慶應義塾大学学術情報リポジトリ
Keio Associated Repository of Academic resouces

Title	レヴィ過程及び無限分解可能分布に関連する諸問題の総合的研究
Sub Title	Studies on several problems on Levy processes and infinitely divisible distributions
Author	前島, 信(Maejima, Makoto) 仲田, 均(Nakada, Hitoshi) 田村, 要造(Tamura, Yozo) 安田, 久美(Yasuda, Kumi) 鈴木, 由紀(Suzuki, Yuki) 佐々田, 槙子(Sasada, Makiko)
Publisher	
Publication year	2013
Jtitle	科学研究費補助金研究成果報告書 (2012.)
JaLC DOI	
Abstract	確率論における重要な確率分布である無限分解可能分布の代表的なものに自己分解可能分布がある。それを拡張した新しい概念「α-自己分解可能分布」を提案し、新しい数学的な結果を得ると同時に、そのもとでそれまでの関連する結果を統一的に整理した。その応用の一例として、2次元ガンマ分布は自己分解可能ではないが、それが属するクラスを拡張したクラス群の中から特定した。また、狭義安定分布のレヴィ過程に関する確率積分による特徴づけの完全な証明に成功した。
Notes	研究種目：基盤研究(B) 研究期間：2010～2012 課題番号：22340021 研究分野：数物系科学 科研費の分科・細目：数学・数学一般(含確率論・統計数学)
Genre	Research Paper
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=KAKEN_22340021seika

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the KeiO Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

様式Ｃ－１９

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成２５年　３月３１日現在

機関番号：３２６１２
研究種目：基盤研究(B)
研究期間：2010～2012
課題番号：２２３４００２１
研究課題名（和文）　レヴィ過程及び無限分解可能分布に関連する諸問題の総合的研究
研究課題名（英文）　Studies on several problems on Levy processes and Infinitely divisible distributions
研究代表者
前島　信（MAEJIMA MAKOTO）
慶應義塾大学・理工学部・名誉教授
研究者番号：90051846

研究成果の概要（和文）：確率論における重要な確率分布である無限分解可能分布の代表的なものに自己分解可能分布がある。それを拡張した新しい概念「α-自己分解可能分布」を提案し、新しい数学的な結果を得ると同時に、そのもとでそれまでの関連する結果を統一的に整理した。その応用の一例として、２次元ガンマ分布は自己分解可能ではないが、それが属するクラスを拡張したクラス群の中から特定した。また、狭義安定分布のレヴィ過程に関する確率積分による特徴づけの完全な証明に成功した。

研究成果の概要（英文）：Selfdecomposable distribution is a typical infinitely divisible distribution in probability theory. We extended its notion and proposed a new notion of α-selfdecomposability. We proved many new mathematical results and made a unified story which includes most known results related to selfdecomposability. As an application of this new framework, we found a specific class which the bivariate gamma distribution belongs to. We also obtained the stochastic integral representation of strictly stable distributions.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合　計
２０１０年度	2,700,000	810,000	3,510,000
２０１１年度	2,200,000	660,000	2,860,000
２０１２年度	2,000,000	600,000	2,600,000
年度			
年度			
総　計	6,900,000	2,070,000	8,970,000

