

|                  |  |
|------------------|--|
| Title            | システム制御理論に基づく量子状態変換法の設計理論   |
| Sub Title        | Designing theory for quantum state transfer based on systems and control theory  |
| Author           | 山本, 直樹(Yamamoto, Naoki)  |
| Publisher        |  |
| Publication year | 2018   |
| Jtitle           | 科学研究費補助金研究成果報告書 (2017. )   |
| JaLC DOI         |  |
| Abstract         | <p>本研究の目的は, システム制御理論に基づき量子状態変換のための設計理論を構築することである。対象系に応じて次の成果を得た。(1)多入力多出力線形系について, 完全状態転送の必要十分条件と実行プロトコルを明らかにした。また, この成果を量子光スイッチ設計へ応用した。(2)典型的な無限次元系であるGradient Echo Memoryについて, 必要な入力波形, 転送精度の離調依存性などを明らかにした。(3)非線形qubit結合系について, 完全状態転送の必要十分条件と実行プロトコルを明らかにした。(4)1入力1出力線形系について, 入力パルス波形の複雑さを軽減するプロトコルを開発した。</p> <p>The purpose is to develop useful designing methods for quantum state transfer, based on systems and control theory. Depending on the type of systems, the following results have been obtained. (1) For the general multi-input multi-output linear system, the iff condition for the perfect state transfer and the concrete protocol have been clarified. Also an application to designing a quantum optical switch has been given. (2) For the Gradient Echo Memory system (a typical infinite dimensional system) detailed investigations have been examined ; condition for the input pulse shape, performance evaluation depending on the detuning, and so on. (3) For a coupled qubit system (a typical nonlinear system) the iff condition for the perfect state transfer and the concrete protocol have been clarified. (4) For the general single-input single-output linear system, a novel protocol for reducing the complexity of the required input pulse shape has been developed.</p> |
| Notes            | <p>研究種目 : 基盤研究(C)(一般)</p> <p>研究期間 : 2015 ~ 2017</p> <p>課題番号 : 15K06151</p> <p>研究分野 : 量子制御理論, 量子情報理論</p>  |
| Genre            | Research Paper   |
| URL              | <a href="https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=KAKEN_15K06151seika">https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=KAKEN_15K06151seika</a>  |

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the Keio Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

様 式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19（共通）

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書



平成 30 年 6 月 20 日現在

機関番号：32612

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2015～2017

課題番号：15K06151

研究課題名（和文）システム制御理論に基づく量子状態変換法的设计理論

研究課題名（英文）Designing theory for quantum state transfer based on systems and control theory

研究代表者

山本 直樹（Yamamoto, Naoki）

慶應義塾大学・理工学部（矢上）・准教授

研究者番号：40513289

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,600,000 円

研究成果の概要（和文）：本研究の目的は、システム制御理論に基づき量子状態変換のための設計理論を構築することである。対象系に応じて次の成果を得た。(1) 多入力多出力線形系について、完全状態転送の必要十分条件と実行プロトコルを明らかにした。また、この成果を量子光スイッチ設計へ応用した。(2) 典型的な無限次元系であるGradient Echo Memory について、必要な入力波形、転送精度の離調依存性などを明らかにした。(3) 非線形qubit結合系について、完全状態転送の必要十分条件と実行プロトコルを明らかにした。(4) 1入力1出力線形系について、入力パルス波形の複雑さを軽減するプロトコルを開発した。

研究成果の概要（英文）：The purpose is to develop useful designing methods for quantum state transfer, based on systems and control theory. Depending on the type of systems, the following results have been obtained. (1) For the general multi-input multi-output linear system, the iff condition for the perfect state transfer and the concrete protocol have been clarified. Also an application to designing a quantum optical switch has been given. (2) For the Gradient Echo Memory system (a typical infinite dimensional system) detailed investigations have been examined; condition for the input pulse shape, performance evaluation depending on the detuning, and so on. (3) For a coupled qubit system (a typical nonlinear system) the iff condition for the perfect state transfer and the concrete protocol have been clarified. (4) For the general single-input single-output linear system, a novel protocol for reducing the complexity of the required input pulse shape has been developed.

