

Title	代数多様体の数論幾何的予想の解決に向けた戦略的研究
Sub Title	Strategic research to solve certain conjectures in arithmetic geometry
Author	坂内, 健一(Bannai, Kenichi) 山本, 修司(Yamamoto, Shuji) 高井, 勇輝(Takai, Yuki) 三浦, 崇(Miura, Takashi) 中村, 健太郎(Nakamura, Kentaro) 新井, 啓介(Arai, Keisuke) 萩原, 啓(Hagihara, Kei) 加塩, 朋和(Kashio, Tomokazu) 大槻, 玲(Otsuki, Rei) 長谷川, 泰子(Hasegawa, Yasuko) 津嶋, 貴弘(Tsushima, Takahiro) 広常, 智輝(Hirotsune, Tomoki) 小野, 雅隆(Ono, Masataka) Kings, Guido
Publisher	
Publication year	2015
Jtitle	科学研究費補助金研究成果報告書 (2014. )
JaLC DOI	
Abstract	<p>本研究では「ポリログ」と呼ばれる数論幾何的对象に対する代表者の研究成果を基盤に、複数の若手研究者を交えたプロジェクト型研究として、代数多様体の数論幾何的予想に組織的に挑戦した。その結果、特に特定の虚2次体のHecke指標に対して、<math>p</math>進Beilinson予想を解決することに成功した。これは円分体以外の場合における<math>p</math>進Beilinson予想の初めての証明であり、極めて画期的な成果である。さらに、Hilbert modular多様体の場合のポリログの具的表示として有望な候補を発見した。この候補は、今後様々な数論幾何的予想の解決に実際に応用できると期待される。</p> <p>Working on previous research concerning arithmetic geometric object called the "polylogarithm," we formed a group of young researchers and attacked certain conjectures in arithmetic geometry. We succeeded in solving the <math>p</math>-adic Beilinson conjecture for certain Hecke characters of an imaginary quadratic field. This result is first such result in the non-cyclotomic case. We then discovered a potential candidate for the expression of the polylogarithm in the Hilbert modular case. We expect this candidate will play an important role in solving conjectures in arithmetic geometry.</p>
Notes	研究種目：若手研究(S) 研究期間：2009～2014 課題番号：21674001 研究分野：代数学
Genre	Research Paper
URL	<a href="https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=KAKEN_21674001seika">https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=KAKEN_21674001seika</a>

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the Keio Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27年 5月 1日現在

機関番号 : 32612  
 研究種目 : 若手研究 (S)  
 研究期間 : 2009 ~ 2014  
 課題番号 : 21674001  
 研究課題名 (和文) 代数多様体の数論幾何的予想の解決に向けた戦略的研究  
  
 研究課題名 (英文) Strategic Research to solve certain conjectures  
 in Arithmetic Geometry  
  
 研究代表者  
 坂内 健一 (BANNAI Kenichi)  
 慶應義塾大学・理工学部・准教授  
 研究者番号 : 90343201  
 交付決定額 (研究期間全体) (直接経費) : 71,800,000 円

## 研究成果の概要 (和文) :

本研究では「ポリログ」と呼ばれる数論幾何的对象に対する代表者の研究成果を基盤に、複数の若手研究者を交えたプロジェクト型研究として、代数多様体の数論幾何的予想に組織的に挑戦した。その結果、特に特定の虚2次体のHecke指標に対して、 $p$ 進Beilinson予想を解決することに成功した。これは円分体以外の場合における $p$ 進Beilinson予想の初めての証明であり、極めて画期的な成果である。さらに、Hilbert modular多様体の場合のポリログの具体的表示として有望な候補を発見した。この候補は、今後様々な数論幾何的予想の解決に実際に応用できると期待される。

## 研究成果の概要 (英文) :

Working on previous research concerning arithmetic geometric object called the “polylogarithm,” we formed a group of young researchers and attacked certain conjectures in arithmetic geometry. We succeeded in solving the  $p$ -adic Beilinson conjecture for certain Hecke characters of an imaginary quadratic field. This result is first such result in the non-cyclotomic case. We then discovered a potential candidate for the expression of the polylogarithm in the Hilbert modular case. We expect this candidate will play an important role in solving conjectures in arithmetic geometry.