研究分野：数物系科学
科研費の分科・細目：数学・数学一般(含確率論・統計数学)
キーワード：レヴィ過程、無限分解可能分布、確率積分、安定分布、２次元ガンマ分布

１．研究開始当初の背景

（１）前島は、無限分解可能分布のいろいろなクラスのレヴィ過程による確率積分表現に

よる特徴づけに、名古屋大学名誉教授佐藤健一、デンマークのBarndorff-Nielsen 他の共同研究者と、積極的に取り組んできていた。確率積分表現によって、無限分解可能分布の写像が定義される。その写像を繰り返し施すことによって、上記クラスのさらに入れ子のクラス列が定義されることになる。自己分解可能分布のクラスから出発した場合には、その入れ子クラスの極限が安定分布のクラスの閉包になることは佐藤(1980) の研究で分かっていた。いろいろなクラスは当然初めは異なるクラスである。しかし、入れ子のクラスの極限は多くの場合一致するであろうという予想を前島は長く持っていて、よく知られている５つのクラスについては、その極限がすべて一致することを佐藤との共同研究で証明した。すると次の問題は、そのような入れ子の極限として現れるのは、安定分布のクラスの閉包だけであろうか、ということであり、それよりも小さいクラス、又は大きいクラスが現れる写像が存在することが分かってきていた。（２）前島は、上記佐藤と協力して、レヴィ過程の概念を弱め、加法過程のうち、増分がすべて一様とは限らず、周期的に一様な確率過程を提唱し、半レヴィ過程と命名した（前島・佐藤(2003)）。半レヴィ過程は半自己分解可能分布のクラスと深く関連しているが、基本的な性質しかまだ分かっていなかった。（３）半自己分解可能分布のクラスをレヴィ過程の確率積分で特徴付ける、言い換えれば、ひとつの無限分解可能分布からの写像として半自己分解可能分布を特定できる写像を探していた。（４）２次元のレヴィ過程に対し、第一要素を指数関数の肩に乗せ、第二要素で積分をする指数型レヴィ積分の分布の性質を調べることが、一般化オルンシュタイン・ウーレンベック過程の分布の問題として、急速に発展してきていた。（５）　自己分解可能分布に近いクラスが、個別に研究されていた。そこでそれらをすべて統一的に扱う機運が生まれていた。（６）　上記に出てきている無限分解可能分布の写像を改めて考えれば、数学の問題としてそれらの写像の不動点は何かという問題に自然に行き着く。この種の写像で、まず写像の不動点という概念をいかに捉えたらいいかということを考えていた。

２．研究の目的

上記１．で述べたそれぞれの問題の解決を本研究の目的とした。（１）入れ子の極限のクラスの完全解決。（２）半レヴィ過程の性質を詳しく調べ、その性質を明らかにする。（３）半自己分解可能分布のクラスをレヴィ過程の確率積分で特徴付ける、言い換えれば、ひとつの無限分解可能分布からの写像として半自己分解可能分布を特定できる写像の発見。（４）指数型レヴィ積分の分布の性質の研究。（５）α-自己分解可能分布の導入とその性質の研究。（６）「不動点」の研究。

３．研究の方法

（１）研究代表者、研究分担者による共同研究。（２）研究組織には属さない、慶應義塾大学大学院理工学研究科所属の大学院生との共同研究。（３）研究組織には属さない、名古屋大学名誉教授佐藤健一、メキシコCIMATのPerez-Abreu、ドイツブラウンシュバイグ工科大学のLindner、フランスパリ大学のTudorらとの共同研究。（４）メキシコCIMATのPerez-Abreu、スイス連邦工科大学のEmbrechts、テネシー大学のRosinskiらを招聘し、専門知識の提供を受ける。（５）国際会議での研究成果の発表、研究討論。

４．研究成果

（１）自己分解可能分布の拡張として、α-

自己分解可能分布という概念を導入し、それに関連する無限分解可能分布のレヴィ過程による確率積分による写像を研究した。その結果、研究開始当初の背景の項で述べた、写像の繰り返しによって出来る入れ子の減少クラス列の極限として、安定分布の閉包より小さいクラスがパラメータαに依存して、連続的に出現することが解明された。

（２）無限分解可能分布のクラスをレヴィ過程による確率積分の写像の値域として実現する際、今までとは逆に、確率積分のレヴィ過程を固定して、被積分関数を動かすことによっても同じクラスが得られることを発見し証明した。

（３）２次元ガンマ分布については、Levyは無限分解可能ではないことを予想したが、その後Vere-Jonesが無限分解可能であることを示した。自己分解可能でないことは容易にわかった。そこで、それではどようなクラスに属しているかについて、(-2)-自己分解可能分布のクラスに属していることが証明できた。

