

Title	将来生命表の統計モデリング：Lee-Carter法とその拡張：ヒューマンセキュリティへの基盤研究
Sub Title	
Author	小暮, 厚之(Kogure, Atsuyuki) 長谷川, 知弘(Hasegawa, Tomohiro)
Publisher	慶應義塾大学大学院政策・メディア研究科
Publication year	2005
Jtitle	総合政策学ワーキングペーパーシリーズ (Policy and governance working paper series). No.71
JaLC DOI	
Abstract	<p>近年の高年齢者人口の増加傾向は、我が国だけでなく世界的に観測されている現象である。国連人口局（United Nations Population Division）報告によれば、2001年から2050年へかけての世界総人口の増加が1.5倍にとどまるのに対して、80歳以上の人口は8倍に増加すると推計される。我が国における高齢化はより急激である。国立社会保障・人口問題研究所（2002）の推計によれば、総人口が2001年の1.27億人から2050年の1.01億人へと減少する中で、65歳以上の割合は18%から33%に増加すると予想されている。そのような高年齢者層の人口増加の背後には、一方で出生率の減少があり、他方で死亡率の低下がある。しかし、最近の年金財政問題を考えるとき、死亡率の低下の影響の方がより緊急な課題であろう。将来死亡率の不確定性は、年金計算におけるいわゆる「長生きリスク」（longevity risk）を引き起こす。そのような動きを背景にして、アクチュアリアル・サイエンスにおいて、死亡率の暦年変化を記述する動的なモデル化の試みが急である。現在最も広く利用されている将来死亡率予測モデルは、Lee and Carter（1992）による、いわゆるLee-Carter 法である。しかし、この手法に対する統計的な観点からの考察は十分になされていないように思われる。本稿では、双線形回帰モデルとしてLee-Carter 法を捉え直し、我が国死亡率データへの適用を通して、その意義と限界を探る。</p>
Notes	21世紀COEプログラム「日本・アジアにおける総合政策学先導拠点」
Genre	Technical Report
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=BA76859882-00000071-0001

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the Keio Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

**将来生命表の統計モデリング：
Lee-Carter 法とその拡張**
—ヒューマンセキュリティへの基盤研究—

小暮厚之*・長谷川知弘**

2005年4月

21世紀COEプログラム

「日本・アジアにおける総合政策学先導拠点」
慶應義塾大学大学院 政策・メディア研究科

本稿は、当該COEプログラム「金融工学による保険・保証の分析」グループによって2004年9月25日、26日に開催された「保険・年金リスク研究会」における報告に基づく。

* 慶應義塾大学大学院 政策・メディア研究科／総合政策学部 (kogure@sfc.keio.ac.jp)

** 慶應義塾大学大学院 政策・メディア研究科修士課程在学中 (tomtom@sfc.keio.ac.jp)

将来生命表の統計モデリング :Lee-Carter 法とその拡張
—ヒューマンセキュリティへの基盤研究—

小暮厚之・長谷川知弘

【概要】

近年の高年齢者人口の増加傾向は、我が国だけでなく世界的に観測されている現象である。国連人口局（United Nations Population Division）報告によれば、2001年から2050年へかけての世界総人口の増加が1.5倍にとどまるのに対して、80歳以上の人口は8倍に増加すると推計される。我が国における高齢化はより急激である。国立社会保障・人口問題研究所（2002）の推計によれば、総人口が2001年の1.27億人から2050年の1.01億人へと減少する中で、65歳以上の割合は18%から33%に増加すると予想されている。そのような高年齢者層の人口増加の背後には、一方で出生率の減少があり、他方で死亡率の低下がある。しかし、最近の年金財政問題を考えるとき、死亡率の低下の影響の方がより緊急な課題であろう。将来死亡率の不確定性は、年金計算におけるいわゆる「長生きリスク」（longevity risk）を引き起こす。そのような動きを背景にして、アクチュアリアル・サイエンスにおいて、死亡率の暦年変化を記述する動的なモデル化の試みが急である。現在最も広く利用されている将来死亡率予測モデルは、Lee and Carter（1992）による、いわゆるLee-Carter法である。しかし、この手法に対する統計的な観点からの考察は十分になされていないように思われる。本稿では、双線形回帰モデルとしてLee-Carter法を捉え直し、我が国死亡率データへの適用を通して、その意義と限界を探る。

キーワード：死亡率低下、長生きリスク、年金ポートフォリオ、Lee-Carter法、ポアソン双線形モデル

1 はじめに

近年の高年齢者人口の増加傾向は、我が国だけでなく世界的に観測されている現象である。国連人口局 (United Nations Population Division) 報告によれば、2001 年から 2050 年へかけての世界総人口の増加が 1.5 倍にとどまるのに対して、80 歳以上の人口は 8 倍に増加すると推計される。我が国における高齢化はより急激である。国立社会保障・人口問題研究所 (2002) の推計によれば、総人口が 2001 年の 1.27 億人から 2050 年の 1.01 億人へと減少する中で、65 歳以上の割合は 18% から 33% に増加すると予想されている。そのような高年齢者層の人口増加の背後には、一方で出生率の減少があり、他方で死亡率の低下がある。しかし、最近の年金財政問題を考えるとき、死亡率の低下の影響の方がより緊急な課題であろう。将来死亡率の不確定性は、年金計算におけるいわゆる「長生きリスク」(longevity risk) を引き起こす。そのような動きを背景にして、アクチュアリアル・サイエンスにおいて、死亡率の暦年変化を記述する動的なモデル化の試みが急である¹⁾。現在最も広く利用されている将来死亡率予測モデルは、Lee and Carter(1992) による、いわゆる Lee-Carter 法である。しかし、この手法に対する統計的な観点からの考察は十分になされていないように思われる。本稿では、双線形回帰モデルとして Lee-Carter 法を捉え直し、我が国死亡率データへの適用を通して、その意義と限界を探る。

2 生命表モデル

将来の死亡率を予測するということは、将来の生命表を作成するという他にない。本節では、生命表を理解するために必要な基本概念を要約する。

2.1 理論的な生命表

理論的には、「生命表は同時出生集団（出生コーホート）が出生時から、そのコーホートの全員が死亡しつくまでの死亡の逐齡的発生過程ならびにその結果としての逐齡的減少を示したものである」（山口他 [1995]）。このコーホートの寿命時間を表す確率変数を X とするとき、生存確率は

$$l_x \equiv l_0 \Pr(X \geq x), \quad x \geq 0 \quad (2.1)$$

と定義される。 l_0 は出生時の生存確率であり、当然 1 であるが、生命表では、100,000 という値で表記するのが通常である。この値を基数という。基数を用いると、 l_x は出生時の大きさが 10 万人のコーホートの年齢 x における生存数と解釈できる。以下では、 $l_0 = 1$ とするが、それを場合によっては、生存確率ではなく生存数と呼ぶ場合もある。

このコーホートの生存確率 $\{l_x\}$ の瞬間的な変化は、死力

$$\mu_x \equiv -\frac{l'_x}{l_x} \quad (2.2)$$

1) 例えば、Buettner(2002), Pitacco(2004) を見られたい。

によって表される。 $f(x)$ を寿命 X の密度関数とすると、

$$f(x) = \frac{d}{dx} \Pr(X \leq x) = \frac{d}{dx}(1 - l_x) = -l'_x$$

であるから、(2.2) は、

$$\mu_x = \frac{f(x)}{\Pr(X \geq x)}, \quad x \geq 0 \quad (2.3)$$

と表せる。すなわち、死力は x 歳に達した人が次の瞬間に死亡する可能性である²⁾。生存確率は、死力によって

$$l_x = l_0 \exp \left[- \int_0^x \mu_s ds \right], \quad x \geq 0 \quad (2.4)$$

と表せるから、生命表は死力 $\{\mu_x\}$ によって完全に記述できる。

2.2 死亡率

x を 0, 1, 2 と離散的に変化させたときの、コーホートの生存確率の各年ごとの変化率は

$$q_x \equiv - \frac{l_{x+1} - l_x}{l_x}, \quad 0, 1, 2, \dots \quad (2.5)$$

である。死力が連続的な生存確率の変化を表すのに対して、 q_x は各年ごとの離散的な変動を表す。 q_x は、

$$q_x = \frac{\Pr(x \leq X < x + 1)}{\Pr(X \geq x)}, \quad 0, 1, 2, \dots \quad (2.6)$$

と変形できるから、 x 歳に到達した人が 1 年以内に死亡する確率である。生命表は、 $x = 0, 1, 2, \dots$ に対する q_x の値を掲げる表に他ならない。

2.3 動的な生命表モデル

理論的な生命表は、暦年には依存しない静的な人口を想定している。しかし、近年の死亡率の低下を分析するためには、そのような静的な生命表では不十分であり、暦年効果を明示的に含んだ動的な生命表モデルを考察する必要がある。動的な生命表では、生存確率や死亡率は暦年 t に対して定義し、 $l_x(t)$ 、 $\mu_x(t)$ などと表記する。このとき、死亡率は、年齢 x と暦年 t の関数として表 1 の行列として与えられる。

2) 保険以外の分野で寿命時間を取り扱う場合、死力を危険率（ハザード率）と呼ぶことが多い。例として、企業のデフォルトまでの時間や製品が故障するまでの時間、夫婦が離婚するまでの時間を扱う場合が挙げられる。

表 1 死亡率の行列

$q_0(0)$	·	·	$q_0(t)$	·
·	$q_1(1)$	·	$q_1(t)$	·
·	·	⋮	⋮	·
$q_x(0)$	$q_x(1)$	⋯	$q_x(t)$	⋯
·	·	·	⋮	⋮

前節で述べた理論的死亡率 q_x は、暦年 t 年に生まれたコーホートに対して：

$$\{q_0(t), q_1(t+1), \dots, q_\omega(t+\omega)\}$$

に対応する。ここで、 ω は生命表における年齢の最大値である。暦年 t 年における死亡表は縦方向の系列

$$\{q_0(t), q_1(t), \dots, q_\omega(t)\}$$

に対応する。最後に、横方向の系列

$$\{q_x(t), q_x(t+1), \dots\}$$

が動的な動きを表す。

3 我が国における死亡率低下の推移

この節では、国民生命表に基づいて、我が国の死亡率傾向の 1989 年（平成元年）から 2003 年（平成 15 年）までの 15 年間の動向を見る。

3.1 寿命分布の暦年変化

国民生命表は表 1 で言えば、縦方向の死亡率を与える。従って、例えば 2003 年の簡易生命表における平均余命などの指標は、死亡確率が 2003 年のまま今後変化しないという条件の下で計算されていることに注意されたい。図 1 は 1989 年と 2003 年の死亡分布を比較している。分布が全体に右側へシフトするという、いわゆる”expansion”の特徴が見て取れる。図 2 は 1989 年、1994 年、1999 年の各年から 2003 年にかけての死亡率の低下幅を比較している。

3.2 寿命分布の位置とばらつきの暦年変化

生命表とは寿命時間 X の分布を 1 年刻みで表した統計分布表に他ならない。生命表に基づいて、寿命分布の中位数と四分位偏差を計算できる。寿命中位数とは、生存率が 50% に達した年齢をいう。すな