## 研究分野 : 代数学

 キーワード : 楕円曲線, 虚数乗法, Hecke指標, ポリログ,  $p$ 進 $L$ 関数,  $p$ 進Beilinson予想

## 1. 研究開始当初の背景

整数論では古くから、整数論的に重要な代数的不変量と  $L$  関数の特殊値という解析的な不変量の関係が注目されてきた。代数多様体の類数を、Dedekind ゼータ関数で書き下す「類数公式」などはこの典型的な現れである。この関係は予想として様々な場合に一般化され、最終的に、代数多様体の玉河数予想 (Bloch-加藤予想とも呼ばれる) として定式化された。この予想は、クレイ研究所が主催しているミレニアム懸賞問題の1つである Birch-Swinnerton Dyer 予想 (BSD 予想) をも特別な場合として含む整数論の中心的な予想である。

しかしながら、証明する方法が技術的に難しいことから、今まで非常に限られた場合にしか証明されて来なかった。この予想の難しさは、代数的に定義される整数論的不変量と、解析的に定義される  $L$  関数の特殊値という、一見全く別世界の量の関係を主張していることにある。整数論的不変量と  $L$  関数の特殊値の両方を内在する数論幾何的な対象をうまく構成することができれば、この予想を解決できると信じられている。しかしながら数論幾何的な対象を構成すること自体、技術的に極めて難しく、問題解決に必要と

する数学的技が多岐に渡ることから、この研究を進めるために組織的に取り組むというプロジェクト型研究に問題解決への可能性を見出した。

## 2. 研究の目的

本研究の目的は、この両者の架け橋となりうる「ポリログ」という motivic (数論幾何的) な対象物を研究することである。「ポリログ」とは、様々な代数多様体に対して構成されている数論幾何学的対象である。射影直線引く3点の場合に Beilinson と Deligne によって初めて定義され、Beilinson と Levin によって楕円曲線の場合、その後、Wildeshaus や Kings によってアーベル多様体の場合などに類似の構成が行われた。非常に簡単な抽象的特徴付けを持つことが強みだが、具体的に書き下すことの難しさが難点であった。研究代表者はこれまで、辻雄 (東大数理)、小林真一 (東北大)、Guido Kings (Regensburg 大学) との共同研究を通して、楕円曲線の場合のポリログや関連する Eisenstein 類の研究を進めてきた。本研究ではこれらの成果を発展させ、論文としてまとめ、さらにこれらの結果を踏まえて次の2つの事柄を目指して来た。

- (1) 楕円曲線のポリログが具体的に記述できたことの数論的帰結を網羅的に研究する。
- (2) アーベル多様体等、他の代数多様体の場合のポリログを具体的に記述することを試みる。

この2つの事項は並行して研究を進めたが、研究期間の前半には主に(1)を、研究期間の後半には主に(2)を重点的に研究した。また、これらの研究を進める上で、広範囲に渡る、関連する数論幾何学的手法の整備も行うことを目指した。

## 3. 研究の方法

研究期間中、通算10名の若手研究者を特任助教として雇用し、チームで行うプロジェクト型研究として研究を進めて来た。

研究期間の前半には、主に、楕円ポリログや Eisenstein 類の具体的な記述という成果を踏まえて、その数論的帰結や、今後のその研究を発展させるための数論的技術の整備のため、主に岩澤理論の専門家や  $p$  進表現の専門家 (中村健太郎、加塩朋和、新井啓介、萩原啓、津嶋貴弘、大槻玲) を雇用した。中村氏は、Trianguline 表現の研究を遂行した。加塩氏は、 $p$  進ガンマ関数の研究を遂行した。新井氏はモジュライ曲線の有理点やガロア表現の像について、萩原啓氏は motive について研究を行った。

津嶋氏、大槻玲氏は、supersingular な素数の場合に虚2次体に付随する Hecke 指標の  $p$  進  $L$  関数について研究を遂行した。

研究は順調に進み、研究期間の後半で、特に Eisenstein 類の方法が Hilbert modular の場合に有望であることが期待されてからは、就職等を要因として良いタイミングで特任助教が順次入れ替わり、主に総実代数体や Hilbert modular の専門家 (山本修司、高井勇輝、三浦崇、長谷川泰子、大槻玲) を雇用することにより、Hilbert modular 多様体や関連する技術について、研究を進めることができた。

