慶應義塾大学学術情報リポジトリ
Keio Associated Repository of Academic resouces

Title	正則なグラフの生成とその応用
Sub Title	Generation of regular graphs and its applications
Author	藤沢, 潤(Fujisawa, Jun)
Publisher	
Publication year	2014
Jtitle	科学研究費補助金研究成果報告書 (2013.)
JaLC DOI	
Abstract	本研究で得られた成果のうち主なものを以下に挙げる。まず、トーラス上のグラフに関するGrunbaum, Nash-Williamsによる未解決予想を、タフネスが1のグラフに対して肯定的に解決した。また、平面・射影平面・トーラス・クラインボトルの三角形分割(3-正則グラフの双対)において、どのようなマッチングが完全マッチングに拡張できるかという問題に取り組み、多岐にわたる新しい結果が得られた。このほか、Laiらの予想の肯定的解決、Jacksonの定理の改良などいくつかの成果が得られている。 The following is the main part of the results obtained in this research. First a conjeture posed by Grunbaum and Nash-Williams turned out to be true if the toughness of the graph is 1. Next, on the triangulations of the plane, projective plane, torus and Klein bottle, many results concerning the problem "what kind of a matching is extendable to a perfect matching" are proved. In addition to the above, many results are obtained, as the proof of Lai et al.'s conjecture, a generalization of Jackson's theorem, and so on.
Notes	研究種目：若手研究(B) 研究期間：2010～2013 課題番号：22740068 研究分野：数物系科学 科研費の分科・細目：数学・数学一般(含確率論・統計数学)
Genre	Research Paper
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=KAKEN_22740068seika

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the KeiO Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

様　式　Ｃ－１９、Ｆ－１９、Ｚ－１９　（共通）

科学研究費助成事業　　研究成果報告書

平成 ２６ 年　 ６ 月　 ５ 日現在

機関番号：３２６１２
研究種目：若手研究(B)
研究期間：2010～2013
課題番号：２２７４００６８

研究課題名（和文）正則なグラフの生成とその応用

研究課題名（英文）Generation of regular graphs and its applications

研究代表者
藤沢　潤（FUJISAWA, Jun）

慶應義塾大学・商学部・准教授

研究者番号：００５１６０９９

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費）　3,100,000円、（間接経費）　930,000円

研究成果の概要（和文）：本研究で得られた成果のうち主なものを以下に挙げる。まず、トーラス上のグラフに関するGrunbaum, Nash-Williamsによる未解決予想を、タフネスが1のグラフに対して肯定的に解決した。また、平面・射影平面・トーラス・クラインボトルの三角形分割（3-正則グラフの双対）において、どのようなマッチングが完全マッチングに拡張できるかという問題に取り組み、多岐にわたる新しい結果が得られた。このほか、Laiらの予想の肯定的解決、Jacksonの定理の改良などいくつかの成果が得られている。

研究成果の概要（英文）：The following is the main part of the results obtained in this research. First a conjeture posed by Grunbaum and Nash-Williams turned out to be true if the toughness of the graph is 1. Next, on the triangulations of the plane, projective plane, torus and Klein bottle, many results concerning the problem "what kind of a matching is extendable to a perfect matching" are proved. In addition to the above, many results are obtained, as the proof of Lai et al.'s conjecture, a generalization of Jackson's theorem, and so on.

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・数学一般（含確率論・統計数学）

キーワード：グラフ　位相幾何学的グラフ理論　閉路問題　因子問題　マッチング

１．研究開始当初の背景

(1) Grünbaum と Nash-Williams によって提起された予想「トーラスに埋め込み可能な4-連結グラフはハミルトンサイクルを持つ」は 40 年来未解決問題として残されていた。
(2) Aldred と Plummer によって、命題「5-連結な F の三角形分割(3-連結 3-正則グラフの双対)における、どの 2 辺も互いに距離が d 離れている m 本のマッチングが必ず完全マッチングに拡張できる」が成り立つのは閉曲面Fと整数d,mがどのような場合か、という問題が提起された。これに関して、種数の低い閉曲面においても上記を満たす(d,m)の完全決定には至っていなかった。
(3) 3-連結 3-正則グラフと密接に関係する大きな未解決問題の一つとして、Matthews と Sumner の予想「4-連結 K_{1,3}-フリーグラフはハミルトンサイクルを持つ」が挙げられる。この予想に関連して Lai らは「3-連結 {K_{1,3}, Z_9}-フリーグラフはただ一つの例外を除きハミルトンサイクルを持つ」と予想したが、未解決問題として残されていた。

