博士論文　　　　2019 年度

マルクス派最適成長論の実証モデルとしての諸改良

資本財投入、人口成長率、技術進歩率を考慮した中国・韓国経済のマクロ分析

慶應義塾大学　大学院　経済学研究科

氏名：李　晨

マルクス派最適成長論の実証モデルとしての諸改良

資本財投入、人口成長率、技術進歩率を考慮した中国・韓国経済のマクロ分析

目次

序文

本論文の目的は山下・大西(2002)によるマルクス派最適成長モデルを現実の経済分析への応用を可能にするために、いくつかの理論的な改良を行い、その具体的な分析方法を提示することである。

山下・大西(2002)により構築されたマルクス派最適成長モデルは再生産表式の数理的な定式化であり、資本主義の生成・発展・死滅という歴史的法則に説明を与えることを意図したものであった。このモデルは人間が根源的に保有する生産要素を労働のみとする労働価値説を、近代経済学の手法により表現した 2 部門モデルである。マルクス派最適成長モデルの主要な結論は、成長過程において資本蓄積率は逓減し、ある「目標値」に収束することで資本主義が蓄積の完了することをもってその歴史的役目を終えるというものである。このことは資本蓄積＝経済成長の意味で、経済成長率の長期的な低下を表しており、このような点からマルクス派最適成長デルは経済成長率の低下と対 GDP 投資比率低下の必然性を分析するのに適したモデルであると考えられる。また、マルクス派最適成長モデルでは、各経済主体が分権的に意思決定をした結果、生産要素の 2 部門への配分比率が最適化するため、経済の最適成長を実現するために生産要素をいかに 2 部門間に配分するべきかという政策的な方面への応用も可能である。

しかし、マルクス派最適成長モデルの基本モデル[1]は、最適経路上における初期値や技術進歩率、労働人口成長率などが考慮されておらず、また、資本財生産部門の生産関数における生産要素の変数としての資本がふくまれていないなど、現実の経済を分析する上での不十分な点が見られる。実際、マルクス派最適成長モデルの上記のような理論的な拡張として大西・金江(2015) がある。大西・金江(2015) はマルクス派最適成長モデルに、資本財生産部門の生産における生産要素として資本を考慮するような試みを行った。そして、そのモデルを用いて、Shen(2011)、大西(2012)は中国経済の将来のゼロ成長時期を計算した。しかし、大西・金江(2015)の分析の焦点は定常状態の分析であり、成長過程の分析は行われていなかった。このため、大西(2016)、Shen(2011)などの実証研究は極めて強い仮定をした上での推計となってしまっている。したがって、本論文は先行研究を踏まえながら、以上のよう問題を解決し、マルクス派最適成長モデルの基本モデルを、定常状態のみならず成長過程を分析可能な理論と手法を構築することを目的とする。また、改良をおこなった理論モデルを現実の経済にあてはめた分析も行う。

[1] ここでは、山下・大西 (2002) で提示されたオリジナルなモデルをマルクス派最適成長モデルの基本モデルと呼ぶことにする。

本論文ではマルクス的なマクロ経済分析が進んだ国として、主に中国経済を分析対象として取り上げる。近年、中国では経済成長率が低下し、それに伴う経済改革が早急の課題となっている。このような背景の下で中国では、2017 年以降新たな中国独自の社会主義政治経済体制が求められている。その政治経済体制とはマルクス経済学を基礎においたものであり、中国における経済成長率が低下している原因やその対策を研究する手法として、特に再生産表式論への注目が高まっている。そのような再生産表式論に関する研究の例としては、白(2000)、李(2015)などが挙げられる。

しかし、再生産表式論は「価値」という抽象的な次元で議論がなされているため、現実の経済成長を分析するには適していない。それに対して、「物財次元」により経済成長を記述したマルクス派最適成長モデルは、再生産表式論における「価値」という問題を克服し、現実経済を分析可能なモデルとして、近年中国内で注目を集めている。中国では喬・何(2016,2017)、陳(2017)、喬・張・張(2018)、喬・王(2019)のようなマルクス派最適成長モデルの基本モデルにそった経済分析も多く存在し、マルクス派最適成長モデルによる経済成長分析の有用性が認められている。以上のような理由から、中国はマルクス派最適成長モデルを現実経済の分析へと応用するのに適した対象であると考えられる。また、本論文では中国を主な分析対象とするが、マルクス派最適成長モデルが他の国の経済分析へも応用可能であることを確認するため、韓国経済も分析の対象として取り扱う。

本論文の構成は大きく 2 つの部分からなる。第 1、2、3 章からなる第 1 部は、再生産表式論と主流経済学成長理論との比較で、マルクス派最適成長理論の位置付けを考察する。第 4、5、6、7 章からなる第 2 部は、マルクス派最適成長論を実証モデルとして扱うためのいくつかのモデルの改良を行う。一方で、マルクス派最適成長モデルのような 2 部門モデルを実証するためには、消費財・資本財による 2 部門データの構築も重要な課題である。そのため、第 8 章では第 1 部や第 2 部とは独立に、2 部門データ構築に関する先行研究を踏まえながら、消費財・資本財の 2 部門産業連関表の構築方法を提示する。

第 1 部では、まず第 1、2 章により経済成長理論分野での再生産表式論の位置付け及び中国における再生産表式論の展開について論じ、再生産表式論の課題を明らかにする。中国における従来の再生産表式論の展開は「価値次元」にとどまっており、現実の経済成長を分析するには不十分である。このような課題を解決するために、第 3 章ではマルクス派最適成長モデルを提示し、モデルの特徴などをまとめる。

第 1 章では再生産表式論の枠組みを紹介し、再生産表式論の意義や問題点を再確認する。次に、近代経済学における成長理論の発展について述べる。そして、再生産表式論と近代経済学における成長理論との相違を明確にした上で、両者のどちらの側面も備えている 2

部門経済成長モデルについて言及する。これらの作業によって、再生産表式論の経済成長論分野における位置付けを考察する。

第 2 章では中国におけるマルクス経済学、特に再生産表式論を、数理的な展開と実体経済に当てはめる分析との 2 つの側面から論じることにより、その現状と課題を明らかにする。中国における従来の再生産表式論の展開は、先述の通り「価値次元」にとどまっており、現実の経済成長を分析するには不十分であるという問題がある。そして、このような課題を克服すべく、近年中国では「物財次元」での分析も可能なモデルとして、山下・大西(2002)によるマルクス派最適成長モデルが盛んに研究されていることを指摘する。

第 3 章はこうした「価値次元」と「物財次元」の両次元を有するマルクス派最適成長モデルについて言及し、モデルのどのような点がマルクス経済学的であるか、またどのような点において近代経済学的であるかを明らかにする。その後、再生産表式論、新古典派成長理論と比較することを通じて、マルクス派最適成長モデルの成長理論内での位置付けを明らかにする。また、第 3 章ではマルクス派最適成長モデルの経済成長分析への応用可能性についても論じる。

以上の 3 章は、マルクスの経済成長論すなわち再生産表式論の数理展開における課題を明らかにしながら、マルクス派最適成長モデルがつくられた背景についても整理するものである。さらに、マルクス派最適成長モデルの紹介を通じて、その枠組み及び意義などに対する理解を深めることにも注力した。

しかし、第 1 部で提示したマルクス派最適成長モデルの基本モデルは現実の経済に当てはめる際にいくつかの課題を抱えている。それらの課題を解決するのが第 2 部の目的である。そこで、第 4、5、6、7 章から成る第 2 部では、マルクス派最適成長モデルの基本モデルにおける個々の課題の解決に取り組み、現実の経済を分析するのに適したモデルとなるように理論上の改良を試みている。

まず、第 4 章では第 3 章で提示したマルクス派最適成長モデルの基本モデルに、人口成長率と技術進歩率を組み込む拡張作業を試みる。また、実証研究に必要となる数値解を解きながら、それを中国経済にあてはめ、Mathematica を用いた数値解法を提示する。なお、本章は第 6 回中日社会主義フォーラムで発表した論文を修正したものである。

しかし、第 4 章で拡張したマルクス派最適成長モデルは山下・大西(2002)を基にしており、資本財生産部門の生産関数において資本投入が考慮されていない。そのため、第 5 章以降では、資本財生産部門でも資本財投入が行われるマルクス派最適成長モデルを作成して分析する。

第 5 章では、マルクス派最適成長モデルの基本モデルにおいて、資本財生産部門の生産

関数を 2 生産要素投入型のものに設定し、動学方程式を用いたより完全な予測用モデルへと拡張する。そして、モデルの解としての 2 本のオイラー方程式及び定義式を用いて、中国経済がゼロ成長社会に到達する時期を予測する。なお、本章は『北東アジア地域研究』の第 24 号に掲載された論文を修正したものである。

第 6 章では、第 5 章での拡張モデルに人口成長率を組み込むことを試みる。そして、人口成長率を考慮したモデルを用いて、2050 年までの中国経済を予測する。実証結果によれば、2026 年に、中国の経済規模はアメリカを追い越し、また、2050 年にアメリカの経済規模の約 2 倍となるという結論が得られた。一方、シミュレーション分析の結果からは 2050 年においても、中国の 1 人あたり GDP はアメリカの約半分にとどまるという予測結果も示す。なお、本章は *World Review of Political Economy* 9(4)に掲載された論文を修正したものである。

最後に、第 7 章では、第 6 章で拡張されたモデルをさらに改良して、マルクス派最適成長モデルを人口成長率だけでなく、技術進歩率も考慮したモデルとして書き換える。なお、第 7 章では、理論的な改良を施されたマルクス派最適成長モデルが、中国以外の経済も分析可能であるかを検証することも目的としている。そこで、改良したモデルを用いて、韓国経済における総資本と総労働の 2 部門間への配分率を計算する。なお、第 7 章は『北東アジア地域研究』の第 25 号に掲載された柳東民氏との共著論文を修正したものである。

各章におけるモデルの改良点をまとめると表 0-1 の通りである。

表 0-1 各章モデルの改良点

モデル	資本財部門における資本財投入の考慮	人口成長率	技術進歩率
第 3 章モデル	なし	なし	なし
第 4 章モデル	なし	あり	あり
第 5 章モデル	あり	なし	なし
第 6 章モデル	あり	あり	なし
第 7 章モデル	あり	あり	あり

このように、本研究はマルクス派最適成長モデルの基本モデルを現実の経済に当てはめる際の課題に焦点をあてながら、個々の課題の解決に取り組み、現実の経済を分析するのに適したモデルとなるように理論上の改良を行っている。そして、拡張されたモデルを用いて、中国及び韓国の経済を分析対象例として考察する。

第 4、5、6、7 章の目的はマルクス派最適成長モデルの理論上の改良である。しかし、理

論上の改良を行う一方、実証分析をする際に消費財・資本財の 2 部門データを構築することも同様に重要な課題となる。すなわち、マルクス派最適成長モデルのような消費財・資本財から成る 2 部門経済成長モデルを実証に応用する場合は、同時に消費財と資本財の 2 部門に分類されたデータの構築が必要となる。他方、高度成長期が終焉を迎え中成長に入っている中国経済において、消費財生産部門と資本財生産部門の不均衡問題を研究する際にも、こうした 2 部門データが不可欠になる。そこで、第 8 章では、先行研究における 2 部門データの構築成果を踏まえながら、消費財・資本財から成る 2 部門産業連関表構築の方法を提示する。また、その方法を用いて、中国、日本、アメリカ、インドにおいても 2 部門データを構築し、比較分析を行う。なお、第 8 章は大平哲氏との共著論文で、現在『三田学会雑誌』に投稿中である。

第1部　経済成長理論分野におけるマルクス派最適成長モデルの位置付け

第1章　経済成長理論分野における再生産表式論の位置付け

本章の目的

本章は再生産表式論の経済成長理論分野における位置付けを明らかにする。具体的には、まず再生産表式論の枠組みを紹介し、再生産表式論の意義や問題点を再確認する。次に、近代経済学における成長理論の発展について述べる。そして、再生産表式論と近代経済学における成長理論との相違を明確にした上で、再生産表式論と近代経済学における成長理論とのどちらの側面も備えていると考えられる2部門経済成長モデル(宇沢型2部門経済成長モデル)について言及する。

1.　はじめに

経済成長理論の歴史は、古典派経済学にまで遡ることができる。その中で、経済成長理論に大きく貢献したのがマルクスである。マルクスは『資本論』で、不変価値を認識していないというスミスの価値に対する不十分な理解、及び個人的消費と生産的消費との混同を批判した。さらに、価値は価値で補填し、素材は素材として補填する必要があることを強調した。そして、このような発想に基づいて、経済成長を分析するモデルである再生産表式を構築した。Feldman(1928[1964])は、再生産表式論をベースに数理的展開を行ったが、それは、経済成長論分野における初めての数理的モデルであったと考えられる。Durlauf and Blume(2008)も経済成長論分野において、Feldman(1928[1964])のモデルは近代経済学の成長理論よりも早い段階に構築されたものである[2]と述べている。Domar(1957)もそれを認めて、このモデルを洗練されたものとして高く評価している。

Morishima(1973)は、マルクスの再生産表式論とワルラスの資本蓄積論はともに、動学的一般均衡理論の生みの親だと論じ、マルクスの再生産表式論は経済成長理論の原型とみなしうるとも主張した。Domar(1952)は、経済成長モデルの起源はマルクスまでに遡ることができると述べ、経済学の諸学派において、重要な経済理論の発展に最も接近しているのはマルクス主義者であるとマルクスの経済成長理論分野に対する貢献を評価した[3]。Orzech and Groll(1983)は、マルクス経済学における経済成長分析に関する研究はハロッド・ドー

---

[2] Durlauf and Blume (2008) p.569.
[3] Domar (1952) p.479.

マーモデルより早くから始まったものだと言及した[4]。また、Samuelson(1974)も、スラッファ＝レオンチェフ型多部門経済成長モデルで考えた安定成長経路問題を最初に論じたのはマルクスの再生産表式論によるものとし、杉谷(1997)も経済発展にかかわる理論の系譜を論じる際、「現代的観点から見ると、技術革新が経済成長の第二の、ことによると第一の推進力であるという観念に十分の注意を払ったのはマルクスだけであった」[5]と、マルクスの経済成長論分野への貢献を認めている。さらに、近代経済学の成長理論の中核としての「動学的一般均衡理論」における「動学」・「成長」などの用語も、マルクス派の経済学者によって最初に使われたものである[6]。Wood(1988)も、マルクスは成長理論学者であると認識している[7]。

本章は、再生産表式論の経済成長論分野における位置付けを明らかにすることを試みる。具体的には、まず、再生産表式論の枠組みを紹介し、再生産表式論に対する理解の再確認を行う。次に、近代経済学の成長理論の発展を踏まえて、近代経済学の成長理論の展望を述べる。そして、再生産表式論と近代経済学における主要な成長理論との相違を明確にした上で、再生産表式論と近代経済学の成長理論との融合であると考えられる 2 部門経済成長モデルを説明する。これらによって、再生産表式論の経済成長理論分野における位置付けを考察する。

2. 再生産表式論

(1) 単純再生産表式

マルクスは再生産表式論を、資本蓄積を捨象した単純再生産表式と、資本蓄積が存在し、かつ剰余価値が資本へ転化することを考慮した拡大再生産モデルの 2 つに分けて提示している[8]。Feldman(1928[1964])は、再生産表式論をベースに数理展開を行ったが、それは、経済成長論分野における初めての数理的モデルであったと考えられる。Durlauf and Blume(2008)も「経済成長理論分野において、Feldman(1928[1964])のモデルは近代経済学の成長理論よりも早い段階に構築されたものである」[9]と述べた。Domar(1957)もそれを認めて、このモデルを洗練されたものとして高く評価した。

単純再生産表式は次のように表現できる

4 Orzech and Groll (1983) p.529.
5 杉谷(1997) p.26.
6 呉(2011) p.197.
7 Wood (1988) pp.165,172.
8 ここでの再生産表式論の表現は小幡(2009)及び大西(2012,2015) にならった。拡大再生産表式の場合も同じである。
9 Durlauf and Blume (2008) p.569.

$$W_{1t} = C_{1t} + V_{1t} + M_{1t} \cdots\cdots\cdots (1)$$
$$W_{2t} = C_{2t} + V_{2t} + M_{2t} \cdots\cdots\cdots (2)$$

これは社会全体における生産部門を資本財生産部門と消費財生産部門に分け、$i = 1{,}2$ で表し、1、2 の 2 部門が存在することを意味する。W_{it}は、それぞれの部門がt期(年)に生産する総生産物の価値量である。C_{it}は、生産にあたって工場や機械や原料等の資本財を買うために必要な資本—不変資本を表す。V_{it}は、労働力を購入するための支出で、可変資本を表す。M_{it}は、労働力が生産された価値とその労働力に支払われる価値の間の差であり、これは剰余価値といわれる。

こうした社会単純再生産が成り立つにはC_{it}、V_{it}、M_{it}の消費と価値構成・配分との関係が、

$$C_{2t} = V_{1t} + M_{1t} \cdots\cdots\cdots (3)$$

という式を満たさなければならない。2 部門間に以上のような関係が成立することで、単純再生産が実現できる。第 1 部門における可変資本と剰余価値の総額は、第 2 部門の不変資本に等しくなければならない。単純再生産においては、資本財生産部門における資本家と労働者の消費財に対する需要は、消費財生産部門における資本家の資本財に対する需要と、価値次元において等しいのである。

『資本論』では次の数値例を用いて、単純再生産を説明した。なお、実線で囲まれた部分は価値次元で等しい。

$$\mathrm{I}\quad 4000\mathrm{C}_1 + \boxed{1000\mathrm{V}_1 + 1000M_1} = 6000W_1 \cdots\cdots\cdots (4)$$
$$\mathrm{II}\quad \boxed{2000\mathrm{C}_1} + 500\mathrm{V}_1 + 500M_1 = 3000W_1 \cdots\cdots\cdots (5)$$

さらに、(3)式を(1)式に代入すると、

$$W_{1t} = C_{1t} + C_{2t} \cdots\cdots\cdots (6)$$

となる。第 1 部門により生産されたすべての資本財の価値は、第 1 部門と第 2 部門の不変資本と等しくなることを表す。

同様に、(3)式を(2)式に代入すれば、

$$W_{2t} = (V_{1t} + M_{1t}) + (V_{2t} + M_{2t}) \cdots\cdots\cdots (7)$$

が得られる。第 2 部門で生産された生産物の総価値は、第 1 部門と第 2 部門の可変資本と剰余価値和と等しくなるということを表す。

以上の式から、単純再生産の場合における部門間の比率は、

$$\frac{W_{1t}}{W_{2t}} = \frac{C_{1t} + C_{2t}}{V_{1t} + M_{1t} + V_{2t} + M_{2t}} \cdots\cdots\cdots (8)$$

となる。

こうして、社会単純再生産を実現するには、以上のような 3 つの関係が成り立っていることが必要となる。資本蓄積が捨象されたこれらの条件の下では、生み出された剰余価値

はすべて資本家によって消費され、それと同規模の生産が継続される。要するに、単純再生産モデルにおいては、資本貯蓄と追加投資を行わず、単純に両部門間での価値構成と価値配分を行うのみである。

⑵ 拡大再生産表式

マルクスは『資本論』で、資本主義における商品生産、流通、購買の過程を「$G \to W \to G'$」と表した。その過程では、通常の商品交換と異なり、「貨幣―商品―貨幣＋α」という流れによって、資本家が所有する貨幣が増加する。資本家はこの過程を繰り返し、「$G \to W \to G' \to W \to G'' \to W \to G''' \cdots$」という形で価値の増殖を図る。そこで、増殖した剰余価値をさらに投資にあて、生産要素の追加ないし生産技術の上昇などの活動を行う。このように、マルクスは資本主義の本質が「資本」の「無限に自己増殖する価値運動」にあるとし、拡大再生産表式を構築した。拡大再生産表式は次のように表現される。

$$W_{1t} = C_{1t} + V_{1t} + M_{1t(m)} + M_{1t(v)} + M_{1t(k)} \cdots\cdots\cdots (9)$$
$$W_{2t} = C_{2t} + V_{2t} + M_{2t(m)} + M_{2t(v)} + M_{2t(k)} \cdots\cdots\cdots (10)$$

ここで、2 部門の剰余価値M_{1t}、M_{2t} のうち、$M_{1t(k)}$と$M_{2t(k)}$は資本家の私的消費にあてられる部分を表し、$M_{1t(m)} + M_{1t(v)}$と$M_{2t(m)} + M_{2t(v)}$は不変資本と可変資本に新たに投入される部分を表す。ΔC_{it}、ΔV_{it}、α_iを、各部門に追加される不変資本、可変資本及び蓄積率と定義すれば,

$$\alpha_1 M_{1t} = \Delta V_{1t} + \Delta C_{1t} \cdots\cdots\cdots (11)$$
$$\alpha_2 M_{2t} = \Delta V_{2t} + \Delta C_{2t} \cdots\cdots\cdots (12)$$
$$(1-\alpha_1) M_{1t} = M_{1t(k)} \cdots\cdots\cdots (13)$$
$$(1-\alpha_2) M_{2t} = M_{2t(k)} \cdots\cdots\cdots (14)$$

であるから、⑼、⑽式は、

$$W_{1t} = C_{1t} + V_{1t} + (1-\alpha_1) M_{1t} + \Delta V_{1t} + \Delta C_{1t} \cdots\cdots\cdots (15)$$
$$W_{2t} = C_{2t} + V_{2t} + (1-\alpha_2) M_{2t} + \Delta V_{2t} + \Delta C_{2t} \cdots\cdots\cdots (16)$$

と書き換えることができる。

新たなΔC_{1t}、ΔC_{2t}は、さらに第 1 部門によって追加生産され、ΔV_{1t}、ΔV_{2t}、$(1-\alpha_1) M_{1t}$、$(1-\alpha_2) M_{2t}$は第 2 部門から供給されなければならないので、

$$(1-\alpha_1) M_{1t} + V_{1t} + C_{1t} = C_{1t} + \Delta C_{1t} + \Delta C_{2t} + C_{2t} \cdots\cdots\cdots (17)$$
$$(1-\alpha_2) M_{2t} + V_{2t} + C_{2t} + \Delta C_{2t} + \Delta V_{2t}$$
$$= V_{1t} + V_{2t} + (1-\alpha_2) M_{2t} + \Delta V_{2t} + \Delta V_{1t} + (1-\alpha_1) M_{1t} \cdots\cdots\cdots (18)$$

となる。これを整理すると、

$$(1-\alpha_1)M_{1t}+V_{1t}+\Delta V_{1t}=\Delta C_{2t}+C_{2t}\cdots\cdots\cdots(19)$$

$$C_{2t}+\Delta C_{2t}=V_{1t}+\Delta V_{1t}+(1-\alpha_1)M_{1t}\cdots\cdots\cdots(20)$$

さらに、

$$C_{2t}+\Delta C_{2t}+C_{1t}+\Delta C_{1t}=W_{1t}\cdots\cdots\cdots(21)$$

となることから、資本財生産部門により供給される資本財は、両部門の拡大再生産に必要な資本財の需要量と等しくなることがわかる。

なお、$\Delta C_{2t}=\Delta C_{1t}=0$ならば、単純再生産の場合と同じく、(6)式が成り立っている

同じく(16)、(20)式から、

$$V_{2t}+\Delta V_{2t}+V_{1t}+\Delta V_{1t}+(1-\alpha_1)M_{1t}+(1-\alpha_2)M_{2t}=W_{2t}\cdots\cdots\cdots(22)$$

が得られる。さらに、これらによって、

$$V_{1t}+\Delta V_{1t}+(1-\alpha_1)M_{1t}=C_{2t}+\Delta V_{2t}\cdots\cdots\cdots(23)$$

が成り立つ。同様に、$\Delta V_{2t}=\Delta V_{1t}=0$、$\alpha_1=\alpha_2=0$であれば、単純再生産の場合に導いた(3)式が成立する。

ただし、拡大再生産におけるΔV_{2t}、ΔV_{1t}、ΔC_{1t}、ΔC_{2t}は、いずれもゼロより大きいため、$C_{2t}>V_{1t}+M_{1t}$となる。

また、拡大再生産の場合における部門間の価値の比率は、

$$\frac{C_{1t}+C_{2t}+\Delta C_{1t}+\Delta C_{2t}}{V_{1t}++\Delta V_{1t}+(1-\alpha_1)M_{1t}+V_{2t}+\Delta V_{2t}+(1-\alpha_2)M_{2t}}\cdots\cdots\cdots(24)$$

を満たさなければならない。

単純再生産の場合とは異なり、拡大再生産の場合には、資本家が貯蓄した資本の一部が追加投資にあてられることで、各部門における生産規模が拡大し、生産量も増加する。

『資本論』では、それらの条件を満たす数値例として次のようなものを示した。

$$\mathrm{I}\ 4000C_1+1000V_1+1000M_1=6000W_1\cdots\cdots\cdots(25)$$

$$\mathrm{II}\ 1500C_2+750V_2+750M_2=3000W_2\cdots\cdots\cdots(26)$$

(25)式では、資本の有機的構成が一定の下、資本財生産部門における剰余価値($1000M_1$)のうちの $500M_1$を新規投資として、不変資本に$400C_1$、可変資本に$100V_1$を回せば、

$$\mathrm{I}\ 4000C_1+400C_1+\boxed{1000V_1+100V_1+500M_1}=6000W_1\cdots\cdots\cdots(25)'$$

となる。

それと対応する消費財生産部門の生産を表す(26)式は、

$$\mathrm{II}\ \boxed{1600C_1}+800V_1+600M_1=3000W_1\cdots\cdots\cdots(26)'$$

となる。なお、(25)′、 (26)′式の括弧の部分は等しい。

剰余価値率が一定である場合、次期における拡大再生産表式は

$$\mathrm{I}\ 4000C_1+400C_1+1000V_1+100V_1+1100M_1=6600W_1\cdots\cdots\cdots(25)''$$

$$\text{Ⅱ}\ 1600C_1 + 800V_1 + 800M_1 = 3200W_1 \cdots\cdots\cdots (26)''$$

となる。

さらに、次々期における拡大再生産表式は

$$\text{Ⅰ}\ 4000C_1 + 400C_1 + 440C_1 + 1000V_1 + 100V_1 + 110V_1 + 1100M_1 + 110M_1 = 7260W_1 \cdots\cdots\cdots (25)'''$$

$$\text{Ⅱ}\ 1600C_1 + 160C_1 + 800V_1 + 80V_1 + 800M_1 + 80M_1 = 3520W_1 \cdots\cdots\cdots (26)'''$$

となる。マルクスは『資本論』において、以上のように拡大再生産表式を説明し、拡大再生産を実現するための条件を明らかにした。

3. 再生産表式論の下での経済成長要因分析

(1) 再生産表式論をベースとした経済成長要因分析

再生産表式論は以下のような特徴を挙げることができる。まず、再生産表式論は短期的な分析と長期的な分析のどちらも応用が可能なモデルである。短期的な分析では商品交換経済における生産と交換のプロセスが考察の対象となり、長期的な分析では経済構造の変化が考察の対象となる[10]。次に、再生産表式論は静学モデルとしても動学モデルとしても用いることができる。単純再生産モデルでは価値の形成と増加の過程を統一し、拡大再生産では生産と再生産の視点から社会的生産の長期的な分析を行っている。最後に均衡や不均衡に関する問題も再生産表式において考察可能である。均衡が実現される条件は、静学分析の下では資本財生産部門と消費材生産部門の比が一定となることであり、動学分析の下では(24)式が満たされることである。すなわち、経済が均衡を保って成長するためには(22)、(23)、(24)式が成立していなければならない。

ここで、不変資本と可変資本の比率である資本の有機的構成k_{it}は

$$k_{it} = C_{it}/V_{it} \quad (i = 1,2) \cdots\cdots\cdots (27)$$

で表される。これは、資本財の量と、それを動かすのに必要な労働力の量との関係を反映したものである。そして、剰余価値率(e_{it})は剰余価値と可変価値の比率、すなわち

$$e_{it} = M_{it}/V_{it} \quad (i = 1,2) \cdots\cdots\cdots (28)$$

であり、これを搾取率ともいう。

また、利潤率(m_{it}) を、

$$m_{it} = \frac{M_{it}}{C_{it} + V_{it}} \quad (i = 1,2) \cdots\cdots\cdots (29)$$

で表す。

---

[10] 呉(2011) p. 194.

資本家がある一定の貯蓄率a_iで蓄積ないし投資を行うと仮定すれば、生産拡大により増加した労働力と資本財は、

$$a_i M_{it} = \Delta C_{it} + \Delta V_{it} \cdots\cdots\cdots (30)$$

となる。単純再生産の場合は貯蓄率は$a_i = 0$である。ここでは、労働者階級は貯蓄を行わずに得られる賃金所得をすべて消費財の購入に回して、資本家だけが貯蓄すると仮定する。すると、

$$a_i m_{it}(C_{it} + V_{it}) = \Delta C_{it} + \Delta V_{it} \cdots\cdots\cdots (31)$$

が成立する。さらに、(27)式から、

$$C_{it} = V_{it} k_{it} \cdots\cdots\cdots (32)$$

が得られ、それを(31)式に代入すると、

$$a_i m_{it} V_{it}(1 + k_{it}) = \Delta C_{it} + \Delta V_{it} \cdots\cdots\cdots (33)$$

となる。

これを書き換えると、

$$W_{it} = (1 + m_{it})(k_{it} + 1)V_{it} \cdots\cdots\cdots (34)$$

となる。

競争市場における各産業部門の利潤率は均等化するので、利潤率は経済成長には影響しないものと考えられる。すると、各部門における産出増加への影響があるのは、可変価値と、資本の有機的構成である。よって、経済成長方程式として

$$\Delta W_i = (1 + m_{it})V_{it}\Delta k_i + (1 + m_{it})(k_{it} + 1)\Delta V_i \cdots\cdots\cdots (35)$$

が成り立つ。

さらに、これを(34)式で割ると、

$$\frac{\Delta W_i}{W_{it}} = \frac{1}{\frac{1}{\Delta k_i} + \frac{k_{it}}{\Delta k_i}} + \frac{\Delta V_i}{V_{it}} \cdots\cdots\cdots (36)$$

となり、価値レベルの経済成長率($\frac{\Delta W_i}{W_{it}}$)は、資本の有機的構成の増加率($\frac{\Delta k_i}{k_{it}}$)と可変資本の変化率($\frac{\Delta V_i}{V_{it}}$)に分解できる。拡大再生産の場合は可変資本と不変資本への投下がともに増加し、これによって生産技術が効率化され、経済成長が図られるということも分かる。マルクス以前の経済学者は生産要素の増加が生産量の上昇に貢献すると認識していたが、マルクスは、生産技術も経済成長に寄与することを初めて指摘した。新古典派成長モデルに先行するという点で非常に意義のあることである。この意味で、近代経済学の成長理論の起源をマルクスにまで遡ることができるとの Domar(1952)の主張には根拠があろう。

⑵ 再生産表式論における初めての数理展開

1920 年代にソ連のマルクス経済学者は、独自に社会再生産表式論の数理展開を行った。その 1 人である Feldman(1928[1964])のモデルから 2 つの結論が得られる。1 つは 2 部門における資本ストックの比率に関するもので、より高い経済成長率を図るために、資本財生産部門における資本ストックを高めなければならないという主張である。

他の 1 つは 2 部門における投資の配分比率についてである。均衡成長経路に沿って、2 部門における投資比率は、2 部門の資本ストックの比率と同じでなければならない。

Feldman(1928[1964])の説明は複雑であるため、 Domar(1957)は以下のようにモデルを簡潔にした。rは第 1 部門に配分する投資の比率とする。Iは年純投資であり、2 部門においてそれぞれI_1、I_2とする。Vは資本の運営の効率性を表し、2 部門ではそれぞれV_1、V_2である。Cは消費財の生産量で、Yは国民所得である。C_0、I_0、Y_0はそれぞれ各変数の初期値である。rの定義から、$I_1 = rI$となる。第 1 部門における生産力の増加は、I_1により、$\frac{dI}{dt} = \frac{I_1}{V_1}$である。この式から、

$$I = I_0 e^{\frac{r}{V_1}t} \cdots\cdots\cdots (37)$$

が得られる。また、$I_2 = (1-r)I$であるため、

$$I_2 = (1-r)I_0 e^{\frac{r}{V_1}t} \cdots\cdots\cdots (38)$$

I_2の増加により、第 2 部門の生産力が上昇するため、

$$\frac{dC}{dt} = \frac{I_2}{V_2} = \frac{1-r}{V_2} e^{\frac{r}{V_1}t} \cdots\cdots\cdots (39)$$

$$C = C_0 + \left(\frac{1-r}{r}\right)\frac{V_1}{V_2}\left(e^{\frac{r}{V_1}t} - 1\right) \cdots\cdots\cdots (40)$$

$$\frac{dY}{dt} = \frac{dC}{dt} + \frac{dI}{dt} = \frac{V_1 - r(V_1 - V_2)}{V_1 V_2} e^{\frac{r}{V_1}t} \cdots\cdots\cdots (41)$$

$$Y = I + C = Y_0 + [(\frac{1-r}{r})\frac{V_1}{V_2} + 1](e^{\frac{r}{V_1}t} - 1) \cdots\cdots\cdots (42)$$

が満たされる。なお、ここでは$I_0 = 1$と基準化する。

成長率は資本の蓄積率及び資本の運営の効率性によって決まり、資本財生産部門の投資比率と資本の運営の効率性の比率$\frac{r}{V_1}$が高くなるに従って、経済成長率も上昇するとの結論が得られる。

先述の通り、Domar(1957)は Feldman(1928[1964])のモデルが成長理論分野における初め

ての数理モデルであるとした。Durlauf and Blume(2008)も、経済成長論分野において、Feldman(1928[1964])のモデルは近代経済学の成長理論よりも早い段階に構築された数理モデルであると述べた。

4. 近代経済学の成長理論

(1) 近代経済学の成長理論の発展

Barro and Sala-i-Martin(2004)によると、近代経済学の成長理論の発展には3つの波がある。第一の波は、乗数・加速度原理に立脚したハロッド＝ドーマーの新ケインズ派成長モデルによって引き起された。Harrod(1939)とDomar(1946)によれば、ケインジアンの分析を経済成長の要素と統合させる試みであったハロッド＝ドーマーモデルは、投入物の代替の不可能な生産関数を使用し、経済成長が不安定であることを証明することで資本主義体制の不安定性を示した。第2の波は、1950年代に新古典派成長理論の基礎を築いたソロー＝スワンモデルである。ソロー＝スワンモデルは Solow(1956)と Swan(1956)によって構築された。その重要な側面は新古典派的な生産関数を用いる点にあり、そのような生産関数の下で貯蓄率一定の仮定を置いた、簡単な一般均衡モデルである。モデルから得られる帰結は2つあり、1つは条件付き収束性であること、もう1つは技術の継続的な進歩がない場合、1 人あたりの成長はやがて停止するということである。そして、Cass(1965)とKoopmans(1965)は、Ramsey(1928)による消費者の最適化に関する分析をソロー＝スワンモデルに取り込み、基本的な新古典派経済成長モデルを完成させた。第3の波はRomer(1986)と Lucas(1988)の論文を始めとして発展した内生的成長理論である。このような研究は、1人あたりの長期成長率が外生的な技術進歩率によって定められているという新古典派の欠点を回避する試みでもあり、モデル内で長期的成長率を決定するようにモデルを改良している。また、内的成長理論では人的資本、技術進歩率など、より現実の経済を反映できる要素をモデルに内生的に取り組むことに注力している。これらの研究において、成長を内生的に創出するメカニズムを明らかにするには、2つのアプローチがある。1つは、新古典派成長モデルに組み込まれる資本に対する収穫逓減の仮定を除去することであり、もう 1つは、成長過程にスピルオーバー効果ないし外部性を取り込むものである。本節は、近代経済学の成長理論における代表的なモデルの枠組みを説明する。

(2) ハロッド＝ドーマーモデル

ハロッド＝ドーマーモデルの問題意識は、ケインズの『一般理論』の動学化にあった。ハロッド＝ドーマーモデルでは、投資と貯蓄の関係は、

$$I \equiv \dot{K} = S = sY \cdots\cdots\cdots (43)$$

である。

ここで、Sは貯蓄、sは貯蓄率、Iは投資、$I \equiv \dot{K}$は投資の資本ストックへの付加を示す。Yは産出量である。(43)式より、

$$\dot{K} = S = sY \cdots\cdots\cdots (44)$$

両辺に$\frac{1}{\dot{Y}}\frac{\dot{Y}}{Y}$をかけて、

$$\frac{\dot{Y}}{Y}\frac{\dot{K}}{\dot{Y}} = s \cdots\cdots\cdots (45)$$

となる。$\frac{\dot{Y}}{Y}$は現実の成長率G、$\frac{\dot{K}}{\dot{Y}}$は資本係数Cである。よって、ハロッド＝ドーマーモデルの基本方程式は、

$$\frac{\dot{Y}}{Y}\frac{\dot{K}}{\dot{Y}} = s = GC \cdots\cdots\cdots (46)$$

となる。そして、自然成長率G_nを定義し、これは人口の増加と技術進歩によって可能となる成長率であるから、

$$G_n = n + \alpha \cdots\cdots\cdots (47)$$

と表される。

また、設備を完全に利用する場合の成長率を保証成長率G_Wと定義する。完全利用を保証する所得の成長にとって必要な投資量をI_rとするが、これは生産者の自由な意思決定で与えられる値でないことに注意されたい。こうして、保証成長率、必要投資量、必要投資係数(C_r)の三者の関係は、

$$G_w = \frac{I_r}{YC_r} \cdots\cdots\cdots (48)$$

となる。

また、I_rは貯蓄に等しいため、

$$C_r G_w = s \cdots\cdots\cdots (49)$$

となる。

さらに、均衡成長であれば、$G_w = G_n$が成立しなければならないので、

$$\frac{s}{C_r} = \alpha + n \cdots\cdots\cdots (50)$$

が満たされる。

しかし、それらのパラメーターは互いに独立であるため、この条件の成立は偶然によることになる。

さらに、均衡成長が成立する際は、

$$G=\frac{s}{C_r}=\alpha+n\cdots\cdots\cdots(51)$$

となる。経済成長率は人口成長率、技術進歩率、貯蓄率の増加関数である。ハロッド＝ドーマーの成長理論は、経済成長の要因である資本蓄積と生産技術、人口増加、需要要因としての貯蓄性向などの関係を解明した。

現実の経済成長率と保証成長率の関係については、$G>G_w$であれば、$GC=s=G_wG_r$が成立するため、$C<G_r$となる。すなわち、投資が不足となり、資本ストックは増加する。その結果、Gはさらに上昇する。$G<G_w$の時、逆パターンとなり、Gは減少している。

以上のように、ハロッド＝ドーマーモデルでは自然成長率にたどり着くことがほぼ不可能である。例え自然成長にたどり着いても、いったん均衡から離れれば回復は困難であり、この現象はナイフエッジ原理ともいわれる。このようにハロッド＝ドーマーモデルの意義は資本主義の不安定性を示したことにある。

(3) 新古典派成長理論

1) ソロー＝スワンモデル

ハロッド＝ドーマーモデルにおいては、資本係数、人口成長率、貯蓄率などは固定であり、生産要素の代替性は存在しないものと仮定されていた。Solow(1956)はハロッド＝ドーマーモデルが固定的生産係数の仮定を置くことで、不安定均衡体系となった点と、通常の短期的分析のツールで長期の問題を扱っている点をモデルの問題点であると指摘した。つまり、ハロッド＝ドーマーモデルでは、乗数、加速度、資本係数などの要因で長期的な問題を扱っているのである。その後、Solow(1956)はそれらの点について変更を加えることにより、$G_w=G_n$などが常に一致するような体系の構築を試み、次の諸仮定を加えた。①生産要素間の代替性が効く生産係数を導入し、規模に関する収穫一定である。②前期の貯蓄に見合うだけの投資を計画する。なお、投資の 2 重性は考慮しない。これにより、$G=G_w$の成立を前提とするのである。

ソロー＝スワンモデルは次のように表現できる。

$$I=\dot{K}=sY\cdots\cdots\cdots(52)$$

$$Y=F(K,AL)\cdots\cdots\cdots(53)$$

ここで、ALは効率労働である。生産関数は規模に関して収穫一定という性質を持ち、一次同次である。すなわち、

$$\lambda F(K,AL)=F(\lambda K,\lambda AL)\qquad \lambda>0\cdots\cdots\cdots(54)$$

である。また、労働人口は

$$L_t=L_0e^{nt}\cdots\cdots\cdots(55)$$

とし、完全雇用が常に成立すると仮定する。また、

$$I = \dot{K} = sY = sF(K, AL) \cdots\cdots\cdots (56)$$

が成立し、これはハロッド＝ドーマーモデルでの、

$$G_w = G_n \cdots\cdots\cdots (57)$$

を意味している。

そこで、資本が完全に利用されるという意味での保証成長率は$\frac{\dot{K}}{K}$で、上の式から、

$$\frac{\dot{K}}{K} = \frac{sY}{K} = \frac{sF(K, AL)}{K} = \frac{sALF(\frac{K}{AL}, 1)}{K} \cdots\cdots\cdots (58)$$

ここで、効率労働AL単位あたりの資本をkとおくと、$k = \frac{K}{AL}$である。また、$F\left(\frac{K}{AL}, 1\right)$は$k$による関数$f(k)$と書き換えられるから、(58)式より

$$\frac{\dot{K}}{K} = \frac{sf(k)}{k} \cdots\cdots\cdots (59)$$

である。

一方、自然成長率は効率労働の成長率となり、すなわち、

$$\frac{(\dot{AL})}{AL} = \frac{\dot{A}}{A} + \frac{\dot{L}}{L} = \alpha + n \cdots\cdots\cdots (60)$$

なので、保証成長率と自然成長率の関係として

$$\frac{sf(k)}{k} = \alpha + n \cdots\cdots\cdots (61)$$

が成り立つ。

新古典派理論では、効率労働単位の資本の限界生産力が逓減する。そこで、$sf(k)$と $(\alpha + n)k$ がグラフ上で交わることとなり、均衡成長経路の存在が保証される。

また、ソロー＝スワンモデルでは、

$$\dot{k} = sf(k) - (\alpha + n)k \cdots\cdots\cdots (62)$$

となる。

$k > k^*$であれば、$(\alpha + n)k > sf(k)$から、kはk^*まで低下する。一方、$k < k^*$なら、$(\alpha + n)k < sf(k)$から、kはk^* に近づく。よって、モデルは平衡点で安定である。

ソロー＝スワンモデルは、可変的投入係数を持つ生産関数を設定することにより、ハロッド＝ドーマーモデルにおける均衡成長の保証条件を満たす。この状態では、産出と資本は一定の成長率で増加し、均衡から乖離しても復帰する傾向にある。以上より、ソロー＝スワンモデルの帰結は次のように要約される。第一に、モデルの条件を満たす均衡成長経路はただ１つで、その経路上でのすべての水準で変数の成長率は、所与の労働力人口成長率及び技術進歩率と一致する。第二に、１人あたりの資本ストックのいかなる初期状態から

出発しても、経済は長期的に特定の成長経路に収束する。ソロー＝スワンモデルは、資本ストックの投入量の増大・人口成長・技術進歩を経済成長の要因として定式化した。

2) ラムゼイ＝キャス＝クープマンズモデル

ソロー＝スワンモデルの抱える欠点の一つは、貯蓄率が外生的で、かつ一定であるということである。経済の成長プロセスをより完全に表現するには、完全競争的市場での最適行動主体である家計と企業の消費経路と貯蓄率がそれぞれ決定されるようなモデルが必要となる。このような問題意識をもとに、Cass(1965)と Koopmans(1965)は、Ramsey(1928)によって提唱された消費最適化の分析をソロー＝スワンモデルに取り入れ、貯蓄率の決定を内生化した。

具体的には、ソロー＝スワンモデルでの、$I=\dot{K}=sY$を、

$$C=F(K,AL)-\dot{K}\cdots\cdots\cdots(63)$$

と書き換えるのである。ここで、Cは家計の消費を表し、1 人あたりの消費はcと表す。

モデルでは、家計の効用が最大化されるように消費量が決定されるとしている。モデルの基本構造は以下のようになる。

$$\max_{\mathrm{k,c}}\ U=\int_0^\infty u(c)e^{-\rho t}dt$$

$$\text{s.t.}$$

$$\dot{k}=f(k)-nk-c,$$

$$\text{given}\quad k(0)\qquad\qquad\cdots\cdots\cdots(64)$$

$u(c)$は効用関数であり、1 人あたりの消費に関して増加的で、凹関数である。ここで考える問題は、通時的な予算の制約条件のもとで、無限期間を生きる家計の効用を最大化するような消費と貯蓄を選択する問題である。

さらに、モデルの解法についても、ソロー＝スワンモデルなどでの古典二分法を放棄した上で、最大値原理を用い、最適貯蓄率を計算した。

まず、現在価値ハミルトニアンを次のように設定する[11]。

$$\Gamma=\frac{c^{1-\theta}-1}{1-\theta}+\lambda[f(k)-nk-c]\cdots\cdots\cdots(65)$$

ここで、λはシャドウ・プライスである。

最大化のための一階条件を整理すると、モデルの解として、

$$\frac{\dot{c}}{c}=\frac{u'(c)}{u''(c)c}[f'(k)-n-\rho]\cdots\cdots\cdots(66)$$

---

[11] ここでの効用関数を通常の CRRA 型効用関数と設定されている。

が得られる。

ラムゼイ＝キャス＝クープマンズモデルでは、貯蓄率は 1 人あたりの資本ストックkの関数である。このような拡張によって、モデルの動学的性格はより現実の経済に即したものとなり、基本的な新古典派成長モデルの枠組みが確立されるのである。ソロー＝スワンモデルと同様、ラムゼイ＝キャス＝クープマンズモデルでも、均衡状態に到達すると、産出と資本ストックは人口成長率と技術進歩率の和で持続的に成長するとの結論に至った。しかしながら、このモデルでは、技術進歩率は外生のままであった。

(4) 内生的成長モデル

ソロー＝スワンモデルとラムゼイ＝キャス＝クープマンズモデルにおいて、技術進歩率は外生的に与えられるものとした。このような工夫によって、上記の 2 つモデルは条件付き収束性を持ち、長期的に一定の成長率が持続されるとの結論を得る。

これに対して、技術進歩率などを内生化するよう試みたのが内生成長理論である。内生的成長理論において、成長を内生的に創出するメカニズムを明らかにするには 2 つのアプローチがある。1 つは、新古典派成長モデルにおける資本に対する収穫逓減の仮定を除去することである。その簡単な例として、Rebelo(1991)により構築された資本に対する収穫一定を仮定した AK モデルがある。もう 1 つは、成長過程にスピルオーバー効果、あるいは外部性を取り込むことによって成立するアプローチであり、そこでは生産投入量を再生産可能な資本の形態とみなす。この方法には、資本を物的資本と人的資本の 2 種類に分けて考えるモデルがある。Frankel(1962)、Griliches(1979)、Romer(1986)、Lucas (1988)などは、スピルオーバー効果が中心的な役割を演じるモデルを構築した。

Romer モデルの枠組み[12]は[13]、

$$\max_{i,c} U = \int_0^\infty u(c)e^{-\rho t}\,dt$$

$$\begin{aligned} \text{s.t.} \quad & \dot{x} = f(x,n) - i - c \\ & \dot{n} = g(i,n) \\ & x \geq 0, n \geq 0 \end{aligned} \qquad \cdots\cdots\cdots(67)$$

である。ここで、xは労働や、物的資本知識以外のあらゆる生産要素の量、nは知識の量、iは知識の生産に投入される消費財の量を表す。その他の設定は、新古典派成長モデルと一致

[12] ここでの Romer モデルの枠組みの表現は重原・大庭(1991) にならった。
[13] 数式モデルとしての解法は、基本的には新古典派最適成長モデルと同様であるため解説を省略する。

する。このモデルでは、収穫逓増の性質を持つ生産関数を置いても、一定の条件下では最適化問題の解が得られることを示した。また、同モデルの帰結の 1 つは、1 人あたりの消費及び「知識」資本が持続的に成長し得るという点である。

Lucas(1988)は、Uzawa(1965)によって開発されたモデルを再構築した[14]。

$$\max_{\mathrm{v,c}} U = \int_0^{\infty} u(c)e^{-\rho t}\,dt$$

$$\mathrm{s.t.}$$

$$\dot{k} = f(k, vh) - i - c$$

$$\dot{h} = h\delta(1 - v)$$

$$k \geq 0, h \geq 0 \qquad \cdots\cdots\cdots(68)$$

ここで、kは 1 人あたりの物的資本で、kは 1 人あたりの人的資本である。vは労働時間の占める比率である。Lucas(1988)によれば、均衡成長率は資本の配分率や、人的資本の外部性などによって決まる。また、定常状態であれば、均衡成長率は危険回避率、人的資本の蓄積、あるいは時間選好率などによって決まる。これらの研究は、先進国と発展途上国との間の成長率格差について一定の説明を与えている。

5.　再生産表式論と近代経済学の成長理論の比較

(1) 再生産表式論と近代経済学の成長理論の比較

本節では、再生産表式論と近代経済学の成長理論の相違について整理を行う。

まず、再生産表式論は労働価値説を基礎とし、価値次元で議論を展開している。これに対して近代経済学の成長理論は物財・価格次元で成長を表現している。また、ラムゼイ＝キャス＝クープマンモデル以後、効用価値説のモデルへの導入が一般的になっている。

次に、再生産表式論には資本家と労働者からなる 2 種類の経済主体を設定している。一方、近代経済学に基づく成長理論においてソロー＝スワンモデルとハロッド＝ドーマーではマクロ経済面における貯蓄と消費の関係を明示する際に経済主体を考えていない。他方、ラムゼイ＝キャス＝クープマンモデルと内生的成長モデルにおいては同質な経済主体を仮定し、経済全体を 1 人の代表的な個人で代表できるような経済を考えている。さらに、経済主体は効用を最大化するような選択行動が明示されている。

また、ハロッド＝ドーマーモデルは、貯蓄性向及び産出−資本比率がある一定の比率を満たすならば均斉的成長均衡が実現できることを解明している。そして、ハロッド＝ドーマーモデルにおいては資本主義経済下での成長は不安定なものである。一方、新古典派成長

[14] ここでの Lucas モデルの枠組みの表現は重原・大庭(1991) にならった。

モデル及び内生的成長モデルは定常均衡が安定である。マルクスの再生産表式論は資本の再生産・流通が順調に進行するための条件を示すことを目的としている。その意味で、これは経済の安定・不安定問題を論ずるためのモデルではない。

なお、再生産表式論は財を消費財と資本財に分けて考えているが、近代経済学の成長理論では主に 1 種類の財しか考えていない。

最後に、経済成長要因についてであるが、再生産表式論も近代経済学の成長理論と同じく、資本蓄積と技術進歩率を重要な経済成長要因であるとする一方、各モデルにおける技術進歩の表現方法は異なっている。再生産表式論においては資本の有機的構成の高度化が技術進歩の具体的内容としてイメージされている。なお、近代経済学の成長理論における内生的成長モデルのその他のモデルとの違いは技術進歩を内生化している点である。

表 1-1　再生産表式論と近代成長理論との比較

<table>
<tr><th rowspan="3"></th><th rowspan="3">再生産表式論</th><th colspan="4">近代経済学の成長理論</th></tr>
<tr><th rowspan="2">ハロッド＝ドーマーモデル</th><th colspan="2">新古典派成長モデル</th><th rowspan="2">内生的成長モデル</th></tr>
<tr><th>ソロー＝スワンモデル</th><th>ラムゼイ＝キャス＝クープマンズモデル</th></tr>
<tr><td>基礎となる価値各説</td><td>労働価値説</td><td colspan="2">なし</td><td colspan="2">効用価値説</td></tr>
<tr><td>表示次元</td><td>価値</td><td colspan="4">物財・価格</td></tr>
<tr><td>経済主体</td><td>資本家
労働者</td><td colspan="2">個人行動
は考慮していない</td><td colspan="2">社会計画者モデル：
社会計画者
分権的市場モデル：
家計・企業</td></tr>
<tr><td>経済主体の選択行動が明示されているかどうか</td><td colspan="3">なし</td><td colspan="2">効用最大化
（消費・余暇）
企業：利潤最大化</td></tr>
<tr><td>財の種類</td><td>2 財モデル
消費財・資本財</td><td colspan="4">1 財に集計されたマクロモデル</td></tr>
<tr><td>経済成長の安定性</td><td>検討の対象外</td><td>不安定</td><td colspan="3">安定</td></tr>
</table>

技術の表現方式	資本の 有機的構成	外生的技術進歩	内生的技術 進歩率

出所：筆者作成

⑵ 再生産表式論と近代経済学の成長理論との融合―宇沢型2部門経済成長モデル

再生産表式論と近代経済学の成長理論では、手法が様々な点で異なっているものの、共通する点もいくつか存在する。近代経済学の成長理論は数学的な手法を用いることで、モデルが洗練されており、この点は再生産表式論よりも優れている。一方、近代経済学の成長理論において、資本蓄積と技術進歩率を重要な経済成長要因であるとする見方は、動学均衡などの点では、再生産表式論と一致している。また、資本主義経済の構造に着目した場合、近代経済学における代表的個人の仮定よりも、マルクス経済学による資本家と労働者という異なる主体や 2 部門間生産という設定は、現実の経済を説明する上でのより自然な仮定であると考えられる。対して、新古典派最適成長モデルにおいて、国民経済の基本的な構成単位である代表的個人という考え方は、経済全体の動きが人々の行動の集計として表現可能であるということを前提としている。このような前提はある経済構造により規定された個人の性格づけを行っているのではなく、いたって抽象的な次元で経済主体を設定しているにすぎない[15]。稲田・宇沢(1972)は、マルクスの経済成長理論の特徴を次のように論じる。マルクスの経済成長理論では、国民経済の基本的な構成単位として資本家と労働者という 2 つの階級を考える。資本家階級は一つの有機的構成をもった経済主体として捉えられ、労働者階級は従属的な役割をはたすものとして捉える。資本は全体として利潤の最大化を目的とした合理的な行動を行うものであって、資本蓄積をつうじて絶えず自己増殖を図り成長しようとする。そのために、労働者を雇用し、生産活動を行い、資本を蓄積しようとする。このような理解を踏まえて、Uzawa(1961)では、Shinkai(1960)をもとに、再生産表式論における資本の行動を2部門経済モデルの中で定式化した。稲田・宇沢(1972)では、Uzawa(1961)で構築されたモデルを「マルクス的な2部門経済モデル」と名付けた。

Uzawa(1961)のモデルは次のような諸仮定がなされる。①2 部門・2 財が存在し、生産部門を消費財生産部門と資本財生産部門の 2 部門に分割する。そのうち、消費財は消費として用いられ、資本財はすべて資本蓄積に回される。②資本家の所得は資本財の購入に回され、労働者の所得は消費財の購入に回されるという仮定を置いている。③生産要素である資本と労働は、2部門間で自由な配分で投入可能で、2部門の生産には両生産要素の投入が必要である。④生産係数は固定であり、2部門で利用可能な生産技術は各々1つである。$i(i =$

[15] 稲田・宇沢(1972) pp. 236-237.

