慶應義塾大学学術情報リポジトリ
Keio Associated Repository of Academic resouces

Title	高頻度データによる金融証券市場の分散共分散構造の分析
Sub Title	Analysis of covariance structure of the financial markets by use of high-frequency data
Author	林, 高樹(Hayashi, Takaki)
Publisher	
Publication year	2010
Jtitle	科学研究費補助金研究成果報告書 (2009.)
JaLC DOI	
Abstract	この研究プロジェクトは、近年利用の進んでいる金融証券市場の高頻度データを用いることで、金融証券市場の分散共分散構造を精度良く計測するための方法論の研究調査を目的とした。研究代表者が東京大学吉田朋広教授と共同で提案している「HY推定量」の方法論を発展させ、実務への適用可能性を広げた。また、高頻度データの活用によるリスク管理技術の高度化に向けて、関連研究のサーベイを行うと伴に、代替的な市場リスク計測手法について新たな調査研究に着手した。
Notes	研究種目：基盤研究(C) 研究期間：2007～2009 課題番号：19530186 研究分野：社会科学 科研費の分科・細目：経済学・経済統計学
Genre	Research Paper
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=KAKEN_19530186seika

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the KeiO Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

様式Ｃ-19

科学研究費補助金研究成果報告書

平成２２年　６月　９日現在

研究種目：基盤研究(C)
研究期間：2007～2009
課題番号：１９５３０１８６
研究課題名（和文）高頻度データによる金融証券市場の分散共分散構造の分析

研究課題名（英文）Analysis of covariance structure of the financial markets by use of high-frequency data

研究代表者
林　高樹（HAYASHI TAKAKI）
慶應義塾大学・大学院経営管理研究科・教授
研究者番号：80420826

研究成果の概要（和文）：
この研究プロジェクトは、近年利用の進んでいる金融証券市場の高頻度データを用いることで、金融証券市場の分散共分散構造を精度良く計測するための方法論の研究調査を目的とした。研究代表者が東京大学吉田朋広教授と共同で提案している「HY推定量」の方法論を発展させ、実務への適用可能性を広げた。また、高頻度データの活用によるリスク管理技術の高度化に向けて、関連研究のサーベイを行うと伴に、代替的な市場リスク計測手法について新たな調査研究に着手した。

研究成果の概要（英文）：
This project aims to investigate methodologies for estimating variance-covariance structure of the financial markets using high-frequency data, which has been getting more accessible and been utilized lately. The principal investigator (PI) has advances the statistical theory for the so-called Hayashi-Yoshida estimator, which PI proposed with Professor Nakahiro Yoshida of the University of Tokyo, and explored its applicability to the practical financial risk management. In the meantime, for exploring potential methodologies as well as applications of high-frequency data modeling and analysis, the PI has done reviews of the existing studies in related fields and he has investigated alternative approaches to quantify financial risks with high-frequency data.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合　計
２００７年度	1,600,000	480,000	2,080,000
２００８年度	800,000	240,000	1,040,000
２００９年度	800,000	240,000	1,040,000
年度			
年度			
総　計	3,200,000	960,000	4,160,000

研究分野：社会科学
科研費の分科・細目：経済学・経済統計学
キーワード：高頻度データ、金融工学、リスク管理、離散観測、非同期性、実現ボラティリティ、拡散過程、共分散

１．研究開始当初の背景

近年のコンピュータ・情報技術の目覚しい革新、金融市場の規制緩和は、一日内の市場取引データ、「高頻度データ」の安価な入手を可能とした。同時に、これら情報技術や金融技術の革新、規制緩和・グローバリゼーションを背景に、金融機関を中心に、高頻度データを活用した高度な市場リスク管理手法・システムの開発・導入の必要性が迫られていた。金融計量経済学分野において、高頻度データを利用した分散・共分散の推定は、実現ボラティリティ(realized volatility、RV)研究を中心に近年飛躍的に発展している。

２．研究の目的

本研究は、市場リスク計測における最も基本的かつ重要な計測量である分散共分散行列の推定を、高頻度価格データを用いて行うための方法論の整備、特に研究代表者が東京大学吉田朋広教授と共同で提案している「HY推定量」の理論を発展させ、実務への適用可能性を広げる事を目的とした。

本研究の研究対象であるHY推定量は、非同期的に観測される高頻度データ間の共分散・相関係数を精度良く計測するために、研究代表者が東京大学吉田朋広教授と共同で提案した統計量である(Hayashi and Yoshida, Bernoulli 2005)。

