会論文誌, 43(4), 351-362.
清水優菜. (2020b). エンゲージメントと図形の困難さが証明の問題解決に及ぼす影響. 日本教育工学会論文誌, 44(2), 175-187.
清水優菜. (2020c). 中学生における達成目標と数学不安，エンゲージメントの関連. 日本教育心理

学会第 62 回総会発表論文集, 155.

塩野直道. (1932). 現代の数学教育と小学算術書. 小倉金之助他 13 名 算数教育の現代思潮 (pp. 23-24). モナス.

Siefer, K., Leuders, T., & Obersteiner, A. (2021). Which task characteristics do students rely on when they evaluate their abilities to solve linear function tasks? - A task-specific assessment of self-efficacy. *Frontiers in Psychology*, 12, 596901.

Siegler, R. S., Duncan, G. J., Davis-Kean, P. E., Duckworth, K., Claessens, A., Engel, M., Susperreguy, M. I., & Chen, M. (2012). Early predictors of high school mathematics achievement. *Psychological Science*, 23(7), 691-697.

Silver, E. A. (1987) Foundation of cognitive theory and research for mathematics problem solving instruction. In A. H. Schoenfeld (Ed.), *Cognitive Science and Mathematics Education* (pp.33-60). Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates

Skaalvik, E. M. (2018). Mathematics anxiety and coping strategies among middle school students: Relations with students' achievement goal orientations and level of performance. *Social Psychology of Education: An International Journal*, 21(3), 709-723.

Skinner, E. A. (2016). Engagement and disaffection as central to processes of motivational resilience and development. In K. R. Wentzel & D. B. Miele (Eds.), *Handbook of Motivation at School* (pp. 145-168). Routledge.

Skinner, E. A., Kindermann, T. A., & Furrer, C. J. (2009). A motivational perspective on engagement and disaffection. *Educational and Psychological Measurement*, 69(3), 493-525.

Son, J.-W. (2005). Comparison of how textbooks teach multiplication of fractions and division of fractions in Korea and in the U.S. *Proceedings of PME 29*, 4, 201-208.

Soto-Johnson, H., Oehrtman, M., Noblet, K., Roberson, L., & Rozner, S. (2012). Experts' reification of complex variables concepts: The role of metaphor. *Proceedings of the 15th Annual Conference on Research in Undergraduate Mathematics Education,* 443-447.

Sowder, J. T., (1989). Affective factors and computational estimation ability. In D. B. McLeod & V. M. Adams (Eds.), *Affect and Mathematical Problem Solving* (pp. 177-191). NY: Springer.

Spencer, S. J., Logel, C., & Davies, P. G. (2016). Stereotype threat. *Annual Review of Psychology*, 67, 415-437.

Spencer, S. J., Steele, C. M., & Quinn, D. M. (1999). Stereotype threat and women's math performance. *Journal of Experimental Social Psychology*, 35(1), 4-28.

Spielberger, C. D. (1972). *Anxiety: Current trends in Theory and Research: I.* Academic Press.

Star, J. R. (2005) Reconceptualizing procedural knowledge. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36, 404-411.

Star, J. R., & Newton, K. J. (2009) The nature and development of expert's strategy flexibility for solving equations. *ZDM Mathematics Education*, 41, 557-567.

Suárez-Pellicioni, M., Núñez-Peña, M. I., & Colomé, À. (2016). Math anxiety: A review of its cognitive consequences, psychophysiological correlates, and brain bases. *Cognitive, Affective & Behavioral Neuroscience*, 16(1), 3-22.

須藤康介. (2010). 学習方略が PISA 型学力に与える影響―階層による方略の違いに着目して―. 教育社会学研究, 86, 139-158.

数研出版. (2015). 改訂版中学校数学 3. 数研出版.

