

Title	幾何学と物理学の統合によるポアソン幾何学から非可換微分幾何学への展開
Sub Title	Development from poisson geometry to noncommutative differential geometry via integrating of geometry and physics
Author	前田, 吉昭(Maeda, Yoshiaki) 森吉, 仁志(Moriyoshi, Hitoshi) 下村, 俊(Shimomura, Shun) 石井, 一平(Ishii, Ippei) 亀谷, 幸生(Kametani, Yukio) 宮崎, 琢也(Miyazaki, Takuya) 田村, 要造(Tamura, Yozo) 池田, 薫(Ikeda, Kaoru) 栗原, 将人(Kurihara, Masato) 太田, 克弘(Ota, Katsuhiro) 厚地, 淳(Atsuji, Atsushi) 戸瀬, 信之(Tose, Nobuyuki) 大森, 英樹(Omori, Hideki) 深谷, 賢治(Fukaya, Kenji) 楯, 辰哉(Tate, Tatsuya) 綿村, 哲(Watamura, Satoshi) 今野, 宏(Konno, Hiroshi) 河野, 俊丈(Kono, Toshitake) Guest, Martin(Mikami, Kentaro) 三上, 健太郎(Ono, Kaoru) 小野, 薫(Yamaguchi, Keizo) 山口, 佳三(Mitsumatsu, Yoshihiko) 三松, 佳彦(Miyaoka, Reiko) 宮岡, 礼子(Futaki, Akito) 二木, 昭人(Matsuo, Yutaka) 松尾, 泰(Mizutani, Tadayoshi) 水谷, 忠良(Ota, Hiroshi) 太田, 啓史(Fukaya, Kenji) 深谷, 賢治
Publisher	
Publication year	2010
Jtitle	科学研究費補助金研究成果報告書 (2009.)
JaLC DOI	
Abstract	本研究では、非可換幾何学と物理学との連携研究を通して、多くの成果を挙げてきた。非可換多様体の非可換ゲージ理論の提案を中心として、非可換岩沢理論、量子戸田格子の代数的可積分性、ベルンシュタイン測度、超弦理論とGeneralized complex geometry、ループ空間のChern-Simons不变量の導出、量子コホモロジーとフロベニウス多様体、シンプレクティックトポロジーおよび接触トポロジー等についての成果を、学会発表や学術書「Noncommutative Geometry and Physics」,Advanced Studies in Pure Mathematics 55」、「Translations of Mathematical Monographs, 237」および各研究者による学術論文として発表した。
Notes	研究種目 : 基盤研究(A) 研究期間 : 2006 ~ 2009 課題番号 : 18204006 研究分野 : 数学 科研費の分科・細目 : 幾何学
Genre	Research Paper
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=KAKEN_18204006seika

The copyrights of content available on the Keio Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

様式 C-19

科学研究費補助金研究成果報告書

平成 22 年 3 月 31 日現在

研究種目：基盤研究（A）

研究期間：2006～2009

課題番号：18204006

研究課題名（和文） 幾何学と物理学の統合によるポアソン幾何学から非可換微分幾何学への展開

研究課題名（英文） Development from Poisson Geometry to Noncommutative Differential Geometry via Integrating of Geometry and Physics

研究代表者

前田 吉昭 (MAEDA YOSHIAKI)

慶應義塾大学・理工学部・教授

研究者番号：40101076

研究成果の概要（和文）：本研究では、非可換幾何学と物理学との連携研究を通して、多くの成果を挙げてきた。非可換多様体の非可換ゲージ理論の提案を中心として、非可換岩沢理論、量子戸田格子の代数的可積分性、ベルンシュタイン測度、超弦理論と Generalized complex geometry、ループ空間の Chern-Simons 不变量の導出、量子コホモロジーとフロベニウス多様体、シンプレクティックトポロジーおよび接触トポロジー等についての成果を、学会発表や学術書「Noncommutative Geometry and Physics」, Advanced Studies in Pure Mathematics 55」、「Translations of Mathematical Monographs, 237」および各研究者による学術論文として発表した。

