

Title	実務への適用を意識した資産運用のための最適リバランス戦略モデルに関する研究
Sub Title	Practical asset management model for optimal rebalancing strategy
Author	枇々木, 規雄(Hibiki, Norio) 今井, 潤一(Imai, Junichi) 山本, 零(Yamamoto, Rei)
Publisher	
Publication year	2018
Jtitle	科学研究費補助金研究成果報告書 (2017.)
JaLC DOI	
Abstract	本研究では実務への適用を意識し, 最適資産配分戦略, リタイアメント・プランニング, 株式の最適執行戦略に対する多期間最適化モデル, 最適ペアトレード戦略のための最適リバランスモデルを構築し, 分析を行った。また, これらに用いることができるフォワード・ルッキングな収益率を推定するために, Ross(2015)のリカバリー定理およびJensenら(2017)の一般化リカバリー定理をもとにインプライド分布をリスク調整して, その実分布を安定的に推定する方法に関する研究を行った。 In this paper, we formulate the practical models for optimal asset allocation, retirement planning, optimal execution strategy of stocks, and optimal pair trading strategy, respectively. We examine the numerical examples for above-mentioned models. We estimate the implied distribution in order to estimate forward looking distribution, and develop the method of estimating the real world distribution stably, through the risk adjustment based on the Ross recovery theorem(2015) and the generalized recovery theorem by Jensen et al.(2017).
Notes	研究種目：基盤研究(C)(一般) 研究期間：2015～2017 課題番号：15K01201 研究分野：金融工学
Genre	Research Paper
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=KAKEN_15K01201seika

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the Keio Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

平成 30 年 6 月 19 日現在

機関番号：32612

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2015～2017

課題番号：15K01201

研究課題名 (和文) 実務への適用を意識した資産運用のための最適リバランス戦略モデルに関する研究

研究課題名 (英文) PRACTICAL ASSET MANAGEMENT MODEL FOR OPTIMAL REBALANCING STRATEGY

研究代表者

枇々木 規雄 (HIBIKI, NORIO)

慶應義塾大学・理工学部 (矢上) ・教授

研究者番号：30245609

交付決定額 (研究期間全体) : (直接経費) 3,600,000 円

研究成果の概要 (和文) : 本研究では実務への適用を意識し、最適資産配分戦略、リタイアメント・プランニング、株式の最適執行戦略に対する多期間最適化モデル、最適ペアトレード戦略のための最適リバランスモデルを構築し、分析を行った。また、これらに用いることができるフォワード・ルッキングな収益率を推定するために、Ross(2015)のリカバリー定理およびJensenら(2017)の一般化リカバリー定理をもとにインプライド分布をリスク調整して、その実分布を安定的に推定する方法に関する研究を行った。

研究成果の概要 (英文) : In this paper, we formulate the practical models for optimal asset allocation, retirement planning, optimal execution strategy of stocks, and optimal pair trading strategy, respectively. We examine the numerical examples for above-mentioned models. We estimate the implied distribution in order to estimate forward looking distribution, and develop the method of estimating the real world distribution stably, through the risk adjustment based on the Ross recovery theorem(2015) and the generalized recovery theorem by Jensen et al.(2017).

研究分野：金融工学

キーワード：資産運用 多期間最適化 収益率分布

1. 研究開始当初の背景

年金基金の効率的な運用や投資信託の設計など、投資家はリスクとリターンを考慮して投資戦略を決定する必要がある。期間中のリバランスを前提とした資産運用に対応するためには、定期的に（たとえば1年ごとに）資産の状態に応じて資産配分戦略を変更する（定期リバランスを行う）ことが望ましく、多期間最適化モデルが適している。一方、何らかのトリガー（条件）をもとにリバランスを行う投資ルールに基づく運用戦略を実行する場合、リバランス間隔は不定期になるため、DFO(Derivative Free Optimization: 微分を用いない最適化)手法を適用するモデル化が有用である。一方、これらのモデルに対して利用できるシナリオ生成のためには、資産の収益率を推定することも重要である。