1,2)を生産部門とし、1 は資本財生産部門、2 は消費財生産部門とする。第i部門での産出量、雇用された資本と労働力をそれぞれY_i、K_i、L_iとする。P_iは 2 部門の財の価格を表す。総労働、総資本はそれぞれ、L、Kで表される。資本のレンタルプライス及び賃金はそれぞれr、wとする。Uzawa(1961)の数式による表現は次のとおりである。

$$Y_i = F_i(K_i, L_i) \cdots\cdots\cdots (69)$$

$$P_i \frac{\partial F_i}{\partial K_i} = r \cdots\cdots\cdots (70)$$

$$P_i \frac{\partial F_i}{\partial L_i} = w \cdots\cdots\cdots (71)$$

$$K_1 + K_2 = K \cdots\cdots\cdots (72)$$

$$L_1 + L_2 = L \cdots\cdots\cdots (73)$$

$$P_1 Y_1 = rK \cdots\cdots\cdots (74)$$

$$P_2 Y_2 = wL \cdots\cdots\cdots (75)$$

ここでの生産関数は一次同次である。Uzawa(1961)から、2 部門の資本・労働比率という純粋な技術的係数の大きさによって均衡成長の安定性ないし不安定性が決まるという命題が導かれる。具体的には、均衡成長の安定性のための必要十分条件は、消費財生産部門の資本・労働比率が資本財生産部門の資本・労働比率よりも大きいということである。資本財生産部門の資本・労働比率が消費財生産部門のそれよりも大きければ、経済成長は不安定になる。

Uzawa(1963)では Uzawa(1961)の「資本家の所得は資本財の購入に回され、労働者の所得は消費財の購入に回される」という仮定を放棄し、代表的個人を想定している。

また、Uzawa(1964)は、経済計画、とりわけ途上国の政策においては、最大の経済成長を実現するために資源を経済の各部門にいかにして配分するかという問題に着目した。経済成長過程を分析する際に、希少資源がどのように消費財及び資本財の生産のために配分されるかという問題を中心的な課題とし、モデルをさらに展開した。Uzawa(1964)のモデルは最適成長モデルの枠組みをもととして以下のようになる。

$$\max \int_0^\infty \frac{Y_2}{L} e^{-\rho t} dt$$

$$\mathrm{s.t.}$$

$$\mathrm{Y}_2 = F_2(K_2, \mathrm{L}_2)$$

$$\mathrm{Y}_1 = F_1(K_1, \mathrm{L}_1)$$

$$\dot{K} = Y_1 - \delta K$$

$$K = K_1 + K_1$$

$$L = L_2 + L_2$$

$$\mathrm{Y}_2 \geq W_{min} L \qquad \cdots\cdots\cdots (76)$$

ここで、W_{min}は最低賃金である。Uzawa(1964)で構築された 2 部門経済モデルはUzawa(1963)の基本的な考え方を継承しつつも、制約条件付き最適化問題として拡張されている。Uzawa(1964)ではUzawa(1963)と同じく、Uzawa(1961)における資本家の所得は資本財の購入に回され、労働者の所得は消費財の購入に回されるという仮定を放棄している。なお、Uzawa(1964)はUzawa(1963)における生産関数もさらに一般化した。

このように、通常の宇沢型 2 部門成長モデルは、大きく区別すれば Uzawa(1961)とUzawa(1963,1964)の 2 種類に分類される。また、Uzawa(1961)はマルクス的なモデルと認識されたものの、Uzawa(1963)とそれをもとにする Uzawa(1964)は新古典派の 2 部門成長モデルと認識されている[16]。Uzawa(1961)では、マルクス的な経済成長論を前提とし、国民経済の基本的な構成単位として資本家と労働者という 2 階級を考え、その中で、資本家の所得が投資に回され、労働者の所得が消費に回されている。

一方、Uzawa(1963,964)では、資本家と労働者の仮定を用いず、新古典派最適成長論的な仮定、すなわち、代表的個人との考えを採用している。また、Uzawa(1961)では、消費は賃金に等しく、また投資は利潤に等しくなるということが示されているが、Uzawa(1964,1963)ではさらに生産要素の部門間の配分問題が考慮できるとともに、所得がどのように配分されるかをも導いている。

なお、Uzawa(1961)と同じく、Uzawa(1963)(1964)においても、生産部門を消費財生産部門と資本財生産部門に分割する。このような 2 部門に分割する発想は再生産表式論と共通する点がみられる。

ただし、モデルの構造に注目した場合、Uzawa(1961)と Uzawa(1963)は同じく、ソロー＝スワンモデルをもとにしている。一方、Uzawa(1964)は Uzawa(1963)の基本的な考え方を継

[16] 稲田・宇沢(1972) では、Uzawa(1961) で構築されたモデルを「マルクス的な 2 部門経済モデル」と名付けた。一方、Uzawa(1964)のモデルの基である Uzawa(1963) のモデルを「新古典派の 2 部門経済成長モデル」と認識した。さらに、松本・浅田(2018) においても Uzawa(1964)のモデルを新古典派の 2 部門経済成長モデルと呼ぶ。

承しつつも、効用関数と予算制約を導入し、制約条件付き最適化問題として拡張した。すなわち、Uzawa(1964)のモデルはラムゼイ型最適成長モデルに近い構造をもつのである。

このように、上記のような一連の宇沢型 2 部門経済成長モデルは、再生産表式論と近代経済学の成長理論を融合させたモデルと言える。加えて、同モデルは近代経済学の成長理論に欠けていた成長配分の問題に対して、再生産表式論を取り入れたという点で経済学全般における成長理論の発展に大きな貢献をもたらした。

6. おわりに

本章は、再生産表式論と近代経済学の成長理論を紹介した上で、両者の相違を明確にした。これにより、経済成長理論分野における再生産表式論の位置付けが明らかとなった。均衡を考慮して経済成長を動学的に分析する点において、再生産表式論と近代経済学の成長理論は共通点を持つ。例えば、近代経済学の成長理論で経済成長の決定要因が技術進歩にあるとする点は再生産表式論と一致する。一方、再生産表式論における異質性のある経済主体の想定及び多部門の設定は、近代経済学の成長理論よりも現実的である。さらに、本章の後半には、再生産表式論と近代経済学の成長理論との融合と考えられる Uzawa(1961)をはじめとする一連の研究についても言及した。

第2章　中国における数理マルクス経済学の展開—再生産表式論の展開を中心に

本章の目的

本章では中国におけるマルクス経済学、特に再生産表式論の発展に焦点をあてて、その展望について述べた上で、理論における展開と実体経済分析の 2 つを論じる。これにより、中国におけるマルクス経済学の現状と課題を明らかにする。従来の中国における再生産表式論の展開は「価値次元」にとどまっており、現実の経済成長を分析するには不十分である。

1.　はじめに

中国では、社会主義市場経済体制の充実化のため、マルクス経済学に関する研究が盛んに行われている。しかし、改革開放以来、近代経済学の研究の発展が進む一方、マルクス経済学の研究の発展は遅れている。その中でも、マルクス経済学では定量的な分析よりも定性的な分析が好まれる傾向にあるため、数理マルクス経済学の発展は特に緩慢である。また、経済成長理論の分野に関する研究は極めてわずかである。

一方、中国では、2017 年の経済方針により、経済体制の改革は財産権制度の充実と生産要素の市場化配分に主眼が置かれ、新たな中国の特色ある社会主義政治経済体系が求められている。ここでの新たな中国の特色ある社会主義政治経済体系とは、具体的に言えば、マルクス政治経済学をベースとする経済体系を指す。こうして、新たな中国経済理論におけるマルクス経済学に対するノウハウの「需要」と、今まで発展が遅れてきたマルクス経済学のノウハウの「供給」における、両者のアンバランスが生じた。現在の中国マルクス経済学において、どの分野が遅れているか、また今後どのような発展が期待されるかを明らかにしなければならない。

一方、近年、中国の経済成長のスピードが減速し、経済改革が早急の課題となっている。中国の経済成長が減速している原因や、それへの対策などを研究する上でも、中国におけるマルクス経済学、特に成長理論である再生産表式論の分野における発展が望ましい。そのためにも、中国におけるマルクス経済学、特に、再生産表式論の現状と課題を明らかにする必要がある。

本章は中国におけるマルクス経済学、特に再生産表式論の発展に着目し、その展望について述べる。ここでは主に、理論における数理展開と実体経済にあてはめる実証分析の 2 つから論じる。中国におけるマルクス経済学の現状と課題を明らかにしながら、中国の特色ある社会主義経済学の今後の発展について考察したい。

2. 中国におけるマルクス経済学の発展と諸学派

(1) 中国におけるマルクス経済学の発展

中国におけるマルクス経済学の発展は、4 つの段階に分けることができる。社会主義の計画経済期(1949～1977)、改革開放期初期(市場経済への移行)(1978～1992)、高度経済成長期(1991～2011)、経済成長新常態期(2012～)の 4 つの段階である。これら 4 つの段階についてはそれぞれ次のように説明できる。

社会主義の計画経済期(1949～1977):中国では 1949 年に共産党政権が樹立してから、近代経済学を資本主義のイデオロギーとして位置付け、全面的に排除した。その代わりに、ソ連型マルクス主義を模範とする「政治経済学」が独占的な地位を占めるに至った。しかしながら、当時の中国におけるマルクス経済学は、厳密に言えば、マルクス経済学の理論を継承したものではなく、教義・教条主義と経験主義の両者を引き継ぎ、発展させたものであった。すなわち、マルクスの哲学とイデオロギーの導入に注力したのである。その結果、中国における経済学研究は現実から遊離し、現実の経済が直面する課題の解決にむけた方法論を提供できず、計画経済に基づく経済発展は失敗した。

改革開放期初期(市場経済への移行)(1978～1992):計画経済の失敗から、政府と学界はいずれも、ソ連型の計画経済モデルが中国の経済成長及び経済学研究の発展を妨げたと認識した。このため、ソ連型マルクス経済学を放棄しつつ、マルクス経済学の文献に従い、マルクス経済学の発展と応用に力を入れた。長い間教条化されたマルクス経済学は、ある程度の発展を収めながら、当時においても独占的な地位を維持していたのであった。改革開放初期における市場経済への移行などの経済政策も、マルクス経済学を土台とする成功であったと考えられる。11 期 3 中全会(1978 年に中国が「改革開放」を決定した会議)以来の中国共産党の規約において、鄧小平理論は、マルクス・レーニン主義の基本原理を現代中国における実践及び時代の特徴と結びつけた産物だとしている。2018 年、中国国家主席・習近平は「改革開放 40 年演説」で、マルクス経済学に沿った政策をとることによってこそ改革開放の成功が収められると語り、今後もマルクス主義による方針をとり続けることをアピールした[17]。

高度経済成長期(1991～2011):1992 年に入って、中国は、明確的に定式化された社会主義の基本概念を提示し、市場メカニズムと経済効率を中軸とした。同時に、改革開放により、多くの若者が海外に留学できるようになり、近代経済学が中国に導入され、その結果、市場メカニズムを提唱する近代経済学の研究は 1 つのブームとなった。伝統的な政治経済学は現実の実践との距離が拡大していたが、近代経済学は、その実証方法の多様性により

---

[17] 習(2018)

現実に対する説明力を有していると、多くの若者が考えた。この段階において、中国の学界では、近代経済学の影響力が増大した一方、マルクス経済学の影響力は後退している。

経済成長新常態期(2012～):改革開放後、マルクス経済学の発展は経済成長の理論的な礎とはなり得なかった。総書記になった胡錦濤は一時期、マルクス理論の創造的な発展を図ろうとしたが、それを果たすことはできなかった。これをうけて、2012 年、当時副主席であった習近平は「マルクス主義の中国化」シンポジウムを主催した。2014 年には、総書記となった習近平は積極的に政治経済学(マルクス経済学のこと――引用者)を学んで、十分に活用するとの主張を行っている[18]。2015 年に中共中央政治局は、「マルクス主義政治経済学の基本原理と方法論」というテーマで第 28 回集団学習を行い、習近平総書記は現代中国マルクス主義政治経済学の新境地を絶えず切り開いていかなくてはならないと語った[19]。マルクス主義の中国化ではなく、現代中国マルクス主義政治経済学としたのには特別な意義があったと考えられる。また、2016 年には、再び「社会科学と哲学でマルクス主義が主導する方針を堅持する」とした。そして、「中国特色社会主義政治経済学」の発展を目指すことは第十三次 5 カ年計画(2016～2020)にも書き込まれ、中国におけるマルクス経済学の研究は一層促進されつつある。

(2) 中国におけるマルクス経済学の諸学派

以上のような背景のもと、中国におけるマルクス経済学は 8 つの学派を樹立した。「正統的マルクス経済学創新学派」、「新マルクス主義経済学総合学派」、「経典マルクス主義経済学文献研究学派」、「マルクス主義生態経済学学派」、「演化マルクス主義経済学学派」、「数理マルクス経済学学派」、「転型経済理論マルクス経済学学派」、「ポストケンジアンマルクス経済学学派」の 8 つである[20]。本稿で主に取り上げるのは「数理マルクス経済学学派」である。本章の冒頭でも言及したように、中国マルクス経済学の発展の中で、数理経済学の発展は遅れている。中国数理マルクス経済学学派を代表する経済学者は、白暴力と丁堡駿の 2 名である。そのうち、白暴力は白(1986)を出版し、中国で数理マルクスを発展させ、中国で初めての数理マルクス経済学の業績として認識されている。同書はおもに、微分と線形代数学などを用いて、転形問題に基づき労働価値説を否定する諸説を批判し、マルクス経済理論の完全性を証明したものである。また、白(1999)では、労働価値説をベースとし、価値・価格理論を体系化した。他方、中国数理マルクス経済学分野を代表する丁堡駿

---

18 習(2014)
19 習(2015)
20 薛(2009) pp. 31-40.

は、労働価値説を擁護し、さらにそれを発展させることに注力している。同氏の代表著作として丁(2005)がある。以上のように、中国における数理マルクス経済学派は労働価値説を堅持し、発展させることに関心を抱いてきた。それにより、特に転形問題をめぐっては大きな成果を収めた一方、再生産表式に関する研究はいまだに多くの課題が未解決のままとなっている。

3. 中国における再生産表式論の発展

マルクスの拡大再生産表式からは 2 つの命題が得られる。1つは拡大再生産の実現条件であり、もう1つは消費財生産部門と資本財生産部門との不変資本の増加率の関係についてである。これに基づき、Lenin(1984)は、資本の有機的構成が高くなる場合には資本財生産部門を優先して発展させるべきだと唱えた。中国における再生産表式論の展開は、上記の 2 つの命題によって 2 つの方向に分けられる。1つは資本財生産部門と消費財生産部門による 2 部門の比例関係に着目するもので、白(2000)、陶(2014)(2015)(2017)、陶・陶(2011)(2013)、朱(2006)(2008)などが挙げられる。他の1つは、動学的一般均衡理論を用いて再生産表式を展開するもので、拡大再生産表式の実現条件をベースとして発展してきた。これに関する研究としては呉・馮(2004)、李・祝(2012)、李(2015)などがある。

(1) 資本財生産部門と消費財生産部門の 2 部門比例関係の証明

再生産表式からも、拡大再生産を実現するためには、2 部門はある比例関係を満たさなければならないという結論にたどり着いたが、マルクスは、その比率について論じていなかった。そこで、白(2000)は、再生産表式をもとに、単純再生産及び拡大再生産を実現するための 2 部門の比率を計算した。再生産表式の表現は以下の通りである。

$$W_1 = C_1 + V_1 + M_1 \cdots\cdots\cdots (1)$$

$$W_2 = C_2 + V_2 + M_2 \cdots\cdots\cdots (2)$$

ここで、r_iは剰余価値率で、2 部門の剰余価値率が同じであると仮定すると、

$$r_1 = r_2 = r \cdots\cdots\cdots (3)$$

が成立する。また、1つの生産周期において、可変資本の転換回数は1回で、前払い不変資本cの転換回数はα回であると仮定すれば、

$$C = \alpha c \cdots\cdots\cdots (4)$$

となる。

βは資本の有機的構成で、

$$\beta = \frac{c}{V} = \frac{C}{\alpha V} \cdots\cdots\cdots (5)$$

がある。すると、(1)、(2)式はさらに以下のように書き換えられる。

$$W_1 = V_1(1 + \alpha_1\beta_1 + r) \cdots\cdots\cdots (6)$$

$$W_2 = V_2(1 + \alpha_2\beta_2 + r) \cdots\cdots\cdots (7)$$

また、拡大再生産の実現条件I $\left(V + \Delta V + \frac{M}{X}\right) = \mathrm{II}\,(C + \Delta c)$[21]から、

$$\mathrm{I} \quad \Delta V_1 = \frac{dV_1}{dt} = V_1' \cdots\cdots\cdots (8)$$

$$\mathrm{II} \quad \Delta c_2 = \frac{dc_2}{dt} = c_1' \cdots\cdots\cdots (9)$$

$$\mathrm{I} \quad \frac{M}{X} = M_1 - \Delta c_1 - \Delta V_1 = M_1 - \frac{dc_1}{dt} - \frac{dV_1}{dt} = M_1 - V_1' - c_1' \cdots\cdots\cdots (10)$$

が成立する。そして、それらを拡大再生産の実現条件に代入して、また(6)、(7)式に基づいて整理すると、

$$V_1(1 + r - \beta_1') - \beta_1 V_1' = V_2(\alpha_2\beta_2 + \beta_2') + \beta_1 V_1' \cdots\cdots\cdots (11)$$

となる。ここでM_xは剰余価値のうちで蓄積にあてられる部分として、

$$x = \frac{M_x}{M} \cdots\cdots\cdots (12)$$

を定義し、これを新たに剰余価値蓄積率として導入する。

さらに、$M_x = C' + V'$であるから、

$$x = \frac{1 + \beta}{rV}\mathrm{V}' + \frac{\beta'}{r} \cdots\cdots\cdots (13)$$

が得られる。以上の式に基づき、白(2000)は、消費財生産部門と資本財生産部門の比例を以下の式により表している。

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{(1 + \alpha_1\beta_1 + \gamma)(1 + \beta_1)\beta_2}{(1 + \alpha_2\beta_2 + \gamma)(1 + \beta_2)\beta_1} \frac{\left[\alpha_2(1 + \beta_2) - \left(x_2\gamma + \frac{\beta_1'}{\beta_2}\right)\right]}{\left\{\frac{1 + \gamma}{\beta_1}(1 + \beta_1) - \left(x_1\gamma + \frac{\beta_1'}{\beta_1}\right)\right\}} \cdots\cdots\cdots (14)$$

すなわち、$\frac{W_1}{W_2} = f(\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2, \gamma, x_1, x_2)$となる。白(2000)によれば$\alpha$、$\beta$、$\gamma$は生産技術によって決まり、$x$は社会的に決まる変数である。これにより、白(2000)は、消費財生産部門と資本財生産部門の比率は技術進歩だけに影響するのではなく、社会需要に応じても変化すると論じた。

白(2000)に続く2部門の比率についての研究では、数学的な手法の改良に注力している。陶(2014)(2015)(2018)、陶・陶(2011)(2013)などは、2部門の比率がとり得る値の範囲に焦点を当て、静学と動学に分けて考察した。これらの考察により得られた結論は、2部門の発展が比率を保つのは、拡大再生産を実現するための必要十分条件であるというものである。

---

[21] I(・)、は括弧内の数値が第1部門に関するものであることを指す。同様に、II(・)は括弧内の数値が第2部門に関するものであることを指す。

他方、朱(2006)(2008)は、$V_1+M_1>C_2$、$C_2+V_2+M_2>V_1+V_2+M_{x1}+M_{x2}$[22]が成立することが、拡大再生産を実現するための十分条件であると証明した。それらの研究は、マルクス経済学の理論の妥当性を示している点に意義があるものの、現実の経済について説明を与えるにはいくつかの課題があると考えられている。

(2) 動学的一般均衡理論に基づく再生産表式論の展開

近年、中国数理マルクス経済学における動学的一般均衡理論、または新古典派経済成長理論の枠組みに基づく、再生産表式論の展開が注目されている。特に、Ramsey(1928)の最適成長モデルの枠組みをベースとする研究は多数存在する。 Sweezy(1942)は、価値法則が一般均衡に関する理論であると指摘した。さらに、ジョン・ローマーらの分析的マルクス主義や、置塩派でも、動学的一般均衡理論を正しく評価し、マルクス経済学と近代経済学の統合を試みている。中国の研究者の多くもそれらのアイディアを継承し、動学的一般均衡理論とマルクス経済学との関連を明らかにするよう力を注いでいる。その中で、動学的一般均衡理論の枠組みを踏まえた再生産表式の展開に関する研究がいくつか存在する。呉・馮(2004)は、動学一般均衡手法を用いて拡大再生産モデルを再展開し、「拡大再生産をもとにする動学最適成長モデル」と名付けた。このモデル内では技術進歩を考慮しない場合における労働単位あたりの資本、消費、生産の最適成長経路が導かれている。その結果、消費財生産部門と資本財生産部門との間の可変資本比率は、経済成長の安定性を決定する 1 つの要素であるとの結論を得られる。2 部門の可変資本比率が一定であれば、移行動学は存在しない。一方、2 部門の可変資本比率が一定でなければ、定常均衡に収束する鞍点経路は存在する。李・祝(2012)は、呉・馮(2004)のモデルをベースとし、2 部門の可変資本比率が一定である場合の経済成長経路を分析した。ただし、呉・馮(2004)における効用関数は消費の関数である代わりに、李(2015)は消費と総資本を独立変数とする効用関数を設定している。結論として、消費と不変資本の長期的な成長率は、剰余価値率、及び消費財生産部門の資本の有機的構成と正の関係を持つものの、2 部門間の可変資本の比率及び時間選好率とは負の関係を持つこととなる。よって、経済の安定成長を実現するためには、パラメーターの値はある範囲を満たさなければいけないという理論的結果が導き出され、経済成長の不安定性と経済危機は常に並存するとの結論に至った。李・祝(2012)は、李(2015)をもとに、資本家の時間選好率をモデルに組み込み、経済の安定成長を図るための各パラメー

[22] V_i、M_i、C_i、$M_{xi}(i=1,2)$　それぞれ、資本財生産部門及び消費財生産部門における可変資本、剰余価値、不変資本、蓄積に回す剰余価値である。

ターの値の範囲を考察した。資本家の時間選好率は、経済成長が保てるか否かにとって1つの大きな要因であると証明した。呉・馮(2004)と李・祝(2012)のモデルは同じ構造を持っている。また、朱(2008)は、双線形システムを用い、再生産表式を展開した。構築された状態方程式を制約条件とし、そのもとでの社会厚生最大化問題を解きながら、均衡状態における 2 部門それぞれの最適蓄積率の式を得た。理論の展開をより簡単に把握するために、李(2015)でのモデルの構造を説明する(モデルは前掲の拡大再生産の実現条件に基づく)。

資本財市場における供給と需要の均衡式は、

$$\mathrm{I}\,(C_t + V_t + M_t) = \mathrm{I}\,(C_t + \Delta C) + \mathrm{II}\,(C_t + \Delta C)$$

である。一方、消費財市場における供給と需要の均衡式は、

$$\mathrm{II}\,(C_t + V_t + M_t) = \mathrm{I}\,\left(C_t + \Delta V + \frac{M}{X}\right) + \mathrm{II}\,\left(V_t + \Delta V + \frac{M}{X}\right)$$

である。

また、社会計画者のモデルを想定し、社会総消費(S_t)(資本家階級と労働者階級の消費)、資本家の前払い総資本(B_t)は、社会計画者の効用関数によって表される。

$$u(S, B) = \ln S + \beta \ln B \cdots\cdots\cdots (15)$$

パラメーターβは資本主義の精神度と定義された。また、消費財資本財部門及び消費財生産部門における不変資本の総額C_tは、

$$C_t = C_{1t} + C_{2t} \cdots\cdots\cdots (16)$$

となる。総可変資本V_tは、

$$V_t = V_{1t} + V_{2t} \cdots\cdots\cdots (17)$$

である。2 部門における資本の有機構成、$k_i = C_{it}/V_{it}$が一定であると仮定し、経済成長における技術進歩を考慮していない。ここで、$i = 1{,}2$は消費財生産部門と資本財生産部門を表す。加えて、2 部門における剰余価値率も等しく、$e = M_{it}/V_{it}$であると仮定する。

こうして拡大再生産の実現条件の動学方程式は、

$$C_{2t} + V_{2t} + M_{2t} = \mathrm{I}\left(V + \frac{M}{X}\right) + \mathrm{II}\,\left(V + \frac{M}{X}\right) + \mathrm{II}\,\Delta V + \mathrm{I}\,\Delta V \cdots\cdots\cdots (18)$$

である。ここで、(18)式は、e、k_iを用いて、

$$C_{2t} + V_{2t} + M_{2t} = (1 + e + k_2)V_{2t} \cdots\cdots\cdots (19)$$

$$\mathrm{I}\left(V + \frac{M}{X}\right) + \mathrm{II}\left(V + \frac{M}{X}\right) = S_t \cdots\cdots\cdots (20)$$

$$\mathrm{I}\,\Delta V + \Pi\,\Delta V = \dot{V}_t \cdots\cdots\cdots (21)$$

と書き換える。 $\varphi = V_1/V_2$も一定であるとすれば、

$$V_t = V_{1t} + V_{2t} \cdots\cdots\cdots (22)$$

$$V_{2t} = \frac{1}{1+\varphi} V_t \cdots\cdots\cdots (23)$$

$$V_{1t} = \frac{\varphi}{1+\varphi} V_t \cdots\cdots\cdots (24)$$

となる。よって、可変資本の資本蓄積の動学方程式として、

$$\dot{V}_t = \frac{1+\varphi}{k_1\varphi + k_2} V_t - S_t \cdots\cdots\cdots (25)$$

が成り立つ。$\frac{1+\varphi}{k_1\varphi+k_2}V_t$は消費財生産部門が創造した社会総価値である。(25)式により、不変資本の資本蓄積の動学方程式は、

$$\dot{C}_t = \phi_1 C_t - \phi_2 S_t \quad \left(\phi_1 = \frac{1+e+k_2}{\varphi+1}, \phi_2 = \frac{\varphi k_1 + k_2}{\varphi+1}\right) \cdots\cdots\cdots (26)$$

となる。こうして、社会計画者モデルの構造は以下のようになる。簡略化のため、各時間変数のtを省略して記す。

$$\max \int_0^\infty (\ln C + \beta \ln B) e^{-\rho t} \, dt$$

$$\text{s.t.}$$

$$\dot{K} = \phi_1 C - \phi_2 S$$

$$B = C + V$$

$$V = \frac{1+\varphi}{k_1\varphi + k_2} C$$

$$\text{given} \quad C_0 \cdots\cdots\cdots (27)$$

ここで設定された問題は、一定条件を満たしたもので通時効用最大問題である。モデルの解として、以下の動学方程式が得られる。

$$\frac{\dot{S}}{S} = \beta\phi_2 \frac{S}{C} + \phi_1 - \rho \cdots\cdots\cdots (28)$$

$$\frac{\dot{C}}{C} = \phi_1 - \phi_2 \frac{S}{C} \cdots\cdots\cdots (29)$$

経済体制における内生的成長が存在するか否かにより、さらに 2 つのケースに分けて説明する。

内生的成長が存在しない場合、定常状態における$\dot{C} = \dot{S} = 0$があり、定常状態における消費と不変資本の比率は、

$$\frac{\rho - \phi_1}{\beta\phi_2} = \frac{S^*}{C^*} = \frac{\varphi_1}{\varphi_2} \cdots\cdots\cdots (30)$$

となる。

そこで、安定状態における各パラメーター・変数は以下の式を満たさなければいけない。

$$\frac{1+e+k_2}{1+\varphi}=\frac{\rho}{\beta+1}\cdots\cdots\cdots(31)$$

一方、内生的成長が存在する場合、$\dot{S}/S>0$、$\dot{C}/C>0$になり、

$$\frac{\rho-\phi_1}{\beta\phi_2}<\frac{S^*}{C^*}<\frac{\phi_1}{\phi_2}\cdots\cdots\cdots(32)$$

$$\frac{1+e+k_2}{1+\varphi}>\frac{\rho}{\beta+1}\cdots\cdots\cdots(33)$$

が成立する。均衡状態における内生成長率は、

$$\frac{\dot{C}}{C}=\frac{\dot{S}}{S}=\frac{1+e+k_2}{1+\varphi}-\frac{\rho}{\beta+1}\cdots\cdots\cdots(34)$$

となる。こうして、社会総生産価値の長期的成長率は、

$$\frac{\dot{V}}{V}=\frac{1+\varphi}{k_1\varphi+k_2}\frac{\dot{K}}{K}=\frac{1+\varphi}{k_1\varphi+k_2}\left(\frac{1+e+k_2}{1+\varphi}-\frac{\rho}{\beta+1}\right)\cdots\cdots\cdots(35)$$

となる。

こうして、消費と不変資本の長期的な成長率は剰余価値率及び消費財生産部門の資本の有機的構成と正の関係を持つものの、2 部門間の可変資本の比率及び時間選好率とは負の関係を持つことが明らかになった。以上の結果から、安定成長を図るためには、満たさなければいけない条件が厳しいものであることから、李(2015)は資本主義が不安定であると主張する。

以上 2 種類の研究はいずれも、「価値次元」による議論である。つまり、これらの展開を基にする数値例を使った説明はあるものの、実証研究は見当たらないのである。これらは、価値次元にとどまっている論争であって、物財タームで測った現実の経済データとは不整合で、実証研究に移るには限界があるからである。現実の経済に当てはめる分析は物財次元で説明しなければならない。

4.　中国における再生産表式論に基づく実証分析

再生産表式に基づいて現実の経済を分析する研究には、趙・趙・李(2016)、徐(2017a)などがある。これらは、主に「第 1 部門の優先的発展」理論をめぐる実証分析で、中国の経済発展における消費財生産部門と資本財生産部門のアンバランス問題に着目している。具体的には、産業連関表の各項目をいかに不変資本、可変資本、剰余価値に分類するかを中心に研究している。これらの研究は、長年マルクス経済学を実証化する際に直面する 1 つの大きな課題、つまり、SNA における国民経済統計データと労働時間で測定する価値量は同じ次元ではないという点を克服した。

それらの実証研究は、主に Fujimori(1992)、張(2004)の手法を用いており、趙・趙・李

(2016)は Fujimori(1992)の手法に従っている。ただし、Fujimori(1992)が日本経済を対象とする代わりに、趙・趙・李(2016)は中国経済を対象とする。また、徐(2017ab)は、張(2004)の議論を踏まえ、Fujimori(1992)の手法を改良して実証分析を行った。徐(2017ab)、趙・趙・李(2016)などは「第1部門の優先的発展」も論じた。徐(2017b)は、第1部門である資本財生産部門における資本の有機的構成の増加による消費財生産部門(第 2 部門)産出の変動に関して実証を行った。その結果、資本財生産部門における資本の有機的構成が1%増加するにつれて、消費財生産部門における産出の成長率が0.345%程度減っていくとの結果が得られている。趙・趙・李(2016)、徐(2017a)は、1995 年から 2009 年までの中国の資本財生産部門における産出が大幅に成長しており、その成長度合が他国よりも著しいことを示した。これらの研究は、現在中国が直面している供給過剰問題は消費財生産部門と資本財生産部門のアンバランスな成長にあると主張している。

徐 (2017a)(2017b)の研究は、WIOD の発表した非競争輸出型産業連関表と各国の産出と雇用にデータ(SEA)の 2 つのデータを用いた。非競争輸出型産業連関表は表 2-1 のように表される。

表 2-1　非競争輸出型産業連関表

<table>
<tr><td colspan="2" rowspan="2"></td><td>中間投入</td><td colspan="3">最終需要</td><td rowspan="2">総生産
輸入</td></tr>
<tr><td>$1\cdots\cdots n$</td><td>消費</td><td>資本形成</td><td>輸出</td></tr>
<tr><td rowspan="4">国内
中間
投入</td><td>1</td><td rowspan="4">C_{ij}^d</td><td rowspan="4">F_j^d</td><td rowspan="4">G_j^d</td><td rowspan="4">e_j^d</td><td rowspan="4">w_j^d</td></tr>
<tr><td>2</td></tr>
<tr><td>⋮</td></tr>
<tr><td>n</td></tr>
<tr><td rowspan="4">輸入
商品
中間
投入</td><td>1</td><td rowspan="4">C_{ij}^m</td><td rowspan="4">F_j^m</td><td rowspan="4">G_j^m</td><td rowspan="4">e_j^m</td><td rowspan="4">w_j^m</td></tr>
<tr><td>2</td></tr>
<tr><td>⋮</td></tr>
<tr><td>n</td></tr>
<tr><td rowspan="2">付加価値</td><td>労働者報酬</td><td>v_j</td><td colspan="4" rowspan="3"></td></tr>
<tr><td>社会純収入</td><td>m_j</td></tr>
<tr><td colspan="2">総投入</td><td>w_j</td></tr>
</table>

出所：徐(2016)　p.36

ここで、中間需要、最終消費、資本形成及び輸出を国産財(d)と輸入財(m)に分割するとC_{ij}^d、

C_{ij}^{m}、F_j^d、F_j^m、G_j^d、G_j^m、w_j^d、w_j^mの 8 つに分解される[23]。V_jは労働者報酬、m_jは社会純収入である。そして、再生産表式における 2 部門の不変資本、可変資本、剰余価値、社会生産総価値C、V、M、Wは、以下の式のように、産業連関表と対照できる。

$$C_{\Pi}=\sum_{j=1}^{i}\left(\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(c_{ij}^{d}+c_{ij}^{m}\right)}{w_j}\right)\times\left(F_j^d+F_j^m\right)\dots\dots\dots(36)$$

$$C_{I}=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\left({c^{d}}_{ij}+c_{ij}^{m}\right)-C_{\Pi}\cdots\cdots\cdots(37)$$

$$V_{\Pi}=\sum_{j=1}^{n}\left(\left(\frac{v_j}{w_j}\right)\times(F_j^d+F_j^m)\right)\cdots\cdots\cdots(38)$$

$$V_{I}=\sum_{j=1}^{n}v_j-V_{\Pi}\cdots\cdots\cdots(39)$$

$$M_{\Pi}=\sum_{j=1}^{n}\left(\left(\frac{m_j}{w_j}\right)\times(F_j^d+F_j^m)\right)\cdots\cdots\cdots(40)$$

$$M_{I}=\sum_{j=1}^{n}m_j-M_{\Pi}\cdots\cdots\cdots(41)$$

$$W_{\Pi}=\sum_{i=1}^{n}\left(F_j^d+F_j^m\right)\cdots\cdots\cdots(42)$$

$$W_{I}=\sum_{i=1}^{n}w_i-W_{\Pi}\cdots\cdots\cdots(43)$$

こうした産業連関表と再生産表式の対照関係に基づき、徐(2017a)(2017b)は 38 カ国それぞれの 2 部門の可変資本、不変資本、利潤率、総価値を計測した。

このような手法は、「価値型産業連関表」と「実物型産業連関表」を照合するということを主な目的としたものである。これにより、長年マルクス経済学を実証化する際に直面していた 1 つの大きな課題、すなわち、SNA における国民経済統計データと労働時間で測定する価値量は同じ次元ではないという点を克服することができる。価値型投入産出表のデータは商品の市場価格によって計測された生産額データであるため、上記の方法で計測した結果は、必ずしも「労働時間」によって計算された「価値量」とは一致しない。

5. おわりに

本章では、中国における再生産表式の理論と実証研究を中心にマルクス経済学の展開と

---

[23] 原文のままを引用した。しかし、非競争型産業連関表に正しく従えば、表におけるex_j^mは 0 であるはずである。

その現状を考察した。中国におけるマルクス派成長理論の理論展開は、主に 2 部門の比例関係を中心とするが、「価値次元」にとどまっている。こうした研究は実証分析への応用性が低い。一方、再生産表式論に基づく実証研究はわずかに存在し、それらは「価値型産業連関表」と「実物型産業連関表」を照合している。つまり、産業連関表のデータから不変資本、可変資本、剰余価値を計測するのである。こうした方法は、マルクス経済学を実証化する際に抱える課題、すなわち SNA における国民経済統計データと労働時間で測定する価値量は同じ次元ではないという点を克服することができるという利点がある。

しかし、「価値型導入産出表」の「価値」とマルクスが採用する「価値」の意味とは異なっている。マルクス経済学における「価値」は労働によって創造されるが、その意味で「価値」を計測するのであれば、投下労働量によって測定すべきである。そのような先行研究としては、泉(1992)などがある。要するに、直接的に産業連関表のデータを利用するならば、新たにマクロ上の 2 部門データを構築することができるが、再生産表式における価値と素材の統一関係を表すことができないと考えられている。

このような背景の下で、近年中国では、山下・大西(2002)による「価値単位」と「物財単位」の両方で議論可能なマルクス派最適成長理論が注目されている。マルクス派最適成長モデルは中国では山下・大西・茹仙古麗 (2005)によって最初に紹介され、その後、マルクス派最適成長モデルを紹介する大西(2012, 2015)も中国語に翻訳されている。また、前掲の李・祝(2012)、李(2015)における動学的均衡理論の手法により再生産表式の展開の発想は大西(2012, 2015)の中国版である孫・大西(2014)から得たものである。さらに、近年マルクス派最適成長モデルを実証モデルとして中国経済にあてはめる分析も盛んに行われている。喬・何(2016)はマルクス派最適成長モデルに基づき、中国の工業化を分析した。さらに、中国経済分野で最も権威のある雑誌である『経済研究』では喬・何(2017)によってマルクス派最適成長モデルが体系的に紹介されている。喬・何(2017)において、マルクス派最適成長モデルはマルクス経済学の本質である史的唯物論と生産力・生産関係理論を堅持しながら動学的一般均衡理論の手法を非常にうまく用いており、さらに現実の経済に対する理解を一層深められる数理モデルであるとして、その理論価値を高く評価されている。また、喬・何(2017)はマルクス派最適成長モデルの中国数理マルクスの将来の発展の一つの模範として位置付けている。陳(2017)では、マルクス派最適成長モデルと近代経済成長モデルを比較した上、マルクス派最適成長モデルを用いて中国経済を分析することを提唱した。これらをきっかけとして、マルクス派最適成長モデルは中国で注目を集め、現時点においては喬・張・張(2018)、喬・王(2019)などがマルクス派最適成長モデルに基づき、中国経済の現状を分析している。

第3章　「物財次元」と「価値次元」を有するマルクス派最適成長モデル

本章の目的

第 2 章では、中国における数理マルクス経済学の発展、特に経済成長理論（再生産表式論）の展開について考察し、これにより、再生産表式論の抱える今後の課題が明らかとなった。中国における従来の再生産表式論の展開は「価値次元」にとどまっており、現実の経済成長を分析するには不十分であるという問題がある。そのため再生産表式論の構成が近代経済学の成長理論より優れたものであったとしても、その実証分析への応用可能性は低い。この問題を解決するために、本章ではマルクス派最適成長モデルを提示する。実際、近年中国では、山下・大西(2002)による「物財次元」と「価格次元」を有するマルクス派最適成長モデルは非常に注目を集めており、喬・何(2016, 2017)、陳(2017)、喬・張・張(2018)、喬・王(2019)などをはじめとしてマルクス派最適成長モデルに関する研究が盛んに行われている。

本章では、はじめにマルクス派最適成長モデルの説明を行う。具体的には、マルクス派最適成長モデルの構築趣旨、モデルの構造などについて言及し、モデルのどのような点がマルクス経済学的であるか、またどのような点において近代経済学的であるかを明らかにする。その後、再生産表式、新古典派成長理論、マルクス派最適成長モデルを比較することを通じて、マルクス派最適成長モデルの位置付けを明確にする。最後に、マルクス派最適成長モデルの経済成長分析への応用可能性についても論じる。

1.　はじめに

マルクス派最適成長モデルは山下・大西(2002)が提案した。マルクス派最適成長モデルは再生産表式論の数理的な展開であり、本来は史的唯物論の証明を目的として構築されたモデルであった。具体的には、技術の社会的規定、「資本主義の生成、発展、死滅」という歴史的変遷、つまり、産業革命による資本蓄積過程の開始、その資本蓄積の目標値に到達した後には資本蓄積を第一義とする資本主義社会が終焉するという唯物史観の基本的な認識を、モデルを用いて説明するものである。こうした証明はマルクス派最適成長モデルが「史的唯物論モデル」とされる所以でもある。また、モデルは近代経済学の成長理論を代表するラムゼイ型最適成長モデルと近似した枠組みを持ち、労働力の最適配分を通じて家計、企業における行動の最適化を図るモデルである。すなわち、「近代経済学的モデル」としての一面も持っている。

マルクス派最適成長モデルは、再生産表式により表わされた総付加価値の増加と労働投

入の関係を「価値単位」＝投下労働単位で説明できる上で、「物財単位」で機械の蓄積が生産に効果的であることを示すこともできる。大西(2014)は、マルクス経済学と近代経済学とはそれぞれ異なる基準で定義されているので、当然重複領域もある、マルクス派最適成長モデルはその重複領域にあると主張した。このような主張からマルクス派最適成長モデルは近代経済学とマルクス経済学の架け橋を担うものとも理解でき、極めて意義のある作業だと考えられる。杉本(1950[1981])は「近代経済学の解明(下)」の序文にもその重要性を強調して次のように述べている。「マルクス経済学を、ひろく近代経済学と呼ばれる分野にひきだし、いわゆる『近代経済理論』との対照において、その理論の本質を説き、その学派の位置付けを行うことは、思い切った試みと呼ばれるかも知れません。しかしかかる思い切った試みによって、いわゆる近代経済理論の砦に拠る人々が、マルクス経済学についての広い視点をつかみとり、またマルクス学派の砦に拠る人々が、みずからを現代経済学の広汎な分野の中に、理論的に位置付ける手がかりをえられることこそ、学界の切磋琢磨の進歩のために、不可欠なことではないでしょうか。」[24]。

マルクス経済最適成長モデルは、近代経済学における新古典派経済成長モデルと一見全く同じ構造であるとよく指摘されている。例えば、松尾・橋本(2016)はマルクス派最適成長モデルが一般にもマルクス経済学と認識されつつも、はるかに主流派の新古典派経済学と共通する点が多い[25]と指摘した。また、松本・浅田(2018)においても、マルクス派最適成長モデルは新古典派経済成長モデルの一変種に過ぎないということができる[26]と指摘している。

本章では、まずマルクス経済最適成長モデルについての説明を行う。それにより、モデルのどこがマルクス経済学的であるか、どこが近代経済学的であるかを明らかにする。その後、再生産表式、新古典派成長理論、マルクス派最適成長モデルを比較することを通じて、マルクス派最適成長モデルの位置付けを明確にする。最後に、マルクス派最適成長モデルの経済成長分析への応用可能性について論じる。

なお、本章のマルクス派最適成長モデルに関する紹介は、主に山下・大西(2002)、大西(2012,2015)、金江(2013)に基づいたものである。

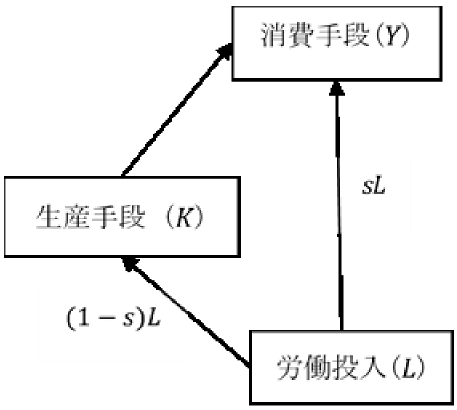
[24] 杉本(1981) p. 6.
[25] 松尾・橋本(2016) p. 144.
[26] 松本・浅田(2018) p. 321.

2.　マルクス派最適成長モデルの基本モデルの構造

(1) マルクス派最適成長モデルの基本仮定

山下・大西(2002)が提案したモデルでは、マルクスの再生産表式論と同じく、社会の生産部門を資本財生産部門と消費財生産部門の 2 つに分けて考える。労働を人間が持つ唯一の根源的な生産手段とし、労働投入は間接投入と直接投入に分けられる。間接労働投入により資本財を生産し、その生産された資本財を利用した直接労働投入により最終的な消費財を生産する。これは、1 つの迂回生産体系であり、図 3-1 のように表現できる。

図 3-1　マルクス派最適成長論における社会生産体系



出所:大西(2012, 2015) p. 115

また、マルクス派最適成長モデルでは 2 部門の生産関数を,

資本財生産部門：

$$I = B(1-s)L \cdots\cdots\cdots (1)$$

$$\dot{K} + \delta K = I \cdots\cdots\cdots (2)$$

消費財生産部門：

$$Y = AK^{\alpha}(sL)^{\beta} \cdots\cdots\cdots (3)$$

と設定している。

ここではI、Y、s、Kはすべて時間を変数として含み、それぞれ資本財生産部門の生産量、消費財生産部門の生産量、労働力の消費財部門への配分率、資本財のストック量である。$\dot{K}$は資本財の瞬時的な増量、Aは技術係数、Bは労働生産性、$\delta(0 < \delta < 1)$は減価償却率を表す。この最も単純なタイプのマルクス派最適成長モデルでは、資本財生産部門には労働のみが投入されたものとし、機械自身によって機械を生産することは考えていない。

消費財生産部門の生産関数はコブ・ダグラス型関数を用いる。山下・大西(2002)ではコブ・ダグラス型関数を採用した理由は産業革命前後における「道具」と「機械」の役割の相違を説明するためである。産業革命前後における商品生産の仕組みの違いに注目すると、

産業革命が起こる以前に、商品を生産する際に採用していたのは、機械を使わない「手工業」生産体系である。そこでは、資本財の増加は生産力拡大に寄与しない。他方、産業革命が起こって以後、工業製機械生産が始まり、機械の増加は直接に生産力の拡大に寄与するようになる。このようして、産業革命による社会の歴史変化は生産活動における「道具」と「機械」が果たす役割の変化によって解釈できる。このような関係はコブ・ダグラス型生産関数で表現できる。

$$Y = AK^{\alpha}L^{\beta}(\text{産業革命前}\alpha = 0,\ \text{産業革命後}\alpha > 0) \cdots\cdots\cdots (4)$$

一方、歴史の各発展段階で、社会システムの違いは当然存在するが、どのような時代でも生産主体は「生産の拡大」「経済成長」を行動の基準とするであろう。ここでいう基準とは「物質的利益」に置かれている。大西(2014)は「マルクスの唯物論では「正義」や「忠」や「仁徳」などは宙に浮いて生成したものではなく、世俗的な「利益」を正当化するための手段として生み出されたイデオロギーにすぎない」[27]と述べている。大西(2012, 2015)の考えでは、マルクス派の史的唯物論はある時代における生産関係の正当性を主張すると同時に、将来におけるその消滅の正当性も主張できなければならず、この「正当性」を論じるためには、「社会全体」にとって何が必要なことかを論じることが不可欠となる。ここでの「利益」の計測は当該社会に取得される生産物に帰着し、消費財消費量を変数とする効用関数で定式化される。このような仮定の下では「代表的個人」による通時的な効用の最大化を目的とした関数形の設定が有用である。ここでの瞬時的効用は$\log Y$であり、通時的効用は瞬時的効用の割引価値の総和(積分)である。すなわち、

$$U = \int_0^{\infty} e^{-\rho t} \log Y\, dt \cdots\cdots\cdots (5)$$

と表される。

(2) 社会計画者モデル

社会計画者が考える問題は、社会総労働においてどれだけの比率を消費財生産部門に配分し、またどれだけを資本財生産部門に配分するかを、社会的総効用の最大化問題という観点から決定することである。これを定式化すると、

[27] 大西(2014) p. 27(443)

$$\max U = \int_0^{\infty} e^{-\rho t} \log Y \, dt$$

s.t.

$$I = B(1-s)L$$
$$Y = AK^{\alpha}(sL)^{\beta}$$
$$\dot{K} + \delta K = I \qquad \cdots\cdots\cdots (6)$$

と表され、経常価値ハミルトニアンHcは、

$$Hc \equiv log\, Y + \mu[B(1-s)L - \delta K]$$
$$= log\, A + \beta\, log\, L + \beta\, log\, s + \alpha\, log\, K + \mu B[1-s]L - \mu\delta K \cdots\cdots\cdots (7)$$

となる。

最適化のための一階条件は、

$$\frac{\partial Hc}{\partial s} = 0$$
$$\Rightarrow \quad \frac{\beta}{s} - \mu BL = 0 \cdots\cdots\cdots (8)$$
$$\frac{\partial Hc}{\partial K} = \rho\mu - \dot{\mu}$$
$$\Rightarrow \quad \frac{\alpha}{K} - \mu\delta = \rho\mu - \dot{\mu} \cdots\cdots\cdots (9)$$
$$\frac{\partial Hc}{\partial \mu} = \dot{K}$$
$$\Rightarrow \quad \dot{K} + \delta K = B(1-s)L \cdots\cdots\cdots (10)$$

となる。モデルにおける横断性条件は以下の通りである。

$$\lim_{t \to \infty} e^{-\rho t} \mu K = 0 \cdots\cdots\cdots (11)$$

これらをさらに計算すれば、

$$\dot{s} = \frac{BL}{K} \bullet \frac{\alpha}{\beta} s^2 - (\rho + \delta)s = s\left\{\frac{BL}{K} \bullet \frac{\alpha}{\beta} s - (\rho + \delta)\right\} \cdots\cdots\cdots (12)$$
$$\dot{K} + \delta K = B(1-s)L \cdots\cdots\cdots (3)$$

を得る。

定常状態では、$\dot{s} = 0$、$\dot{K} = 0$となり、これらに基づいて方程式を解けば、定常値は、

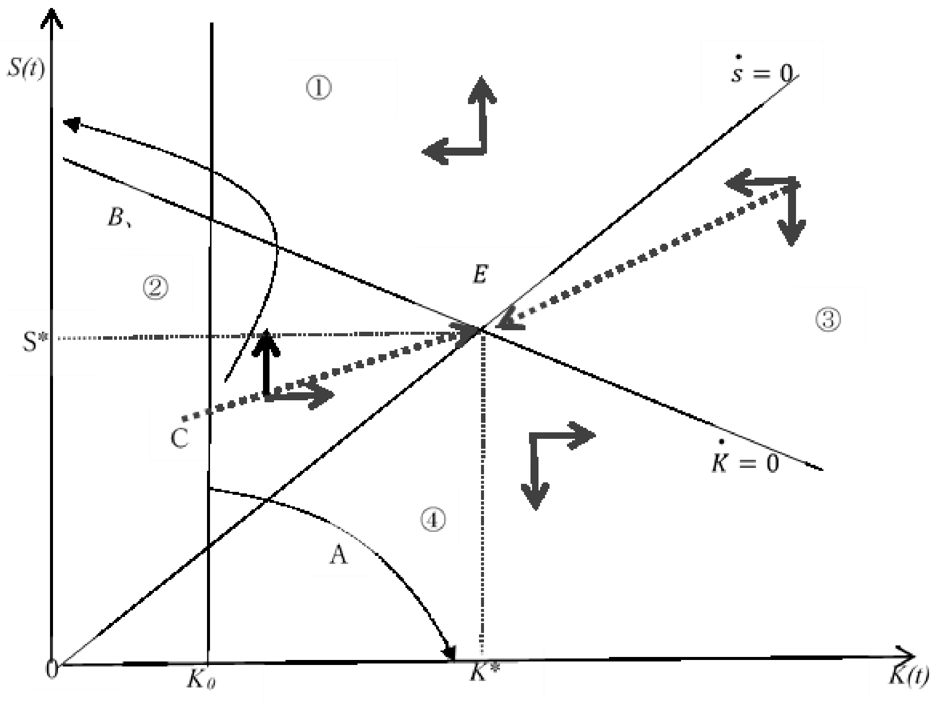
$$\left(\frac{K}{L}\right)^* = \frac{B\alpha}{(\alpha + \beta)\delta + \beta\rho} \cdots\cdots\cdots (13)$$
$$s^* = \frac{\beta(\delta + \rho)}{(\alpha + \beta)\delta + \beta\rho} \cdots\cdots\cdots (14)$$

で与えられる。

さらに、(12)、(3)式と横断性条件によってモデルの動学移行経路を図 3-2 のように表現

することができる。そして、図 3-2 の経路 C はモデルの最適条件を満たす鞍点経路となる。資本K^*より小さいところから出発すると、K^*にむかう蓄積経路＝成長経路は鞍点経路であり、右上がりでなければならない。ここで、資本蓄積＝成長の過程で消費財生産部門に割り当てられる労働の割合が増加しているのに伴い、資本財生産部門に割り当てられる割合は減少している。

図 3-2　s、Kに関する移行動学



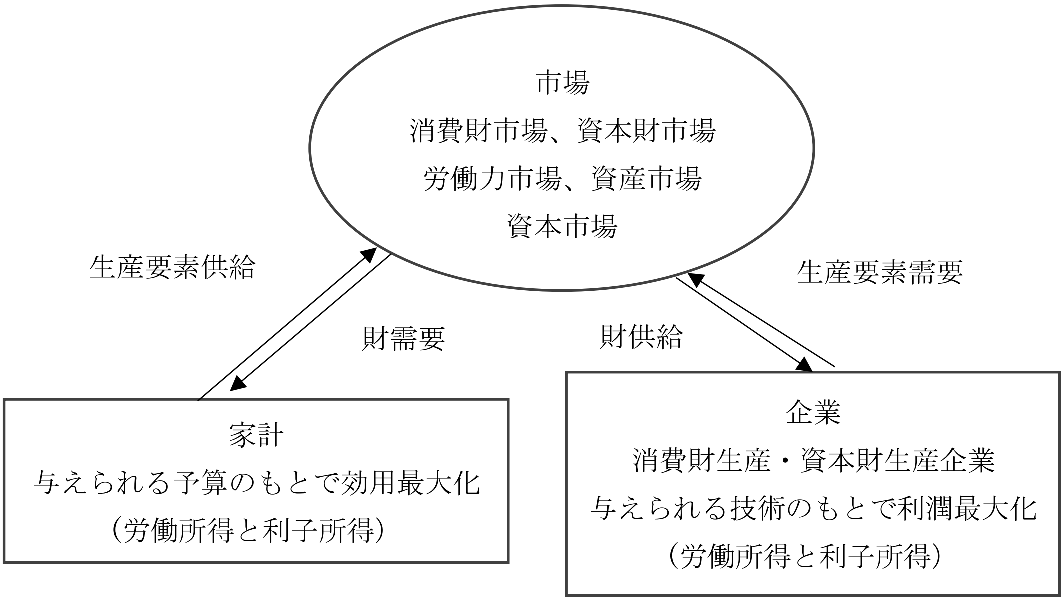
出所：大西(2012, 2015)　p. 133

(3) 分権的市場モデル

社会計画者モデルでは全社会の労働力をあたかも特定の計画者が自由に操作できることを前提としていたが、このような設定はあくまでも規範モデルのみで通用することである。そのため、マルクス派最適成長モデルはこうした分権的市場モデルの枠組みでモデルを解くことも考えられている。

