

Title	生命リスクのバイズ・モデリングと証券化
Sub Title	Bayesian modeling of life risk and its applications to securitization
Author	小暮, 厚之(Kogure, Atsuyuki)
Publisher	
Publication year	2010
Jtitle	科学研究費補助金研究成果報告書 (2009. )
JaLC DOI	
Abstract	過去半世紀にわたり、全世界的に長寿化が進行している。その顕在化は特に高齢層において著しく、いわゆる長寿リスクが大きな問題となっている。この長寿リスクの資本市場への移転手段として、欧米を中心に長寿リスクの証券化商品である長寿債券が注目を集めている。本研究では、長寿リスク証券化のスキームについて、バイズ法によるアプローチを用いてモデル推定、将来生存率の予測、長寿リスク評価および長寿債券の評価を一貫した枠組みで行う評価手法を提案し、数値例を用いてわが国データの下で長寿債券のプライシングを行った。
Notes	研究種目：基盤研究(C) 研究期間：2007～2009 課題番号：19530285 研究分野：社会科学 科研費の分科・細目：経済学・財政学・金融論
Genre	Research Paper
URL	<a href="https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=KAKEN_19530285seika">https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=KAKEN_19530285seika</a>

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the Keio Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

平成 2 2 年 5 月 3 1 日現在

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2007～2009

課題番号：19530285

研究課題名（和文） 生命リスクのベイズ・モデリングと証券化

研究課題名（英文） Bayesian modeling of life risk and its applications to securitization

研究代表者

小暮 厚之（KOGURE ATSUYUKI）

慶應義塾大学・総合政策学部・教授

研究者番号：80178251

研究成果の概要（和文）：過去半世紀にわたり、全世界的に長寿化が進行している。その顕在化は特に高齢層において著しく、いわゆる長寿リスクが大きな問題となっている。この長寿リスクの資本市場への移転手段として、欧米を中心に長寿リスクの証券化商品である長寿債券が注目を集めている。本研究では、長寿リスク証券化のスキームについて、ベイズ法によるアプローチを用いてモデル推定、将来生存率の予測、長寿リスク評価および長寿債券の評価を一貫した枠組みで行う評価手法を提案し、数値例を用いてわが国データの下で長寿債券のプライシングを行った。

研究成果の概要（英文）：Over the last half century mortality has declined continuously around the world. The decline has been particularly dramatic in older ages and has caused what is known as longevity risk. In recent years, interest has grown in securitization as a way of hedging the systematic risk. We present a Bayesian approach to pricing longevity risk under the framework of the Lee-Carter methodology. Specifically, we propose a Bayesian method for pricing the survivor bond and the related survivor swap designed. Our method is based on the risk-neutralization of the predictive distribution of future survival rates using the entropy maximization principle. The method is illustrated by applying it to Japanese mortality rates.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	900,000	270,000	1,170,000
2008年度	900,000	270,000	1,170,000
2009年度	700,000	210,000	910,000
年度			
年度			
総計	2,500,000	750,000	3,250,000

研究分野：社会科学

科研費の分科・細目：経済学・財政学・金融論

キーワード：生命リスク、ベイズ・モデリング、証券化、長寿リスク、長寿債

## 1. 研究開始当初の背景

本研究の背景になったのは全世界的に行きつつある死亡率の低下とそれに伴う長寿リスクの増大である（この事情は現時点でも変わらない）。長寿リスクは、大数の法則では取り除くことが出来ないシステムティックリスクであり、伝統的な保険技術では十分に対処できない。このような死亡リスクの顕在化を受け、生命リスクの証券化や再保険が既に始まっている。特に、近年欧米を中心に長寿リスクの証券化が注目を集めている。

例えば、BNP Paribas は、2004 年 11 月に、年金基金などを対象とした世界初の EIB/BNP 長寿債券の発行について発表を行った。この長寿債券は、投資家の長寿リスクをヘッジする購入型であり、そのクーポンが対象コーホートの実現生存率によって変動するというものであった。この EIB/BNP 長寿債券は十分な需要を得ることが出来ず、実際には発行されなかったものの、その後の長寿債券の開発に対して大きな影響を与えることとなった。また、2007 年 3 月には米国 JPMorgan 社は LifeMetrics という長寿リスク証券化を推進するプラットフォームを発表している。