（４）狭義安定分布のレヴィ過程に関する確率積分による特徴づけの完全な証明に成功した。完全自己分解可能分布については、対称完全自己分解可能分布については、加法過程に関する確率積分による特徴づけの可能性がわかり、その証明の完成には今一歩であり、本研究機関中には完成に至らなかった。

（５）半レヴィ過程の見本関数の再帰性、過渡性の問題について、レヴィ過程と同様どちらかに限るという二律背反性があることが証明できた。

（６）α-自己分解可能分布については、その具体例が乏しかったが、ガンマ確率変数の対数を取ったものが、その例になっていることがわかり、詳しく調べた。

（７）レヴィ過程を指数関数の肩に乗せ、それを別のレヴィ過程で積分をして得られる無限分解可能分布が近年いろいろな局面で話題になり、多くの研究論文が出ているが、具体的なレヴィ過程を選ぶことによって、一般ガンマ畳み込み分布の例をたくさん構成することができた。

（８）前島は、リトアニアとドイツの国際会議の招待講演として研究成果を発表。またドイツのブラウンシュヴァイグ工科大学で、Lindnerと今後の研究打ち合わせを行った。さらに、スイスＥＴＨ，チェコのカレル大学、フランスのリール大学で研究打ち合わせ、米国ノースカロライナ州の自己相似過程に関する国際シンポジウム、イスタンブールで開催された国際会議で研究成果を発表した。佐々田は台湾へ出張し、研究成果の発表と新しい共同研究のための議論をしてきた。

５．主な発表論文等

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計 29 件）（すべて査読あり）

(1) M. Maejima, T. Takamune, Y. Ueda, The dichotomy of recurrence and transience of semi-Levy processes, J. Theor. Probab. (2013), to appear.

(2) M. Maejima, V. Perez-Abreu, K. Sato, Levy measures involving a generalized form of fractional integrals, Probab. Math. Statist. (2013), to appear.

(3) S. Olla, T. Funaki, M. Sasada, Macroscopic energy diffusion for a chain of anharmonic oscillators, Probab. Th. Rel. Fields (2013), to appear.

(4) M. Maejima, Y. Ueda, Examples of α-selfdecomposable distributions, Statist. Probab. Lett. Vol. 83 (2013), 286-291.

