慶應義塾大学学術情報リポジトリ
Keio Associated Repository of Academic resouces

Title	幾何学的視点を融合した無限次元空間上の確率解析の研究
Sub Title	Stochastic analysis on infinite dimensional spaces from a geometric view
Author	河備, 浩司(Kawabi, Hiroshi) 石渡, 聡(Ishiwata, Satoshi) 楠岡, 誠一郎(Kusuoka, Seiichiro) 星野, 壮登(Hoshino, Masato)
Publisher	
Publication year	2024
Jtitle	科学研究費補助金研究成果報告書 (2023.)
JaLC DOI	
Abstract	(1) 分担者の楠岡, 星野両氏と共に, exp(Φ)_{2}量子場の確率量子化を実現する特異確率偏微分方程式の一意強解を, モデルの特殊性を用いた新たな手法を提案することで構成した。またディリクレ形式との関係も明確に分かった。 (2) 量子場の離散幾何学的な研究を行うための準備として, 非コンパクトなリーマン多様体上のドリフト付きシュレーディンガー半群の離散近似の研究を分担者の石渡氏と行った。これはリーマン多様体上のファインマン-カッツ汎関数積分の有限次元和分近似を考えると言うことにも相当し, 大域解析学だけでなく確率数値解析や多様体学習の視点からも面白い研究である。 (1) With Masato Hoshino and Seiichiro Kusuoka, I constructed a unique strong solution of singular stochastic partial differential equations which realize stochastic quantization of exp(Φ)_{2} quantum fields. We proposed a new method using peculiarity of the exponential model. The relation with Dirichlet form is also clarified. (2) As a preparation for the discrete geometric study of quantum fields, I studied a discrete approximation of Schroedinger semigroup with drift on noncompact Riemannian manifolds with Satoshi Ishiwata. This study is regarded as a finite dimensional summation approximation of the Feynman-Kac functional integral on manifolds, and is interesting from the viewpoints of not only global analysis but also stochastic numerical analysis and manifold learning.
Notes	研究種目 : 基盤研究 (C) (一般) 研究期間 : 2020 ~ 2023 課題番号 : 20K03639 研究分野 : 数物系科学
Genre	Research Paper
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=KAKEN_20K03639seika

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the KeiO Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

様　式　Ｃ－１９、Ｆ－１９－１、Ｚ－１９　（共通）

科学研究費助成事業　　研究成果報告書

令和　６ 年　 ６ 月 １３ 日現在

機関番号：３２６１２
研究種目：基盤研究(C)（一般）
研究期間：2020～2023
課題番号：２０Ｋ０３６３９

研究課題名（和文）幾何学的視点を融合した無限次元空間上の確率解析の研究

研究課題名（英文）Stochastic Analysis on Infinite Dimensional Spaces from a Geometric View

研究代表者
河備　浩司（KAWABI, Hiroshi）

慶應義塾大学・経済学部（日吉）・教授

研究者番号：８０４３２９０４

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費）　　3,300,000円

研究成果の概要（和文）：(1) 分担者の楠岡，星野両氏と共に，exp(Φ)_{2}量子場の確率量子化を実現する特異確率偏微分方程式の一意強解を，モデルの特殊性を用いた新たな手法を提案することで構成した。またディリクレ形式との関係も明確に分かった。

(2) 量子場の離散幾何学的な研究を行うための準備として，非コンパクトなリーマン多様体上のドリフト付きシュレーディンガー半群の離散近似の研究を分担者の石渡氏と行った。これはリーマン多様体上のファインマン-カッツ汎関数積分の有限次元和分近似を考えると言うことにも相当し，大域解析学だけでなく確率数値解析や多様体学習の視点からも面白い研究である。