研究分野：量子制御理論、量子情報理論

キーワード：量子メモリ システム制御理論

## 1. 研究開始当初の背景

量子力学の原理に基づく「量子情報科学」は、極めて活発な国内外の研究により、実用化に向けて近年いよいよその現実味を帯びてきている。その鍵となる技術の一つが、量子状態変換である。それが必要となる典型的状況は次である。一般に、光の状態は長距離伝送に適している一方で保存に向かず、他方、シリコンや超伝導体などの固体系の状態は長距離伝送には適しないが、保存に向いている。つまり、量子情報処理を実行するためには、光学系と固体系の間で状態を変換し、やり取りをする必要がある。現在、様々な物理系において高効率な状態変換法が数多く提案されており、実際、それらの実験も行われている。

量子状態変換に関する研究の現状は上記のように非常に活発であるが、一方で、数理的に見通しの良い一般化された理論体系は存在しなかった。状態変換を要するシステムは大規模で複雑なものであるため、個別ケースの組み合わせでは対処できない状況である。そのため、量子状態変換法の一般設計理論が必要であった。

この大目標について、システム制御理論が本質的に有効利用できることが、本研究課題の実施者の過去の研究で明らかにされていた。システム制御理論は、入出力を有するシステムの数理モデルが与えられたとき、そのシステムの性質解析から制御法まで、体系的な方法論を与える。いまの場合であれば、システムが固体系で入力が光に相当する。そしてそのような入出力をもつ量子系が、多くの場合、線形系でモデル化できる。上述の先行研究の概要は次の通りである。システムは一般次元の線形系であり、1入力1出力(SISO: Single input and single output)である。つまり、一本の経路を通して光と固体が相互作用する。光は適切なパルス関数にのせて照射される。システムのある部分系はスイッチ操作により外界から切り離すことができ、その間、状態保存が可能となる。つまり、その部分系に状態を変換・転送することが目的となる。先行研究では、この目的を完全に達成するためのパルス関数の一般的設計法を見出した。設計プロトコルはシステムの可制御・可観測行列、および伝達関数の零点で完全に特徴付けられ、つまりシステム制御理論にフルに立脚したものである。これは量子状態変換のための初の一般設計理論である。

## 2. 研究の目的

「背景」で述べた、研究実施者による先行研究をさらに発展させる。すなわち、システム制御理論に立脚する、量子状態変換のための一般設計理論を拡張する。とくに、以下に記載する方面への拡張を試みる。

**(1) 多入力多出力系(MIMO: Multi input and multi output)への拡張。**光の状態として、複数経路にまたがって生成されるものが応用上しばしば重要となる。とくに、いわゆるエンタングル状態は複数経路にまたがって生成され、これの固体系への状態変換は量子通信などで必要不可欠である。この場合、システムは伝達関数行列で特徴付けることが出来、このとき零点に相当するものは「伝達零点」となる。これを用いて、最適パルス設計を行う。

**(2) 無限次元系への拡張。**大多数の原子集団からなるシステムは、無限次元の線形分布定数系としてモデル化できる。特に、Gradient Echo Memory(GEM)がこれに相当し、実験レベルで検証が行われている。しかし、その状態変換効率は100%から遠い状況にあり、プロトコルの改善が望まれている。この問題に対して、線形分布定数系の伝達関数、可制御・可観測性に相当する概念を利用して、より高効率な変換を達成するパルス関数の設計法を与える。

**(3) 入力状態の拡張。**先行研究では、入力光の状態が(十分に広いクラスであるが)限られていた。これを、例えば「シュレーディンガーの猫状態」などの変換をも扱えるように拡張する。この課題は、「マクロ系の量子力学検証」にもつながる重要なテーマである。