## 4. 研究成果

(1) 研究代表者は小林真一氏 (東北大)、辻雄氏 (東大) との共同研究を通して、CM楕円曲線のポリログのホッジ実現および  $p$  進実現を具体的、明示的に記述することに成功し、結果を論文としてまとめた (雑誌論文4,5)。

(2) 研究代表者は小林真一氏との共同研究を通して素数  $p$  が ordinary 場合に、虚2次体の Hecke 指標に付随する  $p$  進  $L$  関数のテータ函数を用いた構成に成功し、論文としてまとめた (雑誌論文3)。本研究プロジェクトメンバーである大槻玲氏はこの研究をさらに発展させ、 $p$  が supersingular な場合に虚2次体の Hecke 指標に付随する  $p$  進  $L$  関数のテータ函数を用いた構成に成功した。

(3) 研究期間の前半で、中村健太郎氏は、Trianguline 表現の Zariski 稠密性を証明した (雑誌論文14,15,16)。新井啓介氏はモジュライ曲線の有理点やガロア表現の像に関する結果を得た (雑誌論文16, 17, 18, 19)。加塩朋和氏は、 $p$  進多重ガンマ関数と  $p$  進周期の関係についての論文を執筆した (雑誌論文10)。津嶋貴弘氏はモジュライ曲線の還元について結果を得た (雑誌論文13)。

(4) 研究代表者は海外研究協力者の Guido Kings 氏 (Regensburg 大) とともに虚2次体に付随する Hecke 指標の  $p$  進 Beilinson 予想の研究を進めた。まず、 $p$  進 Eisenstein 類を明示的に表示することに成功した (雑誌論文2)。この結果に基づき、素数  $p$  が ordinary な場合、虚2次体に付随する Hecke 指標の  $p$  進 Beilinson 予想を証明することに成功し、結果を論文としてまとめた (雑誌論文1)。さらに、Kings 氏の学生 M. Niklas との共同研究を通して、この結果を一般の楕円保型形式の場合にも拡張した (Niklas 氏の博士論文)。

(5) 研究期間の後半では、高井勇輝氏が代数体の相対類数の非加除性について（雑誌論文12）、長谷川泰子氏が $\mathrm{Sp}(2)$ の標準L関数について、それぞれ研究を順調に進めた。また、三浦崇氏は非巡回型のCM拡大のイデアル類群をFittingイデアルを用いて研究し、山本氏は、多重ゼータ値の研究を進めた（雑誌論文7, 8, 9, 10, 11）。

(6) 研究代表者は、小林真一氏、古庄英和氏とともに、虚2次体の導手が $p$ で割れるHecke指標の $p$ 進Beilinson予想を考える上で必要となる、 $p$ 進Eisenstein-Kronecker級数をColeman関数として定義した（雑誌論文1）。広智常輝氏は、この研究と関連して、 $p$ 進L関数を $p$ 進Eisenstein級数で書き表した（雑誌論文22）。

(7) 研究代表者は、Hilbert modular多様体の場合のポリログを具体的に記述する決定的なアイデアを得た。より具体的には、Hilbert modular多様体の場合のポリログの具体的表示と思われる有望な候補を発見することに成功した。この候補は、Eisenstein級数や $p$ 進Eisenstein級数を用いて記述され、研究代表者のそれまでの研究と照らし合わせても極めて自然なものである。また、Eisenstein級数や $p$ 進Eisenstein級数はL関数の値とも関係することから、この候補が実際にポリログを記述していることが導かれれば、様々な数論幾何的予想の解決に実際に用いることができると期待される。この発見が、研究代表者を代表とする科学研究費補助金・基盤研究(A)「Eisenstein類を核とした数論幾何的予想の解決に向けた戦略的研究」の研究へと繋がった。

以上の研究成果、特に(4)(7)より、当初目指していた研究成果を達成することができたことになる。特に、高次元であるHilbert modularの場合に有用な知見を得られたことは、極めて意義深い。