数研出版. (2016). 四訂版 6カ年教育をサポートする体系数学2 幾何編. 数研出版.
数研出版. (2017). 改訂版 数学B. 数研出版.
Suthar, V., Tarmizi, R. A., Midi, H., & Adam, M. B. (2010). Students' beliefs on mathematics and achievement of university students: Logistics regression analysis. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 8, 525-531.
鈴木宏昭. (2021). 問題解決. 子安増生, 丹野義彦, 箱田裕司 (監修) 有斐閣現代心理学辞典 (pp. 755-756). 有斐閣.
鈴木勇幸. (1994). 中学生の文字の理解と数学不安との間の因果的な関係. 日本数学教育学会誌, 76(5), 106-113.
Swanson, H. L., & Beebe-Frankenberger, M. (2004). The relationship between working memory and mathematical problem solving in children at risk and not at risk for serious math difficulties. *Journal of Educational Psychology*, 96, 471-491
多鹿秀継. (1995). 算数問題解決過程の分析. 愛知教育大学研究報告, 44 (教育科学編), 157-167.
多鹿秀継. (1996). 算数問題解決過程の認知心理学的研究. 風間書房.
多鹿秀継. (2002). 算数問題解決に影響を与える知識の吟味. 愛知教育大学研究報告, 51(教育科学編), 53-60.
多鹿秀継. (2021). 算数問題解決に適用される学習方略の吟味. 神戸親和女子大学大学院研究紀要, 17, 1-9.
多鹿秀継, 堀田千絵. (2022). 子どもの算数問題解決における知識の適用を促すメタ認知の働き. 神戸親和女子大学大学院研究紀要, 18, 11-20.
多鹿秀継, 石田淳一, 岡本ゆかり. (1994). 子どもの算数文章題解決における文章理解の分析. 日本教科教育学会誌. 17(3), 125-130.
高橋哲男. (2005). 関数指導の一環としての高等学校数学「数列」の授業プラン【第一部 本論編】―階差数列の研究を中軸に据えて―. 教授学の探求, 22, 69-86.
Tall, D. O. (2013). *How Humans Learn to Think Mathematically: Exploring the Three Worlds of Mathematics*. Cambridge University press.
田中あゆみ, 藤田哲也. (2004). 大学生の達成目標と授業評価, 学業遂行の関連. 日本教育工学雑誌, 27(4), 397-403.
辰野千壽. (1989). 学習方略の心理学―賢い学習者の育て方―. 図書文化.
Taylor, G., Jungert, T., Mageau, G. A., Schattke, K., Dedic, H., Rosenfield, S., & Koestner, R. (2014). A self-determination theory approach to predicting school achievement over time: The unique role of intrinsic motivation. *Contemporary Educational Psychology*, 39(4), 342-358.
寺尾敦, 市川伸一, 楠見孝. (1998). 数学学習における誤りからの「教訓機能」の内容と学業成績との関係についての実験的事例と考察. 日本教育工学雑誌, 22(2), 119-128.
Tian, Y., Fang, Y., & Li, J. (2018). The effect of metacognitive knowledge on mathematics performance in self-regulated learning framework—multiple mediation of self-efficacy and motivation. *Frontiers in Psychology*, 9, 2518.
鳶島修治. (2014). 学業的自己概念に対する学校平均学力の対比効果と同化効果. 東北大学大学院教育学研究科研究年報, 62(2), 241-255.
戸田市. (2019). 平成29年度委託事業完了報告書【実践地域】. https://www.city.toda.saitama.jp/uploaded/life/61813_113278_misc.pdf. (参照日 2023.01.12)
東京理科大学教育研究所. (2020). 高校生の数学力NOW ＸⅤ一2019年基礎学力調査報告一. 科学