2. 研究の目的

本研究では実務への適用を意識して、様々な問題に対する最適リバランス戦略モデルを構築し、分析を行う。定期リバランスと不定期リバランスの二つの側面からいくつかのモデルを構築する。また、フォワード・ルッキングな収益率分布を推定する方法に関する研究も行う。

(1) 定期リバランス

最適資産配分戦略、リタイアメント・プランニング、株式の最適執行戦略に対する多期間最適化モデルを構築し、分析を行う。

(2) 不定期リバランス

最適ペアトレーディング戦略のための最適リバランスモデルを構築する。DFO 手法を利用してモデル化を行い、分析を行う。

(3) 収益率分布の推定

リカバリー定理および一般化リカバリー定理に基づき、先験情報を用いて安定的に収益率の実分布を推定する方法を開発する。

3. 研究の方法

(1) 最適資産配分戦略

モンテカルロ・シミュレーションを用いた多期間ポートフォリオ最適化問題において、リスク尺度として条件付きバリュー・アット・リスク(CVaR)を用いた場合に、状態に依存した資産配分を可能にする区分線形モデルを提案する。まずはじめに、混合型モデルを用いて、最適資産配分はバリュー・アット・リスク(VaR)を境にした富（状態）の関数になることを明らかにする。この知見を利用して、投資比率を富の区分線形関数として定式化を行う。最終期待富から CVaR の定数倍を引いた値を目的関数として設定し、キャッシュ・フロー制約式のもとで最適化問題を定式化する。このモデルは非凸非線形計画問題として定式化されるため、反復アルゴリズムによる解法を開発し、実務で使える5資産問題で求解を行い、分析を行う。

(2) リタイアメント・プランニング

退職後の家計には長生きリスク、インフレ

リスク、医療費の増大リスクなど様々なリスクがある。これらを回避するために、モンテカルロ・シミュレーションを用いた多期間最適化モデル（混合型モデル）を構築し、富に依存した最適資産配分および私的年金戦略・消費計画を導出する。また、長生きリスクを評価するには生命表の推計が重要である。そこで、Lee-Carter 法を用いて日本人の将来死亡率を予測し、その生存率に個人の属性を依存させるために、枇々木・西岡(2010)による主観的健康感の分析結果を反映させた死亡率推定モデルを構築する。期待消費、遺産動機、下方リスクを考慮した目的関数を設定し、キャッシュ・フロー制約式のもとで最適化問題を定式化する。リスク資産と無リスク資産の2資産を対象資産とし、富に依存した区分線形関数として消費関数を設定する。私的年金の導入効果や主観的健康感ごとの死亡率の感度分析、インフレ率や制度変更に対する数値分析を行う。

(3) 株式の最適執行戦略

自身の執行（執行注文量）により発生するマーケットインパクトコストと注文の先延ばし（未執行注文量）により発生するタイミング・リスクのトレードオフを考慮した成行注文に対する最適執行戦略モデルを構築する。期待執行コストと下方リスク尺度(下方部分積率)の加重和を目的関数として設定し、混合型モデルを用いて、累計執行コストと最適残存注文割合の関係を明らかにし、その関係を利用して区分線形モデルを構築する。さらに、限定的な条件のもとで問題を解析的に取り扱うことによって、区分中心点に相当する累計執行コストを導出する方法を示す。マーケットインパクト（以降、MI）として、一時的／恒久的 MI と過渡的 MI の場合の定式化をそれぞれ行う。この問題も非凸非線形計画問題として定式化されるため、反復アルゴリズムを用いて近似解を得るための解法を開発する。

(4) 最適ペアトレード戦略

ペアトレード戦略とは、類似した2つの資産の価格差（スプレッド）に着目し、何らかの要因によりスプレッドが一時的に乖離した状況において、その乖離が収斂することを期待してポジションを構築する投資手法である。現実的な運用ルールを設定し、それに利用するパラメータを決定変数として、パフォーマンスを評価する目的関数を定義する。具体的には、実証的研究の多くが利用している手法で閾値を一定の値とする「コンスタント投資戦略」と、時間とともに閾値が大きくなり、ポジションを構築しにくくなる「時間依存投資戦略」による取引ルールに対して、ポジション構築および解消閾値を決定変数とした最適化モデルを構築する。この問題を求解するために、各シミュレーションパスで目的関数を評価するプロセスを最適化問題として定義し、DFO 手法を用いる。単一ペアおよび複数ペアを用いて現実的な資産運用