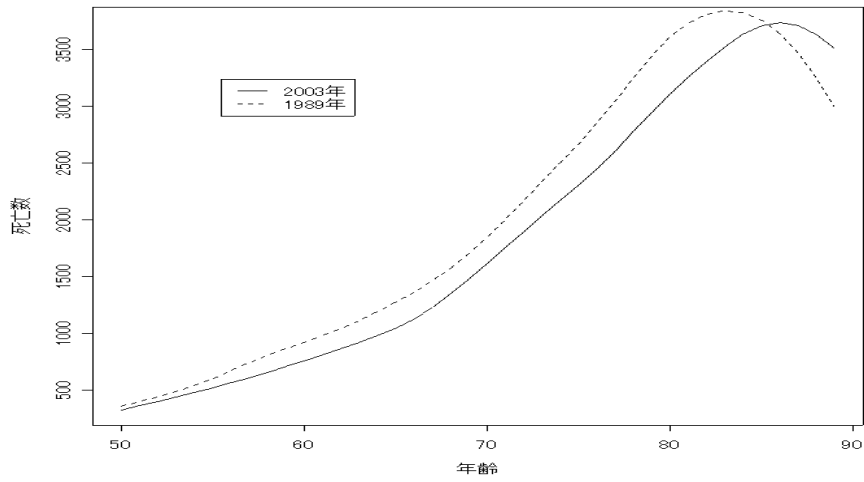


図1 死亡数の比較

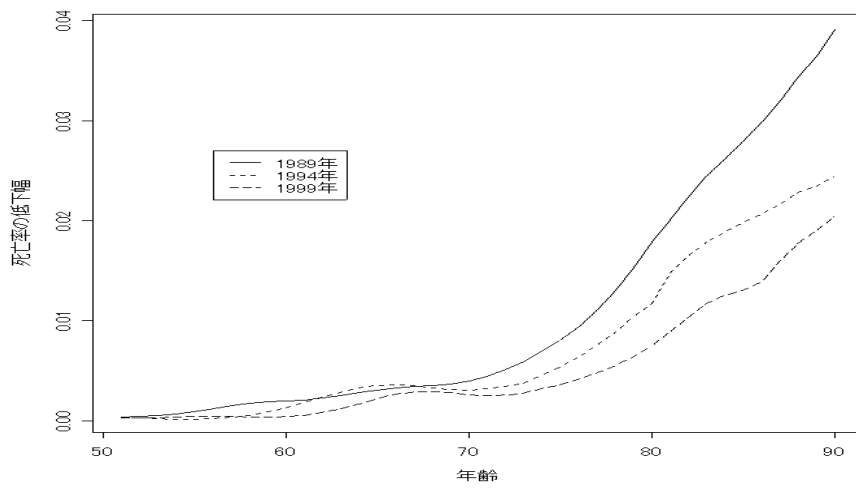


図2 死亡率低下幅の比較

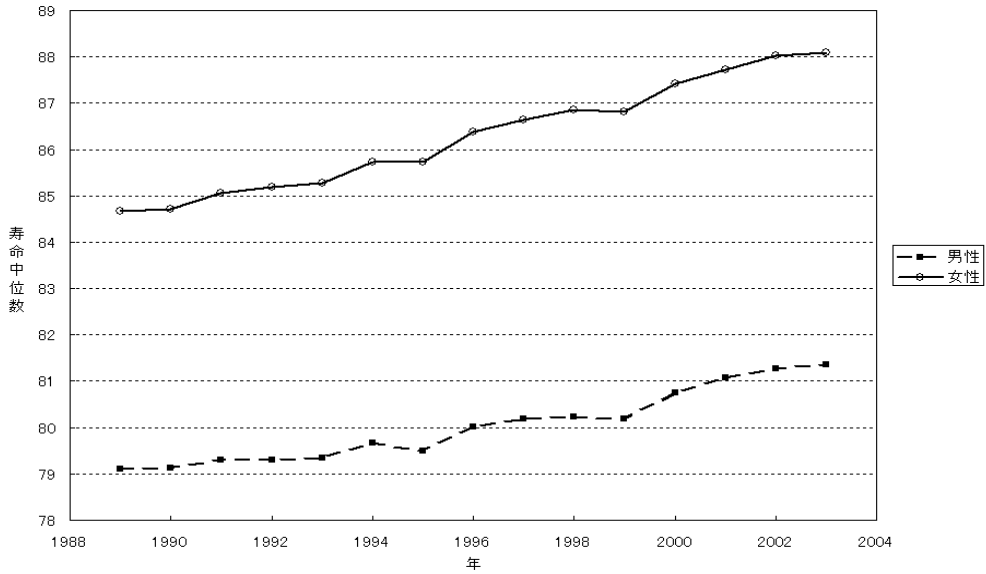


図3 寿命中位数の変化

わち：

$$l_x = 0.5$$

となる最小の x の値である。図3は、1989年から2003年にかけての寿命中位数の推移を表している。男性・女性ともに寿命分布の中心が一貫して上昇していることが分かる。

寿命四分位偏差とは、生存率が25%に達した年齢と75%に達した年齢の差をいう。図4は、1989年から2003年にかけての寿命四分位偏差の推移を表している。男性・女性ともに寿命分布のばらつきはほとんど変化していないことが分かる。

4 Longevity risk～長生きリスク～

前節で見た将来の死亡率は低下傾向にあり、それが高年齢層の生活や年金財政に大きな影響を与えることは容易に予想できる。しかし、そのような傾向が今後も続くかどうかは必ずしも明らかではない。将来の死亡率傾向が確定的には予想できないときに、いわゆる「長生きリスク」(longevity risk)が生じる。長生きリスクとは、死亡率が低下するという事実を指すのではなく、将来の死亡率傾向のシナリオを見誤る事に起因するリスクのことであることに注意されたい。

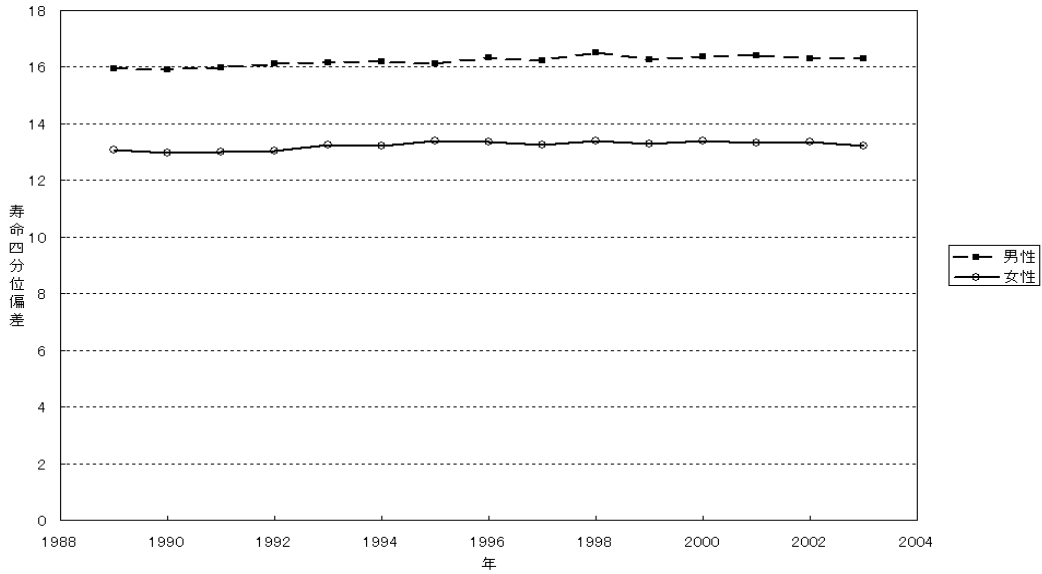


図4 寿命四分位偏差の変化

4.1 年金ポートフォリオへの影響

Olivieri(2001)に従って、長生きリスクが年金に与える影響を考えよう。 x 歳の契約者に対して $x+1$ 歳から死亡するまでの期間にわたって年額 A 円を支払う生命年金を考える。このような生命年金 N 件からなる年金ポートフォリオの将来支払いの現在価値は

$$S \equiv \sum_{i=1}^N Y_i$$

である。ここで、 Y_i は個別契約者 i の生命年金の現在価値

$$Y_i = A \sum_{k=1}^{\infty} e^{-\rho k} I_{\{X_i \geq k\}}$$

を表す。ただし、 ρ は一定の金利であり、 X_i は個人 i の余命時間とする。また、 $I_{\{\cdot\}}$ は指示関数である。この年金の現価は

$$\mu \equiv E[Y_i] = A \sum_{k=0}^{\infty} e^{-\rho k} {}_k p_x$$

となる。ここで、 ${}_k p_x$ は、 x 歳の人が $x+k$ 歳まで生存する確率

$${}_k p_x \equiv \Pr(X_i > k | X_i \geq x) = (1 - q_x) \times (1 - q_{x+1}) \times \cdots \times (1 - q_{x+k-1})$$

である³⁾。保険会社は、年金現価 μ に一定の「事業コスト」 α (> 0) を加えた $\mu + \alpha$ を各契約者に請求するとして、各契約者の余命時間 $\{X_i\}$ が独立に分布するという通常の想定の下では、 S が保険会社

3) ここで、 $\{X_i, i = 1, 2, \dots, N\}$ は同一分布に従うと仮定している。

の総収入 $N(\mu + \alpha)$ を上回る確率は

$$\Pr(S > N(\mu + \alpha)) = \Pr(S - N\mu > N\alpha) \leq \frac{1}{N^2\alpha^2} \text{Var}(S) = \frac{1}{N\alpha^2} \text{Var}(Y) \rightarrow 0 \quad (N \rightarrow \infty)$$

となり、 N の増大とともにゼロに近づく。言い換えれば、契約者数 N を十分に大きくすることにより、死亡リスクを実質的にゼロにできるという、いわゆる「リスク・プーリング」効果が働く。

しかし、昨今のように、将来の死亡率の低下が予想される状況は、余命時間 X_i の分布を一意に確定できないことを意味する。将来の死亡率低下のいくつかの可能な状態 $\{j\}$ を表す確率変数を J とする。 J に関する期待値を E_J 、分散を Var_J と記すと、ポートフォリオ支払い S の期待値は

$$E[S] = E_J [E[S|J]] = NE[Y_i] = N\mu$$

となる。一方、 $\{K_i\}$ は J が与えられた場合には互いに独立であるが、確率的シナリオの下では、もはや独立ではない。そのため、 S の分散は

$$\text{Var}(S) = NE_J [\text{Var}(S|J)] + N^2 \text{Var}_J (E[Y|J]) \quad (4.7)$$

となる。(4.7) 式の第2項が確率的シナリオに基づくリスクであり、長生きリスクを表す。 S のリスクを、平均に対する標準偏差の大きさである変動係数で見ると：

$$\begin{aligned} \text{変動係数} &= \frac{\sqrt{\text{Var}(S)}}{E[S]} \\ &= \frac{1}{\mu} \sqrt{\frac{E_J [\text{Var}(S|J)]}{N} + \text{Var}_J (E[Y|J])} \geq \frac{1}{\mu} \sqrt{\text{Var}_J (E[Y|J])} > 0 \end{aligned}$$

となる。 N をどんなに大きくしても、長生きリスクをヘッジすることはできない。

Olivieri(2001) は、将来の死亡率が Heligman-Pollard 法則

$$\frac{q_x}{1 - q_x} = A^{(x+B)^C} + D \exp \left\{ -E(\log x - \log F)^2 \right\} + GH^x$$