分権的市場では、企業は財の生産を行う。家計は所有している資本を企業にレンタルし、労働を提供する。経済構造は図 3-3 で表すことができる。

図 3-3 マルクス派最適成長モデル分権的市場モデルにおける経済構造



出所：筆者作成

ここで、消費財価格を 1 に基準化し、資本財価格はpとする。労働者賃金率をwとし、2 部門における賃金率をそれぞれw_1、w_2とする。資本財のレンタル価格をrとする。2 部門の労働投入はそれぞれ$L_1 = sL$、$L_2 = (1-s)L$で表す。すると、家計の直面する問題は、次のような予算制約のもとでの効用最大化問題として定式化することができる。

$$\max U = \int_0^\infty e^{-\rho t} \log Y \, dt$$

$$\text{s.t.}$$

$$\dot{a} = r'\alpha + w_2 L_2 + w_1 L_1 - Y \qquad \cdots\cdots\cdots (15)$$

ここで、αは資産、r'は利子率である。なお、非ポンジーゲーム条件は以下のようになる。

$$\lim_{t \to \infty} \alpha(t)\, e^{-\int_0^t r'(t) dt} \geq 0 \cdots\cdots\cdots (16)$$

代表的家計は効用を最大化するようなα、Y、sの経路を選択することになる。

この問題のハミルトニアンH_hは以下の通りである。

$$H_h = log\, Y \cdot e^{-\rho t} + v[r'a + w_2 L_2 + w_1 L_1 - Y_2] \cdots\cdots\cdots (17)$$

最適化のための一階条件は、

$$\frac{\partial H_h}{\partial Y} = \frac{1}{Y} e^{-\rho t} - v = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\dot{v}}{v} = -\frac{\dot{Y}}{Y} - \rho$$

$$\frac{\partial H_h}{\partial \alpha} = vr' = -\dot{v} \Rightarrow r' = \frac{-\dot{v}}{v}$$

$$\lim_{t\to\infty} a(t)v(t) = 0$$

であり、さらに整理すると、

$$\Rightarrow \frac{\dot{Y}}{Y} = r' - \rho \cdots\cdots\cdots (18)$$[28]

$$\lim_{t\to\infty} a(t)e^{-\int_0^\infty r'(t)dt} = 0$$

となる。

一方、企業は与えられた生産技術の下で利潤が最大になるような生産活動を行うので、企業の利潤はそれぞれ、

$$\Pi_1 = pBL_1 - w_1L_1 \cdots\cdots\cdots (19)$$

$$\Pi_2 = AK^{\alpha}L_2^{\beta} - w_2L_2 - (r+\delta)K \cdots\cdots\cdots (20)$$

である。

すると、利潤最大化の一階条件より、

$$\frac{\partial \Pi_1}{\partial L_1} = 0$$

$$\Rightarrow \quad pB = w_1 \cdots\cdots\cdots (21)$$

$$\frac{\partial \Pi_2}{\partial L_2} = 0$$

$$\Rightarrow \quad \beta AK^{\alpha}L_2^{\beta-1} = w_2 \cdots\cdots\cdots (22)$$

$$\frac{\partial \Pi_2}{\partial K} = 0$$

$$\Rightarrow \quad \alpha AK^{\alpha-1}L_2^{\beta} = r + \delta \cdots\cdots\cdots (23)$$

が得られる。

消費財市場、労働力市場、資産市場、資本市場のそれぞれの均衡条件は、

$$Y = AK^{\alpha}L_2^{\beta} = rK + w_2L_2 \cdots\cdots\cdots (24)$$

$$w = \beta AK^{\alpha}L_2^{\beta-1} = pB \cdots\cdots\cdots (25)$$

$$r' = \frac{r}{p} - \delta + \frac{\dot{p}}{p} \cdots\cdots\cdots (26)$$

$$a = pK \cdots\cdots\cdots (27)$$

となる。

資本市場では、家計が企業に資本財を貸与する。家計の予算制約式に消費財市場の均衡式及び利子率の均衡式を代入して計算する。

$$Y = rK + w_2L_2$$

---

[28] $\Rightarrow v = \frac{1}{Y}e^{-\rho t} \Rightarrow \dot{v} = \frac{-\dot{Y}}{Y^2}e^{-\rho t} - \rho\frac{1}{Y}e^{-\rho t} \Rightarrow \frac{\dot{v}}{v} = -\frac{\dot{Y}}{Y} - \rho$

$$r' = \frac{r}{p} - \delta + \frac{\dot{p}}{p}$$

$$\Rightarrow \quad \dot{a} = r'a + wL - Y = pBL_1 - \delta pK + \dot{p}K \cdots\cdots\cdots (28)$$

(27)式は以下のように変形できる。

$$a = pK \Rightarrow \dot{a} = \dot{p}K + p\dot{K} \cdots\cdots\cdots (29)$$

(28)式と(29)式を連立すると、

$$\dot{K} = BL_1 - \delta K \cdots\cdots\cdots (30)$$

となる。ここで、(30)式は本来の「マルクス派最適成長モデル」の資本蓄積方程式と同じであることが確認できる。

(2)、(16)、(18)、(30)式を連立して解けば[29]、

$$\frac{\alpha B}{\beta}\left(\frac{sL}{K}\right) - (\rho + \delta) = \frac{\dot{s}}{s} \cdots\cdots\cdots (31)$$

$$(\alpha + \beta = 1)$$

が得られる。

(31)式は本来のモデルで導いたsのオイラー方程式(12)式と等しく、完全競争市場を想定した場合も社会的計画者モデルが同じ結果が得られることがわかる。

3. マルクスの再生産表式とマルクス派最適成長モデルの価値表現

ここまでの表現は物財単位での表現であったが、本章の目的は近代経済学とマルクス経済学の橋渡しをするという趣旨である以上、物財次元のモデルを、価値単位＝投下労働単位で表現することは必要不可欠である。大西(2012, 2015)により、マルクス派最適成長モデルの価値表現は以下のようにまとめることができる。

(1) 再生産表式の形式におけるマルクス派最適成長モデル—単純再生産の場合

マルクス単純再生産表式は次のように表現される。

$$W_{1t} = C_{1t} + V_{1t} + M_{1t} \cdots\cdots\cdots (32)$$

$$W_{2t} = C_{2t} + V_{2t} + M_{2t} \cdots\cdots\cdots (33)$$

第 1 節で計算した最適資本設備量は「最適」の「均衡値」計算であり、「単純再生産」の状態に対応すると論じてきた。マルクス派最適成長モデルの基本モデルでは、資本財生産部門における生産要素は労働だけある。すなわち、資本財生産部門において$C_{1t} = 0$ということである。また、均衡状態では毎期の資本K^*の一部が減価償却されると考え、$C_{2t} = \delta K^*$と表せる。こうして、単純再生産表式とマルクス派最適成長モデルの解の対応は以下のよ

[29] 詳しい計算については大西(2012, 2015) を参照されたい。

うに表現できる、

$$W_{1t} = C_{1t} + V_{1t} + M_{1t} \qquad \delta K^* = 0 + B(1 - s^*)L \cdots\cdots\cdots (34)$$

$$W_{2t} = C_{2t} + V_{2t} + M_{2t} \qquad Y = A(K^*)^{\alpha}(s^*L)^{\beta} \cdots\cdots\cdots (35)$$

さらに、消費財生産部門にどれだけの労働が投入されているかをより直接的に示すために、K^*、s^*を、Lを用いて表現すると以下のようになる。

$$W_{1t} = C_{1t} + V_{1t} + M_{1t} \qquad \delta K^* = 0 + B\left(\frac{\delta\alpha}{(\alpha+\beta)\delta+\beta\rho}\right)L \cdots\cdots\cdots (36)$$

$$W_{2t} = C_{2t} + V_{2t} + M_{2t} \qquad Y = A\left(\frac{B\alpha L}{(\alpha+\beta)\delta+\beta\rho}\right)^{\alpha}\left(\left(1-\frac{\delta\alpha}{(\alpha+\beta)\delta+\beta\rho}\right)L\right)^{\beta} \cdots\cdots\cdots (37)$$

(34)～(37)式の展開を見ると、消費財生産部門で使用する資本財も労働Lを用いて表され、すべての生産物は本源的に労働に帰結するということが分かる。

その対応関係をより簡便にまとめたものが以下の表である。

表 3-1 「マルクス派最適成長モデル」と「単純再生産表式」との対照

	C	$V+M$
資本財生産部門	0	$\left(\frac{\delta\alpha}{(\alpha+\beta)\delta+\beta\rho}\right)L$
消費財生産部門	$\left(\frac{\delta\alpha}{(\alpha+\beta)\delta+\beta\rho}\right)L$	$\left(1-\frac{\delta\alpha}{(\alpha+\beta)\delta+\beta\rho}\right)L$

出所：大西(2012, 2015) p. 124

ここで、単純再生産表式の成立条件である

$$C_{2t}\left(\left(\frac{\delta\alpha}{(\alpha+\beta)\delta+\beta\rho}\right)L\right) = (V_{1t}+M_{1t})\left(\left(\frac{\delta\alpha}{(\alpha+\beta)\delta+\beta\rho}\right)L\right) \cdots\cdots\cdots (38)$$

も確認できる。

また、消費財生産部門において、

$$V_{1t} + M_{1t} + V_{2t} + M_{2t} = L \cdots\cdots\cdots (39)$$

の関係が成り立っている。これは、経済全体において各期に付加された価値の総量が、労働投入量の総量に等しいということを表している。これは労働価値説の解釈とも整合的である。

こうして、「単純再生産表式」から導き出した結論は「マルクス派最適成長モデル」でも導かれることが確認できる。

(2) 再生産表式の形式におけるマルクス派最適成長モデル―拡大再生産の場合

拡大再生産表式は以下のように表現できる。

$$W_{1t}=C_{1t}+V_{1t}+M_{1t(m)}+M_{1t(v)}+M_{1t(k)}\cdots\cdots\cdots(40)$$
$$W_{2t}=C_{2t}+V_{2t}+M_{2t(m)}+M_{2t(v)}+M_{2t(k)}\cdots\cdots\cdots(41)$$

拡大再生産の仮定は、経済が拡大していく資本蓄積＝成長の過程と理解できる。このことは、マルクス派最適成長モデルにおける、定常状態に向かう過程と対応するものである。ここで、資本財Iと消費財Yの生産における直接的・間接的な財 1 単位あたりの投下労働量を表す変数としてt_1、t_2を導入する。つまり、$t_1=\frac{L}{I}$、$t_2=\frac{L}{Y}$である。式(1)、(2)、(3)より、

$$t_1\left(\dot{K}+\delta K\right)=(1-s)L\cdots\cdots\cdots(42)$$
$$t_2Y=t_1\delta K+sL\cdots\cdots\cdots(43)$$

が得られる。なお、$t_1\delta K$は間接投下労働量を表す。

この連立方程式を解くと、

$$t_1=\frac{(1-s)L}{\left(\dot{K}+\delta K\right)}=\frac{(1-s)L}{B(1-s)L}=\frac{1}{B}\cdots\cdots\cdots(44)$$
$$t_2=\left(\frac{\delta K}{B}+sL\right)/\left(AK^{\alpha}(sL)^{\beta}\right)=\left(\frac{\delta}{AB}\right)k_2^{\beta}+\left(\left(\frac{1}{A}\right)k_2^{-\alpha}\right)\cdots\cdots\cdots(45)$$

となり、経済成長経路における各部門への労働投下量＝価値を、再生産表式の形式に書き換えると、表 3-2 のようにまとめられる。

表 3-2 「マルクス派最適成長モデル」と「拡大再生産表式」との対照

	C	V	M	計
資本財生産部門	0	$(1-s)L$	0	$(1-s)L$
消費財生産部門	$\frac{\delta K}{B}$	$\beta Y=\beta\left(\frac{\delta K}{B}+sL\right)$	$sL-\beta\left(\frac{\delta K}{B}+sL\right)$	$\frac{\delta K}{B}+sL$
計	$\frac{\delta K}{B}$	$\beta\frac{\delta K}{B}+(1-s+\beta s)L$	$sL-\beta\left(\frac{\delta K}{B}+sL\right)$	$L+\frac{\delta K}{B}$

出所:大西(2012, 2015) p. 143

ここで、

$$(V_{1t}+M_{1t})-C_{2t}=(1-s)L-\left(\frac{\delta K}{B}\right)>0\cdots\cdots\cdots(46)$$

であり、拡大再生産の成立条件もマルクス派最適成長モデルの解で確認できることになる。

こうして拡大再生産における成長の「過程」を表現する各変数を、定常値の場合に書き換えると、表 3-3 のようになる。

表 3-3「マルクス派最適成長モデル」と「拡大再生産表式」との対照

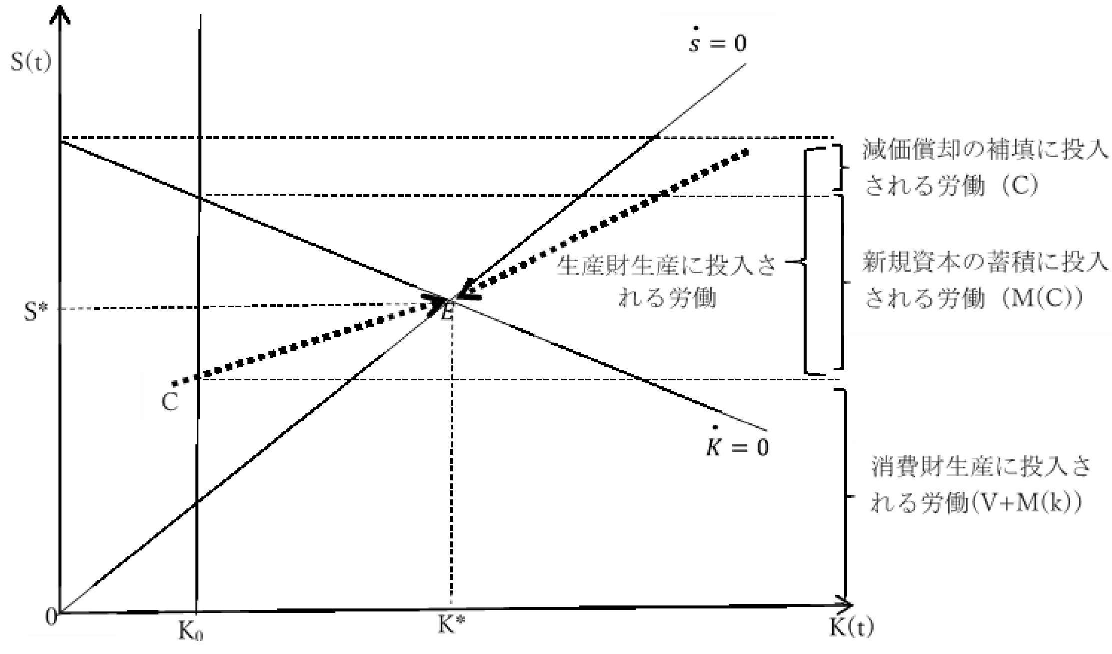
（定常値に書き換えるケース）

	C	V	M	計
資本財生産部門	0	$\left(\frac{\delta\alpha}{(\alpha+\beta)\delta+\beta\rho}\right)L$	0	$\left(\frac{\delta\alpha}{(\alpha+\beta)\delta+\beta\rho}\right)L$
消費財生産部門	$\frac{\delta\alpha L}{(\alpha+\beta)\delta+\beta\rho}$	$\beta\big((1-s)L+sL\big)$ $=\beta L$	$\left(\frac{\beta(\delta+\rho)}{(\alpha+\beta)\delta+\beta\rho}-\beta\right)L$	L
計	$\frac{\delta\alpha L}{(\alpha+\beta)\delta+\beta\rho}$	$\left(\frac{\delta\alpha}{(\alpha+\beta)\delta+\beta\rho}+\beta\right)L$	$\left(\frac{\beta(\delta+\rho)}{(\alpha+\beta)\delta+\beta\rho}-\beta\right)L$	$\left(\frac{\delta\alpha}{(\alpha+\beta)\delta+\beta\rho}\right)L+L$

出所:大西(2012, 2015) p. 145

さらに、このような定常値に至るまでの成長経路における *C*、*V*、*M* の変動は図 3-3 と同じ形式で表現でき、図 3-4 が示す通りとなる。

図 3-4 資本蓄積によって長期均衡に至るダイナミックス



出所：大西(2012, 2015)　p. 133

ここでは全労働量のうちsの割合が労働力の再生産に用いられていることになる。言い換えれば、sによって全労働力が購入されているのであり、この部分は可変価値として表現される。一方、残りの部分$1-s$は資本財の購入にあてられており、各時点では労働力の再生

産に回されない部分となるので、$1-s$は広義の貯蓄率とも理解できる。また、この割合は山下・大西(2002)では、搾取率として解釈する。この部分はさらに、減価償却を補填する部分と新規資本の貯蓄にあてる部分に分割することができる。前者はマルクス経済学における不変資本(C)と解釈することができる。一方、後者の部分は新規資本の蓄積に用いるものであり、剰余価値(M(C))として表現される。

図 3-4 が示すように、経路 C に乗ると、資本ストックが拡大しながら、sが上昇していくことになり、不変価値が増加する。そして、点 E に近づくと剰余価値は減少し、新規資本蓄積のための搾取は長期的に消滅することになる。その資本蓄積は定常状態に向かって進行し、その終着点は「単純再生産」で計算した値と同じである。つまり、資本主義はこの定常に向かう長期の過程と理解できる。

4. 近代経済学の成長論との統合としてのマルクス派最適成長モデル

(1) 近代経済学の成長論との統合としてのマルクス派最適成長モデル

マルクス派最適成長モデルにおいて生産部門を資本財生産部門と消費財生産部門の 2 部門に分割するという発想は「再生産表式」まで遡ることができる。しかし、単に従来の 1 部門新古典派経済成長モデルを 2 部門化するだけでは、「マルクス的」であるとは言いがたい。

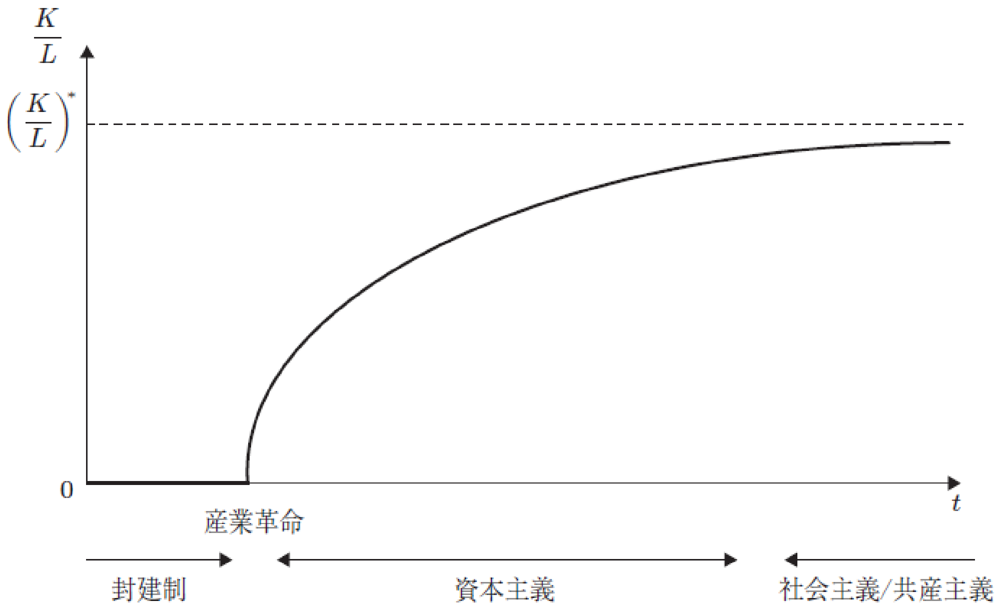
マルクス派最適成長モデルが「マルクス的」であると主張されるより重要な根拠は「史的唯物論」の数理的証明というところにある。産業革命以前の製造業では、「手工業」という生産システムで、生産は道具でのみ行われ、これにより封建制の社会体制が成り立っていた。一方、産業革命以降、生産過程に機械が導入され、機械の増加が生産拡大の上で大きな役割を担うようになり、機械という固定資本の蓄積が最重要視されるようになる。「資本蓄積のための社会システム」がこうして現れ、「資本蓄積が社会の第一義的課題」となったという意味で、機械の登場は「資本主義社会」の台頭をもたらしたと理解されている。

しかし、ここで重要なのは、このモデルでの資本蓄積は永遠ではなく目標値が存在するということである。すなわち、ある単位労働あたりの最適資本ストックに到達すると、当該社会の資本蓄積という課題は達成され、資本蓄積を第一義的課題とする社会=資本主義の歴史的課題は終了することになる。こうして、マルクス派最適成長モデルは、産業革命による機械の登場が資本主義を必然化したことと同時に、その進行によりいずれ資本主義が終焉しなければならないことを示している。マルクス派最適成長モデルが「史的唯物論」の命題を数理的に証明したとされるのはこの意味においてである。

また、このモデルが労働価値説に基づいているということも重要な点である。マルクス

派最適成長モデルは総労働の配分を通じてモデルを定式化する。それは、マルクス派最適成長モデルの労働価値説を忠実に表現している点でもある。さらに、マルクス派最適成長モデルが価値次元＝投下労働量次元でも表現可能という点もマルクス的である。

図 3-5　産業革命以後の資本蓄積の時間経路



出所：大西(2012,2015) p.153

一方、マルクス派最適成長モデルが「再生産表式」よりも優れているところは「物財次元」を有するところにある。マルクス派最適成長モデルは、動学最適化問題をもとに構築されたものであるが、モデルでは、再生産表式で考えている資本家階級、労働者階級が存在する異質な経済主体の想定と異なり、代表的個人の存在を想定している。そして、社会計画者は社会効用の最大化(すなわち消費財生産の最大化)を図りながら、最適行動をとっている。これは、マルクス派最適成長モデルが一部のマルクス経済学者から「近代経済学モデルにすぎない」と批判される理由ともなっているが、現実の経済を「物財次元」で表現できること自体を彼らも批判することはできない。また、マルクス派最適成長モデルが「物財次元」であるということは総労働にしたがって総価値の分配が明示されているということでもあり、それこそがこのモデルを労働価値説に依拠したモデルとしていることの所以である。具体的に言えば、マルクス派最適成長モデルは総労働を資本財生産部門と消費財生産部門に配分して、最終財である消費財の生産をいかに最大化するかという問題として定式化していた。新古典派経済成長モデルは 1 財に集計したマクロ成長モデルであり、最適配分問題の定式化は GDP の投資と消費への最適配分問題としている一方で、マルクス派最適成長モデルは総労働(生産要素)の 2 部門への最適配分問題として定式化しているの

である。要するに、マルクス派最適成長モデルは労働価値説にも依拠しながら、効用理論も導入している。それにより、価値次元＝投下労働量次元と物財次元との両方を表現することが可能なモデルとなっている。

こうして、マルクス派最適成長モデルは再生産表式論を近代経済学の成長論、特に、ラムゼイ型最適成長モデルの枠組みをもとに再解釈するモデルとも考えられる。

(2) 再生産表式論、新古典派成長理論とマルクス派最適成長理論

第1章の表1－1において、再生産表式論と近代経済学における成長理論の相違を整理した上で、再生産表式論と近代経済学の成長モデルとの融合の試みと考えられるUzawa(1961, 1963, 1964)の一連の研究について言及した。そして、マルクス派最適成長モデルは近代経済学における成長理論でのラムゼイ＝キャス＝クープマンズモデルとより近い構造を持つものの、Uzawa(1964)による宇沢型2部門経済成長モデルと一見同じ構造をもつモデルであることがわかった。

ここでは以上のような相違点と表 1-1 を踏まえ、再生産表式論、新古典派成長理論、マルクス派最適成長理論の性格を表 3-3 のように構築目的、表現次元、経済主体、及びその選択行動が明示されているか、財の種類、配分問題の定式化という 6 つの観点から比較する。なお、ここで取り上げた新古典派最適成長モデルはラムゼイ＝キャス＝クープマンズモデルだけでなく、Uzawa(1964)で展開した2部門経済成長モデルも比較対象とする。以下における宇沢型2部門経済成長モデルは、Uzawa(1964)によるものを指す。

まずは、モデルの構築目的についてである。再生産表式論は 2 部門間の価値と素材の補填による再生産の条件を特定化することを目的とする一方で、ラムゼイ＝キャス＝クープマンズモデルは 1 人あたりの所得の成長率の決定要因の分析を目的としている。そして、宇沢型 2 部門経済成長モデルでの目的は最大の経済成長を実現するために資源を経済の各部門にいかにして配分するかである。しかし、マルクス派最適成長モデルの目的は史的唯物論の数理的証明にあった。

次に、モデル内で成長を記述する単位について比較したい。マルクスの再生産表式論は労働価値説をもとにし、価値次元における社会の総生産とその循環について論じる。新古典派経済成長モデルは、価値次元を放棄し、効用理論を基礎にし、物財・価格単位を表現している。マルクス派最適成長モデルは、価値・物財・価格の三者での表現が可能である。

そして、経済主体に関して、再生産表式論では、資本家と労働者の 2 種類の経済主体を考えている。ラムゼイ＝キャス＝クープマンズモデル、宇沢型 2 部門経済成長モデルとマルクス派最適成長モデルにおいて、資本家と労働者との設定はない。両者とも、計画者モ

デルでは社会計画者が「経済主体」となり、分権的市場モデルでは家計と企業が経済主体となっている。また、以上のような経済主体について選択行動が明示されているかどうかについては、再生産表式ではそれが明示されておらず、他方のラムゼイ＝キャス＝クープマンズモデル、宇沢型 2 部門経済成長モデルとマルクス派最適成長モデルでは、社会計画者による、あるいは企業と家計による選択行動が明示されている。

財の種類に注目すると、再生産表式は 2 種類の財を考え、総要素の部門間配分問題を定式化している一方で、ラムゼイ＝キャス＝クープマンズモデルでは、財は 1 種類しか存在せず、その財の総生産(すなわち GDP)を消費するか、投資するかが決定される。一方、マルクス派最適成長モデルと宇沢型 2 部門経済成長モデルにおいては、消費財と資本財の 2 種類が存在し、2 種類の財の間に代替性は存在しない。消費財はすべて消費され、資本財はすべて資本蓄積にあてられる。このような設定により、マルクス派最適成長モデルと宇沢型 2 部門経済成長モデルは、ラムゼイ＝キャス＝クープマンズモデルで考えている総生産の消費財および資本財への配分問題を考察することができるとともに、再生産表式が考察する生産要素の部門間の配分問題も分析可能となっている。

以上のように、マルクス派最適成長モデルと再生産表式論ないし、ラムゼイ＝キャス＝クープマンズモデルは根本的な違いが存在していることが明らかになった。特に、マルクス派最適成長モデルは宇沢型 2 部門経済成長モデルとはモデルの構造の面で同じフレームワークを持っているものの、モデルの構築目的または解釈方向が異なっていることに注意されたい。

ただし、宇沢型 2 部門経済成長モデルは一般化された生産関数の設定による解析的側面の強い理論モデルであり、生産関数をいかに一般化するかという抽象性の高い方面へと発展した。そのため、実証への応用可能性は低くなり、それに基づいた実証研究はほぼ行われていない。一方、マルクス派最適成長モデルは宇沢型 2 部門経済成長モデルと同じフレームワークを持っている上に、特定の生産関数を使うことでモデルの解を実際に計算できるという方向に発展した。さらに、宇沢型 2 部門経済成長モデルにおける資本集約問題、安定性問題などの問題を避けることができ、実証可能モデルへの発展可能性を高めている。

表 3-4　再生産表式論、新古典派成長理論とマルクス派最適成長理論

<table>
<tr><th rowspan="2"></th><th rowspan="2">再生産表式論</th><th colspan="2">新古典派経済成長理論</th><th rowspan="2">マルクス派
最適成長理論</th></tr>
<tr><th>ラムゼイ＝キャス＝クープマンズモデル</th><th>宇沢型 2 部門経済成長モデル</th></tr>
<tr><td>構築目的</td><td>2 部門間の価値と素材の補塡による再生産の条件の特定化</td><td>1 人あたりの所得の成長率の決定要因の分析</td><td>最大の経済成長を実現するために資源を経済の各部門にいかにして配分するか</td><td>史的唯物論の証明</td></tr>
<tr><td>表示次元</td><td>価値</td><td colspan="2">物財・価格[30]</td><td>価値・物財・価格</td></tr>
<tr><td>経済主体</td><td>資本家と労働者</td><td>社会計画者モデル：社会計画者
分権的市場モデル：家計・企業</td><td>社会計画者モデル：社会計画者[31]</td><td>社会計画者モデル：社会計画者
分権的市場モデル：家計・企業</td></tr>
<tr><td>経済主体の選択行動が明示されているかどうか</td><td>なし</td><td colspan="3">効用最大化
＝消費財生産の最大化
利潤最大化</td></tr>
<tr><td>財の種類</td><td>2 財モデル</td><td>1 財に集計されたマクロモデル</td><td colspan="2">2 財モデル</td></tr>
<tr><td>配分問題の定式化</td><td>生産要素の部門間配分</td><td>総生産の消費か投資かの配分問題</td><td colspan="2">総生産の消費か投資かの配分問題
生産要素の部分間配分問題</td></tr>
</table>

出所：筆者作成

[30] Uzawa(1964)の論文では、物財・価格次元でモデルを表現している。ただし、宇沢型 2 部門経済成長モデルはマルクス派最適成長モデルのように、価値次元で表現できる。
[31] 宇沢型 2 部門経済成長モデルは分権的市場モデルの形式で表現するのも可能である。

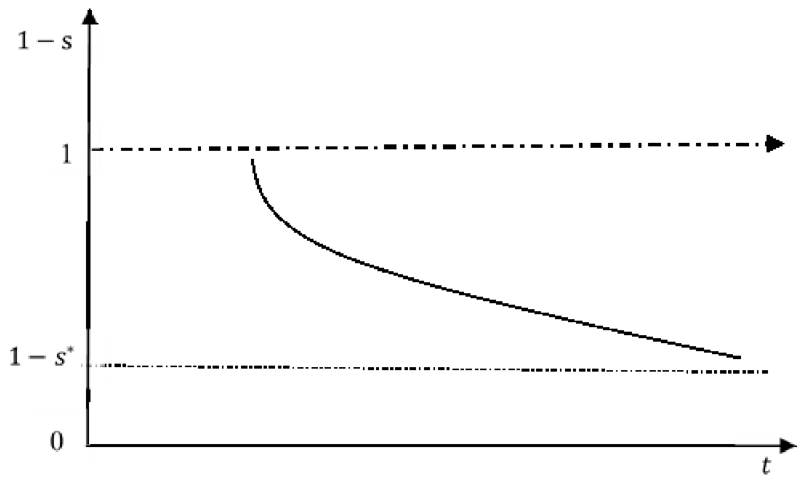
5. マルクス派最適成長モデルの経済成長分析への応用可能性

本論文は、マルクス派最適成長モデルの実証化への展開に着目するため、第一にマルクス派最適成長モデルがどのような経済成長分析にあてはめて応用できるかを論じなければならない。そのためにまず、マルクス派最適成長モデルを「経済成長と生産部門間の発展問題」、「経済成長率の低下と対 GDP 投資比率低下の必然性」、「経済成長と格差」の 3 つの観点から論じたい。

(1) 経済成長と生産部門間の発展問題

図 3-2 が示したように、初期の資本(K_0)が決まれば、それに応じて経済動学経路は A、B、C の三つの経路が考えられる。この中で、モデルの最大化条件を満たす経路、すなわち鞍点経路は経路 C である。この場合は資本蓄積が長期的に最適資本蓄積の点に到達する。初期条件(K_0, s_0)が最適成長経路に乗るためには、初期における各変数の値もその最適条件を満たす必要がある。経済成長が鞍点経路上に乗るための初期時点における労働の資本財生産部門への配分率(s)はモデルにより導かれたオイラー方程式から計算でき、その意味で、マルクス派最適成長モデルは経済成長経路上、各時点に、いかに生産要素を配分すべきかを提示している。成長経路における労働の資本財生産部門への配分比率は図 3-6 のように表現できる。

図 3-6 成長経路における労働の資本財生産部門への配分率



出所：筆者作成

こうして、経済成長段階における生産部門の発展に関する問題は、①分析対象となる経済は最適成長経路に乗っているかどうか、②最適成長を達成するために、いかに生産要素を資本財部門と消費財部門へ配分すべきか、の 2 つの問題を解くことで分析が可能となる。

(2) 経済成長率の低下と対 GDP 投資比率低下の必然性

成長過程における資本ストックの変化に注目すれば、マルクス派最適成長モデルは、経済成長率の低下と対 GDP 投資比率低下の必然性についても論じることができる。すなわち、マルクス派最適成長モデルでは現在、多くの国が直面している経済成長率低下の問題を分析する上でも有用な手段となり得る。

モデルにおける資本蓄積率の変化は、長期的な経済成長率の低下を示唆する。資本蓄積の初期段階では、生産性・生産規模が拡大し、高い経済成長率が達成される。しかし、このような成長は永続的なものではなく、資本蓄積が生産性・生産規模に及ぼす効果が次第に低下し、経済成長は減速し始め中成長へといたる。最後に、蓄積の目的値に達すると、それ以上の蓄積は不要となり、成長と蓄積がストップすることになるため、低成長ないしゼロ成長となる。

他方、定常値に向かう過程で、労働の資本財生産部門への配分比率$(1-s)$は低下していくことになる。$(1-s)$が資本蓄積率であることを考えると、$(1-s)$の低下は資本蓄積率が逓減しているものと理解できる。つまり、定常値に向かう過程において、1 人あたり資本の増加率が逓減し、図 3-5 のカーブの変化率は次第に小さくなる。このことは資本蓄積＝経済成長の意味で、経済成長率が長期的に低下していくことを意味している。

こうして、マルクス派最適成長モデルは経済成長率の低下と対 GDP 投資比率低下の必然性を示しているという点で、経済成長率などの予測を行う際にも応用できるものと考えられる。

(3) 経済成長と格差

先述したようにマルクス派最適成長モデルの結論により、資本蓄積には上限があり、その上限に到達する過程において資本蓄積＝経済成長率が長期的に低下していく。これは、経済成長率の低下と対 GDP 投資比率低下の必然性を示している。実際、こうした理解はさらに国家間におけるキャッチャアップ現象に対する説明にも当てはめられる。(13)式、

$$\left(\frac{K}{L}\right)^* = \frac{B\alpha}{(\alpha+\beta)\delta+\beta\rho}$$

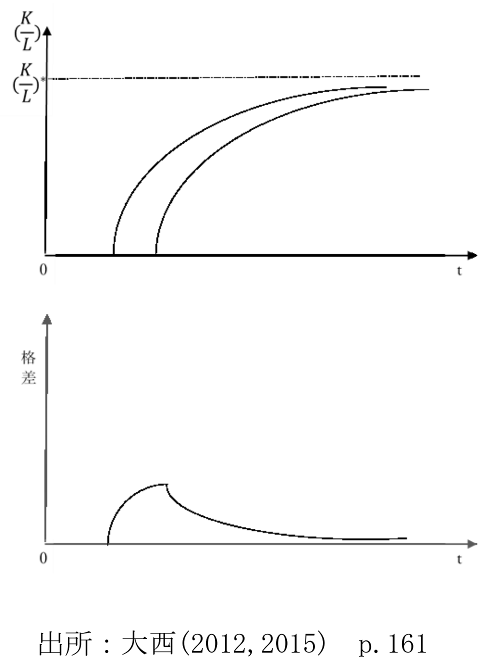
にあるように、定常状態における資本労働比率は資本財生産部門の生産性B、消費財生産部門の技術変化α、β、減価償却率δ、時間選好率ρから決定されている。ところで、世界中には、アメリカ、イギリスのような先に成長した国(先発国家)も存在する一方、中国、インドのような後から発展してきた国(後発国家)も存在する。ここで、グローバリゼーション、ボーダレスにより、各国の間の生産技術、時間選好率などすべてが同じになると仮定する

と、各国の資本蓄積には同じ「目標値」になる。すなわち、先に成長を開始した先発国家はある一定の期間において、後発国家との間の格差が拡大しいているとしても、後発国家の成長が目標値に近づくころには、両者の間における格差は縮小し、最終には同じ到達点に辿り着く。こうした変化過程は図 3-7 によって示すことができる。

しかし、現実には各国は異なる時間選好率を持っているため、先発国家の時間選好率が後発国家より低ければ、経済成長と国家間における格差の関係は図 3-8 のようになる。さらに、図 3-9 はその逆のケースであり、後発国家の成長は先発国家の成長を追い越し格差が逆転することを表している。

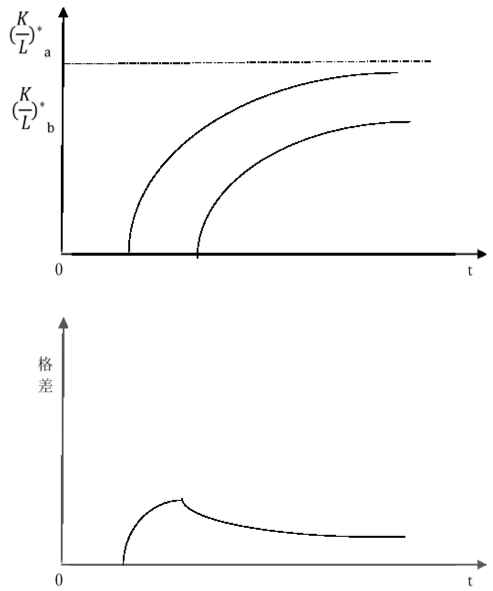
このようなキャッチアップが可能な背景には、諸国間にける利子率が常に異なっているという条件がある。各国の主体は自らの資本蓄積の「目標値」だけに依存した利子率に直面し、独自に資本蓄積を進めることによって、一般的にキャッチアップができている。こうして、後発国家もその資本蓄積を自らの「目標値」まで到達させることにより、以上のような格差はいずれも縮小に向かっている。

図 3-7 先発国家と後発国家の目標値が同じ場合の成長経路



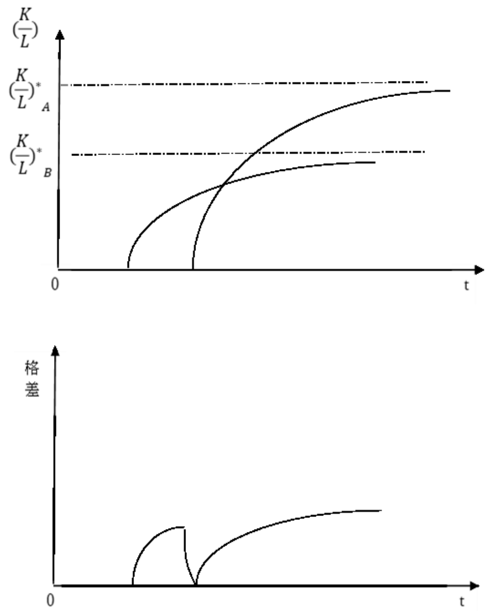
出所：大西(2012,2015)　p.161

図 3-8 目標値の高い先発国家と低い後発国家の場合の成長経路



出所：大西(2012, 2015)　p. 161

図 3-9 目標値の低い先発国家と高い後発国家の場合の成長経路

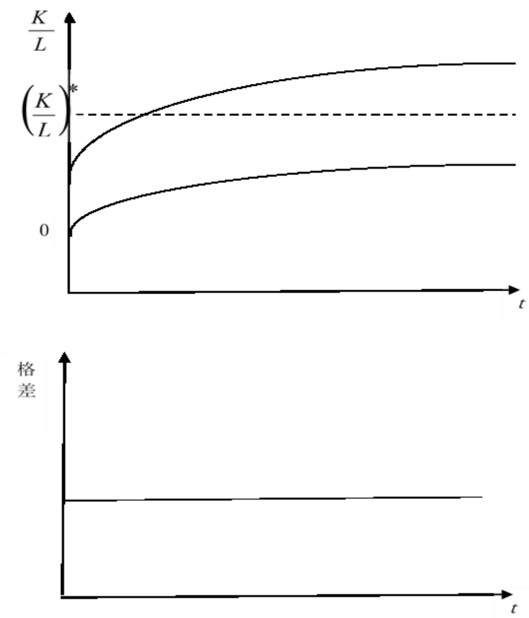


出所：大西(2012, 2015) p. 161

しかし、このような状況は一国内で資本蓄積の開始の時期にずれがある 2 主体の間では通常は生じない。ここで、一国内の経済成長において、一部の集団が先行して資本の蓄積を開始した場合があったとする。経済成長により先に蓄積を開始する集団を先富集団、後で蓄積を開始する集団を後富集団と呼ぶことにする。

この場合は、図 3-10 が示すように、先富集団と後富集団との間の格差は残っているままとなる。なぜならば、一国における資本蓄積の「目標値」は社会的に決められる利子率（これは投資の限界効率により規定される）によるものであり、この利子率は社会全体の蓄積水準とそれが決める限界生産力により決定されているからである。一国内における先富集団も後富集団も、同じ時点では同じ利子率をもとにして投資を行うため、先富集団が後富集団に先行して蓄積を行った分の格差は依然として残り続けることになる。その結果図 3-10 における先富集団と後富集団との間の貧富は出発視点でも最終視点でもある一定の度合いのままである。

図 3-10 先富集団と後富集団の成長経路と格差



出所：筆者作成

6. おわりに

本章では、「物財次元」と「価値次元」の二重の次元を有するマルクス派最適成長モデルを紹介し、その上で、マルクス派最適成長モデルの近代経済学としての特徴と、マルクス派成長論としての特徴を明らかにするよう試みた。これにより、マルクス派最適成長モデルの構築の意義が明らかとなった。さらに、マルクス派最適成長モデルの経済成長分析への応用可能性を、「経済成長と生産部門間の発展問題」、「経済成長率の低下と対 GDP 投資比率低下の必然性」、「経済成長と格差」の 3 つの点から整理した。

しかしながら、本章で紹介したマルクス派最適成長モデルを実証分析に応用するには、理論モデルをさらに改良しなければならない。例えば、最適経路を描く際に考慮すべき初

期値問題、人口成長率と技術進歩率の導入、資本財生産部門の生産要素における資本要素の考慮、消費財生産部門と資本財生産部門の 2 部門データの構築、などが挙げられる。以降の章では、それぞれの課題に応じて理論モデルを改良しながら、現実の経済の分析の方法を提示する。

第2部　マルクス派最適成長論の実証モデルとしての諸改良

第4章　労働成長率・技術進歩率を考慮したマルクス派最適成長モデルの基本モデルの改良
—中国経済を対象とするMathematicaによる数値解法の提案

本章の目的

本章では第 3 章で提示したマルクス派最適成長モデルの基本モデルに、人口成長率と技術進歩率を組み込む拡張作業を試みる。また、実証研究に必要となる数値解を解きながら、それを中国経済にあてはめ、Mathematicaを用いる数値解法を提示する。

1.　はじめに

マルクス派最適成長モデルの基本モデルには 2 つの仮定があたえられている。人口成長率(労働力成長率)がゼロであるということと、技術進歩が存在しないということである。しかし、現実には労働力人口の変化と技術進歩は存在しているため、人口成長率が変化せず、技術進歩が存在しないという 2 つの仮定は、理論モデルとして経済成長を分析する上での便宜的な仮定であることは明らかである。当然、これらの仮定を用いたままマルクス派最適成長モデルを実証研究に応用する場合は現実の経済を分析する上での困難が生じることになる。

本章はまず、マルクス派最適成長モデルをベースとし、人口成長率と技術進歩率をモデルに組み込む拡張作業を行う。そして、それらの数値解を解きながら、中国経済にあてはめ、Mathematicaを用いた数値分析方法を提示する。

2.　モデルの構築

(1) 人口成長率を考慮したマルクス派最適成長モデルの基本モデル

マルクス派最適成長モデルの基本モデルには人口成長率がゼロで技術進歩が存在しないという 2 つの仮定があたえられているが、このような仮定は理論モデルの簡略化のためのものである。モデルを実証研究へと応用する際にはマルクス派最適成長モデルを人口成長率と技術進歩率を考慮したものへと再構築することが不可欠となる。一方、マルクス派最適成長モデルが依拠している新古典派経済成長論においても現実に沿って人口成長率と技術進歩率をモデルに取り組むのは当然であると認識されている。また、大西(2007)ではゼロ成長社会(資本主義の死滅)になるのは労働人口の変化と技術進歩を考慮に入れない場合であるとも指摘している。もう一つ問題になるのは、最適な経済成長経路に記述するため

にかかわってくる初期値問題のことである。山下・大西(2002)にはモデルの実証応用化に対してこのような課題がいくつか存在している。

本節は、基本モデルに人口成長率と技術進歩率を取り入れながら、鞍点経路を描くオイラー方程式を導き、モデルの数値解も解くことを目的とする。

本節ではまず人口成長率だけを考慮するマルクス派最適成長モデルを示す。なお、本章で使用するモデルは、人口成長率と技術進歩率が存在するという点以外は、山下・大西(2002)で示された基本モデルと同一のものである。すなわち、この社会には善意の社会計画者が存在し、代表的家計の無限時間にわたる通時的効用を最大化するものとする。なお、社会には消費財生産部門と資本財生産部門の 2 つの部門が存在する。

ここで、まず、人口は外生的な一定の変化率$\frac{\dot{L_t}}{L_t} = n \geq 0$で成長するものとする。初期時点における個人の数を$L_0$とすると、$t$期における人口$L_t$は：

$$L_t = L_0 e^{nt} \cdots\cdots\cdots (1)$$

と計算できる。また、消費財生産部門と資本財生産部門の生産関数は次のようになる。

消費財生産部門

$$Y_t = AK_t^{\alpha}(s_t L_t)^{\beta}, \qquad (\alpha + \beta = 1) \cdots\cdots\cdots (2)$$

資本財生産部門

$$I_t = B(1 - s_t)L_t \cdots\cdots\cdots (3)$$

資本蓄積方程式

$$\dot{K}_t = B(1 - s_t)L_t - \delta K_t \cdots\cdots\cdots (4)$$

ここでY_t、K_tは社会全体における消費財と資本であり、s_tは全人口のうち消費財生産にあてられる割合を表す。以下の数式において時刻tを省略するが、説明上の都合で、明記するともある。またA、Bは各生産部門における技術係数、δは資本の減価償却率である。ここで、(2)、(4)式は規模に関する収穫一定を満たす。(2)、(4)式の両辺をL_tで割り、時間変数のtを省略すると、

消費財生産部門は

$$y = A(k)^{\alpha}(s)^{\beta} \quad \left(y \equiv \frac{Y}{L}, k \equiv \frac{K}{L}\right) \cdots\cdots\cdots (5)$$

資本蓄積方程式は

$$\dot{k} = B(1 - s) - \delta k - nk \cdots\cdots\cdots (6)$$

となり、１人当たりの生産量yと資本kによって生産関数を表せる。

このようにして人口成長率を考慮した場合、第 3 章におけるマルクス派最適成長モデルの基本構造は以下のように書き換えることができる。

$$\max u = \int_0^{\infty} e^{-\rho t} \log y \, dt$$

$$\mathrm{s.t.}$$

$$\mathrm{y} = A\mathrm{k}^{\alpha} s^{\beta}$$

$$\dot{k} = B(1-s) - \delta k - nk$$

$$\text{given} \quad k_0$$

$$\text{Transversality Condition} \quad \lim_{\mathrm{t}\to\infty} e^{-\rho t} \mu k = 0 \cdots\cdots\cdots (7)$$

すると、代表的個人の効用最大化問題を解くための経常価値ハミルトニアンHcは以下のようになる。すなわち、

$$Hc \equiv logA + \alpha logk + \beta logs + \mu[B(1-s) - (n+\delta)k] \cdots\cdots\cdots (8)$$

ここで、ハミルトニアンの一階の条件は、

$$\frac{\partial Hc}{\partial s} = 0$$

$$\Rightarrow \quad -\frac{\dot{s}}{s} = -\frac{\dot{\mu}}{\mu}, \left(\mu = \frac{\beta}{sB}\right) \cdots\cdots\cdots (9)$$

$$\frac{\partial Hc}{\partial k} = \rho\mu - \dot{\mu}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\alpha}{k} - \mu(n+\sigma) = \rho\mu - \dot{\mu} \cdots\cdots\cdots (10)$$

$$\frac{\partial Hc}{\partial \mu} = \dot{k}$$

$$\Rightarrow \quad B(1-s) - (n+\delta)k = \dot{k} \cdots\cdots\cdots (11)$$

となる。これをさらに整理すると、

$$\frac{\alpha}{k\left(\frac{\beta}{sB}\right)} - (n+\delta) = \rho + \frac{\dot{s}}{s}$$

$$\Rightarrow \quad \dot{s} = \left\{\left(\frac{\alpha B}{k\beta}\right)s - (\rho + n + \delta)\right\}s \cdots\cdots\cdots (12)$$

を得る。

$$\dot{s} = 0$$

$$\Rightarrow \quad s = \frac{(\rho + n + \delta)k\beta}{\alpha B} \cdots\cdots\cdots (13)$$

$$\dot{k} = 0$$

$$\Rightarrow \quad k = \frac{B(1-s)}{(n+\delta)} \cdots\cdots\cdots (14)$$

のように与えられる。そして、(13)、(14)式より$k-s$平面上における 2 直線の交点を求めることにより、s、kの定常値が求められ、

$$s^* = \frac{(\rho+n+\delta)\beta}{\alpha(n+\delta)+(\rho+n+\delta)\beta} \cdots\cdots\cdots (15)$$

$$k^* = \frac{B\alpha}{\alpha(n+\delta)+(\rho+n+\delta)\beta} \cdots\cdots\cdots (16)$$

を得る。(11)、(12)式を満たす動学経路の体系は Saddle Point Stable になる。しかし、定常均衡に収束することができ、かつ横断条件も満たし最適となるものは初期値$k(0)$に対応する特定の$s(0)$のみである。この体系は非線形連立微分方程式体系であるため、一般に解析的に解くことができない。従って、関数形を特定化して数値解析によって解くことが必要となる。このような数値解を計算するために、本章では Mulligan and sala-i-Martin(1991) が提唱され、西岡(1995)が Mathematica によるアプローチを用いた Time-Elimination Method を用いる[32]。

まず政策関数(Policy Function) $s(k)$を求める[33]。ここで、

$$\frac{ds}{dk} = \frac{ds/dt}{dk/dt} \cdots\cdots\cdots (17)$$

であるから、政策関数 (6)、(12)式は以下の微分方程式を満たす。

$$s'(k) = \frac{\dot{s}}{\dot{k}} = \frac{s(t)\left\{\left[\frac{\alpha B}{k\beta}\right]s(t)-(\rho+n+\delta)\right\}}{B(1-s(t))-\delta k(t)-nk(t)} \cdots\cdots\cdots (18)$$

を満たす。ただし、$s^* = s(k^*)$である。

以上のようにして$s'(k)$を、$s(t)$と$k(t)$のみの関数として表現することが可能となる。ここで(18)式の定常解をロピタルの定理により計算すると、

$$s'(k^*) = \lim_{k\to k^*} \frac{d\dot{s}/dk}{d\dot{k}/dk}$$

$$\Rightarrow \quad s'(k^*) = \frac{s^*\left[\frac{B\alpha}{1-\alpha}\left(\frac{s'(k^*)k-s^*}{k^2}\right)\right]}{-Bs'(k^*)-n-\delta} \cdots\cdots\cdots (19)$$

が得られる。(19)式を整理すると、

$$Bs'(k^*)^2 + \left(n+\delta+\frac{B\alpha s^*}{(1-\alpha)k^*}\right)s'(k^*) - \frac{B\alpha}{1-\alpha}\frac{{s^*}^2}{{k^*}^2} = 0 \cdots\cdots\cdots (20)$$

となる。

$s'(k^*)$は、この二次方程式の正根である。安定経路では、$s'(\hat{k}^*) > 0$を満たすからである。(20)式を解くと、

---

[32] 金江(2013)では、マルクス派最適成長モデルの基本モデルの数値解法が示されている。こちらも同じく西岡(1995)の解析方法に従っているものである。

[33] 一意的な移動経路で、あるkに対して最適sは一意に決まり、recursive な構造の成長モデルなどで、政策関数$s(k)$が存在する。

$$s'(k^*) = \frac{-(n+\delta+\frac{B\alpha s^*}{(1-\alpha)k^*}) + \sqrt{\left(n+\delta+\frac{B\alpha s^*}{(1-\alpha)k^*}\right)^2 - 4B\frac{B\alpha}{1-\alpha}\frac{s^{*2}}{k^{*2}}}}{2B} \cdots\cdots\cdots (21)$$

を得る。

さらに、各定常値である(15)、(16)式を代入すれば、

$$s'(k^*) = \frac{-(\rho+2\delta+2n) + \sqrt{(\rho+2\delta+2n)^2 + \frac{4(\rho+2\delta+2n)^2(1-\alpha)}{\alpha}}}{2B} \cdots\cdots\cdots (23)$$

が得られる。

(2) 技術進歩・人口成長率を考慮したマルクス派最適成長モデルの基本モデル

前節は、人口成長率をモデルに取り入れる作業を行った。本節では人口成長率に加えて技術進歩も考慮した場合のモデルの拡張を試みる。

近代経済学では技術進歩は次のような 3 種類に分類される[34]。1 つ目は技術進歩により生産者が同じだけの生産量を以前より少ない資本投入量で生産することができるようになるという資本節約的技術進歩である。これに対して 2 つ目は技術進歩により生産者が同じだけの生産量を以前より少ない労働投入量で生産することができるようになるという労働節約的技術進歩である。3 つ目は資本と労働のどちらの場合においても投入物について相対的に節約的とならないときであり、これは中立的または不偏的と定義される。より詳しく説明すると、両方とも、所与の資本・産出比率に対して、投入物の相対的シェア$((K\cdot F_K)/(L\cdot F_L))$が不変である場合は、技術進歩は中立的(ハロッド中立的)であるという。一方で、技術進歩による生産力の上昇が、労働投入による生産力の上昇と同じようにふるまうときはこれを労働増加的といい、資本による生産力の上昇と同じようにふるまうときは資本増加的であるという。生産関数で表すと、それぞれ$Y=[K,L\cdot A(t)]$、$Y=[K\cdot A(t),L]$と表現できる。ここで、$A(t)$は技術を表す関数であり、$\dot{A}(t)\geq 0$である。さらに、その 2 つのケースと異なり、技術進歩は中立的(ヒックス中立的)なケースも存在し、所与の資本・労働比率において限界生産物の比が不変にとどまっている。このとき中立的生産関数は$Y=A(t)\cdot F(K,L)$となる。