状況を意識した下で最適なペアトレード戦略を構築する。

複数ペアの場合、単一ペアに比べてより規模の大きい非連続変数を含むシミュレーション型の最適化問題となるため、この問題を効率的に求解するアルゴリズムが必要である。本研究では以下のような計算負荷を小さくする2種類のアルゴリズムを提案する。

- ①アルゴリズム1: Separated Problem(SP)
基礎分析の結果得られた以下の2つの特性を利用したアルゴリズムを提案する。
 - ・最適閾値を求める問題と最適配分ウェイトを求める問題は独立に扱っても、ほとんど最適解に影響はしない。
 - ・複数ペアを同時に扱うのと単独に扱うのでは、ほとんど最適閾値は変わらない。
- ②アルゴリズム2: Iterative Approach(IA)
さらに、最適構築閾値をスプレッドボラティリティの関数で表現する一方で、最適解消閾値はゼロと仮定する。シミュレーション型最適化モデルの解は、静的な平均・分散モデルの解と大きくは変わらないと仮定した上で、アルゴリズムを開発する。

(5) 収益率分布の推定

① リカバリー定理による分布推定

資産配分やリタイアメント・プランニングなどの最適化モデルで最適戦略を導出するためには、適切に資産収益率分布を推定することが極めて重要である。フォワード・ルッキングな収益率として、オプション価格から推定されるインプライド分布があるが、これはリスク中立分布であるため、リスク調整して実分布を推定する必要がある。リスク調整によって実分布を推定する方法として、Ross(2015)が提案したリカバリー定理(recovery theorem)を用いる方法があるが、インプライド分布から生成される状態価格行列の条件数が極めて大きくなるため、非適切問題となり、安定的に推定できないという問題点がある。そこで、本研究では、リスク中立分布を先験情報として利用することによって、従来手法(Tikhonov 正則化法)よりも精度良く推移状態確率行列を求め、実分布を安定的に推定する方法を提案する。

実データを用いると真の収益率分布と比較が困難なため、仮想データを使用して、Kullback-Leibler 情報量(以下、KL 情報量)を使って客観的に推定精度を評価する。

② 一般化リカバリー定理による分布推定

リカバリー定理は状態推移に関して斉次マルコフ性を仮定している。この仮定の無い形へ一般化することによって、その仮定に起因するバイアスを解消した一般化リカバリー定理(generalized recovery theorem)がJensen, Lando, and Pedersen(2017)によって提案された。しかし、この方法でもリカバリー定理と同様に、実分布の推定の過程で非適切問題が出現するため、得られる推定値は不安定になる。そこで、先験情報を考慮した正則化項を設定することによって、精度の高

い推定値を得る方法を提案し、Jensen ら(2017)の従来手法と比較する。

4. 研究成果

研究の方法に合わせて、それぞれの研究成果を示す。

(1) 最適資産配分戦略

状態依存の意思決定が可能なモデルを構築するために、3資産(2つのリスク資産と無リスク資産)で25ノードの混合型モデルの各時点の富と投資比率を調べる。信頼水準80%、5万パスの結果を図1に示す。

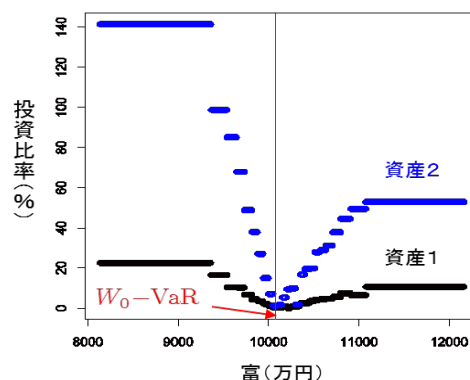


図1: 富の水準と投資比率の関係

初期富(W_0)から最終富のVaRを引いた値の水準で最も投資比率が小さく、それを境にして富が離れるほど、投資比率が大きくなる傾向が見られた。この知見を利用して、CVaRを用いたモデルに対する投資量関数として、投資比率が富の区分線形関数となるように設定し、問題を解く。数値分析として、5資産(内株、外株、内債、外債、現金)を対象とした3期間問題を解く。CVaRの信頼水準は80%、パス数は1万本とする。最適資産配分を図2に示す。左から、ノード数が1つの混合型N1モデル(シミュレーション型モデル)、ノード数が4つの混合型N4モデル、区分線形モデルの結果を示す。

