

論文審査の要旨及び担当者

No.1

報告番号	甲 第 号	氏 名	鳥谷部 智規
論文審査担当者	主 査	：星野 崇宏（慶應義塾大学経済学部教授 博士（経済学））	
	副 査	：菅澤 翔之助（慶應義塾大学経済学部准教授 博士（経済学））	
		：中妻 照雄（慶應義塾大学経済学部教授 Ph.D.）	
	面接担当	：沖本 竜義（慶應義塾大学経済学部教授 Ph.D.）	
		：長倉 大輔（慶應義塾大学経済学部教授 Ph.D.）	
(論文審査の要旨)			
論文題名：Bayesian Analysis of Duration Data			
1. 論文の概要			
本論文はタイトルの示す通り継続時間データのベイズ分析について論じたものである。継続時間データとは、ある状態（雇用や失業）が継続している時間、あるいは次の事象（金融取引や購買行動）が発生するまでの間隔を観測したものを指す。本論文では金融市場における取引の間隔（第2章と第3章）およびプロモーション期間における購買行動までの時間（第4章）を対象に、ベイズ的アプローチによる継続時間分析の新しい手法の提案と実証分析を行なっている。 本論文は5つの章から構成されるが、第1章は研究の背景および先行研究のレビュー、第5章は全体のまとめと今後の展望について述べているだけなので省略し、第2章から第4章の内容について簡潔に紹介する。 本論文の第2章と第3章では、SCD（Stochastic Conditional Duration）モデルをベイズ推定することで金融市場において取引間隔に影響を与える要因の分析を行なっている。第2章では東京証券取引所における株式の個別銘柄、第3章では大阪取引所の金先物を分析対象としているが、この2つの章では同じSCDモデルをベースとする実証分析を行なっているため、ここでは並行して概要の説明を行う。 1980年代以前は金融市場の実証分析で使われる時系列データの最短間隔は日足であった。しかし、コンピュータ技術の急速な進展により、多くの取引所において高速の電子取引が日常的に行われるようになり、結果として個々の取引が約定された時刻、価格、出来高などを克明に記録したティックデータが蓄積され、研究者でも金融市場の実証分析において活用できる環境が整った。 ティックデータは日足の終値のように（休日前後を除いて）等間隔で観測される時系列データではなく、その間隔は不規則で確率的に決まるという性質を持つ。さらに、取引が頻繁に行われて間隔が短くなる期間と逆に取引が閑散となり間隔が長くなる期間が継続する傾向（クラスタリング）や取引間隔が開場直後に短く、昼に長くなり、終盤に再び短くなるという「逆U字型」の傾向（日中季節性）を持つことも広く知られている。 本論文は、上記のような特性を持つ金融資産の取引間隔のモデル化にあたり、SCDモデルを採用している。SCDモデルは非正規非線形状態空間モデルの一種であり、上記のクラスタリングを表現するモデルとしてBauwens and Veredas (2004)により提案された。このモデルでは、観測される取引間隔はガンマ分布やワイブル分布などのような正の値をとる確率変数に従うと仮定され、そのクラスタリングは定常で正の自己相関を持つAR(1)過程に従う潜在変数によって表現される。			

しかし、オリジナルの SCD モデルの定式化では日中季節性を捉えることはできない。そのため先行研究では、データの前処理として多項式トレンドなどを用いて日中季節性を除去してから SCD モデルの推定を行うのが通例である。だがモデル推定の観点からは、日中季節性も SCD モデルの一部として同時に推定する方が望ましい。本論文では、日中季節性を表現するために B スプライン（第 2 章で採用）やバーンスタイン多項式（第 3 章で採用）を直接 SCD モデルの中に埋め込み、これらをモデル内の他のパラメータと同時に推定することで、日中季節性の前処理の問題の解決を図っている。

例えば、第 2 章における個別銘柄ティックデータへの応用では、前処理を施す場合には潜在変数の AR(1)係数が極端に 1 に近くなるのに対し、同時推定を行う場合には AR(1)係数が適度に正の値を取るよう改善された。DIC や WAIC といったモデル選択基準による比較においても同時推定の方が選択されることが示された。

加えて第 2 章では、市場の流動性が取引間隔に与える影響の評価も行なっている。流動性指標としては、先行研究に倣い最良売り気配値と最良気配買い値の差 (Spread)、最良売り気配値と最良買い気配値で出されている注文数量の和 (Volume) および比 (Ratio) を採用し、それらが取引間隔に与える影響を推定している。その結果、Spread は有意に正の影響（間隔を長くする）を Volume は有意に負の影響（間隔を短くする）を取引間隔に与えることを発見した。

一方、第 3 章の金先物の実証分析においては、流動性指標として価格変化の絶対値や出来高と取引間隔が負の関係を持つことが示された。さらに同章では、流動性指標に加えて、ニュースが取引間隔に与える影響の検証も行い、米国の雇用統計、FRB や日銀の政策会合のニュースが金先物の取引間隔に有意な影響を与えたことを発見した。