(5) M. Maejima, C.A. Tudor, On the distribution of the Rosenblatt process, Statist. Probab. Lett. Vol. 83 (2013), 1490-1495.
(6) D.-H.-Kim, H. Nakada, R. Natsui, A refined Kurzweil type theorem in positive characteristic, Finite Fields Appl. Vol. 20 (2013), 64-75.
(7) K. Yasuda, Markov processes on the adeles and Chebyshev function, Statist. Probab. Lett. Vol. 83 (2013), 238-244.
(8) M. Sasada, On the spectral gap of the Kac walk and other binary collision processes on d-dimensional lattice, Springer Proc. in Math. & Statist. Vol.40 (2013), 543-560.
(9) T. Funaki, M. Sasada, Fluctuations in an evolutional model of two-dimensional Young diagrams, Stoch. Proc. Appl. Vol. 123 (2013), 1229-1275.
(10) A. Behme, M. Maejima, M. Matsui, N. Sakuma, Distributions of exponential integrals of independent increment processes related to generalized gamma convolutions, Bernoulli Vol.18 (2012), 1172-1187.
(11) M. Maejima, Y. Ueda, α -selfdecomposable distributions, mild Ornstein-Uhlenbeck type processes and quasi-selfsimilar additive processes, Seminaires et Congres Vol. 28 (2012), 45-64.
(12) M. Maejima, C.A. Tudor, Selfsimilar processes with stationary increments in the second Wiener chaos, Probab. Math. Statist. Vol. 32 (2012), 167-186.
(13) M. Maejima, V. Perez-Abreu, K. Sato, A class of multivariate infinitely divisible distributions related to arcsine density, Bernoulli Vol. 18 (2012), 476-495.
(14) M. Maejima, Y. Ueda, Nested classes of the class of α-selfdecomposable distributions, Tokyo J. Math. Vol. 34 (2011), 383-406.
(15) T. Aoyama, M. Maejima, Y. Ueda, Several forms of stochastic integral representations of gamma random variables and related topics, Probab. Math. Statist. Vol. 31 (2011), 99-118.
(16) S. Cohen, M. Maejima, Selfdecomposability of moving average fractional Levy processes, Statist. Probab. Lett. Vol. 81 (2011), 1664-1669.
(17) R. Fokkik, C. Kraaikamp, H. Nakada, On Schweiger's problems on fully subtractive algorithms, Israel J. Math. Vol. 186 (2011), 285-296.
(18) D.-H. Kim, H. Nakada, Metric inhomogeneous Diophantine approximation on the filed of formal Laurent series, Acta. Arith., Vol. 150 (2011), 129-142.
(19) K. Inoue, H. Nakada, On the existence of a Darling-Kac set for the renormalized Rauzy map, Tokyo J. Math. Vol.34 (2011), 289-302.
(20) Y. Nagahata, M. Sasada, Spectral gap for multi-spedies exclusion processes, J. Statist. Phys., Vol. 143 (2011), 381-399.
(21) M. Sasada, Hydrodynamic limit for exclusion processes with velocity, Markov Proc. Rel. Fields Vol. 17 (2011), 391-428.
(22) M. Maejima, Y. Ueda, Compositions of mapping of infinitely divisible distributions with applications to finding the limits of some nested subclasses,

Electr. Comm. Probab. Vol. 15 (2010), 227-239.

(23) T. Aoyama, A. Lindner, M. Maejima, A new family of mappings of infinitely divisible distributions related to the Goldie-Steutel-Bondesson class, Electr. J. Probab. Vol. 15 (2010), 1119-1142.

(24) K. Ichifuji, M. Maejima, Y. Ueda, Fixed points of mappings of infinitely divisible distributions on R^d, Statist. Probab. Lett. Vol. 80 (2010), 1320-1328.

(25) M. Maejima, Y. Ueda, α-selfdecomposable distributions and related Ornstein-Uhlenbeck type processes, Stoch. Proc. Appl. Vol. 120 (2010), 2363-2389.

(26) M. Maejima, Y. Ueda, A note on a bivariate gamma distribution, Statist. Probab. Lett. Vol. 80 (2010), 1991-1994.

(27) M. Maejima, Y. Ueda, Classes of infinitely divisible distributions on R^d related to the class of selfdecomposable distributions, Tokyo J. Math. Vol. 33 (2010), 453-486.

(28) W. Karwowski, K. Yasuda, Dirichlet forms for diffusion in R^2 and jumps on fractals: the regularity problem, p-Adic Numbers, Ultr. Anal. Appl. Vol. 2 (2010), 341-359.

(29) K. Yasuda, Markov processes on R^2 with ultrametric jumps and representations of Euler products, J. Theoret. Probab. Vol. 23 (2010), 748-769.

〔学会発表〕(計 19 件)

(1) 鈴木由紀, A diffusion process with Brownian potential including a zero potential part, 日本数学会2013年度年会, 2013年3月20日, Kyoto, Japan.

(2) H. Nakada, On Hurwitz continued fractions and an aidea by Ford, Ergodic Theory and Metric Theory, 2012年12月5日, Tokyo, Japan.

(3) M. Sasada, Mixing rates of stochastic energy exchange models with degenerate rate functions, Nonequibrium Statistical Mechanics: Mathematical Understanding and Numerical Simulation （招待講演）, 2012年11月14日, Banf, Canada.

(4) M. Sasada, Microscopic dynamics for the porous medium equation and other degenerate parabolic equations, MSJ-KMS Joint Meeting 2012 （招待講演）, 2012年9月17日, Fukuoka, Japan.