しかし、一定の人口成長率を持つ成長モデルでは、労働増加的技術進歩のみが持続的成長状態の存在、すなわち長期的な一定の成長率と整合的であると Barro and Sala-i-Martin

[34] ここでの説明は、Barro and Sala-i-Martin (2004)を参考にした。

(2004)でも証明されている。ゆえに、本章では労働増加的技術生産性[35]の生産関数を採用する。

本章のモデルにおける消費財生産部門、資本財生産部門は共に同じ指数で成長するという仮定を追加する。すなわち、

$$\frac{\dot{A}_t}{A_t} = \frac{\dot{B}_t}{B_t} = \lambda \cdots\cdots\cdots (24)$$

である。ここで、初期における 2 つの部門の技術進歩率は$A[0]$と$B[0]$で、t期における技術進歩は$A_t = A[0]e^{\lambda t}$、$B_t = B[0]e^{\lambda t}$となる。また、ここで、2 部門における技術進歩係数の比をεとすれば、

$$\frac{B[0]}{A[0]} = \varepsilon$$

$$\Rightarrow \quad B[0] = A[0]\varepsilon \cdots\cdots\cdots (25)$$

であり、2 部門における技術進歩率は以下のような関係を満たす。すなわち、

$$B_t = A[0]\varepsilon e^{\lambda t} = \varepsilon A_t \cdots\cdots\cdots (26)$$

ここで、$\hat{y} = \frac{Y_t}{A_t L_t}$は効率的労働 1 単位あたりの消費量とする。なお、ここで、考えるのは代表的個人の効用最大化問題であり、社会的代表的個人が消費で得られる効用は$\hat{y}A_t = \frac{Y}{L}$となる。$\hat{k} = \frac{K}{AL}$は効率的労働単位あたりの資本の量である。すると、モデルの全体構造は以下のようになる。

$$\max u = \int_0^\infty e^{-\rho t} \log A[0]e^{\lambda t}\hat{y}\, dt$$

$$\text{s.t.}$$

$$\hat{y} = (\hat{k})^\alpha s^\beta$$

$$\dot{\hat{k}} = \frac{\dot{K}}{AL} - n\hat{k} - \lambda\hat{k} = \varepsilon(1-s) - \delta\hat{k} - n\hat{k} - \lambda\hat{k}$$

$$\text{given} \quad \hat{k}\,(0)$$

$$\text{Transversality Condition} \qquad \lim_{t\to\infty}\frac{\lambda t}{\exp(\rho t)} = 0 \cdots\cdots\cdots (27)$$

この問題は通時的効用を最大化とする「条件付き最大化問題」として解くことができ、経常価値ハミルトニアンHcは以下のようになる。

$$Hc = log\, A\,[0]e^{\lambda t}\hat{y} + \mu\left[\varepsilon(1-s) - (n+\delta+\lambda)\hat{k}\right] \cdots\cdots\cdots (28)$$

[35] 田添(2011) は、技術進歩率だけ考慮したマルクス派最適成長モデルの基本モデルのフレームワークを提案している。

$$Hc = log\,A\,[0] + \lambda t + \alpha\, log\,\hat{k} + \beta\, log\,s + \mu\left[\varepsilon(1-s) - (n+\delta+\lambda)\hat{k}\right] \cdots\cdots\cdots (29)$$

これをさらに解くと、

$$\dot{s} = \left\{\left[\frac{\alpha\varepsilon}{\hat{k}\beta}\right] s - (\rho + n + \delta + \lambda)\right\} s \cdots\cdots\cdots (30)$$

が得られる。また、定常状態における$\dot{s}$、$\dot{\hat{k}}$はゼロになるので、

$$\dot{s} = 0$$

$$\Rightarrow \quad s = \frac{(\rho + n + \delta + \lambda)\hat{k}\beta}{\alpha\varepsilon} \cdots\cdots\cdots (31)$$

$$\dot{\hat{k}} = 0$$

$$\Rightarrow \quad \hat{k} = \frac{\varepsilon(1-s)}{(n+\delta+\lambda)} \cdots\cdots\cdots (32)$$

これらにより、s、$\hat{k}$の定常値は以下のとおりになる。

$$s^* = \frac{\beta(\rho + n + \delta + \lambda)}{n + \delta + \lambda + (1-\alpha)\rho} \cdots\cdots\cdots (33)$$

$$\hat{k}^* = \frac{\varepsilon\alpha}{n + \delta + \lambda + (1-\alpha)\rho} \cdots\cdots\cdots (34)$$

さらに第 2 節の方法と同様に、モデルの政策関数は以下の微分方程式、

$$s'(\hat{k}) = \frac{\dot{s}}{\dot{k}} = \frac{s(t)\left\{\left[\frac{\alpha B}{\hat{k}\beta}\right] s(t) - (\rho + n + \delta + \lambda)\right\}}{\varepsilon(1 - s(t)) - \delta\hat{k}(t) - n\hat{k}(t) - \lambda\hat{k}(t)} \cdots\cdots\cdots (35)$$

が満たされるはずである。ただし、$s^* = s\left(\hat{k}^*\right)$である。

よって、政策関数は、

$$s'\left(\hat{k}^*\right)$$
$$= \frac{-\left(n + \delta + \lambda + \frac{\varepsilon\alpha s^*}{(1-\alpha)\hat{k}^*}\right) + \sqrt{(n + \delta + \lambda + \frac{B\alpha s^*}{(1-\alpha)\hat{k}^*})^2 - 4\varepsilon\left(\frac{\varepsilon B\alpha}{1-\alpha}\right)\left(\frac{{s^*}^2}{{\hat{k}^*}^2}\right)}}{2\varepsilon} \cdots\cdots\cdots (36)$$

を解くことによって求めることができる。各定常値である(33)、(34)式を(36)式に代入すれば、

$$s'\left(\hat{k}^*\right) = \frac{-(\rho+2\delta+2n+2\lambda)+\sqrt{(\rho+2\delta+2n+2\lambda)^2+\frac{4(\rho+2\delta+2n+2\lambda)^2(1-\alpha)}{\alpha}}}{2\varepsilon} \cdots\cdots\cdots(37)$$

が得られる。

3.　シミュレーション

前節では、人口成長率と技術進歩率を取り入れたマルクス派最適成長モデルのオイラー方程式と数値解法の概要を提示した。3 節では Mathematica[36]を用いて、2 節で述べた問題の数値解法のプログラムを記述する。なお、計算プログラムを説明する際には、技術進歩率をゼロにする。まずパラメーターの値は表 4-1 のように設定する。各パラメーター値は、それぞれ大西(2016)に提示された中国 2 部門産業データにより推定した値であり、信頼性の高い数値である。なお、人口成長率について、Li(2018)が中国 2017 年から 2050 年までの人口成長率を推計した結果は 0.0576%であり、本章はその値を利用する。

表 4-1　パラメーター

B	δ	α	ρ	n
0.5264	0.17198	0.598	0.764	0.0576%

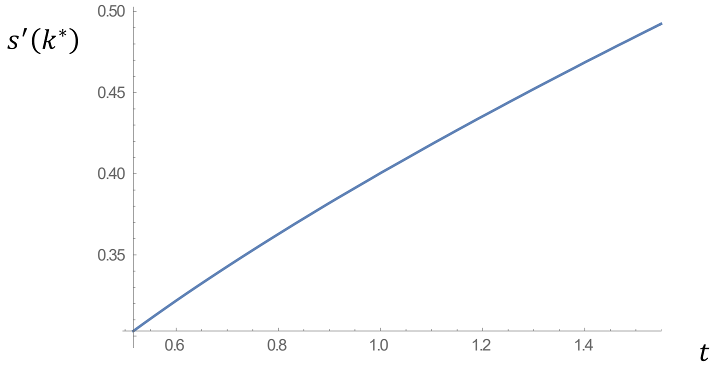
出所：筆者作成

そこで、まず各パラメーターや変数を Mathematica 上で定義する。また、k_s、ssをそれぞれ 1 人あたり資本と労働の消費財生産部門への配分率の定常値、1 人あたり資本の初期値k_0を定常値より小さい値で設定する。本章では、k_0は定常値の 1/3 で設定する。k_1は定常値と同じ値に設定する。

次は、定常均衡点における$s'(k^*)$ を(29)式により計算する。

[36] 西岡(1995)には新古典派成長モデルの数値解法及び Mathematica の関連コードを記したものがあり、Kanae(2013) もマルクス派最適成長モデルの基本モデルに応用できるコードを記したものがある。しかし、Mathematica のコードの書き方の進歩により、以前のコードそのままで応用できない。その点も含め考慮した上で、本研究はそれらの 2 つの先行研究の下に、現在でも使えるようにコードに修正してある。さらに、本研究はこれらの 2 つ先行研究と違い、適当なパラメーター値を使い計算する。

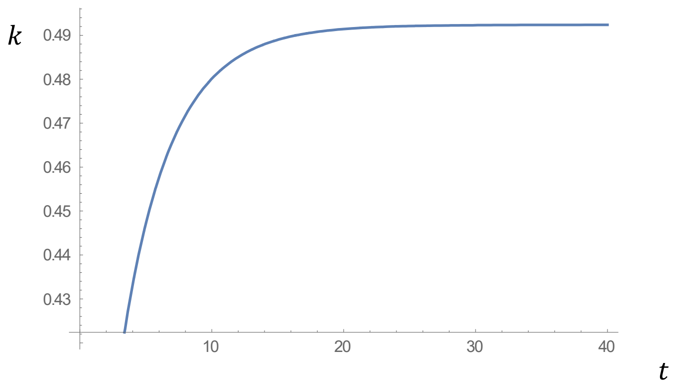
図 4-1 $s'(k^*)$



出所:筆者作成

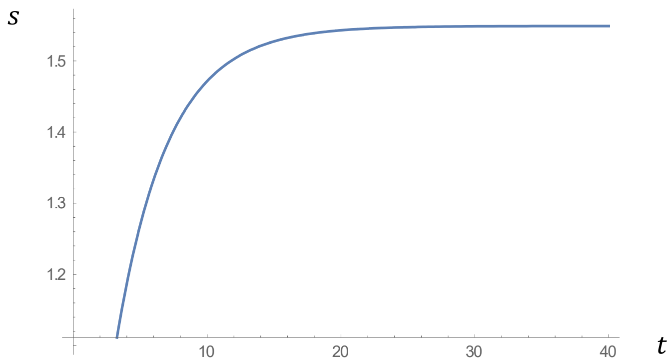
それから政策関数に$s(k)$から$s(k(t))$を定義しながら、微分方程(21)より$k(t)$を求める。そして、求めた$k(t)$と微分方程式(24)により$s(t)$を求めることができる。それらに基づき$k(t)$、$s(t)$の経路をプロットすることが可能になる。結果は以下の図 4-2、4-3 になる。

図 4-2 $k(t)$



出所:筆者作成

図 4-3 $s(t)$



出所:筆者作成

4. おわりに

本章は山下・大西(2002)により開発されたマルクス派最適成長モデルをベースにし、人口成長率と技術進歩率をモデルに取り込む拡張作業を行った。さらに、実証研究に必要となる数値解を解くことで中国経済にあてはめ、Mathematica を用いた実証分析の方法を提案した。その結果s、kは時間に対して単調増加し、いずれも一定の定常値に収束するという結論が得られた。また、拡張したモデルの帰結は基本モデルと同じであることが明らかになった。

ただし、第 2 節でも言及したように、ここでは定常状態におけるsと効率的労働一単位あたりの資本の量は一定の値に収束するが、1 人あたりの資本量はλの割合で持続的に増加することになる。また社会全体の資本ストックは$n+\lambda$との割合で持続的に成長していくことが明らかになった。さらに、技術が進歩するにつれ、定常値が大きくなることが数式から導かれ、定常状態へ移行するまでの時間も長くなる。このような結果は、技術進歩率が資本主義の終焉を先延ばしにするものであることを示唆している。

しかしながら、本章の拡張はマルクス派最適成長モデルの基本モデルに基づいたものであり、資本財が労働のみによって生産されると仮定したモデルであるため、資本財生産部門での資本集約度が高くなるのは当然である。したがって、モデルの実証応用性を高めるためには、資本財生産が資本と労働によってなられる拡張を考えなければならない。

第5章　資本財部門における資本財投入を考慮したマルクス派最適成長モデルの改良
中国経済の成長スピードに関する新推計

本章の目的

第 3、4 章で用いたマルクス派最適成長モデルの基本モデルには、資本財生産部門の生産関数はその変数として資本自身を含まないという課題が存在する。このような問題を受け、第 5 章ではマルクス派最適成長モデルの基本モデルにおける資本財生産部門の生産要素に資本財を加え、動学方程式を用いたより完全な予測用モデルへと拡張する。そして、モデルの解としての 2 本のオイラー方程式及び定義式を用いて、強い仮定を用いずに、中国経済がゼロ成長社会に到達する時期を予測する。

1.　はじめに

中国の 2016 年の実質国内総生産は、前年比で 6.7％増加した。しかし、伸び率は 6 年連続で低下しており、26 年ぶりの低水準となっている。2010 年以降、中国経済成長率は 10.6％を下回り、その低下が続いているのである。中国経済の今後の発展がどうなるのか、あるいはまた先進諸国のように、中成長を終えて低成長（ゼロ成長）に推移しているのではないかと、世界から注目が集まっている。

このことを一つの重要な背景として、近年、中国で注目されているのがマルクス派最適成長モデルである[37]。第 3 章ですでに論じたように、マルクス派最適成長モデルは、経済成長率の低下と対 GDP 投資低下の必然性を説明する一つの有力なモデルからである。すなわち、マルクス派最適成長モデルは、経済成長が高成長→中成長→低成長（ゼロ成長）へと不可避的に推移していく現実に対して、一定の説明力を有する。

本章の問題関心から重要なのは、マルクス派最適成長モデルを用いて中国経済の将来のゼロ成長の時期を特定した Shen(2011)と大西(2016)である。両研究とも、中国における将来の最適資本労働比率が現状の何倍にあたるかを計算し、それに到達するのに必要な期間を計算するという方法によって、Shen(2011)では 2040 年に、大西(2016)では 2033 年にゼロ成長となると予測した。

ただし、大西(2016)及び Shen(2011)の研究では、計算過程においていくつかの強い仮定がある。例えば両研究とも、定常状態及び基準年における資本労働比率、定常での労働力と資本財の配分比率を計算するが、それらの変化は長期に一定の比率で変化するという強

---

[37] 中国のマルクス動学成長モデルに関する研究の分野においては特に多く引用されている。さらに、マルクス派最適成長モデルを紹介する大西の教科書（大西, 2015）も中国語に翻訳されて出版されている。

い仮定を置き[38]、計算された最適資本労働比率と合わせ、ゼロ成長に到達する時期を推計している。しかし、このような仮定は非現実的であり、現実に合わせて仮定を弱め、再計算を行う必要がある。

本章はまずマルクス派最適成長モデルの説明を行い。次に、Shen(2011)及び大西(2016)において予測に用いられたマルクス派最適成長モデルを、強い仮定を用いない、より予測に適したモデルへと拡張する。さらに、その拡張したモデルに基づいて、中国経済のゼロ成長化の時期を特定することを試みる。

2.　マルクス派最適成長モデルの予測モデルの基本構造及び将来予測方法の先行研究

(1) マルクス派最適成長モデルの予測モデルの基本構造

第3、4章で取り上げたマルクス派最適成長モデルは、資本財生産部門の投入要素として労働力しか考慮していなかった。現実の生産では、資本財の生産においてこそ、より多くの資本財が投入されている。そこで、資本財生産にも資本財が投入されている拡張モデルを構築することは必要不可欠である。このような研究として、大西・金江(2015)がある。上記の大西(2016)、Shen(2011)の研究でもそうした拡張モデルが使われている[39]。しかし、その拡張モデルは一般解の計算が困難であり、定常値しか得られない。すなわち成長経路における各操作変数の運動経路自体が理論的に特定されていないという問題が存在する。このような問題は、大西・金江(2015)を含む従来の理論的研究がこの点を看過していたことによって、大西(2016)、Shen(2011)などの実証研究が恣意的な推計に頼らざるを得なかった最大の理由となっている。

そのため、本章では次に二つの操作変数φ(消費財生産部門における資本の配分率)、s(消費財生産部門における労働の配分率)の動学経路を導くオイラー方程式の導出を試みる。先行研究では導出に失敗しているが、複雑な式をひとつひとつ丁寧に展開していけば以下のようにその課題は達成される。まずマルクス派最適成長モデルの基本モデルの場合を考えてみよう。基本モデルでは、消費財生産部門と資本財生産部門とに社会的な総生産が分割され、その両者の相互関係として社会全体の運行が表現されている。そこでは、運行経路を表現するために、両部門への資本と労働の配分比率は通時変化の操作変数として扱われている。また、均衡状態においては労働配分比率の変化率と資本ストックの変化率がゼロ

[38] 具体的には、Shen(2011)では資本労働比率に、大西(2016)では労働力と資本財の配分比率は長期に定率で変化するという仮定を入れている。

[39] ここで、大西(2016)、Shen(2011)の研究で使われたモデル、すなわち大西・金江(2015)による資本財生産にも資本財が投入されている拡張モデルをマルクス派最適成長モデル予測モデルと呼ぶ。

でなければならないので、資本ストックをK消費財生産部門への労働の配分比率をsと置いて、定常状態におけるs、Kの変化率がゼロになり、そのことを$\dot{s} = 0$ 、$\dot{K} = 0$で表していた。大西・金江(2015)のモデルは基本モデルの拡張であるが、資本と労働力の配分比率を考えずに、両部門に分配された労働と資本を直接L_1、L_2、K_1、K_2と表記して計算していたので、基本モデルの場合とは違って、移動経路を具体的に計算するのは難しい。従って、動学経路を考察したければ、拡張モデルでも基本モデルのように成長経路における消費財生産部門への資本ストックの配分比率φという変数を導入することが望ましい。

したがって本章では、資本ストックと労働力の配分比率を時間的各操作変数s、φとしてモデルを立ち上げる。つまり、s、φをそれぞれ労働と資本の消費部門への配分比率とするのである。もちろん、ここでは、$0 \leq s \leq 1$、$0 \leq \varphi \leq 1$である。それぞれは毎期総労働力をどのような比率$(s: 1 - s)$で二つの部門に分割するか、毎期総資本ストックをどのような比率$(\varphi: 1 - \varphi)$で二つの部門に分割するかを表す。すなわち、大西・金江(2015)におけるL_1、L_2は$L_1 = sL$、$L_2 = (1 - s)L$と書き替えられ(Lは総労働力)、同じく、K_1、K_2は$K_1 = \varphi K$、$K_2 = (1 - \varphi)K$と書き替えられる(Kは総資本)。

大西・金江(2015)の研究とは異なり、資本と労働の配分比率φ、sがKとともに、通時的操作変数としてモデルに組み込まれている。さらに、消費財生産部門と資本財生産部門とも規模に関する収穫一定を仮定する。すなわち、$\alpha_1 + \beta_1 = \alpha_2 + \beta_2 = 1$である。$\alpha_1$、$\alpha_2$はそれぞれ二つの部門の労働分配率で$\beta_1$、$\beta_2$はそれぞれ二つの部門の資本分配率である。

さらに、消費財生産部門(Yは消費財)と資本財生産部門(Iは資本財)の生産関数を次のように設定する。

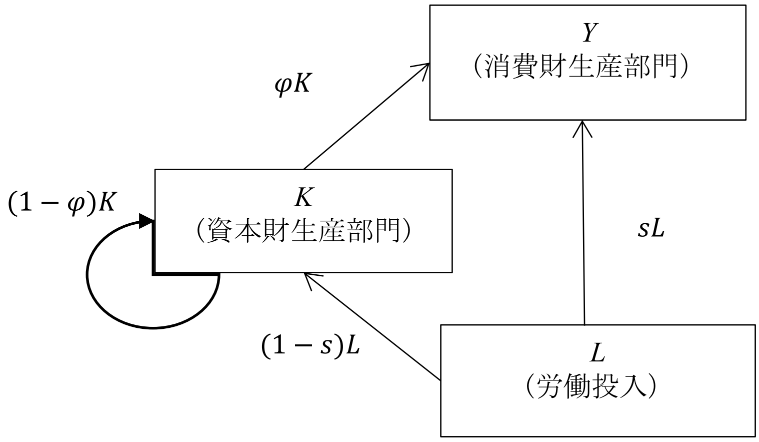
$$I = B[(1 - \varphi)K]^{\alpha_1}[(1 - s)L]^{\beta_1} \cdots\cdots\cdots (1)$$

$$Y = A(\varphi K)^{\alpha_2}(sL)^{\beta_2} \cdots\cdots\cdots (2)$$

$$\dot{K} = I - \delta K \cdots\cdots\cdots (3)$$

生産関数(1)、(2)式を以下の図式のように表現することができる。

図 5-1 モデルにおける 2 本の生産関数の図式的な表現



出所：筆者作成

さらに、大西・金江(2015)と同様、通時的効用を(1)、(2)式の 2 本の生産関数を制約条件として、最大化する問題とすると、

$$\max U = \int_0^\infty e^{-\rho t} \log Y\, dt$$

$$\begin{aligned} &\text{s.t.} \\ &\quad Y = A(\varphi K)^{\alpha_2}(sL)^{\beta_2} \\ &\quad \dot{K} = B[(1-\varphi)K]^{\alpha_1}[(1-s)L]^{\beta_1} - \delta K \\ &\quad \text{given} \quad K(0) \cdots\cdots\cdots (4) \end{aligned}$$

となる。

この定式化は社会がその保有する総労働力と総資本を二つの生産部門にどう配分すべきかという最適問題である。具体的に、モデルを解いてみよう。ここで大西・金江(2015)と同じく制約条件を考慮に入れた経常価値ハミルトニアンを

$$H_c \equiv log\, Y + \mu \dot{K} \cdots\cdots\cdots (5)$$

とする。ここで、μ は資本財のシャドウ・プライスである。ここで、さらに $\dot{K}$ に(5)式を代入すると、

$$H_c \equiv log\, A + \beta_2\, log\, s + \beta_2\, log\, L + \alpha_2\, log\, K + \alpha_2\, log\, \varphi + \mu B[(1-s)L]^{\beta_1}[(1-\varphi)K]^{\alpha_1} - \mu\delta K \cdots\cdots\cdots (6)$$

となる。

最適化のための一階条件は、

$$(i)\, \frac{\partial H_c}{\partial s} = 0$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\beta_2}{s} = [(1-\varphi)K]^{\alpha_1}\mu B\beta_1 L^{\beta_1}(1-s)^{\beta_1-1}$$

$$(ii)\frac{\partial H_c}{\partial \varphi} = 0$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\alpha_2}{\varphi} = \mu B[(1-s)L]^{\beta_1}\alpha_1 K^{\alpha_1}(1-\varphi)^{\alpha_1-1}$$

$$(iii)\frac{\partial H_c}{\partial K} = \rho\mu - \dot{\mu}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\alpha_2}{K} - \mu\delta + \mu B[(1-s)L]^{\beta_1}(1-\varphi)^{\alpha_1}\alpha_1(K)^{\alpha_1-1} = \rho\mu - \dot{\mu}$$

$$(iv)\frac{\partial H_c}{\partial \mu} = \dot{K}$$

$$\Rightarrow \quad \dot{K} + \delta K = B[(1-\varphi)K]^{\alpha_1}[(1-s)L]^{\beta_1}$$

となる。

こうして、$(i)(ii)$は、最適経路の各時点でハミルトニアンが最大となるよう制御変数が選択されることを意味する。ここでは、内点解を持ち、制御変数に制約がないことを仮定している。(iii)は共役変数μに関する条件である。両方とも効用単位で測られている。$\frac{\partial H_c}{\partial K}$は、直接的な生産活動から得られる収益であり、$\dot{\mu}$はキャピタルゲイン（ロス）である。$\rho\mu$は資本$\mu$を利子率$\rho$で運用したときの収益（利子）を意味する。すなわち、それは効用単位の世界における、利子率ρを収益率の基準として生産活動が行われているということである。(iv)を解くと、資本蓄積方程式そのものになる。

また、一階条件以外にも横断性条件と言われる次式も満たさなければならない。すなわち、

$$\lim_{t\to\infty} e^{-\rho t}\mu K = 0 \cdots\cdots\cdots (7)$$

この中のμKは、時点tでの効用単位で測った生産手段価格であり、$e^{-\rho t}$によりそれを時点0で評価した値は時間がたつにつれ0に収束するということである。

そして、結果として導かれたのが、以下の2本のオイラー方程式である。

$$\dot{\varphi} = \frac{\left[\beta_1\delta + \rho - \varphi\alpha_1 B\left(\frac{1-s}{1-\varphi}\right)^{\beta_1}\left(\frac{K}{L}\right)^{\alpha_1-1}\right]}{\left[\frac{\alpha_1\varphi - 1}{(1-\varphi)\varphi} + \frac{{\beta_1}^2\alpha_2 s^2}{(1-s)\alpha_1\varphi^2\beta_2}\right]} \cdots\cdots\cdots (8)$$

$$\dot{s} = \frac{\left[\beta_1\delta + \rho - \frac{s\alpha_2 B\beta_1}{\beta_2}\left(\frac{1-\varphi}{1-s}\right)^{\alpha_1}\left(\frac{K}{L}\right)^{\alpha_1-1}\right]}{\left[\frac{\beta_1 s - 1}{(1-s)s} + \frac{{\alpha_1}^2\beta_2\varphi^2}{(1-\varphi)\beta_1 s^2\alpha_2}\right]} \cdots\cdots\cdots (9)$$

定常状態においては$\dot{K} = 0$、$\dot{s} = 0$、$\dot{\varphi} = 0$であるために、定常状態における総労働力の部門間配分比率、総資本の部門間配分比率、最適資本労働比率は以下のように計算できる。

まずは$\dot{K}=0$で資本蓄積方程式は

$$\dot{K}=B[(1-\varphi)K]^{\alpha_1}[(1-s)L]^{\beta_1}-\delta K$$
$$\Rightarrow B[(1-\varphi)K]^{\alpha_1}[(1-s)L]^{\beta_1}=\delta K$$
$$\Rightarrow \quad \left(\frac{K}{L}\right)^{\alpha_1-1}=\frac{\delta}{B[(1-\varphi)]^{\alpha_1}[(1-s)]^{\beta_1}}\cdots\cdots\cdots(10)$$

になる。

さらに、定常状態における総資本の部門間配分比率の変化率はゼロで、

$$\dot{\varphi}=\frac{\left[\beta_1\delta+\rho-\varphi\alpha_1 B\left(\frac{1-s}{1-\varphi}\right)^{\beta_1}\left(\frac{K}{L}\right)^{\alpha_1-1}\right]}{\left[\frac{\alpha_1\varphi-1}{(1-\varphi)\varphi}+\frac{{\beta_1}^2\alpha_2 s^2}{(1-s)\alpha_1\varphi^2\beta_2}\right]}=0$$
$$\Rightarrow \quad \left[\beta_1\delta+\rho-\varphi\alpha_1 B\left(\frac{1-s}{1-\varphi}\right)^{\beta_1}\left(\frac{K}{L}\right)^{\alpha_1-1}\right]=0\cdots\cdots\cdots(11)$$

となる。

(10)式を代入すれば、

$$\beta_1\delta+\rho=\varphi\alpha_1 B\left(\frac{1-s}{1-\varphi}\right)^{\beta_1}\left(\frac{\delta}{B[(1-\varphi)]^{\alpha_1}[(1-s)]^{\beta_1}}\right)\cdots\cdots\cdots(12)$$
$$\varphi^*=\frac{(1-\alpha_1)\delta+\rho}{\delta+\rho}\cdots\cdots\cdots(13)$$
$$1-\varphi^*=1-\frac{(1-\alpha_1)\delta+\rho}{\alpha_1\delta+\delta+\rho}=\frac{\alpha_1\delta}{\delta+\rho}\cdots\cdots\cdots(14)$$

となる。

従って、定常状態における総資本の部門間配分比率は、

$$K^*:K_1^*:K_2^*=\delta+\rho:\alpha_1\delta:(1-\alpha_1)\delta+\rho\cdots\cdots\cdots(15)$$

となる。

一方、定常状態における総労働の両部門間の配分比率の変化率もゼロであるために、

$$\dot{s}=\frac{\left[\beta_1\delta+\rho-\frac{s\alpha_2 B\beta_1}{\beta_2}\left(\frac{1-\varphi}{1-s}\right)^{\alpha_1}\left(\frac{K}{L}\right)^{\alpha_1-1}\right]}{\left[\frac{\beta_1 s-1}{(1-s)s}+\frac{{\alpha_1}^2\beta_2\varphi^2}{(1-\varphi)\beta_1 s^2\alpha_2}\right]}=0$$
$$\Rightarrow \quad \beta_1\delta+\rho-\frac{s\alpha_2 B\beta_1}{\beta_2}\left(\frac{1-\varphi}{1-s}\right)^{\alpha_1}\left(\frac{K}{L}\right)^{\alpha_1-1}=0\cdots\cdots\cdots(16)$$

となる。(10)式を(16)式に代入すれば、

$$\beta_1\delta+\rho=\frac{s\alpha_2 B\beta_1}{\beta_2}\left(\frac{1-\varphi}{1-s}\right)^{\alpha_1}\left[\frac{\delta}{B(1-\varphi)^{\alpha_1}(1-s)^{\beta_1}}\right]$$
$$\Rightarrow \quad s^*=\frac{[(1-\alpha_1)\delta+\rho]\beta_2}{[(1-\alpha_1)\delta+\rho]\beta_2+\alpha_2\beta_1\delta}\cdots\cdots\cdots(17)$$

$$\Rightarrow \quad 1-s^* = \frac{\alpha_2\beta_1\delta}{[(1-\alpha_1)\delta+\rho]\beta_2+\alpha_2\beta_1\delta} \cdots\cdots\cdots (18)$$

となる。

従って、定常状態における総資本労働の部門間の配分比率は、

$$L^*: L_1^*: L_2^* = \{[(1-\alpha_1)\delta+\rho]\beta_2+\alpha_2\beta_1\delta\}: \alpha_2\beta_1\delta: [(1-\alpha_1)\delta+\rho]\beta_2 \cdots\cdots\cdots (19)$$

となる。

そして、(13)、(17)式を(10)式に代入すれば、

$$\left(\frac{K}{L}\right)^{\alpha_1-1} = \frac{\delta}{B\left[\left(\frac{\alpha_1\delta}{\delta+\rho}\right)\right]^{\alpha_1}\left[\frac{\alpha_2\beta_1\delta}{[(1-\alpha_1)\delta+\rho]\beta_2+\alpha_2\beta_1\delta}\right]^{\beta_1}}$$

$$\Rightarrow \quad \left(\frac{K}{L}\right)^* = \left\{B\left(\frac{\alpha_1}{\delta+\rho}\right)^{\alpha_1}\left[\frac{\alpha_2\beta_1}{[(1-\alpha_1)\delta+\rho]\beta_2+\alpha_2\beta_1\delta}\right]^{\beta_1}\right\}^{\frac{1}{1-\alpha_1}} \cdots\cdots\cdots (20)$$

になる。以上の(13)、(17)、(20)式で、定常状態での資本労働比率、総資本の部門間の配分比率、総労働の部門間の配分比率の計算結果が揃ったこととなる。それは、大西・金江(2015)で得られるそれぞれの解と同じであることが分かる。

(2) 大西(2016)、Shen(2011)の予測上の仮定

大西(2016)、Shen(2011)は、大西・金江(2015)で得られる(13)、(17)、(20)と同じ式、すなわち定常値の計算式を用いて、中国経済の実証研究を行ったものである[40]。具体的には、上記の二つの生産関数と減価償却率δ及び時間選好率(主観的割引率)ρを計算し、(13)、(17)、(20)の三つの式によって将来の定常(ゼロ成長)における最適資本労働比率や総労働・総資本の両部門の最適配分比率を計算している。それにより計算された定常状態の資本財の配分比率と計算時点の現在の値に基づき、定常状態に達するまでの正常な期間を推定する。すなわち、まず産業連関表や労働力統計、産業別資本ストック推計、国民所得統計における産業別生産額などの値からL_1、L_2、K_1、K_2、Y_2を推計し、それらから OLS 推計された両部門の生産関数のパラメーターを推計する。さらに、各種統計からマクロの資本減耗率と時間選好率も推計し、それらを上記(13)、(17)、(20)の三つの式に代入することで定常状態における資本労働比率、労働力と資本ストックの両部門への配分比率を計算している。そして、この結果として、マクロの定常資本労働比率が現状の何倍にあたるかや、両部門への労働力と資本ストックの配分比率が現状からどの程度変化しなければならないかを予測

[40] Shen(2011)と大西(2016)における、各パラメーターの求め方が違うが、大西(2016)における計算された各パラメーターは現実性が高い。本稿は大西(2016)の研究結果との比較も一つの主旨であるために、パラメーターの導出については大西(2016)だけ説明する。

しているのである。

ただし、大西(2016)、Shen(2011)の研究では基本的な推計作業はここまでにとどまっており、こうして計算された定常状態までの「現在」からの成長経路については非常に強い仮定を前提とした計算となっている。Shen(2011)では計算基準年から定常状態までの資本労働比率の成長トレンドは過去の成長トレンドを単純に延長するという強い仮定を置いている。具体的には、まず、1981 年から 2005 年の資本労働比率を現実データから引き出し、この 25 年間の資本労働比率の伸び率を計算した上で、計算時点(2005 年)からの資本労働比率も同じ成長トレンドで単純に延長すると仮定する。そして、1981 年から 2005 年までの資本労働比率の伸び率に従って、2005 年における資本労働比率から、計算された定常状態における資本労働比率に至るまでの必要期間を計算しているのである。このようにして、中国経済のゼロ成長化の年が推計される。他方、大西(2016)では資本財生産部門が長期に縮小するために当該部門への労働力や資本ストックの配分比率$1-\varphi$、$1-s$ [41]が直線的に減少するという強い仮定が置かれている。この仮定で様々に最終年を仮計算し、その中でどの最終年の想定が(20)式で推計された定常資本労働比率に矛盾なく整合するかを調べているのである。例えば、大西(2016)の計算では、定常における 1－s は 9%となるが、2009 年「現在」のその現実の値は 76%である。そのため、この仮定では、もし 2020 年に定常化するのであれば、 $1-s$((76−9)/(2020−2009)%/年)の比率で毎年低下するということになる。そして、複数の最終年(2020 年、2030 年、2040 年)を設定し、それらの各最終年それぞれの経路をたどった場合、この最終年に到達する「定常」資本労働比率が計算された本来の最適値に一致するかどうかをチェックする。それによって、どの年を最終年と想定できるかを定めるのである。しかし、この説明からでもわかるように、これらの仮定はどれもあまりに強い仮定であり、理論モデルの解とも矛盾している。第 3 章にも説明したように、定常値に向かう過程で資本蓄積率が逓減するからである。そのために、より、現実的な推計方法の開拓が求められている。

従って、本章は大西(2016)、Shen(2011)に使われた計算方法とは異なる新たに構築した予測モデルで導いたオイラー方程式により、中国経済の将来の成長経路を描きながら、ゼロ成長化の時期の特定を含め、分析と予測を行う。

3. オイラー方程式の利用による実証モデル

(1) モデルの推計について

前述のように、先行研究には Shen(2011)と大西(2016)の二つがあるが、この二つの研究

---

[41] 大西・金江(2015)の記号では、$1-\varphi=L_1/(L_1+L_2)$、$1-s=K_1/(K_1+K_2)$である。

におけるパラメーター推定は異なっている。ただし、大西(2016)のデータ推計の方がより厳密に行われているため、本章で用いるすべてのパラメーターは大西(2016)により推定されたものを採用する。まず、大西(2016)により推定された各パラメーターを簡単に紹介しよう。大西(2016)による実際のパラメーターの推定は相当計算量が多く、複雑である。パラメーターの計測には産業連関表が用いられ産業ごとに「資本財生産用」と「消費財生産用」にまずは分割されている。ただし、中国産業連関表は毎年更新するものではないため、空いた年の分は存在する年の表の中間の値として推計されている。また、表中の名目値を実質化するために物価指数の計算もしなければならず、大西(2016)は 1980 年の価格を基準年価格として物価指数を推計している。これらの時系列データをもとに、(1)、(2)式の生産関数を、最小二乗法を用いて各パラメーターを算出しているのである。計算された各パラメーターα_1、α_2、β_1、β_2は 0.598、0.911、0.402、0.089 となり、すべて$(0,1)$の範囲に収まっている。なお、両部門の全要素生産性A、Bはそれぞれ 0.82175、0.52564 であった。具体的な計算方に関しては、大西(2016)を参照されたい。

さらに、減価償却δと主観的割引ρについては、大西(2016)のデータは孟(2012)の産業別減価償却率推定データを中間年 1995 年の資本ストックの産業別比率で加重平均して計算したものとなっており、結果は 0.17198 であった。これは孫・焦 (2016)により計算された 1980—2011 年までの中国 33 部門の設備資本の減価償却率の$[0.12862, 0.21675]$の範囲に収まるため、かなりの程度正確であると考えてよい。また、時間選好率に関しては、ピケティの理論に従って計算している。Ohnishi・Kanae(2015)の研究では、ピケティが主張した資本収益率(r)が 1 人あたり経済成長率gを上回り、このギャップは主観的割引率に一致するという考え方すなわち、$r-g=\rho$に従って推計している。具体的にはこの計算を 2000 年、2002 年、2005 年、2007 年の産業連関表を用いて行い、それら 4 年の計算結果の平均値として時間選好率(ρ)は 0.0076 という値を導いている。

(2) 「ゼロ成長時期」の計算過程

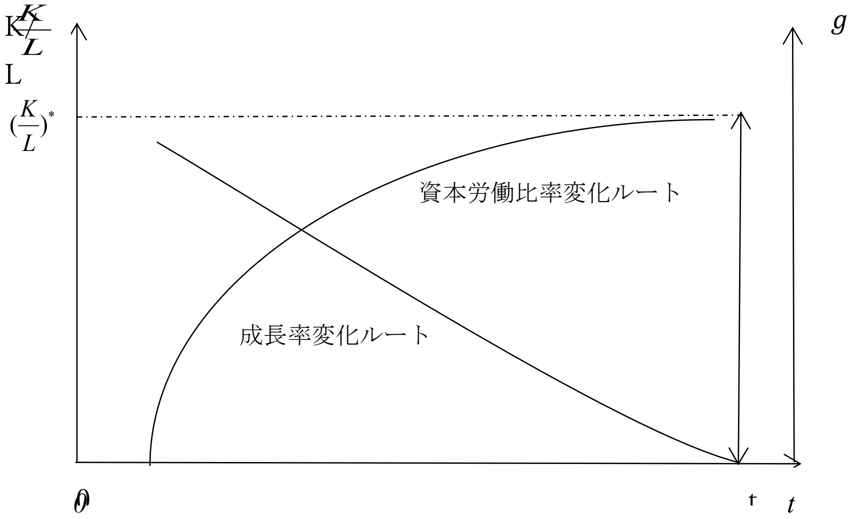
それでは実際に、以上の諸パラメーターを前節の 2 本のオイラー方程式(8)、(9)式に代入し、さらに定義式(3)式を用いて、動学経路を描いてみよう。

なお、今回の計算は、大西(2015)に予測された「ゼロ成長時期」と比較することも一つの目的であるため、初期データも同じく 2009 年のデータを使うこととする。2009 年のデータに基づいて、消費財生産部門、資本財生産部門の両部門の生産及び資本ストックの計算ができる。また、2009 年の両部門における、労働と資本の配分比率、すなわち方程式のsとφの具体値を計算すると、0.2419 と 0.2991 と計算される。さらに、1 人あたりの資本スト

ックも 3.1234 となる。これらより、(8)、(9)式から$\dot{s}$、$\dot{\varphi}$の計算ができ、それらに基づいて、2010 年のs、φが計算できる。それらと同時に、(1)、(2)式に従って、2010 年の総消費＋総投資の総額、及び 1 人あたりの資本ストックを計算する。このように、リカーシブに繰り返し計算をすすめる。

それらの結果､図 5-2 が示したようにモデルでは 1 人あたり資本ストックの最適値$(K/L)^*$があり、そこに到達して以降は資本蓄積が停止することになる。さらに、経済成長率も同時に徐々に減少していく。大西(2016)によると、現在の先進諸国はすでにこの段階に入っており、その結果、成長率もほほゼロとなっている。すなわち、経済発展の流れとしては、高成長から中成長、最後に低成長(ゼロ成長)への推移は不可避である。こうして、マルクス派最適成長モデルは成長率の長期的低下を重要な理論的帰結としている。

図 5-2 マルクス派最適成長論における資本労働比率の変化に対応した理論上の成長率の変化



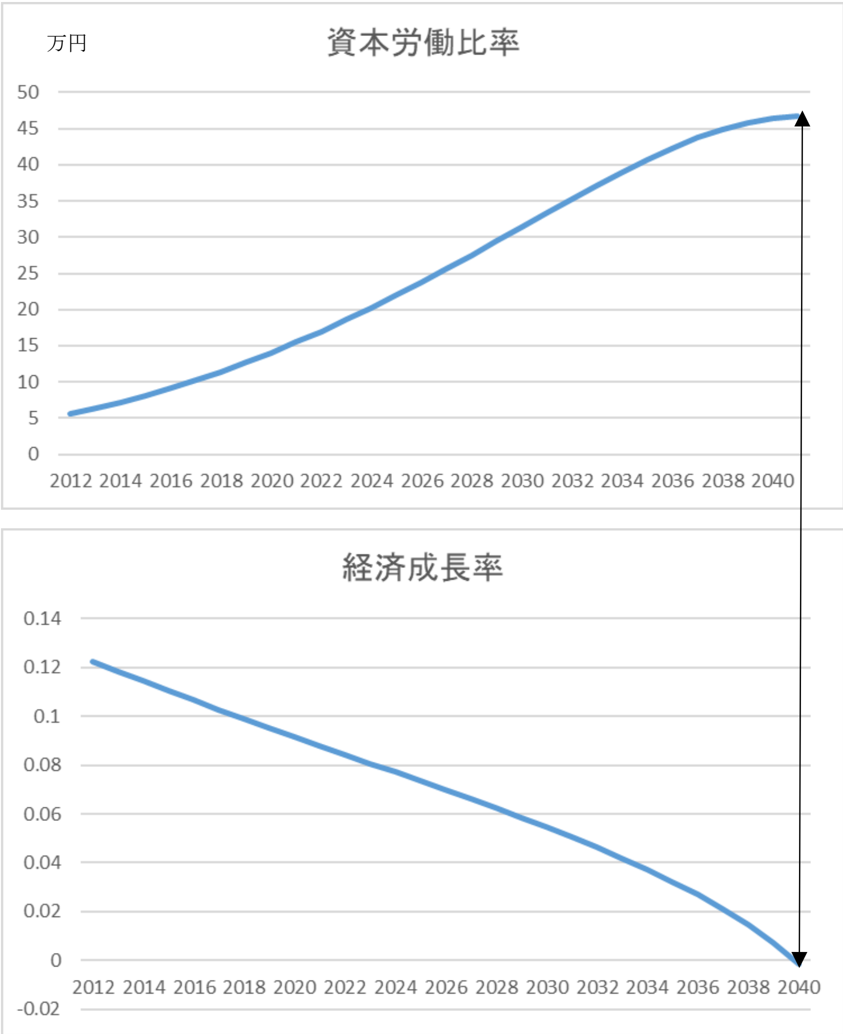
K/L:労働資本比率；$(K/L)^*$:最適資本労働比率；g：成長率；
出所:筆者作成

4. 中国経済のゼロ成長化は何年先か

ここから経済がゼロ成長になる時期の具体的な推計に入る。図 5-3 は、計算された各年の資本労働比率、及び各年に対応する経済成長率を 2 本の線で表示している。図 5-3 に見るように、ゼロ成長は 2040 年であることが推定できる。これは、大西(2016)の研究より 7 年遅く、Shen(2011)が予測した結果と一致している。その時の 1 人あたりの資本ストックは、45.86 万元である。しかし、すでに説明したように、大西(2016)、Shen(2011)では恣意

的な計算方法を用いているため、より適切な推計方法を用いた本章の推定が、現時点では最も妥当なものだと言えよう。

図 5-3　本章モデルによる資本労働比率と成長率の予測



出所：筆者作成

さらに、ゼロ成長時期を特定する以外に、以下のような付随的な結果が伴う。この「ゼロ成長時期」の資本労働比率は、2009 年段階の現実値 3.12 万元(1980 年価格)の約 15 倍である。この予測では 2009 年から労働力人口は一定であると設定したので、これは国内の資本ストックが 2009 年段階の 15 倍程度になることを意味している。計算によると 2040 年の総消費と総投資の総額は 1980 年価格で 70 兆 25 億元となり、2009 年のそれの 7.126 倍であることが分かる。一方、大西(2016)では「ゼロ成長時期」における資本労働比率は 29.3451 年価格)万元であり、GDP は 2009 年価格の 6 倍だとされていたが、この計算は過少であったというのが本章の結論となる。中国全体からみれば、インフラ建設、農業の機械化率などはまだまだ遅れているので、これから政府の投資政策や産業政策の拡大により、インフラ

投資、例えば高速鉄道、地下鉄やその他の都市設備、環境汚染防止施設などがさらに整備され、製造業の生産設備も省エネや環境対策のために設備更新が進んでいく可能性が高い。さらに、現在、中国経済は構造変化の最中であり、中央政府は製造業の設備過剰、地方政府の債務、不動産在庫などの事項の調整を強力に進めている。したがって、2040 年までには中国経済は今の 15 倍程度の資本ストックを達成するという本章の予測は十分に現実的妥当性を持つと考えられる。

また、「ゼロ成長時期」での資本財生産部門への労働の配分比率$(1-s)$は 0.7081 で、2009 年における実際の値である 0.7588 と大きくは変わらず、徐々に減っていくことがわかる。一方、大西(2016)の研究では「ゼロ成長時期」での資本財生産部門への労働力の配分比率は 0.0919 とされている。経済発展により資本労働比率は「目標」に近づくので、労働力は資本財生産部門にシフトしていくことが確かめられる。しかし、大西(2016)で得られる結果のように、総労働力の 1/10 しか資本財生産部門に配分されないというようなことはないのではないだろうか。2033 年が定常均衡であれば、あと 16 年間で人口の 2/3 近くが部門間移動しなければならないとなるが、さすがにそこまでは考えにくい。従って、本章で計算された 0.7081 の方がより現実性が高いと考えられる。

「ゼロ成長時期」での資本財生産部門への資本財の配分比率$(1-\varphi)$は 0.4801 で、これは 2009 年の現実値の 0.7001 とくらべて、かなり変わっていることがわかる。一方、大西(2016)の研究では、0.6298 となっており、より多くの資本が資本財生産部門に残るものとされている。しかし、経済構造改革によって、消費財生産部門(主に第三次生産部門)の拡大が必要とされ、多くの資本投資が消費財生産部門へ移転するはずである。そのため、消費財生産部門への資本の投入は資本財生産部門より多くなるとの予測は現実的である。

さらに、消費財生産部門及び資本財生産部門の資本労働比率については、2009 年ではそれぞれ、3.8846 と 2.8822 だったが、大西(2016)の研究では、両部門の資本労働比率は示されていないものの、筆者が計算した結果、それぞれ、11.8194 と 198.6558 となった。消費財生産部門と比べて資本財生産部門の資本労働比率がかなり高くなっている。消費財生産部門における「サービス化」が進行しているためにこういった結果になると想定されているのであろうが、両部門の資本労働比率がそこまでずれることは非現実的であると思われる。本章で計算したゼロ成長年の 2040 年における消費財生産部門及び資本財生産部門の両部門の資本労働比率はそれぞれ、81.6875 と 31.0946 である。経済成長に伴い、両部門の資本労働比率とも高く成長しているが、大西(2016)とは違い、消費財生産部門における蓄積スピードが早いことも分かる。なぜなら、経済成長に伴い、消費財生産産業はさらに重視され、生産設備更新と機械生産により多くの資本が投入されるかわりに、労働力の必要性

が減少するからである。そこで、消費財生産部門の資本労働比率の上昇率は資本財より早くなると考えられる。

ただし、全体的な資本労働比率は本章と大西(2016)で一致しており、現時点で観察できる状況と同様、農村部の余剰労働力の減少による労働力コストの上昇によっても中国経済は労働集約型から資本集約型に徐々に転化しなければならないという結論も同じであるということは付言しておく。

5. おわりに

中国経済の今後の発展がどうなるか、先進諸国のように中成長を終えて低成長(ゼロ成長)に推移していくのではないかという問題意識を持って、本章では Shen(2011)及び大西(2016)が用いたマルクス派最適成長モデルを、動学方程式を使ったより完全な予測用モデルへと拡張した。そして、モデルの解としての 2 本のオイラー方程式(8)、(9)式及び定義式の(3)式を用いて、強い仮定を用いずに、中国経済のゼロ成長化の時期を改めて予測したのである。その結果、大西(2016)が予測した 2033 年より遅い 2040 年に中国経済成長がゼロ成長化することが分かった。Shen(2011)や大西(2016)の研究ではこうした予測方法が確立されていなかったために、強い仮定を導入していたが、上記の方法でその問題が回避できた。

なお、この結果は多くの付随的な予測を生むこととなる。例えば、本章の計算が正しければ、予測された 2040 年における総消費＋総生産の総額は 1980 年価格で 70 兆 25 億元となるが、これは計算の基準年の 2009 年の値の 7.126 倍程度になり、それはさらに、現在の日本の約 6 倍と予測されることになる。現時点の中国の人口は日本の約 10 倍程なので、これは 1 人あたり GDP が日本の半分以上に達することを意味する。

現在の中国の政府もすでに経済成長が鈍化していることを意識している。それにより、産業構造改革などに中心を置いた政策を推進中で、「製造業」がけん引する経済から「サービス業」がけん引する経済へ、製品・技術の模倣モデルから「中国発イノベーション」モデルへの転換に力を入れている。本章のモデルもそのような政策志向を強く支持するものとなっている。本章で示された定常状態への経路の導出は、マルクス派最適成長モデルの理論的彫琢に資するばかりでなく、現実の中国の経済政策の実証的裏づけになりうるものと言えよう。

第6章　Chapter Five Model With Labor Force Growth：　A New Projection of China's 2009-2050 Economic Growth

本章の目的

本章では、第 5 章での拡張モデルに人口成長率を組み込むことを試みる[42]。そして、人口成長率を考慮したモデルを用いて、2050 年までの中国経済を予測する。実証結果によれば、2026 年に、中国の経済規模はアメリカを追い越し、また、2050 年にアメリカの経済規模の約 2 倍となるという結論が得られた。一方、シミュレーション分析の結果からは 2050 年においても、中国の 1 人あたりの GDP はアメリカの半分ぐらいにとどまるという予測結果も示された。

1.　Introduction

As China's economy has matured, its real GDP has slowed significantly, from 14.2% in 2007 to 6.9% in 2017 (International Monetary Fund 2018). The Chinese government has embraced this decline, calling it the "new normal." To analyze this decline, we introduce an optimal growth model called the Marxian optimal growth model; it explains the declining trend of the potential growth rate as an inevitable historical law.

The Marxian optimal growth model was established based on the labor theory of value by Yamashita and Onishi (2002) to prove the theory of historical materialism in Friedrich Engels's *Development of Socialism from Utopia to Science*. The model explains capitalist developments under the law of birth, growth, and death from the perspective of the "upper limit" of capital accumulation. Here, the "birth of capitalism" is caused by the Industrial Revolution, and the "growth" denotes fast-paced capital accumulation. Finally, the "death" will be reflected when the historical role (economic development) will be fully achieved. In this sense, the Marxian optimal growth model is an appropriate model to explain long-term trends of falling economic growth. The Marxian optimal growth model has attracted significant attention in academia and has been applied to several empirical studies. (Literature on it has been published in

[42] 本章における文献のリファレンスの仕方については他の章と合わせて、日本語の参考文献も日本語で記す。

Japanese, English, Chinese, and Korean, with studies in *World Review of Political Economy*, vol. 2, no. 4, too.)[43] To understand the Marxian optimal growth model, we explain three important considerations of this model according to Yamashita and Onishi (2002), Onishi (2011), and Onishi (2015).

The model considers material terms to express the fact that accumulation of machinery has been effective for production after the Industrial Revolution. Specifically, before the Industrial Revolution, an incremental change in the "means of production" did not result in incremental production capacity, while after the Industrial Revolution, the incremental change in the "means of production" results in an incremental production capacity[44]. According to Onishi (2011), this kind of relationship can be expressed in terms of an elasticity of production with respect to the means of production, wherein the elasticity has a value of zero in the former case and a positive value in the latter. When expressing this elasticity as a production function, labor input serves as a factor of production in addition to the means of production. This can be expressed only in the form of the Cobb–Douglas function[45], as follows:

---

[43] The Marxian optimal growth model has been applied to empirical studies on the Japanese, Chinese, and South Korean economies—Tazoe (2011), Shen (2011), Yin and Yamashita (2013), Onishi (2016), and Li (2018).

[44] The means of production is the "hammer" before Industrial Revolution, while it is "machinery" after Industrial Revolution. In this case, giving a second or third hammer to a feudalist craftsperson, who uses the added tool, will not result in any increase in his or her production. However, after Industrial Revolution, an increase in the number or size of machinery used by a single worker in the modern industry will alone cause an increase in production capacity.

[45] The Cobb–Douglas model has always been an important subject as evidenced by the aggregation problem highlighted by the Cambridge capital controversies of the 1960s. While Shaikh (1974) strictly criticized the aggregate product function, his study showed that the Cobb–Douglas function, with constant "returns to scale," "natural technical change," and "marginal products equal to factor rewards," can be incorporated in empirical studies when the distribution data exhibit constant shares with broad classes of production data. Moreover, Shaikh (2005) showed that the aggregate production function can always be made to work on any data that exhibit roughly constant wage shares, even when the underlying technology is non-neoclassical. On the other hand, in Yamashita and Onishi (2002), the reason for using the Cobb–Douglas function was explained from the

$$Y = AK^{\alpha}L^{\beta} \cdots\cdots\cdots (1),$$

where Y represents the production of goods for final consumption, A represents "total factor productivity" (a technological coefficient), K is the means of production input, and L is labor input; $\alpha = 0$ before the Industrial Revolution and $\alpha > 0$ after the Industrial Revolution.

The Marxian optimal growth model is based on a roundabout production system.