#### 5. 主な雑誌論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線) ※研究協力者にも下線

〔雑誌論文〕(計 22件)

<以下、全て査読有>

1. Kenichi Bannai, Hidekazu Furusho and Shinichi Kobayashi,  $p$ -adic Eisenstein-Kronecker series for CM elliptic curves and the Kronecker limit formulas, to appear in the Nagoya Mathematical Journal.
2. Kenichi Bannai and Guido Kings “ $p$ -adic Beilinson conjecture for ordinary Hecke

motives associated to imaginary quadratic fields” RIMS Kôkyûroku Bessatsu **B25**: Algebraic Number Theory and Related Topics 2009, eds. T. Ichikawa, M. Kida, T. Yamazaki, June (2011), 9-30.

3. Kenichi Bannai and Guido Kings “ $p$ -adic elliptic polylogarithm,  $p$ -adic Eisenstein series and Katz measure” American J. Math. **132**, no. 6 (2010), 1609-1654.
4. Kenichi Bannai and Shinichi Kobayashi, “Algebraic theta functions and  $p$ -adic interpolation of Eisenstein-Kronecker numbers” Duke Math. J. **153** no. 2 (2010), 229-295.
5. Kenichi Bannai, Shinichi Kobayashi, and Takeshi Tsuji, “On the de Rham and  $p$ -adic realizations of the elliptic polylogarithm for CM elliptic curves” Annales scientifiques de l’ENS **43**, fascicule 2 (2010), 185-234.
6. Kenichi Bannai, Shinichi Kobayashi, and Takeshi Tsuji “Realizations of the elliptic polylogarithm for CM elliptic curves” RIMS Kôkyûroku Bessatsu **B12** : Algebraic Number Theory and Related Topics 2007, eds. M. Asada, H. Nakamura and H. Takahashi, August (2009), 33--50.
7. Shuji Yamamoto “A sum formula of multiple  $L$ -values,” *Int. J. Number Theory* **11** (2015), 127-137.
8. Shuji Yamamoto “Explicit evaluation of certain sums of multiple zeta-star values,” *Funct. Approx. Comment. Math. Volume 49*, Number 2 (2013), 283-289.
9. Shuji Yamamoto “Interpolation of multiple zeta and zeta-star values” *Journal of Algebra*, Volume **385** (2013), 102--114.
10. Ken Kamano, Yasuo Ohno, and Shuji Yamamoto “Weighted Lonesum Matrices and Their Generating Function” *Integers*, Volume **13** (2013), **A25** (7 pages).
11. Koji Tasaka, Shuji Yamamoto “On some multiple zeta-star values of one-two-three indicies” *Int. J. Number Theory* Vol. **9**, No. 5 (2013), 1171-1184.
12. Yuuki Takai “An analogue of Sturm’s theorem for Hilbert modular forms” *Algebra and Number Theory* **7:4** (2013) 1001-1018.
13. Takahiro Tsushima, “On the Stable Reductions of  $X_0(5^f)$  and  $X_0(7^f)$ ”, RIMS Kokyuroku Bessatsu **B32**, Algebraic Number Theory and Related Topics 2010 (2012), 205-228.
14. Kentaro Nakamura “Iwasawa theory of de Rham  $(\phi, \Gamma)$ -modules over the Robba ring,” *J. Inst. Math. Jussieu* **13** (2014) no1, 65-118.
15. 中村 健太郎 “2次元クリスタリン表現の Zariski 稠密性,” RIMS Kôkyûroku