研究成果の学術的意義や社会的意義
近年の特異確率偏微分方程式の理論の進展により，無限次元空間上の確率解析と構成的場の量子論の数学的研究の融合が進んでいるが，本研究で得られた成果は，その中でも中心的なexp(Φ)_{2}-モデルの数学解析における基礎定理である。また，リーマン多様体上のドリフト付きシュレーディンガー半群の離散近似の研究成果であるが，ファインマン-カッツ汎関数積分の有限次元和分近似を考えると言うことにも相当し，今後，離散幾何解析的視点からの量子場の解析，確率数値解析，更には多様体学習への波及も期待できる。

研究成果の概要（英文）：(1) With Masato Hoshino and Seiichiro Kusuoka, I constructed a unique strong solution of singular stochastic partial differential equations which realize stochastic quantization of exp(Φ)_{2} quantum fields. We proposed a new method using peculiarity of the exponential model. The relation with Dirichlet form is also clarified.

(2) As a preparation for the discrete geometric study of quantum fields, I studied a discrete approximation of Schroedinger semigroup with drift on noncompact Riemannian manifolds with Satoshi Ishiwata. This study is regarded as a finite dimensional summation approximation of the Feynman-Kac functional integral on manifolds, and is interesting from the viewpoints of not only global analysis but also stochastic numerical analysis and manifold learning.

研究分野：数物系科学

キーワード：確率論　確率解析　確率偏微分方程式　ラフパス理論　離散幾何解析　大域解析学　マリアヴァン解析　ディリクレ形式

※科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

様　式　Ｃ－１９、Ｆ－１９－１、Ｚ－１９（共通）

１．研究開始当初の背景

解析学や幾何学では，様々な局面で多様体上の Laplacian などの 2 階の微分作用素が重要な対象として登場するが，この作用素が生成する拡散半群は，Brown 運動が駆動する確率微分方程式や確率偏微分方程式の解を用いた汎関数積分表現を持ち，この作用素の解析において確率解析の立場が重要となってくる。また確率解析的なアプローチは，状態空間が無限次元の場合，更には離散的構造を持つ場合にも有効に機能するという利点を持ち合わせている。特に Dirichlet 形式の理論だけでなく，近年の Hairer による正則構造理論，Gubinelli らによる擬制御解析理論の発展に伴い，今まで取り扱いが困難だった特異性を持つ無限次元空間上の確率力学系も，数学として扱うことが可能になり，確率解析の適用範囲も大いに広がりを見せている。本研究では，確率解析の立場に重きを置き，場の量子論や測度距離空間上の幾何学から派生した無限次元空間上の 2 階の微分作用素，グラフ上の離散ラプラシアン，これらに対応する確率過程，汎関数積分の漸近挙動に対する新たな解析手段を与えることを目論んでいる。

２．研究の目的

本研究課題では，上記の状況および前研究課題「無限次元空間上の微分作用素の確率解析的研究」(17K05300)でやり残したことも考慮し，以下の 2 つの研究を主に行なう。

(1) 構成的場の量子論から派生した無限次元空間上の Dirichlet 作用素なる 2 階の微分作用素の一意性問題および対応する特異確率偏微分方程式の研究，またこのモデルを含むような無限次元空間上の実解析(関数不等式)の基礎研究

(2) 離散幾何解析的視点からの結晶格子，ベキ零被覆グラフなどを例とする無限グラフ上の非対称ランダムウォークに対する中心極限定理などの長時間漸近挙動の研究，またこれを用いたリーマン多様体やリー群上の汎関数積分の漸近挙動や近似理論の研究