Here the production of machinery is assumed to take place only using labor. This idea is expressed clearly here as it is a model of the labor theory of value. According to Marx's reproduction scheme, there are two sectors in an economic system—the investment goods sector (the means of production K) and the consumption goods sector (the means of consumption Y). Then, the relationship between Y, K, and L can be described as shown in Figure 1. Here, the total labor L is split into two sectors, with s (valued $0 \leq s \leq 1$) portion of labor diverted to the consumption goods sector (the production of means of consumption), and the portion $1 - s$ to the investment goods sector (the production of means of production). In this way, the production function of the consumption goods sector is

$$Y = AK^{\alpha}(sL)^{\beta} \cdots\cdots\cdots (2).$$

And the production function for the investment goods sector can be simplified as

$$\dot{K} + \delta K = B(1 - s)L \cdots\cdots\cdots (3).$$

Here K represents the stock of means of production, $\dot{K}$ is the amount of incremental K over a period, B is the labor productivity, and δ is the depreciation rate, with a value of $0 < \delta < 1$.

---

perspective of whether or not the accumulation of capital is effective for production capacity when comparing the production mode after and prior to the Industrial Revolution. To explain this relationship, the Cobb–Douglas function is the best and only fit of production function. In the extension model below, we thus take Shaikh (1974) into consideration by setting the Cobb–Douglas function with constant "returns to scale" and "marginal products equal to factor rewards."

The issue of concern in the Marxian optimal growth model is how to derive the process of long-term capital accumulation. This issue is formularized as an optimization problem. To derive the long-term capital accumulation path, Yamashita and Onishi (2002) formularized this issue as the issue of maximization of production of the means of final consumption using the two production functions introduced above. In this scenario, the Marxian optimal growth model is a normative model that considers the maximization problem under a constrained condition. Here the utility function[46] is inevitably introduced to measure and represent welfare from consuming the production of the means of final consumption. However, considering the diminution of marginal utility per unit of consumption goods, the level of utility to human beings at any

---

[46] "Utility" is a long-standing objection to marginal utility theory by Marxian economists. However, as explained, the Marxian optimal growth model is a normative model. Instead of reflecting the reality of social functioning, the model was first established to explain the necessity of capital accumulation in different stages of society or economic development. Here, whether capital accumulation is necessary or not relates to the definition of capitalism. The conclusion of the Marxian optimal growth model indicates the inevitability of the death of capitalism. To analyze the process of long-term capital accumulation converting to the end of capitalism, Yamashita and Onishi (2002) considered the optimization problem under the constrain condition. Furthermore, here the optimization problem is related to the judgment of a "good society" or "bad society." Thus, we must inevitably introduce the utility function, as it can express this judgment.

On the other hand, in fact, Marx did not object to the use of "utility." In *Capital*, Volume I, Marx wrote,

> To know what is useful for a dog, one must investigate the nature of dogs. This nature is not itself deducible from the principle of utility. Applying this to man, he that would judge all human acts, movements, relations, etc. according to the principle of utility would first have to deal with human nature in general, and then with human nature as historically modified in each epoch. (1987, 527)

Hence, we can state that, under the assumption of general human nature (representative agent in modern economics), the use of "utility" is acceptable. In addition, "modern Marxists," including analytical Marxists, especially John Roemer, built a strong foundation based on the theory of marginal utility. Furthermore, this problem has already been explained and defined by Onishi (2011).

moment (instantaneous utility) is log(Y)[47]. Additionally, we convert the sequence of utility continuing into the future to its present value using the discount rate ρ, which expresses preference between the future and the present. Finally, the inter-temporal utility is rewritten as

$$U = \int_0^{\infty} e^{-\rho t} \log Y(t) dt \cdots\cdots\cdots (4).$$

Here, e is the base of the natural logarithm, and (t)appended to Y indicates that, in this calculation, Y varies over time. U is the inter-temporal utility function.

Therefore, the issue is to maximize the inter-temporal utility U under the conditions of the two production functions identified—that is,

$$\max U = \int_0^{\infty} e^{-\rho t} \log Y(t) dt$$

s.t.

$$Y(t) = AK(t)^{\alpha}(s(t)L)^{\beta}$$

$$\dot{K}(t) + \delta K(t) = B\big(1 - s(t)\big)L \cdots\cdots\cdots (5).$$

Thus, the ratio of total labor power split into two sectors, ($s(t)$:1 – $s(t)$), is set as the instrumental variable for human beings. This is why this model is called as the Marxian optimal growth model—the issue is formularized as an optimization problem in the growth process.

In this sense, the Marxian optimal growth model is a bridge between modern economics and Marxian economics, that is, it specifically explains Marx's theory of historical materialism in the context of modern economics (methods of constrained optimization).

Considering the simplifications of the Marxian optimal growth model, wherein the production goods are assumed to be produced only by the labor force, Kanae (2013) extended this growth model by incorporating capital stock as a factor of production in

---

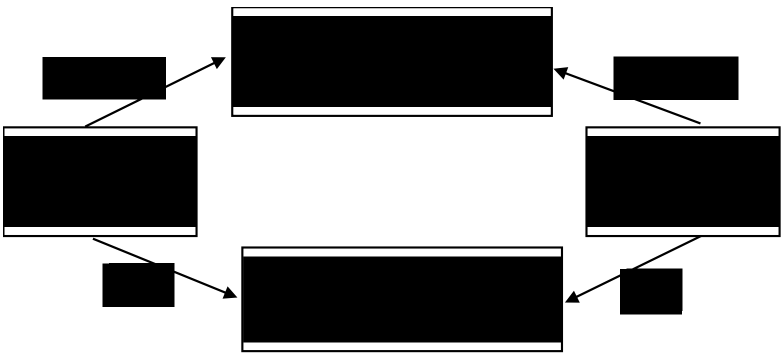
[47] This is because marginal utility diminishes in this form.

the production goods sector. We name Kanae's (2013) extended model as the extension model of the Marxian optimal growth model.

Like the Marxian optimal growth model, the extension model mainly discusses the inevitability of the falling growth rate and the falling investment ratio of GDP. Consequently, it is considered an appropriate model to analyze the falling trend of economic growth, and accordingly, to forecast the economic growth of countries that have gradually decreasing growth rates. In fact, Shen (2011) and Onishi (2016) adopted this extension model as a framework to predict China's economic growth. Both studies first calculated the number of times the future optimal capital–labor ratio corresponds to the current situation, and then calculated the necessary period to reach the future optimal situation with the assumption that the current situation is in the optimal path. Shen (2011) predicted 2040 as the year when China's economic growth rate would reach zero, while Onishi (2016) predicted it to be 2033 under the assumption that the total labor force will be constant.

In the process of reaching the zero-growth period, the economic growth rate is projected to change from a high-, to a medium-, and finally, to a low-growth (zero-growth) period. However, Shen (2011) and Onishi (2016) introduced some strong assumptions in the calculation process. For example, both studies calculated the labor and capital shares in the consumption goods sector[48], that is, the capital–labor ratios in

48 The labor and capital shares—the part of total labor and the part of total capital stock—are used in the consumption goods sector. We can also simply describe this using the graph below:



In the graph above, s and φ are the labor share and capital share, respectively.

both the steady state and the base year. They calculated the optimal labor and capital shares in the consumption goods sector in the steady state at the same time, and both works of research set different assumptions. Onishi (2016) assumed that the labor and capital shares in the production goods sector would decrease linearly in the long term, while Shen (2011) assumed that the capital–labor ratio would continue increasing at the average speed at which the capital ratio increased between 1981 and 2005. Consequently, both studies estimated the time needed to reach zero-growth by concurrently using the calculated optimal capital–labor ratio, although such assumptions are unrealistic. Moreover, both studies assumed that the total labor force will be constant. This is very unlikely, as the Chinese industrial/urban workforce is still expanding, even if this expansion has been slowing down.

However, in the theoretical model of the Marxian optimal growth model, the growth path of capital is endogenous. In addition, only if the initial instrumental parameters are guaranteed on saddle paths, can the economy be said to converge toward the steady state point. However, both these points are neglected in the aforementioned studies. In other words, the empirical analyses conducted in both studies contradict to the theoretical analyses. Furthermore, the labor growth is not incorporated into the theoretical model. To weaken these assumptions and incorporate the labor growth into the model, that is, to make them more realistic, recalculating the formulation is necessary.

Therefore, we solve the extension model of the Marxian optimal growth model using dynamic formulations by incorporating the labor growth into the model. We build a complete prediction model without strict assumptions, and name it the prediction model of the Marxian optimal growth model. Then, using this prediction model, we depict the path of China's economic growth from 2009 to 2050.

The capital is in terms of capital stock. Here, the capacity of the production depends on the holding quantity of the machinery (means of production). The holding quantity of the machinery (means of production) is in terms of the capital stock.

The contributions of this article can be summarized as follows: (1) The prediction model established in this article is an extension of the Marxian optimal growth model. It overcomes the incomplete factors in the former model and could be used for further empirical research. (2) The current empirical study cannot fully reflect China's economic reality but would allow adequate policy recommendations.

The remaining article is structured as follows. In the next section, we explain the basic structure of the extension model of the Marxian optimal growth model. Then, we introduce the process of establishing the prediction model in detail. In the third section, we briefly introduce the data used in the model. In the fourth section, we explain the specific stepwise process of the model calculation, which includes describing the method of calculating the data of the initial state and depicting the growth path of the Chinese economy. Finally, in the last section, we depict the path of China's economic growth from 2009 to 2050 and describe the status of China's economy for 2050.

2. Basic Structure of the Extension Model of the Marxian Optimal Growth Model

Kanae (2013) first extended the model adopted by Shen (2011) and Onishi (2016). Like the basic model of the Marxian optimal growth model, the prediction model incorporates both the production goods and the consumption goods sectors. However, unlike the basic model, both these sectors' processes are observed as a collaboration of labor and capital. The production processes of these sectors are expressed in the form of the Cobb–Douglas function, which is commonly used in modern economics.

Indicating the production goods and consumption goods sectors by the suffixes 1 and 2, respectively, the production function of these two sectors can be introduced as follows:

$$G(K_1, L_1) = BK_1^{\alpha_1} {L_1}^{\beta_1} \cdots\cdots\cdots (6).$$

$$F(K_2, L_2) = AK_2^{\alpha_2} L_2^{\beta_2} \cdots\cdots\cdots (7).$$

$$\dot{K} = G(K_1, L_1) - \delta K \cdots\cdots\cdots (8).$$

G, *F*, *L*, *K*, *A, B* indicate the production of the production goods sector, production of the consumption goods sector, total labor force, total capital stock, and total factor productivity, respectively. The $\dot{K}$ represents the amount of capital stock change with respect to time, and δ $(0 \leq \delta \leq 1)$ is the depreciation rate of capital. Furthermore, *G*, *F*, and *K* are time variables, but for convenience, we omit time subscript *t*.

Like the Marxian optimal growth model, maximization of the inter-temporal utility can be represented as

$$U = \int_0^{\infty} e^{-\rho t} \log Y \, dt \cdots\cdots\cdots (9).$$

In the model, the optimal allocation of economic resources is the mission or the ultimate goal of society, pursued over an infinite period. Hence, the following formulas are provided to draw the process of optimization of the entire society over time:

$$\max_{K_1, K_2, L_1, L_2 \geq 0} U = \int_0^{\infty} e^{-\rho t} \log Y \, dt$$

$$\text{s.t.}$$

$$\dot{K} = G(K_1, L_1) - \delta K$$

$$Y = F(K_2, L_2)$$

$$K = K_1 + K_2$$

$$L = L_1 + L_2 \cdots\cdots\cdots (10).$$

In the formula above, log*Y* represents the instantaneous utility at time *t*, which can be written as U_Y[49], and ρ is the rate of time preference. As the issue identified here is a conditional maximization problem of inter-temporal utility while satisfying certain conditions, we employ the following Hamiltonian:

$$H = LogY + \lambda\{G(K_1, L_1) - \delta K\} + R(K - K_1 - K_2) + w(L - L_1 - L_2) \cdots\cdots\cdots (11).$$

Here, λ is the conjugate variable of *K*, and signifies the price per capital measured by utility. *R* and *w* denote the Lagrangian multiples of *K* and *L*, respectively, and represent

[49] Considering the diminution of marginal utility per unit of consumption goods, we identify the level of utility to a human being *s* at any moment (instantaneous utility) as $\log Y$.

the capital price and wage measured by utility[50]. The first-order conditions of this optimizing problem are as follows:

$$\frac{\partial H}{\partial K_1} = 0,$$

$$\frac{\partial H}{\partial K_2} = 0,$$

$$= \lambda G_K = U_Y F_K = R \cdots\cdots\cdots (12).$$

$$\frac{\partial H}{\partial L_1} = 0,$$

$$\frac{\partial H}{\partial L_2} = 0,$$

$$= \lambda G_L = U_Y F_L = w \cdots\cdots\cdots (13).$$

$$\frac{\partial H}{\partial K} = \rho\lambda - \dot{\lambda},$$

$$= R - \lambda\delta + \dot{\lambda} = \rho\lambda \cdots\cdots\cdots (14).$$

Furthermore, the optimal capital–labor ratio is obtained as follows:

$$\left(\frac{K}{L}\right)^*$$

$$= \left\{B\left[\left(\frac{\alpha_1\delta}{\rho+\delta}\right)^{\alpha_1}\right]\left[\left(\frac{\alpha_2\beta_1}{\alpha_2\beta_1\delta + \beta_2\{\rho+\delta(1-\alpha_1)\}}\right)^{\beta_1}(\delta L)^{\alpha_1+\beta_1-1}\right]\right\}^{\frac{1}{1-\alpha_1}} \cdots\cdots\cdots (15).$$

At the equilibrium stationary state, the ratios of labor force and capital allocated between the consumption goods sector and production goods sector are illustrated as follows:

---

[50] Both are defined according to Onishi and Kanae (2015a). These are only definitions to explain the meaning of Lagrangian multiples, which is related to the explanations of the first-order condition equations, Equations (12), (13), and (14). However, it cannot be applied to the empirical study, because these values cannot be measured. For more d*etailed explanations,* please refer to Onishi and Kanae (2015a). Furthermore, this also indicates that it is necessary to extend the Marxian optimal growth model to a more complete model that can be used for empirical analysis in another way.

$$K^{*}: K_1{}^{*}: K_2^{*} = \rho + \delta: \alpha_1\delta: \rho + \delta(1-\alpha_1) \cdots\cdots\cdots (16).$$
$$L: L_1^{*}: L_2^{*} = \alpha_2\beta_1\delta + \beta_2\{\rho + \delta(1-\alpha_1)\}: \alpha_2\beta_1\delta: \beta_2\{\rho + \delta(1-\alpha_1)\} \cdots\cdots\cdots (17).$$

After estimating all the parameters of the two production functions—the subjective discount rate ρ and depreciation rate δ—Shen (2011) and Onishi (2016) calculated the optimal capital–labor ratio, the optimal ratio of labor force allocated to the consumption goods sector, and the optimal ratio of capital allocated to the consumption goods sector in the future steady state, using equations (15), (16), and (17). Specifically, both studies calculated the number of times the future optimum capital–labor ratio corresponds to the current situation. Then, they calculated the necessary period to reach it. In the process of reaching the zero-growth period, the economic growth rate is predicted to change following a high-, medium-, to low-growth (zero-growth) path. Still, some impractical assumptions exist in Shen's (2011) and Onishi's (2016) calculation procedure. That is, the process of the economic growth path is exogenous and with a strict assumption—Shen (2011) assumed that the trend of the capital–labor ratio's change will maintain the same speed as that from 1981 to 2015. Onishi (2016) assumed that the ratio at which capital and labor are allocated to the production goods sector will decrease linearly. However, such an assumption is unrealistic, and should be revised.

Furthermore, Kanae's (2013) calculation also has a limitation, where he did not provide the growth path itself. Therefore, to introduce the economic system's growth path, we prioritize the Euler equations, which indicate these paths directly. Thus, we overcome the limitation of Shen's (2011) and Onishi's (2016) projections. Moreover, by assuming the total labor to be constant, these authors neglect its growth in their theoretical and empirical study. To yield a realistic result, we thus incorporate the labor growth into our model.

3. Basic Structure of the Prediction Model of the Marxian Optimal Growth Model

For the purpose stated in the previous section, we now introduce the process of establishing the prediction model of the Marxian optimal growth model.

Like the extension model of the Marxian optimal growth model, the prediction model incorporates both the production goods and the consumption goods sectors. The goods in both sectors are produced from the collaboration of labor and capital. The production processes of both sectors are expressed in the form of the Cobb–Douglas function. In the extension model of the Marxian optimal growth model, the total capital (*K*) and total labor (*L*) are allocated in the two sectors following the simple formulation of $L = L_1 + L_2$, $K = K_1 + K_2$. However, in the prediction model, capital and labor are allocated between the consumption goods sector and production goods sector with the ratios $\varphi(t):(1-\varphi(t))$ and $s(t):(1-s(t))$, respectively. Furthermore, both are set as instrumental variables. For convenience, we omit time subscript *t*. Then, the amount of labor is equal to the Economically Active Population, and grows at a constant rate *n*, that is,

$$L = L_0 e^{nt} \cdots\cdots\cdots (18).$$

where $L_0 > 0$ is the population for the Economically Active Population in the initial period.

Indicating the production goods and the consumption goods sectors by suffixes 1 and 2, respectively, the production function of these two sectors can be introduced as follows:

$$I = B[(1-\varphi)K]^{\alpha_1}[(1-s)L]^{\beta_1} \cdots\cdots\cdots (19).$$

$$Y = A(\varphi K)^{\alpha_2}(sL)^{\beta_2} \cdots\cdots\cdots (20).$$

$$\dot{K} = I - \delta K \cdots\cdots\cdots (21).$$

I, *Y*, *L*, *A*, and *B* indicate the production of the production goods sector, production of the consumption goods sector, capital stock, total factor productivity of the consumption goods sector, and total factor productivity of the production goods sector, respectively. α and β indicate the output elasticities of capital and labor, respectively. We assume the function displays constant returns to scale, where the value $\alpha + \beta = 1$. The value $\delta(0 \leq \delta \leq 1)$ is the depreciation rate. Furthermore, *I*, *Y*, and *K* are time variables, but for convenience, we have omitted time subscript *t*.

As the production function is assumed to be homogeneous to the degree of 1, we can express it in per capita terms. The equations (18), (19), and (20) can be revised as follows:

$$Y = A(\varphi K)^{\alpha_2}(sL)^{\beta_2},$$

$$y = A(\varphi k)^{\alpha_2} s^{\beta_2} \ldots\ldots (22).$$

$$I = B[(1-\varphi)K]^{\alpha_1}[(1-s)L]^{\beta_1},$$

$$i = B[(1-\varphi)k]^{\alpha_1}(1-s)^{\beta_1} \cdots\cdots\cdots (23).$$

$$\dot{K} = I - \delta K,$$

$$\dot{k} = i - \delta k - nk \cdots\cdots\cdots (24).$$

where *i*, *y*, and *k* indicate *I*, *Y*, and *K* in per capita terms.

Like the extension model of the Marxian optimal growth model, the value of the inter-temporal utility is represented by the objective function, as follows:

$$\max U = \int_0^\infty e^{-\rho t} \log Y \, dt \cdots\cdots\cdots (25).$$

which comprises an exponentially discounted instantaneous utility from the consumption goods. Here, ρ refers to the subjective discount rate.

Moreover, we assume that the economy is populated by identical individuals, such that the optimal control problem can be stated in terms of an infinitely lived representative agent with time-invariant utility,

$$\log Y = L \log y = L_0 e^{nt} \log y \cdots\cdots\cdots (26).$$

Here, s and φ are instrumental variables that are controlled to maximize the present value of the inter-temporal utility shown in the next objective function:

$$\max U = \int_0^\infty e^{-(\rho-n)t} \log y \, dt$$

$$\text{s.t.}$$

$$y = A(\varphi k)^{\alpha_2}(s)^{\beta_2}$$

$$\dot{k} = i - \delta k - nk$$

$$i = B[(1-\varphi)k]^{\alpha_1}[(1-s)]^{\beta_1}$$

$$0 \le \mathrm{s} \le 1$$

$$0 \le \varphi \le 1$$

$$\text{given} \quad k(0) \cdots\cdots\cdots (27).$$

As the issue identified here is a conditional maximization problem of inter-temporal utility while satisfying certain conditions, we employ the following Hamiltonian:

$$H_c \equiv log\, y + \mu \dot{k} \cdots\cdots\cdots (28).$$

$$H_c \equiv log\, A + \beta_2\, log\, s + \alpha_2\, log\, k + \alpha_2\, log\, \varphi + \mu B(1-s)^{\beta_1}[(1-\varphi)k]^{\alpha_1} - \mu\delta k - \mu n k.$$

In the above equations, μ is the shadow price of the capital. The first-order conditions of this optimizing problem are as follows:

$$(i)\frac{\partial H_c}{\partial s} = 0,$$

$$= \frac{\beta_2}{s} = [(1-\varphi)k]^{\alpha_1}\mu B\beta_1(1-s)^{\beta_1-1}.$$

$$(ii)\frac{\partial H_c}{\partial \varphi} = 0,$$

$$\frac{\alpha_2}{\varphi} = \mu B[(1-s)]^{\beta_1}\alpha_1 k^{\alpha_1}(1-\varphi)^{\alpha_1-1}.$$

$$(iii)\frac{\partial H_c}{\partial k} = \rho\mu - \dot{\mu},$$

$$= \frac{\alpha_2}{k} - \mu\delta - \mu n + \mu B(1-s)^{\beta_1}(1-\varphi)^{\alpha_1}\alpha_1(k)^{\alpha_1-1} = \rho\mu - \dot{\mu}.$$

$$(iv)\frac{\partial H_c}{\partial \mu} = \dot{k},$$

$$= \dot{k} + \delta k = B[(1-\varphi)k]^{\alpha_1}(1-s)^{\beta_1}.$$

Additionally, besides the four first-order conditions above, the model should satisfy the other optimality condition called the transversality condition, which for this model can be written as follows:

$$\lim_{t\to\infty} e^{-(\rho-n)t}\,\mu k = 0 \cdots\cdots\cdots (29).$$

By solving the model, we obtain two Euler equations for this optimal problem.

$$\dot{\varphi} = \frac{\left[\beta_1\delta + \rho + \beta_1 n - \varphi\alpha_1 B\left(\frac{1-s}{1-\varphi}\right)^{\beta_1}(k)^{\alpha_1-1}\right]}{\left[\frac{\alpha_1\varphi - 1}{(1-\varphi)\varphi} + \frac{\beta_1^2\alpha_2 s^2}{(1-s)\alpha_1\varphi^2\beta_2}\right]} \cdots\cdots\cdots (30).$$

$$\dot{s} = \frac{\left[\beta_1\delta + \rho + \beta_1 n - \frac{s\alpha_2 B\beta_1}{\beta_2}\left(\frac{1-\varphi}{1-s}\right)^{\alpha_1}(k)^{\alpha_1-1}\right]}{\left[\frac{\beta_1 s - 1}{(1-s)s} + \frac{\alpha_1{}^2\beta_2\varphi^2}{(1-\varphi)\beta_1 s^2\alpha_2}\right]} \cdots\cdots\cdots (31).$$

The calculation process is too complicated to be introduced briefly, and therefore, we omit this part. The combination of these two formulations with the formulation of capital stock $\dot{k} = B[(1-\varphi)k)]^{\alpha_1}[(1-s)]^{\beta_1} - \delta k - nk$ can depict the optimal growth path of the capital–labor ratio, the optimal ratio of the capital allocated in the consumption goods sector φ, and the optimal ratio of the labor allocated in the consumption goods sector *s*.

Furthermore, to confirm the correctness of these two equations, using the two Euler equations and the formula for capital stock, we also calculate the equations of the optimal capital–labor ratio, the optimal ratio of labor force allocated to the consumption goods sector, and the optimal ratio of capital allocated to the consumption goods sector in the steady state.

In the steady state, we have the following equations: $\dot{k} = 0, \dot{s} = 0 \; and \; \dot{\varphi} = 0$. The equations of the optimal capital–labor ratio, the optimal ratio of labor force allocated to the consumption goods sector, and the optimal ratio of capital allocated to the consumption goods sector in the steady state are calculated as follows:

$$\dot{k} = B[(1-\varphi)k]^{\alpha_1}(1-s)^{\beta_1} - \delta k - nk,$$

$$(k)^{\alpha_1-1} = \frac{\delta + n}{B[(1-\varphi)]^{\alpha_1}(1-s)^{\beta_1}} \cdots\cdots\cdots (32).$$

$$\dot{\varphi} = \frac{\left[\beta_1\delta + \rho + \beta n - \varphi\alpha_1 B\left(\frac{1-s}{1-\varphi}\right)^{\beta_1}(k)^{\alpha_1-1}\right]}{\left[\frac{\alpha_1\varphi - 1}{(1-\varphi)\varphi} + \frac{\beta_1{}^2\alpha_2 s^2}{(1-s)\alpha_1\varphi^2\beta_2}\right]},$$

$$\left[\beta_1\delta + \rho + \beta n - \varphi\alpha_1 B\left(\frac{1-s}{1-\varphi}\right)^{\beta_1}(k)^{\alpha_1 - 1}\right] = 0 \cdots\cdots\cdots (33).$$

If we substitute equation (32) with (33), the share of capital stock for the two sectors can be obtained as follows:

$$\beta_1\delta + \rho + \beta_1 n = \varphi\alpha_1 B\left(\frac{1-s}{1-\varphi}\right)^{\beta_1}\left(\frac{\delta+n}{B(1-\varphi)^{\alpha_1}(1-s)^{\beta_1}}\right) \cdots\cdots\cdots (34).$$

$$\varphi^* = \frac{\beta_1\delta + \beta_1 n + \rho}{\delta + \rho + n} \cdots\cdots\cdots (35).$$

$$1 - \varphi^* = 1 - \frac{(1-\alpha_1)\delta + \rho}{\alpha_1\delta + \delta + \rho} = \frac{\beta_1(\delta + n)}{\delta + \rho + n} \cdots\cdots\cdots (36).$$

This can also be written as

$$K^*: K_1^*: K_2^* = \delta + \rho + n: \alpha_1(\delta + n): \beta_1(\delta + n) + \rho \cdots\cdots\cdots (37).$$

Moreover, we obtain:

$$\dot{s} = \frac{\left[\beta_1\delta + \rho + \beta_1 n - \frac{s\alpha_2 B\beta_1}{\beta_2}\left(\frac{1-\varphi}{1-s}\right)^{\alpha_1}(k)^{\alpha_1 - 1}\right]}{\left[\frac{\beta_1 s - 1}{(1-s)s} + \frac{{\alpha_1}^2\beta_2\phi^2}{(1-\varphi)\beta_1 s^2\alpha_2}\right]} \cdots\cdots\cdots (38).$$

Then, we further obtain:

$$\beta_1\delta + \rho + \beta_1 n = \frac{s\alpha_2 B\beta_1}{\beta_2}\left(\frac{1-\varphi}{1-s}\right)^{\alpha_1}(k)^{\alpha_1 - 1} \cdots\cdots\cdots (39).$$

If we replace equation (32) with (38), the optimal labor share can be obtained as follows:

$$\beta_1\delta + \rho + \beta_1 n = \frac{s\alpha_2 B\beta_1}{\beta_2}\left(\frac{1-\varphi}{1-s}\right)^{\alpha_1}\left(\frac{\delta+n}{B(1-\varphi)^{\alpha_1}(1-s)^{\beta_1}}\right)$$

$$= s^* = \frac{[\beta_1(\delta+n)+\rho]\beta_2}{[\beta_1(\delta+n)+\rho]\beta_2 + \alpha_2\beta_1(\delta+n)}$$

$$= 1 - s^* = \frac{\alpha_2\beta_1(\delta+n)}{[\beta_1(\delta+n)+\rho]\beta_2 + \alpha_2\beta_1(\delta+n)} \cdots\cdots\cdots (40).$$

This can also be written as

$$L^{*}:L_{1}^{*}:L_{2}^{*}=\{[\beta_{1}(\delta+n)+\rho]\beta_{2}+\alpha_{2}\beta_{1}(\delta+n)\}:\alpha_{2}\beta_{1}(\delta+n):[\beta_{1}(\delta+n)+\rho]\beta_{2}\cdots\cdots\cdots(41).$$

If we substitute both equations (32) and (36) with (28), then the optimal capital–labor ratio can be obtained as follows:

$$(k)^{\alpha_{1}-1}=\frac{\delta+n}{B\left[\frac{\alpha_{1}(\delta+n)}{\delta+\rho+n}\right]^{\alpha_{1}}\left\{\frac{\alpha_{2}\beta_{1}(\delta+n)}{[\beta_{1}(\delta+n)+\rho]\beta_{2}+\alpha_{2}\beta_{1}(\delta+n)}\right\}^{\beta_{1}}}$$

$$=(k)^{*}$$

$$=\left\{B\left[\left(\frac{\alpha_{1}}{\delta+\rho+n}\right)\right]^{\alpha_{1}}\right\}\left\{\left(\frac{\alpha_{2}\beta_{1}}{[\beta_{1}(\delta+n)+\rho]\beta_{2}+\alpha_{2}\beta_{1}(\delta+n)}\right)^{\beta_{1}}\right\}^{\frac{1}{1-\alpha_{1}}}\cdots\cdots\cdots(42).$$

We observe that equations (37), (41), and (42) reflect Kanae's (2013) results if we assume that the labor growth rate equals zero, that is, equations (15), (16), and (17). Thus, we have proven that the computation is correct.

4. The Path of China's Economic Growth from 2009 to 2050

(1) Data Gathering and Operation

In this study, for the parameters of the two production functions, we refer to Onishi (2016). Compared to Onishi (2016), the methodology of Shen's (2011) projection was not sufficiently refined and thorough and did not present a theoretical background. Therefore, for the parameters of the two production functions, we refer to Onishi (2016), where these parameters are estimated as follows: $\alpha_{1}=0.9110,\alpha_{2}=0.5980\ and\ \beta_{1}=0.0989,\beta_{2}=0.4020$[51]. The total factor productivity of the two sectors is estimated as follows:

---

[51] As the method involves using the inverse matrix, (1-input coefficient matrix) $^{-1}$, which is too complex to calculate, Onishi (2016) adopted a different method. First, the author calculated the ratios of production for investment and consumption in each sector using the Chinese input–output tables for 1982, 1990, 1995, 2000, and 2010. Second, using these ratios, the author divided the industry's capital stock and labor input data between the two sectors of each industry. Here, the labor

$$A = 0.5256, B = 0.8218.$$

The depreciation rate δ is predicted according to the capital accumulation equation $\dot{K} = I - \delta K$. From the database provided by Onishi (2016), we can obtain the annual production data and capital stock data from 1980 to 2009 at the 1980 constant price. Then, by statistical regression, we can calculate the value of δ, which is indicated to be approximately 0.1410. The subjective discount rate[52] is indicated to be 0.0801.

In our estimation, the labor growth rate calculation is divided into two parts—population growth rate and the employment participation growth rate. The population growth rate is estimated as follows. First, we use the total population growth rate for China between 2001 and 2050 from the "Word Population Prospects: 2017 Revision" (United Nations 2017) to calculate the annual population growth rates. From these data, we can calculate the total population from 2001 to 2050. Next, we predict the growth rate of China's employment participation in future years. We assume that the change in China's future employment participation rate will maintain the same trend from 2001 to 2017. We thus predict China's future labor force from 2001 to 2050 annually. Finally, using the annual predicted data, we calculate the labor growth rate, which is 0.0576%.

(2) Theoretical Background and Methodology of the Empirical Analysis

---

input data are obtained from the population census data. The capital stock data were obtained from Meng (2012), and then restructured by Onishi (2016) so as to correspond to the input–output tables. In addition, the data for the production of the consumption goods sector and the production goods sector are sourced from the *China Statistical Yearbook* and converted into real term using the 1980 constant price. For more d*etailed explanations* of the data operation, please refer to Onishi (2016).

[52] Here the subjective discount rate was recalculated in the same way as Onishi (2016), but by expanding the database. The subjective discount rate is estimated by applying Piketty's return to capital, (*r*) > growth rate of the economy (*g*), theory. With this application, Onishi and Kanae (2015b) also proved the equation $r = g + \rho$ for the Marxian optimal growth model. Furthermore, the value of *r* and *g* was calculated as the average value.

To depict the path of the Chinese economic growth from 2009 to 2050, the first condition for a path (s, φ, k)—with $k > 0, 0 \leq s \leq 1, 0 \leq \varphi \leq 1$ for all $t \geq 0$—must be the solution to the model and satisfy the system of differential equations, equations (24), (30), and (31). Under the three given equations—equations (24), (30), and (31)—several possible paths could be solutions. However, only if the path starts at the special point, does it converge toward the steady state point; in this case, the path is called a *saddle-path* in neoclassical economy. Thus, we must calculate s, φ corresponding to the given k_0 in the initial state. In fact, both Shen (2011) and Onishi (2016) neglected to consider this point. In other words, the empirical analyses conducted in both studies contradict the theoretical analyses.

However, we especially prioritize the paths that start at the historically given k_0, s_0, φ_0, which can reflect China's real economic growth path without any technical assumptions, for which we start the path from the actual state in 2009.

After depicting the economic growth path, we compare the maximum values of the capital–labor ratio, the ratio of labor force allocated in the consumption goods sector, and the ratio of capital allocated in the consumption goods sector in the final year with those values in the optimal steady state.

First, we calculate the capital–labor ratio, the ratio of labor force allocated in the consumption goods sector, and the ratio of capital allocated in the consumption goods sector in 2009.

Second, we plug the value of $s_{2009}, \varphi_{2009}, k_{2009}$, calculated in the first step, into equations (24), (30), and (31). Then, we calculate $\dot{s}_{2009}, \dot{\varphi}_{2009}, \dot{k}_{2009}$. $\dot{s}_{2009}, \dot{\varphi}_{2009}, \dot{k}_{2009}$ refer to the variation from $s_{2009}, \varphi_{2009}, k_{2009}$ to the next period in 2010, for which we simultaneously obtain $s_{2010}, \varphi_{2010}, k_{2010}$ and the economic growth rate.

Third, we plug $s_{2010}, \varphi_{2010}, k_{2010}$, calculated in the second step, into equations (24), (30), and (31). Then, we calculate $\dot{s}_{2010}, \dot{\varphi}_{2010}, \dot{k}_{2010}$. Simultaneously, we obtain $s_{2011}, \varphi_{2011}, k_{2011}$ and the economic growth rate and total GDP.

Fourth, we repeat Step 2 in the same manner as Step 3 until 2050.

Fifth, we depict the growth paths of s, φ, k from 2009 to 2050 using all s, φ, k obtained above.

Sixth, we calculate the optimal capital–labor ratio, the labor share allocated in the consumption goods sector, and the capital share allocated in the consumption goods sector. Then, we compare these values with those of 2050.

Finally, we calculate the year during which China's GDP would surpass US GDP.

(3) Result Analysis

In the preceding subsection, we introduced the methodology and theoretical background that underline our calculation. Specifically, we calculated the optimal capital–labor ratio, optimal labor share, and optimal capital share for the two sectors in the steady state. We also calculated the labor and capital shares for the two sectors under a given real value of capital stock (K_{2009}) in 2050. Additionally, we depicted the path of the economic growth from 2009 to 2050.

Using Table 6-1, we now compare capital–labor ratio and GDP in different periods.

The capital–labor ratio in 2050 is 116,030 Yuan at the 1980 constant price. It is about 36 times higher than the actual level in 2009 (3,120 Yuan at the 1980 constant price). The total capital stock is 9.3×10^{16} Yuan, which is 41 times higher than that in 2009. The total GDP in 2050 will be approximately 1.6×10^{16} Yuan at the constant 1980 price, which is about 15 times higher than that in 2009. The total GDP in 2017 was about 2.3 times higher than that in 2009. This means that the GDP in 2050 would be almost 6.5 times higher than that in 2017.

Table 6-1 The Capital–Labor Ratio and GDP

	Capital–labor ratio (Yuan in 1980 constant price)	GDP (Yuan in 1980 constant price)
Actual in 2009	3,120	1.0×10^{15}
Projection in 2050	116,030	1.6×10^{16}
Optimal value	166,610	2.1×10^{16}

Furthermore, using Table6-1, we compare the labor and capital shares between the two aforementioned sectors in different periods. We observe that both capital and labor transfer from the production goods sector to the consumption goods sector. We consider this a normal phenomenon of transformation in an economic structure with economic growth.

Table 6-2 Resource Allocation

		Consumption goods sector	Production goods sector
		Actual in 2009	
Resource allocation	*K*	0.2999	0.7001
	L	0.2412	0.7588
		Projection in 2050	
Resource allocation	*K*	0.6141	0.3859
	L	0.5485	0.4515
		Optimal value	

Resource allocation	K	0.4180	0.5820
	L	0.8316	0.1684

Note: The result is accurate to four decimals.

However, when comparing the labor and capital shares between the two aforementioned sectors, capital–labor ratio and GDP in different periods, we observe that the predicted values of the capital–labor ratio and GDP in 2050 are lower than the optimal value calculated using the optimal equations. This tendency also reflects the disequilibrium of real economic growth in China, which indicates unbalanced growth between the virtual and the real economy. Conversely, it indicates the need to carry out further supply-side structural reform to lead the development of the real economy. This has been the Chinese government's focus for their economic policy in recent years.

As discussed earlier, the methodology adopted in Shen (2011) and Onishi (2016) to depict China's economic growth path contradicts the theoretical research. Thus, undertaking a projection using the aforementioned methodology once more is necessary. The three growth paths—growth paths of ratio of labor allocated to the consumption goods sector, the ratio of capital allocated to the consumption goods sector, and the total capital, respectively—are described below.

Figure 6-1 shows the growth path of the capital share allocated to the consumption goods sector. Figure 6-2 shows the growth path of the labor share allocated to the consumption goods sector. Figure 6-3 shows the growth path of the capital–labor ratio.

Figure 6-1. Growth Path of Capital Share in Consumption Goods Sector

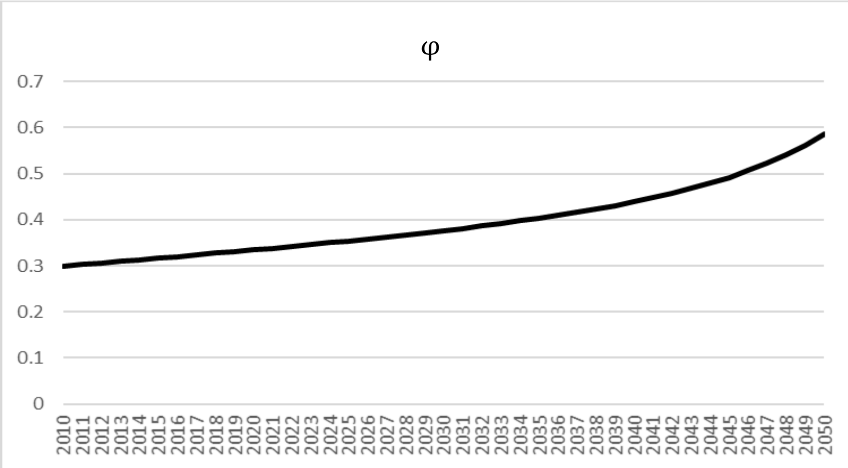


Figure 6-2. Growth Path of Labor Share in Consumption Goods Sector

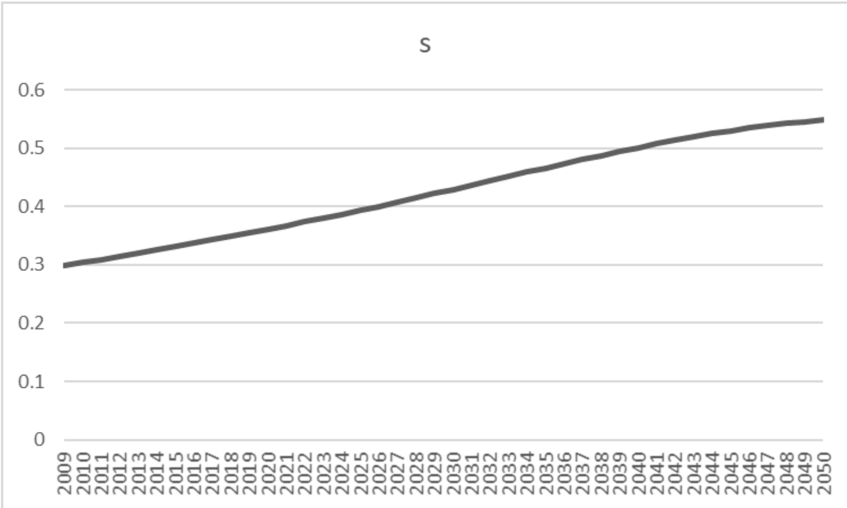
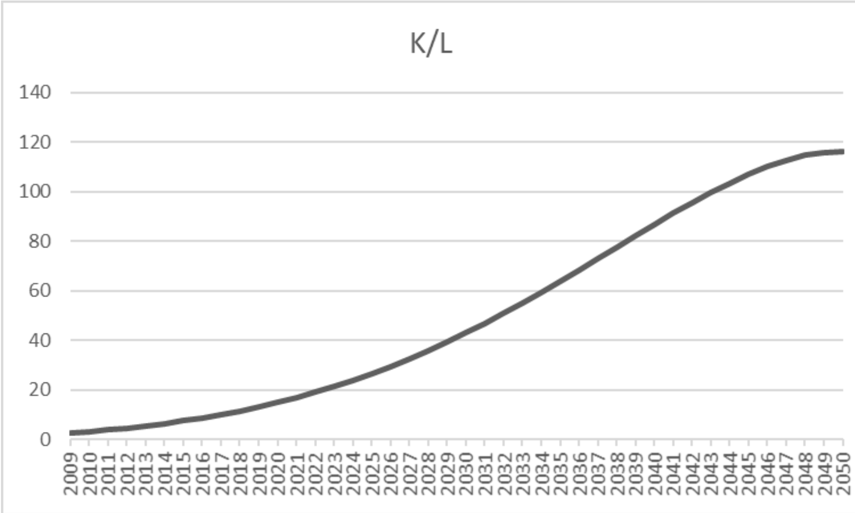


Figure 6-3. Growth Path of Total Capital-Labor Ratio (Thousand Yuan in 1980 Constant Price)



5. Conclusion

This article incorporates the labor growth rate into the Marxian optimal growth model adopted by Shen (2011) and Onishi (2016), and then derives the Euler equations of the model using dynamic formulations. These extensions allow the Marxian optimal growth model to be a more complete prediction model that can be used in further empirical research without using strict assumptions. We consider this to be a significant theoretical progress.

Using the prediction model, we depict China's economic growth path from 2009 to 2050. Furthermore, we compare the maximum values of the capital–labor ratio, the ratio of labor force allocated in the consumption goods sector, and the ratio of capital allocated in the consumption goods sector in the final year with those values in the optimal steady state. The results indicate that the total GDP will be approximately 1.6×10^{16} Yuan at the constant 1980 price in 2050, which is about 15 times higher than that in 2009. The total GDP in 2017 was about 2.3 times higher than that in 2009. This means that the predicted GDP in 2050 would be almost 6.5 times higher than that in 2017. In addition, according to the result, we find that, in 2026, China's GDP will grow to 6.2×10^{15} Yuan at the constant 1980 price, which is almost 1.97 times higher than that in 2017. As US GDP is about 1.6 times higher than that of China, it would be 1.85

times higher than that of China in 2017[53]. Consequently, China's GDP is projected to surpass US GDP by 2026. Moreover, the result also indicates that around 2050, China's GDP is projected to be almost 2.22 times higher than US GDP, while the GDP per capita will be half the US GDP per capita[54].

In addition, the result indicates disequilibrium in China's real economic growth. Thus, a growth imbalance exists between the virtual and the real economy. This denotes the need to carry out further supply-side structural reform for real economic development. The Chinese government has already realized this problem and focused on promoting economic restructuring. We believe that under the powerful and wise leadership of the government, China's economy is bound to progress markedly.

---

[53] Here, we assume that the US GDP will maintain growth at the constant growth rate of 2016, which is 1.46%, from 2016 to 2050.

[54] Here, we assume that the US GDP per capita will maintain growth at the constant growth rate as its GDP growth of 2016, which is 1.46%, from 2016 to 2050.

第7章　技術進歩率を考慮したマルクス派最適成長モデルの改良―韓国経済における生産要素の 2 部門間の最適配分比率の推計

本章の目的

本章[55]では、技術進歩率を第 6 章で拡張したマルクス派最適成長モデルに取り入れる拡張作業を行う。第 6 章での拡張モデルでは技術進歩率が考慮されておらず、経済成長を予測するモデルとしての機能が不十分である。第 7 章はそのような問題を解決すべく、マルクス派最適成長モデルを、技術進歩率を考慮したモデルへと改良する。なお、第 7 章では、理論的な改良を施されたマルクス派最適成長モデルが、中国以外の経済も分析可能であるかを検証することも目的としている。そこで、改良したモデルを用いて、韓国経済における総資本と総労働の 2 部門間への配分率を計算する。

1.　はじめに

第 3 章で論じたように、マルクス派最適成長モデルでは、成長経路上で各経済主体が分権的に意思決定をした結果、総資本と総労働の 2 部門への配分比率が最適化されるため、経済の最適成長を実現するために生産要素をいかに部門間に配分するべきかという政策的な方面への応用にも寄与できる。こうして、近年マルクス最適成長モデルを理論ベースとする実証研究が盛んに行われ、モデルの実証化にむけて理論研究も進展しつつある。具体的な例として、実証研究では Shen(2011)、大西(2016)などがあり、理論モデルの改良に関しては金江(2009)、Li(2018)、李(2018)などが挙げられる。しかし、これらのモデルでは技術進歩率が考慮されておらず、このままでは現実の経済の成長を記述するには適さない。また、大西(2007)でもゼロ成長社会(資本主義の死滅)になるのは労働人口の変化と技術進歩を考慮に入れない場合であるとも指摘されており、マルクス派最適成長モデルに技術進歩率を組み込む試みは実証だけでなく理論的な側面においても大きな意義を持つものである。

ところで、近年韓国経済は「低成長」「経済不況」の中で、「パラダイム転換」が迫られている。高度成長を続けてきた韓国は、経済成長率の低下に直面しているのと同時に、家計負債の上昇、国民消費の下落、輸出入の低下などの課題が深刻になっている。さらにこのような問題に加えて、高速でのキャッチアップを目的とする応用技術志向、不安定な政治や政策などの問題も挙っている。これに対して尹(2016)は現在の韓国が構造的ターニン

[55] 本章は李晨・柳東民(2019)「技術進歩率を考慮したマルクス派最適成長モデルによる予測―韓国消費財・資本財の二部門データによる推計」によるものである。

グポイントにあると認識すべきであり、新しい成長エンジンを持続的に創出できる経済構造、産業への構造変化が不可欠であると指摘している。このような背景の下、今後の持続的な経済成長を実現するためには、産業構造変化を考慮した際の消費財生産部門・資本財生産部門の 2 部門がどのような比率で生産されるのかが極めて重要な課題となる。

したがって、韓国のような産業構造変化を迫られた経済を分析の対象とするにあたって、本章はまず、マルクス派最適成長論を技術進歩率も考慮したモデルへの拡張を行う。次に、World Input-Output Database (WIOD)と Socio Economic Accounts(SEA)データを用いて、2000 年から 2014 年までの韓国経済の 2 部門(消費財・資本財)のパネルデータを構築し、生産関数における各パラメーター及び技術進歩率などの推計作業を行う。最後に、技術進歩率を考慮したマルクス派最適成長モデルを用いて、韓国経済における総資本と総労働の 2 部門間への資本の配分率及び労働の配分率を計算する。

2. モデリング

本節ではまずマルクス派最適成長モデルに技術進歩率を導入する試みを行う。具体的なモデルの形としては、第 5 章と同様、消費財生産部門と資本財生産部門の 2 部門生産関数を、それぞれ次のように表す[56]。

$$I_t = B_t[(1-\varphi_t)K_t]^{\alpha_1}[(1-s_t)L_t]^{\beta_1} \dots\dots\dots (1)$$

$$Y_t = A_t[\varphi_t K_t]^{\alpha_2}[s_t L_t]^{\beta_2} \dots\dots\dots (2)$$

$$\dot{K}_t = I_t - \delta K_t \dots\dots\dots (3)$$

ただし、本章ではモデルをさらに発展させ、技術進歩率と人口成長率ともモデルに導入することを考えている。まず、モデルにおける消費財生産部門、資本財生産部門はそれぞれλ_1とλ_2で成長すると仮定する。すなわち、

$$\frac{\dot{A}_t}{A_t} = \lambda_1 \dots\dots\dots (4)$$

$$\frac{\dot{B}_t}{B_t} = \lambda_2 \dots\dots\dots (5)$$

である。

ここで、初期における 2 部門の技術進歩の係数を、$A[0]$、$B[0]$と表すと、t期における技

[56] 現段階におけるマルクス派最適成長モデルの発展はまだ閉鎖モデルにとどまっている。閉鎖モデルから開放モデルへの展開は必要不可欠であると認識しているが、輸入・輸出などの要素をモデルに組み込むことは容易ではない。ただし、開放モデルへの拡張は今後の研究課題として取り組んでいる。

術進歩率は、

$$A_t = \mathrm{A}[0]e^{\lambda_1 t} \ldots\ldots\ldots(6)$$

$$B_t = \mathrm{B}[0]e^{\lambda_2 t} \ldots\ldots\ldots(7)$$

になる。

次に、ここで両部門における技術進歩の係数の比をεとすれば、

$$\frac{B[0]}{A[0]} = \varepsilon \Rightarrow B[0] = A[0]\varepsilon$$

すると、両部門における技術進歩率は以下のような関係を満たす。すなわち、

$$B_t = \varepsilon A_t e^{(\lambda_2 - \lambda_1)t} \ldots\ldots\ldots(8)$$

である。

上記のように技術進歩を定義した。すると、(1)、(2)式は規模に関する収穫一定を仮定した場合、以下の(9)～(11)式のように書き換えることができる。ここで、$\hat{y}_t = \frac{Y_t}{A_t L_t}$は効率的労働 1 単位当たりの消費量、$\hat{i}_t = \frac{I_t}{A_t L_t}$は効率的労働 1 単位当たりの資本フローを示すものであり、$\hat{k}$は効率的単位労働当たりの資本ストックである。すなわち、

消費財生産部門は、

$$\hat{i}_t = (\varphi_t \hat{k}_t)^{\alpha_2} {s_t}^{\beta_2} \ldots\ldots\ldots(9)$$

資本財生産部門は、

$$\hat{y}_t = \left[(1-\varphi_t)\hat{k}_t\right]^{\alpha_1}\left[\varepsilon e^{(\lambda_2-\lambda_1)t}(1-s_t)\right]^{\beta_1} \ldots\ldots\ldots(10)$$

資本蓄積方程式は、

$$\dot{\hat{k}} = \hat{i}_t - \delta\hat{k}_t - n\hat{k}_t - \lambda_1\hat{k}_t \ldots\ldots\ldots(11)$$

となる。

なお、ここで、代表的個人が消費で得られる効用は$\hat{y}_{2t}A_t = \frac{Y_t}{L_t}$となる。よって、マルクス派最適成長モデルで考える代表的個人の通時的効用の式を書く際に下記の形で表記することができる。

$$u = \int_0^{\infty} e^{-\rho t}\log\left\{\hat{y}_t A[0]e^{\lambda_1 t}\right\}dt \ldots\ldots\ldots(12)$$

同様に、以上のように配慮して作られた通時的効用を消費財生産及び資本財生産の 2 本の生産関数を条件として最大化する問題を考えると、以下の方程式により表現できる。

$$\max\ u=\int_0^\infty e^{-\rho t}\log\left\{\hat{y}_t A[0]e^{\lambda_1 t}\right\}dt$$

s.t.

$$\hat{y}_t=\left(\varphi_t\hat{k}_t\right)^{\alpha_2}s_t{}^{\beta_2}$$

$$\hat{i}_t=\left[(1-\varphi_t)\hat{k}_t\right]^{\alpha_1}[\varepsilon(1-s_t)]^{\beta_1}$$

$$\dot{\hat{k}}=\hat{i}_t-\delta\hat{k}_t-n\hat{k}_t-\lambda_1\hat{k}_t$$

$$\text{given}\quad \hat{k}(0)$$

$$0\le\varphi_t\le 1$$

$$0\le s_t\le 1$$

$$\lim_{t\to\infty}e^{-\rho t}\mu_t\hat{k}_t=0 \qquad \dots\dots\dots(13)$$

これは通時的効用を最大化する「条件付き最大化問題」として解くことができ、経常価値ハミルトニアン *Hc* は以下の通りになる。

$$Hc\equiv log\,A\,[0]e^{\lambda_1 t}\hat{y}_t+\mu\left\{\left[(1-\varphi_t)\hat{k}_t\right]^{\alpha_1}[(1-s_t)\varepsilon e^{(\lambda_2-\lambda_1)t}]^{\beta_1}-(n+\delta+\lambda_1)\hat{k}_t\right\}\dots\dots\dots(14)$$

$$Hc\equiv log\,A\,[0]+\lambda_1 t+\alpha_2 log\hat{k}_t+\alpha_2 log\varphi_t+\beta_2\,log\,s_t$$
$$+\mu_t\left\{\left[(1-\varphi_t)\hat{k}_t\right]^{\alpha_1}\left[(1-s_t)\varepsilon e^{(\lambda_2-\lambda_1)t}\right]^{\beta_1}-(n+\delta+\lambda_1)\hat{k}_t\right\}$$

このとき、ハミルトニアンの一階の条件は

$$(i)\frac{\partial Hc}{\partial s}=0$$

$$\Rightarrow\frac{\beta_2}{s}=[\varepsilon e^{(\lambda_2-\lambda_1)}]^{\beta_1}\left[(1-\varphi)\hat{k}\right]^{\alpha_1}\mu\beta_1(1-s)^{\beta_1-1}\dots\dots\dots(15)$$

$$(ii)\frac{\partial H_c}{\partial\varphi}=0$$

$$\Rightarrow\frac{\alpha_2}{\varphi}=\mu[\varepsilon e^{(\lambda_2-\lambda_1)}(1-s)]^{\beta_1}\alpha_1\hat{k}^{\alpha_1}(1-\varphi)^{\alpha_1-1}\dots\dots\dots(16)$$

$$(iii)\frac{\partial Hc}{\partial\hat{k}}=\rho\mu-\dot{\mu}$$

$$\Rightarrow\quad\frac{\alpha_2}{\hat{k}}-\mu\delta-\mu n+\mu\left[\varepsilon e^{(\lambda_2-\lambda_1)}(1-s)\right]^{\beta_1}(1-\varphi)^{\alpha_1}\alpha_1\left(\hat{k}\right)^{\alpha_1-1}=\rho\mu-\dot{\mu}\dots\dots\dots(17)$$

$$(iv)\frac{\partial Hc}{\partial\mu}=\dot{\hat{k}}$$

$$\Rightarrow \quad \left[(1-\varphi)\hat{k}\right]^{\alpha_1}\left[(1-s)\varepsilon e^{(\lambda_2-\lambda_1)}\right]^{\beta_1}-(n+\delta+\lambda_1)\hat{k}=\dot{\hat{k}}.\dots\dots\dots(18)$$