研究成果の概要（英文）：We obtain many results through the cooperation researches between noncommutative geometry and theoretical physics, namely for proposals on noncommutative gauge theory, p-adic Iwasawa theory, algebraic integrability for quantum Toda lattice, Bernstein measure, string theory and generalized complex structure, quantum cohomology and Frobenius manifolds, symplectic topology and contact topology. The results has been presented by the international conferences and published as monographs in 「Noncommutative Geometry and Physics」, 「Advanced Studies in Pure Mathematics 55」, 「Translations of Mathematical Monographs, 237」 and also published by individual researchers.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合 計
2006 年度	6,700,000	2,010,000	8,710,000
2007 年度	3,100,000	930,000	4,030,000
2008 年度	3,900,000	1,170,000	5,070,000
2009 年度	4,200,000	1,260,000	5,460,000
年度			
総 計	17,900,000	5,370,000	23,270,000

研究分野：数学

科研費の分科・細目：幾何学

キーワード：非可換幾何学・変形量子化・ジャーブ・超弦理論・量子化問題

1. 研究開始当初の背景

シンプレクティック幾何学は、ハミルトン形式を用いて古典力学を記述することから始まり、幾何学、数理物理学の中での重要な幾何学対象として研究が行われ、古典力学系の研究として大きな進展をした一方、シンプレクティック形式が決める幾何学的構造により、シンプレクティック多様体自身の位相的、幾何学的構造について多くの研究も展開された。微分幾何学研究分野の中での重要な研究課題であったケーラー構造の研究はシンプレクティック幾何学として一般化され、近年大きな進展があった。シンプレクティック幾何学の進展は、単に古典的な立場から力学系の問題や多様体の性質を調べるのではなく、量子化の立場から（物理学からのユーリスティックな議論をヒントにして）シンプレクティック幾何学の問題として扱うことがこの研究分野の問題意識を広くし、進展を与えてきた。典型的な問題としては、量子化問題を取り扱う非可換幾何学、超弦理論から得られる位相場の理論や一般化された複素構造の問題等がある。シンプレクティック幾何学から量子化の数学的記述として、幾何学的量子化の研究も展開された。古典力学の記述は、ポアソン括弧を用いたポアソン代数として記述され、一般のポアソン幾何学へと一般化することが分かり、ポアソン幾何学の研究は、現在、重要な研究課題のひとつとなっている。実際、J. Marsdenを中心とした力学系の研究者は、シンプレクティック幾何学からポアソン幾何学への拡張として、様々な力学系の例やモーメント写像の一般化等の研究、Floer をはじめとしたシンプレクティックトポロジーと接触トポロジーの進展もあった。一方、ポアソン幾何学は、ポアソン括弧を用いて、多様体上の関数全体が決める代数を与える。この代数の構造を調べることを、A. Weinsteinを中心とした、シンプレクティック幾何学の研究グループは、ポアソン亜群、クーラン亜代数等、幾何学的構造の代数的取り扱い、Kontsevichによるポアソン代数の変形理論等が行われている。このように、ポアソン幾何学からは、力学系の研究のみならず、幾何学構造をもつ多様体の性質、量子化に関連した代数的な取り扱い等、現在、新しい数学的概念の台頭や数学手法の開発が盛んになってきている。これらが目指すものは、ポアソン多様体としての性質を調べ上げ、これから「量子的な数学」へと向かうためのものである。

2. 研究の目的

本研究は、シンプレクティック幾何学を発展させたポアソン幾何学の研究手法の開発と幾何学的概念の構築を行い、数学や物理学での様々な問題への応用、特に、国内で国際的に評価されている、シンプレクティックトポ

ロジー、変形量子化を含む量子化問題、積分可能系、超弦理論と場の理論の研究者を統合して、ポアソン幾何学から非可換微分幾何学の展開を目的とするものである。本研究では、「量子化」および「量子的」な世界にユーリスティックに考えられている対象物を数学的に厳密に扱うことから新しい数学概念や数学手法を生み出すことが独創的である。さらに、「量子化」なる曖昧な概念を、非可換幾何学をより微分幾何学として立脚する非可換微分幾何学という21世紀に期待される幾何学の構築を物理学との連携の下で、分野横断的な立場から行い、特に以下の3点にも重点をおいた研究推進を行なう。

(1) **幾何学と物理学の統合**：本研究は幾何学の進展の貢献を目指しているが、単に幾何学としての研究に留まることなく、理論物理学、特に、超弦理論および場の量子論との研究と連携し、21世紀の幾何学として期待される非可換微分幾何学の進展に寄与する。