に従うと仮定して、長生きリスクの数量評価を試みている。ここで、第1項は未成年者、第2項は成年者、第3項は高年齢者層の死亡率を表す。シミュレーションの設定では $x = 65$ 歳のため、第3項のみからなる

$$\frac{q_x}{1 - q_x} = G \times H^x$$

を用いている。ここで、パラメータ G は高年齢死亡率の水準を表し、パラメータ H は高年齢化の進行に伴う死亡率の増加率を表す。長生きのシナリオ $J = 1, 2, 3$ のいずれかによって、パラメータ G 及び H が以下の3通りになるとする：

表2 各状態におけるパラメータの値

	現在の生命表	$J = 1$	$J = 2$	$J = 3$
G	0.00028	0.000042	0.000002	0.0000001
H	1.07319	1.09803	1.13451	1.17215

ここで、第1列の「現在の生命表」欄は、イタリアの現在の生命表からの推定値である。第2～4列は異なる死亡率低下の状態を表す。状態1が最も死亡率低下の程度が低く、状態3が最も高い。年金年額 $A = 100$ 、金利を $r = 3\%$ とするとき、各状態における Y の期待値と標準偏差は、以下の表3のように与えられる。

表3 各状態における年金の期待値と標準偏差

	現在	$J = 1$	$J = 2$	$J = 3$	確率的
$E[Y I]$	1215	1305	1512	1714	1511
$\sqrt{\text{Var}(Y I)}$	578	541	483	409	499

ここで、最後の列は、3つの状態 $\{1, 2, 3\}$ がそれぞれ確率 $(0.3, 0.4, 0.3)$ で生じるという確率的シナリオを表す。このとき、年金ポートフォリオの現在価値 $S = \sum_{i=1}^N Y_i$ の変動係数は以下の表のように計算される。

表4 年金ポートフォリオの現在価値の期待値と分散

	現在	$J = 1$	$J = 2$	$J = 3$	確率的
$N = 1$	0.475879695	0.414773594	0.319769149	0.23864951	0.33027
$N = 100$	0.047587969	0.041477359	0.031976915	0.023864951	0.09133
$N = 1000$	0.015048637	0.013116293	0.010111988	0.00754676	0.08617
$N = \infty$	0	0	0	0	0.08558

この例では、どれほど契約者数を増やしても、標準偏差を純保険料の8%以下には小さくできない。このような長生きリスクは、伝統的な保険におけるリスク管理手段であるリスク・プーリングによってはヘッジできないリスクであり、それに見合うだけの支払備金を用意しておく必要性を示唆する。

5 死亡法則と死亡率データ

5.1 補整

死亡率の推移に一定の死亡法則（統計モデル）を当てはめようとする補整 (graduation) が古くからなされている。表5は、代表的な死亡法則のモデルを掲げる。

表5 代表的な死亡法則

死亡法則	μ_x	l_x	パラメータ
ドモアブル	$1/(\omega - x)$ ($0 \leq x \leq \omega$)	$1 - x/\omega$	$\omega > 0$
ゴンペルツ＝メーカム	$A + Bc^x$	$\exp\{-Ax - m(c^x - 1)\}$	$B \geq 0, A \geq -B, c > 1$
ワイブル	kx^n	$\exp\{-nx^{n+1}\}$	$k > 0, n > 0$

ドモアブル法則では、人は最大可能年齢 ω を越えて生きることはないと仮定されている。メーカム＝ゴンペルツ法則で、 $B = 0$ とおけば、死力が一定値 A となる。このとき、寿命時間 X は平均が $1/A$ の指数分布にしたがう。これを指数法則という。

このようなパラメトリックモデルは明らかな利点を持つものの、多くの場合、単一の死亡法則によってコーホート全体に亘る死亡率を説明することは困難である。そのため、各年代に応じて異なる死亡法則を当てはめる方法も提案されている。前述の Heligman-Pollard 法則はその一例である。また、荒井 (2001) は世代ごとに異なるワイブル法則を当てはめるアプローチを提案している。さらに、小暮 (2004) は死亡法則というパラメトリック・モデルを当てはめる代わりに、ノンパラメトリックな補整を議論している。

以上のような静態的パラメトリック法則のパラメータ値を暦年に依存させることによって、動的な死亡法則が提案されている。Pitacco(2004) では以下の動的死亡法則が紹介されている。

- Blaschke 法則

$$\mu_x(t) = \gamma(t) + \alpha(t)\beta(t)^x$$

- David-Reid 法則

$$\mu_x(t) = \gamma(\tau) + \alpha(\tau)\beta(\tau)^x$$

ここで、 $\tau = t - x$ は、誕生年を表す。

- Kermack-MacKendrick-McKinlay 法則

$$\mu_x(t) = \mu_x(x + \tau) = Q(x)R(\tau)$$

ここで、 $Q(x)$ と $R(\tau)$ はそれぞれ x 及び τ のみの関数。

5.2 死亡率データ

このような死亡法則の補整や生命表の作成を行う場合の基礎データは各年齢の人口と死亡数である。 t 年において死亡時の年齢が x 歳である死亡数を D_{xt} 、対応するエクスポージャーを E_{xt} とする。 E_{xt} は、 t 年における年齢が x 歳の人口を取るのが普通であり、実際には t 年における年中央日 (7月1日) の x 歳人口を用いる⁴⁾。 E_{xt} に対する D_{xt} の比率

$$m_{xt} \equiv \frac{D_{xt}}{E_{xt}}$$

を粗死亡率と呼ぶ。 m_{xt} に対応する理論的な死亡率は、 q_x ではなく、中央死亡率

$$cq_x \equiv -\frac{l_{x+1} - l_x}{L_x}$$

4) ただし、簡易生命表では 10 月 1 日の人口を用いる。

であることに注意されたい。ここで、

$$L_x \equiv \int_0^1 l_{x+h} dh$$

である。

5.3 局所一定死力の仮定

死亡率 q_x と中央死亡率 cq_x とは異なる。粗死亡率 (\approx 中央死亡率) から q_x を推定するためには、死亡法則に関する何らかの仮定が必要となる。ノンパラメトリック・アプローチでは、前節で述べたパラメトリックな死亡法則を当てはめる代わりに、死力関数 $\mu_x(t)$ は、 x の関数として、局所的には定数で近似できるという以下の仮定を置く：

—— 仮定 ——

x を任意の自然数とすると、年齢区間 $[x, x+1)$ に属する人の死力は一定である：

$$\mu_{x+h}(t) = \bar{\mu}_x(t), \quad h \in [0, 1)$$

この仮定は、各年齢区間ごとに異なる指数法則を仮定しているとも考えることも出来る。このとき、 $h \in [0, 1)$ に対して

$$q_{x+h}(t) = 1 - \exp\{-\bar{\mu}_x(t)\}, \quad l_{x+h}(t) = l_x(t) \exp\{-\bar{\mu}_x(t)\}$$

となる。従って：

$$L_x(t) = l_x(t)$$

となり、死亡率 $q_x(t)$ と中央死亡率 $cq_x(t)$ が一致する。通常の死亡状況では、近似的には、このような仮定が成立すると考えられるであろう。

6 Lee-Carter 法

6.1 モデル

Lee and Carter(1992) は、死亡法則によらないノンパラメトリックな新たな死亡率予測法を提案した。この Lee-Carter(LC) 法では、粗死亡率データ $\{m_{xt}, x = 0, 1, 2, \dots, \omega; t = 1, 2, \dots, T\}$ を

$$\log m_{xt} = \alpha_x + \beta_x \kappa_t + \varepsilon_{xt} \tag{6.8}$$

とモデル化した。ここで、 α_x , β_x , κ_t がパラメータである。識別可能とするために、パラメータ間に

$$\sum_{x=0}^{\omega} \beta_x = 1, \quad \sum_{t=1}^T \kappa_t = 0 \tag{6.9}$$

という制約を課する。各パラメータは次のような解釈を持つ：

- α_x : 暦年によって変化しない x 歳の死亡率の対数値あるいは死力
- κ_t : 暦年による変化を表す時間トレンド
- β_x : 暦年変化 κ_t に対する年齢 x の死亡率の変化を表す.

6.2 推定

LC法では、通常の最小2乗法によってパラメータを推定する。すなわち、パラメータは(6.9)という制約の下で

$$\sum_{x=0}^{\omega} \sum_{t=1}^T (\log m_{xt} - \alpha_x - \beta_x \kappa_t)^2 \quad (6.10)$$

を最小化することによって得られる。(6.10)式を α_x に関して微分すれば、すぐに

$$\hat{\alpha}_x = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \log m_{x,t}$$

という α_x の最小2乗推定値を得る。従って、

$$z_{xt} \equiv \log m_{xt} - \hat{\alpha}_x$$

とおくとき、推定問題、(6.9)の下で

$$\sum_{x=0}^{\omega} \sum_{t=1}^T (z_{xt} - \beta_x \kappa_t)^2 \quad (6.11)$$

を最小化する問題に帰着する。 \mathbf{Z} を (x, t) 要素が z_{xt} である $(\omega + 1) \times T$ 行列とする。 r を \mathbf{Z} の階数とすると、 \mathbf{Z} の特異値分解 (SVD) は

$$z_{xt} = \sum_{i=1}^r s_i \mathbf{u}'_{ix} \mathbf{v}_{it}$$

である。ここで、

$$s_1 \geq s_2 \geq \dots \geq s_r > 0$$

は、特異値であり、 \mathbf{u}_{ix} は対応する左特異ベクトル、 \mathbf{v}_{it} は右特異ベクトルである。以上から、(6.11)の最小化問題の解は

$$\hat{\beta}_x \hat{\kappa}_t = \mathbf{u}'_{1x} \mathbf{v}_{1t}$$

で与えられる。ただし、

$$\sum_x \hat{\beta}_x = 1, \quad \sum_t \hat{\kappa}_t = 0$$

とする。言い換えれば、LC法とは、 $\log m_{xt}$ を

$$\log m_{xt} = \hat{\alpha}_{xt} + \hat{\beta}_x \hat{\kappa}_t + \hat{\varepsilon}_{xt}$$

と分解するモデルである。ただし

$$\hat{\varepsilon}_{xt} \equiv \sum_{i=2}^r s_i \mathbf{u}'_{ix} \mathbf{v}_{it}$$

は残差を表す。

しばしば、推定後に各 t に対して、 κ_t を、定義式

$$\sum_x D_{xt} = \sum_x E_{xt} \exp(\hat{\alpha}_x + \hat{\beta}_x \hat{\kappa}_t) \quad (6.12)$$

を満たすように調整する。

6.3 予測

以上の手続きから得た $\{\kappa_t\}$ の推定量を $\{\hat{\kappa}_t\}$ とする。LC 法では、 $\{\hat{\kappa}_t\}$ を時系列と見なして、ARIMA モデルを当てはめる。その予測値を $\{\hat{\kappa}_{T+s}, s = 1, 2, \dots\}$ とするとき、将来の粗死亡率の予測値は

$$\hat{m}_{x,T+s} \equiv \exp\{\hat{\alpha}_x + \hat{\beta}_x \hat{\kappa}_{T+s}\} = \hat{m}_{xT} \exp\{\hat{\beta}_x (\hat{\kappa}_{T+s} - \hat{\kappa}_T)\}$$