## 2. 研究の目的

以上の背景を踏まえて、本研究の目的は、生命リスクのモデリングの構築とその証券化への応用である。

将来の不確実な死亡率をモデル化するために、当時であっても様々な将来死亡率のモデルが提案されていた。しかし、死亡率の特徴を柔軟に把握するためには膨大なパラメータを用いる必要があり、それに伴うパラメータ不確実性が大きな問題であった。

また、死亡率を確率的にモデリングした上で、長寿リスクをいかに評価し証券化のスキームを考えるかが大きな課題であった。なぜならば、長寿リスクは、システムティック・リスクであり、リスクプーリングに基づく従来の保険制度だけでは不十分だからである。このような長寿リスクに対処するためには、資本市場へのリスク移転を可能とする証券化のスキームが欠かせない。しかし、その基本要件となる生命リスクの評価において、上述のパラメータ不確実性を取りこんだものは皆無であった。また、保険市場はいわゆる「非完備」な市場であり、資本市場で取引されている既存の金融商品といかに整合的に

価格付けを行うかが大きな課題であった。

## 3. 研究の方法

この目的を達成するために、本研究では、パラメータ不確実性に柔軟に対処し将来死亡率を的確に把握する枠組みとして、ベイズ統計を採用することとした。ベイズ法の理論的利点については従来から指摘されていたが、事後確率の期待値や予測分布の導出における計算上の困難さがベイズ法の実際問題への適用を阻んできた。しかし近年 MCMC 法（マルコフ連鎖モンテカルロ法）と呼ばれる計算統計手法に基づく高速サンプリングが実現されたことにより、ベイズ法は新たな展開を迎えている。MCMC 法に基づくベイズ手法の生命リスクへの応用については、既に提案されている。しかし、従来のモデリングにおいては、将来死亡率の予測にとって最も重要な指標である時系列パラメータの特性が十分に定式化されていない。本研究では、ベイズ時系列の立場から生命リスクの時間的変動をダイナミックに記述する新たなベイズ統計モデルを構築した。

非完備市場の価格付けに必要なリスク中立化については、エッシャー変換やワン変換が既に提案され利用されている。本研究ではこのような既存の確率変換法を用いるとともに、エントロピー最大化原理に基づくリスク中立化法を採用した。これは、市場からの制約条件のもとで、リスク要因のベイズ予測分布をエントロピー最大化原理を用いてリスク中立化するものである。この手法は、エッシャー変換やワン変換とは異なりノンパラメトリックなアプローチである。この手法を用いることにより、ベイズ法によるアプローチを用いてモデル推定、将来生存率の予測、長寿リスク評価および長寿債券の評価を一貫した枠組みで行う評価手法を構築することが可能となった。

## 4. 研究成果

### (1) 死亡率予測のベイズ統計モデリング

基本的な Lee-Carter モデルをベイズモデルへと拡張した。状態空間モデルの枠組みを用い、観測方程式として正規モデルとポアソンモデルを取り上げ、時間パラメータを記述する状態方程式として、確定トレンド、確率トレンド、定常モデルの 3 種類の時系列モデルを採用した。これらを組み合わせた 6 種類

のモデルを構築し、周辺尤度を用いてモデル選択を行った。各モデルの周辺尤度の値から、65歳以上の人口に対しては、確率的トレンドモデルがデータから最も支持されることが明らかとなった。これらの計算を実行するにあたり、C#によるMCMC法のプログラムを作成し実装した。