いま、$X^1(t)$, $X^2(t)$は，高頻度でサンプルされた 2 銘柄の対数価格とする．これらは、拡散過程に従うが、連続時間ではなく、離散的にサンプルされる状況を考える。そして、離散サンプルより、2 つの価格過程の（一日等の期間に対する）累積共分散(integrated covariance, ICV)$[X^1, X^2](t)$を推定したい。この時、HY 推定量を次のように構成する:

$$HY=\Sigma_{i,j}(X^1(S^i)-X^1(S^{i-1})(X^2(T^j)-X^2(T^{j-1}))\times 1\{(S^{i-1},S^i)\cap(T^{j-1},T^j)\neq\emptyset\}$$

ここで，$1\{A\}$は事象 A が真の時に，1，さもなくば 0 を取る指標関数である．S^i, T^jはそれぞれX^1,X^2に対するｉ番目の観測時刻を表し、X^1, X^2とは独立であるとする．よって，右辺はＸに対するｉ番目の観測区間とＹに対するｊ番目の観測区間が交わる場合に X，Y 各々の増分の積を取り和に加えるという操作を（計測最終時点Ｔまで）繰り返すことを意味する。この統計量 HY の最も重要な性質として，X^1, X^2が拡散型確率過程に従うとすれば，最大観測幅がゼロに収縮するに従い，HY はＩＣＶに収束する(一致性)．すなわち，HY を用いれば同期化作業を施すことなく，累積共分散を精度よく計測することができるのである．Hayashi-Yoshida(08), *Annals of Institute of Mathematical Statistics* 誌では、同様な枠組みの下で、漸近正規性を示した。しかしながら、極限分布の分散が確定的であることを仮定としており、さらに、観測時間・取引時間が、価格過程と独立であるあることを仮定しており、理論上も応用上も大きな制約であった。

具体的な成果目標として、(i)ＨＹ推定量の漸近正規性を、一般の連続セミマルチンゲールでかつ観測時刻が停止時刻であるケースに拡張すること、(ii)価格過程をジャンプを含む一般のセミマルチンゲール過程にまで拡張すること、(iii)価格過程が観測誤差を伴って観測されるケースにまで拡張すること、(iv) 応用上の観点からの理論の改良・拡充を図ること、(v)研究分野を国内に普及活動を行うこと、を挙げた。

３．研究の方法

本研究は、数理統計学と確率解析学の双方にまたがる研究領域、特に、確率過程（セミマルチンゲール）に対する統計的推測研究に属し、また金融計量経済学における実現ボラティリティ研究分野にも関わることから、理論研究の道具立ては、それらの分野の設定や数学的道具・技法を踏まえて進められた。また、実際の高頻度データによる実証分析も適宜行った。本研究分野は、進展が著しく、またその学際的な性格ゆえ、研究計画の遂行には、数理ファイナンス・金融工学、経済物理学等の様々な分野の研究者、実務家との意見交換や共同作業が効果的であった。主テーマである非同期観測下での共分散推定法の研究開発は、その研究スタート時と同様、東京大学吉田朋広教授(数理統計・確率解析)と共同研究を継続した。一方、代替的な市場リスク計測方法に関しては、京都大学佐藤彰洋助教（経済物理)と行った。パリ６大学 Jean Jacod 教授（確率解析)、吉田教授と共同にて研究を行った。

４．研究成果

期間全体の成果を総括すれば、上記成果目標の内(i)と(v)は達成することが出来た。(ii)-(iv)は課題として残った。また、期間中の研究の進展に従い、本研究目的に照らして妥当と考えられたため追加的に実施し得られた成果として、高頻度データ利用によるリスク管理技術の高度化を目指した、既存研究レビューや、代替的な市場リスク計測手法についての検討着手がある。

上記(i)については、期間全体を通じて、H

Y推定量の理論的枠組の一般化を図り、HY推定量の漸近理論を発展させた。具体的には次の通りである。観測時刻S^i, T^jは、停止時刻(stopping time)であり、自分自身や価格過程の過去の履歴にも依存しうるとする。$X^1(t)$, $X^2(t)$は連続セミマルチンゲール過程であるとする。この時、適当な正則条件を与えると、HY推定量の推定誤差（真のRCVからの乖離）の確率過程は、観測幅がゼロに収縮するという漸近的設定の下で、適当なスケール変換後(基本的には“$\sqrt{n}$”)、(条件付)正規マルチンゲール過程(conditional Gaussian martingale)に安定収束(stable convergence)することが示された。すなわち、HY推定量は、時点Tで眺めると、ランダムな分散・共分散を与えた下で条件付正規分布に収束する。さらに、“カーネル”関数を用いて得られたこのHY推定量の漸近分散の一致統計量を利用することによって、スチューデント化されたHY推定量に対する漸近正規性を定理の系として得られた。これにより、HY推定量を用いた統計的推測が可能となった。