３．研究の方法

研究課題に関連する確率論，解析学，幾何学，さらには機械学習関係の基本文献や論文を購入し，自らの手で分析し，新たな計算を行い，国内外の共同研究者らと議論を行い，取り組む問題の理解を深めて行った。また最新の研究動向を把握し，研究に対する新たな知見を得るためには，関連分野の研究集会・セミナーに参加し口頭発表を行い，専門家との情報交換や議論を行うことも必要である。当初に掲げた研究計画を円滑に進めるために国内の共同研究者の石渡，楠岡，星野の三氏に研究分担者に加わってもらった。ただしコロナ禍の影響で，2020 年度からの 3 年間は国内外の出張が殆どできなくなり彼らとの対面での議論に困難が生じた。その代替手段としてメールや zoom を用いた研究打ち合わせを行ったが，技術的問題もあり踏み込んだ議論をあまり行うことができなかったと思う。またコロナ禍になってから多くの研究集会がオンライン化され，海外の研究集会に深夜に zoom で参加することもしばしばあり，多くの情報を得ることができたが，消化不良になった感も否めず，改めて対面での議論の重要性を痛感した。これらのことを鑑み，当初の研究計画の変更を余儀なくされ，研究期間が 1 年間延長された。ただし 2023 年度に入り，対面での研究集会・セミナーも増え，コロナ禍前のように対面での研究打ち合わせも出来るようになったので，研究期間を延長したのは正しい判断であったと思う。

４．研究成果

コロナ禍の困難な状況下でも，大まかに分けて以下の 2 つの研究テーマに関してある程度の成果を得ることができた。

(1) 構成的場の量子論における P(Φ)_{2}量子場の toy model として，Albeverio と Hoegh-Krohn により 1970 年代に導入された exp(Φ)_{2}量子場モデルは，2 次元量子重力理論との関連性から Berestycki, Sheffield, Vargas らだけでなく，近年では Sturm などの測度距離空間の確率解析の著名な研究者にも注目を浴びている。このモデルを記述する超関数空間上の Gibbs 測度は対数凹性という非常に良い性質を持っているにも関わらず，有限体積の場合ですらこれを不変測度として持つ Dirichlet 形式の一意性問題に関する研究はあまり進んでいなかったと思われる。この問題を Albeverio, Mihalache, Roeckner の三氏と 10 年以上取り組んでいたが,指数相互作用項の中の電荷係数が所謂 L^{2}-regime に入る場合に，Dirichlet 作

用素の L^{p}での一意性(本質的自己共役性は p=2 の場合に相当する)を示した。この Dirichlet 作用素に対応する超関数空間上の確率力学系は，有色雑音が駆動する特異確率偏微分方程式の解になっていることに注意しておく。さらにはここでの手法が Sine-Gordon モデルにも適用可能であることも前研究課題での最終年度に分かり論文をブラッシュアップした。本研究課題の初年度に査読レポートを元に論文の微修正を行い，最終的には 2023 年に海外の有力総合誌から論文が出版された。

また，exp(Φ)_{2}量子場モデルの確率過程量子化を実現する確率力学系は白色雑音で駆動されたものが物理的には自然であるが，上記の研究で扱ったモデルよりも数学的に困難が生じる。この問題意識を元に，分担者の楠岡，星野両氏とこの確率力学系を特異確率偏微分方程式の観点から直接構成し，更には Dirichlet 形式との対応も明らかにすることを目指した共同研究を行った。前研究課題において，DaPrato-Debussche のアイデアと Gauss 乗法カオスの非負性を組み合わせ，L^{2}-regime の場合に，この確率偏微分方程式が一意的な強解を持ち，Dirichlet 形式から定まる拡散過程と一致することを示したが，そこでの議論には関数解析的な Wiener カオス展開を用いた計算が用いられおり，特異性の計算が比較的に容易であった。本研究課題においては，そこでの議論をさらに精密化し，Wiener カオス展開を用いる代わりに Gauss 乗法カオスの理論を本格的に援用することにより，電荷定数の条件を L^{1}-regime へと改良した。この確率偏微分方程式の強解の構成問題は，ほぼ同時期に Garban, Gubinelli, Oh らにより研究されていたが，我々の研究成果は Dirichlet 形式との対応も示しており，彼らの研究にも大きなインパクトを与えることが出来たと自負している。これらの成果は海外の有力専門誌から出版されたが，総説論文も数理研講究録から出版し，更には数学会や国内外での多くの研究集会・セミナーでの講演も行った。この Dirichlet 形式に対応する Dirichlet 作用素の L^{p}での一意性を示すことは継続研究課題での研究テーマの一つであるが，Albeverio, Mihalache, Roeckner の三氏と行った研究での手法は全く使うことが出来ず，新たなアイデアを必要としている。