**(4) 非線形系への拡張。**近年、光から「超伝導人工原子」への高効率な状態変換が実証され、注目されている。このような非線形量子系に対して、「可制御・可観測分布」および伝達関数の零点に相当する「ゼロダイナミクス」の概念をフルに活用し、最適パルス関数の設計法を与える。

**(5) ロバスト量子状態変換法の設計理論構築。**上で記載した通り、最適入力パルスは対象系についての可制御・可観測性行列および伝達関数の零点から完全に決まる。これはしかし、対象系の数理モデルが不確かさを有する場合、最適パルス設計が出来ないことを意味する。また、たとえ正確な数理モデルが得られたとしても、完全な状態変換を達成する

パルス関数が複雑で、その物理的実装が困難であるという場合がある。そこで本課題では、これらのような状況下でも一定の変換効率を保証する「ロバスト入力パルス」の設計理論を構築する。

**(6) 完全量子状態変換の条件を補償するフィードバック制御。**完全な状態変換を達成するためには、対象の線形システムはある条件を満たす必要がある。それは、システムが「受動的」であることと、状態の転送先として使える部分系(つまり、DFS と切り替え可能な部分系)を有すること、の2点である。一方で研究実施者は、過去の成果において、適切なフィードバック制御によりこれらの条件を満たすシステムを実現できることを示した。本課題ではこの成果をより一般化し、望ましい量子状態変換のためのフィードバック制御理論の構築を行う。

### 3. 研究の方法

**(1)** SISO 線形系の零点は、MIMO 線形系の場合、伝達関数行列のランク落ちが起こる「伝達零点」に一般化される。他方、可制御・可観測性の MIMO 線形系への拡張は直接的である。これらによって最適パルス関数を特徴付けることを試みた。

**(2)** 本課題については、上述の GEM が、研究実施者の先行研究で扱った有限次元系の連続極限でモデル化できることが分かっていた。しかし、状態の保存先である DFS(非可制御・非可観測部分系)が明らかな形で見出されていなかった。無限次元系特有の特異構造を解析し、この問題の解決を図った。

**(3)** 近年、システム制御理論の枠組みで「シュレーディンガーの猫状態」など様々な入力量子状態を取り扱う試みがなされており、これらの結果を積極的に利用する。

**(4)** 可制御・可観測性および伝達関数の零点は、非線形系の場合それぞれ「可制御・可観測分布」および「ゼロダイナミクス」に拡張される。これらを積極的に利用する。本課題については、一般論の前に、まず重要なシステムである超伝導人工原子系の解析から開始した。

**(5)** 本課題については、対象システムが不確かさを有している場合、量子状態変換の効率が著しく低下し得ることをシミュレーションにより確認していた。このようなケーススタディーを重ね、それに基づいて問題の一般的定式化を試みた。特に、いわゆる線形行

列不等式による定式化を試みた。

**(6)** 「研究の目的」の項目で記載した通り、完全な量子状態変換を達成するためには対象システムは2つの条件を満たす必要がある。研究実施者は、過去、もとの対象システムがこれらの条件を満たしていなくても、適切なフィードバック制御によって、それを補償できることを示した。また、研究実施者の従来からの共同研究者であるニューサウスウェールズ大学の H.I.Nurdin 講師が類似の研究成果を挙げていた。これらのアプローチを組み合わせることで、より一般的なフィードバック制御の方法論構築を試みた。