本研究の貢献は、それまで、価格過程X^1, X^2が連続型拡散過程（特に、拡散係数が確定的）で、かつ、観測時点が、価格過程とは独立な状況下で得られていた極限定理を、連続型セミマルチンゲール過程の停止時刻時点での離散サンプルへと拡張したもので、このような設定は、一般的かつ自然な拡張であり、ファイナンスへの応用上から重要である。しかし、その一方で、観測時刻が価格履歴に依存する状況は数学的扱いが難しく、一次元のケース（ボラティリティ推定）でさえ既存研究は殆ど皆無であった。今次研究成果が分野の理論応用両面の発展に貢献できたと考える。

なお、今回漸近混合正規性を導く上で必要となる正則条件において本質的な条件は、停止時刻S^i, T^jに対するある種の可予測性(predictability)である。これは、観測時点・取引時点が、価格に先行して決まることを示す条件である。同条件がどこまで緩和可能かは、今後の研究課題であるが、同条件が成立するような、現実的かつ、計算可能なモデルの例として、ポアソン過程に従って観測時間が到着するようなケースを検討した。

研究論文はResearch Memorandumとして統計数理研究所に登録し、ワーキングペーパーを一つにまとめて投稿したものが目下査読中である（現在、*Stochastic Processes and their Applications*誌に条件付き採択決定）。

本研究期間中に残された課題(ii)-(iv)の中では、とりわけ、マイクロストラクチャノイズへの対応は重要である。実際の高頻度データを用いて相関係数を計測すると、HY推定による共分散・相関は高頻度領域ほど、絶対値で過小に計算されることが確認される。これは、高頻度データを汚染するマイクロストラクチャの影響と考えられ、RV研究分野でそうであるように、HY推定においても実用に際してそれへの対処法が不可欠である。他の研究グループには、マイクロストラクチャ効果を調整したHY推定量を考案しているグループもある(例、Robert and Rosenbaum, 2009)。今後の課題である。

上記(v)については、高頻度データ分野に対する一般社会の理解を深めて貰うことを目指して、同分野を紹介する内容を、統計学会75周年記念出版『21世紀の統計科学I』(第10章)を始めとする、概説論文を発表した。また、異なる切り口による書籍を、目下、京都大学大学院情報学研究科佐藤彰洋氏と共同にて本を共同執筆中である。

同時に、高頻度データ分析の新たな高度利用法の研究開発を指向し、高頻度データ分析に関する文献を収集し、既存研究のレビュー活動を行った。特に、HY推定量の開発動機でもある、観測時刻・取引時刻の確率的変動というテーマに焦点を当て、デュレーション・モデリングと、確率論における時間変更(time change)テクニックを用いた高頻度データのモデリングに関する既存研究サーベイをそれぞれ行い、論文発表した。

一方、新規に、市場リスクの計測・評価の高度化のための代替的手法を研究調査に着手した。一つ目はパリ大学Jean Jacod教授が中心となって、東大吉田教授と共に、実現べき乗変動(Realized Power Variation、RPV)を一般化した統計量の漸近的性質を調べる研究、二つ目は、京大佐藤氏との共同で、高次元の高頻度データの共分散構造を記述できるような倹約的な構造型モデリングに関する研究である。

Jacod教授・吉田教授との研究は、RPVに関する既存研究では観測時点が等間隔の設定の下で漸近理論が展開されてきたが、それを観測時刻が価格過程に依存するようなランダム、非等間隔な状況に一般化を図る研究である。特に、上記HY推定と同様に観測時刻と価格が互いに依存するような状況、即ち観測時刻列が停止時刻列である状況を考え、観測区間の非等間隔性を織り込むようなRPVの一般化を図った。そして上記HY推定量で得たのとは異なる可予測性の条件を観測時刻列に付与することにより、一般化RPVに対する一致性（対数の法則）、漸近混合正規性を導いた。このような一般化RPVをどのように応用するかは今後の課題である。

佐藤氏との研究においては、各市場参加者のニュースに対する反応行動の有無が市場全体で集積した量が取引件数であるとした

二項混合分布型モデルを考察した。株式市場および外国為替通貨ペアの高頻度取引量データを使って、提案モデルの妥当性を調べたところ、外為データに対して記述力（再現性）が高いことが確認された。さらに、外為データにおいて、約定件数の平均と標準偏差との間の「スケーリング則」現象が見られるかを調べ、さらにスケーリング係数の時系列変動についても調べた。モデルの妥当性（特に株式データに対する）の検証は今後の課題である。また、取引量と収益率変動を同時に考慮するような構造型モデルへの拡張に関しても課題である。