(2) **ポアソン幾何学および非可換幾何学研究分野での国際研究連携**：本研究分野は、欧米では現在最も活発な研究分野の一つとして急速な進展がなされているが、国内ではこの研究分野に関わる研究者が少ない。本研究では、国内外の関連研究者との協力のもと、国外研究者および研究機関との研究連携を目指す。

(3) **ポアソン幾何学および非可換幾何学研究分野での若手研究者の国際的育成**：本研究分野では、将来の研究進展を目指して、本研究課題の研究推進を通して、多くの若手研究者を集約し、積極的な若手研究者の育成を国際的な観点から行う。

平成15年度から採択された科学研究費基盤研究A「ポアソン幾何学・接触幾何学とその量子化問題」では、本研究申請の代表者を務め、
a) 変形量子化問題（特に収束問題）、b) 非可換多様体と物理への応用、c) 非可換多様体の指数定理、d) クーラン亜代数、ポアソン亜群の幾何学的考察、e) 結び目の量子位相不変量、3次元多様体の位相的性質、f) Seiberg-Witten不変量と4次元多様体の位相的性質g) 量子エルゴード性、h) 離散幾何学とスペクトル幾何学、に重点を置いた研究を進展させ、これらは、研究代表者や研究分担者による、多くの国内外学会および国際会議発表、学術誌での発表等による成果が挙がっている。これらの成果をもとにし、さらに本研究分野を発展させるべく、前年度申請を行うものである。本申請での研究課題では、以下に述べる研究プロジェクトによる具体的な研究推進を行うが、ポアソン幾何学から非可換幾何学への進展に寄与するために、本申請の研究代表者がリーダーシップをとって、それぞれの立場から研究分担者の研究推進を進めるだけではなく、横断的かつ有機的研究推進の相互統合を行っていくことが特色である。

3. 研究の方法

(1) **非可換多様体の代数的展開** (前田、大森、森吉、楯、栗原、宮崎(琢)、松尾、綿村) : ポアソン代数の変形理論からの非可換多様体のアプローチを行う。 Fedosov, de Wilde-Lecomte, 大森・前田等で得られたシンプレクティック多様体の変形量子化および、さらに一般に、 Kontsevichにより与えられたポアソン多様体の変形量子化による非可換多様体についての性質や応用を行う。特に、複素化による変形量子化問題では、実変形量子化とは違った性質が表れることが確認されている。これを、より精密に調べ、その幾何学的性質を調べる。 Kontsevichの構成法の見直しやそれから得られる新しい数学手法として Graded Lie algebra, Formality, や Cattaneo – Felder による Path-integral の解釈、 Poisson sigma モデルの関連性を物理学と幾何学の新しい統合研究プロジェクトとして行なう。代数多様体の変形理論、超弦理論と場の量子論、 Fuzzy 球面やその一般化、非可換多様体の指数定理等の推進も行う。

(2) **非可換多様体の解析的展開** (前田、森吉、楯、戸瀬、田村) : 量子化問題の数学的設定としては、シンプレクティック多様体の幾何学的量子化が典型としてある。これは、表現論、幾何学構造（直線バンドルと接続の構成問題）、変形量子化の収束性、超局所解析等様々な研究分野と関連している。これらの研究を統合し、更なる展開を行う。基本的には、変形量子化の収束問題およびその表現の問題である。非可換多様体の指数定理を主とした幾何学的不变量の構成、超局所解析による量子接触変換やその複素化問題、無限次元変形量子化問題等を進展させる。

(3) **幾何学的構造の研究** (二木、山口、三上、宮岡、今野、) : シンプレクティック幾何学、接触幾何学では、多様体の上に幾何学的構造を与え、その構造から得られる幾何学的性質を調べていくことが中心となっている。本研究課題では、これらの幾何学を含め、さらに一般化された幾何学構造としてポアソン構造に対する幾何学的性質を調べる。 Double bundle 構造、クーラン亜代数、ポアソン亜群で与えられた幾何学構造の分類、森田同値、超弦理論と Hitichin によって与えられている Generalized complex geometry の幾何学的構造との関連、超ケーラー多様体の構造、物理から提案されているポアソンシグマモデルの Path integral の量子化により構成される BV 代数から作られる幾何学的構造について調べる。