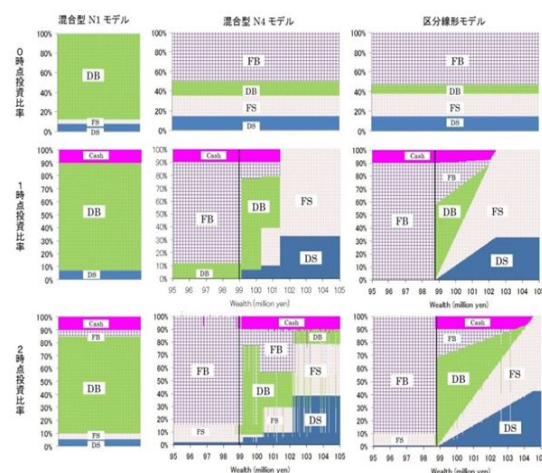


図2: 最適資産配分

区分線形モデルの目的関数値は混合型モデルよりも改善されるとともに、実際の運用においても明示的に富の関数として、状態に応じた投資決定(投資比率)を示すことが可能となった。

(2) リタイアメント・プランニング

世帯主、配偶者がともに65歳で、計画期間を30年間、株式への投資期間を10年間、1年を1期間とする30期間モデルを構築する。株式、現金、私的年金(男・女)を対象にした初期時点および1時点の株式と現金への最適資産配分を図3に示す。

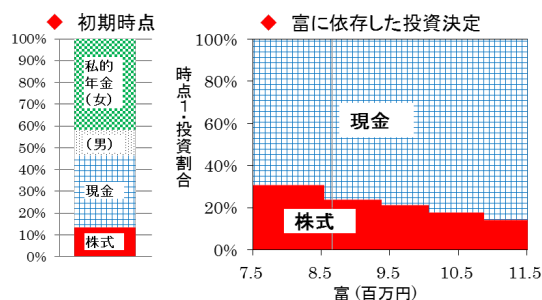
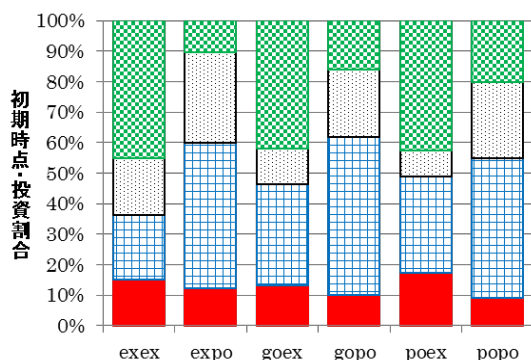


図3: 最適資産配分

1時点の資産配分は富に依存して決定することが分かる。主観的健康感によって期待される生存率が異なるので、私的年金や資産配分も異なることが予想される。図4に示すように、世帯主(男性)3種類、配偶者(女性)2種類の6種類の組み合わせに対する初期時点の私的年金を調べたところ、主観的健康感が私的年金の購入額に影響を与え、主観的健康感が悪くなる(生存率が低くなる)ほどその購入額は下がることが分かった。



世帯主	良	良	普	普	悪	悪
配偶者	良	悪	良	悪	良	悪

図4: 主観的健康感と投資決定

(3) 株式の最適実行戦略

一時的／恒久的 MI のもとで下方リスクを考慮した多期間最適実行戦略モデルを構築した。混合型モデルを用いて関数形の特徴を見いだすために、図5に累計実行コストと残存注文割合の関係を示す。最適解となる残存注文割合が累計実行コストの水準に対し、ある値(区分中心点と呼ぶ)で最小となり、そ