なお，それと並行して重みつきの exp(Φ)_{2}-モデル(cosh や sinh のような指数関数の一次結合で書ける関数をポテンシャルとする量子ばモデル)への考察も楠岡，星野両氏と行った。この場合は Gauss 乗法カオスの非負性が使えないために技術的に新たな困難が生じるが，電荷定数に少し強めの条件を課すことにより，近似方程式の解の分布の緊密性が証明できた。この成果をまとめた論文は，2021 年に日本数学会の ASPM から出版された。

(2) 前研究課題において，研究分担者の石渡氏らと離散幾何解析的な視点を全面に押し出して，結晶格子やベキ零被覆グラフなどの周期性を兼ね備えた無限グラフ上の非対称ランダムウォークの長時間漸近挙動，特に中心極限定理を得たが，本研究課題においては周期性がない場合の考察を行った。一般の非コンパクトなリーマン多様体は周期性を持たないので，今までの研究成果を直接適用することができず，まずはいかに離散化をするかというところからが問題となり，新たな定式化を必要とする。本研究課題では多様体学習のアイデアも取り入れ，リーマン多様体上のドリフト付きシュレーディンガー半群を，無限グラフ上の適切な非対称ランダムウォークを導入して離散近似することを試みた。これはリーマン多様体上の Feynman-Kac 汎関数積分の有限次元和分近似を考えるということにも相当し，Fujiwara, Elworthy-Truman, Inoue-Maeda, Andersson-Driver らにより研究が進んできたリーマン多様体上の経路積分の研究，更には確率数値解析，多様体学習の研究の流れに一石を投じたと自負している。この成果をまとめた論文は 2024 年に海外の有力総合誌から出版された。

また日本数学会，確率論シンポジウムなどの国内外のいくつかの研究集会・セミナーでの口頭発表も行った。特に 2023 年の夏に早稲田大学で開催された応用数理国際会議 (ICIAM) で招待講演を行い，それをきっかけに Hau-Tieng Wu 氏 (NewYork 大学)などの海外の有力研究者との議論を行う機会も得ることができ，今後の新たな研究の進展が期待できる。また最近になり，Bailleul らにより，リーマン多様体上のΦ^{4}_{3}-量子場モデルの確率過程量子化の研究が進んでいるが，我々の研究手法を用いた離散近似のアプローチを通して彼らが得た確率力学系さらにはΦ^{4}_{3}-量子場の別構成ができるかもしれないと考えている。

さらに 2023 年 11 月に京都大学数理解析研究所で対面開催された国際研究集会「Stochastic Analysis」に世話人の 1 人として関わったが，海外からの講演者の鈴木康平氏 (Durham 大学), Lorenzo Dello Schiavo 氏(IST Austria)を招聘し，彼らの旅費の一部を本科研費からサポートした。彼らの滞在中には，我々の手法を応用してリーマン多様体の配置空間上の拡散半群の離散近似を行い無限粒子系の幾何解析に有効であるか否かの議論も行い，研究期間の当初には思いつかなかった新たな興味深い研究テーマがいくつか生まれている。

５．主な発表論文等

〔雑誌論文〕　計6件（うち査読付論文　4件／うち国際共著　1件／うちオープンアクセス　2件）

１．著者名 Satoshi Ishiwata, Hiroshi Kawabi	４．巻 389
２．論文標題 A graph discretized approximation of semigroups for diffusion with drift and killing on a complete Riemannian manifold	５．発行年 2024年
３．雑誌名 Mathematische Annalen	６．最初と最後の頁 1-37
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/s00208-024-02809-9	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 －

１．著者名 Masato Hoshino, Hiroshi Kawabi, Seiichiro Kusuoka	４．巻 185
２．論文標題 Stochastic quantization associated with the exp (Φ)_{2}-quantum field model driven by space-time white noise on the torus in the full L^{1}-regime	５．発行年 2023年
３．雑誌名 Probability Theory and Related Fields	６．最初と最後の頁 391～447
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/s00440-022-01126-z	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 －