(4) **無限次元ポアソン幾何学と積分可能系** (池田、ゲスト、前田、松尾、綿村、宮岡、大仁田) : ポアソン幾何学に一般化された積分可能系の研究を行う。 KDV 方程式や KP 方程式、 Painleve 方程式によって作られるヒエラルヒーの問題やタウ関数、シュワーマンの一般化を行う。本研究の特色は、これらの問題が解析的なアプローチで行われているものを、より幾何学的な立場から行うことが大きな特色である。特に、無限次元ポアソン環の研究を通して積分可能系へのアプローチを行う。無

限次元ポアソン環についてのモーメント写像や線形化、標準化問題を議論していく。さらには、量子積分可能系をこの立場から展開する。量子積分可能系の設定は今まで明確ではなく、例の構成およびその性質についての具体的に調べる。積分可能系についての研究の立場からフロベニウス多様体の研究も進展させる。

(5) **ポアソン幾何学の手法による位相幾何学的研究** (河野、深谷、大田、小野、石井、亀谷、三松) : シンプレクティック多様体や接触多様体の位相的性質についての研究を進展させ、ポアソン幾何学の立場から位相幾何学への貢献を行う。特に、フレアーホモロジーの研究を進展させるシンプレクティックトポロジーおよび接触トポロジー、結び目不変量と超弦理論、ミラー対称性等、3 次元トポロジー、IV 次元トポロジー、 Seiberg-Witten 不変量、場の量子論と幾何学の融合的研究を進めること。

(6) **ポアソン幾何学による量子場の理論の展開** (前田、綿村、松尾、楯、宮崎、栗原) : 上記(1)～(5)に上げた、具体的な研究課題を統合し、本研究の最終課題となる量子場の理論をポアソン幾何学の立場から立ち上げる。従来の場の理論とは異なる点は、空間の「点」概念（位相空間）を基礎とするのではなく、ポアソン代数から出発した、量子化概念として非可換微分幾何学を用いた場の理論の展開を行う。

前述のように、ポアソン幾何学は、国内では必ずしも盛んな研究とは言えず、欧米の研究が先行している。しかしながら、幾何学でのシンプレクティック幾何学・接触幾何学・ケーラー多様体論、シンプレクティックトポロジー、変形量子化問題、物理学における超弦理論や場の量子論の研究では、日本は国際的に遜色ない研究成果と実績を挙げてきた。これらの実績を基に、幾何学と物理学での統合から非可換幾何学への応用を開拓する。

4. 研究成果

本研究では、非可換幾何学と物理学との連携研究を通して、多くの成果を挙げてきた。その主なものについて報告する。

第一には、変形量子化の代数的取り扱いについてである。この研究には、前田、大森、森吉、楯、栗原、宮崎(琢)、太田、松尾、綿村が加わった。シンプレクティック構造さらには、一般的のポアソン構造の変形量子化問題の解決をもとに、より精密な変形問題と一般的の幾何学的構造の変形理論についての研究を行った。特に、非可換多様体の非可換ゲージ理論の提案、非可換インスタントン数の変形保存性、 ADHM 構成等についての成果を得ている。数論では、 p -進体の L 関数やゼータ関数の問題を取り扱い、多くの成果を得ている。特に、 p -進岩沢理論等の成果が本研究で得られている。これをさらに非可換幾何学への応用へつなげる研究へ進めている。また、組み合わせ論の研究成果も多く挙がっている。離散的非可換構造の研究へこれらも役立たせることに見通しが立ってきた。

第二は非可換多様体の解析的研究である。

これは、前田、森吉、樋、田村が中心となつて進めてきた。この研究では、量子積分可能系、特に、量子戸田格子の代数的可積分性とランダム変換、戸田格子の極の解消、パントラニ方程式の研究等に成果を挙げた。量子エルゴード性についてはベルンシュタイン測度についてと行列積分の漸近性等の研究について成果を得ている。非可換多様体の指数定理について、森吉によるアメリカ数学会から出版された。