## (2) 我が国長寿リスクの測定と評価

### 長寿リスクの測定

構築した死亡率予測モデルを我が国死亡率に適用し、年金現在価値分布を導出し、将来の長寿リスクを定量的に評価した。特に、長寿リスクのバリューアットリスクを算出し、期待される長寿リスクに対して、期待されないリスクが最大で20%程度であることを示した。さらに、この長寿リスクをヘッジする手段として死亡率スワップという形態の証券化の実現可能性を考察した。スワップ評価にあたっては、ワン変換を用いて観察死亡率のリスク中立化を行った。ワン変換のパラメータ同定には、2006年に改定された標準生命表(年金用)を用いた。この計算を行うにあたり、Rによるスクリプトを作成し実装した。

### 長寿リスクの評価法

基本フレームワークとして、正規帰帰モデルを観測方程式、確率トレンドモデルを状態方程式とするベイジアンLee-Carterモデルを採用した。このモデルに基づいて我が国の将来死亡率の予測分布を導出した。この予測分布をリスク中立化するために、保険市場との整合性を表すリスク中立化の制約条件のもとで、予測分布とのカルバック・ライブラー距離を最小化する分布を求めた。リスク中立化の制約条件は、標準生命表(年金用)から求められる年金価値額を用いた。

### 長寿リスク証券化商品の価格付け

長寿リスク証券化の有望な手段と考えられる長寿債券を取り上げ、その価格付けをおこなった。長寿債券には、生存率の上昇に対してクーポンを増加させ、債券の投資家の長寿リスクをヘッジする購入型と、生存率の上昇に対してクーポンを減少させ債券の発行体の長寿リスクをヘッジする発行型の2種類が知られている。EIB/BNP長寿債券は購入型である。本研究では、後者の発行型長寿債券を扱っているDenuit, Devolder and Goderniaux (2007)により提案された長寿リスク証券化のスキームを取り上げ、我が国死亡率データに適用した。その結果、以下の知見を得た：

(a) 通常の債券に対する長寿債券の相対プレミアムは満期の長期化と共に増加するが、超

長期の満期になると減少に転じる。

(b) 女性の場合は生存率の改善の余地の少なから、男性の場合に比べ価格の分布の分散が小さく、左に偏っている。

(c) わが国における長寿債券の発行先行研究のベルギーの例に比べ高コストになる可能性が示唆される。

## (3) 研究成果の公開と今後の展開

### 研究成果の公開

以上の成果は内外の雑誌論文(7件)、学会発表(13件)、図書(3件)を通じて公開した。特に、雑誌論文に掲げる、の論文はこの分野で世界的に権威ある雑誌であり、本研究の学術的価値と有用性が示されたものあると考える。また、本研究専用のホームページ「生命リスクのベイズ・モデリングと証券化」(<http://web.sfc.keio.ac.jp/~kogure/risk/index.php?LifeRisk>)を立ち上げ、一般の方が簡単にアクセスできる形で研究成果の公開を行っている。

### 研究成果の展開

今後は、以上の成果を拡張し、複数のリスク要因を取りこむことを可能とする多変量評価の枠組みを構築する予定である。この枠組みは、リバースモーゲージのような生命リスクと金融リスクを含むハイブリッド型のスキームに欠かせない。

## 5. 主な発表論文等

### 〔雑誌論文〕(計7件)

小暮厚之、寒河江雅彦、カーネル・データス カッシング - カーネル密度推定法のデータマイニングへの応用 -、日本統計学会誌、査読有、第39巻第2号、2010、243-263

島田式子、駒井 正晶、小暮 厚之、リトグラフ価格指数の作成と分析：アート市場における価格形成、フィナンシャル・プランニング研究、査読有、9巻、2010、52-58

Kogure, A. and Kurachi, Y., A Bayesian approach to pricing longevity risk based on risk-neutral predictive distributions, 査読有, Insurance Mathematics and Economics, Vol46, No1, 2010, 162-172.