なお第 3 章では、日中季節性に加えて、期先物の入れ替え効果も SCD モデルに組み込むことが試みられている。大阪取引所においては、6 つの異なる限月を持つ金先物が同時に取引されている。そして、2 ヶ月ごとに期近物が限月を迎え、新たに約 1 年後に限月を迎える期先物の取引が始まる。この定期的な入れ替えの結果として先物の出来高に周期的変動が生じることが知られている。第 3 章では、この周期性を日中季節性と合わせて SCD モデルに組み入れて同時推定を行なっている。

第 4 章では、継続時間データによる PU (Positive-Unlabeled) 学習の新しい分析手法を提案している。PU 学習とは、正のラベルが付いた観測値（正例）とラベルがない観測値からなるデータを用いて解析を行う機械学習手法の総称である。通常の分類器においては、正例と負のラベルが付いた観測値（負例）の両方がデータに含まれる状況で学習が行われるが、PU 学習ではラベルなしの観測値に正例と負例が混在していることになる。第 4 章では、自社製品のプロモーションを実施して購買行動の変容を促す施策を実施した際に観測されたデータに基づく PU 学習を考察の対象としている。具体的には、プロモーションを受けて自社製品を購入した者に対しては購入時点が観測されるが（正例のみ）、それ以外については購買の有無も購買時点も観測されない（正例と負例が混在）と想定して継続時間データによる PU 学習を分析している。

一般に継続時間データでは、個々の継続時間が最初から最後まで観測される保証はなく、途中で観測が途切れてしまうという検閲の問題が生じる。第 4 章で想定している状況では、自社製品の購買者が自社製品のプロモーションにどれくらい長く曝されていたか不明であるときに検閲が生じる。本章では、プロモーション終了時点が検閲されている場合と検閲されていない場合に分けた分析も行なっている。

まとめると、第 4 章が扱う PU 学習はプロモーション開始から購買までの時間とプロモーション期間を継続時間のデータとするものであり、正例とラベルなし観測値の混在やプ

ロモーション期間の検閲など、プロモーションの効果測定において分析者が直面する問題をきちんと考慮した現実的な設定となっているといえる。

続いて第4章では、継続時間データのPU学習の手法として、ワイブル分布や指数分布などの正の値をとる確率分布に継続時間が従うという仮定の下での最尤法やベイズ法、さらには陽に分布を仮定しないノンパラメトリックベイズ法などを提案・考察している。そして、人工データを用いたモンテカルロ実験により、プロモーション終了時点が検閲されている場合と検閲されていない場合の両者に対して、PU学習の提案手法が従来の手法よりも高い精度の推定結果が得られることを示した。

2. 論文の評価

次に本論文の主たる研究成果である第2章～第4章に対する評価を簡潔に述べる。

第2章は *Journal of Risk and Financial Management* において“Stochastic Conditional Duration Model with Intraday Seasonality and Limit Order Book Information”というタイトルで2022年に公刊された論文に基づいている。本章の大きな貢献は、高頻度の取引間隔データのSCDモデルに日中季節性と流動性指標を組み込み、マルコフ連鎖モンテカルロ(MCMC)法でベイズ推定する手法を提案している点である。これは先行研究においても試されていない新しいアプローチであり、高く評価できるといえる。

第3章は“Bayesian Analysis of Stochastic Conditional Duration Models with Intraday and Intra-deferred Future Seasonalities in High-frequency Commodity Market”というタイトルで国際学会であるIIAI-AAIの2024年大会に査読を経て採択されたコンファレンス・ペーパーに基づいている。本章は、第2章で導入された日中季節性と流動性指標に加えて、期先物の入れ替え効果もSCDモデルに組み込むことを試みている。さらにMCMC法の計算効率を高めるために、Ancillarity-Sufficiency Interweaving Strategy (ASIS) をSCDモデルに初めて適用した事例でもある。このような新機軸を打ち出すことで、本章はSCDモデルのさらなる発展に大きく貢献したといえるだろう。

しかし、口頭試問では審査委員から、これら2つの章の研究について、日中季節性に加えて週内の季節性(曜日効果)も同時推定できるのではないかと、日中季節性が市場参加者の変化に影響を受けているのではないかと、などの質問が出された。これらの指摘はSCDモデルの拡張の方向を示唆するものであり、鳥谷部君からは今後の研究で取り組む課題としたいと返答があった。

第4章は未だ公刊論文となるには至っていないが、PU学習を継続時間データに応用することを目指す意欲的な研究成果といえる。この分野の先行研究は少なく、本章の新規性は十分である。ただ実際の応用が最尤法に留まっているのは不十分であるといえる。口頭試問においても言及されたが、MCMC法では計算負荷が重いため、十分な大きさのモンテカルロ標本を得るためには長時間の計算を要するのが提案手法の難点である。これについては審査委員の1名から、アルゴリズムを工夫すれば高速化ができるのではないかと指摘があった。MCMC法の改善は将来の課題である。

他にも口頭試問では審査委員より本論文に対して様々な質問が出たが、鳥谷部君は的確に回答してくれた。審査委員によって指摘された疑問や課題は本論文の拡張の方向性を示唆する性格のものであり、本論文の学術的な価値や貢献を損なうものではない。

以上の所見より、審査委員会は本論文の学問的貢献は多大であると高く評価し、審査委員全員一致で本論文が博士(経済学)の学位を授与するにふさわしい内容のものであると判断した。