と与えられる。この方法では、予測に偏りが生じることが知られているが、通常は修正しないようである。予測区間は、

$$\left[\exp\{\hat{\alpha}_x + \hat{\beta}_x (\hat{\kappa}_{T+s} - 2\hat{\sigma}_s)\}, \exp\{\hat{\alpha}_x + \hat{\beta}_x (\hat{\kappa}_{T+s} + 2\hat{\sigma}_s)\} \right]$$

と与えられる。ここで、 $\hat{\sigma}_s^2$ は s 期間予測誤差分散の推定値である。

7 双線形回帰モデル

7.1 LC 法の拡張

LC 法は、主成分分析における第 1 因子を抽出する手法と考えられる。第 2 因子以降を追加しても全く同様に考えられる。最初の p 個 ($p < r$) の因子を用いれば、LC モデルは、 p 因子モデル

$$\log m_{xt} = \alpha_{xt} + \sum_{i=1}^p \beta_x^{(i)} \kappa_t^{(i)} + \varepsilon_{xt}$$

へと拡張できる。ここで、 ε_{xt} は誤差項とする。このモデルは、パラメータに関して線形ではなく、双線形であることに注意されたい。このため、識別性条件

$$\sum_x \beta_x^{(i)} = 1, \quad \sum_t \kappa_t^{(i)} = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, p)$$

を満たすものとする。LC 法は最小 2 乗法を用いてパラメータを推定する。これは、誤差項 ε_{xt} が平均が 0、分散が σ^2 の正規分布に従う場合に、最尤法に一致する。言い換えれば、通常の LC アプローチは、統計的には粗死亡率の対数値が正規分布する

正規双線形回帰モデル

$$\log m_{xt} \sim N \left(\alpha_x + \sum_{i=1}^p \beta_x^{(i)} \kappa_t^{(i)}, \sigma^2 \right)$$

というモデルに対応する．最小2乗推定量を $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}_x^{(i)}$, $\hat{\kappa}_t^{(i)}$ とするとき, σ^2 は

$$\frac{1}{\nu} \sum_{x,t} \varepsilon_{xt}$$

によって推定される．ここで, $\nu = T(\omega + 1) - p(T + 2(\omega + 1) - 2)$ は自由度である．

誤差項 ε_{xt} に様々な統計モデルを考えることによって, LC法を拡張できる．正規LCモデルでは, 各死亡率の分散は均一であると仮定されている．しかし, 各死亡率の分散はエクスポージャー E_{xt} の大きさに応じて小さくなる．この場合, 分散不均一性を考慮した

不均一分散双線形回帰モデル

$$\log m_{xt} \sim N \left(\alpha_x + \sum_{i=1}^p \beta_x^{(i)} \kappa_t^{(i)}, \sigma_{xt}^2 \right)$$

ここで, $\sigma_{xt}^2 \equiv \sigma^2 / E_{xt}$ とする．

というモデルの方が適切かもしれない．この場合の最尤推定量は, 加重2乗和

$$\sum_{x=1}^{\omega} \sum_{t=1}^T E_{xt} \left(\log m_{xt} - \alpha_x - \sum_{i=1}^p \beta_x^{(i)} \kappa_t^{(i)} \right)^2$$

を最小化することによって得られる．

Brouhns et al. (2002) は, $D_{xt} = E_{xt} m_{xt}$ をポアソン分布に従うと仮定してモデル

ポアソン双線形回帰モデル

$$D_{xt} \sim \text{平均が } \exp \left\{ \alpha_x + \sum_{i=1}^p \beta_x^{(i)} \kappa_t^{(i)} \right\} \text{ のポアソン分布}$$

を考えた．Renshaw and Haberman (2003) も同様な提案を行っている． θ によってすべてのパラメータを表すとき, 対数尤度は

$$L(\theta) = \sum_{x,t} \left[D_{xt} \left(\alpha_x + \sum_{i=1}^p \beta_x^{(i)} \kappa_t^{(i)} \right) - E_{xt} \exp \left\{ \alpha_x + \sum_{i=1}^p \beta_x^{(i)} \kappa_t^{(i)} \right\} \right] + \text{定数}$$

と表せる．最尤推定量は, 尤度の導関数

$$\frac{\partial}{\partial \theta} L(\theta) = 0 \tag{7.13}$$

の根によって与えられる．特に,

$$\sum_{x,t} D_{xt} = \sum_{x,t} E_{xt} \exp \left\{ \hat{\alpha}_x + \sum_{i=1}^p \hat{\beta}_x^{(i)} \hat{\kappa}_t^{(i)} \right\}$$

が成立することに注意されたい。パラメータの双線形性のために、方程式 (7.13) の解は、一般に明示的には解けないが、通常のニュートン＝ラフソン法に基づく反復計算によって簡単に求めることができる。その具体的なアルゴリズムとその R コードについては、付録を参照されたい。

モデルを仮定しないときの最大対数尤度は

$$\sum_{x,t} [D_{xt} \log m_{xt} - E_{xt} m_{xt}] + \text{定数}$$

となるから、ディビアンズ (= $-2 \times$ 対数最大尤度比) は

$$-2 \sum_{x,t} D_{xt} \log \frac{\hat{D}_{xt}}{D_{xt}}$$

と与えられる。もしも LC モデルが正しければ、ディビアンズは自由度が

$$T(\omega + 1) - [T + 2p(\omega + 1) - 2] = (T + 1 - 2p)\omega - 2(p - 1)$$

のカイ 2 乗分布に従う。

以上の 3 つのモデルは、いわゆる一般化線形モデル (GLM) になぞらえて考えれば、「一般化双線形モデル」と呼ぶことができるであろう。パラメータの非線形性を除いては、GLM と同一の構造であるから、例えば負の 2 項分布や過大分散ポアソンモデルに拡張することも可能である。

7.2 予測

各モデルから得た $\{\kappa_t^{(i)}\}$ の推定量を $\{\hat{\kappa}_t^{(i)}\}$ とする。各 $\{\hat{\kappa}_t^{(i)}\}$ に別々の ARIMA モデルを当てはめ、その予測値を $\{\hat{\kappa}_{T+s}^{(i)}, s > 0\}$ とするとき、将来の粗死亡率の予測値は

$$\hat{m}_{x,T+s} = \hat{m}_{xT} \sum_{i=1}^p \exp \left\{ \hat{\beta}_x^{(i)} (\hat{\kappa}_{T+s}^{(i)} - \hat{\kappa}_T) \right\}$$

と与えられる。 $p \geq 2$ の場合に、予測の信頼区間を作成するためには、各 $\{\hat{\kappa}_t^{(i)}\}$ 系列間の従属性をモデル化する必要があるが、これまでのところ標準的な方法は知られていないようである。今後考察すべき重要な課題である。

8 我が国男性死亡率への応用例

本節では、我が国男性死亡率データに対して、LC 法及びポアソン双線形モデルを推定し、将来死亡率の予測を行う。

8.1 データ

推定に用いたデータは、「人口動態統計」と「国勢調査統計」に掲載されている、0 歳から 89 歳までの男性の死亡数と人口数である。データ期間は、1989 年（平成元年）から 2003 年（平成 15 年）まで

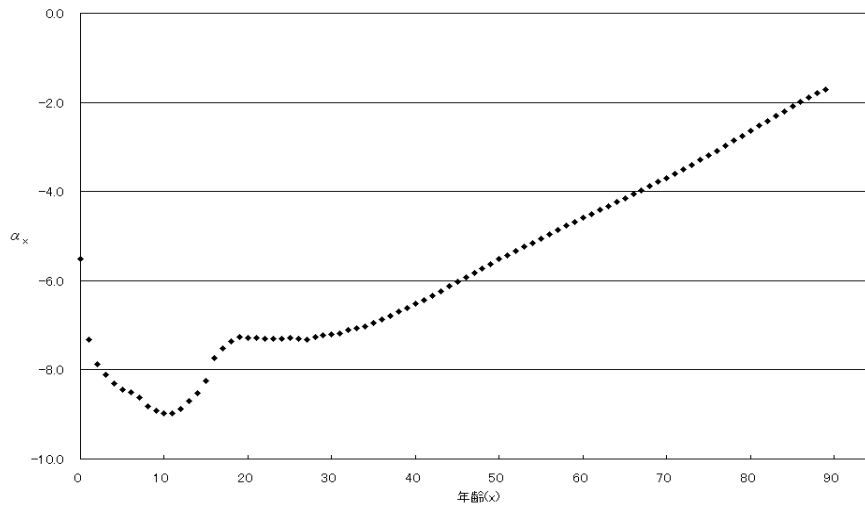


図5 年齢要因 a_x の変化

の15年間である。主要な計算はRで行った。

8.2 正規LC法

8.2.1 推定

図5は年齢要因である a_x をプロットしたものである。それは、暦年効果とは独立に年齢要因が対数死亡率に与える効果を表す。15歳以降は、年齢とともにその効果は単調に増加している。特に、40歳以降はほぼ線形に増加していることが分かる。

図6は、 a_x を除去した後の対数死亡率の各因子の寄与率を表す⁵⁾。第1因子の寄与率は全体の約37%である。第2因子で8%に大きく減少するが、第3因子以降の減少は緩やかであり、寄与率を90%以上にするためには、第11因子まで含まねばならない。図7は、第1因子と第2因子の暦年要因 $k_i^{(1)}$ と $k_i^{(2)}$ をプロットしたものである。因子寄与率の相対的大きさを反映する形で、 $k_i^{(1)}$ の変動が大きい。 $k_i^{(1)}$ は、暦年の増加とともにほぼ線形に低下している。1995年における「こぶ」は阪神淡路大震災に起因するものと思われる。図8は、第1因子の暦年要因が対数死亡率に与える影響 $b_x(1)$ を表す。それは33歳を底とする逆J字型のカーブを描いている。20歳代前半から50歳後半までの壮年齢層（それは労働者人口世代でもある）では、死亡率低下の恩恵は小さい。最も大きな恩恵を受けているのは0歳代から10歳代である。ただし、13歳、14歳における「へこみ」は例外である。次に恩恵を受けているのは60歳代以降の高年齢層である。この世代の死亡率低下は年金財政に大きな影響を持つであろう。図9は、1因子モデルを用いたときの1989年と2003年における残差を年齢に対してプロットしたものである。両年とも50歳代以降年齢の上昇とともに残差の変動は激しくなる。誤差項の均一分散性の仮定は