新興新社.
東京書籍. (2012). 新しい数学 3. 東京書籍.
東京書籍. (2014a). 新編 数学 B. 東京書籍.
東京書籍. (2014b). 新編 数学Ⅲ. 東京書籍.
塚原成夫. (2000). 数学的思考の構造―発見的問題解決ストラテジー―. 現代数学社.
塚野州一. (2012). 自己調整学習理論の概観. 自己調整学習研究会 (編) 自己調整学習―理論と実践の新たな展開へ― (pp. 3-29). 北大路書房.
Tsui, J. M., & Mazzocco, M. M. M. (2007). Effects of math anxiety and perfectionism on timed versus untimed math testing in mathematically gifted sixth graders. *Roeper Review: A Journal on Gifted Education*, 29(2), 132–139.
上淵寿. (2003). 達成目標理論の展望―その初期理論の実際と理論的系譜―. 心理学評論, 46(4), 640-654.
上淵寿, 大芦治. (2019). 新動機づけ研究の最前線. 北大路書房.
植阪友理, 鈴木雅之, 清河幸子, 瀬尾美紀子, 市川伸一. (2014). 構成要素型テスト COMPASS に見る数学的基礎学力の実態―「基礎基本は良好，活用に課題」は本当か―. 日本教育工学会論文誌, 37(4), 397-417.
梅本貴豊, 稲垣勉. (2021). 授業中の学習における状況的動機づけレベルと変動性の交互作用効果. 関西大学高等教育研究, 12, 87-98.
梅本貴豊, 伊藤崇達. (2016). 自己効力感，内発的価値，感情的エンゲージメントの関連―交差遅延パネルモデルによる検証―. 日本教育工学会論文誌, 40(2), 75-84.
梅本貴豊, 伊藤崇達, 田中健史郎. (2016). 調整方略，感情的および行動的エンゲージメント，学業成果の関連. 心理学研究, 87(4), 334-342.
Usher, E. L., & Pajares, F. (2008). Sources of self-efficacy in school: Critical review of the literature and future directions. *Review of Educational Research*, 78(4), 751-796.
van Garderen, D. (2007). Teaching students with LD to use diagrams to solve mathematical word problems. *Journal of Learning Disabilities*, 40(6), 540-553.
van Garderen, D., Scheuermann, A. & Poch, A. (2014). Challenges students identified with a learning disability and as high-achieving experience when using diagrams as a visualization tool to solve mathematics word problems. *ZDM Mathematics Education*, 46, 135-149.
Veenman, M.V.J. & van Cleef, D. (2019). Measuring metacognitive skills for mathematics: students' self-reports versus on-line assessment methods. *ZDM Mathematics Education,* 51(4), 691-701.
Wang, C., Cho, H. J., Wiles, B., Moss, J. D., Bonem, E. M., Li, Q., Lu, Y., & Levesque-Bristol, C. (2022). Competence and autonomous motivation as motivational predictors of college students' mathematics achievement: from the perspective of self-determination theory. *International Journal of STEM Education*, 9(1), 1-14.
Wang, M.-T., Degol, J., & Ye, F. (2015). Math achievement is important, but task values are critical, too: Examining the intellectual and motivational factors leading to gender disparities in STEM careers. *Frontiers in Psychology*, 6, Article 36.
Wang, Z., Hart, S. A., Kovas, Y., Lukowski, S., Soden, B., Thompson, L. A., ... & Petrill, S. A. (2014). Who is afraid of math? Two sources of genetic variance for mathematical anxiety. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 55(9), 1056-1064.
渡邊耕二. (2013). わが国の生徒が持つ数学に対する情意的側面と認知的側面の関連性について―

PISA2003 の質問紙調査と数学的リテラシー調査の二次分析から―. 日本数学教育学会誌, 94(11), 12-21.

渡邊耕二. (2020). 日本の生徒が持つ PISA 数学的リテラシーの特徴の変化に関する研究―「不確実性とデータ」領域に注目した PISA2003 と PISA2012 および PISA2015 の分析から―. 全国数学教育学会誌, 26(1), 1-12.

渡辺茂, 後藤和宏. (2013). 認知. 藤永保 (監修) 最新 心理学辞典 (pp. 576-579), 平凡社.

Weber, K., & Leikin, R. (2016). Recent advances in research on problem solving and problem posing. In Á. Gutiérrez, G. C. Leder & P. Boero (Eds.), *The Second Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education* (pp. 353-382). Rotterdam: Sense Publishers.

Weidinger, A. F., Spinath, B., & Steinmayr, R. (2020). The value of valuing math: Longitudinal links between students' intrinsic, attainment, and utility values and grades in math. Motivation Science, 6(4), 413-422.

Weiner, B. (1985). An attributional theory of achievement motivation and emotion. *Psychological Review*, 92(4), 548-573.

Weiner, B. (1992). *Human Motivation: Metaphors, Theories, and Research*. Sage Publications, Inc.

Wigfield, A., Tonks, S., & Klauda, S.L. (2016). Expectancy-value theory. In K.R. Wentzel & D.B. Miele (Eds.), *Handbook of Motivation at School* (2nd ed., pp. 55-74). New York: Routledge.

Willson, J. W., Femandez, M. L., & Hadaway, N. (1993). Mathematical problem solving. In P. S. Wilson (Ed.), *Research Ideas for the Classroom: High School Mathematics* (pp.57-78). New York: Macmillan.

Wolters, C. A. (2004) Advancing achievement goal theory: Using goal structures and goal orientations to predict students' motivation, cognition, and achievement. *Journal of Educational Psychology*, 96(2), 236-250.

Wolters, C. A., & Pintrich, P. R. (1998). Contextual differences in student motivation and self-regulated learning in mathematics, English, and social studies classrooms. *Instructional Science*, 26(1), 27-47.

Wu, Y.-J., Chen, Y.-H., Kiefer, S. M., & Carstensen, C. H. (2021). Learning strategies as moderators between motivation and mathematics performance in east Asian students: Latent class analysis. *SAGE Open*.

山田篤史. (2011) 数学的問題解決過程のモデルについて：問題解決的な授業のデザインに向けた予備的考察. 愛知教育大学数学教育学会誌, 53, 25-38.

山崎美穂. (2015). 数学教育における価値を捉える視点とその理論的背景. 日本数学教育学会誌. 97(RS), 201-208.