２．研究の目的

3-連結 3-正則グラフは、グラフ理論研究の根幹をなす重要なグラフの族であり、計算機を用いない証明が知られていない「四色問題」を始めとする多くの有名な予想が 3-連結 3-正則グラフに帰着される。また、分子構造を表すグラフの族が 3-連結 3-正則グラフに含まれるなど、応用面から見ても重要なグラフの族である。本研究の目的は、3-連結 3-正則グラフの持つ性質をより多く解明することにある。

３．研究の方法

(1) トーラス上の四角形分割において近年得られた「頂点-面曲線」の手法を精密化し、それを予想の部分的解決につなげた。
(2) ①平面の三角形分割に関して d=5 の場合に得られていた証明方法をトーラスの三角形分割に拡張する際の障害について調査し、それらを解消した。また、得られた証明を簡略化することにより、クラインボトルへの適用を可能にした。②平面の三角形分割において d=4 の場合を扱うため、局所的な構造に着目していた既存の手法から視点を変え、グラフ全体の大局的な構造を調査した。
③ ②で得られた手法を射影平面の三角形分割に拡張する際の障害について調査し、それらを解消した。
(3) 予想の解決に向けて、既存の手法では膨大な分類・調査が必要になるため、それらを大幅に簡略化する手法を考案した。

４．研究成果

(1) Grünbaum と Nash-Williams の予想が、タフネスが１であるようなグラフにおいて正しいことが示された。この予想に関しては多くの研究者が興味を持っており、学術雑誌で高い評価を得た。
(2) 平面の三角形分割に関して d=5 の場合を扱っていた Aldred-Plummer の定理を以下のように拡張することに成功した。①トーラス・クラインボトルの三角形分割でも同様の定理が成り立つことを示した。②平面の三角形分割において、d=4 としても同様の定理が成り立つことを示した。③平面の三角形分割において、d=3 の場合に拡張できる辺の本数に関する最善な値を決定した。
④ ③の問題を射影平面において扱い、拡張できる辺の本数に関する最善な値を決定した。本研究において、Aldred と Plummer によって提起・研究された問題のうち、平面の三角形分割に関するものを完全に解決し、その意義は大きい。また、射影平面・トーラスにおいてはいくつかの(d,m)に関して明らかになっていない部分があり、特に平面の場合と差異が生じるかという点において興味深い未解決問題となっている。
(3) Lai らの予想を完全に解決するとともに、「3-連結 {K_{1,3}, H}-フリーグラフは有限個の例外を除いてハミルトンサイクルを持つ」という命題を満たすグラフ H の族 A が非常に小さくなることを示した。

５．主な発表論文等

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計 11 件）

① J. Fujisawa, M.D. Plummer and A. Saito, Forbidden subgraphs generating a finite set, Discrete Mathematics 査読有 313 2013 1835-1842, 10.1016/j.disc.2012.05.015

② J. Fujisawa, Forbidden subgraphs for hamiltonicity of 3-connected claw-free graphs, Journal of Graph Theory 査読有 73 2013 146-160, 10.1002/jgt.21663

③ J. Fujisawa, A. Nakamoto and K. Ozeki, Hamiltonian cycles in bipartite toroidal graphs with a partite set of degree four vertices, Journal of Combinatorial Theory, Series B 査読有 103 2013 46-60, 10.1016/j.jctb.2012.08.004

④ J. Fujisawa and K. Ota, Maximal K_3s and hamiltonicity of 4-connected claw-free graphs, Journal of Graph Theory 査読有 70 2012 40-53, 10.1002/jgt.20599

⑤ S. Chiba, J. Fujisawa, M. Tsugaki and T. Yamashita, Long cycles in unbalanced bipartite graphs, Discrete Mathematics 査読有 312 2012 1857-1862, 10.1016/j.disc.

2012.02.019

⑥ J. Fujisawa, S. Fujita, M.D. Plummer, A. Saito and I. Schiermeyer, A pair of forbidden subgraphs and perfect matchings in graphs of high connectivity, Combinatorica 査読有 31 2011 703-723, 10.1007/s00493-011-2655-y

⑦ J. Fujisawa, K. Ota, K. Ozeki and G. Sueiro, Forbidden induced subgraphs for star-free graphs, Discrete Mathematics 査読有 311 2011 2475-2484, 10.1016/j.disc.2011.07.022

⑧ R.E.L. Aldred, J. Fujisawa, Y. Egawa, K. Ota and A. Saito, The existence of a 2-factor in K_{1,n}-free graphs with large connectivity and large edge-connectivity, Journal of Graph Theory 査読有 68 2011 77--89, 10.1002/jgt.20541