5) ここで、因子 i の寄与率とは、すべての因子の固有値の総和に対する因子 i の固有値の比率のことをいう。

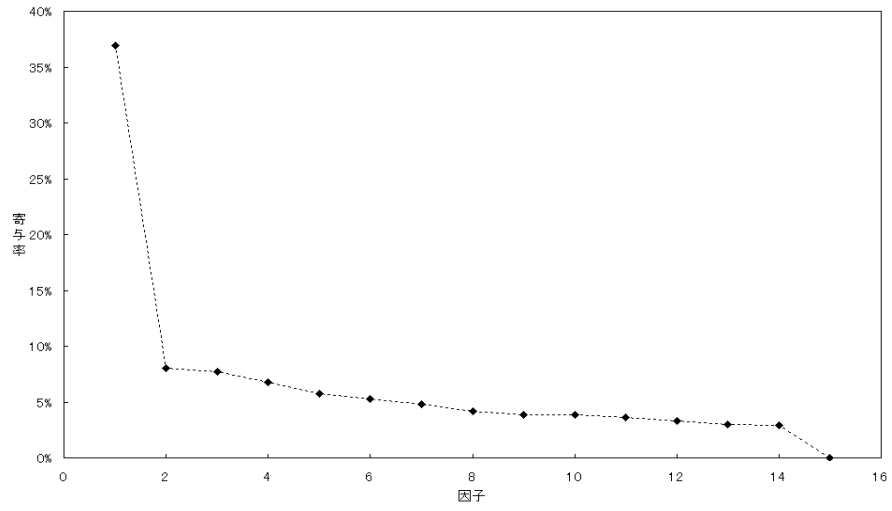


図6 因子寄与率

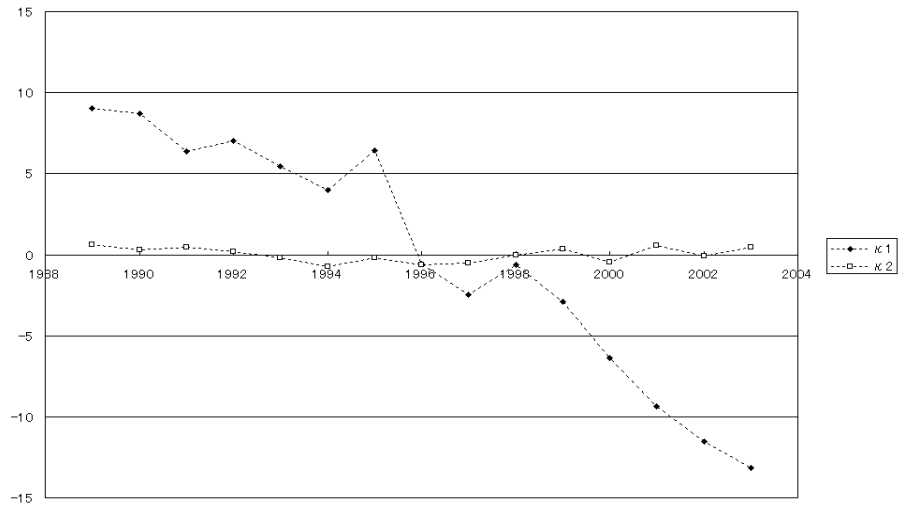


図7 第1因子と第2因子の暦年要因

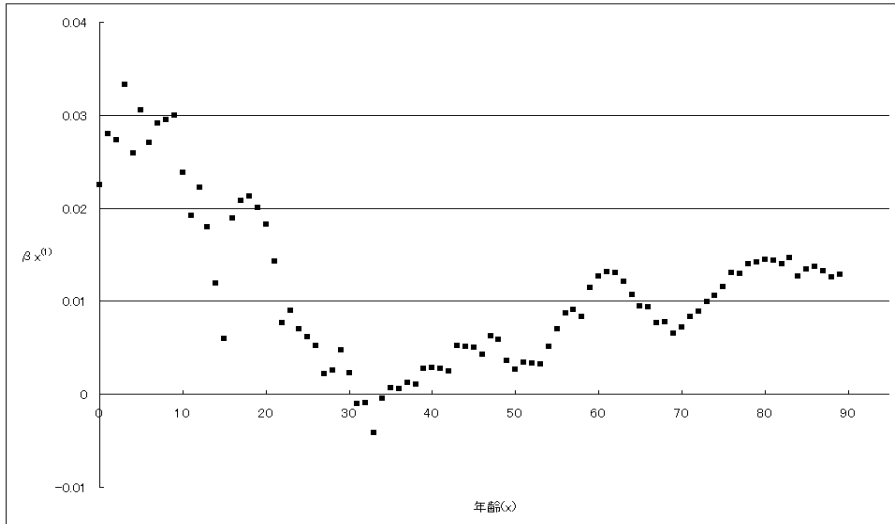


図8 第1因子の年齢効果

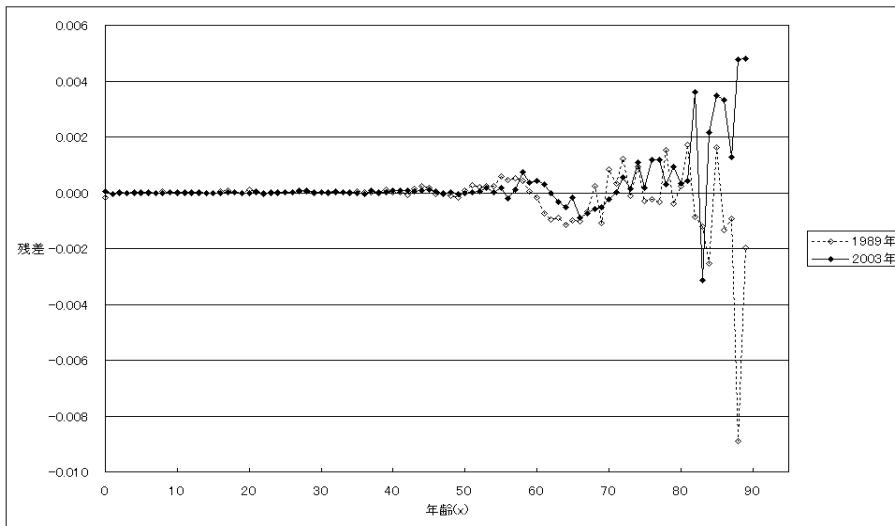


図9 1因子LCモデルの残差

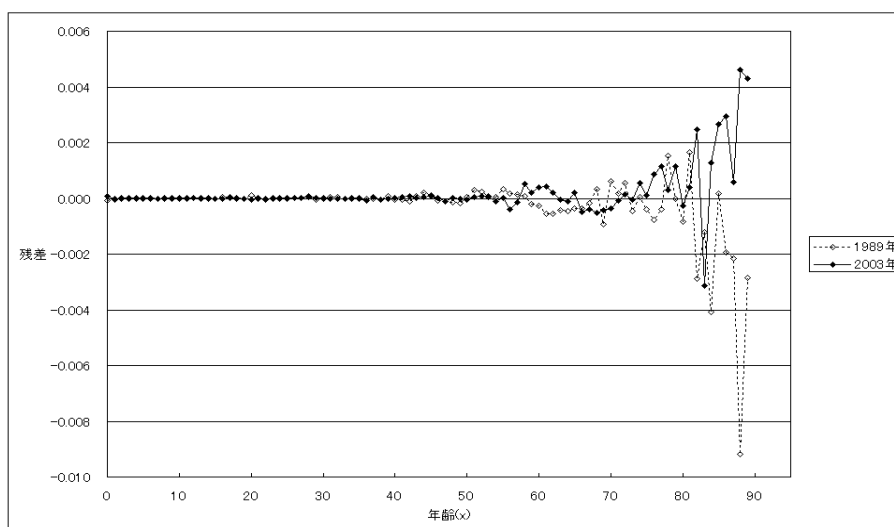


図 10 2 因子 LC モデルの残差

疑われる。図 10 は、2 因子モデルを用いたときの同様な残差プロットを表す。因子を増加しても、図 9 の分散不均一性の傾向は是正されない。

8.2.2 予測

$\kappa_t(1)$ 及び $\kappa_t(2)$ に対する ARIMA モデルを構築し、予測を行うのが標準的な手続きであるが、ここでは T が小さいため、 $\kappa_t(1)$ 及び $\kappa_t(2)$ はともにランダムウォークに従うと仮定して安定的な予測を行う。表 5 は、1 因子モデルによって、65 歳以上の年金受給者層の死亡率を予測した結果を中心値及び「 $\pm 2 \times$ 予測標準偏差」である上限と下限という形で与える。図 11 は、2003 年の死亡率実績値と 2025 年の死亡率を比較している。中心値の推移を見ると、いずれの年齢においても 2003 年の実績値から低下していくと予想される。しかし、上限と下限は将来に行けばいくほど中心値から乖離していき、「長生きリスク」の程度は相当に大きいと考えられる。

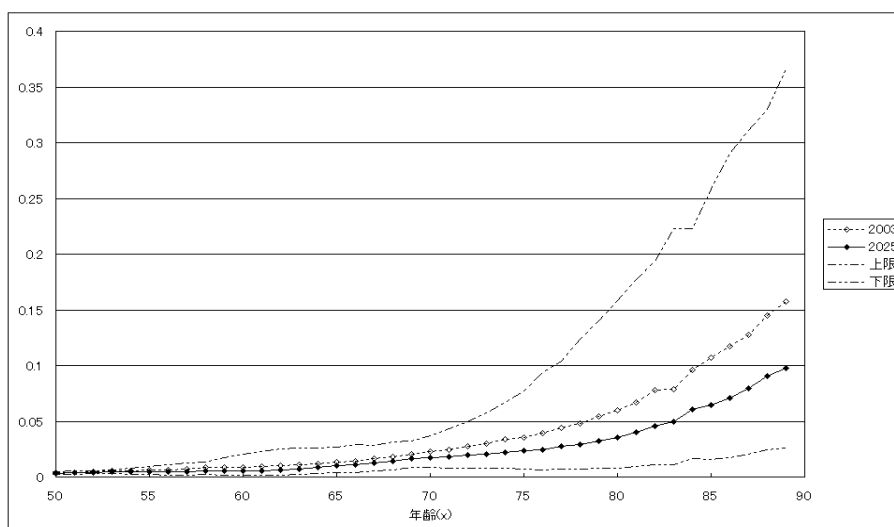


図 11 死亡率の低下：2003 年実績値と 2025 年予測値の比較

表 5 1 要因 LC モデルによる将来死亡率の予測値（単位：パーセント）

	2003	2010	2015	2020	2025
65 歳					
上限		1.7067	1.9759	2.2876	2.6484
中心値	1.3717	1.2519	1.1615	1.0777	0.9999
下限		0.9182	0.6828	0.5077	0.3775
70 歳					
上限		2.6514	2.9622	3.3093	3.6972
中心値	2.2479	2.0971	1.9815	1.8723	1.7691
下限		1.6586	1.3255	1.0592	0.8465
75 歳					
上限		4.5349	5.4194	6.4764	7.7395
中心値	3.5513	3.1103	2.8393	2.5920	2.3662
下限		2.1333	1.4876	1.0374	0.7234
80 歳					
上限		8.0964	10.1263	12.6652	15.8405
中心値	5.9534	5.0429	4.4976	4.0112	3.5774
下限		3.1410	1.9976	1.2704	0.8079
85 歳					
上限		13.8283	17.0359	20.9874	25.8556
中心値	10.6754	8.8931	7.9929	7.1839	6.4567
下限		5.7192	3.7501	2.4590	1.6124
89 歳					
上限		20.1785	24.6152	30.0273	36.6295
中心値	15.7573	13.2505	11.9695	10.8123	9.7671
下限		8.7011	5.8203	3.8933	2.6043

8.3 ポアソン双線形回帰モデル

8.3.1 LC モデルとの推定比較

表6と表7は、1因子ポアソンモデルと1因子LCモデルの推定パラメータを与える。年齢パラメータである α_x と β_x は殆ど同一の値を与えるのに対して、暦年パラメータである κ_t には相当程度の不一致が見られる。