- Bessatsu **B25**: Algebraic Number Theory and Related Topics 2009, eds. T. Ichikawa, M. Kida, T. Yamazaki, June (2011), 161-184.
16. Kentaro Nakamura "Classification of two dimensional split trianguline representations of  $p$ -adic fields," *Compositio Mathematica* Volume **145** Part 4 (2009), 865-914.
  17. Keisuke Arai and Fumiyuki Momose "Points on  $X_0^+(N)$  over quadratic fields," *Acta Arithmetica* **152** (2012), 159-173.
  18. Keisuke Arai and Fumiyuki Momose "Rational points on  $X_0^+(37M)$ ," *Journal of Number Theory* **130** (2010), no. 10, 2272-2282.
  19. Keisuke Arai, "Galois images and modular curves", *RIMS Kokyuroku Bessatsu B32*, Algebraic Number Theory and Related Topics 2010, July (2012) 145-162.
  20. 加塩朋和, "  $p$ 進多重ガンマ関数と  $p$ 進周期の関係について," *RIMS Kôkyûroku Bessatsu B25*: Algebraic Number Theory and Related Topics 2009, eds. T. Ichikawa, M. Kida, T. Yamazaki, June (2011), 31-52.
  21. Rei Otsuki, "Construction of a homomorphism concerning Euler systems for an elliptic curve" *Tokyo Journal of Mathematic* vol. **32**, no. 1 (2009), 253-278.
  22. Tomoki Hirotsume " $p$ -adic Eisenstein-Kronecker series and non-critical values of  $p$ -adic Hecke  $L$ -function of an imaginary quadratic field when the conductor is divisible by  $p$ " *J. Number Theory* vol. **135** (2014) 301-333.

[学会発表] (計 110 件)

<主な国際研究集会・国際セミナー抜粋>

1. Kenichi Bannai, On the Eisenstein class and relations to Katz  $p$ -adic  $L$ -function, East Asia Number Theory Conference 2014, Kyushu University (福岡県・福岡市), January 20, 2014.
2. Kenichi Bannai, On the  $p$ -adic analogue of Eisenstein-Kronecker series, Modular functions and Quadratic forms – Number theoretic delights, Osaka University (大阪府・大阪市), December 21, 2013.
3. Kenichi Bannai,  $p$ -adic Eisenstein-Kronecker function for CM elliptic curves,  $p$ -adic cohomology and its applications to arithmetic geometry, Tohoku University (宮城県・仙台市), November 1, 2012.
4. Kenichi Bannai, Number Theory Day in Keio, Keio University (神奈川県・横浜市)

市), September 13, 2012.

5. Kenichi Bannai, On the Eisenstein class for Hilbert modular surfaces, Arithmetic Geometry week in Tokyo, Tokyo University (東京都・渋谷区), June 4, 2012.
6. Kenichi Bannai, On the Eisenstein class for Hilbert-Blumenthal surfaces, DFB Research Group "Algebraic Cycles and L-functions" Final Conference, Regensburg University (ドイツ・Regensburg), March 1, 2012.
7. Kenichi Bannai,  $p$ -adic Eisenstein-Kronecker functions and periods of the elliptic polylogarithm, Japan-Korea Number Theory Seminar 2011, Nagoya University (愛知県・名古屋市), November 10, 2011.
8. Kenichi Bannai, The polylogarithm and special values of complex and  $p$ -adic  $L$ -functions (3 Lectures) Boston-Keio Summer Workshop, Boston University (米国・Boston), September 15, 16, 19, 2011.
9. Kenichi Bannai,  $p$ -adic Beilinson conjecture for ordinary Hecke motives associated to imaginary quadratic fields, Arithmetic geometry and  $p$ -adic differential equations, Tohoku University (宮城県・仙台市), July 3, 2010.
10. Kenichi Bannai,  $p$ -adic Beilinson conjecture for ordinary Hecke motives associated to imaginary quadratic fields, Number Theory Seminar, KIAS (韓国・ソウル市), June 9-10, 2010.
11. Kenichi Bannai and Guido Kings,  $p$ -adic Elliptic Polylogarithm,  $p$ -adic Eisenstein series and Katz measure, East Asian Number Theory Conference (中国・北京), Beijing, August 19, 2009.
12. Shuji Yamamoto, Quasi-shuffle algebra and the operad for power series, Korea-Japan Joint Seminar on Number Theory and Related Topics, Ewha Womans University (韓国・ソウル市), January 21, 2013.
13. Shuji Yamamoto, Formula for certain multiple L-values and polylogarithms, 国際研究集会「ゼータ関数 2012」, Tokyo Institute of Technology University (東京都大田区), September 25, 2012.
14. Shuji Yamamoto, Weighted lonesum matrices and their generating function (Joint work with Ken Kamano and Yasuo Ohno), 3<sup>rd</sup> Keio-Yonsei Workshop in Mathematics (神奈川県・横浜市), Keio University, May 25, 2012.
15. Yuuki Takai, Indivisibility of relative class