となる。

そして、(17)、(18)式から

$$\frac{\alpha_1\dot{\hat{k}}}{\hat{k}}+\frac{\dot{\mu}}{\mu}=\rho-\frac{\alpha_2}{\hat{k}\mu}+\beta_1(n+\delta+\lambda_1)\dots\dots\dots(19)$$

を得る。

(18)式を(15)、(16)式に代入すると、

$$\frac{\beta_2}{s}=\frac{\mu\beta_1\left(n+\delta+\lambda_1+\hat{k}+\dot{\hat{k}}\right)}{1-s}\dots\dots\dots(20)$$

$$\frac{\alpha_2}{\varphi}=\frac{\mu\alpha_1\left(n+\delta+\lambda_1+\hat{k}+\dot{\hat{k}}\right)}{1-\varphi}\dots\dots\dots(21)$$

となり、(20)、(21)式から、

$$\frac{\beta_2(1-s)}{s\beta_1}=\frac{\alpha_2(1-\varphi)}{\varphi\alpha_1}\dots\dots\dots(22)$$

が得られる。(22)式の両辺を時間tに関して微分すれば、

$$\frac{\beta_2\alpha_1\varphi^2}{\alpha_2\beta_1 s^2}=\frac{\dot{\varphi}}{\dot{s}}\dots\dots\dots(23)$$

であり、同じく、(15)、(16)式とも時間tに関して微分すれば、

$$\frac{-\dot{s}}{s}=\frac{\dot{\mu}}{\mu}+\beta_1\lambda_3+\frac{\alpha_1\dot{s}}{1-s}-\frac{\alpha_1\dot{\varphi}}{1-\varphi}+\frac{\alpha_1\dot{\hat{k}}}{\hat{k}}\dots\dots\dots(24)$$

$$\frac{-\dot{\varphi}}{\varphi}=\frac{\dot{\mu}}{\mu}+\beta_1\lambda_3+\frac{\beta_1\dot{s}}{1-s}-\frac{\beta_1\dot{\varphi}}{1-\varphi}+\frac{\alpha_1\dot{\hat{k}}}{\hat{k}}\dots\dots\dots(25)$$

を得る。

以上の式から、資本及び労働の消費財部門への配分率の変化変数、すなわち、$\dot{\varphi}$、$\dot{s}$を求めることができる。これらの結果として導かれたものが下記の 2 本のオイラー方程式である。

$$\dot{\varphi}=\frac{[\beta_1\delta+\rho+\beta_1 n+\beta_1\lambda_2-[\varepsilon e^{(\lambda_2-\lambda_1)t}]^{\beta_1}\varphi\alpha_1 B\left(\frac{1-s}{1-\varphi}\right)^{\beta_1}\left(\hat{k}\right)^{\alpha_1-1}]}{\left[\frac{\alpha_1\varphi-1}{(1-\varphi)\varphi}+\frac{{\beta_1}^2\alpha_2 s^2}{(1-s)\alpha_1\varphi^2\beta_2}\right]}\dots\dots\dots(26)$$

$$\dot{s}=\frac{[\beta_1\delta+\rho+\beta_1 n+\beta_1\lambda-\frac{s\alpha_2[\varepsilon e^{(\lambda_2-\lambda_1)t}]^{\beta_1}\beta_1}{\beta_2}\left(\frac{1-\varphi}{1-s}\right)^{\alpha_1}\left(\hat{k}\right)^{\alpha_1-1}]}{\left[\frac{\beta_1 s-1}{(1-s)s}+\frac{{\alpha_1}^2\beta_2\varphi^2}{(1-\varphi)\beta_1 s^2\alpha_2}\right]}\ldots\ldots\ldots(27)$$

ここで問題となるのは解析的に解を求めることではなくデータを用いて(26)、(27)式と $\dot{\hat{k}}=B[(1-\varphi)\hat{k})]^{\alpha_1}[(1-s)]^{\beta_1}-\delta\hat{k}-n\hat{k}-\lambda_1\hat{k}$ で用いたパラメーターに具体的な数値を代入することで、経済成長の経路を分析するということである。

さらに、定常状態においては $\dot{\hat{k}}=0$、$\dot{s}=0$、$\dot{\varphi}=0$ であるために、定常状態における総労働力の部門間配分比率、総資本の部門間配分比率、最適資本労働比率が計算できる。結果は以下の通りである。

$$\varphi^*=\left(\frac{K_2}{K}\right)=\frac{\beta_1(\delta+n+\lambda_2)+\rho}{\alpha_1(\delta+n+\lambda_1)+\beta_1(\delta+n+\lambda_2)+\rho}\ldots\ldots\ldots(28)$$

$$s^*=\left(\frac{L_2}{L}\right)=\frac{[\beta_1(\delta+n+\lambda_2)+\rho]\beta_2}{[\beta_1(\delta+n+\lambda_2)+\rho]\beta_2+\alpha_2\beta_1(\delta+n+\lambda_1)}\ldots\ldots\ldots(29)$$

$$\left(\hat{k}\right)^*$$

$$=\left\{\left[\left(\frac{\alpha_1}{\alpha_1(\delta+n+\lambda_1)+\beta_1(\delta+n+\lambda_2)+\rho}\right)^{\alpha_1}\right]\left[\left(\frac{\varepsilon e^{(\lambda_2-\lambda_1)t}\alpha_2\beta_1}{[\beta_1(\delta+n+\lambda_2)+\rho]\beta_2+\alpha_2\beta_1(\delta+n+\lambda_1)}\right)^{\beta_1}\right]\right\}^{\frac{1}{1-\alpha_1}}$$

$$\ldots\ldots\ldots(30)$$

$$(k)^*$$

$$=B_{t^*}\left\{\left[\left(\frac{\alpha_1}{\alpha_1(\delta+n+\lambda_1)+\beta_1(\delta+n+\lambda_2)+\rho}\right)^{\alpha_1}\right]\left[\left(\frac{\varepsilon e^{(\lambda_2-\lambda_1)t}\alpha_2\beta_1}{[\beta_1(\delta+n+\lambda_2)+\rho]\beta_2+\alpha_2\beta_1(\delta+n+\lambda_1)}\right)^{\beta_1}\right]\right\}^{\frac{1}{1-\alpha_1}}$$

$$\ldots\ldots\ldots(31)$$

3.　データ計測とパラメーター推計

(1) 2 部門データの計測方法

本節では、上記の(28)～(31)式により、定常状態における資本労働比率や総労働・資本の両部門の配分率などを計算することを目的としている。というのは、これらの計算結果と現在値を比較することによって今後韓国経済の産業構造改革をする際に、いかに消費財生産部門と資本財生産部門のバランスをとるべきかを把握することが可能となるからである。そのためには、生産関数における各パラメーター、減価償却率δ、時間選好率ρ、労働

人口成長率n、及び技術進歩率λのそれぞれの値を推計しなければならない。しかし、現時点では経済全体での集計量データや、農業工業などの産業ごとの生産関連データが充実している一方、消費財生産部門、資本財生産部門に分割された 2 部門のデータは存在しない。このような理由から、既存の多部門の産業連関表を「資本財生産部門」と「消費財生産部門」に分割する必要が生じる。資本財生産部門と消費財生産部門の 2 部門にデータを分割する研究には、Kuga(1967)を先駆とし、高橋、増山、坂上(2002)、Takahashi, Masuyama and Sakagami (2012)によるものや、Uzawa(1961)に始まる 2 部門モデルの含意を測定するものがある。本章の 2 部門の集計方法は Kuga(1967)に従っている。

Kuga(1967)は、以下に解説する方法で、一国の経済を消費財生産部門と資本財生産部門の 2 部門に集計した。ここでは、単純化のため、輸出入部門は考えないこととする。すると、産出価格で表示されたn部門の産業連関表は均衡式(21)で表すことができる。

$$(E-A)Y=C+I\dots\dots\dots(21)$$

ただし、各記号は以下に説明する。

E:単位行列;

A:投入係数行列;

Y:産出列ベクトル;

C:最終消費行列(民間消費と政府消費);

I:投資列ベクトル;

この関係式を使って、各部門の各総生産のうち、消費財の均衡生産量は$(E-A)^{-1}C$で、資本財の均衡生産量は$(E-A)^{-1}I$として表すことができる。

また、各産業部門の資本投入係数 k は行ベクトル：

$$k=(\frac{K_1}{Y_1},\dots\dots\dots,\frac{K_n}{Y_n})\dots\dots\dots(22)$$

となる。

各産業部門の労働投入係数lは行ベクトル：

$$l=(\frac{L_1}{Y_1},\dots\dots\dots,\frac{L_n}{Y_n})\dots\dots\dots(23)$$

となる。

ここで、$Y_i(i=1\dots\dots..n)$は第i部門の生産額、K_iは第i部門の資本ストックの投入量、さらに、L_iは第i部門の労働投入量を示すものである。

こうして、資本財生産と消費財生産への労働、資本投入はそれぞれ、

$$K_c=k(E-A)^{-1}C.\dots\dots\dots(24)$$

$$L_c=l(E-A)^{-1}C\dots\dots\dots(25)$$

$$K_k = k(E-A)^{-1}I \dots\dots\dots (26)$$
$$L_k = l(E-A)^{-1}I \dots\dots\dots (27)$$

となる。

ここで、K_c、 L_cはそれぞれ消費財生産へ投下される資本と労働投入であり、 K_k、 L_k はそれぞれ資本財生産への資本、労働投入である。さらに、消費財生産部門の生産(C)と資本財生産部門の生産(I)を加え、それぞれ固定価格に変換すれば、2 部門の生産関数における各パラメーター推定に必要とされるデータを揃えることができる。要するに、Kuga(1967)の方法は個々の産業を消費財生産部門か資本財生産部門かに分類するのではなく、産業ごとにおける消費財と資本財を計測していることになる。例えば、同じ自動車産業であっても、資本財としての自動車生産と消費財としての自動車生産の 2 つに分けるという想定である。

(2) データの計測とパラメーターの推計

本章において使用されるデータについては以下の通りである。

① World Input-Output Database(以下 WIOD)に掲載される多国 Socio Economic Accounts データで、2016 年に公開された 2000～2014 年の 56 セクターのデータを用いる。

② WIOD に掲載され国別 National Supply and Use Tables の中の韓国のデータで、2016 年に公開された 2000～2014 年の 64 セクターのデータを用いる。

③ Penn World Table の物価データを使って価格を統合する。

データが揃った前提で,まず多国 Socio Economic Accounts データを用いて、韓国の労働投入、資本投入、生産、デフレーター―を作成する。それから、韓国 National Supply and Use Tables を用いて、韓国の投資、最終需要のデータを作り出す。このステップの後、それぞれのデータの部門数を統合する。なお、本章は 18 部門で最終的な統合を行う[57]。

[57] 韓国経済産業省が公表している 5 年ごとの産業連関表もある。しがしながらそれらは連続したデータではなく、産業の数も異なっている。加えて、同じ形式で扱うことのできる資本と労働のデータが整備されていないという問題もある。さらに、パネルデータを作るために、空いている年のデータを自ら作らなければならない。そうすると、例えば、産業ごとの成長率が同じであるという強い仮定を置かなければならないことになり、結局データの信頼性は弱くなってしまう。一方、WIOD のデータは連続であり、産業連関表に対応できる資本、労働のデータも不備なくそろっている。WIOD のデータの利用によって国別の比較分析が可能である。論文の中で、図 7-3、図 7-4 はアメリカ、日本、韓国などのデータの比較となっている。以上のような理由により、本章では WIOD のデータを利用した。

そして、前節に提示された理論に従って、消費財と資本財の 2 部門データを構築する。最後に、Penn World Table の物価データを使って価格及び貨幣単位の統合を行う。

以上のようにして、これらのデータで生産関数及び各パラメーターを推計することができる。

1） **消費財・資本財生産部門生産関数の推計**

第 2 節で改良した理論モデルは、2 部門とも規模に関して収穫一定の仮定を置いているので、実証モデルを推計する際にも同じようにこれを仮定する。ここでは以下の式に基づきパネルデータの回帰分析を行う。

$$I_t = B_t[(1-\varphi_t)K_t]^{\alpha_1}[(1-s_t)L_t]^{\beta_1}$$
$$Y_t = A_t[\varphi_t K_t]^{\alpha_2}[s_t L_t]^{\beta_2}$$

ここで推計方程式は

$$\ln Y_I = \ln B_0 + \alpha_1 \ln K_I + \beta_1 \ln L_I + \lambda_2 + \mu_1(\text{error term}) \dots\dots\dots (27)$$
$$\ln Y_c = \ln A_0 + \alpha_2 \ln K_c + \beta_2 \ln L_c + \lambda_1 + \mu_2(\text{error term}) \dots\dots\dots (28)$$

となり、これらの方程式は以下のように変形できる。

$$\ln Y_I - \ln L_I = \ln B_0 + \alpha_1(\ln K_I - \ln L_I) + (\beta_1 + \alpha_1 - 1)\ln L_I + \lambda_2 + \mu_1(\text{error term}) \dots\dots\dots (29)$$
$$\ln Y_c - \ln L_c = \ln A_0 + \alpha_2 \ln K_c + (\beta_2 + \alpha_2 - 1)\ln L_c + \lambda_1 + \mu_2(\text{error term}) \dots\dots\dots (30)$$

また、モデルでは規模に関して収穫一定と仮定しているので、推計式は以下のように書き換えられる。

$$\ln\left(\frac{Y_I}{L_I}\right) = \ln B_0 + \lambda_2 + \alpha_1 \ln\left(\frac{K_I}{L_I}\right) + \mu 1(\text{error term}) \dots\dots\dots (31)$$
$$\ln\left(\frac{Y_C}{L_C}\right) = \ln A_0 + \lambda_1 + \alpha_2 \ln\left(\frac{K_C}{L_C}\right) + \mu 2(\text{error term}) \dots\dots\dots (32)$$

この 2 本の式を固定効果回帰により、生産関数における各パラメーターを推計すると、パネルデータの回帰分析結果は図 7-1、7-2 のようになる。

図 7-1　消費財生産関数の推計結果

```
Fixed-effects (within) regression               Number of obs     =        229
Group variable: sectorid                        Number of groups  =         43

R-sq:                                           Obs per group:
     within  = 0.7932                                         min =          1
     between = 0.5998                                         avg =        5.3
     overall = 0.4989                                         max =         15

                                                F(2,184)          =     352.79
corr(u_i, Xb)  = 0.4742                         Prob > F          =     0.0000

------------------------------------------------------------------------------
       lyl_C |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
       lkl_C |   .1276047   .0330275     3.86   0.000     .0624433    .1927661
        year |   .0510109   .0026664    19.13   0.000     .0457503    .0562715
       _cons |  -91.66003   5.165374   -17.75   0.000     -101.851   -81.46906
-------------+----------------------------------------------------------------
     sigma_u |  .81292609
     sigma_e |  .12984467
         rho |  .97512258   (fraction of variance due to u_i)
------------------------------------------------------------------------------
F test that all u_i=0: F(42, 184) = 63.33                    Prob > F = 0.0000
```

出所：筆者作成

図 7-2　資本財生産関数の推計結果

```
Fixed-effects (within) regression               Number of obs     =        234
Group variable: sectorid                        Number of groups  =         43

R-sq:                                           Obs per group:
     within  = 0.7952                                         min =          1
     between = 0.7812                                         avg =        5.4
     overall = 0.7367                                         max =         15

                                                F(2,189)          =     366.90
corr(u_i, Xb)  = 0.5881                         Prob > F          =     0.0000

------------------------------------------------------------------------------
       lyl_I |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
       lkl_I |   .2927975   .0244909    11.96   0.000     .2444869    .3411082
        year |     .04434   .0021096    21.02   0.000     .0401786    .0485015
       _cons |  -79.99753   4.185677   -19.11   0.000    -88.25417   -71.74088
-------------+----------------------------------------------------------------
     sigma_u |  .63086498
     sigma_e |  .12937285
         rho |  .95964262   (fraction of variance due to u_i)
------------------------------------------------------------------------------
F test that all u_i=0: F(42, 189) = 60.74                    Prob > F = 0.0000
```

出所：筆者作成

また、個々のパラメーターの値は以下の表 7-1 の通りである。

表 7-1　生産関数における各パラメーターの数値

α_1	α_2	λ_1	β_1	β_2	λ_2
0.2927	0.1276	0.0510	0.7072	0.8724	0.0443

出所：筆者作成

2)　δの計算

Knoema(グローバルな意思決定用データ関する世界データ)[58]には 1965 年から 2014 年の

[58] https://knoema.com/PWT2015/penn-world-table-9-0?tsId=1024000

資本減価償却率が提示されており、平均 0.05 となっている。本章の計算はこの値を使うことにする。

3) 時間選好率

尹・張(2015)ではオイラー方程式の推計によって代表的な家計の合理的な選択による社会資本投資の最適性の検定を行った。先行研究の結果では韓国の時間選好率は 4%程度であったことが言及されている。そこで本章においても、時間選好率を同様に 4%と想定する。

4) 人口成長率

2018 年に World Population Review[59]は「World Population Prospects 2017」のデータに基づき、韓国の人口成長率は 0.36%であると推計した。本章の計算については労働人口成長率が人口成長率と同じだという仮定の下に、人口成長率を 0.36%として推計を行う。

4. 実証結果

以上のような作業により、前節で用いた 2 つの生産関数と減価償却率δ、労働人口成長率n及び時間選好率ρを用いて、将来の定常状態における資本労働比率や総労働・資本の両部門への配分比率を計算することができる。この際の推計において必要となる各パラメーターの値をまとめたものが表 7-2 である。

表 7-2　生産関数における各パラメーターの数値

α_1	α_2	λ_1	β_1	β_2	λ_2	n	δ	ρ
0.2927	0.1276	0.0510	07072	0.8724	0.0443	0.0036	0.05	0.04

出所：筆者作成

ここで、表 7-2 に記された各パラメーターの数値を以下の式に代入すると、労働の消費財生産部門への配分率、資本の消費財生産部門への配分率それぞれの最適値が計算できる。

$$\varphi^* = \left(\frac{K_2}{K}\right) = \frac{\beta_1(\delta + n + \lambda_2) + \rho}{\alpha_1(\delta + n + \lambda_1) + \beta_1(\delta + n + \lambda_2) + \rho} \cdots\cdots\cdots (28)$$

$$s^* = \left(\frac{L_2}{L}\right) = \frac{[\beta_1(\delta + n + \lambda_2) + \rho]\beta_2}{[\beta_1(\delta + n + \lambda_2) + \rho]\beta_2 + \alpha_2\beta_1(\delta + n + \lambda_1)} \cdots\cdots\cdots (29)$$

計算結果をまとめると表 7-3 の通りである。

---
[59] https://worldpopulationreview.com/

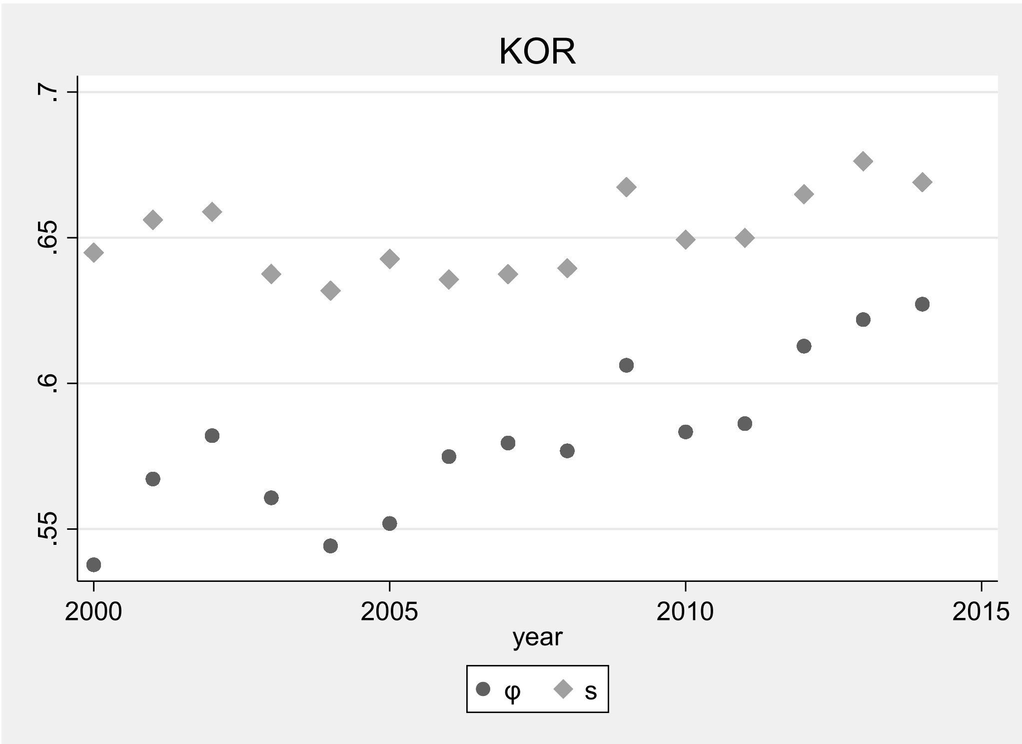
表 7-3　労働、資本の消費財生産部門への配分比率比較

	s	φ
現在値(2014)	0.6691	0.6271
最適値	0.7810	0.9099

出所：筆者作成

2014 年における労働、資本の消費財生産部門への配分比率はそれぞれ 0.6691 と 0.6271 であった。しかし、今回の計算結果からみれば、韓国経済における労働・資本の消費財生産部門への最適な配分比率はそれぞれ、0.7810 と 0.9099 となっている。このような結果から、韓国は今後の経済成長に伴い、労働と資本が消費財生産部門へより一層大きな比率で投入されるべきであると考えられる。さらに、同じ先進国である日本とアメリカの労働・資本のそれぞれの消費財生産部門と資本財生産部門の配分率を比較してみたい。図 7-3、図 7-4、図 7-4 はそれぞれ、2000 年から 2014 年まで韓国、日本、アメリカのそれぞれの資本と労働の消費財生産部門への配分率である。

図 7-3　韓国経済における労働と資本の消費財生産部門への配分率

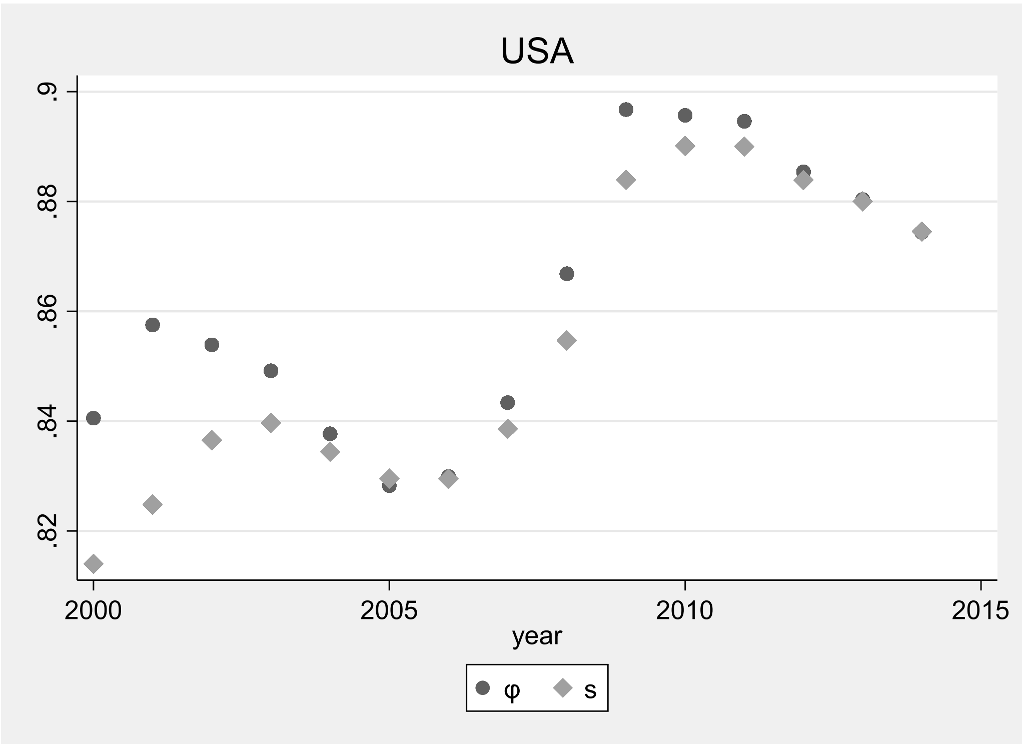


出所：筆者作成

図 7-4 日本経済における労働と資本の消費財生産部門への配分率

出所：筆者作成

図 7-5　アメリカ経済における労働と資本の消費財生産部門への配分率



出所：筆者作成

図 7-3、7-4、7-5 が示した通りに、同じ先進国であるアメリカ及び日本と比較すると韓国経済においては資本と労働の消費財生産部門への配分率がやや小さいということがわかる。そのため、現在経済構造変化の岐路に立っている韓国にとって、今後の経済発展のため生産要素をより多く消費財生産部門へ投入することが望ましい。

5. おわりに

本章では経済成長を分析するに際して極めて重要だと考えられる技術進歩率をマルクス派最適成長モデルに組み込む試みを行った。すなわち、消費財生産部門と資本財生産部門に異なる技術進歩率を設定し、マルクス派最適成長モデルをより実証分析に適したものとなるようにモデルを拡張した。さらに、このような改良は、技術進歩が経済成長過程において大きな役割を果たす国の経済を分析する際に非常に有意義なものだと考えられる。そこで、本章は技術進歩を通じて高度な経済成長を実現し続けてきた韓国経済を対象とし、技術進歩率を考慮したマルクス派最適成長モデルを用いて、今後韓国がどのように成長するかという予測を試みた。具体的な方法としては、韓国経済の 2 部門のパネルデータを構築した上で、消費財生産部門及び資本財生産部門のそれぞれの生産関数と技術進歩率を推計し、さらに、推計により得られた各パラメーターなどを、理論モデルの解である労働と資本のそれぞれの消費財生産部門と資本財生産部門への配分率の 2 本の式に代入し、韓国経済における労働と資本の両部門への配分率を試算した。その結果、計算された労働と資本の消費財生産部門への配分率は現在値(2014)より大きいものとなり、今後韓国経済は産業構造改革を考慮する際に生産要素をより多く消費財生産部門へ投入するように誘導すべきという結論を得た。

第8章　2 部門マクロデータの構築における諸問題―中国 2000 年代の過剰投資をめぐって[60]

本章の目的

第 4、5、6、7 章の目的はマルクス派最適成長モデルの理論上の改良である。しかし、理論上の改良がすすんでいる一方、実証分析をする際に消費財・資本財の 2 部門データをいかに構築すべきかという課題も浮かび上がってくる。すなわち、マルクス派最適成長モデルのような消費財・資本財から成る 2 部門経済成長モデルを実証する際に、消費財と資本財の 2 部門に分類されたデータが存在しないという問題である。他方、高度成長期が終焉を迎え中成長に入っている中国経済において、消費財生産部門と資本財生産部門の不均衡問題を研究する際にも、こうした 2 部門データが必要不可欠になる。

したがって、本章では、先行研究における 2 部門データの構築成果を踏まえながら、消費財・資本財の 2 部門産業連関表の構築の理論方法を提示する。またその方法を用いて、中国、日本、アメリカ、インドの 2 部門データを構築し、比較分析を行う。

1.　はじめに

中国は改革開放以降急速な経済成長を遂げており、2000 年から 2010 年にかけても平均 10%という高度成長を維持してきた。しかし、2010 年以降、経済成長率が 10.6%を下回り、高度成長期が終焉を迎え中成長期に入っている。中国政府は今までの高度成長期の成長エンジンである投資依存型成長を懸念し、供給サイドの改革による構造調整を始め、2014 年に経済成長の「新常態」を提唱している。

中国の GDP に占める総固定資本形成のシェアは長らく拡大傾向をたどってきている。近年、政府が消費主導経済への転換を進めたため、投資比率の上昇にブレーキがかかったものの、2017 年時点の投資比率が 44.41%と高水準である。この過程で、収益性の低いインフラ、不動産業開発事業が少なからず生まれた。さらに、このような一連のインフラ投資や不動産投資により鉄鋼業などで設備投資が促され、生産能力の過剰感が増した。

一方、国内生産に占める最終消費の比率は 80 年代には 60%以上であったが、2003 年には 60%を下回り、2008 年以降には 50%をも下回った。近年、中国政府が消費主導経済への転換を進めたため、かろうじて 50%まで維持できている。このように、投資依存型成長経路に従って発展してきた中国経済は、投資・需要のアンバランス問題に直面し、経済成長率が鈍化している。

---

[60] 本章は大平哲・李晨(2019) 「中国 2000 年代の投資財生産部門の過剰拡大：消費財・投資財 2 部門分割データが示唆すること」による。

市場機構が十分に調節能力を発揮できるのであれば、消費者・需要側の効用の最大化の達成と、生産者・供給側の利潤最大化のバランスが維持される。ところが、現実の成長過程では、供給側が好景気の勢いにまかせて過剰な投資をしてしまい、需要・供給のバランスを維持できなくなることがある。このようなアンバランスの問題は、供給側の多様性を考えるとますます深刻になる。生産者が 2 部門以上存在するときには、部門間の相互連関を円滑に調整することが困難になるからである。いま中国では、このような生産者・供給内の部門間の不均等によって、成長に支障が生じることが問題になっている。このような不均衡問題により、部門間の生産要素配分の不均衡問題をもたらし、資源が十分に活用されなくなる。蔡(2016)、羅(2016)、趙(2017)、徐(2017ab)は、生産者を資本財生産部門と消費財生産部門とに分割したとき、資本財生産部門が過剰に大きくなっていることが問題であると指摘している。

このような不均衡問題があるか否か、あるとしてどのように構造改革をすすめるかを考察するにあたっては、消費財生産と資本財生産の不均衡問題を念頭に置く必要がある。さらに、今後の中国経済の発展における資本と労働をいかに 2 部門に合理的に分配すべきかを解決するためには、マクロ経済全体を 1 つの部門として分析する標準的な経済成長論ではなく、消費財生産部門と資本財生産部門の 2 部門を分割する経済成長モデルによる分析が必須になる。このような研究としては Uzawa(1961)、Uzawa(1964)に始まる研究がある。山下・大西(2002)など、Uzawa モデルと同じ発想で、マルクスの再生産モデルを再解釈するマルクス派最適成長モデルもある。中国政府の政策立案の基礎になるマルクス経済学における研究では資本財生産部門と消費財生産部門との 2 部門再生産表式を用いた分析が重要になる。

これらのモデルの分析によって、解析的には多くの洞察を得ることができるにもかかわらず、実証分析はほとんどされてこなかった。実証分析をするためのデータが未整備だからである。現在の SNA では経済全体での集計量のデータや、農業、工業などの産業ごとの生産関連データがきわめて充実している一方、資本財、消費財の 2 部門分類という観点で作るデータが存在しないので、Uzawa タイプの 2 部門成長モデルの現実的妥当性を観察データと照合できない。

このようなデータ整備には、Kuga(1967)や Takahashi, Mashiyama and Sakagami(2012)などの数少ない先駆的研究がある。また、マルクス的再生産表式の実証を指向している Fujimori(1992)や、張(2004)をはじめとし、徐(2016)(2017ab)、趙・趙・李(2016)なども 2 部門データの構築を試みている。本章ではそれらの先行研究の成果を踏まえながら、2 部門経済成長モデルを実証するためのデータ整備を考えることにする。先行研究では産業連関

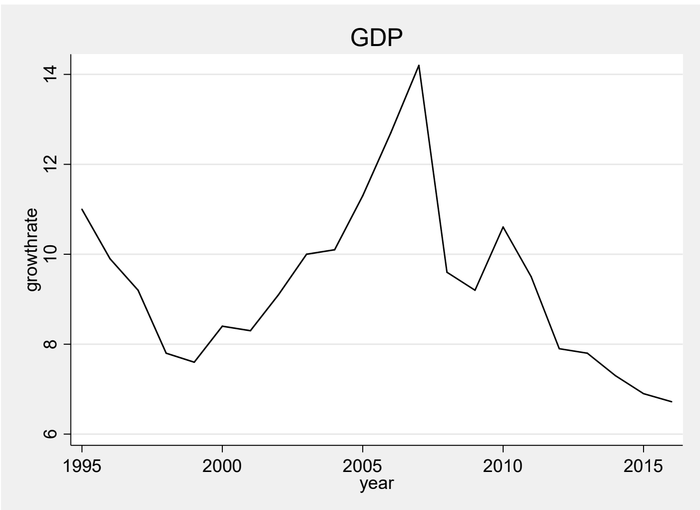
表のデータが未整備な状況での研究であるための限界を抱えている。本章では先行研究を展望しながら、先行研究で課している仮定をあきらかにしながら今後のデータ構築のありかたを提唱する。また、近年になって急速に整備がすすんでいる産業連関表データを利用しながら、中国政府がよってたつマルクス経済学的な 2 部門再生産表式にデータをあてはめてみる。具体的には World Input-Output Database(以下 WIOD)の 43 カ国のデータが共通フォーマットで整備されている成果を利用する[61]。また、WIOD と同時に公表している Socio Economic Accounts と合わせて、中国経済における資本財生産部門、消費財生産部門間のバランスがどのように変化しているかを見る。

そのために、まず第 2 節では中国における近年の経済成長や資本財生産部門・消費財生産部門間のアンバランスを指摘する議論を整理する。第 3 節ではデータの構築方法をまとめ、そこでまとめた手法を第 4 節で中国、及び比較対象とするインド、日本、米国のデータにあてはめる。

2. 中国における資本財生産部門の肥大化

中国は改革開放以降急速な経済成長を遂げている。さらに、2000 年から 2010 年にかけて平均 10%という高度成長を維持してきた。しかし、2010 年以降、中国の経済成長率は 10.6%を下回り、高度成長期が終焉を迎えながら中成長に入っている。図 8-1 によると中国の経済成長率は 2007 年にピークを迎えていることがわかる。

図 8-1 1995～2016 年における中国経済成長率の推移

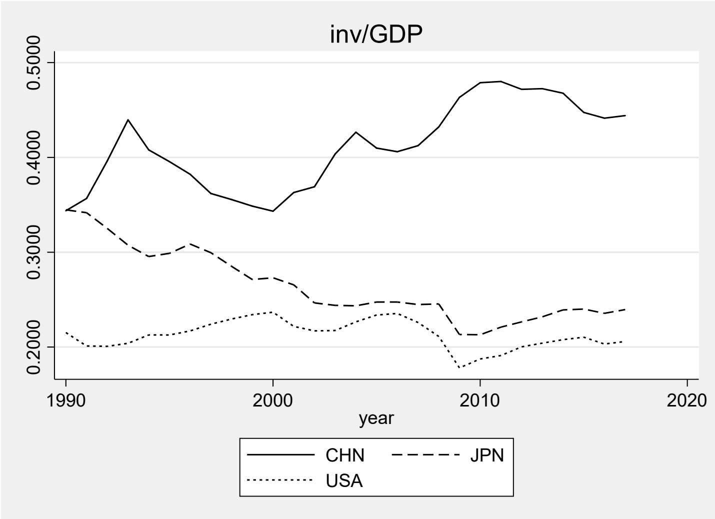


出所：International Monetary Fund, World Economic Outlook Database, October 2018 より筆者作成

[61] Timmer, Dietzenbacher, Los, Stehrer and de Vries (2015)

こうした経済成長の鈍化の原因を掘り下げて分析する際に、中国経済における投資過剰の問題が浮上してきた。高度成長期においては、中国国内総生産に占める総固定資本形成のシェアは長らく拡大傾向にあり、図 2-2 が示すように、80 年代から 90 年代までの間、国内総生産における資本形成率は 22%-25%であった。しかし、経済発展に伴い、90 年代中期から 2000 年代初頭までは 37.41%程度の資本形成率を推移しており、さらに、2002 年から顕著な成長を続け、2003 年になって 40.37%という高水準を達成した。

図 8-2　1995～2016 年に国内総生産における中米日 3 国の投資シェアの推移



出所：International Monetary Fund, World Economic Outlook Database, October 2018 より筆者作成

世界金融危機による景気の腰折れを避けるために、2008 年に中国政府は 4 兆元を投入し、大規模景気対策を実施した上に、実質金利を低めるように誘導をした。その結果、国内総生産に占める投資(総資本形成)のシェアは 2008 年以来 4 年連続で右肩上がりの大幅な増加を見せ、2011 年には 48%を超えた。中国政府が消費主導型経済への転換を図るため、投資比率の上昇にブレーキをかけたとはいえ、それでも 2017 年時点の投資比率は 44.41%という高水準にある。米国(USA)の平均 21.31%、日本(JPN)の平均 26.41%に比べてもかなり高く、インド(IND)に比べても高い数値になる。このような経済成長は投資依存型経済成長経路と呼ばれ、中国経済の高度成長のエンジンだと言われてきた。他方、その過程の中から、収益性の低いインフラ建設、不動産業開発事業が少なからず生まれていた。さらに、この一連のインフラ投資や不動産投資により鉄鋼業などで設備投資が煽られ、生産能力の過剰感が顕著に高まった。近年多くの専門家が指摘する中国経済を苦しめる生産能力過剰の問題である。

一方、国内総生産に占める最終消費の比率は 1980 年代には 60%以上でありながら、2003

年には 60%を下回った。さらに 2008 年以降に 50%をも下回り、その後に中国政府が消費主導経済への転換をすすめたため、かろうじて 50%を維持している。

市場機構が十分に調節能力を発揮できているなら、消費者・需要側が効用の最大化と、生産者・供給側の利潤最大化のバランスが維持される。ところが、現実の成長過程では、供給側が好景気の勢いにまかせて過剰な投資をしてしまい、需要・供給のバランスを維持できなくなることがある。このようなアンバランスの問題は、供給側の多様性を考えるとますます深刻になる。生産者が 2 部門以上存在するときには、部門間の相互連関を円滑に調整することが困難になる。いま中国では、このような生産者・供給内の部門間の不均等によって、成長に支障が生じることが問題になっていると考えられている。

李(2008)、楊(2012)、楊・朱(2018)は経済発展の当初は資本財生産部門を優先的に発展させることが必要であるものの、経済発展により 2 部門の不均衡問題が生じ、経済発展に悪影響をあたえると指摘する。蔡(2016)、羅(2016)、趙(2017)などは、中国が直面している投資・消費の不均衡問題の根本的要因が資本財生産部門と消費財生産部門との部門間の不均衡問題であるとしている。部門間の不均衡問題により、生産要素配分の非効率問題が生じ、供給側の過剰問題に至る。政府当局もこうした不均衡問題を意識しつつある。2002 年の中国第十六人民大会では初めて産業構造改革の必要性を示し、さらに、2007 年には当時の首相温家宝が中国経済最大の問題が、成長が不安定で不均衡、不調和である上に持続不可能であることだとし、マクロ経済での不均衡問題への注目を呼び掛けていた。2016 年から、習近平政権が 2015 年末の中央経済工作会議で決定した「供給側の構造改革」が重要な施策になっている。ただし、中国政府当局は「供給側の構造改革」に取り組んでいる際に、「現在中国が向かっている供給側の構造改革は現代経済であるケインズ経済学の分野で提唱されている供給需要不均衡問題ではない」と明示しながら、「政治経済学を用いて論じなければならない問題である」とした[62]。Yu and Jian(2017)も同じことをより詳しく論じている。中国における需要と供給の不均衡問題はケインズ経済学の分野で提唱されている需要供給不均衡問題とは違い、資本財生産と消費財生産との不均衡問題であると韓(2016)は指摘する。このような不均衡問題があるか否か、あるとしてどのように構造改革をすすめるかを考察するにあたっては、資本財生産と消費財生産との 2 部門データを構築することが必須になる。

[62] 習(2016)

3. データの構築

(1) 先行研究

資本財生産部門と消費財生産部門との 2 部門にデータを分割する研究には大きく 2 つのものがある。第 1 は、Kuga(1967)を先駆とし、高橋・増山・坂上(2002)、Takahashi, Masuyama and Sakagami(2012)等によるもので、Uzawa(1961)に始まる 2 部門モデルの含意を測定するものである。第 2 は Fujimori(1992)をはじめとしたマルクスの再生産表式の実証を指向するものであり、その発想をマルクス派最適成長モデルの実証に応用しようとする大西(2016)や、趙・趙・李(2016)、徐(2016、2017ab)、張(2004)などの中国での研究を生み出している。

第 1 のタイプの研究では 2 部門経済成長モデルの含意である資本財生産部門と消費財生産部門との資本集約度の比較を主な研究目的にしている。Uzawa(1961,1964)は、消費財と資本財の 2 部門成長モデルの経路が両部門における資本集約度の大小関係に依存して変わることを示している。Benhabib and Nishimura(1985)はモデルを一般化し、資本財生産部門での資本集約度の方が大きいときには、均衡経路上で資本ストックは単調に発散するか減少するのに対し、資本集約度の大きさが逆転すると均衡経路が定常解への安定経路になることを示している。

以上のことは、経済発展の途上にある国々では資本財生産部門における資本集約度が高く、安定成長に入った先進国では消費財生産部門における資本集約度が高いことを示唆する。高橋・増山・坂上(2002)、Takahashi, Masuyama and Sakagami(2012)は日本の産業連関表データを用いて資本財生産部門、消費財生産部門のデータを生成し、75 年前後に資本財生産部門と消費財生産部門との間での資本集約度の逆転が起きていることを示している。この研究によると、日本では高度成長期までは資本財生産部門における資本集約度のほうが高かったが、安定成長期以降に他の先進国と同じく消費財生産部門での資本集約度が大きくなっている。

第 2 の方法は Fujimori(1992)、張(2004)等のものである 。これらの研究は、中国経済における資本財生産部門と消費財生産部門との不均衡問題などを対象としているものの、その方法はマルクスの再生産表式に基づいており、産業連関表における各項目をいかに再生産表式に照合するか、すなわち、産業連関表の各項目をいかに不変価値、可変価値、剰余価値に分類するかを中心に研究している。産業連関表を資本財生産部門と消費財生産部門との 2 部門産業連関表に転換するものである。

第 1、第 2 のタイプの研究いずれにおいても産業連関表を用いて資本財生産部門、消費財生産部門のデータを生成しようとしている。以下では以上 2 つの手法を包括的に整理する

枠組みを提示し、今後の2部門モデルの実証でつかえるデータの構築方法の提案をする。

本章では産業連関表データから消費財生産部門と資本財生産部門のデータを構築する。具体的には総生産量と中間投入との間に線形の関係を仮定した上で、各産業の総生産量を消費財生産部門と資本財生産部門の両部門に分割することを考える。その分割の比率をそのまま資本ストックや労働量のデータの分割にも用いるのが基本的なアイディアである。すなわち、総生産の消費財生産部門への分割比率をθとすると、それをつかって資本ストックKのデータのうちθKだけが消費財生産部門、残りが資本財生産部門につかわれると考えるのである。労働量その他のデータについても同じ比率を適用することになる。

実際の産業連関表では輸出入のデータもあり、その分割方法も課題になる。以下では産業連関表の構造を確認した上で、最初はその中の輸出入部分を無視して、先行研究が大きく2つのものに分類できることを示し、そのうちFujimori(1992)の方法を採用すべきことをまとめる。その上で、輸出入を考慮すると2部門データの構築方法をどのように修正すべきかを整理する。

⑵ 閉鎖経済の産業連関表

X_{ij}をi産業部門の生産量のうち第j産業部門で投入する量とすると、$\sum_{j=1}^{n} X_{ij}$は中間需要合計であり、$\sum_{i=1}^{n} X_{ij}$は中間投入合計となる。国内最終需要は、国内消費(C_i)と国内投資(ΔK_i)からなる。投入係数α_{ij}をj部門の生産X_jに必要なi部門の生産額x_{ij}の割合を、

$$\alpha_{ij} = \frac{x_{ij}}{X_{ij}}, \quad i, j = 1, \cdots, n \dots\dots\dots (1)$$

と定義し、非負かつ一定と仮定する。投入係数行列A、消費ベクトルC、投資ベクトルΔK、単位行列Iを用いると、総生産額列ベクトルXは以下のように示すことができる。

$$AX + C + \Delta K = X \dots\dots\dots (2)$$

要素ごとに表記すると次のようになる。

表 8-1 取引基本表

	中間投入				国内最終需要		総生産
	産業 1	産業 2	…	産業 n	消費	投資	
産業 1	X_{11}	X_{12}	…	X_{1n}	C_1	ΔK_1	X_1
産業 2	X_{21}	X_{22}	…	X_{2n}	C_2	ΔK_2	X_2
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
産業 n	X_{n1}	X_{n2}	…	X_{nn}	C_n	ΔK_n	X_n
付加価値	V_1	V_2	…	V_n			
総生産	X_1	X_2	…	X_n			

出所：筆者作成

Xについてまとめると

$$X = (I - A)^{-1}(C + \Delta K)\dots\dots\dots(3)$$

になる。

(3) 先行研究における 3 類型

(3)式ですべてのデータを消費財生産部門と資本財生産部門とに分割する方法を整理しよう。右辺の消費Cが消費財生産部門、投資ΔKが資本財生産部門に対応することは自明であるが、それに応じて左辺の総生産量Xをどのように分割するかにはいくつかの考え方がある。

各セクターiで総生産の消費財生産部門と資本財生産部門への配分比率をθ_i、$1-\theta_i$、各セクターiでの間投入の消費財生産部門と資本財生産部門への配分比率をθ'_i、$1-\theta'_i$とする。すなわち、

$$X_{ij,C} = \theta_i X_i \dots\dots\dots(4)$$

$$X_{ij,\Delta K} = (1-\theta_i)X_i$$

$$a_{ij,C} = \theta'_i.\dots\dots\dots(5)$$

$$\alpha_{ij,\Delta K} = (1-\theta'_i)$$

行列表示で次のようになる。

$$\begin{pmatrix}\theta_1 & \cdots & 0\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & \cdots & \theta_n\end{pmatrix}\begin{pmatrix}X_1\\ \vdots\\ X_n\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\theta'_1 & \cdots & 0\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & \cdots & \theta'_n\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a_{11} & \cdots & a_{1n}\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ a_{n1} & \cdots & a_{nn}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}X_1\\ \vdots\\ X_n\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}C_1\\ \vdots\\ C_n\end{pmatrix}\dots\dots\dots(6)$$

$$\begin{pmatrix}(1-\theta_1) & \cdots & 0\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & \cdots & (1-\theta_n)\end{pmatrix}\begin{pmatrix}X_1\\ \vdots\\ X_n\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}(1-\theta'_1) & \cdots & 0\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & \cdots & (1-\theta'_n)\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a_{11} & \cdots & a_{1n}\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ a_{n1} & \cdots & a_{nn}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}X_1\\ \vdots\\ X_n\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\Delta K_1\\ \vdots\\ \Delta K_n\end{pmatrix}$$

あるいは

$$(\theta_1' a_{i1} X_1 + \cdots \theta_n' a_{in} X_n) + C_i = \theta_i X_i \qquad i = 1, \cdots, n \dots\dots\dots (7)$$

$$((1-\theta_1')a_{i1} X_1 + \cdots (1-\theta_n' a_{in} X_n) + \Delta K_i = (1-\theta_i) X_i \qquad i = 1, \cdots, n \dots\dots\dots (8)$$

を導くことができる。(7)式と(8)式は独立ではなく、独立な式は(7)式がn本である。観察データで分からない変数にはθ_i、θ_i'がそれぞれn個ずつ合計$2n$個ある。(7)式を出発点として、中間投入の分割比率θ_i'について何らかの仮を置きながら、θ_iを求める方法を以下で考えることにする。

1） 同比率の仮定

Takahashi, Mashiyama and Sakagami(2012)ではKuga(1967)の方法を踏襲し$\theta_i = \theta_i'$と仮定することで式(7)を解くことを考える。この仮定の下ではθ_i' の行列θ'は次の式を解くことによって求めることができる。

$$\theta(I-A)X = C \dots\dots\dots (9)$$

すなわち、C 、Xをそれぞれ消費財の総生産量と資本財の総生産量ベクトルとすれば、(7)(8)式から消費財生産部門と資本財生産部門との総生産量X_C、X_Iを次のように計算できる。

$$\begin{pmatrix} \theta_1 X_1 \\ \vdots \\ \theta_n X_n \end{pmatrix} \equiv X_C = (I-A)^{-1} C \dots\dots\dots (10)$$

$$\begin{pmatrix} (1-\theta_1) X_1 \\ \vdots \\ (1-\theta_n) X_n \end{pmatrix} \equiv X_I = (I-A)^{-1} \Delta K \dots\dots\dots (11)$$

2） 消費財は中間投入されないとの仮定

Fujimori(1992)は消費財生産部門では中間生産物を生産しないことに着目し、消費財、資本財の総生産量Xと中間生産物、最終生産物との間に次の関係が成立することから議論を始める。すなわち、2部門に分割したデータで産業連関表を作成するとしたら次の形になることを前提にしている[63]。

$$\begin{pmatrix} X_C \\ X_I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ A & A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_C \\ X_I \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} C \\ \Delta K \end{pmatrix} \dots\dots\dots (12)$$

このケースは(7)式で$\theta_i' = 0$となる特殊ケースになっている。この仮定の下では消費財生産部門、資本財生産部門の総生産は次のように求めることができる。

[63] 徐(2016)もFujimori(1992)と同様の手法を採用している。

$$\begin{pmatrix}\theta_1 X_1\\ \vdots \\ \theta_n X_n\end{pmatrix} \equiv X_C \dots\dots\dots(13)$$

$$\begin{pmatrix}(1-\theta_1) X_1\\ \vdots \\ (1-\theta_n) X_n\end{pmatrix} \equiv X_I = (I-A)^{-1}(\Delta K + AX_C) \dots\dots\dots(14)$$

$X = X_C + X_I$なので、この方法の下では次の式が成立する。

$$\theta_i = \frac{C_i}{\sum_{j=1,\cdots,n}(\alpha_{ij}X_j) + \Delta K_i} \quad i = 1,\cdots,n \dots\dots\dots(15)$$

すなわち、実際の計算では、各セクターiの総生産X_iを消費財生産部門の生産$X_{Ci} = C_i$と資本財生産部門の生産$X_{Ii} = X_i - C_i$のように計算できる[64]。

3) 比較

Kuga(1967)と Fujimori(1992)の方法はともに古典的な固定係数の仮定下で産業連関分析の手法を応用するものである。産業連関分析の理論モデルを前提にしたデータ加工になっている。Kuga(1967)と Fujimori(1992)により構築された 2 部門の産業連関表はそれぞれ表 8-2 と表 8-3 になる。いずれの表でも I は資本財生産部門、II は消費財生産部門を示す。表 8-3 の( )内はマルクス経済学での不変資本C、可変資本V、剰余価値mを示している。

表 8-2 Kuga(1967)が想定する産業連関表

	中間投入		消費	投資	輸出	輸入	総生産
	I	II					
I	X_{11}	X_{12}	C_1	I_1	E_1	$-M_1$	X_1
II	X_{21}	X_{22}	C_2	I_2	E_2	$-M_2$	X_2
雇用者所得	$Wage_1$	$Wage_2$					
営業余剰	R_1	R_2					
総生産	W_1	W_2					

出所：筆者作成

[64] 大西(2016)はこれを用いて、中国の資本財生産部門と消費財生産部門との両部門の生産関数を計測している。

表 8-3　Fujimori(1992)が想定する産業連関表

	中間投入		消費	投資	輸出	輸入	総生産
	Ⅰ	Ⅱ					
Ⅰ	$X_{11}(c_1)$	$X_{12}(c_2)$	0	I	E_1	$-M_1$	X_1
Ⅱ	0	0	C	0	E_2	$-M_2$	X_2
雇用者所得	$Wage_1(v_1)$	$Wage_2(v_2)$					
営業余剰	$R_1(m_1)$	$R_2(m_2)$					
総生産	W_1	W_2					

出所：筆者作成

2つの方法では消費財に対する理解が異なっていることが分かる。資本財と消費財とを考える 2 部門経済成長モデルは最初にマルクスの再生産表式論が提唱した。マルクスは、労働生産物を生産手段(資本財)と生活手段(消費財)の2つに分け、生活手段(すなわち消費財)は直接に個人的消費として使えるもの、生産手段(資本財)は労働過程に入り新たな生産物の形成要素として消耗されるものと定義した。Uzawa(1961)も同様に消費財はすべて消費し、資本財はすべて資本蓄積にまわるモデルを構築している。このような意味での消費財と資本財の区別を忠実に反映している点でFujimori(1992)の手法を採用すべきである。

(4) 輸出入の導入

ここまで整理してきた方法は、閉鎖経済での総需要を消費、投資それぞれに関わる部分に分割するものである。実際の総需要の中には輸出、輸入も含まれるので、それらをどのように消費財生産部門、資本財生産部門に振り分けるかを考えなければいけない。

1)　非競争型産業連関表

輸入品がどのように需要されているかのデータが利用可能な場合、すなわち表 8-4 のような非競争型産業連関表を利用できるときには、国内総生産については閉鎖経済と同様の計算をした上で、輸入については産業連関表から消費財生産に関係する部分と資本財生産に関係する部分に分割し、各部門の国内総生産と輸入の合計から差額である輸出部分のデータを作成できる。

表 8-4 非競争輸入型分析モデルの取引基本表

		中間投入				国内最終需要		輸出	輸入	総生産
		産業 1	産業 2	…	産業 n	消費	投資			
国内	産業 1	X^d_{11}	X^d_{12}	…	X^d_{1n}	C^d_1	ΔK^d_1	E_1	-	X_1
	産業 2	X^d_1	X^d_{22}	…	X^d_{2n}	C^d_2	ΔK^d_2	E_2	-	X_2
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	産業 n	X^d_{n1}	X^d_{n2}	…	X^d_{nn}	C^d_n	ΔK^d_n	E_n	-	X_n
輸入	産業 1	X^m_{11}	X^m_{12}	…	X^m_{1n}	C^m_1	ΔK^m_1	-	$-M_1$	0
	産業 2	X^m_{21}	X^m_{22}	…	X^m_{2n}	C^m_2	ΔK^m_2	-	$-M_2$	0
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	産業 n	X^m_{n1}	X^m_{n2}	…	X^m_{nn}	C^m_n	ΔK^m_n	-	$-M_n$	0
	付加価値	V_1	V_2	…	V_n					
	総生産	X_1	X_2	…	X_n					

出所：筆者作成

競争輸入型の取引表では、一般に国内、輸入の中間投入のそれぞれについて総生産と線形の関係を仮定する。1 単位の総生産物を生み出すのに、固定的な割合で国内財、輸入を中間投入として必要とするということである。すなわち

$$\alpha^d_{ij} = \frac{X^d_{ij}}{X_{ij}},\quad i,j = 1\cdots,n \ldots\ldots\ldots(16)$$

$$\alpha^m_{ij} = \frac{X^m_{ij}}{X_{ij}},\quad i,j = 1\cdots,n \ldots\ldots\ldots(17)$$