第三には幾何学構造の研究がある。これは、二木、山口、三上、宮岡、今野が中心となつて行ってきた。本研究では、佐々木AINシユタイン多様体、Double bundle 構造、クーラン垂直代数、ポアソン垂直群で与えられた幾何学構造の分類、森田同値、超弦理論とHitichinによって与えられているGeneralized complex geometryの幾何学的構造との関連、超ケーラー多様体の構造、やそのT-双対性についての成果がまとめられつつある。

第四には、無限次元ポアソン構造の幾何学について、池田、ゲスト、前田、松尾、綿村、宮岡、大仁田が中心となり、数学と物理の両面からの研究を進めてきた。特に、ループ空間の幾何学的取り扱いとして、regularized Chern-Simons不変量の導出とその性質について、また調和写像の空間の幾何学的記述、量子コホモロジーとフロベニウス多様体についての研究に多くの成果が得られた。

第五には、ポアソン幾何学の手法による位相幾何学的研究である。これには、河野、深谷、大田、小野、石井、亀谷、三松により研究が進められた。特に、フレアーホモロジーの研究を進展させるシンプレクティックトポロジーおよび接触トポロジー、結び目不变量と超弦理論、ミラー対称性等、3次元トポロジー、IV次元トポロジー、Seiberg-Witten不变量等について目覚しい成果を得ている。これにより、深谷賢治氏は朝日賞を受賞している。

5. 主な発表論文等

[雑誌論文] (計 41 件)

1. Fukaya, Kenji; Oh, Yong-Geun; Ohta, Hiroshi; Ono, Kaoru, Lagrangian Floer theory on compact toric manifolds. I. *Duke Math. J.* 151 (2010), no. 1, 23–174. 査読有
2. Nakamoto, Atsuhiro; Oda, Yoshiaki; Ota, Katsuhiro 3-trees with few vertices of degree 3 in circuit graphs. *Discrete Math.* 309 (2009), no. 4, 666–672. 査読有
3. Shimomura, Shun, Meromorphic solutions of difference Painlevé equations. *J. Phys. A* 42 (2009), no. 31, 315213, 19 pp. 査読有
4. Ikeda, Kaoru, The algebraic integrability of the quantum Toda lattice and the Radon transform. *J. Fourier Anal. Appl.* 15 (2009), no. 1, 80–100. 査読有
5. Fukaya, Kenji; Oh, Yong-Geun; Ohta, Hiroshi; Ono, Kaoru Canonical models of filtered A_∞ -algebras and Morse complexes. *New perspectives and challenges in symplectic field theory*, 201–227, CRM Proc. Lecture Notes, 49, Amer. Math. Soc., Providence, RI, (2009). 査読有
6. Omori, Hideki; Maeda, Yoshiaki; Miyazaki, Naoya; Yoshioka, Akira A new nonformal noncommutative calculus: associativity and finite part regularization. *Astérisque* No. 321 (2008), 267–297. 査読有
7. Maeda, Yoshiaki; Sako, Akifumi Noncommutative deformation of instantons. *J. Geom. Phys.* 58 (2008), no. 12, 1784–1791. 査読有
8. Maeda, Yoshiaki; Sako, Akifumi Are vortex numbers preserved? *J. Geom. Phys.* 58 (2008), no. 8, 967–978. 査読有
9. Greither, Cornelius; Kurihara, Masato; Stickelberger elements, Fitting ideals of class groups of CM-fields, and dualisation. *Math. Z.* 260 (2008), no. 4, 905–930. 査読有
10. Egawa, Yoshimi; Fujisawa, Jun; Fujita, Shinya; Ota, Katsuhiro On 2-factors in r -connected $(K_{1,k}, P_4)$ -free graphs. *Tokyo J. Math.* 31 (2008), no. 2, 415–420. 査読有
11. Fujisawa, Jun; Ota, Katsuhiro; Sugiyama, Takeshi; Tsugaki, Masao Forbidden subgraphs and the existence of paths and cycles passing through specified vertices. *Discrete Math.* 308 (2008), 6111–6114. 査読有
12. Egawa, Yoshimi; Fujita, Shinya; Ota, Katsuhiro $K_{1,3}$ -factors in graphs. *Discrete Math.* 308 (2008), 5965–5973. 査読有
13. Atsuji, Atsushi, A second main theorem of Nevanlinna theory for meromorphic functions on complex submanifolds in C^n . *Potential Anal.* 29 (2008), no. 2, 119–138. 査読有
14. Shimomura, Shun, Equi-distribution of values for the third and the fifth Painlevé transcendents. *Nagoya Math. J.* 192 (2008), 89–109. 査読有
15. Ikeda, Kaoru, The monoidal transformation by Painlevé divisor and resolution of the poles of the Toda lattice. *J. Math. Pures et Appl. (9)* 92 (2009), 43–62. 査読有