表6 ポアソンモデルとLCモデルの年齢パラメータの比較

年齢 (x)	α_x		β_x	
	ポアソン	LC	ポアソン	LC
65	-4.149126118	-4.151312192	0.009482668	0.009468075
66	-4.059279587	-4.062000344	0.009417839	0.009414933
67	-3.974598933	-3.976891549	0.007308039	0.007659283
68	-3.880037520	-3.880734504	0.007653198	0.007778361
69	-3.785761264	-3.786576781	0.006394318	0.006504972
70	-3.691150626	-3.691168243	0.007007577	0.007164910
71	-3.602438317	-3.602085407	0.008315474	0.008360734
72	-3.496156844	-3.495571831	0.008889431	0.008930860
73	-3.396921945	-3.396447233	0.009874950	0.009908743
74	-3.289141093	-3.289069788	0.010574577	0.010611626
75	-3.192182788	-3.191578428	0.011524890	0.011518847
76	-3.084663680	-3.085039941	0.013010809	0.013035510
77	-2.971318423	-2.971323114	0.012878755	0.012924089
78	-2.860786294	-2.860287181	0.014029907	0.014044247
79	-2.747021710	-2.746842948	0.014138657	0.014211529
80	-2.637500819	-2.637052898	0.014464077	0.014462618
81	-2.523447085	-2.522733542	0.014399934	0.014411375
82	-2.413826601	-2.413285564	0.013686413	0.014020429
83	-2.307467013	-2.307019921	0.014673522	0.014693539
84	-2.197892915	-2.197465828	0.012565846	0.012696820
85	-2.094541824	-2.093423358	0.013265911	0.013485507
86	-1.992402551	-1.991510028	0.013681386	0.013767680
87	-1.895972769	-1.895608117	0.013177076	0.013236429
88	-1.800776606	-1.800701044	0.012536020	0.012581999
89	-1.710066290	-1.710088540	0.012815986	0.012848178

表7 ポアソンモデルとLCモデルの暦年パラメータの比較

年 (t)	κ_t	
	ポアソン	LC
1989	8.598968260	9.027002757
1990	8.968032598	8.689845859
1991	7.363276890	6.361628930
1992	7.316429926	7.000747122
1993	6.587016249	5.436703426
1994	3.639470343	4.009088470
1995	5.077867599	6.440822130
1996	-0.364221606	-0.595987603
1997	-1.682663223	-2.464978187
1998	-2.667408516	-0.624708845
1999	-1.840903299	-2.907505803
2000	-7.049668939	-6.355421065
2001	-9.927930747	-9.378217706
2002	-11.71958198	-11.50834634
2003	-12.29868355	-13.13058815

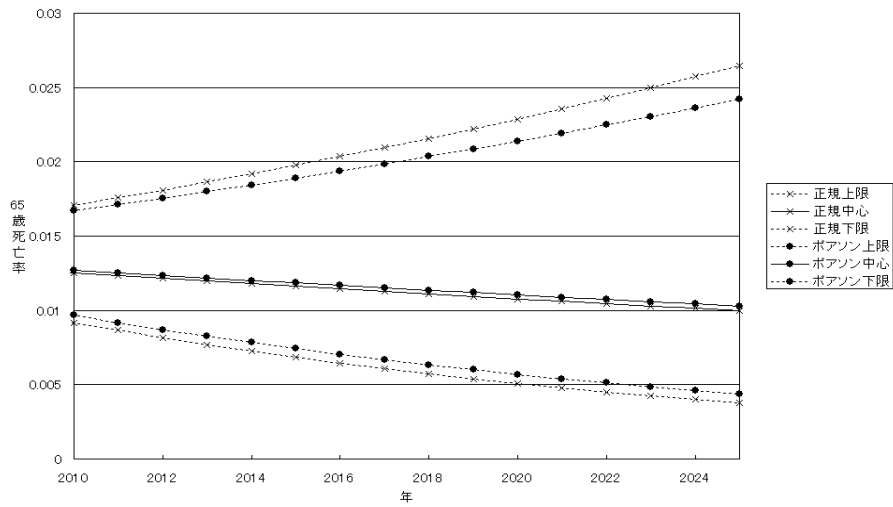


図 12 正規モデルとポアソンモデル：65 歳死亡率の暦年変化

8.3.2 予測

表 8 は 1 要因ポアソンモデルによる 65 歳から 89 歳までの死亡率の予測値を掲げる。また、図 12, 13 はそれぞれ 65 歳と 89 歳の将来死亡率の暦年変化を表す。予測の中心値については、正規モデルとポアソンモデルの間に大きな相違はないが、予測区間はポアソンモデルの方が短い。

表 8 1 要因ポアソンモデルによる将来死亡率の予測値 (単位：パーセント)

	2003	2010	2015	2020	2025
65 歳					
上限		1.6700	1.8903	2.1396	2.4217
中心値	1.3717	1.2717	1.1848	1.1038	1.0284
下限		0.9683	0.7426	0.5695	0.4367
70 歳					
上限		2.6013	2.8506	3.1239	3.4234
中心値	2.2479	2.1268	2.0184	1.9156	1.8180
下限		1.7389	1.4292	1.1746	0.9654
75 歳					
上限		4.4019	5.1171	5.9485	6.9151
中心値	3.5513	3.1608	2.9003	2.6612	2.4419
下限		2.2696	1.6438	1.1906	0.8623
80 歳					
上限		7.8015	9.4241	11.3842	13.7520
中心値	5.9534	5.1482	4.6214	4.1485	3.7240
下限		3.3973	2.2662	1.5117	1.0084
85 歳					
上限		13.3311	15.8537	18.8536	22.4212
中心値	10.6754	9.1053	8.2470	7.4696	6.7655
下限		6.2191	4.2901	2.9594	2.0415
89 歳					
上限		19.5286	23.0878	27.2957	32.2705
中心値	15.7573	13.5119	12.2794	11.1593	10.1413
下限		9.3490	6.5309	4.5622	3.1870

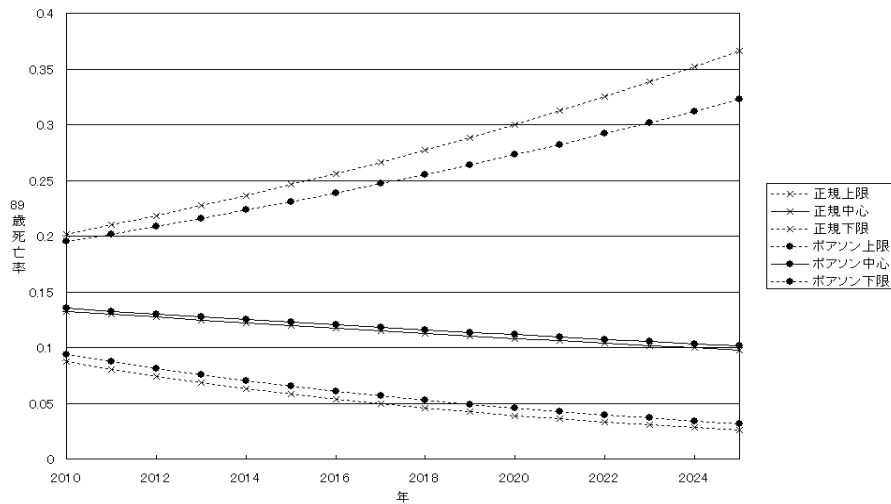


図 13 正規モデルとポアソンモデル：89 歳死亡率の暦年変化

9 終わりに

本稿では、動的な生命表の統計モデリングを議論し、標準的な LC 法とポアソン双線形回帰モデルを我が国の死亡率データに適用した。その結果、年齢パラメータについては両者の推定値は一致するものの、暦年パラメータに関しては相当程度の差異が生じることが判明した。どちらのモデルを用いるかによって、将来死亡率の予測値及び予測区間に明白な違いが生じる。標準的な LC 法の残差の分析から、高年齢者層の誤差項の分散不均一性が示唆された。そのような分散不均一性を明示的に考慮するポアソン双線形回帰モデルの方が、より信頼できる結果をもたらすと思われる。今後解決すべき課題として以下の 3 点を挙げておく。

- (1) 第 1 因子の寄与率が低い場合、複数の因子を取り込んだモデルが効果的かもしれない。しかし、その場合には、因子の個数をいかに決めるべきか。また、予測区間をいかに求めるべきかという問題が生じる。
- (2) 100 歳を越えるような超高年齢層については、データがさらに乏しいことを考えると、LC 法のようなノンパラメトリック・アプローチは必ずしも有効ではないかもしれない。その場合、渋谷・華山 (2004) のような極値理論によるアプローチからの考察をあわせて行うことが必要となろう。
- (3) このような将来死亡率に関する予測結果が、年金リスクにいかなる影響を与えるかについて数量的な評価を行うことも重要な課題である。

付録

A：ポアソン双線形回帰モデル推定のアルゴリズム

Brouhns et al (2003) に従って、 $p = 1$ のアルゴリズムを述べる。ステップ1 からスタートし、以下のステップを繰り返す：

ステップ1： $(\alpha_x, \beta_x, \kappa_t)$ 初期値 $(\tilde{\alpha}_x, \tilde{\beta}_x, \tilde{\kappa}_t)$ を与える

ステップ2： μ_{xt} と D_{xt} を更新する

$$\begin{cases} \tilde{\mu}_{xt} = \exp(\tilde{\alpha}_x + \tilde{\beta}_x \tilde{\kappa}_t) \\ \tilde{D}_{xt} = E_{xt} \tilde{\mu}_{xt} \end{cases}$$

ステップ3：新たな α_x の値を決める

$$\tilde{\alpha}_x^{New} = \tilde{\alpha}_x + \frac{\sum_t (D_{xt} - \tilde{D}_{xt})}{\sum_t \tilde{D}_{xt}}$$

ステップ4： μ_{xt} と D_{xt} を更新する

$$\begin{cases} \tilde{\mu}'_{xt} = \exp(\tilde{\alpha}_x^{New} + \tilde{\beta}_x \tilde{\kappa}_t) \\ \tilde{D}'_{xt} = E_{xt} \tilde{\mu}'_{xt} \end{cases}$$

ステップ5：新たな κ_t の値を決める

$$\begin{aligned} \tilde{\kappa}'_t &= \tilde{\kappa}_t + \frac{\sum_t (D_{xt} - \tilde{D}'_{xt})}{\sum_t \tilde{D}'_{xt} (\tilde{\beta}_x)^2} \\ \tilde{\kappa}_t^{New} &= \tilde{\kappa}'_t - \frac{1}{T} \sum_t \tilde{\kappa}'_t \end{aligned}$$

ステップ6： μ_{xt} と D_{xt} を更新する

$$\begin{cases} \tilde{\mu}''_{xt} = \exp(\tilde{\alpha}_x^{New} + \tilde{\beta}_x \tilde{\kappa}_t^{New}) \\ \tilde{D}''_{xt} = E_{xt} \tilde{\mu}''_{xt} \end{cases}$$

ステップ7：新たな β_x の値を決める

$$\begin{aligned} \tilde{\beta}'_x &= \tilde{\beta}_x + \frac{\sum_t (D_{xt} - \tilde{D}''_{xt})}{\sum_t \tilde{D}''_{xt} (\tilde{\kappa}_t^{New})^2} \\ \tilde{\beta}_x^{New} &= \frac{\tilde{\beta}'_x}{\sum_x \tilde{\beta}'_x} \end{aligned}$$