であり、すべての係数は非負かつ一定と仮定する。

国内産品の投入係数行列、最終需要ベクトル、総生産額列ベクトルをA^d、X^d、C^d、ΔK^dで表し、輸入産品の投入係数行列、最終需要ベクトル、総生産額列ベクトルをA^m、X^m、C^m、ΔK^mで表し単位行列を、Iで表現すれば、

$$A^d X + C^d + \Delta K^d + E = X \ldots\ldots\ldots(18)$$

$$A^m X + C^m + \Delta K^m = M \ldots\ldots\ldots(19)$$

である。ここで(13)式応用すると、

$$X_C = C^{\mathrm{d}} \ldots\ldots\ldots(20)$$

$$X_I = (I - A^d)^{-1}(A^d X_C + \Delta K^d) \ldots\ldots\ldots(21)$$

であり、また輸入のうち消費財生産部門を経由したと解釈できる部分M_Cと資本財生産部門の部分M_Iは

$$M_C = C^m \dots\dots\dots(22)$$
$$M_I = (I - A^m)^{-1}(A^m M_C + \Delta K^m) \dots\dots\dots(23)$$
となる。

輸出Eについては(20)～(23)式から次を導くことができる。

$$E_{Ci} = \frac{C_i^d}{C_i^d + A^d X_i + \Delta K_i^d} E_i \quad for\ i = 1, \cdots, n \dots\dots\dots(24)$$
$$E_{Ii} = E_i - E_{Ci} \quad for\ i = 1, \cdots, n \dots\dots\dots(25)$$

2) 競争型産業連関表

輸出と輸入については全体の額だけが利用可能な場合を考えよう。純輸出$E - M$が消費財生産部門、資本財生産部門に$(E - M)_C$、$(E - M)_I$に分割されるとすると、産業連関表から次の関係が成立する。

$$X_C = C + (E - M)_C \dots\dots\dots(26)$$
$$X_I = (I - A)^{-1}(AX_C + \Delta K + (E - M)_I) \dots\dots\dots(27)$$

ここで、

$$\theta_i = \frac{C_i}{\sum_j \alpha_{ij} X_{ij} + \Delta K_i} = \frac{(E_i - M_i)_C}{(E_i - M_i)_I} \dots\dots\dots(28)$$

を仮定すれば総生産Xの両部門への分割比率は輸出入を考慮しない場合のθ_iと求めることができる[65]。以下ではFujimori(1992)に従って、競争型産業連関表のデータから2部門データを作成するときには、この仮定(28)式が成立していると考えることにする。

(5) データ

産業連関表データの整備は近年になって目覚ましいものがある。中でも World Input-Output Database (WIOD) では中国を含む主要 43 カ国の産業連関表データを相互に比較できる形で整備している。このデータベースの中には

a：The WIOD Socio-economic Accounts(SEA)(2000 年～2014 年、56 産業セクター、43 か国)

[65] 定義から

$$C = C^d + C^m$$
$$\Delta K = \Delta K^d + \Delta K^m$$

なので、

$$A = A^d + A^m$$

が成立するとき、非競争輸入型の産業連関表は競争輸入型の表と一致する。たとえば、国内財、輸入財のそれぞれを一定比率で必要とする技術を想定し、各投入財の輸入比率m_{ij}が外生であり、

$$\alpha_{ij}^d = (1 - m_{ij})\alpha_{ij}, \quad i, j = 1, \cdots, n$$
$$\alpha_{ij}^m = m_{ij}\alpha_{ij}, \quad i, j = 1, \cdots, n$$

と仮定すると成立する。(29)式はさらに$m_{ij} = m\ \ for\ all\ i, j$と仮定することで成立する。

b：National Input-Output Tables(NIOT)(2000年～2014年、56産業セクター)

の2つがある。本章ではこの2つを利用しながら産業連関表データを2部門に分割する。中国以外にもインド、日本、米国の3か国のデータも同様の方法で加工し、それぞれの国のデータを比較可能にするためにThe Penn World Table[66]の物価指数データで各国通貨建てのデータを米ドル表示での実施値に変換している。具体的には次の手順を踏む。

① SEAから対象国のそれぞれのセクターごとの資本、労働、総生産を抽出する。

② NIOTの使用表から中間投入、最終消費、投資、総生産のデータを抽出する。

③ 対象国間のデータを比較するため、Penn World Table の物価指数データを用いて、貨幣単位を米ドルでの実質表示に統一する

④ NIOTデータから投入係数A_{ij}を計算する。また、レオンチェフ逆行列である $(I-A)^{-1}$も計算しておく。

⑤ Fujimori(1992)、Kuga(1967)それぞれの手法で2部門データを作成する。

⑥ セクターの比較をさらに明確するために、表8-5に基づき、56セクターのデータをさらに18セクターに集計する

表8-5 セクター分類

1 農林水産業	・Crop and animal production, hunting and related service activities ・Forestry and logging ・Fishing and aquaculture
2 鉱業	・Mining and quarrying
3 製造業1	・Manufacture of food products, beverages and tobacco products ・Manufacture of textiles, wearing apparel and leather products
4 製造業2	・Manufacture of wood and of products of wood and cork, except furniture; manufacture of articles of straw and plaiting materials ・Manufacture of paper and paper products ・Printing and reproduction of recorded media
5 製造業3	・Manufacture of coke and refined petroleum products ・Manufacture of chemicals and chemical products ・Manufacture of basic pharmaceutical products and pharmaceutical preparations

[66] Feenstra and Timmer (2015)

	・Manufacture of rubber and plastic products ・Manufacture of other non-metallic mineral products ・Manufacture of basic metals ・Manufacture of fabricated metal products, except machinery and equipment
6 製造業 4	・Manufacture of computer, electronic and optical products ・Manufacture of electrical equipment
7 製造業 5	・Manufacture of machinery and equipment N.E.C. ・Manufacture of motor vehicles, trailers and semi-trailers ・Manufacture of other transport equipment ・Manufacture of furniture; other manufacturing
8 電気・ガス	・Electricity, gas, steam and air conditioning supply
9 水道	・Water collection, treatment and supply ・Sewerage; waste collection, treatment and disposal activities; materials recovery; remediation activities and other waste management services
10 建設	・Construction
11 卸売	・Wholesale and retail trade and repair of motor vehicles and motorcycles ・Wholesale trade, except of motor vehicles and motorcycles
12 交通	・Land transport and transport via pipelines ・Water transport ・Air transport ・Warehousing and support activities for transportation ・Postal and courier activities
13 住宅	・Accommodation and food service activities
14 通信	・Telecommunications
15 金融・保険	・Computer programming, consultancy and related activities;

	information service activities ・Insurance, reinsurance and pension funding, except compulsory social security
16 不動産	・Real estate activities
17 サービス	・Legal and accounting activities; activities of head offices; management consultancy activities ・Architectural and engineering activities; technical testing and analysis ・Scientific research and development ・Advertising and market research ・Other professional, scientific and technical activities; veterinary activities ・Administrative and support service activities ・Public administration and defense; compulsory social security ・Education
18 サービス	・Human health and social work activities ・Other service activities

出所：筆者作成

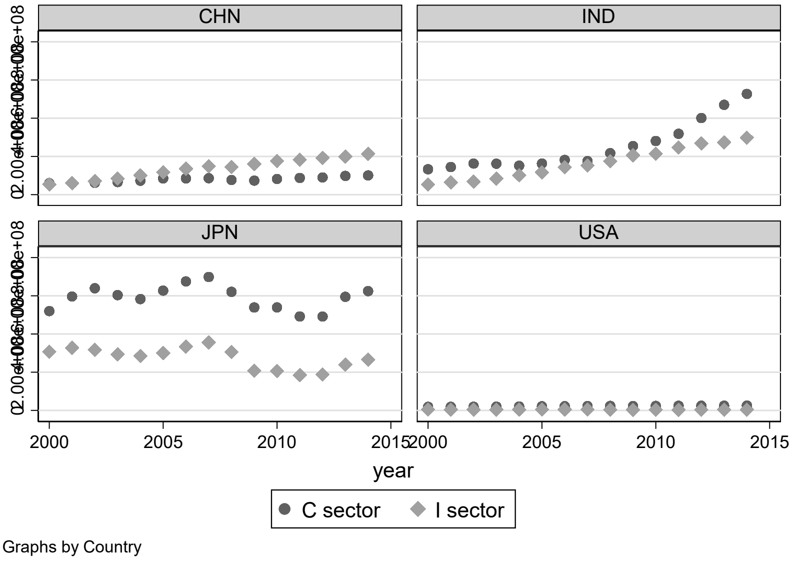
4. データが示すこと

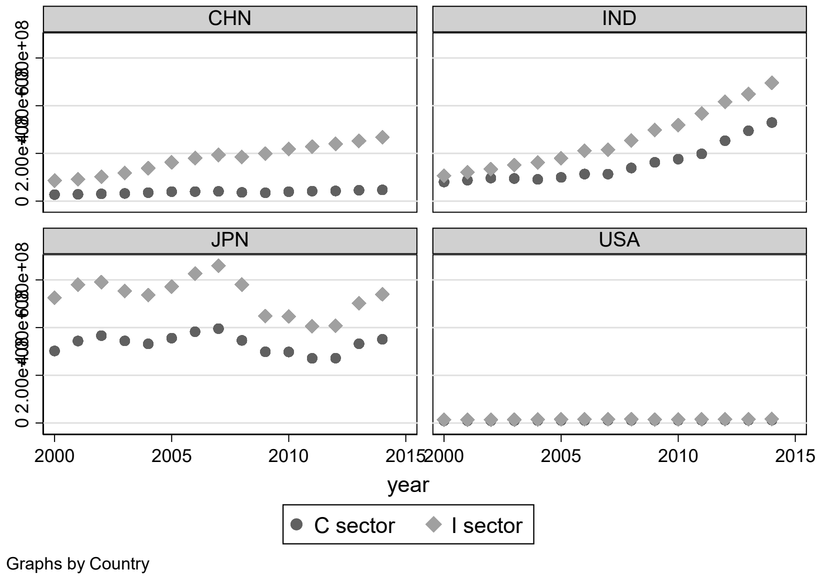
(1) 消費財生産部門と資本財生産部門の推移

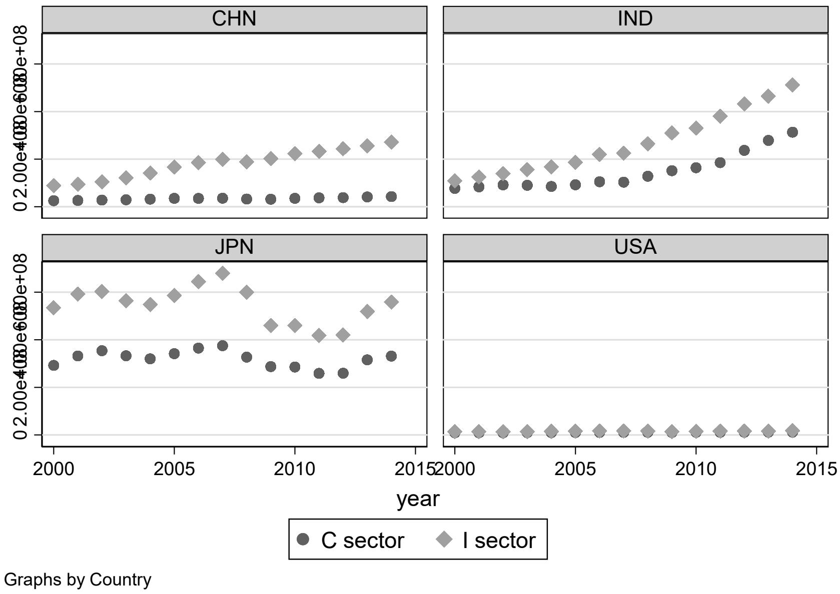
図 8-3 は中国(CHN)、インド(IND)、日本(JPN)、米国(USA)について総生産を資本財生産部門X_I、消費財生産部門X_Cに分割し、時系列データにしたものである。図 8-3 の上は Kuga(1967)の方法、下の 2 つは Fujimori(1992)の方法での非競争型、競争型での結果である。インド、日本、米国の結果から Kuga(1967)の方法は消費財生産部門を過大に推計する傾向にあること、それにもかかわらず中国の 2000 年代については確実に資本財生産部門が消費財生産部門よりも著しく拡大している傾向を読み取ることができる。

Fujimori(1992)の方法を用いた 2 つの結果から、米国の消費財生産部門と資本財生産部門はほぼ同じ規模であるのに対して、日本やインドでは中国と同じく資本財生産部門の方が消費財生産部門よりも大きいことがわかる。また、競争型と非競争型とのちがいはほとんどないことも確認できる。少なくともここで見た 4 か国についてみる限り、非競争型の詳細なデータを見ずとも競争型の産業連関表のデータから十分に 2 部門間のバランスを読み取ることができるのである。

図 8-3 計算結果１：消費財生産部門及び資本財生産部門生産量







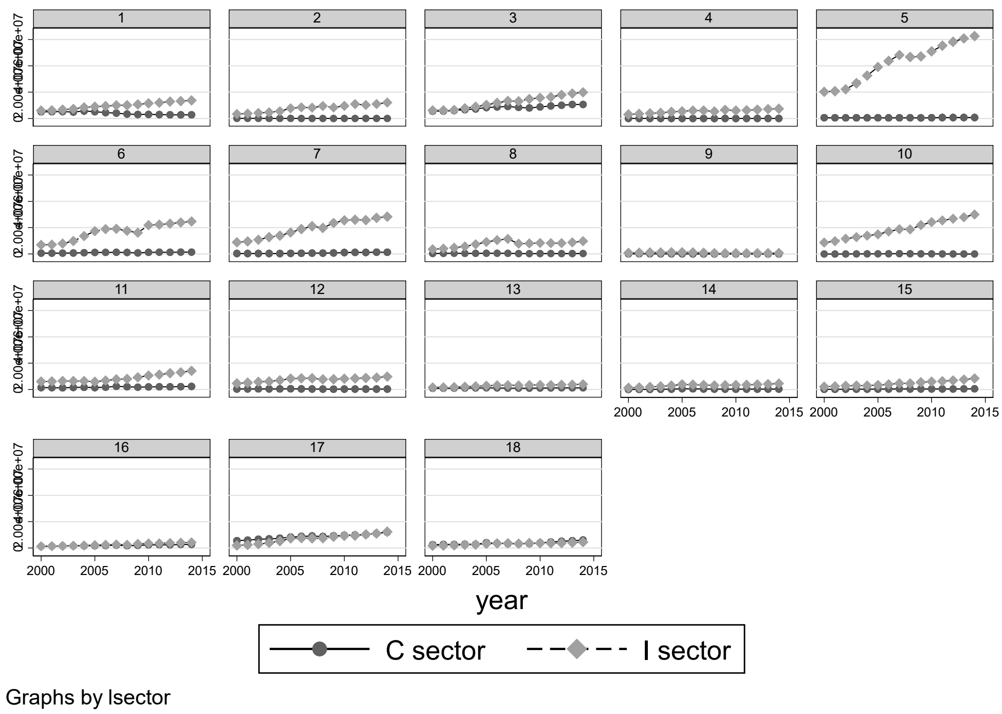
出所：筆者作成

(2) 資本財生産部門拡大の背景

中国の 2000 代の資本財生産部門の拡大をさらにくわしく分析するために、表 3-5 のように産業連関表データを 18 セクターに分類し、それぞれのセクターごとの 2 部門データを作成してみる。

この 18 分類にしたがったセクターごとの消費財生産部門、資本財生産部門の総生産をプロットしたのが図 8-4 である。

図 8-4　計算結果 2：18 セクターごとの消費財生産部門及び資本財生産部門生産量



出所：筆者作成

どのセクターでも資本財生産部門が消費財生産部門を上回っている。中でも製造業 3(5) と製造業 5(7)、建設業(10)における資本財生産部門が大きく消費財生産部門を上回っている。製造業 3 は重工業部門である。これらの産業で資本財生産部門が大きいことはごく自然であるが、近年にその差が拡大していることは資本財生産部門の過剰を示唆しているものと解釈できる。

中国の 2000 年代は重工業、建設業での投資過剰が拡大しつつあることで、経済全体でも資本財生産部門の肥大化がすすんでいる。

5.　おわりに

本章では中国の 2000 年代に資本財生産部門の肥大化があったとの主張を分析するためのデータ整備をした。2 部門モデルの作成は Fujimori(1992)の方法によるべきである。そのことを示すために、先行研究を展望しながらそれぞれの特徴を整理した上で、資本財生産部門と消費財生産部門との 2 部門に分割する考えにもっとも忠実なのは Fujimori (1992) の方法であることを示した。また、中国以外の 3 か国(インド、日本、米国)についても同様のデータを作成することで、Fujimori(1992)と Kuga(1967)とで異なる判断をする可能性

もあること示した。このことは実用上も Fujimori(1992)の手法で 2 部門モデルを用いるべきであることを示している。

参考文献

日本語文献

1. 泉弘志(1992)『剰余価値率の実証研究：労働価値計算による日本・アメリカ・韓国の分析』法律文化社.
2. 稲田献一・宇沢弘文(1972)『経済発展と変動』現代経済学.
3. 尹在男(2016)「構造改革の必要に迫られる韓国経済」『知的資産創造』第 10 号, pp. 116-121.
4. 尹清洙・山下裕歩(2013)「中国経済の動学的応用一般均衡モデル分析～ソローモデルとラムゼイ・モデルの比較を中心として」環太平洋産業連関分析学会第 24 回大会報告集.
5. 尹清洙・張俊景(2015)「韓国における社会資本供給量の効率性に関する実証研究-オイラー方程式による検証」『東アジア評論』(長崎県立大学)第 7 号, pp. 77-87.
6. 大西広(2007)「成熟社会の歴史的位置―『格差社会』の問題とかかわって」碓井敏正・大西広編『格差社会から成熟社会へ』大月書店, 2007 年第 2 章所収.
7. 大西広(2012)『マルクス経済学』慶應義塾大学出版会.
8. 大西広(2015)『マルクス経済学(第二版)』慶應義塾大学出版会.
9. 大西広(2014)「近代経済学を基礎としたマルクス経済学：マルクス派最適成長論」の挑戦」『三田学会雑誌』第 106 巻第 4 号, pp. 23-36.
10. 大西広・金江亮(2015)「『人口大国の時代』とマルクス派最適成長論」慶應義塾経済学会『三田学会雑誌』第 107 巻第 3 号, pp. 139-155
11. 大西広(2016)「投資依存型経済からの脱却と『中所得国の罠』--2 部門最適成長モデルによる分析と予測」大西広編『中成長を模索する中国』慶應義塾大学出版会, 2016 年第 6 章所収.
12. 金江亮(2013)『マルクス派最適成長論』京都大学学術出版会.
13. 小幡道昭(2009)『経済原論――基礎と演習』東京大学出版会.
14. 重原久美春・大庭滝子(1991)「新しい成長理論(New Growth Theory)について」『日本銀行金融研究所「金融研究」第 10 巻第 1 号, pp. 1-17
15. 杉谷滋(1997)「経済発展理論の系譜 ： 開発経済学の再生」『經濟學論究』第 51 巻第 1 号, pp. 23-59.
16. 杉本栄一(1981)「近代経済学の解明(下)」(1950 年出版)岩波書店.
17. 田添篤史(2011)「労働増加型技術進歩による均斉成長と「搾取」の消滅」『経済論叢』第 185 巻第 2 号, pp. 73-81.

18. 高橋青天・増山幸一・坂上智哉(2002)「戦後日本経済における 2 部門資本集約度の計測――古典的経済成長論は有効か?」『経済研究』(明治学院大学)125 号,pp.1-16.
19. 西岡英毅(1995)「経済成長モデルの数値解法:Mathematica によるアプローチ」大阪府立大学『経済研究』第 40 巻第 2 号,pp.171-200.
20. 松尾匡・ 橋本貴彦(2016)『これからのマルクス経済学入門』筑摩書房.
21. 松本昭夫・浅田統一郎(2018)「マルクス的経済成長モデルにおける生産ラグ」『経済論纂』第 58 巻第 5・6 号,pp.321-338.
22. 孟若燕(2012)「中国産業別資本投入の推計(1)」『三田商学研究』第 55 巻第 2 号,pp.30-61.
23. 山下裕歩・大西広(2002)「マルクス理論の最適成長論的解釈―最適迂回生産システムとしての資本主義の数学モデル」『政経研究』第 78 号,pp.25-33.
24. 李晨(2018)「中国経済の減速スピードに関する新推計――マルクス派最適成長モデルによる成長率推計の改善案」『北東アジア地域研究』第 24 号,pp.1-10.
25. 李晨・柳東民(2018)「技術進歩率を考慮したマルクス派最適成長モデルによる予測―韓国消費財・資本財の二部門データによる推計」『北東アジア地域研究』第 25 号,印刷中.

注：日本語参考文献の 4 、8、9、12、 13 、14 、24 、25 、26 は第 6 章で言及したものである。

英語文献

1. Barro, Robert J. and Xavier. Sala-i-Martin (2004) *Economic Growth*, Second Edition, Cambridge, MIT Press,大住圭介訳,『内生的経済成長論（第 2 版）』, 2006, 九州大学出版会.
2. Benhabib, Jess and Kazuo Nishimura (1985) "Competitive equilibrium cycles," *Journal of Economic Theory*, 35, pp.284-306.
3. Cass, David (1965) "Optimum Growth in an Aggregate Model of Capital Accumulation," *Review of Economic Studies*, 32, pp.233-240.
4. Domar, Evsey D. (1946) "Capital Expansion, Rate of Growth, and Employment," *Econometrica*, 14 (2), pp.137-147.
5. Domar, Evsey D. (1952) "Economic Growth: An Econometric Approach," *American Economic Review*, 42 (2), pp.479-495.
6. Domar, Evsey D. (1957) "A Soviet model of growth," in *Essays in the theory of economic growth*, New York, Oxford University press.
7. Durlauf, Steven N. and Lawrence E. Blume (2008) "Fel'dman. Grigorii Alexandrovich (1884-1958)," *The new Palgrave dictionary of economics*, London, Macmillan 2. p.569.
8. Feenstra, Robert C., Robert Inklaar and Marcel P. Timmer. (2015) "The Next Generation of the Penn World Table," *American Economic Review*, 105(10), pp.3150-3182.
9. Fel'dman, G. A. (1928 [1964]) "On the theory of growth rates of National income," translated in Nicolas Spulber (1964) *Foundation of soviet strategy of economic growth: selected soviet essays, 1924-1930*, Indiana University Press.
10. Frankel, Marvin (1962) "The production Function in Allocation and Growth: A synthesis," *American Economic Review*, 52, pp.995-1022.
11. Fujimori, Yoriaki (1992) "Building 2-Sector Schemes from the Input-Output Table: Computation of Japan's Economy 1960-1985," *Josai University Bulletin the Department of Economics*, 11(1), pp.1-12.
12. Griliches, Zvi (1979) "Issues in Assessing the Contribution of Research and Development to Productivity Growth," *Bell Journal of Economics*, 10(1), pp.92-116.
13. Harrod, Roy F. (1939) "An Essay in Dynamic Theory," *The Economic Journal*, 49 (193), pp.14-33.
14. Koopmans, Tjalling C. (1965) "On the Concept of Optimal Economic Growth," *The Econometric Approach to Development Planning.* Amsterdam: North Holland, pp.225–295.
15. Kuga, Kiyoshi (1967) "On the capital Intensity Hypothesis," *Economic Studies Quarterly*, 18(1), pp.51-59.
16. Lenin, Vladimir I. (1893) 「いわゆる市場問題について」（『レーニン全集』第1巻所収, 大月書店, 1953年）.

17. Li, Chen (2018) "2009-2050 economic growth: A new projection using the Marxian Optimal Growth Model," *World Review of Political Economy*, 9(4), pp.429-450.
18. Lucas, Robert E. (1988) "On the Mechanics of Economic Development," *Journal of Monetary Economics*, 22(1), pp.3–42.
19. Marx, Karl H. (1987) *Capital*, vol. 1. Translated by S. Moore and E. Aveling. London: Penguin Classics.
20. Morishima, Michio (1973) *Marx's Economics: A Dual Theory of Value and Growth*, Cambridge, UK Cambridge University Press.
21. Mulligan, Cassey B. and Xavier Sala-i-Martin (1991) "A Note on the Time-Elimination Method for Solving Recursive Dynamic Economic Models," *NBER Technical Working Paper* 116.
22. Onishi, Hiroshi (2011) "The Marxian Optimal Growth Model, Reproduction Scheme, and General Law of Capitalist Accumulation," *World Review of Political Economy*, 2 (4), pp.603-634.
23. Onishi, Hiroshi and Ryo Kanae (2015) "Piketty's r>g is caused by Labor Exploitation," *Marxism 21*, 107 (3), pp.39-156.
24. Orzech, Ze'ev B. and Shalom Groll (1983) "Otto Bauer's scheme of expanded reproduction: an early Harrodian growth model," *History of Political Economy,* 15(4), pp.529-548.
25. Ramsey, Frank P. (1928) "A Mathematical Theory of Saving," *Economic Journal*, *38*, pp.543-559.
26. Rebelo, Serigo T. (1991) "Long Run Policy Analysis and Long Run Growth," *Journal of Political Economy*, 99, pp.500-521.
27. Romer, Paul M. (1986) "Increasing Returns and Long-run Growth," *Journal of Political Economy*, 94(5), pp.1002-1037,
28. Samuelson, Paul A. (1974) "Marx as a Mathematical Economist: Steady-State and Exponential Growth Equilibrium," In *Trade, Stability, and Macroeconomics: Essays in Honor of Lloyd A. Metzler*, edited by George Horwich and Paul A. Samuelson, pp.269–307. New York, NY: Academic Press.
29. Shaikh, Anwar M. (1974) "Laws of Production and Laws of Algebra: The Humbug Production Function," *The Review of Economics and Statistics*, 56 (1), pp.115–120.
30. Shaikh, Anwar M. (2005) "Nonlinear Dynamics and Pseudo-Production Functions," *Eastern Economic Journal*, 31 (3), pp.447–466.
31. Shen, Yu (2011) "A Marxian Optimal Growth Model of China:1981-2005," 京都大学経済学会『経済論叢』第 185 巻第 2 号, pp. 83-98.
32. Shinkai, Yoichi (1960) "On Equilibrium Growth of Capital and Labour," *International Economic Review*, 1, pp.107-111.
33. Solow, Robert M. (1956) "A Contribution to the Theory of Economic Growth," *Quarterly*

Journal of Economics, 70, pp.65-94.

34. Swan, Trevor W. (1956) “Economic Growth and Capital Accumulation,” *Economic Record*, 32, pp. 334-361.
35. Sweezy, Paul M. (1942) *The Theory of Capitalist Development*, New York, Monthly Review Press.
36. Takahashi, Harutaka, Koichi, Mashiyama and Tomoya, Sakagami (2012) “Does the Capital Intensity Matter? Evidence from The Postwar Japanese Economy and Other OECD Countries,” *Macroeconomic Dynamic*, 16(1), pp.103-116.
37. Tazoe, Atsushi (2011) “Parameter Estimation for the Marxian Optimal Growth Model,” *World Review of Political Economy*, 2 (4), pp.635-645.
38. Timmer, Dietzenbacher, Los, Stehrer and de Vries (2015) “An Illustrated User Guide to the World Input Output Database: The Case of Global Automotive Production,” *Review of International Economics*, 23(3), pp.576-605.
39. Uzawa, Hirofumi (1961) “On a Two-Sector Model of Economic Growth, I,” *Review of Economic Studies*, 29, pp.40-7.
40. Uzawa, Hirofumi (1963) “On a Two-Sector Model of Economic Growth, II,” *Review of Economic Studies*, 30, pp.105-118.
41. Uzawa, Hirofumi (1964) “Optimal Growth in a Two-Sector Model of Capital Accumulation,” *Review of Economic Studies*, 31(1), pp.1-24.
42. Uzawa, Hirofumi (1965) “Optimum technical change in an aggregative model of economic growth,” *International Economic Review*, 6, pp.18-31.
43. Wood, John C. (1988) *Karl Marx’s Economics III*, London: Routledge.165, p.172.
44. Yu, Jiang and Xinhua Jian (2017) “Political Economic Analysis of China’s Economic Trends: Reasons and Solutions for Successive Declined Growth for 5 Years,” *World Review of Political Economy*, 8(4), pp.450-479.

中国語文献

1. 白暴力(1986)『论价格直接基础或价值转化形式』西北工业大学出版社.
2. 白暴力(1999)『价值与价格理论』经济科学出版社.
3. 白暴力(2000)「两大部类比例变化的理论分析」,『经济评论』第 2 号,pp. 13-15.
4. 陈昌兵(2017)「马克思经济学与西方经济学最优增长模型比较分析」,『当代经济研究』2017 年第 9 期,pp. 38-50.
5. 蔡万焕(2016)「超越供给学派与凯恩斯主义之争」,『思想理论教育』第 3 卷,pp. 49-57.
6. 丁堡骏(2005)『马克思劳动价值论与当代经济』经济科学出版社.
7. 罗玉辉(2016)「供给侧结构性改革的政治经济学分析」,『中国社会科学报』[N]2016-07-22.
8. 李变花(2008)『中国经济增长质量研究』中国财政经济出版社.
9. 李海明・祝志勇(2012)「扩大再生产的动态最优模型和马克思经济增长理论的一个解说『经济科学』第6号,pp. 12-22.
10. 李海明(2015)『宏观经济学的微观基础动态一般均衡(DGE)框架研究』科学出版社.
11. 韩东(2016)「坚持马克思主义政治经济学指导供给侧改革」,『政治经济学评论』第7卷第6号,pp. 61-73
12. 乔晓楠・何自力(2016)「马克思主义工业化理论与中国的工业化道路」,『经济学动态』第 9 期,pp. 17-28.
13. 乔晓楠・何自力(2017)「唯物史观、动态优化与经济增长—兼评马克思主义政治经济学的数学化」,『经济研究』第 8 期, pp. 17-32.
14. 乔晓楠・张月莹・张坷坷(2018)「动力转换、效率提升与第二个一百年目标的实现——一个基于马克思主义政治经济学的数理分析」,『学习与探索』第 10 期,pp. 13-22.
15. 乔晓楠・王璟雯(2019)「社会再生产视角下的经济波动—个马克思主义 RBC 模型」『南开经济研究』,pp. 3-24.
16. 山下裕步・大西广・茹仙古丽吾甫尔(2005) 「关于马克思最优增长论的解释—最优迂回生产程序的资本主义数学模型」,『海派経济学』2004 年第 11 期,pp. 58-67.
17. 孙世强・大西广(2014)「日本马克思学界对社会再生产理论研究的新阐释及启示—基于最优经济增长模型视角」,『马克思主义研究』2014 年第 8 期,pp. 98-103.
18. 孙琳琳・焦婕(2016)「基于内生折旧率的中国行业层面资本存量估计」,『北京航空航天大学学報社会科学報』第 29 卷第 3 号,pp. 97-107.
19. 陶为群(2014)「两大部类扩大再生产的充分必要条件与求解」,『经济数学』第13卷第3号,pp. 36-42.

20. 陶为群(2015)「两大部类扩大再生产的按比例发展定理」,『经济数学』第32卷第2号,pp.60-65.
21. 陶为群(2017)「两大部类扩大再生产最优平衡增长的形成路径」,『经济数学』第34卷第1号,pp.51-58.
22. 陶为群・陶川(2011)「马克思经济增长模型中的特征值及其理论含义」,『经济评论』第2号,pp.25－36.
23. 陶为群・陶川(2013)「两大部类夸大再生产的广义拉格朗日乘子」,『经济数学』第30卷第4号,pp.49-54.
24. 吴汉龙・冯宗宪(2004)「基于马克思扩大再生产理论的内生经济增长模型」,『河北经贸大学学报』第 25 卷第 1 号,pp.8-15.
25. 吴易风(2011)『马克思经济学数理模型研究』中国人民大学出版社.
26. 习近平(2014)「就当前经济形势和下半年经济工作中共中央召开党外人士座谈会习近平主持并发表重要讲话」,[N]『人民日报』2014 年 7 月 30 日.
27. 习近平(2015)「立足我国国情和我国发展实践发展当代中国马克思主义政治经济学」,[N]『人民日報』2015 年 11 月 25 日.
28. 习近平(2016)「在省级干部主要领导干部学贯彻党的十八届五中全会精神专题的讲话」,『人民日报』2016年5月10日(2).
29. 习近平(2018)「在庆祝改革开放40周年大会上的讲话」,[N]『新华社』2018年12月18日.
30. 徐春华(2016)「危机后一般利率下降规律的表现 国别差异和影响因素」,『世界经济』第5号,pp.3-26.
31. 徐春华(2017a)「两大部类发展失衡与中国经济产能过剩问题研究」,『当代经济研究』第1号,pp.34-40.
32. 徐春华(2017b)「生产资料部门优先增长:理论逻辑与经验证据」,『经济学动态』第2号,pp.25-34.
33. 薛宇峰(2009)「当代中国马克思经济学的流派」,『经济纵横』第1号,pp.31-40.
34. 杨继国(2012)「马克思再生产理论的扩展研究」,『厦大学学报』第1卷第2号,pp.2-19.
35. 杨继国・朱东波(2018)「马克思构造均衡理论与中国经济供给侧结构性改革」,『上海经济研究』第1卷第2号,pp.2-19.
36. 张忠任(2004)「马克思再生产公式的模型化与两大部类的最优比例问题」,『政治经济学评论』第1卷第2号,pp.2-19.
37. 赵峰・赵翌辰・李帮喜(2016)「马克思两大部类模型与中国经济的宏观构造:一个经验

研究」，『中国人民大学学报』第31卷第2号,pp.73-81.

38. 赵磊(2017)「对『供給学派的分析』的政治学分析」，『政治经济学』第 7 卷第 2 号,pp.163-177.

39. 朱殊洋(2006)「马克思扩大再生产系统的一个均衡解」,吴易风・丁冰・李翀・程恩富『马克思主义视角的西方经济学』中国经济出版社.

40. 朱殊洋(2008)「两大部类最优均衡解积累率的确定基于马克思双线模型的考察」,『探求』第5号,pp.52-56.

謝辞

本論文は慶應義塾大学経済学研究科経済学専攻博士後期課程において筆者の研究成果を総括したものである。指導教員として筆者の研究を常に支えてくださった大西広教授、本論文の細部にわたり助言をしてくださった大平哲准教授には、この場を借りて深くお礼を申しあげたい。

また、博士後期課程の三年間精神的、経済的な面で支援していただいたヒロセ国際奨学財団の皆様、これまで筆者を応援し励まし続けてくれた家族や友人達がいなければ、本論文を書き終えることは出来なかった。心から感謝の意を捧げる。

なお、本研究の一部は「富士ゼロックス株式会社・小林基金在日外国人留学生研究所助成プログラム」及び「慶應義塾大学塾内研究助成」の研究助成金からも支援を得ており、本論文執筆に専念できる環境を与えていただいた。

補論：数式展開

各章における数式の詳細な展開は以下の通りである。

第 4 章　第 2 節

ここで、まず、人口は外生的な一定の変化率$\frac{\dot{L_t}}{L_t}=n\geq 0$で成長するものとする。初期時点における個人の数を$L_0$とすると、$t$期における人口$L_t$は、

$$L_t=L_0e^{nt}\cdots\cdots\cdots(1)$$

と計算できる。また、消費財生産部門と資本財生産部門の生産関数は次のようになる。

消費財生産部門：

$$Y_t=AK_t^{\alpha}(s_tL_t)^{\beta},\qquad(\alpha+\beta=1)\cdots\cdots\cdots(2)$$

資本財生産部門：

$$I_t=B(1-s_t)L_t\cdots\cdots\cdots(3)$$

資本蓄積方程式：

$$\dot{K}_t=B(1-s_t)L_t-\delta K_t\cdots\cdots\cdots(4)$$

さらに、(2)と(4)の両辺をL_tで割り、時間変数のtを省略すると、
消費財生産部門、

$$y=A(k)^{\alpha}(s)^{\beta}\quad\left(y\equiv\frac{Y}{L},k\equiv\frac{K}{L}\right)\cdots\cdots\cdots(5)$$

資本蓄積方程式、

$$\dot{k}=B(1-s)-\delta k-nk\cdots\cdots\cdots(6)$$

となり、１人当たりの生産量yと資本kによって生産関数を表せる。

こうして、マルクス派最適成長モデルの基本構造は以下のように書き換えられる。

$$\max u=\int_0^{\infty}e^{-\rho t}\log y\,dt$$

$$\text{s.t.}$$

$$y=Ak^{\alpha}s^{\beta}$$

$$\dot{k}=B(1-s)-\delta k-nk$$

$$\text{given }k_0$$

$$\lim_{t\to\infty}e^{-\rho t}\mu k=0\cdots\cdots\cdots(7)$$

代表的個人の効用の最大化問題を解くための経常価値ハミルトニアンは以下のようになる。すなわち、

$$Hc\equiv logA+\alpha logk+\beta logs+\mu[B(1-s)-(n+\delta)k]\cdots\cdots\cdots(8)$$

ここで、ハミルトニアンの一階の条件は、

$$\frac{\partial Hc}{\partial s} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\beta}{s} = \mu B \Rightarrow -\frac{\dot{s}}{s} = -\frac{\dot{\mu}}{\mu}, \left(\mu = \frac{\beta}{sB}\right) \cdots\cdots\cdots (9)$$

$$\frac{\partial Hc}{\partial k} = \rho\mu - \dot{\mu}$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha}{k} - \mu(n+\sigma) = \rho\mu - \dot{\mu} \cdots\cdots\cdots (10)$$

$$\frac{\partial Hc}{\partial \mu} = \dot{k}$$

$$\Rightarrow B(1-s) - (n+\delta)k = \dot{k} \cdots\cdots\cdots (11)$$

となる。これをさらに整理すると、

$$\frac{\alpha}{k\left(\frac{\beta}{sB}\right)} - (n+\delta) = \rho + \frac{\dot{s}}{s}$$

$$\Rightarrow \dot{s} = \left\{\left(\frac{\alpha B}{k\beta}\right)s - (\rho+n+\delta)\right\}s \cdots\cdots\cdots (12)$$

を得る。(11)、(12)式よりモデルの均衡解は、

$$\dot{s} = 0$$

$$\Rightarrow s = \frac{(\rho+n+\delta)k\beta}{\alpha B} \cdots\cdots\cdots (13)$$

$$\dot{k} = 0$$

$$\Rightarrow k = \frac{B(1-s)}{(n+\delta)} \cdots\cdots\cdots (14)$$

のように与えられる。

そして、(13)式と(14)式を解くことにより、s、kの定常値が定められ、

$$s^* = \frac{(\rho+n+\delta)\beta}{\alpha(n+\delta)+(\rho+n+\delta)\beta} \cdots\cdots\cdots (15)$$

$$k^* = \frac{B\alpha}{\alpha(n+\delta)+(\rho+n+\delta)\beta} \cdots\cdots\cdots (16)$$

を得る。

以下は、Time-Elimination Method の方法を用いて数値解を求める計算方法を示す。

まず政策関数(Policy Function) $s(k)$を求める。ここで、

$$\frac{ds}{dk} = \frac{ds/dt}{dk/dt} \cdots\cdots\cdots (17)$$

であるから、政策関数 (6)、(12)式は以下の微分方程式

$$s'(k) = \frac{\dot{s}}{\dot{k}} = \frac{s(t)\left\{\left[\frac{\alpha B}{k\beta}\right]s(t) - (\rho+n+\delta)\right\}}{B\big(1-s(t)\big) - \delta k(t) - nk(t)} \cdots\cdots\cdots (18)$$

を満たす。ただし、$s^* = s(k^*)$である。

ここで(18)式の定常解をロピタルの定理により計算すると、

$$s'(k^*) = \lim_{k \to k^*} \frac{d\dot{s}/_{dk}}{d\dot{k}/_{dk}} = \frac{\dot{s}\left[\frac{B\alpha}{(1-\alpha)k} - (\rho + n + \delta)\right] + s^*\left[\frac{B\alpha}{1-\alpha}\left(\frac{s'(k^*)k - s^*}{k^2}\right)\right]}{-Bs'(k^*) - n - \delta}$$

となる。

定常値においては。$\dot{s} = 0$であるため、

$$s'(k^*) = \frac{s^*\left[\frac{B\alpha}{1-\alpha}\left(\frac{s'(k^*)k - s^*}{k^2}\right)\right]}{-Bs'(k^*) - n - \delta} \cdots\cdots\cdots (19)$$

が得られる。(19)式を整理すると、

$$s'(k^*) = \frac{s^*\left[\frac{B\alpha}{1-\alpha}\left(\frac{s'(k^*)k^* - s^*}{{k^*}^2}\right)\right]}{-Bs'(k^*) - n - \delta}$$

$$\Rightarrow \quad s'(k^*)(-Bs'(k^*) - n - \delta) = s^*\left[\frac{B\alpha}{1-\alpha}\left(\frac{s'(k^*)k^* - s^*}{{k^*}^2}\right)\right]$$

$$\Rightarrow \quad Bs'(k^*)^2 + \left(n + \delta + \frac{B\alpha s^*}{(1-\alpha)k^*}\right)s'(k^*) - \frac{B\alpha}{1-\alpha}\frac{{s^*}^2}{{k^*}^2} = 0 \cdots\cdots\cdots (20)$$

となる。

$s'(k^*)$は、この二次方程式の正根である。従って、二次方程式の解として、以下の

$$s'(k^*) = \frac{-(n + \delta + \frac{B\alpha s^*}{(1-\alpha)k^*}) + \sqrt{(n + \delta + \frac{B\alpha s^*}{(1-\alpha)k^*})^2 - 4B\frac{B\alpha}{1-\alpha}\frac{{s^*}^2}{{k^*}^2}}}{2B} \cdots\cdots\cdots (21)$$

が成立する。

政策関数$s(k)$は次の微分方程式を解くことによって求めることができる。

$$s'(k) = \frac{\dot{s}}{\dot{k}} = \frac{s(t)\left[\frac{\alpha B}{k\beta}\right]s(t) - (\rho + n + \delta)}{B\big(1 - s(t)\big) - \delta k(t) - nk(t)}, \qquad (k \neq k^*)$$

$$s'(k^*) = \frac{-(n + \delta + \frac{B\alpha s^*}{(1-\alpha)k^*}) + \sqrt{(n + \delta + \frac{B\alpha s^*}{(1-\alpha)k^*})^2 - 4B\frac{B\alpha}{1-\alpha}\frac{{s^*}^2}{{k^*}^2}}}{2B}, (k = k^*) \cdots (22)$$

ここでの初期値は$s^* = s(k^*)$である。

さらに、各定常値(15)、(16)式を(21)式に代入すると、

$$s'(k) = \frac{\dot{s}}{\dot{\hat{k}}} = \frac{s(t)\left\{\left[\frac{\alpha B}{k\beta}\right]s(t) - (\rho + n + \delta)\right\}}{B(1 - s(t)) - \delta k(t) - nk(t)}, \qquad (k \neq k^*)$$

$$s'(k^*) = \frac{-(\rho + 2\delta + 2n) + \sqrt{(\rho + 2\delta + 2n)^2 + \frac{4(\rho + 2\delta + 2n)^2(1-\alpha)}{\alpha}}}{2B}, \qquad (k = k^*) \cdots (23)$$

が得られる。ここで、初期値は$s^* = s(k^*)$である。

第 3 節

本章のモデルにおける消費財生産部門、資本財生産部門は共に同じ率で成長するという仮定を追加する。すなわち、

$$\frac{\dot{A}_t}{A_t} = \frac{\dot{B}_t}{B_t} = \lambda \cdots\cdots\cdots (24)$$

である。

ここで、2 部門における技術進歩係数の比をεとすれば、

$$\frac{B[0]}{A[0]} = \varepsilon \Rightarrow B[0] = A[0]\varepsilon \cdots\cdots\cdots (25)$$

2 部門における技術進歩率は

$$B_t = A[0]\varepsilon e^{\lambda t} = \varepsilon A_t \cdots\cdots\cdots (26)$$

となる。

すると、モデルの全体構造は以下のようになる。

$$\max u = \int_0^\infty e^{-\rho t} \, log A[0] e^{\lambda t} dt$$

$$\text{s.t.}$$

$$\hat{y} = (\hat{k})^\alpha s^\beta$$

$$\dot{\hat{k}} = \varepsilon(1-s) - \delta\hat{k} - n\hat{k} - \lambda\hat{k}$$

$$\text{given } \hat{k}(0)$$

$$\text{Transversality Condition} \quad \lim_{t\to\infty} \frac{\lambda t}{\exp(\rho t)} = 0 \cdots\cdots\cdots (27)$$

$\hat{y} = \frac{Y_t}{A_t L_t}$は効率的労働 1 単位あたりの消費量である。

さらに、定常状態で$\hat{y}$は一定とすると、ロピタルの定理により、

$$\lim_{t\to\infty} \frac{\lambda t}{\exp(\rho t)} = 0 \cdots\cdots\cdots (28)$$

となるから、効用が発散してしまう問題を回避できる。

経常価値ハミルトニアンHcは以下のようになる。

$$Hc = log\, A\,[0] e^{\lambda t} \hat{y} + \mu[(\varepsilon(1-s) - (n + \delta + \lambda)\hat{k}]$$

$$Hc = log\,A\,[0] + \lambda t + \alpha\,log\,\hat{k} + \beta\,log\,s + \mu[((\varepsilon(1-s) - (n+\delta+\lambda)\hat{k}] \cdots\cdots\cdots (29)$$

これをさらに整理すると、

$$\dot{s} = \left\{\left[\frac{\alpha\varepsilon}{\hat{k}\beta}\right]s - (\rho + n + \delta + \lambda)\right\}s \cdots\cdots\cdots (30)$$

となる。また、定常状態における$\dot{s}$、$\dot{\hat{k}}$はゼロになるので、

$$\dot{s} = 0$$

$$\Rightarrow s = \frac{(\rho + n + \delta + \lambda)\hat{k}\beta}{\alpha\varepsilon} \cdots\cdots\cdots (31)$$

$$\dot{\hat{k}} = 0$$

$$\Rightarrow \hat{k} = \frac{\varepsilon(1-s)}{(n+\delta+\lambda)} \cdots\cdots\cdots (32)$$

これらにより、s、$\hat{k}$の定常値は以下のとおりになる。

$$s^* = \frac{\beta(\rho + n + \delta + \lambda)}{n + \delta + \lambda + (1-\alpha)\rho} \cdots\cdots\cdots (33)$$

$$\hat{k}^* = \frac{\varepsilon\alpha}{n + \delta + \lambda + (1-\alpha)\rho} \cdots\cdots\cdots (34)$$

第 2 節の方法と同様に、モデルの政策関数は以下の微分方程式

$$\frac{ds}{dk} = \frac{ds/dt}{dk/dt}$$

$$s'(\hat{k}) = \frac{\dot{s}}{\dot{k}} = \frac{s(t)\left\{\left[\frac{\alpha B}{\hat{k}\beta}\right]s(t) - (\rho + n + \delta + \lambda)\right\}}{\varepsilon(1 - s(t)) - \delta\hat{k}(t) - n\hat{k}(t) - \lambda\hat{k}(t)} \cdots\cdots\cdots (35)$$

が満たされるはずである。ただし、$s^* = s(\hat{k}^*)$である。

定常解をロピタルの定理により計算すると

$$s'(\hat{k}^*) = \lim_{\mathrm{k}\to\mathrm{k}^*} \frac{d\dot{s}/d\hat{k}}{d\dot{\hat{k}}/d\hat{k}} = \frac{\dot{s}\left[\frac{B\alpha}{(1-\alpha)\hat{k}} - (\rho + n + \delta + \lambda)\right] + s^*\left[\frac{B\alpha}{1-\alpha}\left(\frac{s'(\hat{k}^*)\hat{k} - s^*}{\hat{k}^2}\right)\right]}{-\varepsilon s'(\hat{k}^*) - n - \delta - \lambda} \cdots\cdots (36)$$

を得る。

さらに、$\dot{s} = 0$であるため、

$$s'(\hat{k}^*) = \frac{s^*\left[\frac{B\alpha}{1-\alpha}(\frac{s'(\hat{k}^*)\hat{k}^* - s^*}{\hat{k}^{*2}}\right]}{-\varepsilon s'(\hat{k}^*) - n - \delta - \lambda} \cdots\cdots\cdots (37)$$

となり、(37)式により、

$$s'(\hat{k}^*)\left[-Bs'(\hat{k}^*) - n - \delta - \lambda\right] = s^*\left[\frac{\varepsilon\alpha}{1-\alpha}(\frac{s'(\hat{k}^*)\hat{k}^* - s^*}{\hat{k}^{*2}}\right]$$

$$\Rightarrow \quad \varepsilon s'(\hat{k}^*)^2 + \left[(n + \delta + \frac{B\alpha s^*}{(1-\alpha)\hat{k}^*})s'(\hat{k}^*)\right] - \left[\frac{B\alpha}{(1-\alpha)1-\alpha}\frac{s^{*2}}{\hat{k}^{*2}}\right] = 0 \cdots\cdots\cdots (38)$$

と導ける。

$s'(\hat{k}^*)$は、この二次方程式の正根である。従って、二次方程式の解として、以下が成立する。

$$s'(\hat{k}^*) = \frac{-(n + \delta + \frac{\varepsilon\alpha s^*}{(1-\alpha)\hat{k}^*}) + \sqrt{(n + \delta + \frac{B\alpha s^*}{(1-\alpha)\hat{k}^*})^2 - 4B\frac{B\alpha}{1-\alpha}\frac{s^{*2}}{\hat{k}^{*2}}}}{2\varepsilon} \cdots\cdots\cdots (39)$$

ゆえに、政策関数$s(k)$は次の微分方程式、

$$s'(\hat{k}) = \frac{\dot{s}}{\dot{\hat{k}}} = \frac{s(t)\left\{\left(\left[\frac{\alpha B}{\hat{k}\beta}\right]s(t) - (\rho + n + \delta)\right)\right\}}{\varepsilon(1 - s(t)) - \delta\hat{k}(t) - n\hat{k}(t)}, (\hat{k} \neq \hat{k}^*)$$

$$s'\left(\hat{k}^*\right) = \frac{-\left(n + \delta + \lambda + \frac{B\alpha s^*}{(1-\alpha)\hat{k}^*}\right) + \sqrt{(n + \delta + \lambda + \frac{B\alpha s^*}{(1-\alpha)\hat{k}^*})^2 - 4B\frac{B\alpha}{1-\alpha}\frac{s^{*2}}{\hat{k}^{*2}}}}{2\varepsilon}, (\hat{k} = \hat{k}^*) \cdots\cdots\cdots (40)$$

を解くことによって求めることができる。ただし、$s^* = s(\hat{k}^*)$である。

さらに、各定常値(33)、(34)式を(40)式に代入すれば、

$$s'(\hat{k}) = \frac{\dot{s}}{\dot{\hat{k}}} = \frac{s(t)\left\{\left(\left[\frac{\alpha B}{\hat{k}\beta}\right]s(t) - (\rho + n + \delta + \lambda)\right)\right\}}{\varepsilon(1 - s(t)) - \delta\hat{k}(t) - n\hat{k}(t) - \lambda\hat{k}(t)}, \qquad (\hat{k} \neq \hat{k}^*)$$

$$s'(\hat{k}^*) = \frac{-(\rho+2\delta+2n)+\sqrt{(\rho+2\delta+2n+2\lambda)^2+\frac{4(\rho+2\delta+2n+2\lambda)^2(1-\alpha)}{\alpha}}}{2\varepsilon} \cdots\cdots\cdots (\hat{k} = \hat{k}^*) \ldots (41)$$

が$s^* = s(\hat{k}^*)$の下で得られる。

第5章

消費財生産部門(Yは消費財)と資本財生産部門(Iは資本財)の生産関数を次のように設定する。

$$I = B[(1-\varphi)K]^{\alpha_1}[(1-s)L]^{\beta_1} \cdots\cdots\cdots (1)$$

$$Y = A(\varphi K)^{\alpha_2}(sL)^{\beta_2} \cdots\cdots\cdots (2)$$

$$\dot{K} = I - \delta K \cdots\cdots\cdots (3)$$

大西・金江(2015)と同様、通時的効用を(1)、(2)式の二本の生産関数を制約条件として、通時的効用の最大化問題を定式化すると、

$$\max U = \int_0^\infty e^{-\rho t} \, log \, Y \, dt$$

$$\text{s.t.} \qquad .$$

$$Y = A(\varphi K)^{\alpha_2}(sL)^{\beta_2}$$

$$\dot{K} = B[(1-\varphi)K]^{\alpha_1}[(1-s)L]^{\beta_1} - \delta K$$

$$\text{given} \quad K(0) \cdots\cdots\cdots (4)$$

となる。

経常価値ハミルトニアンは、

$$H_c \equiv log \, Y + \mu\dot{K}$$

$$H_c \equiv log \, A + \beta_2 \, log \, s + \beta_2 \, log \, L + \alpha_2 \, log \, K + \alpha_2 \, log \, \varphi + \mu B[(1-s)L]^{\beta_1}[(1-\varphi)K]^{\alpha_1} - \mu\delta K \cdots\cdots\cdots (5)$$

であり、一階条件は、

$$\frac{\partial H}{\partial s} = 0$$

$$\Rightarrow \qquad \frac{\beta_2}{s} = [(1-\varphi)K]^{\alpha_1}\mu B\beta_1 L^{\beta_1}(1-s)^{\beta_1 - 1} \cdots\cdots\cdots (6)$$

$$\frac{\partial H}{\partial \varphi} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha_2}{\varphi} = \mu B[(1-s)L]^{\beta_1}\alpha_1 K^{\alpha_1}(1-\varphi)^{\alpha_1 - 1} \cdots\cdots\cdots (7)$$

$$\frac{\partial H}{\partial K} = \rho\mu - \dot{\mu}$$

$$\Rightarrow \qquad \frac{\alpha_2}{K} - \mu\delta + \mu B[(1-s)L]^{\beta_1}(1-\varphi)^{\alpha_1}\alpha_1(K)^{\alpha_1 - 1} = \rho\mu - \dot{\mu} \cdots\cdots\cdots (8)$$

$$\frac{\partial H}{\partial \mu} = \dot{K}$$

$$\Rightarrow \qquad \dot{K} + \delta K = B[(1-\varphi)K]^{\alpha_1}[(1-s)L]^{\beta_1} \cdots\cdots\cdots (9)$$

となる。

(8)式は、

$$\frac{\alpha_2}{K} - \mu\sigma + \alpha_1\mu B[(1-s)L]^{\beta_1}(1-\varphi)^{\alpha_1}K^{\alpha_1-1} = \rho\mu - \dot{\mu} \cdots\cdots\cdots (10)$$