- Appl.* (9) 90 (2008), no. 4, 329–337. 査読有
16. Tamura, Yozo; Tanaka, Hiroshi, On a formula on the potential operators of absorbing Lévy processes in the half space. *Stochastic Process. Appl.* 118 (2008), no. 2, 199–212. 査読有
17. Tate, Tatsuya, Bernstein measures on convex polytopes. *Spectral analysis in geometry and number theory* (2008), 295–319, Contemp. Math., 484. 査読有
18. Omori, Hideki; Maeda, Yoshiaki; Miyazaki, Naoya; Yoshioka, Akira Expressions of algebra elements and transcendental, Noncommutative calculus. Noncommutative geometry and physics (2007), 3–30. 査読有
19. Maeda, Yoshiaki; Kajiwara, Hiroshige String theory and deformation quantization. *Sugaku Expositions* 20 (2007), no. 2, 191–214. 査読有
20. Omori, Hideki; Maeda, Yoshiaki; Miyazaki, Naoya; Yoshioka, Akira Non-formal deformation quantization of Fréchet-Poisson algebras: the Heisenberg and Lie algebra case. *field theory*, 99–123, Contemp. Math., 434, (2007), 99–123. 査読有
21. Omori, Hideki; Maeda, Yoshiaki; Miyazaki, Naoya; Yoshioka, Akira Orderings and non-formal deformation quantization. *Lett. Math. Phys.* 82 (2007), no. 2–3, 153–175. 査読有
22. Bielavsky, Pierre; Bonneau, Philippe; Maeda, Yoshiaki, Universal deformation formulae, symplectic Lie groups and symmetric spaces. *Pacific J. Math.* 230 (2007), no. 1, 41–57. 査読有
23. Omori, Hideki; Maeda, Yoshiaki; Miyazaki, Naoya; Yoshioka, Akira Geometric objects in an approach to quantum geometry. *From geometry to quantum mechanics*, 303–324, Progr. Math., 252, (2007), 303–324. 査読有
24. Moriyoshi, Hitoshi; A secondary invariant of foliated spaces and type III- λ von Neumann algebras, *Progr. Math.*, 252, (2007), 277–286. 査読有
25. Kurihara, Masato; Pollack, Robert Two p-adic L-functions and rational points on elliptic curves with supersingular reduction. L-functions and Galois representations, 300–332, London Math. Soc. Lecture Note Ser., 320, (2007), 300–332. 査読有
26. Chen, Guantao; Gould, Ronald J.; Kawarabayashi, Ken-ichi; Ota, Katsuhiro; Saito, Akira; Schiermeyer, Ingo The Chvátal-Erdős condition and 2-factors with a specified number of components. *Discuss. Math. Graph Theory* 27 (2007), no. 3, 401–407. 査読有
27. Kurihara, Masato; Otsuki, Rei On the growth of Selmer groups of an elliptic curve with supersingular reduction in the Z_2 -extension of \mathbb{Q} . *Pure Appl. Math. Q.* 2 (2006), no. 2, part 2, 557–568. 査読有
28. Guest, Martin A. Introduction to homological geometry. II. *Integrable systems, geometry, and topology*, 123–150, AMS/IP Stud. Adv. Math., 36, Amer. Math. Soc., Providence, RI, (2006). 査読有
- 〔学会発表〕(計2件)
1. Yoshiaki Maeda: Geometry of Loop spaces, International Conference on Geometry and Physics 7, 2009, 7月8日, 中国・成都.
 2. Yoshiaki Maeda: Geometry and Analysis of star exponential functions, International conference on Differential Geometry, Mathematical Physics, Mathematics and Society, IHES, 2007, 8月29日, France Paris.
- 〔図書〕(計4件)
1. Maeda Yoshiaki, et al, Noncommutativity and Singularities, Advanced Studies in Pure Mathematics, 55, Mathematical Society of Japan, 2009.
 2. Moriyoshi, Hitoshi; Natsume, Toshikazu Operator algebras and geometry. Translated from the 2001 Japanese original by the authors. Translations of Mathematical Monographs, 237. American Mathematical Society, Providence, RI, 2008. viii
 3. Guest, Martin A. From quantum cohomology to integrable systems. Oxford Graduate Texts in Mathematics, 15. Oxford University Press, Oxford, 2008.
 4. Maeda Yoshiaki, et al, Noncommutative Geometry and Physics, World Scientific Publishing, 2007.