１．著者名 Sergio Albeverio, Hiroshi Kawabi, Stefan-Radu Mihalache, Michael Roeckner	４．巻 24
２．論文標題 Strong uniqueness for Dirichlet operators related to stochastic quantization under exponential/trigonometric interactions on the two-dimensional torus	５．発行年 2023年
３．雑誌名 Annali della Scuola Normale Superiore di Pisa, Classe di Scienze (5)	６．最初と最後の頁 33-69
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.2422/2036-2145.202105_106	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

１．著者名 Masato Hoshino, Hiroshi Kawabi, Seiichiro Kusuoka	４．巻 2201
２．論文標題 Stochastic quantization associated with the exp(Φ)_{2}-quantum field model and related topics (II)	５．発行年 2021年
３．雑誌名 数理解析研究所講究録	６．最初と最後の頁 76-86
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 －

１．著者名 Masato Hoshino, Hiroshi Kawabi, Seiichiro Kusuoka	４．巻 87
２．論文標題 Tightness of the solution to approximating equations of the stochastic quantization equation associated with the weighted exponential quantum field model on the two-dimensional torus	５．発行年 2021年
３．雑誌名 Advanced Studies in Pure Mathematics (ASPM)	６．最初と最後の頁 341-361
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.2969/aspm/08710341	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 －

１．著者名 河備 浩司	４．巻 61
２．論文標題 確率論とルベーグ積分~コイン投げが誘う無限次元の解析学	５．発行年 2023年
３．雑誌名 数理科学	６．最初と最後の頁 44-50
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 －

〔学会発表〕　計21件（うち招待講演　15件／うち国際学会　11件）

１．発表者名 Hiroshi Kawabi
２．発表標題 A graph discretized approximation of diffusions on Riemannian manifolds
３．学会等名 ICIAM, Minisymposium (番号01858) "Interplay among Manifold Learning: Stochastic Calculus and Volatility Estimation"（招待講演）（国際学会）
４．発表年 2023年

１．発表者名 Hiroshi Kawabi
２．発表標題 Central limit theorems for non-symmetric random walks on nilpotent covering graphs
３．学会等名 Mathematics of Random Systems: Summer School 2023（招待講演）（国際学会）
４．発表年 2023年

１．発表者名
Hiroshi Kawabi

２．発表標題
Stochastic quantization associated with the exp(Φ)_{2}-quantum field model driven by space-time white noise

３．学会等名
Ritsumeikan Workshop on Stochastic Analysis（招待講演）（国際学会）

４．発表年
2023年

１．発表者名
Satoshi Ishiwata

２．発表標題
A discrete approximation of a diffusion with drift and killing on a Riemannian manifold

３．学会等名
Metrics and Measures（招待講演）（国際学会）

４．発表年
2023年

１．発表者名
Seiichiro Kusuoka

２．発表標題
Construction of a non-Gaussian and rotation-invariant Φ^{4}-measure and associated flow on R^{3} through stochastic quantization

３．学会等名
2023 Spring Probability Workshop, Taiwan National University（招待講演）（国際学会）

４．発表年
2023年

１．発表者名
Masato Hoshino

２．発表標題
Random models on regularity-integrability structures

３．学会等名
Ritsumeikan Workshop on Stochastic Analysis（招待講演）（国際学会）

４．発表年
2023年

１．発表者名
河備浩司，星野壮登，楠岡誠一郎

２．発表標題
Stochastic quantization associated with the exp (Φ)_{2}-quantum field model driven by space-time white noise

３．学会等名
日本数学会秋季総合分科会

４．発表年
2022年

１．発表者名
河備浩司

２．発表標題
A graph discretized approximation of diffusions with drift and killing on a complete Riemannian manifold