の境から離れるほど大きくなり、累計実行コストの大きいときと小さいときには残存注文割合がフラットになるショートパタフライ型(以降、SB型)の形状となること、さらに区分中心点がターゲットコストを調整した値であることなど、関数形のいくつかの特徴を見いだした。区分中心点の導出には理論的な解析モデルから得られた知見を応用した。さらに、過渡的 MI のもとで最適化モデルを構築し、累計実行コストと残存注文割合の関係を確認した結果、一時的／恒久的 MI と同様に SB 型となることを確認した。

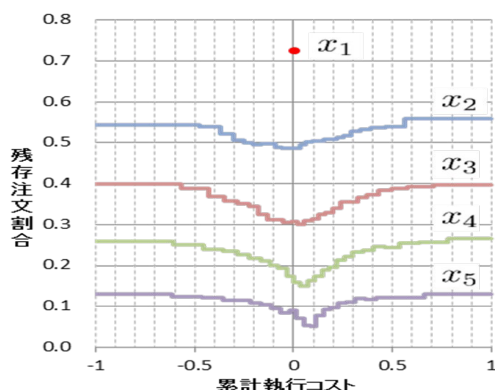


図5: 累計実行コストと残存注文割合の関係

市場データを用いてパラメータの推定を行い、分析も行った。流動性が高いソフトバンクと流動性が低い NTT ドコモを対象に、2つの MI モデルに対する結果を図6に示す。

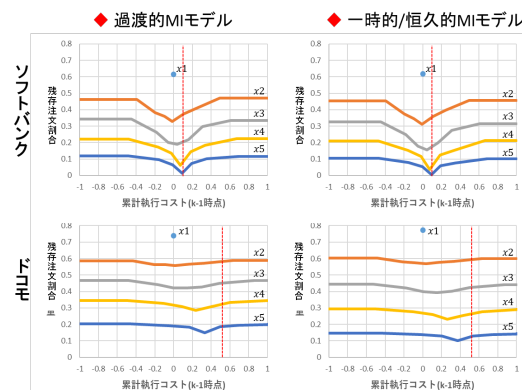


図6: 市場データを用いた分析

流動性が高いと MI が小さいため、ソフトバンクはV字の形状は大きくなるが、流動性が低いNTT ドコモはV字の形状は小さくなる。また、減衰速度が速いと一時的／恒久的 MI の場合と似てくるため、減衰速度が速いソフトバンクではモデル間の差は小さい。一方、NTT ドコモは減衰速度が遅いため、モデル間の差が大きいことが分かった。

(4) 最適ペアトレード戦略

① 単一ペアの場合

トヨタ自動車と豊田自動織機を対象として、2012年度の株価を用いてパラメータを推

計し、DFO 手法を用いて最適なポジション構築閾値(τ^o)および解消閾値(τ^c)を求めた。期間を3カ月と12カ月として、1日でのリバランスを想定した場合のコンスタント戦略に対する結果を表1に示す。

表1：コンスタント戦略における最適閾値

		τ^o	τ^c	リターン	コスト	リスク	目的関数値
T = 250	DFO 手法	1.999	0.000	0.305	0.078	0.020	0.207
	全探索法	1.940	0.000	0.308	0.080	0.021	0.207
T = 60	DFO 手法	2.120	0.000	0.274	0.080	0.018	0.176
	全探索法	1.910	0.000	0.285	0.090	0.018	0.176

分析期間とリバランス間隔に関する感度分析を行ったところ、リバランス間隔が大きいほど(連続的な取引ができなくなるため)、分析期間が長いほど、ポジション構築/解消閾値は小さくなることが分かった。また、ポジション解消閾値は表1と同様に、ほぼゼロになる(感度は低い)ことも分かった。

② 複数ペアの場合

2014 年度の実際の日次株価を用いて 10 ペアのパラメータを推計し、DFO 手法を用いて最適なポジション構築および解消閾値を求めた。まずはじめに、ペア数を変化させて各アルゴリズムで問題を求解し、目的関数と計算時間を評価した。乱数シードを変えて 10 パターンの計算を行い、平均をとった。紙面の都合上、結果は省略するが、オリジナルの問題では 6 ペア以上の問題は求解できないのに対し、提案した手法は 10 ペアまで求解できた。特にアルゴリズム 1(IA)はアルゴリズム 2(SP)に比べて、10 ペアでも計算時間が半分となっており、実用に耐えうる時間で解くことができています。提案したヒューリスティックアルゴリズムはすべてのケースで目的関数がほぼ一致しており、計算精度を維持したままで大規模な問題に対しても計算時間を短縮することができた。