倉知善行、小暮 厚之、長寿リスク証券化商品のプライシング - ベイジアン・アプローチによる評価、査読有、日本保険・年金リスク学会誌、4巻1号、45-66、2009  
Kogure, A., Kitsukawa, K. and Kurachi, Y. A Bayesian Comparison of Models for Changing Mortalities toward

Evaluating Longevity Risk in Japan, 査読有、Asia Pacific Journal of Risk and Insurance, Volume3, Issue2, Asia Pacific Risk and Insurance Association, 2009, 1-22  
橘川研史、小暮 厚之、倉知善行、長寿リスク評価へのベイズ統計モデリング、日本保険・年金リスク学会誌、査読有、3巻1号、2008、43-62  
小暮厚之、多変量派生資産の評価：コピュラと共単調和によるアプローチ、金融研究、査読有、第26巻別冊第2号、2007、1-21

〔学会発表〕(計13件)

小暮 厚之、A Bayesian predictive approach to pricing insurance and financial risks、第12回ノンパラメトリック解析とベイズ統計、2010年3月29日慶應義塾大学三田キャンパス  
小暮 厚之、長寿リスクのベイズ・モデリングと証券化、2009年度統計関連学会連合大会、2009年9月9日、同志社大学京田辺キャンパス  
倉知善行、小暮 厚之、ベイズ法による長寿債券の価格付け - 我が国データへの応用と考察 -、第11回ノンパラメトリック統計解析とその周辺 - ベイズ統計とリスク解析 -、2009年3月27日、慶應義塾大学三田キャンパス  
寒河江雅彦、小暮厚之、Exploiting the moment-preserving density function and its applications、第3回日本統計学会春季集会、2009年3月6日、統計数理研究所  
倉知善行、小暮 厚之、長寿リスク証券化商品のプライシング - ベイジアン・アプローチによる評価 -、日本金融・証券計量・工学学会 2009年冬季大会、2009年1月30日、筑波大学 東京キャンパス大塚地区  
Kogure, A. and Kurachi, A Bayesian evaluation of longevity risk, The 4th International Longevity Risk and Capital Markets Solutions Conference September 26, 2008. Amsterdam, the Netherlands.  
Kogure, A. and Kurachi, A Bayesian Comparison of Models for Changing Mortalities toward Evaluating the Longevity Risk in Japan, 12th Annual Asia Pacific Risk and Insurance Association Conference, July8, 2008,

Sydney, Australia.

小暮厚之、寒河江雅彦、Kernel Data Squashing、第10回ノンパラメトリック統計解析とその周辺 - ベイズ統計とモデル選択 -、2008年3月27日、慶應義塾大学三田キャンパス  
小暮厚之、長寿リスク評価へのベイズ統計モデリング、東北大学応用統計計量ワークショップ、2008年3月15日、東北大学経済学研究科  
小暮厚之、長寿リスク評価へのベイズ統計モデリング、東京大学応用統計ワークショップ、2007年12月7日、東京大学経済学研究科  
小暮 厚之、長寿リスク評価へのベイズ統計モデル、2007年度日本保険・年金リスク学会、2007年9月22日、早稲田大学日本橋キャンパス  
小暮 厚之、橘川研史、倉知善行、ベイズモデルによる将来死亡率の予測とその応用、2007年度 統計関連学会連合大会、2007年9月9日、神戸大学六甲キャンパス  
寒河江雅彦、小暮厚之、Kernel Data Squashing for Regression-Construction Theory and Simulation、2007年度 統計関連学会連合大会、2007年9月7日、神戸大学六甲キャンパス

〔図書〕(計3件)

小暮厚之、朝倉書店、Rによる統計データ分析入門、2009、180  
小暮 厚之他、東京大学出版会、21世紀の統計科学：社会・経済の統計科学、2008、199-222  
小暮厚之他、朝倉書店、リスクの科学 - 金融と保険のモデル分析 -、2007、50-72及び123-147

〔その他〕

ホームページ等  
<http://web.sfc.keio.ac.jp/~kogure/risk/index.php?LifeRisk>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

小暮 厚之 (KOGURE ATSUYUKI)  
慶應義塾大学・総合政策学部・教授  
研究者番号：80178251

(2) 研究分担者

なし

(3) 連携研究者

なし