- numbers of CM quadratic extensions and vanishing of these relative Iwasawa invariants, Number Theory Seminar, Stanford University (米国・Stanford), November 8, 2013.
16. Yuuki Takai, Indivisibility of relative class numbers of CM quadratic extensions and vanishing of these relative Iwasawa invariants, Number Theory Seminar, UC Berkeley (米国・Berkeley), October 9, 2013.
  17. Yuuki Takai, A determining condition of Hilbert modular forms, Algebra Seminar, Emory University (米国・Atlanta), September 3, 2013.
  18. Yuuki Takai, A determining condition of Hilbert modular forms, KIAS Number Theory Seminar, KIAS (韓国・ソウル市), August 8, 2013.
  19. Yuuki Takai, Indivisibility of relative class numbers of CM quadratic extensions and vanishing of these relative Iwasawa invariants, RIM/BK21/PARC, Seoul University (韓国・ソウル市), August 5, 2013.
  20. Yuuki Takai, Indivisibility of relative class numbers of CM quadratic extensions of totally real Galois number fields, Korea-Japan Joint Seminar on Number Theory and Related Topics, Ewha Womans University (韓国・ソウル市), January 24, 2013.
  21. Yuuki Takai, On Sturm's theorem for modular forms, The 3<sup>rd</sup> Keio-Yonsei Workshop in Mathematics, Keio University (神奈川県・横浜市), May 24, 2012.
  22. Yuuki Takai, An analogue of Sturm's theorem for Hilbert modular forms, Korea-Japan Joint Seminar on Number Theory and Related Topics 2011, Nagoya University (愛知県・名古屋市), November 10, 2011.
  23. Takashi Miura, On the Fitting ideals of ideal class groups of non-cyclic CM-extensions, Oberseminar Zahlentheorie, LMU Munchen (ドイツ・Munchen), February 6, 2013.
  24. Takashi Miura, On the Fitting Ideals of Ideal Class Groups of CM-fields, 2012 NCTS Japan-Taiwan joint Conference on Number Theory, National Tsing-Hua University (台湾・新竹市), August 29, 2012.
  25. Takashi Miura, On the Fitting Ideals of Ideal Class Groups of CM-fields, The 3<sup>rd</sup> Keio-Yonsei Workshop in Mathematics, Keio University (神奈川県・横浜市), May 25, 2012.
  26. Kentaro Nakamura, Zariski density of crystalline representations for any  $p$ -adic field Boston-Keio summer workshop, Boston University (米国・Boston), September 2011.
  27. Kentaro Nakamura, Zariski density of crystalline representations for any  $p$ -adic field, Workshop on the arithmetic geometry of Shimura varieties and Rapoport-Zink spaces, Kyoto University (京都府・京都市), July 2011.
  28. Kentaro Nakamura, Trianguline representations and Zariski density of two dimensional crystalline representations, 2<sup>nd</sup> Keio-Yonsei Workshop in Mathematics, Yonsei University (韓国・ソウル市), November 2009.
  29. Kentaro Nakamura, Zariski density of two dimensional trianguline representations of  $p$ -adic fields,  $p$ -adic Automorphic Forms and Arithmetic Geometry, 気仙沼大島 (宮城県・気仙沼市), July 2009.
  30. Kentaro Nakamura, Two dimensional trianguline representations of  $p$ -adic field Journées de Géométrie Arithmétique de Rennes (フランス・Rennes), Rennes University, July 2009.
  31. Keisuke Arai, Points on  $X_0^+(N)$  over quadratic fields, Sakura Workshop: Torsion of Abelian Schemes and Rational Points on Moduli Spaces, Université Bordeaux1 (フランス・Bordeaux), January 25, 2010.
  32. Keisuke Arai, Points on  $X_0^+(N)$  over quadratic fields, 2<sup>nd</sup> Keio-Yonsei Workshop in Mathematics, Yonsei University (韓国・ソウル市), November 19, 2009.
  33. Kei Hagihara, Kummer étale  $K$ -theory and its application, Boston-Keio Summer Workshop, Boston University (米国・Boston), September 18, 2011.
  34. Kei Hagihara, Some theorems on Kummer étale  $K$ -theory International workshop on motives in Tokyo part 5, Tokyo University (東京都・渋谷区), December 14, 2009.
  35. Rei Otsuki, Construction of  $p$ -adic Hecke  $L$ -functions using the Kronecker theta function in the cyclotomic supersingular case Boston-Keio Summer Workshop, Boston University (米国・Boston), September 16, 2011.
  36. Rei Otsuki, Construction of  $p$ -adic Hecke  $L$ -functions using the Kronecker theta function in the cyclotomic supersingular case, 2<sup>nd</sup> Keio-Yonsei Workshop in