### 4. 研究成果

**(1)** 完全状態転送の鍵となる「ゼロ点」の MIMO 版である「伝達ゼロ」の役割を明らかにし、MIMO の場合の完全状態転送の条件とその具体的プロトコルを明らかにした。すなわち、メモリ系が多数の入力・出力ポートを有する場合に、状態の完全転送が行えるための一般の必要十分条件を求めた；条件はシステムの「伝達ゼロ点」(ブロッキングゼロ点を含む)で完全に特徴付けられる。また、転送のプロトコルも明らかにした。さらに、これを多数原子を2次元に分布させた「2次元格子系」に適用し、量子情報に有用な「クラスター状態」を格子上に形成するプロトコルを開発した。この成果は IEEE CDC (2016 年 12 月、Las Vegas, USA) で発表し、IEEE Proceedings に掲載された。さらに、この成果を用いて量子光スイッチの設計を行った。具体的には、構築したアルゴリズムを用いて、2本の光導波路に2つのマイクロリングキャビティ(共振器)を結合する適切なパラメータ設計を行い、完全な量子状態転送条件を満たす新規2入力2出力量子メモリ系を見出した。すなわち、入力光導波路の一つから単一光子状態が入力され、出力光導波路のいずれか一つから選択的に単一光子状態を出力する量子光スイッチの理論提案を行った。これは Hong Kong Polytechnic University の Guofeng Zhang 准教授との共同研究の成果である(2017 年 8 月に同大学を訪問し、共同研究を実施)。

**(2)** 研究実施者が得た過去の成果(SISO 有限次元線形量子系)で得られた完全量子状態転送法を、典型的な無限次元系である Gradient Echo Memory (GEM)に適用し、いくつかの重要な知見を得た。具体的には、GEM を有限個の調和振動子の集合体として

近似し、状態転送に要する時間、必要な入力波形、GEM ダイナミクスの解析を行った。とくに状態転送のために各調和振動子が有する離調(共振周波数からのずれ)を適切に設定する必要があるが、有限次元解析が出来る事の利点を活かし、転送精度の離調依存性を詳細に調べた。本研究の成果は、無限次元メモリ系を解析ひいては設計するための第一段階と捉えている。

(4) qubit 結合系は典型的かつ重要な非線形量子系であるが、これが2個結合した系について完全状態転送条件とその具体的プロトコルを明らかにした。量子ビットを結合させた系(これは非線形である)は、量子情報処理を行う為の基幹要素であり、これらの間で自在に状態転送を行う為の技術開発が強く求められている。本研究では、量子ビットが2つ結合された系について、それらの間で完全な状態転送を行う為の条件を導出し、また、転送のプロトコルも明らかにした。さらに、超伝導量子ビット系を想定した数値計算を行い、プロトコルの有用性を検証した。成果はIEEE CDC (2016年12月、Las Vegas, USA)で発表し、IEEE Proceedingsに掲載された。

(5) 一般に、完全な状態転送を行うために入力パルス波形に要求される条件は、対象が線形系であっても複雑なものとなる。本研究では、メモリ系に別途オープンループ制御を施し、入力パルス波形の複雑さを軽減するプロトコルを開発した。具体的には、複雑さをコスト関数として表現し、これを最小化する最適制御問題を解くことにより、制御入力を求めている。成果は国際物理系ジャーナル誌J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.に掲載された。

(3), (6) については特段の成果は得られなかった。

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 8 件)

S. Ma, M. J. Woolley, I. R. Petersen, and N. Yamamoto, Cascade and locally dissipative realizations of linear quantum systems for pure Gaussian state covariance assignment, Automatica, 90, 263/270 (2018), 査読有り.

DOI: 10.1016/j.automatica.2017.12.061

N. Yamamoto and T. Mikami, Entanglement assisted quantum feedback control, Quantum Info. Processing, 16, 179 (2017), 査読有り.

DOI: 10.1007/s11128-017-1629-4

S. Ma, M. J. Woolley, I. R. Petersen, and N. Yamamoto, Pure Gaussian states from quantum harmonic oscillator chains with a single local dissipative process, J. Phys. A: Math. Theor., 50, 135301 (2017), 査読有り.