Yıldırım, S. (2012). Teacher support, motivation, learning strategy use, and achievement: A multilevel mediation model. *Journal of Experimental Education*, 80(2), 150–172.

Yimer, A., & Ellerton, N. F. (2010). A five-phase model for mathematical problem solving: Identifying synergies in pre-service-teachers' metacognitive and cognitive actions. *ZDM Mathematics Education,* 42, 245–261.

横地清. (1990). 中学校数学の総合教育と＜課題学習＞. 学校図書.

吉田甫, 古橋啓介. (1978). わり算問題の商の決定の難易度におよぼす諸要因. 教育心理学研究, 26(3), 206-210.

Yurt, E. (2015). Understanding middle school students' motivation in math class: The expectancy-value model perspective. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology*, 3(4), 288-297.

Yurt, E. (2022). Mathematics self-efficacy as a mediator between task value and math anxiety in secondary school students: Task value and math anxiety in secondary school students. *International Journal of*

Curriculum and Instruction, 14(2), 1204-1221.

湯澤正通. (2014). 領域固有の概念変化を目指した授業デザインから領域普遍的な認知スキルへ―教育に対するワーキングメモリ研究の意義―. 教育心理学年報, 53, 166-179.

湯澤正通, 湯澤美紀. (2014). ワーキングメモリと教育. 北大路書房.

湯澤美紀, 湯澤正通, 蔵永瞳. (2019). 児童生徒におけるワーキングメモリと学習困難―ウェブにおけるアセスメントの試み―. 発達心理学研究, 30(4), 266-277.

Zeitz, P. (2007). *The Art and Craft of Problem Solving*. NJ: John Wiley & Sons.

Zhang, J., Zhao, N., & Kong, Q. (2019). The relationship between math anxiety and math performance: A meta-analytic investigation. *Frontiers in Psychology*, 10, 1613.

Zhou, D., Du, X., Hau, K. T., Luo, H., Feng, P., & Liu, J. (2020). Teacher-student relationship and mathematical problem-solving ability: mediating roles of self-efficacy and mathematical anxiety. *Educational Psychology*, 40(4), 473-489.

Zimmerman, B. J., & Pons, M. M. (1986). Development of a structured interview for assessing student use of self-regulated learning strategies. *American Educational Research Journal*, 23(4), 614-628.

Zimmerman, B. J., & Schunk, D. H. (Eds.). (2001). *Self-regulated Learning and Academic Achievement: Theoretical perspectives* (2nd ed.). Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

Živković, M., Pellizzoni, S., Mammarella, I. C., & Passolunghi, M. C. (2022). The relationship betweens math anxiety and arithmetic reasoning: The mediating role of working memory and self-competence. *Current Psychology*, 1-11.

謝辞

本論文の作成にあたって，数多くの方々に大変お世話になりました．お世話になった方々に心より感謝申し上げます．

とりわけ，博士後期課程入学から論文提出までご指導いただいた鹿毛雅治先生と安藤寿康先生に深く感謝申し上げます．

鹿毛先生には，他大学大学院より進学し，教育心理学研究に関する専門知識や経験の乏しい私を受け入れ，学習動機づけ研究の知見，研究の方法や考え方，論文執筆の方法などたくさんのことをご指導いただきました．鹿毛先生からの自律性支援のおかげで，博士論文の構想から執筆に至ることができました．鹿毛先生から学ばせていただいたことをこれからの教育・研究に還元していくことで，少しずつ恩返しができればと考えております．

安藤先生には，火曜日 4 限の「安藤ゼミ」と 5 限の「文献購読ゼミ」にて，博士論文を構成する研究についてその「根本」をご指導いただくとともに，教育という営為そのものについて我々は一生考え続けなければならないことを学ばせていただきました．安藤先生に出会っていなければ，数学教育と関連する行動遺伝学の論文と触れることがなく，より一層視野狭窄に陥っていたと考えております．

学部 3 年生から大学院修士課程修了まで指導教員であった山本光先生にも，心より御礼申し上げます．山本先生には，研究することの楽しさと難しさを様々な機会を通して学ばせていただきました．学部 3 年生から大学院修士課程での山本先生からの指導がなければ，博士論文の構想から執筆まで至ることができなかったと考えております．

研究会にて博士論文を構成する研究について発表の機会を与えていただいた金子智栄子先生にも大変お世話になりました．金子先生には，研究だけではなく進路や私生活についても気にかけていただき，心理的な面で支えていただきました．

鹿毛研究室の先輩である金子智昭さんと福富隆志さんにも大変お世話になりました．お二方から博士論文を構成する研究について親身にアドヴァイスをいただいたおかげで，自分の研究をブラッシュアップすることができました．