以上の研究成果は、啓蒙的・入門的内容のものも含めて、国内外の学会・セミナーで計17回口頭発表した（内、研究代表者による講演11回）。英語での発表6回（同3回）。

高頻度データの戦略的な活用は、金融リスク管理の高度化の観点から重要であり、研究期間終了後も本プロジェクトの成果を踏まえて研究を継続し、さらに発展させたい。

５．主な発表論文等
（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計5件）

① Sato, A. and Hayashi, T., Fluctuation scaling and covariance matrix of constituents' flows on a bipartite graph, European Physical Journal B, 査読有, 2010(採択決定).
② 林 高樹, 高頻度データと時間変更,『統計数理』, 査読有, 57巻第1号, 39-65, 2009.
③ Hayashi, T., Jacod, J., Yoshida, N., High frequency statistics with irregularly spaced observations,『数理解析研究所講究録』「確率数値解析に於ける諸問題Ⅷ」, 査読無, No.1620, 1-10, 2009.
④ Hayashi, T. and Yoshida, N., Nonsynchronous Covariance estimator and Limit Theorem II,『統計数理研究所 Research Memorandum』, no.1067, 査読無, 2008.
⑤ 林 高樹, 高頻度データの取引時間モデル,『慶應経営論集』, 査読無, 25巻, 23-37, 2008.

〔学会発表〕（計17件）

① 佐藤彰洋(報告者), 林高樹, 外国為替市場におけるゆらぎのスケーリング：実測と理論, 統計数理研究所「経済物理学とその周辺研究会」, 統計数理研究所, 2010年3月6日.
② Sato, A.(報告者) and Hayashi, T., Comprehensive measurement of agent behavior in financial markets, Complex'09, 中央大学, 2009年11月6日.
③ Hayashi, T.(報告者) and Yoshida, N., Nonsynchronous covariation and high-frequency data, 3rd CSDA International Conference on Computational and Financial Econometrics(CEF09), Limassol, Cyprus, 2009年10月31日.
④ 佐藤彰洋(報告者), 林高樹, ゆらぎのスケーリング則に関する確率モデル京都大学基礎物理学研究所「経済物理学2009」・統計数理研究所「経済物理学とその周辺研究会」, 京都大学基礎物理学研究所, 2009年9月8日.
⑤ 林高樹(報告者), 吉田朋広, Limit theorems for realized volatility type quantities based on nonsynchronous, irregularly spaced samples, 日本経済学会春季大会,京都大学, 2009年6月7日.
⑥ 佐藤彰洋(報告者), 林高樹, Statistical analysis of covariance and cross-spectral matrices for multiple high-frequency financial data、APFA7（第7回国際会議『物理学の金融データ解析への応用』), 東京工業大学, 2009年3月2日.
⑦ 吉田朋広(報告者), 林高樹, Nonsynchronous covariation and limit theorem, 日本数学会2008年度年会, 東京大学, 2009年3月28日.
⑧ 林高樹(報告者), 高頻度データの統計学: Realized Volatilityとその周辺, 統計サマーセミナー2008, 河口湖, 2008年8月5日.
⑨ Hayashi, T., Jacod, J.(報告者), Yoshida, N., High frequency statistics with irregularly spaced observations, 第8回「確率数値解析に於ける諸問題」ワークショップ, 京都大学数理解析研究所, 2008年7月7日.
⑩ 林高樹, 高頻度データ分析とその周辺, 日本ＯＲ学会「ファイナンスと意思決定」研究会, 首都大学東京（秋葉原キャンパス）, 2008年6月18日.
⑪ 林高樹, 高頻度金融データの統計科学：最近の発展と展望, 日本統計学会春期大会, 成城大学, 2008年3月1日.
⑫ Hayashi, T.(報告者) and Yoshida, N. Nonsynchronous covariance estimator and limit theorem, 研究集会「確率解析

と統計的推測」，東京大学，2007 年 11 月 30 日.

⑬ 林高樹(報告者)，吉田朋広，非同期観測下における拡散過程間の共分散推定問題、2007 年度統計関連学会連合大会，神戸大学，2007 年 9 月 8 日.

⑭ Hayashi, T.(報告者) and Yoshida, N. Nonsynchronous Covariation with Application to High-Frequency Finance, 32nd Conference on Stochastic Processes and their Applications (SPA07)，イリノイ大学アバナシャンパン校，2007 年 8 月 7 日.

〔図書〕（計 3 件）

① 林 高樹，離散非同期観測データ間の共分散推定，『数理科学』，サイエンス社，2010 年 11 月号.

② 林 高樹，高頻度データ解析，『オペレーションズ・リサーチ』，日科技連出版社，2010 年 9 月号.

③ 林 高樹，吉田朋広，高頻度金融データと統計科学，『２１世紀の統計科学 I: 社会・経済の統計科学』（国友直人・山本拓編編）第 10 章(分担執筆），東京大学出版会，2008

〔その他〕

ホームページ等

http://www.kbs.keio.ac.jp/hayashilab/THresearch.htm

６．研究組織

(1)研究代表者

林　高樹（HAYASHI TAKAKI）

慶應義塾大学・大学院経営管理研究科・教授

研究者番号：80420826

(2)研究分担者

なし

(3)連携研究者

なし