⑨J. Fujisawa, A. Saito and I. Schiermeyer, Closure for spanning trees and distant area, Discussiones Mathematicae Graph Theory 査読有 31 2011 143－159, 10.7151/dmgt.1534

⑩ R.E.L. Aldred, J. Fujisawa and A. Saito, Forbidden subgraphs and the existence of a 2-factor, Journal of Graph Theory 査読有 64 2010 250－256, 10.1002/jgt.20454

⑪ J. Fujisawa, H. Matsumura and T. Yamashita, Degree bounded spanning trees, Graphs and Combinatorics 査読有 26 2010 695－720, 10.1007/s00373-010-0941-x

〔学会発表〕（計 15 件）

① Jun Fujisawa, Matching extendability of planar triangulations, The 3rd Taiwan-Japan Conference on Combinatorics and its Applications 2014 年 3 月 21 日～2014 年 3 月 23 日 National Chiayi University（台湾）

② Jun Fujisawa, Distance-Restricted Matching Extension in Triangulations of the Plane, Forty-Fifth Southeastern International Conference on Combinatorics, Graph Theory, and Computing 2014 年 3 月 3 日～2014 年 3 月 7 日 Florida Atlantic University,（アメリカ）

③ Jun Fujisawa, Distance-restricted matching extension in triangulations of surfaces, 25th Workshop on Topological Graph Theory 2013 年 11 月 18 日～2013 年 11 月 22 日 横浜国立大学(神奈川県横浜市)

④ 藤沢 潤，閉曲面上のグラフにおけるマッチング拡張性のための距離条件について，日本応用数理学会 2013 年度年会 2013 年 9 月 9 日～2013 年 9 月 11 日 アクロス福岡 （福岡県福岡市）

⑤ 藤沢 潤，Edge proximity conditions for extendability in planar triangulations，離散数学とその応用研究集会２０１３ 2013 年 8 月 8 日～2013 年 8 月 10 日 山形市保健センター （山形県山形市）

⑥ 藤沢 潤，グラフにおける「きれいな構造」の存在について，2013 年度 日本数学会年会 2013 年 3 月 20 日～2013 年 3 月 23 日 京都大学（京都府京都市）

⑦ 藤沢 潤，平面・射影平面上のマッチング拡張性について，第 24 回位相幾何学的グラフ理論研究集会 2012 年 11 月 17 日～2012 年 11 月 18 日 横浜国立大学（神奈川県横浜市）

⑧ Jun Fujisawa, Distance-restricted matching extension in triangulations on the torus and the Klein bottle, The 2nd Japan-Taiwan Conference on Combinatorics and its Applications 2012 年 11 月 10 日～2012 年 11 月 12 日 Nagoya University（愛知県名古屋市）

⑨ 藤沢 潤，閉曲面上のグラフにおける matching extension について，平成 24 年度 RIMS 共同研究 『デザイン、符号、グラフおよびその周辺』 2012 年 7 月 17 日～2012 年 7 月 19 日 京都大学（京都府京都市）

⑩ Jun Fujisawa, Matching extension in toroidal triangulations, International Conference on Cycles in Graphs 2012 年 5 月 30 日～2012 年 6 月 2 日 Vanderbilt University(アメリカ)

⑪ 藤沢 潤，3-連結グラフにおけるハミルトン性のための禁止部分グラフのペアについて，日本数学会 2012 年度年会 2012 年 3 月 26 日 東京理科大学（東京都）

⑫ 藤沢 潤，トーラス上のグラフにおける matching extension について，応用数学合同研究集会 2011 年 12 月 17 日 龍谷大学（滋賀県大津市）

⑬ 藤沢 潤，3-連結クローフリーグラフのハミルトン性について，2010 年度応用数学合同研究集会 2010 年 12 月 16 日 龍谷大学(滋賀県大津市)

⑭ Jun Fujisawa, Hamiltonicity of 3-connected claw-free graphs, 3rd Pacific

Workshop on Discrete Mathematics 2010 年 12 月 8 日　Tokai University Pacific Center(アメリカ)

⑮ 藤沢 潤, Hamiltonicity of 4-connected claw-free graphs, 第 27 回代数的組み合わせ論シンポジウム 2010年6月21日　高知大学(高知県高知市)

〔図書〕（計　0　件）

〔産業財産権〕
○出願状況（計　0　件）

○取得状況（計　0　件）

〔その他〕
ホームページ等

６．研究組織
(1)研究代表者
藤沢　潤（FUJISAWA, Jun）
慶應義塾大学・商学部・准教授
研究者番号：００５１６０９９