(5) M. Sasada, Stochastic energy exchange models with degenerate rate functions, International Congress on Mathematical Physics ICMP 2012 （招待講演）, 2012年8月9日, Aalborg, Denmark.

(6) H. Nakada, On the dual of Rauzy induction, Workshop on Infinite Ergodic Theory, 2012年7月30日, Guildford, UK.

(7) M. Maejima, Classes of α-selfdecomposable distributions and their examples, 8th World Congress in Probability and Statistics, 2012年7月11日, Instanbul, Turky.

(8) M. Sasada, Spectral gap for stochastic energy exchange models with degenerate rate functions, 11th Workshp on Stochastic Analysis on Large Scale Interacting Systems （招待講演）, 2012年7月5日, Tokyo, Japan.

(9) M. Maejima, Selfsimilar processes with stationary increments in the second Wiener chaos, International Conference on Long-Range Dependence, Self-similarity

and Heavy Tails （招待講演）, 2012年4月20日, North Carolina, USA.

(10) H. Nakada, On costs of some Euclidean type algorithms ove F_q[X]^3, Dynamics of Complex Systems 2012, 2012年3月6日, Sapporo, Japan.

(11) M. Sasada, Spectral gap for energy exchange models with rate functions approaching zero, 10th Workshop on Stochastic Analysis on Large Scale Interacting Systems （招待講演）, 2011年12月5日, Kochi, Japan.

(12) 佐々田槙子, 速度を持つ粒子系に対する流体力学極限, 日本数学会（招待講演）, 2011年9月28日, Matsumoto, Japan.

(13) M. Sasada, Scaling limits of excursion processes and evolutional models of Young diagram, Infinite Analysis 11 （招待講演）, 2011年7月26日, Tokyo, Japan.

(14) K. Yasuda, Adelic processes and number theoretical functions, Number Theory and Probability, 2010年9月15日, Kyoto, Japan.

(15) M. Maejima, More about limits of nested classes of infinitely divisible distributions, 34th Conference on Stochastic Processes and their Applications, 2010年9月6日, Osaka, Japan.

(16) M. Maejima, More about limits of nested classes of infinitely divisible distributions, （招待講演）, 6th Conference on Levy Processes: Theory and Applications, 2010年7月30日, Dresden, Germany.

(17) H. Nakada, On the dynamics of fully subatractive algorithm, Japan-Korea Workshop on Number Theory and Ergodic Theory, 2010年7月28日, Kyoto, Japan.

(18) M. Maejima, Classes of infinitely divisible distributions on R^d, their characterizations and related topics, 10th Vilnius Conference on Probability Theory and Mathematical Statistics, （招待講演）, 2010年6月28日, Vilnius, Lithuania.

(19) H. Nakada, On continued fraction mixing, Workshop on Infinite Ergodic Theory and Related Fields （招待講演）, 2010年6月28日, Weizmann Institute of Science, Israel.

〔その他〕
ホ　ー　ム　ペ　ー　ジ　：
http://www.math.keio.ac.jp/~maejima/

６．研究組織

(1)研究代表者

前島　信（MAEJIMA　MAKOTO）
慶應義塾大学・理工学部・教授
研究者番号：90051846

(2)研究分担者

仲田　均（NAKADA　HITOSHI）
慶應義塾大学・理工学部・教授
研究者番号：40118980

田村　要造（TAMURA　YOZO）
慶應義塾大学・理工学部・教授
研究者番号：50171905

安田　久美（YASUDA　KUMI）
慶應義塾大学・商学部・教授
研究者番号：40284484

鈴木　由紀（SUZUKI　YUKI）
慶應義塾大学・医学部・講師
研究者番号：30286645

佐々田　槙子（SASADA　MAKIKO）
慶應義塾大学・理工学部・助教
研究者番号：00609042

(3)連携研究者

該当なし