DOI: 10.1088/1751-8121/aa5fbc

H. Nakao and N. Yamamoto, Optimal control for perfect state transfer in linear quantum memory, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys., 50, 065501 (2017), 査読有り.

DOI: 10.1088/1361-6455/aa5257

Y. Yokotera and N. Yamamoto, Geometric control theory for quantum back-action evasion, EPJ Quantum Technology, 3, 15 (2016), 査読有り.

DOI: 10.1140/epjqt/s40507-016-0053-5

N. Yamamoto, Quantum feedback amplification, Phys. Rev. Applied, 5, 044012 (2016), 査読有り.

DOI: 10.1103/PhysRevApplied.5.044012

M. Guta and N. Yamamoto, System identification for passive linear quantum systems, IEEE Trans. Automat. Contr. 61-4, 921/936 (2016), 査読有り.

DOI: 10.1109/TAC.2015.2448491

山本直樹, 連続時間カルマンフィルタと量子状態推定, 計測と制御, 56-9, 662/667 (2017), 査読無し.

[学会発表](計 13 件)

N. Yamamoto, Quantum op-amp and functionalities, APS March Meeting, 2018年3月.

小林幸一、山本直樹, 散逸下における量子状態制御の限界, 第37回量子情報技術研究会, 2017年11月.

Y. Kashiwamura and N. Yamamoto, Dissipative-dissipative control strategy for quantum coherent feedback, IFAC World Congress, 2017 年 7 月.

横寺裕、山本直樹、多段量子フィードバック増幅器の感度解析、第 36 回量子情報技術研究会、2017 年 5 月.

Y. Yokotera and N. Yamamoto, Quantum back-action evasion via coherent feedback control: A geometric control approach, 55th IEEE CDC, 2016 年 12 月.

N. Yamamoto, H. I. Nurdin, M. R. James, Quantum state transfer for multi-input linear quantum systems, 55th IEEE CDC, 2016 年 12 月.

H. I. Nurdin, M. R. James, and N. Yamamoto, Perfect absorber of arbitrary single photon fields with a tunable coupling parameter: A QSDE approach, 55th IEEE CDC, 2016 年 12 月.

S. Ma, M. J. Woolley, I. R. Petersen, and N. Yamamoto, Pure Gaussian quantum states from passive Hamiltonians and an active local dissipative process, 55th IEEE CDC, 2016 年 12 月.

柏村慶基、山本直樹、コヒーレントフィードバック制御系の設計法、第 35 回量子情報技術研究会、2016 年 11 月.

黒柳亮介、山本直樹、LQG 制御を用いた量子スクイズド状態の角度揺らぎ抑制、第 35 回量子情報技術研究会、2016 年 11 月.

N. Yamamoto and T. Mikami, Quantum linear feedback control with entanglement assistance, 54th IEEE CDC, 2015 年 12 月.

横寺裕、山本直樹、コヒーレント H2 制御による近似 Back-action evasion、第 33 回量子情報技術研究会、2015 年 11 月.

中尾英明、山本直樹、最適制御による線形量子メモリへの完全状態転送、第 33 回量子情報技術研究会、2015 年 11 月.

〔図書〕(計 1 件)

H. I. Nurdin and N. Yamamoto, Linear Dynamical Quantum Systems: Analysis, Synthesis, and Control, Springer (2017)

〔産業財産権〕

出願状況 (計 0 件)

名称 :  
発明者 :  
権利者 :  
種類 :  
番号 :  
出願年月日 :  
国内外の別 :

取得状況 (計 0 件)

名称 :  
発明者 :  
権利者 :  
種類 :  
番号 :  
取得年月日 :  
国内外の別 :

〔その他〕  
ホームページ:  
<http://www.yamamoto.appi.keio.ac.jp>

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

山本 直樹 (YAMAMOTO, Naoki)  
慶應義塾大学・理工学部・准教授  
研究者番号 : 40513289

### (2) 研究分担者

### (3) 連携研究者

### (4) 研究協力者