(5) 収益率分布の推定

① リカバリー定理(RT)

仮想データを使用し、KL 情報量を使って評価する。Ross(2015) による方法(基本的な方法)、リスク中立分布、Tikhonov 法、提案法の4つの手法の推定精度を比較する。横軸に正規化パラメータ(対数)、縦軸に KL 情報量(対数)を取り、各手法の結果を図7に示す。Tikhonov 法、提案法は正規化パラメータに依存する。Tikhonov 法と提案法はともに、正規化パラメータが小さいと推定精度が悪いが、大きくしていくとリスク中立分布よりも推定精度が高くなり、先験情報を用いることは有効であることが分かる。Tikhonov 法に比べて提案法の推定精度が高く、提案法は優位であることが分かる。また、図7の右に、基本的な方法と提案法によってそれぞれ得られる収益率分布の結果を示す。基本的な方法から推定される分布が不安定であるのに対し、

提案法は安定的な分布を推定できることが分かる。

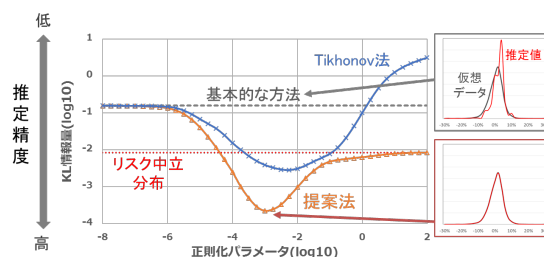


図7：正規化パラメータと KL 情報量の関係

② 一般化リカバリー定理(GRT)

リカバリー定理と同様に仮想データを使用し、KL 情報量を使って評価する。Jensen ら(2017)による方法(従来の方法)と提案法の推定精度を比較する。図8に従来の方法と提案法によって得られる収益率分布、ならびに仮想データ、先験情報として使われる分布の結果を示す。提案法は従来の方法に比べて、安定的な分布を推定できることが分かる。

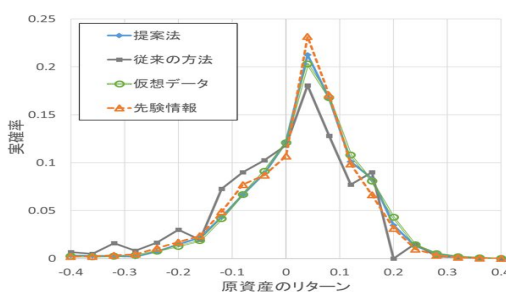


図8：収益率分布の推定

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕(計8件)

- ① 山本零, 澤田一成, バイズ修正を用いた利益ベースの構造型信用リスクモデルの改良, ジャファイ・ジャーナル(2018), 印刷中. 査読有
- ② R. Yamamoto and N. Hibiki, Optimal Multiple Pairs Trading Strategy using Derivative Free Optimization under Actual Investment Management Conditions, Journal of the Operations Research Society of Japan, Vol.60, No.3(2017), pp.244-261. 査読有
- ③ 枇々木規雄, ポートフォリオ最適化入門, オペレーションズ・リサーチ, Vol.61, No.6(2016), pp.335-340. 査読無
- ④ T. Tokunaga and R. Yamamoto, Excess Comevement and Investor Attension in Japan, 武蔵大学論集, Vol.64(2016), pp.9-26. 査読無
- ⑤ 浅田一成, 山本零, 企業の中期経営計画に関する特性及び株主価値との関連性について～中期経営計画データを用いた実証分析～, 証券アナリストジャーナル, Vol.54,