であり、これを(9)式を代入し

$$\frac{\alpha_2}{K} - \mu\beta_1\sigma + \frac{\mu\alpha_1\dot{K}}{K} = \rho\mu - \dot{\mu}$$

$$\Rightarrow \quad \rho + \beta_1\sigma - \frac{\alpha_2}{K\mu} = \frac{\alpha_1\dot{K}}{K} + \frac{\dot{\mu}}{\mu} \cdots\cdots\cdots (11)$$

を得る。

(6)式により、

$$\frac{\beta_2}{s} = \mu\left[\frac{\left(\dot{K} + \delta K\right)\beta_1}{(1-s)}\right]$$

$$\Rightarrow \quad \mu = \frac{\beta_2(1-s)}{s\left(\dot{K} + \delta K\right)\beta_1} \cdots\cdots\cdots (12)$$

であり、(7)式により、

$$\frac{\alpha_2}{\varphi} = \mu\left[\frac{\left(\dot{K} + \delta K\right)\alpha_1}{(1-\varphi)}\right]$$

$$\Rightarrow \quad \mu = \frac{\alpha_2(1-\varphi)}{\varphi\left(\dot{K} + \delta K\right)\alpha_1} \cdots\cdots\cdots (13)$$

である。(12)式と(13)式とは等しいため、

$$\frac{\alpha_2(1-\varphi)}{\varphi\left(\dot{K} + \delta K\right)\alpha_1} = \frac{\beta_2(1-s)}{s\left(\dot{K} + \delta K\right)\beta_1}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\beta_2(1-s)}{s\beta_1} = \frac{\alpha_2(1-\varphi)}{\varphi\beta_1} \cdots\cdots\cdots (14)$$

となる。さらに、両辺を時間tで微分して、

$$\dot{\varphi} = \frac{\beta_2\alpha_1\varphi^2\dot{s}}{\beta_1\alpha_2 s^2} \cdots\cdots\cdots (15)$$

$$\dot{s} = \frac{\alpha_2\beta_1 s^2\dot{\varphi}}{\beta_2\alpha_1\varphi^2} \cdots\cdots\cdots (16)$$

(6)式の両辺に、tに関して微分すると、

$$\frac{\beta_2}{s} = [(1-\varphi)K]^{\alpha_1}\mu B\beta_1 L^{\beta_1}(1-s)^{\beta_1-1} \cdots\cdots\cdots (6)$$

$$\Rightarrow \quad -\frac{\beta_2}{s^2}\dot{s} = -\dot{\varphi}\alpha_1[(1-\varphi)]^{\alpha_1-1}K^{\alpha_1}\mu B\beta_1 L^{\beta_1}(1-s)^{\beta_1-1}$$

$$+\dot{K}\alpha_1[(1-\varphi)]^{\alpha_1}K^{\alpha_1-1}\mu B L^{\beta_1}\beta_1(1-s)^{\beta_1-1}$$

$$-\dot{s}[(1-\varphi)]^{\alpha_1-1}K^{\alpha_1}\mu B L^{\beta_1}\beta_1(\beta_1-1)(1-s)^{\beta_1-2}$$

$$+\dot{\mu}[(1-\varphi)]^{\alpha_1}K^{\alpha_1}B L^{\beta_1}\beta_1(1-s)^{\beta_1-1}$$

$$\Rightarrow \quad -\frac{\beta_2}{s^2}\dot{s} = \frac{\beta_2}{s}(-(\frac{\dot{\varphi}\alpha_1}{1-\varphi}) + \frac{\alpha_1\dot{K}}{K} + \frac{\dot{\mu}}{\mu} + \frac{(\beta_1-1)(-\dot{s})}{1-s}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\dot{s}}{s}=(-\frac{\dot{\varphi}\alpha_1}{1-\varphi})+\frac{\alpha_1\dot{K}}{K}+\frac{\dot{\mu}}{\mu}+\frac{(\beta_1-1)(-\dot{s})}{1-s}$$

となる。これに(11)式を代入すれば、

$$\frac{\dot{s}}{s}=(-\frac{\dot{\varphi}\alpha_1}{1-\varphi})+\rho+\beta_1\sigma-\frac{\alpha_2}{k\mu}+\frac{\alpha_1\dot{s}}{1-s}\cdots\cdots\cdots(17)$$

となる。

(12)式により、

$$\mu K=\frac{\beta_2(1-s)}{s\left(\frac{\dot{K}}{K}+\delta\right)\beta_1}\cdots\cdots\cdots(18)$$

(18)式を(17)式に代入すれば、

$$\frac{\dot{s}}{s}-\frac{\alpha_1\dot{s}}{1-s}=(-\frac{\dot{\varphi}\alpha_1}{1-\varphi})+\rho+\beta_1\sigma-\frac{\alpha_2 s\left(\frac{\dot{K}}{K}+\delta\right)\beta_1}{\beta_2(1-s)}\cdots\cdots\cdots(19)$$

(15)式を(19)式に代入すると、

$$\dot{\varphi}=\frac{\beta_2\alpha_1\varphi^2\dot{s}}{\beta_1\alpha_2 s^2}\cdots\cdots\cdots(15)$$

$$\frac{(s\beta_1-1)\dot{s}}{(1-s)s}=\left(-\frac{(\beta_2\alpha_1\varphi^2\dot{s})\alpha_1}{(\beta_1\alpha_2 s^2)(1-\varphi)}\right)+\rho+\beta_1\sigma-\frac{\alpha_2 s\left(\frac{\dot{K}}{K}+\delta\right)\beta_1}{\beta_2(1-s)}\cdots\cdots\cdots(20)$$

また、

$$\frac{\dot{K}}{K}+\delta=[(1-\varphi)]^{\alpha_1}K^{\alpha_1-1}(1-s)^{\beta_1}L^{\beta_1}\cdots\cdots\cdots(21)$$

なので、(20)式は、

$$\dot{s}\left[\frac{(s\beta_1-1)}{(1-s)s}-\left(-\frac{(\beta_2\alpha_1\varphi^2)\alpha_1}{(\beta_1\alpha_2 s^2)(1-\varphi)}\right)\right]=\rho+\beta_1\sigma-\frac{\alpha_2 s\left(B[(1-\varphi)]^{\alpha_1}K^{\alpha_1-1}[(1-s)L]^{\beta_1}\right)\beta_1}{\beta_2(1-s)}$$

$$\dot{s}=\frac{\rho+\beta_1\sigma-\frac{\beta_1\alpha_2 Bs}{\beta_2}\left(\frac{1-\varphi}{1-s}\right)^{\alpha_1}\left(\frac{K}{L}\right)^{\alpha_1-1}}{\left[\frac{(s\beta_1-1)}{(1-s)s}+\frac{(\beta_2\alpha_1\varphi^2)\alpha_1}{(\beta_1\alpha_2 s^2)(1-\varphi)}\right]}\cdots\cdots\cdots(22)$$

と書き換えられる。同じく、(7)式から

$$\frac{\alpha_2}{\varphi}=\mu BL^{\beta_1}[(1-s)]^{\beta_1}\alpha_1 K^{\alpha_1}(1-\varphi)^{\alpha_1-1}\cdots\cdots\cdots(7)$$

$$-\frac{\alpha_2}{\varphi^2}\dot{\varphi}=\alpha_1\dot{\mu}[(1-\varphi)]^{\alpha_1}K^{\alpha_1}BL^{\beta_1}(1-s)^{\beta_1-1}-\dot{\varphi}(\alpha_1-1)\alpha_1[(1-\varphi)]^{\alpha_1-2}K^{\alpha_1}\mu BL^{\beta_1}(1-s)^{\beta_1}$$

$$+\dot{K}\alpha_1{}^2[(1-\varphi)]^{\alpha_1-1}K^{\alpha_1-1}\mu BL^{\beta_1}(1-s)^{\beta_1}$$

$$-\dot{s}[(1-\varphi)]^{\alpha_1-1}K^{\alpha_1}\mu BL^{\beta_1}\beta_1\alpha_1(1-s)^{\beta_1-1}$$

$$-\frac{\alpha_2}{\varphi^2}\dot{\varphi}=\frac{\alpha_2}{\varphi}-\left(\frac{\dot{\varphi}(\alpha_1-1)(\alpha_1-1)}{1-\varphi}\right)+\frac{\alpha_1\dot{K}}{K}+\frac{\dot{\mu}}{\mu}+\frac{\beta_1(-\dot{s})}{1-s}$$

$$-\frac{\dot{\varphi}}{\varphi}=\left(\frac{\dot{\varphi}\beta_1}{1-\varphi}\right)+\frac{\alpha_1\dot{K}}{K}+\frac{\dot{\mu}}{\mu}-\frac{\beta_1\dot{s}}{1-s}\cdots\cdots\cdots(23)$$

である。

(11)式を代入すれば、

$$-\frac{\dot{\varphi}}{\varphi}=\frac{\dot{\varphi}\beta_1}{1-\varphi}+\rho+\beta_1\sigma-\frac{\alpha_2}{K\mu}-\frac{\beta_1\dot{s}}{1-s}\cdots\cdots\cdots(24)$$

となり、(13)式により、

$$\mu K=\frac{\alpha_2(1-\varphi)}{\varphi\left(\frac{\dot{K}}{K}+\delta\right)\alpha_1}\cdots\cdots\cdots(25)$$

を得る。(25)式を(24)式に代入すれば、

$$-\frac{\dot{\varphi}}{\varphi}-\frac{\dot{\varphi}\beta_1}{1-\varphi}=\rho+\beta_1\sigma-\frac{\varphi\left(\frac{\dot{K}}{K}+\delta\right)\alpha_1}{\alpha_2(1-\varphi)}-\frac{\beta_1\dot{s}}{1-s}\cdots\cdots\cdots(26)$$

となり、さらに(16)式を(26)式に代入すると、

$$\dot{s}=\frac{\alpha_2\beta_1 s^2\dot{\varphi}}{\beta_2\alpha_1 s^2}\cdots\cdots\cdots(16)$$

$$\dot{\varphi}\left[\frac{(\varphi\alpha_1-1)}{\varphi(1-\varphi)}+\frac{\beta_1\alpha_2\beta_1 s^2}{(1-s)\beta_2\alpha_1\varphi^2}\right]=\rho+\beta_1\sigma-\frac{\varphi\left(\frac{\dot{K}}{K}+\delta\right)\alpha_1}{\alpha_2(1-\varphi)}\cdots\cdots\cdots(27)$$

と導ける。

また、

$$\frac{\dot{K}}{K}+\delta=[(1-\varphi)]^{\alpha_1}K^{\alpha_1-1}(1-s)^{\beta_1}L^{\beta_1}$$

(20)式は、

$$\dot{\varphi}\left[\frac{(\varphi\alpha_1-1)}{\varphi(1-\varphi)}+\frac{\beta_1\alpha_2\beta_1 s^2}{(1-s)\beta_2\alpha_1\varphi^2}\right]=\rho+\beta_1\sigma+\frac{\alpha_1\varphi\left(B[(1-\varphi)]^{\alpha_1}(\frac{K}{L})^{\alpha_1-1}(1-s)^{\beta_1}\right)}{(1-\varphi)}\cdots\cdots\cdots(28)$$

$$\dot{\varphi}=\frac{[\beta_1\delta+\rho-\varphi\alpha_1 B(\frac{1-s}{1-\varphi})^{\beta_1}(\frac{K}{L})^{\alpha_1-1}]}{[\frac{\alpha_1\varphi-1}{(1-\varphi)\varphi}+\frac{{\beta_1}^2\alpha_2 s^2}{(1-s)\alpha_1\varphi^2\beta_2}]}\cdots\cdots\cdots(29)$$

と整理される。

さらに、定常状態においては$\dot{K}=0$、$\dot{s}=0$、$\dot{\varphi}=0$であるために、定常状態における総労働力の部門間配分比率、総資本の部門間配分比率、最適資本労働比率は以下のように計算できる。

まず、$\dot{K}=0$で資本蓄積方程式は、

$$\dot{K} = B[(1-\varphi)K)]^{\alpha_1}[(1-s)L]^{\beta_1} - \delta K$$
$$\Rightarrow B[(1-\varphi)K)]^{\alpha_1}[(1-s)L]^{\beta_1} = \delta K$$
$$\Rightarrow (\frac{K}{L})^{\alpha_1 - 1} = \frac{\delta}{B(1-\varphi)^{\alpha_1}(1-s)^{\beta_1}} \cdots\cdots\cdots (30)$$

となる。

さらに、定常状態における総資本の部門間配分比率の変化率ゼロで、

$$\dot{\varphi} = \frac{[\beta_1\delta + \rho - \varphi\alpha_1 B(\frac{1-s}{1-\varphi})^{\beta_1}(\frac{K}{L})^{\alpha_1-1}]}{[\frac{\alpha_1\varphi - 1}{(1-\varphi)\varphi} + \frac{{\beta_1}^2\alpha_2 s^2}{(1-s)\alpha_1\varphi^2\beta_2}]} = 0$$
$$\Rightarrow [\beta_1\delta + \rho - \varphi\alpha_1 B(\frac{1-s}{1-\varphi})^{\beta_1}(\frac{K}{L})^{\alpha_1-1}] = 0 \cdots\cdots\cdots (31)$$

となる。

(30)式を(31)式に代入すれば、

$$\beta_1\delta + \rho = \varphi\alpha_1 B(\frac{1-s}{1-\varphi})^{\beta_1}\left[\frac{\delta}{B(1-\varphi)^{\alpha_1}(1-s)^{\beta_1}}\right] \cdots\cdots\cdots (32)$$
$$\varphi^* = \frac{(1-\alpha_1)\delta + \rho}{\delta + \rho} \cdots\cdots\cdots (33)$$
$$1 - \varphi^* = 1 - \frac{(1-\alpha_1)\delta + \rho}{\alpha_1\delta + \delta + \rho} = \frac{\alpha_1\delta}{\delta + \rho} \cdots\cdots\cdots (34)$$

が得られる。

従って、定常状態における総資本の部門間配分比率は

$$K^*: K_1^*: K_2^* = \delta + \rho : \alpha_1\delta : (1-\alpha_1)\delta + \rho \cdots\cdots\cdots (35)$$

となる。

一方、定常状態における総労働の両部門間の配分比率の変化率もゼロで、

$$\dot{s} = \frac{[\beta_1\delta + \rho - \frac{s\alpha_2 B\beta_1}{\beta_2}(\frac{1-\varphi}{1-s})^{\alpha_1}(\frac{K}{L})^{\alpha_1-1}]}{[\frac{\beta_1 s - 1}{(1-s)s} + \frac{{\alpha_1}^2\beta_2\varphi^2}{(1-\varphi)\beta_1 s^2\alpha_2}]} = 0$$

であるから、

$$\beta_1\delta + \rho - \frac{s\alpha_2 B\beta_1}{\beta_2}(\frac{1-\varphi}{1-s})^{\alpha_1}(\frac{K}{L})^{\alpha_1-1} = 0 \cdots\cdots\cdots (36)$$

となり、(30)式を(36)式代入すれば、

$$\beta_1\delta + \rho = \frac{s\alpha_2 B\beta_1}{\beta_2}(\frac{1-\varphi}{1-s})^{\alpha_1}\left[\frac{\delta}{B(1-\varphi)^{\alpha_1}(1-s)^{\beta_1}}\right]$$
$$\Rightarrow\ s^* = \frac{[(1-\alpha_1)\delta + \rho]\beta_2}{[(1-\alpha_1)\delta + \rho]\beta_2 + \alpha_2\beta_1\delta} \cdots\cdots\cdots (37)$$
$$\Rightarrow\ 1 - s^* = \frac{\alpha_2\beta_1\delta}{[(1-\alpha_1)\delta + \rho]\beta_2 + \alpha_2\beta_1\delta} \cdots\cdots\cdots (38)$$

を得る。

従って、定常状態における総資本労働の部門間の配分比率は、

$$L^{*}:L_1^{*}:L_2^{*}=\{[(1-\alpha_1)\delta+\rho]\beta_2+\alpha_2\beta_1\delta\}:\alpha_2\beta_1\delta:(1-\alpha_1)\delta+\rho]\beta_2\cdots\cdots\cdots(39)$$

となる。

そして、(33)、(37)式を(30)式に代入すれば、

$$(\frac{K}{L})^{\alpha_1-1}=\frac{\delta}{B[(\frac{\alpha_1\delta}{\delta+\rho})]^{\alpha_1}[\frac{\alpha_2\beta_1\delta}{[(1-\alpha_1)\delta+\rho]\beta_2+\alpha_2\beta_1\delta}]^{\beta_1}}$$

$$\Rightarrow\quad(\frac{K}{L})^{*}=\left\{\frac{B[\frac{\alpha_1\delta}{\delta+\rho}]^{\alpha_1}[\frac{\alpha_2\beta_1\delta}{[(1-\alpha_1)\delta+\rho]\beta_2+\alpha_2\beta_1\delta}]^{\beta_1}}{\delta}\right\}^{\frac{1}{1-\alpha_1}}$$

$$\Rightarrow\quad(\frac{K}{L})^{*}=\left\{B\left(\frac{\alpha_1}{\delta+\rho}\right)^{\alpha_1}\left[\frac{\alpha_2\beta_1}{[(1-\alpha_1)\delta+\rho]\beta_2+\alpha_2\beta_1\delta}\right]^{\beta_1}\right\}^{\frac{1}{1-\alpha_1}}\cdots\cdots\cdots(40)$$

が得られる。

第 6 章

ここで、第 4 章と同じく人口成長率を、

$$L = L_0 e^{nt} \cdots\cdots\cdots (1)$$

とする。

さらに、消費財生産部門(Yは消費財)と資本財生産部門(Iは資本財)の生産関数を次のように設定する。

$$I = B[(1-\varphi)K]^{\alpha_1}[(1-s)L]^{\beta_1} \cdots\cdots\cdots (2)$$

$$Y = A(\varphi K)^{\alpha_2}(sL)^{\beta_2} \cdots\cdots\cdots (3)$$

$$\dot{K} = I - \delta K \cdots\cdots\cdots (4)$$

1 人あたりの生産関数に書き換えると、

$$Y = A(\varphi K)^{\alpha_2}(sL)^{\beta_2} \cdots\cdots\cdots (3)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{Y}{L} = A(\varphi K)^{\alpha_2}(s)^{\beta_2}(L)^{-\alpha_2} = A\left(\frac{K}{L}\right)^{\alpha_2} s^{\beta_2}$$

$$\Rightarrow \quad y = A(\varphi k)^{\alpha_2} s^{\beta_2} \cdots\cdots\cdots (5)$$

$$I = B[(1-\varphi)K]^{\alpha_1}[(1-s)L]^{\beta_1} \cdots\cdots\cdots (2)$$

$$\Rightarrow \frac{I}{L} = B[1-\varphi]^{\alpha_1}(1-s)^{\beta_1}\left(\frac{K}{L}\right)^{\alpha_2}$$

$$\Rightarrow i = B[(1-\varphi)k]^{\alpha_1}(1-s)^{\beta_1} \cdots\cdots\cdots (6)$$

$$\dot{K} = I - \delta K \cdots\cdots\cdots (4)$$

$$\Rightarrow \dot{k} = i - \delta k - nk \cdots\cdots\cdots (7)$$

$$\max U = \int_0^\infty e^{-\rho t} \, log\, Y \, dt \cdots\cdots\cdots (8)$$

$$log\, Y = L \, log\, y = L_0 e^{nt} \, log\, y \cdots\cdots\cdots (9)$$

大西・金江(2015)と同様、(1)、(2)式の二本の生産関数を制約条件として、通時的効用の最大化問題を定式化すると、

$$\max U=\int_0^\infty e^{-(\rho-n)t}\,log\,y\,dt$$

s.t.

$$y=A(\varphi k)^{\alpha_2}(s)^{\beta_2}$$

$$\dot{k}=i-\delta k-nk$$

$$i=B[(1-\varphi)k]^{\alpha_1}[(1-s)]^{\beta_1}$$

$$0\le s\le 1$$

$$0\le \varphi\le 1$$

$$\text{given}\quad k(0)\cdots\cdots\cdots(10)$$

この問題を解くうえでの経常価値ハミルトニアンは、

$$H_c\equiv log\,y+\mu\dot{k}\cdots\cdots\cdots(11)$$

$$H_c\equiv log\,A+\beta_2\,log\,s+\alpha_2\,log\,k+\alpha_2\,log\,\varphi+\mu B(1-s)^{\beta_1}[(1-\varphi)k]^{\alpha_1}-\mu\delta k-\mu nk.$$

であり、最適化のための一階条件は、

$$\frac{\partial H_c}{\partial s}=0$$

$$\Rightarrow\qquad \frac{\beta_2}{s}=[(1-\varphi)k]^{\alpha_1}\mu B\beta_1(1-s)^{\beta_1-1}\cdots\cdots\cdots(12)$$

$$\frac{\partial H_c}{\partial \varphi}=0$$

$$\Rightarrow\qquad \frac{\alpha_2}{\varphi}=\mu B[(1-s)]^{\beta_1}\alpha_1 k^{\alpha_1}(1-\varphi)^{\alpha_1-1}\cdots\cdots\cdots(13)$$

$$\frac{\partial H_c}{\partial k}=\rho\mu-\dot{\mu}$$

$$\Rightarrow\qquad \frac{\alpha_2}{k}-\mu\delta-\mu n+\mu B(1-s)^{\beta_1}(1-\varphi)^{\alpha_1}\alpha_1(k)^{\alpha_1-1}=\rho\mu-\dot{\mu}\cdots\cdots\cdots(14)$$

$$\frac{\partial H_c}{\partial \mu}=\dot{k}$$

$$\Rightarrow\qquad \dot{k}+\delta k+nk=B[(1-\varphi)k]^{\alpha_1}(1-s)^{\beta_1}\cdots\cdots\cdots(15)$$

となる。(14)式から、

$$\frac{\alpha_2}{k}-\mu\sigma-\mu n+\alpha_1\mu B(1-s)^{\beta_1}(1-\varphi)^{\alpha_1}k^{\alpha_1-1}=\rho\mu-\dot{\mu}\cdots\cdots\cdots(16)$$

(16)式に(15)式を代入すると、

$$-\mu\beta_1\sigma-\mu\beta_1 n+\frac{\alpha_1\mu\dot{k}}{k}=\rho\mu-\dot{\mu}$$

$$\Rightarrow \qquad \rho+\beta_1\sigma+\beta_1 n-\frac{\alpha_2}{k\mu}=\frac{\alpha_1\dot{k}}{k}+\frac{\dot{\mu}}{\mu}\cdots\cdots\cdots(17)$$

が得られる。

(12)式により、

$$\frac{\beta_2}{s}=\mu\left[\frac{\left(\dot{k}+\delta k+nk\right)\beta_1}{(1-s)}\right]$$

$$\Rightarrow \qquad \mu=\frac{\beta_2(1-s)}{s\left(\dot{k}+\delta k+nk\right)\beta_1}\cdots\cdots\cdots(18)$$

(13)式により

$$\frac{\alpha_2}{\varphi}=\mu\left[\frac{\left(\dot{k}+\delta k+nk\right)\alpha_1}{(1-\varphi)}\right]$$

$$\Rightarrow \quad \mu=\frac{\alpha_2(1-\varphi)}{\varphi\left(\dot{k}+\delta k+nk\right)\alpha_1}\cdots\cdots\cdots(19)$$

(18)(19)式は等しいため、

$$\frac{\alpha_2(1-\varphi)}{\varphi\left(\dot{k}+\delta k+nk\right)\alpha_1}=\frac{\beta_2(1-s)}{s\left(\dot{k}+\delta k+nk\right)\beta_1}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\beta_2(1-s)}{s\beta_1}=\frac{\alpha_2(1-\varphi)}{\varphi\beta_1}\cdots\cdots\cdots(20)$$

である。

(20)式を時間tで微分すると、

$$\dot{\varphi}=\frac{\beta_2\alpha_1\varphi^2\dot{s}}{\beta_1\alpha_2 s^2}\cdots\cdots\cdots(21)$$

$$\dot{s}=\frac{\alpha_2\beta_1 s^2\dot{\varphi}}{\beta_2\alpha_1 s^2}\cdots\cdots\cdots(22)$$

(12)式の両辺に、tに関して微分すると、

$$\frac{\beta_2}{s}=[(1-\varphi)k]^{\alpha_1}\mu B\beta_1(1-s)^{\beta_1-1}\ldots\ldots\ldots(12)$$

$$\Rightarrow \quad -\frac{\beta_2}{s^2}\dot{s}=-\dot{\varphi}\alpha_1[(1-\varphi)]^{\alpha_1-1}k^{\alpha_1}\mu B\beta_1(1-s)^{\beta_1-1}+\dot{k}\alpha_1[(1-\varphi)]^{\alpha_1}k^{\alpha_1-1}\mu B\beta_1(1-s)^{\beta_1-1}$$

$$-\dot{s}[(1-\varphi)]^{\alpha_1-1}k^{\alpha_1}\mu B\beta_1(\beta_1-1)(1-s)^{\beta_1-2}$$

$$+\dot{\mu}[(1-\varphi)]^{\alpha_1}k^{\alpha_1}B\beta_1(1-s)^{\beta_1-1}$$

$$-\frac{\beta_2}{s^2}\dot{s}=\frac{\beta_2}{s}(-(\frac{\dot{\varphi}\alpha_1}{1-\varphi})+\frac{\alpha_1\dot{k}}{k}+\frac{\dot{\mu}}{\mu}+\frac{(\beta_1-1)(-\dot{s})}{1-s}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\dot{s}}{s}=\left(-\frac{\dot{\varphi}\alpha_1}{1-\varphi}\right)+\frac{\alpha_1\dot{k}}{k}+\frac{\dot{\mu}}{\mu}+\frac{(\beta_1-1)(-\dot{s})}{1-s}\cdots\cdots\cdots(23)$$

が得られる。

(21)式を代入すれば、

$$\frac{\dot{s}}{s}=(-\frac{\dot{\varphi}\alpha_1}{1-\varphi})+\rho+\beta_1\sigma+\beta_1 n-\frac{\alpha_2}{k\mu}+\frac{\alpha_1\dot{s}}{1-s}\cdots\cdots\cdots(24)$$

と計算でき、さらに、(12)、(15)式により、

$$\Rightarrow\quad \mu k=\frac{\beta_2(1-s)}{s\left(\frac{\dot{k}}{k}+\delta+n\right)\beta_1}\cdots\cdots\cdots(25)$$

である。

(25)式を(24)式に代入すれば、

$$\frac{\dot{s}}{s}-\frac{\alpha_1\dot{s}}{1-s}=(-\frac{\dot{\varphi}\alpha_1}{1-\varphi})+\rho+\beta_1\sigma+\beta_1 n-\frac{\alpha_2 s\left(\frac{\dot{k}}{k}+\delta+n\right)\beta_1}{\beta_2(1-s)}\cdots\cdots\cdots(26)$$

となる。

(20)式を(26)式に代入すると、

$$\frac{(s\beta_1-1)\dot{s}}{(1-s)s}=\left(-\frac{(\beta_2\alpha_1\varphi^2\dot{s})\alpha_1}{(\beta_1\alpha_2 s^2)(1-\varphi)}\right)+\rho+\beta_1\sigma+\beta_1 n-\frac{\alpha_2 s\left(\frac{\dot{k}}{k}+\delta+n\right)\beta_1}{\beta_2(1-s)}\cdots\cdots\cdots(27)$$

になる。

また、

$$\frac{\dot{k}}{k}+\delta+n=[(1-\varphi)]^{\alpha_1}k^{\alpha_1-1}(1-s)^{\beta_1}\cdots\cdots\cdots(28)$$

(28)式を(27)式に代入して、

$$\dot{s}\left[\frac{(s\beta_1-1)}{(1-s)s}-\left(-\frac{(\beta_2\alpha_1\varphi^2)\alpha_1}{(\beta_1\alpha_2 s^2)(1-\varphi)}\right)\right]=\rho+\beta_1\sigma+\beta_1 n-\frac{\alpha_2 s\left(B[(1-\varphi)]^{\alpha_1}k^{\alpha_1-1}(1-s)^{\beta_1}\right)\beta_1}{\beta_2(1-s)}$$

$$\Rightarrow\quad \dot{s}=\frac{\rho+\beta_1\sigma+\beta_1 n-\frac{\beta_1\alpha_2 Bs}{\beta_2}\left(\frac{1-\varphi}{1-s}\right)^{\alpha_1}k^{\alpha_1-1}}{\left[\frac{(s\beta_1-1)}{(1-s)s}+\frac{(\beta_2\alpha_1\varphi^2)\alpha_1}{(\beta_1\alpha_2 s^2)(1-\varphi)}\right]}\cdots\cdots\cdots(29)$$

となる。

同じく、(13) 式から

$$\frac{\alpha_2}{\varphi}=\mu B[(1-s)]^{\beta_1}\alpha_1 k^{\alpha_1}(1-\varphi)^{\alpha_1-1}\cdots\cdots\cdots(30)$$

$$\Rightarrow\quad -\frac{\alpha_2}{\varphi^2}\dot{\varphi}=\alpha_1\dot{\mu}[(1-\varphi)]^{\alpha_1}k^{\alpha_1}B(1-s)^{\beta_1-1}-\dot{\varphi}(\alpha_1-1)\alpha_1[(1-\varphi)]^{\alpha_1-2}k^{\alpha_1}\mu B(1-s)^{\beta_1}$$

$$+\dot{k}\alpha_1{}^2[(1-\varphi)]^{\alpha_1-1}k^{\alpha_1-1}\mu B(1-s)^{\beta_1}-\dot{s}[(1-\varphi)]^{\alpha_1-1}k^{\alpha_1}\mu B\beta_1\alpha_1(1-s)^{\beta_1-1}$$

$$-\frac{\alpha_2}{\varphi^2}\dot{\varphi}=\frac{\alpha_2}{\varphi}(-(\frac{\dot{\varphi}(\alpha_1-1)}{1-\varphi})+\frac{\alpha_1\dot{k}}{k}+\frac{\dot{\mu}}{\mu}+\frac{\beta_1(-\dot{s})}{1-s}$$

$$\Rightarrow \quad -\frac{\dot{\varphi}}{\varphi} = \left(\frac{\dot{\varphi}\beta_1}{1-\varphi}\right) + \frac{\alpha_1 \dot{k}}{k} + \frac{\dot{\mu}}{\mu} - \frac{\beta_1 \dot{s}}{1-s} \cdots\cdots\cdots (31)$$

(17)式を代入すれば、

$$-\frac{\dot{\varphi}}{\varphi} = \frac{\dot{\varphi}\beta_1}{1-\varphi} + \rho + \beta_1\sigma + \beta_1 n - \frac{\alpha_2}{k\mu} - \frac{\beta_1 \dot{s}}{1-s} \cdots\cdots\cdots (32)$$

(19)式により、

$$\Rightarrow \quad \mu k = \frac{\alpha_2(1-\varphi)}{\varphi\left(\frac{\dot{k}}{k} + \delta + n\right)\alpha_1} \cdots\cdots\cdots (33)$$

(33)式を(31)式に代入すれば、

$$-\frac{\dot{\varphi}}{\varphi} - \frac{\dot{\varphi}\beta_1}{1-\varphi} = \rho + \beta_1\sigma + \beta_1 n - \frac{\varphi\left(\frac{\dot{k}}{k} + \delta + n\right)\alpha_1}{\alpha_2(1-\varphi)} - \frac{\beta_1 \dot{s}}{1-s} \cdots\cdots\cdots (34)$$

(22)式を(34)式に代入すると、

$$\dot{\varphi}[\frac{(\varphi\alpha_1 - 1)}{\varphi(1-\varphi)} + \frac{\beta_1\alpha_2\beta_1 s^2}{(1-s)\beta_2\alpha_1\varphi^2}] = \rho + \beta_1\sigma + \beta_1 n - \frac{\varphi(\frac{\dot{k}}{k} + \delta + n)\alpha_1}{\alpha_2(1-\varphi)} \cdots\cdots\cdots (35)$$

また、

$$\frac{\dot{k}}{k} + \delta + n = [(1-\varphi)]^{\alpha_1} k^{\alpha_1 - 1}(1-s)^{\beta_1}$$

であるために、(35)式は、

$$\dot{\varphi}\left[\frac{(\varphi\alpha_1 - 1)}{\varphi(1-\varphi)} + \frac{\beta_1\alpha_2\beta_1 s^2}{(1-s)\beta_2\alpha_1\varphi^2}\right] = \rho + \beta_1\sigma + \beta_1 n - \frac{\alpha_1\varphi\left(B[(1-\varphi)]^{\alpha_1} k^{\alpha_1 - 1}(1-s)^{\beta_1}\right)}{(1-\varphi)}$$

$$\Rightarrow \quad \dot{\varphi} = \frac{\rho + \beta_1\sigma + \beta_1 n - \alpha_1\varphi B\left(\frac{1-s}{1-\varphi}\right)^{\beta_1} k^{\alpha_1 - 1}}{\left[\frac{(\varphi\alpha_1 - 1)}{\varphi(1-\varphi)} + \frac{\beta_1\alpha_2\beta_1 s^2}{(1-s)\beta_2\alpha_1\varphi^2}\right]} \cdots\cdots\cdots (36)$$

と整理される。

さらに、定常状態においては$\dot{K} = 0$、$\dot{s} = 0$、$\dot{\varphi} = 0$であるために、定常状態における総労働力の部門間配分比率、総資本の部門間配分比率、最適資本労働比率は以下のように計算できる。

$$B[(1-\varphi)k]^{\alpha_1}[(1-s)]^{\beta_1} - \delta k - nk = \dot{k} = 0$$

$$\Rightarrow \quad k^{\alpha_1 - 1} = \frac{\delta + n}{B(1-\varphi)^{\alpha_1}(1-s)^{\beta_1}} \cdots\cdots\cdots (37)$$

のように計算できる。

定常状態における総資本の部門間配分比率の変化率はゼロであるため、

$$\dot{\varphi} = \frac{\rho + \beta_1\sigma + \beta_1 n - \alpha_1\varphi B\left(\frac{1-s}{1-\varphi}\right)^{\beta_1} k^{\alpha_1 - 1}}{\left[\frac{(\varphi\alpha_1 - 1)}{\varphi(1-\varphi)} + \frac{\beta_1\alpha_2\beta_1 s^2}{(1-s)\beta_2\alpha_1\varphi^2}\right]} = 0$$

$$\Rightarrow \quad \rho + \beta_1\sigma + \beta_1 n - \alpha_1\varphi B\left(\frac{1-s}{1-\varphi}\right)^{\beta_1} k^{\alpha_1 - 1} = 0$$

$$\rho + \beta_1\sigma + \beta_1 n = \alpha_1\varphi B\left(\frac{1-s}{1-\varphi}\right)^{\beta_1} k^{\alpha_1 - 1} \cdots\cdots\cdots (38)$$

である。(37)式を(38)式に代入すると、

$$\rho + \beta_1\sigma + \beta_1 n = \alpha_1\varphi B\left(\frac{1-s}{1-\varphi}\right)^{\beta_1} \frac{\delta + n}{B(1-\varphi)^{\alpha_1}[(1-s)]^{\beta_1}} \cdots\cdots\cdots (39)$$

$$\rho + \beta_1\sigma + \beta_1 n = \frac{\alpha_1\varphi B(\delta + n)}{B(1-\varphi)} \cdots\cdots\cdots (40)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\alpha_1(\delta + n)}{\rho + \beta_1\sigma + \beta_1 n} = \frac{\varphi}{(1-\varphi)} \cdots\cdots\cdots (41)$$

従って、定常状態における総資本の部門間配分比率は、

$$\varphi^* = \frac{\rho + \beta_1\sigma + \beta_1 n}{\rho + \sigma + n} \cdots\cdots\cdots (42)$$

$$1 - \varphi^* = \frac{\alpha_1(\delta + n)}{\rho + \sigma + n} \cdots\cdots\cdots (43)$$

となる。一方、定常状態における総労働の両部門間の配分比率の変化率もゼロで、

$$\dot{s} = \frac{\rho + \beta_1\sigma + \beta_1 n - \frac{\beta_1\alpha_2 Bs}{\beta_2}\left(\frac{1-\varphi}{1-s}\right)^{\alpha_1} k^{\alpha_1 - 1}}{\left[\frac{(s\beta_1 - 1)}{(1-s)s} - \left(-\frac{(\beta_2\alpha_1\varphi^2)\alpha_1}{(\beta_1\alpha_2 s^2)(1-\varphi)}\right)\right]} = 0$$

$$\rho + \beta_1\sigma + \beta_1 n - \frac{\beta_1\alpha_2 Bs}{\beta_2}(\frac{1-\varphi}{1-s})^{\alpha_1} k^{\alpha_1 - 1} = 0 \cdots\cdots\cdots (44)$$

である。同様に、 (37)式を代入すれば、

$$\rho + \beta_1\sigma + \beta_1 n = \frac{\beta_1\alpha_2 Bs}{\beta_2}\left(\frac{1-\varphi}{1-s}\right)^{\alpha_1} \frac{\delta + n}{B(1-\varphi)^{\alpha_1}[(1-s)]^{\beta_1}} \cdots\cdots\cdots (45)$$

$$\rho + \beta_1\sigma + \beta_1 n = \frac{\beta_1\alpha_2(\delta + n)s}{\beta_2(1-s)} \cdots\cdots\cdots (46)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{(\rho + \beta_1\sigma + \beta_1 n)\beta_2}{\beta_1\alpha_2(\delta + n)} = \frac{s}{(1-s)} \cdots\cdots\cdots (47)$$

となる。

従って、定常状態における総資本労働の部門間の配分比率は、

$$s^* = \frac{(\rho + \beta_1\sigma + \beta_1 n)\beta_2}{\beta_2\rho + \beta_1(\sigma + n)} \cdots\cdots\cdots (48)$$

$$1 - s^* = \frac{\beta_1 \alpha_2 (\delta + n)}{\beta_2 \rho + \beta_1 (\sigma + n)} \cdots\cdots\cdots (49)$$

となる。そして、(42)、(47)式を(37)式に代入すれば、

$$(k^*)^{\alpha_1 - 1} = \frac{\delta + n}{B\left(\frac{\alpha_1 (\delta + n)}{\rho + \sigma + n}\right)^{\alpha_1}\left(\frac{\beta_1 \alpha_2 (\delta + n)}{\beta_2 \rho + \beta_1 (\sigma + n)}\right)^{\beta_1}}$$

$$\Rightarrow \quad k^* = \left[B\left(\frac{\alpha_1}{\rho + \sigma + n}\right)^{\alpha_1}\left(\frac{\beta_1 \alpha_2}{\beta_2 \rho + \beta_1 (\sigma + n)}\right)^{\beta_1}\right]^{\frac{1}{1-\alpha_1}} \cdots\cdots\cdots (50)$$

が得られる。

第 7 章

消費財生産部門と資本財生産部門の 2 部門生産関数を、それぞれ次のように表す。

$$I_t = A_t[(1-\varphi_t)K_t]^{\alpha_1}[(1-s_t)L_t]^{\beta_1} \cdots\cdots\cdots (1)$$

$$Y_t = B_t[\varphi_t K_t]^{\alpha_2}[s_t L_t]^{\beta_2} \cdots\cdots\cdots (2)$$

$$\dot{K}_t = I_t - \delta K_t \cdots\cdots\cdots (3)$$

まず、モデルにおける消費財生産部門、資本財生産部門はそれぞれλ_1とλ_2で成長すると仮定する。すなわち、

$$\frac{\dot{A}_t}{A_t} = \lambda_1 \cdots\cdots\cdots (4)$$

$$\frac{\dot{B}_t}{B_t} = \lambda_2 \cdots\cdots\cdots (5)$$

である。

ここで、初期における 2 つの部門の技術進歩の係数を$A[0]$、$B[0]$と表すと、t期における技術進歩率は、

$$A_t = A[0]e^{\lambda_1 t} \cdots\cdots\cdots (6)$$

$$B_t = B[0]e^{\lambda_2 t} \cdots\cdots\cdots (7)$$

になる。

次に、ここで両部門における技術進歩の係数の比をεとすれば、

$$\frac{B[0]}{A[0]} = \varepsilon \Rightarrow B[0] = A[0]\varepsilon \cdots\cdots\cdots (8)$$

すると、両部門における技術進歩率は以下のような関係を満たす。すなわち、

$$B_t = \varepsilon A_t e^{(\lambda_2-\lambda_1)t} \cdots\cdots\cdots (9)$$

上記のように技術進歩を定義した上で、(1)、(2)、(3)式を以下の(10)、(11)、(12)式のように書き換える。

消費財生産部門は、

$$\hat{i}_t = (\varphi_t \hat{k}_t)^{\alpha_2} s_t^{\beta_2} \cdots\cdots\cdots (10)$$

資本財生産部門は、

$$\hat{y}_t = \left[(1-\varphi_t)\hat{k}_t\right]^{\alpha_1}\left[\varepsilon e^{(\lambda_2-\lambda_1)t}(1-s_t)\right]^{\beta_1} \cdots\cdots\cdots (11)$$

資本蓄積方程式は、

$$\dot{\hat{k}} = \hat{i}_t - \delta\hat{k}_t - n\hat{k}_t - \lambda_1\hat{k}_t \cdots\cdots\cdots (12)$$

である。

通時的効用を消費財生産および資本財生産の二本の生産関数を条件として最大化する問

題を考えると、以下のように定式化される。

$$\max u = \int_0^{\infty} e^{-\rho t} \, log\left\{\hat{y}_t A[0] e^{\lambda_1 t}\right\} dt$$

s.t.

$$\hat{y}_t = \left(\varphi_t \hat{k}_t\right)^{\alpha_2} {s_t}^{\beta_2}$$

$$\hat{i}_t = \left[(1-\varphi_t)\hat{k}_t\right]^{\alpha_1} [\varepsilon(1-s_t)]^{\beta_1}$$

$$\dot{\hat{k}} = \hat{i}_t - \delta\hat{k}_t - n\hat{k}_t - \lambda_1\hat{k}_t$$

$$\text{given} \quad \hat{k}(0)$$

$$0 \leq \varphi_t \leq 1$$

$$0 \leq s_t \leq 1$$

$$\lim_{t\to\infty} e^{-\rho t}\mu_t \hat{k}_t = 0 \qquad \cdots\cdots\cdots(13)$$

経常価値ハミルトニアンHcは以下の通りになる。

$$Hc \equiv log\, A\,[0] e^{\lambda_1 t}\hat{y}_t + \mu\{[(1-\varphi_t)\hat{k}_t]^{\alpha_1}[(1-s_t)\varepsilon e^{(\lambda_2-\lambda_1)t}]^{\beta_1} - (n+\delta+\lambda_1)\hat{k}_t\} \cdots\cdots\cdots(14)$$

$$Hc \equiv log\, A\,[0] + \lambda_1 + \alpha_2 \log\hat{k} + \alpha_2\log\varphi + \beta_2\, log\, s + \mu\{[(1-\varphi)\hat{k}]^{\alpha_1}[(1-s)\varepsilon e^{(\lambda_2-\lambda_1)}]^{\beta_1} - (n + \delta + \lambda_2)\hat{k}\}$$

$$\frac{\partial Hc}{\partial s} = 0$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\beta_2}{s} = [\varepsilon e^{(\lambda_2-\lambda_1)t}]^{\beta_1}[(1-\varphi)\hat{k}]^{\alpha_1}\mu\beta_1(1-s)^{\beta_1-1} \cdots\cdots\cdots(15)$$

$$\frac{\partial H_c}{\partial \varphi} = 0$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\alpha_2}{\varphi} = \mu[\varepsilon e^{(\lambda_2-\lambda_1)t}(1-s)]^{\beta_1}\alpha_1\hat{k}^{\alpha_1}(1-\varphi)^{\alpha_1-1} \cdots\cdots\cdots(16)$$

$$\frac{\partial Hc}{\partial \hat{k}} = \rho\mu - \dot{\mu}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\alpha_2}{\hat{k}} - \mu\delta - \mu n + \mu[\varepsilon e^{(\lambda_2-\lambda_1)t}(1-s)]^{\beta_1}(1-\phi)^{\alpha_1}\alpha_1(\hat{k})^{\alpha_1-1} = \rho\mu - \dot{\mu} \cdots\cdots\cdots(17)$$

$$\frac{\partial Hc}{\partial \mu} = \dot{\hat{k}}$$

$$\Rightarrow \quad [(1-\varphi)\hat{k}]^{\alpha_1}[(1-s)\varepsilon e^{(\lambda_2-\lambda_1)}]^{\beta_1} - (n+\delta+\lambda_1)\hat{k} = \dot{\hat{k}} \cdots\cdots\cdots(18)$$

となる。

そして、(17)、(18)式から

$$\frac{\alpha_1 \dot{\hat{k}}}{\hat{k}} + \frac{\dot{\mu}}{\mu} = \rho - \frac{\alpha_2}{\hat{k}\mu} + \beta_1(n + \delta + \lambda_1) \cdots\cdots\cdots (19)$$

を得る。

(18)式を(15)、(16)式に代入すると、

$$\frac{\beta_2}{s} = \frac{\mu\beta_1[(n + \delta + \lambda_1 + \hat{k} + \dot{\hat{k}})}{1 - s} \cdots\cdots\cdots (20)$$

$$\frac{\alpha_2}{\varphi} = \frac{\mu\alpha_1[(n + \delta + \lambda_1 + \hat{k} + \dot{\hat{k}})}{1 - \varphi} \cdots\cdots\cdots (21)$$

になる。

(20)、(21)式から、

$$\frac{\beta_2(1 - s)}{s\beta_1} = \frac{\alpha_2(1 - \varphi)}{\varphi\alpha_1} \cdots\cdots\cdots (22)$$

が得られる。(22)式の両方とも時間tに関して微分すれば、

$$\frac{\beta_2\alpha_1\varphi^2}{\alpha_2\beta_1 s^2} = \frac{\dot{\varphi}}{\dot{s}} \cdots\cdots\cdots (23)$$

$$\Rightarrow \quad \dot{\varphi} = \frac{\dot{s}\beta_2\alpha_1\varphi^2}{\alpha_2\beta_1 s^2} \cdots\cdots\cdots (24)$$

$$\Rightarrow \quad \dot{s} = \frac{\alpha_2\beta_1 s^2\dot{\varphi}}{\beta_2\alpha_1\varphi^2} \cdots\cdots\cdots (25)$$

となる。(15)式を時間tに関して微分すれば、

$$\frac{\beta_2}{s} = [\varepsilon e^{(\lambda_2 - \lambda_1)}]^{\beta_1}[(1 - \varphi)\hat{k}]^{\alpha_1}\mu\beta_1(1 - s)^{\beta_1 - 1} \cdots\cdots\cdots (15)$$

$$\frac{-\dot{s}\beta_2}{s^2} = \frac{\beta_2}{s}[\frac{\dot{\mu}}{\mu} + \beta_1(\lambda_2 - \lambda_1) + \frac{\alpha_1\dot{s}}{1 - s} - \frac{\alpha_1\dot{\varphi}}{1 - \varphi} + \frac{\alpha_1\dot{\hat{k}}}{\hat{k}}]$$

$$\Rightarrow \quad \frac{-\dot{s}}{s} = \frac{\dot{\mu}}{\mu} + \beta_1(\lambda_2 - \lambda_1) + \frac{\alpha_1\dot{s}}{1 - s} - \frac{\alpha_1\dot{\varphi}}{1 - \varphi} + \frac{\alpha_1\dot{\hat{k}}}{\hat{k}} \cdots\cdots\cdots (26)$$

となり、これに(19)、(20)、(24)式を代入すると、

$$\frac{-\dot{s}}{s} = \rho - \frac{\alpha_2\beta_1 s\left(n + \delta + \lambda_1 + \frac{\dot{\hat{k}}}{\hat{k}}\right)}{\beta_2(1 - s)} + \beta_1(n + \delta + \lambda_2)$$

$$\Rightarrow \quad \dot{s} = \frac{\rho + \beta_1(n+\delta+\lambda_2) - \hat{k}^{\alpha_1 - 1}\left[\frac{1-\varphi}{1-s}\right]^{\alpha_1} \frac{[\varepsilon e^{(\lambda_2-\lambda_1)}]^{\beta_1}\alpha_2\beta_1 s}{\beta_2}}{\frac{(s\beta_1 - 1)}{(1-s)s} - \left(-\frac{(\beta_2\alpha_1\varphi^2)\alpha_1}{(\beta_1\alpha_2 s^2)(1-\varphi)}\right)} \cdots\cdots\cdots(27)$$

を得る。

(25)式と同じく、(16)式の両辺をtに対して微分すると、

$$\frac{-\dot{\varphi}}{\varphi} = \frac{\dot{\mu}}{\mu} + \beta_1\lambda_3 + \frac{\beta_1\dot{s}}{1-s} - \frac{\beta_1\dot{\varphi}}{1-\varphi} + \frac{\alpha_1\dot{\hat{k}}}{\hat{k}} \cdots\cdots\cdots(28)$$

これに(19)、(21)、(24)式を代入すると、

$$\dot{\varphi} = \frac{\rho + \beta_1(n+\delta+\lambda_2) - \hat{k}^{\alpha_1 - 1}[\frac{1-s}{1-\varphi}]^{\beta_1}[\varepsilon e^{(\lambda_2-\lambda_1)}]^{\beta_1}\alpha_1\varphi}{\frac{(\varphi\alpha_1 - 1)}{(1-\varphi)\varphi} - \left(-\frac{(\alpha_2\beta_1 s^2)\beta_1}{(\beta_2\alpha_1\varphi^2)(1-s)}\right)} \cdots\cdots\cdots(29)$$

である。

均衡状態において$\dot{\varphi} = \dot{s} = \dot{\hat{k}} = 0$であるため、

$$\dot{\hat{k}} = 0$$

$$\Rightarrow \quad [(1-\varphi)\hat{k}]^{\alpha_1}[(1-s)\varepsilon e^{(\lambda_2-\lambda_1)}]^{\beta_1} = (n+\delta+\lambda_1)\hat{k}$$

$$(\hat{k})^{\alpha_1 - 1} = \frac{(n+\delta+\lambda_1)}{[(1-\varphi)]^{\alpha_1}[(1-s)\varepsilon e^{(\lambda_2-\lambda_1)}]^{\beta_1}} \cdots\cdots\cdots(30)$$

$$\dot{s} = 0$$

$$\Rightarrow \quad \rho + \beta_1(n+\delta+\lambda_2) = \hat{k}^{\alpha_1 - 1}[\frac{1-\varphi}{1-s}]^{\alpha_1} \frac{[\varepsilon e^{(\lambda_2-\lambda_1)}]^{\beta_1}\alpha_2\beta_1 s}{\beta_2} \cdots\cdots\cdots(31)$$

$$\dot{\varphi} = 0$$

$$\Rightarrow \quad \rho + \beta_1(n+\delta+\lambda_2) - \hat{k}^{\alpha_1 - 1}[\frac{1-s}{1-\varphi}]^{\beta_1}[\varepsilon e^{(\lambda_2-\lambda_1)}]^{\beta_1}\alpha_1\varphi \cdots\cdots\cdots(32)$$

が得られる。

(30)式を(31)式に代入すると、

$$\rho + \beta_1(n+\delta+\lambda_2) = \frac{n+\delta+\lambda_1}{[(1-\varphi)]^{\alpha_1}[(1-s)\varepsilon e^{(\lambda_2-\lambda_1)}]^{\beta_1}}\left[\frac{1-\varphi}{1-s}\right]^{\alpha_1} \frac{[\varepsilon e^{(\lambda_2-\lambda_1)}]^{\beta_1}\alpha_2\beta_1 s}{\beta_2}$$

$$\frac{s}{1-s} = \frac{[\rho + \beta_1(n+\delta+\lambda_2)]\beta_2}{\alpha_2\beta_1(n+\delta+\lambda_1)}$$

$$s^* = \frac{[\rho + \beta_1(n+\delta+\lambda_2)]\beta_2}{\alpha_2\beta_1(n+\delta+\lambda_1) + [\rho + \beta_1(n+\delta+\lambda_2)]\beta_2} \cdots\cdots\cdots(33)$$

$$1 - s^* = \frac{\alpha_2\beta_1(n+\delta+\lambda_1)}{\alpha_2\beta_1(n+\delta+\lambda_1) + [\rho + \beta_1(n+\delta+\lambda_2)]\beta_2} \cdots\cdots\cdots(34)$$

となる。

(30)式を(32)式に代入すると、

$$\rho+\beta_1(n+\delta+\lambda_2)=\frac{(n+\delta+\lambda_1)}{[(1-\varphi)]^{\alpha_1}[(1-s)\varepsilon e^{(\lambda_2-\lambda_1)}]^{\beta_1}}\left[\frac{1-s}{1-\varphi}\right]^{\beta_1}[\varepsilon e^{(\lambda_2-\lambda_1)}]^{\beta_1}\alpha_1\varphi$$

$$\rho+\beta_1(n+\delta+\lambda_2)=\frac{\alpha_1\varphi(n+\delta+\lambda_1)}{1-\varphi}$$

$$\varphi^*=\frac{\rho+\beta_1(n+\delta+\lambda_2)}{\alpha_1(n+\delta+\lambda_1)+\rho+\beta_1(n+\delta+\lambda_2)}\cdots\cdots\cdots(35)$$

$$1-\varphi^*=\frac{\alpha_1(n+\delta+\lambda_1)}{\alpha_1(n+\delta+\lambda_1)+\rho+\beta_1(n+\delta+\lambda_2)}\cdots\cdots\cdots(36)$$

になる。

そして、(33)式と(35)式を(30)式に代入すると、

$$(\hat{k})^{\alpha_1-1}=\frac{(n+\delta+\lambda_1)}{[\frac{\alpha_1(n+\delta+\lambda_1)}{\alpha_1(n+\delta+\lambda_1)+\rho+\beta_1(n+\delta+\lambda_2)}]^{\alpha_1}[\frac{\alpha_2\beta_1(n+\delta+\lambda_1)}{\alpha_2\beta_1(n+\delta+\lambda_1)+[\rho+\beta_1(n+\delta+\lambda_2)]\beta_2}\varepsilon e^{(\lambda_2-\lambda_1)}]^{\beta_1}}$$

$$(\hat{k})=\left[\frac{{\alpha_1}^{\alpha_1}(\alpha_2\beta_1)^{\beta_1}[\varepsilon e^{(\lambda_2-\lambda_1)}]^{\beta_1}}{[\alpha_2\beta_1(n+\delta+\lambda_1)+[\rho+\beta_1(n+\delta+\lambda_2)]^{\beta_1}[\alpha_1(n+\delta+\lambda_1)+\rho+\beta_1(n+\delta+\lambda_2)]^{\alpha_1}}\right]^{\frac{1}{1-\alpha_1}}$$

$$(\hat{k})=\left[\frac{[\varepsilon e^{(\lambda_2-\lambda_1)}]^{\beta_1}}{(n+\delta+\lambda_1)+[\rho+\beta_1(n+\delta+\lambda_2)]^{\beta_1}[(n+\delta+\lambda_1)+\rho+\beta_1(n+\delta+\lambda_2)]^{\alpha_1}}\right]^{\frac{1}{1-\alpha_1}}$$

$$\cdots\cdots\cdots(37)$$

が得られる。

以上