以上で決まった $(\tilde{\alpha}_x^{New}, \tilde{\beta}_x^{New}, \tilde{\kappa}_t^{New})$ を新たな初期値として、ステップ1-7を繰り返す。

初期値 $(\tilde{\alpha}_x, \tilde{\beta}_x, \tilde{\kappa}_t)$ の候補としては、通常の Lee-Carter 法による最小2乗推定値が一般的であろう。Brouhns et al (2003) は、 $(\tilde{\alpha}_x = 0, \tilde{\beta}_x = 1, \tilde{\kappa}_t = 0)$ という初期値を用いている。 $p = 2$ については、Renshaw and Haberman (2003) を参照されたい。

B：ポアソン双線形回帰モデル推定の R コード

`d1<-1#d1` は対数尤度の増加量。初期値として 1 を採用する

`h<-0#h` は繰り返し回数を入れる変数（最初は 0）

#死亡者数 D を計算する関数の作成

```
d.keisan<-function(e,a,b,k){  
  e*exp(a+b**k)  
}
```

#繰り返しのプログラム

`while(d1>10^-10){#対数尤度関数の増加が 10 のマイナス 10 乗より小さくなるまで繰り返す`

`l10<-sum(d*(a+b**k)-e*exp(a+b**k))#パラメータ計算前の対数尤度`

`d0<-d.keisan(e,a,b,k)`

`a=a-apply(d-d0,1,sum)/(-apply(d0,1,sum))# α の計算`

`d1<-d.keisan(e,a,b,k)`

`k=k-apply((d-d1)*b,2,sum)/(-apply(d0*b^2,2,sum))#k の計算`

`k<-k-mean(k)#k の合計は 0`

`d2<-d.keisan(e,a,b,k)`

`b=b-apply((d-d2)*k,1,sum)/(-apply(d2*k^2,1,sum))# β の計算`

`b<-b/sum(b)# β の合計は 1`

`l11<-sum(d*(a+b**k)-e*exp(a+b**k))#パラメータ計算後の対数尤度`

`d1<-l11-l10#対数尤度の増分`

`h<-h+1#繰り返しの回数のカウント`

```
}
```

参考文献

- [1] 荒井 昭 (2001) 「生命に関する一考察－生命関数の数式近似－」『日本アクチュアリー会会報』 **54**, 85-121.
- [2] 小暮厚之 (2004) 「ノンパラメトリック回帰分析と生命表－我が国生保標準生命表における補整の考察－」『日本統計学会誌』, **34**, 83-100.
- [3] 国立社会保障・人口問題研究所 (2002) 「日本の将来推計人口（平成 14 年 1 月推計）」.
- [4] 渋谷政昭・華山宣胤 (2004) 「年齢時代区分データによる超高年齢者寿命分布の推測」『統計数理』第 52 巻第 1 号 117-134.
- [5] 山口喜一他 (1994) 「生命表研究」古今書院.
- [6] Brouhns, N., Denuit, M. and Vermunt, J.K. (2002). "A Poisson log-bilinear regression approach to the construction of projected lifetables," *Insurance: Mathematics and Economics*, **31**, 373-393.
- [7] Buettner, T.(2002) "Approaches and experiences in projecting mortality patterns for the oldest-old," *North American Actuarial Journal*, **6**, 14-29.
- [8] Gerber, H.(1991). *Life Insurance Mathematics*, Springer.
- [9] Lee, R.D. (2000). "The Lee-Carter method of forecasting mortality, with various extension and applications," *North American Actuarial Journal*, **4**, 80-93.
- [10] Lee, R.D. and Carter, L.R. (1992). "Modeling and forecasting U.S. mortality," *Journal of the American Statistical Association*, **87**, 659-675.
- [11] Olivieri, A. (2001). "Uncertainty in mortality projections: an actuarial perspective," *Insurance: Mathematics and Economics*, **29**, 231-245.
- [12] Pitacco, E. (2004). "Survival models in a dynamic context: a survey," *Insurance: Mathematics and Economics*, **35**, 279-298.
- [13] Renshaw, A.E., and Haberman, S. (2003). "Lee-Carter mortality forecasting with age specific enhancement," *Insurance: Mathematics and Economics*, **33**, 255-272.

既刊「総合政策学ワーキングペーパー」一覧*

番号	著者	論文タイトル	刊行年月
1	小島朋之 岡部光明	総合政策学とは何か	2003年11月
2	Michio Umegaki	Human Security: Some Conceptual Issues for Policy Research	November 2003
3	藤井多希子 大江守之	東京圏郊外における高齢化と世代交代 —高齢者の安定居住に関する基礎的研究—	2003年11月
4	森平爽一郎	イベントリスクに対するデリバティブズ契約	2003年11月
5	香川敏幸 市川 顕	自然災害と地方政府のガバナンス ～1997年オーデル川大洪水の事例～	2003年12月
6	巖 網林 松崎 彩 嶋原美可子	地域エコシステムのマッピングとエコシステム サービスの評価 —地域環境ガバナンスのための GIS ツールの適用—	2003年12月
7	早見 均 和気洋子 吉岡完治 小島朋之	瀋陽市康平県における CDM (クリーン・デベロ プメント・メカニズム) の可能性と実践: ヒュー マンセキュリティに向けた日中政策協調の試み	2003年12月
8	白井早由里	欧州の通貨統合と金融・財政政策の収斂 —ヒューマンセキュリティと政策対応—	2003年12月
9	岡部光明	金融市場の世界的統合と政策運営 —総合政策学の視点から—	2003年12月
10	駒井正晶	PFI 事業の事業者選定における価格と質の評価方 法への総合政策学的接近	2003年12月
11	小暮厚之	生命表とノンパラメトリック回帰分析 —我が国生保標準生命表における補整の考察—	2004年1月
12	Lynn Thiesmeyer	Human Insecurity and Development Policy in Asia: Land, Food, Work and HIV in Rural Communities in Thailand	January 2004
13	中野 諭 鄭 雨宗 王 雪萍	北東アジアにおけるヒューマンセキュリティを めぐる多国間政策協調の試み: 日中韓三国間の CDM プロジェクトの可能性	2004年1月

* 各ワーキングペーパーは、当 COE プログラムのウェブサイトに掲載されており、そこから PDF 形式で全文ダウンロード可能である。ワーキングペーパー冊子版の入手を希望される場合は、電子メールで当プログラムに連絡されたい (coe2-sec@sfc.keio.ac.jp)。また当プログラムに様々なかたちで関係する研究者は、その研究成果を積極的に投稿されんことを期待する (原稿ファイルの送信先: coe2-wp@sfc.keio.ac.jp)。なお、論文の執筆ならびに投稿の要領は、当プログラムのウェブサイトに掲載されている。

当プログラムのウェブサイト <<http://coe21-policy.sfc.keio.ac.jp/>>

14	吉岡完治 小島朋之 中野 諭 早見 均 桜本 光 和氣洋子	瀋陽市康平県における植林活動の實踐： ヒューマンセキュリティの日中政策協調	2004年2月
15	Yoshika Sekine, Zhi-Ming YANG and Xue-Ping WANG	Air Quality Watch in Inland China for Human Security	February 2004
16	Patcharawalai Wongboonsin	Human Security and Transnational Migration: The Case in Thailand	February 2004
17	Mitsuaki Okabe	The Financial System and Corporate Governance in Japan	February 2004
18	Isao Yanagimachi	Chaebol Reform and Corporate Governance in Korea	February 2004
19	小川美香子 梅嶋真樹 國領二郎	コンシューマー・エンパワーメント技術 としてのRFID —日本におけるその展開—	2004年2月
20	林 幹人 國領二郎	オープンソース・ソフトウェアの開発メカニズム —基幹技術開示によるヒューマンセキュリティ—	2004年2月
21	杉原 亨 國領二郎	学生能力を可視化させる新しい指標開発 —経過報告—	2004年2月
22	秋山美紀	診療情報の電子化、情報共有と個人情報保護に ついての考察—ヒューマンセキュリティを実現 する制度設計に向けて—	2004年3月
23	飯盛義徳	地域活性化におけるエージェントの役割 —B2B システムによる関係仲介とヒューマン セキュリティ—	2004年3月
24	山本悠介 中野 諭 小島朋之 吉岡完治	太陽光発電のユーザーコストとCO ₂ 削減効果： 大学におけるヒューマンセキュリティへの具体的 取組みに向けて	2004年3月
25	Jae Edmonds	Implications of a Technology Strategy to Address Climate Change for the Evolution of Global Trade and Investment	March 2004
26	Bernd Meyerab Christian Lutza Marc Ingo Woltera	Economic Growth of the EU and Asia. A First Forecast with the Global Econometric Model GINFORS	March 2004
27	Wei Zhihong	Economic Development and Energy Issues in China	March 2004
28	Yoginder K. Alagh	Common Futures and Politics	March 2004

29	Guifen Pei Sayuri Shirai	China's Financial Industry and Asset Management Companies—Problems and Challenges—	April 2004
30	Kinnosuke Yagi	Decentralization in Japan	April 2004
31	Sayuri Shirai	An Overview of the Growing Local Government Fiscal Problems in Japan	April 2004
32	Sayuri Shirai	The Role of the Local Allocation Tax and Reform Agenda in Japan—Implication to Developing Countries—	April 2004
33	山本 聡 白井早由里	経済安定の基盤としての地方自治体の財源問題—地方交付税のフライペーパー効果とその実証分析—	2004年4月
34	岡部光明 藤井 恵	日本企業のガバナンス構造と経営効率性—実証研究—	2004年4月
35	須子善彦 國領二郎 村井 純	知人関係を用いたプライバシー保護型マッチングシステムの研究	2004年4月
36	渡部厚志	「移動の村」での生活史：「人間の安全」としての移動研究試論	2004年4月
37	巖 網林	自然資本の運用による環境保全と社会発展のためのフレームワークの構築—チンハイ・チベット高原を事例として—	2004年4月
38	榊原清則	知的メンテナンス・システムの構築をめざすアメリカの産学官連携プロジェクト	2004年5月
39	白井早由里 唐 成	中国の人民元の切り上げについて—切り上げ効果の検証と政策提言—	2004年5月
40	草野 厚 岡本岳大	対中国 ODA に関するメディア報道の分析—新聞報道の比較を中心に—	2004年5月
41	草野 厚 近藤 匡	政策決定過程におけるマスメディアの機能—イース艦派遣をめぐる議論における新聞報道の影響—	2004年5月
42	草野 厚 古川園智樹 水谷玲子	視聴率の代替可能性—メディア検証機構に焦点を当てて—	2004年5月
43	中川祥子	「信頼の提供」に基づいた NPO と行政のパートナーシップ・モデルの提示	2004年5月
44	安西祐一郎	ヒューマンセキュリティへの総合政策学アプローチ	2004年5月
45	小倉 都	日本における再生医療ビジネスの課題とベンチャー企業の取り組み—ジャパン・ティッシュ・エンジニアリングの事例分析について—	2004年7月
46	伴 英美子	高齢者介護施設における従業員のバーンアウトに	2004年7月