6. 研究組織

(1)研究代表者

前田 吉昭 (MAEDA YOSHIAKI)

慶應義塾大学・理工学部・教授
研究者番号：40101076

(2) 研究分担者

森吉 仁志 (MORIYOSHI HITOSHI)
名古屋大学・大学院多元数理科学研究科・教授
研究者番号：00239708
下村 俊 (SHIMOMURA SHUN)
慶應義塾大学・理工学部・教授
研究者番号：00154328
石井 一平 (ISHII IPPEI)
慶應義塾大学・理工学部・准教授
研究者番号：90051929
亀谷 幸生 (KAMETANI YUKIO)
慶應義塾大学・理工学部・准教授
研究者番号：70253581
宮崎 琢也 (MIYAZAKI TAKUYA)
慶應義塾大学・理工学部・准教授
研究者番号：10301409
田村 要造 (TAMURA YOZO)
慶應義塾大学・理工学部・准教授
研究者番号：50171905
池田 薫 (IKEDA KAORU)
慶應義塾大学・経済学部・教授
研究者番号：40232178
栗原 将人 (KURIHARA MASATO)
慶應義塾大学・理工学部・教授
研究者番号：40211221
太田 克弘 (OHTA KATSUHIRO)
慶應義塾大学・理工学部・教授
研究者番号：40213722
厚地 淳 (ATSUJI ATSUSHI)
慶應義塾大学・経済学部・教授
研究者番号：00221044
戸瀬 信之 (TOSE NOBUYUKI)
慶應義塾大学・経済学部・教授
研究者番号：00183492
大森 英樹 (OMORI HIDEKI)
慶應義塾大学・理工学部・訪問教授
研究者番号：20087018

(3) 連携研究者

深谷 賢治 (FUKAYA KENJI)
京都大学・理学研究科・教授
研究者番号：30165261
楯 辰哉 (TATE TATSUYA)
名古屋大学・多元数理科学研究科・准教授
研究者番号：00317299
綿村 哲 (WATAMURA SATOSHI)
東北大学・理学研究科・准教授
研究者番号：00204232
今野 宏 (KONNO HIROSHI)
東京大学・数理科学研究科・准教授

研究者番号：20254138
河野 俊丈 (KOONO TOSHITAKE)
東京大学・数理科学研究科・教授

研究者番号：80144111
ゲスト マーチン (GUEST MARTIN)
首都大学東京・理工学研究科・教授
研究者番号：10295470

三上 健太郎 (MIKAMI KENTARO)
秋田大学・工学資源学部・教授
研究者番号：70006592

小野 薫 (ONO KAORU)
北海道大学・理学研究科・教授
研究者番号：20204232

山口 佳三 (YAMAGUCHI KEIZO)
北海道大学・理学研究科・教授
研究者番号：00113639

三松 佳彦 (MITSUMATSU YOSHIHIKO)
中央大学・理工学部・教授
研究者番号：70190725

宮岡 礼子 (MIYAOKA REIKO)
東北大学・理学研究科・教授
研究者番号：70108182

二木 昭人 (FUTAKI AKITO)
東京工業大学・理工学研究科・教授
研究者番号：90143247

松尾 泰 (MATSUO YUTAKA)
東京大学・理学研究科・准教授
研究者番号：50202320

水谷 忠良 (MIZUTANI TADAYOSHI)
埼玉大学・理工学研究科・教授
研究者番号：20080492

太田 啓史 (OHTA HIROSHI)
名古屋大学・多元数理科学研究科・教授
研究者番号：50223839

深谷 賢治 (FUKAYA KENJI)
京都大学・理学研究科・教授
研究者番号：30165261