また，兵庫教育大学にて働きながら博士論文を執筆できたのは，直属の上司である吉水裕也先生，永田智子先生，森山潤先生に様々な面でサポートいただいたおかげと考えております．吉水先生，永田先生，森山先生にも，ここで感謝申し上げます．

最後に，この博士論文を土台として，これからの教育・研究により一層貢献できるよう，日々研究者，そして教育者として精進していきます．

清水　優菜

慶應義塾大学大学院　社会学研究科　2022 年度博士論文訂正　正誤表

論文：数学的問題解決における情意の機能に関する実証的研究

氏名：清水優菜

学位論文の文中に一部誤りがございましたので、お詫びして正誤表の通り訂正いたします。

訂正箇所	誤	正
9 頁 24 行目	陶冶的目的：人間形成，時間の陶冶，	陶冶的目的：人間形成，人格の陶冶，
12 頁 表 1-1	**表 1-1** 代表的な先行研究における問題解決の定義	**表 1-1** 代表的な先行研究における問題の定義
41 頁 35 行目	認知スキルとして一緒くたにまとめることで，	認知スキルとして 1 つの概念に統合することで，
43 頁脚注 2 行目	臨床点側面	臨床的側面
56 頁 40 行目	状況興味から個人的興味への発達は，	状況的興味から個人的興味への発達は，
63 頁 8-9 行目	児童生徒におけるも数学的問題解決	児童生徒における数学的問題解決
65 頁 7 行目	前者ついて	前者について
65 頁 37 行目	及ぼす影響とそのプロセスは	及ぼす影響とそのプロセス
67 頁 図 4-2	第 12 章（研究 5）	第 11 章（研究 5）
71 頁 15-17 行目	努力調整方略とは，「苦手」などの感情をコントロールして学習への動機づけを高める方略である．認知的方略とは，理解や精緻化，集中などの認知的な働きを重視して学習を進める方略である．	努力調整方略とは，「退屈」などの感情をコントロールして学習への動機づけを高める方略である．認知的方略とは，理解や精緻化，イメージ化などの認知的な働きを重視して学習を進める方略である．
75 頁 25 行目	探索因子分析	探索的因子分析
76 頁 表 5-5	「学習問題や提示方法を工夫する等，子供の学習意欲を高められるような導入場面を設定した」のⅣの因子負荷量 0.40	「学習問題や提示方法を工夫する等，子供の学習意欲を高められるような導入場面を設定した」のⅣの因子負荷量.40
77 頁 13 行目	収束的妥当性	弁別的妥当性
86 頁 39 行目	収束的妥当性	弁別的妥当性
99 頁 9 行目	収束的妥当性	弁別的妥当性
101 頁 7-8 行目	$\beta = .40, p < .001; \beta = .08, p < .05$	$\beta = .08, p < .05; \beta = .40, p < .001$
105 頁 表 8-1	認知的エンゲージメントの項目「集中して学習に取り組んだ.」	「どこまで理解しているのかを確認しながら学習した.」
119 頁 表 9-1	認知的エンゲージメントの項目「集中して学習に取り組んだ.」	「どこまで理解しているのかを確認しながら学習した.」
126 頁 9-11 行目	平面ベクトルの学習におけるエンゲージメントが高水準かつ安定しているほど，数学不安の低下，平面ベクトルに関する標準的な問題解決の自己効力の向上，解法探索方略の使用，平面ベクトルに関する標準的な問題解決が促されていた．	平面ベクトルの学習におけるエンゲージメントが高水準かつ安定していた生徒は，数学不安が低く，平面ベクトルに関する標準的な問題解決の自己効力が高く，解法探索方略を使用しており，かつ平面ベクトルに関する標準的な問題を解決できていた．
130 頁 表 10-1	認知的エンゲージメントの項目「集中して学習に取り組んだ.」	「どこまで理解しているのかを確認しながら学習した.」
141 頁 表 11-1	後ろ向き推論の項目「問題と解く前に，どのように解くかを考えた」	「問題を解く前に，どのように解くかを考えた」
150 頁 17-19 行目	相似な図形の学習に関するエンゲージメントが高いほど，数学不安の低下，相似な図形に関する証明問題の解決の自己効力，後ろ向き推論の使用が促されていた．	相似な図形の学習に関するエンゲージメントが高い生徒は，数学不安が低く，相似な図形に関する証明問題の解決の自己効力が高く，かつ後ろ向き推論を使用していた．
155 頁 18 行目	数学的問題解決に及ぼす影響とそのプロセスは	数学的問題解決に及ぼす影響とそのプロセス