47	伊藤裕一	「開かれた政策協調手法」の発展とその評価 — EU 雇用政策分野における取組みを中心に—	2004 年 7 月
48	Hideki Kaji Kenichi Ishibashi Yumiko Usui	Human Security of the Mega-cities in East and South-East Asia	July 2004
49	Takashi Terada	Thorny Progress in the Institutionalization of ASEAN+3: Deficient China–Japan Leadership and the ASEAN Divide for Regional Governance	July 2004
50	Sayuri Shirai	Recent Trends in External Debt Management Practices, Global Governance, and the Nature of Economic Crises —In Search of Sustainable Economic Development Policies—	September 2004
51	Sayuri Shirai	Japan, the IMF and Global Governance —Inter-Disciplinary Approach to Human Security and Development—	September 2004
52	Sarunya Benjakul	Equity of Health Care Utilization by the Elderly Population in Thailand during the Periods of the Economic Bubble and after the Economic Crisis: Human Security and Health Policy Options	September 2004
53	中林啓修	先進国の治安政策と「人間の安全保障」 — EU 司法・内務政策を巡る考察—	2004 年 9 月
54	Yuichi Ito	Globalisation, Regional Transformation and Governance — The Case of East Asian Countries —	January 2005
55	孫 前進 陳 宏 香川敏幸	东北亚经济空间形成中的流通环境分析 [中国語論文]	2005 年 1 月
56	敵 網林 小島朋之 早見 均	运用京都协议书清洁开发机制(CDM)构筑可持续的 植树造林机制—日本庆应义塾大学与中国沈阳市 林业局合作造林的实践经验—[中国語論文]	2005 年 1 月
57	白井早由里	開発援助 (ODA) のもたらすマクロ経済問題 —総合政策学アプローチに向けて—	2005 年 1 月
58	白井早由里	援助配分・供与についての新しいアプローチ —ヒューマン・セキュリティとミレニアム開発 目標の達成に向けて—	2005 年 1 月
59	小暮厚之	多変量保険リスク管理への共単調性アプローチ —ヒューマンセキュリティへの基盤研究—	2005 年 4 月
60	枇々木規雄	動的投資決定のための多期間ポートフォリオ 最適化モデル—ヒューマンセキュリティへの 基盤研究—	2005 年 4 月
61	松山直樹	変額年金保険のリスク管理 (現状と課題) —ヒューマンセキュリティへの基盤研究—	2005 年 4 月
62	工藤康祐 小守林克哉	EIA (株価指数連動型年金) に含まれるオプション性 について—ヒューマンセキュリティへの基盤研究—	2005 年 4 月

63	田中周二	第三分野保険（医療、就業不能、介護）の経験表の作成について—ヒューマンセキュリティへの基盤研究—	2005年4月
64	田中周二	大論争「現行アクチュアリー実務は間違っているのか」—ヒューマンセキュリティへの基盤研究—	2005年4月
65	敵 網林 宮坂隆文	衛星データによる砂漠化進行の時系列分析と農業政策による影響の考察—中国内蒙古自治区ホルチン砂地を事例として—	2005年4月
66	中林啓修	司法・内務分野におけるEUの対中東欧支援政策—「人間の安全保障」実現にむけた国際協力構築の一形式—	2005年4月
67	青木節子	宇宙の軍事利用を規律する国際法の現状と課題	2005年4月
68	青木節子	適法な宇宙の軍事利用決定基準としての国会決議の有用性	2005年4月
69	岡部光明 光安孝将	金融部門の深化と経済発展—多国データを用いた実証分析—	2005年4月
70	森平爽一郎 神谷信一	日本の家計はバブル崩壊以降危険回避的であったのか？	2005年4月
71	小暮厚之 長谷川知弘	将来生命表の統計モデリング:Lee-Carter法とその拡張—ヒューマンセキュリティへの基盤研究—	2005年4月

1. (シリーズの目的) 当ワーキングペーパーシリーズは、文部科学省 21 世紀 COE プログラム「日本・アジアにおける総合政策学先導拠点 --- ヒューマンセキュリティの基盤的研究を通して」の趣旨に沿って行われた研究成果をタイミングよく一般に公開するとともに、それに対して幅広くコメントを求め、議論を深めていくことにあります。このため編集委員会は、同プログラム事業推進担当者 30 名（以下 COE 推進メンバーという。当 COE ウェブページに氏名を掲載）またはその共同研究者等（下記の 4 を参照）による積極的な投稿を期待しています。なお、主として研究論文を集録する当シリーズとは別に、専ら研究資料を集録するために「総合政策学研究資料シリーズ (Policy and Governance Research Data and Document Series)」を 2004 年 6 月に新たに創設しました。当 COE の研究領域や研究内容等はウェブページ（本稿末尾）をご参照ください。

2. (集録論文の性格) シリーズに集録する論文は、原則として日本語、英語、または中国語で書かれた論文とします。集録対象は、未発表論文だけでなく、学会報告済み論文、投稿予定論文、研究の中間報告的な論文、当 COE 主催ワークショップ等における報告論文、シリーズの趣旨に合致する既発表論文（リプリント）など、様々な段階のものを想定していますが、性格的には原則として研究論文といえるものとします。集録論文のテーマは比較的広く設定しますが、上記趣旨に鑑み、原則として総合政策学ないしその方法論、あるいはヒューマンセキュリティに関連するものとします。このため、論文主題、論文副題、あるいは論文概要のいずれかにおいて原則として「総合政策学」または「ヒューマンセキュリティ」という用語のいずれか（または両方）が入っていることを当シリーズ採録の条件とします。

3. (投稿の方法) 投稿は、論文の文書ファイル（図表等が含まれる場合はそれらも含めて一つのファイルにしたもの）を電子メールによって下記にあてて送信してください。文書ファイルは、原則として MS-Word または LaTeX で書かれたものとします。後者による場合には、既刊ワーキングペーパーの様式に準じて作成していただき、そのまま印刷できる様式のもの（camera-ready manuscript）をご提出ください。なお、投稿の締切り期限は特に設けず、随時受け付けます。

4. (投稿資格) 当 COE 推進メンバーおよび慶應義塾大学湘南藤沢キャンパスの専任教員は直接投稿できるものとしますが、それ以外の研究協力者（共同研究者あるいは当 COE リサーチアシスタント等）は必ず当 COE 推進メンバーを経由して投稿してください。この場合、経由者となる COE 推進メンバーは、論文の内容や形式等を十分に点検するとともに必要な修正を行い、責任が持てる論文にしたうえで提出してください。投稿論文は、その著者として S F C 修士課程学生や S F C 学部学生を含む共著論文であってもかまいません（ただし学部学生は第一著者にはなれません）。著者として S F C 大学院以外の大学院生を含む場合には、修士課程学生は第一著者になれず、また博士課程学生も原則として第一著者になれません。研究協力者が S F C の内部者、外部者のいずれの場合でも、投稿論文の著者（複数著者の場合はそのうち少なくとも 1 名）は博士課程在籍中の学生またはそれ以上の研究歴を持つ研究者（当 COE 推進メンバーおよび慶應義塾大学湘南藤沢キャンパスの専任教員はこれに含まれる）であることを条件とします。

5. (論文査読の有無) シリーズの趣旨に鑑み、一般の学術専門誌のような論文査読は行わず、できるだけ幅広く集録してゆく方針です。ただし、シリーズの趣旨に合致する論文とは言いがたいと編集委員会が判断する場合には、編集委員会は、1) 当該論文の採録を見送る、2) 掲載するうえで必要な改訂（体裁その他の点）を著者をお願いする、3) 当シリーズではなく「総合政策学研究資料シリーズ」への採録に回す、などの対応をとることがあります。編集委員会が投稿原稿を受理した場合、通常 10 日以内に必要な改訂の有無を執筆者に電子メールで直接ご連絡します。なお、集録が決定した場合、鮮明な印刷原紙作成のために図表等の原データ（例えば Photoshop EPS など）の提出をお願いする場合があります。

6. (投稿料・原稿執筆料) 投稿料は不要です。一方、原稿執筆料は支払われません。集録論文の著者には当該ワーキングペーパーを原則として40部進呈いたします(それ以上の場合も十分対応できますので申し出て下さい)。

7. (著作権) ワーキングペーパーの著作権は、当該論文の執筆者に帰属します。

8. (公開方法) 本シリーズに含まれる論文は、編集委員会が統一的な様式に変換したうえで冊子体に印刷して公開します(既刊論文をご参照。なお提出原稿にカラー図表等が含まれていても構いませんが、それらは冊子印刷に際しては全てモノクロとなります)。またウェブ上においても、原則としてすべての論文をPDFファイル形式でダウンロード可能な状態で掲載し、公開します。

9. (原稿執筆要領) 提出原稿の作成にあたっては、次の点に留意してください。

1) A4版、横書き、各ページ1列組み(2列組みは不可)。

2) 活字サイズは、日本語または中国語の場合10.5~11ポイント、英語の場合11~12ポイントとする。1ページあたりの分量は、日本語または中国語の場合1ページ40字30行、英語の場合1ページ30行をそれぞれ目安とする。(これら3つの言語以外の言語による場合は適宜読み替える。以下同様。)

3) タイトルページ(1枚目)には、論題、著者名、著者の所属と肩書き(大学院生には修士課程在学中か博士課程在学中かを明記のこと)、著者の電子メールアドレスのほか、必要に応じて論文の性格(学会発表の経緯など)や謝辞を記載。「COEの研究成果である」といえる場合には必ずその旨を記載する。なお、日本語論文の場合は、論題(メインタイトルおよびサブタイトル)ならびに著者名の英語表示もページ下方に適宜記載する(当該論文には印刷しないが、英文ワーキングペーパー末尾に付ける既刊一覧表で必要となるため)。

4) その次のページ(2枚目)には、論題、著者名、概要、キーワード(4-6つ程度)を記載。概要は必須とし、一つの段落で記載する。その長さは7-12行(日本語論文または中国語論文の場合は250字-400字程度、英文論文の場合は150語程度)を目安とし、単に論文の構成を記述するのではなく分析手法や主な結論など内容面での要約も必ず記述する。なお、中国語論文の場合の概要は、中国語に加え、英語または日本語でも付けること。

5) 本文は、その次のページ(3枚目)から始める。

6) タイトルページを第1ページとし、論文全体に通しページ(下方中央)を付ける。

7) 注は、論文全体として通し番号をつけ、該当ページの下方に記載する(論文の最後にまとめて記載するのではなく)。

8) 図と表は区別し、それぞれ必ずタイトルをつける。またそれぞれ通し番号をつける。それぞれの挿入箇所を明示する(図表自体は論文末尾に一括添付する)か、あるいは本文中に直接はめ込むか、いずれでもよい。

9) 引用文献は、本文の最後にまとめて記載する。その場合、日本語文献、外国語文献の順。日本語文献は「あいうえお」順、外国語文献は「アルファベット」順。

10) 文献リストには、引用した文献のみを記載し、引用しなかった文献は記載しない。

11) 論文の長さは、特に制約を設けないが、研究論文として最も一般的な長さと考えられるもの(本文が15-30ページ程度)を目安とする。

10. (投稿要領の改訂) 投稿要領の最新時点のものは、随時、当COEのウェブページに掲載します。

論文の投稿先: coe2-wp@sfc.keio.ac.jp

論文冊子の入手その他: coe2-sec@sfc.keio.ac.jp

論文のPDF版(COEウェブページ): <http://coe21-policy.sfc.keio.ac.jp/>

ワーキングペーパーシリーズ編集委員: 岡部光明(編集幹事)、梅垣理郎、駒井正晶