３．学会等名
東京確率論セミナー

４．発表年
2022年

１．発表者名
Hiroshi Kawabi

２．発表標題
A graph discretized approximation of diffusions with drift and killing on a complete Riemannian manifold

３．学会等名
確率解析とその周辺 (Stochastic Analysis and Related Topics) (招待講演) (国際学会)

４．発表年
2022年

１．発表者名
Hiroshi Kawabi

２．発表標題
A graph discretized approximation of diffusion with drift and killing on a complete Riemannian manifold

３．学会等名
立命館大学数理ファイナンスセミナー (招待講演) (国際学会)

４．発表年
2023年

１．発表者名
Seiichiro Kusuoka

２．発表標題
Stochastic quantization associated with the exp (Φ)_{2}-quantum field model

３．学会等名
RIMS Symposium: Probability and Analysis on Random Structures and Related Topics（招待講演）（国際学会）

４．発表年
2022年

１．発表者名
Masato Hoshino

２．発表標題
Stochastic quantization associated with the exp (αΦ)_{2}-quantum field model

３．学会等名
Open Japanese-German conference: Stochastic analysis and applications（招待講演）（国際学会）

４．発表年
2022年

１．発表者名
石渡聡

２．発表標題
リーマン多様体上の非対称拡散過程の離散近似

３．学会等名
確率論シンポジウム

４．発表年
2022年

１．発表者名
石渡聡，河備浩司

２．発表標題
リーマン多様体上の非対称拡散過程の離散近似

３．学会等名
日本数学会年会

４．発表年
2023年

１．発表者名
星野 壮登

２．発表標題
exp(Φ)_{2}-量子場モデルに付随する放物型確率偏微分方程式について

３．学会等名
熊本大学応用解析セミナー（招待講演）

４．発表年
2021年

１．発表者名
楠岡 誠一郎

２．発表標題
特異確率偏微分方程式に由来する確率微分方程式の問題

３．学会等名
岡山確率解析ワークショップ2022（招待講演）

４．発表年
2022年

１．発表者名
河備 浩司

２．発表標題
Stochastic quantization associated with the exp(Φ)_{2}-quantum field model on the torus in the full L^{1}-regime

３．学会等名
東北確率論セミナー（招待講演）

４．発表年
2021年

１．発表者名
石渡 聡

２．発表標題
Geometric analysis on manifolds with ends

３．学会等名
偏微分方程式姫路研究集会（招待講演）（国際学会）

４．発表年
2021年

１．発表者名
星野 壮登

２．発表標題
Stochastic quantization associated with the exp(αΦ)_{2}-quantum field model

３．学会等名
2020年度確率論シンポジウム

４．発表年
2020年

１．発表者名
星野 壮登

２．発表標題
Stochastic quantization associated with the exp(αΦ)_{2}-quantum field model

３．学会等名
量子場の数理とその周辺（招待講演）

４．発表年
2021年

１．発表者名
楠岡 誠一郎

２．発表標題
Stochastic quantization associated with the exp(Φ)_{2} -quantum field model driven by space-time white noise on the torus in the full L^{1}-regime

３．学会等名
2020年度確率解析シンポジウム

４．発表年
2020年

〔図書〕　計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

―

６．研究組織

	氏名 （ローマ字氏名） （研究者番号）	所属研究機関・部局・職 （機関番号）	備考
研究分担者	石渡　聡 (ISHIWATA Satoshi) (70375393)	山形大学・理学部・准教授 (11501)	

6．研究組織（つづき）

	氏名 （ローマ字氏名） （研究者番号）	所属研究機関・部局・職 （機関番号）	備考
研究分担者	楠岡　誠一郎 (KUSUOKA Seiichiro) (20646814)	京都大学・理学研究科・教授 (14301)	
研究分担者	星野　壮登 (HOSHINO Masato) (20823206)	大阪大学・大学院基礎工学研究科・准教授 (14401)	

7．科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕　計1件

国際研究集会	開催年
Stochastic Analysis	2023年～2023年

8．本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
ドイツ	Bonn大学	Bielefeld大学		