No.5(2016), pp.67-78. 査読有

- ⑥ 竹延俊一, 枇々木規雄, 下方リスクを考慮した多期間最適執行戦略モデル, オペレーションズ・リサーチ, Vol.61, No.6(2016), pp.384-395. 査読有
- ⑦ 山本零, ポートフォリオ理論における歪度管理の実践～歪度管理の重要性とダウンサイド抑制型絶対値運用の提案～, 武蔵大学論集, Vol.63(2015), pp.41-49. 査読無
- ⑧ S. Hirano and N. Hibiki, Multi-period Stochastic Programming Model for State-Dependent Asset Allocation with CVaR, Journal of the Operations Research Society of Japan, Vol.58, No.4 (2015), pp.307-329. 査読有

〔学会発表〕(計 10 件)

- ① Y. Ono, N. Hibiki and Y. Sakurai, Dynamic Optimal Execution Models with Transient Market Impact and Downside risk, Proceedings of the 18th Asia Pacific Industrial Engineering & Management Systems Conference, December 2017, Yogyakarta.
- ② H. Kato and N. Hibiki, Asset Allocation Model with Tail Risk Parity, Proceedings of the 18th Asia Pacific Industrial Engineering & Management Systems Conference, December 2017, Yogyakarta.
- ③ M. Shibahara and N. Hibiki, Multi-period Optimization Model for Retirement Planning with Private Pension and Life Insurance, Proceedings of the 18th Asia Pacific Industrial Engineering & Management Systems Conference, December 2017, Yogyakarta.
- ④ M. Ito, T. Kiri and N. Hibiki, Estimating Forward Looking Return Distribution with the Generalized Recovery Theorem, Proceedings of the 18th Asia Pacific Industrial Engineering & Management Systems Conference, December 2017, Yogyakarta.
- ⑤ R. Yamamoto and K. Sawada, An EBIT-based Structural Credit Risk Model using Bayesian Estimation, The 21th triennial conference of the International Federation of Operational Research Societies, July 2017, Quebec City.
- ⑥ N. Hibiki and S. Takenobu, Multi-period Optimization Model with Downside Risk for Market Order Execution, The 21th triennial conference of the International Federation of Operational Research

Societies, July 17, 2017, Quebec City.

- ⑦ R. Yamamoto and N. Hibiki, Optimal Multiple Pairs Trading Strategy using Derivative Free Optimization under Actual Fund Management, 28th European Conference on Operational Research, July 2016, Poznan.
- ⑧ T. Kiri and N. Hibiki, Estimating Forward Looking Distribution with the Ross Recovery Theorem, Proceedings of the 16th Asia Pacific Industrial Engineering & Management Systems Conference, December 2015, Ho Chi Minh City.
- ⑨ N. Hibiki and W. Oya, Multi-Period Optimization Model for Retirement Planning, World Risk and Insurance Economics Congress, August 2015, Munich.
- ⑩ R. Yamamoto and N. Hibiki, Optimal Pair Trading Strategy for Actual Fund Management using Derivative Free Optimization, 27th European Conference on Operational Research, July 2015, Glasgow.

〔図書〕(計 2 件)

- ① 宮井博, 鈴木誠, 米澤康博, 山本零, 柳瀬典由, 徳島勝幸, 大野早苗 著, 『マイナス金利と年金運用』, 第 4 章「低金利環境下での年金 ALM」担当, pp.101-121, 2017 年, きんざい.
- ② 室田一雄, 池上敦子, 土谷隆 編, 山下浩, 蒲地政文, 畔上秀幸, 斉藤努, 枇々木規雄, 滝根哲哉, 金森敬文 著, シリーズ: 最適化モデング 第 5 巻『モデリングの諸相: —OR と数理科学の交叉点—』, 第 5 章「金融工学とモデリング」担当, pp.127-157, 2016 年, 近代科学社.

〔産業財産権〕

○出願状況(計 0 件)

○取得状況(計 0 件)

〔その他〕なし

6. 研究組織

(1) 研究代表者

枇々木 規雄 (HIBIKI NORIO)
慶應義塾大学・理工学部・教授
研究者番号: 30245609

(2) 研究分担者

今井 潤一 (IMAI JUNICHI)
慶應義塾大学・理工学部・准教授
研究者番号: 10293078

山本 零 (YAMAMOTO REI)
武蔵大学・経済学部・准教授
研究者番号: 40756376

(3) 連携研究者: 該当なし

(4) 研究協力者: 該当なし