Mathematics, Yonsei University (韓国・ソウル市), November 19, 2009.

37. Yasuko Hasegawa, The critical values of exterior square  $L$ -functions of  $GL_2$ , Korea-Japan Joint Seminar on Number Theory and Related Topics, Ewha Womans University (韓国・ソウル市), January 21, 2013.
38. Tomoki Hirotsumi,  $p$ -adic Eisenstein-Kronecker series and special values of  $p$ -adic  $L$ -functions, Korea-Japan Joint Seminar on Number Theory and Related Topics, Ewha Womans University (韓国・ソウル市), January 22, 2013.
39. Tomoki Hirotsumi,  $p$ -adic Eisenstein-Kronecker series and special values of  $p$ -adic  $L$ -functions, The 3<sup>rd</sup> Keio-Yonsei Workshop in Mathematics, Keio University (神奈川県・横浜市), May 25, 2012.
40. Tomoki Hirotsumi,  $p$ -adic Eisenstein-Kronecker series and special values of  $p$ -adic  $L$ -functions Boston-Keio Summer Workshop, Boston University (米国・Boston), September 19, 2011.

[図書] (計 1 件)

1. 小川卓克・斎藤 毅・中島 啓 編「日本の現代数学 ——新しい展開をめざして」、数学書房、2009 年 (坂内健一「母関数が開く整数論の未来」, 197-211.)

[産業財産権]

○出願状況 (計 0 件)

○取得状況 (計 0 件)

[その他]

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

坂内健一 (BANNAI Kenichi)  
慶應義塾大学・理工学部・准教授  
研究者番号: 90343201

### (4) 研究協力者

<慶應義塾大学・理工学部で雇用>

山本修司 (YAMAMOTO Shuji)  
特任助教 (2012. 04. 01-2014. 03. 31)

高井勇輝 (YUKI Takai)  
特任助教 (2011. 10. 01-2014. 03. 31)  
研究者番号: 90599698

三浦崇 (MIURA Takashi)  
特任助教 (2012. 04. 01-2014. 03. 31)  
研究者番号: 60631934

中村健太郎 (NAKAMURA Kentaro)  
特任助教 (2009. 07. 01-2011. 10. 31)  
研究者番号: 90595993

新井啓介 (ARAI Keisuke)  
特任助教 (2009. 10. 01-2010. 03. 31)  
研究者番号: 80422393

萩原啓 (HAGIHARA Kei)  
特任助教 (2009. 10. 01-2010. 03. 31,  
2010. 06. 01-2011. 08. 31)  
研究者番号: 30512173

加塩朋和 (KASHIO Tomokazu)  
特任助教 (2010. 02. 01-2010. 03. 31)  
研究者番号: 10403106

大槻玲 (OTSUKI Rei)  
特任助教 (2009. 07. 01-2014. 03. 31)

長谷川泰子 (HASEGAWA Yasuko)  
特任助教 (2011. 07. 01-2013. 03. 31)

津嶋貴弘 (TSUSHIMA Takahiro)  
研究員 (2009. 10. 01-2010. 03. 31,  
2010. 06. 01-2011. 08. 31)  
研究者番号: 70583912

<大学院生>

広常智輝 (HIROTSUNE Tomoki)

小野雅隆 (ONO Masataka)

<海外研究協力者>

Guido KINGS  
Regensburg 大学・Lehrstuhl für  
Reine Mathematik・教授