

Title	回転流と跳水に形成される多角形境界構造の類似性
Sub Title	Similarity between the structures of the polygonal boundaries formed in rotating fluids and hydraulic jumps
Author	柿野, 寛将(Kakino, Hiromasa) 陳, 謙(Chen, Qian) 森田, 貴紀(Morita, Takanori) 梁川, みつき(Yanagawa, Mitsuki) 下村, 裕(Shimomura, Yutaka)
Publisher	慶應義塾大学日吉紀要刊行委員会
Publication year	2015
Jtitle	慶應義塾大学日吉紀要. 自然科学 (The Hiyoshi review of natural science). No.58 (2015. 9) ,p.1- 10
JaLC DOI	
Abstract	It is found that the polygonal boundaries formed in rotating fluids have a structure similar to that in hydraulic jumps: the jets from the vertices of the polygon are observed just above the bottom of a rotating base. It is conjectured that the vortex structure observed in hydraulic jumps, called the "roller", may also exist in the polygonal boundary layers formed in rotating fluids.
Notes	研究ノート
Genre	Departmental Bulletin Paper
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN10079809-20150930-0001

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the Keio Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

回転流と跳水に形成される多角形境界構造の類似性

柿野寛将^{*1}・陳 謙^{*2}・森田貴紀^{*3}・梁川みつき^{*3}・下村 裕^{*4}

Similarity between the structures of the polygonal boundaries formed in rotating fluids and hydraulic jumps

Hiromasa KAKINO, Qian CHEN, Takanori MORITA, Mitsuki YANAGAWA and Yutaka SHIMOMURA

Summary—It is found that the polygonal boundaries formed in rotating fluids have a structure similar to that in hydraulic jumps: the jets from the vertices of the polygon are observed just above the bottom of a rotating base. It is conjectured that the vortex structure observed in hydraulic jumps, called the “roller”, may also exist in the polygonal boundary layers formed in rotating fluids.

1. はじめに

1980年に米探査機「ボイジャー」が土星の北極上空を覆う六角形の渦状構造を発見し、2007年にも米欧共同無人探査機「カッシーニ」がその画像を撮影した¹⁾。その後、Aguiarらは、不安定な順圧渦が平衡化した状態によってこの六角形構造が生じると主張した²⁾。

このような六角形も含めた多角形構造は、実験室においても回転流で生成されることが知られている^{3~8)}。回転流の自由表面上の構造やその境界の形が多角形となるのである。Vatistasは、固定された円筒容器の中に水を入れ、底板だけを回転させる回転流実験装置を用いて、安定した六角形までの多角形を観測した³⁾。さらにJanssonらは、底板の回転速度と水深によって多角形の角の数がどのように変化するかを示した⁴⁾。そのほかにも、Suzukiらは、多角形の角の数が変化する分岐点に着目し、自由表面の形が軸対称から非軸対称へ不規則に変化することを

*1 慶應義塾大学法学部政治学科4年

*2 慶應義塾大学法学部政治学科3年

*3 慶應義塾大学法学部法律学科3年

*4 慶應義塾大学法学部日吉物理教室 (〒223-8521 神奈川県横浜市港北区日吉4-1-1) : Department of Physics, Hiyoshi Campus, Faculty of Law, Hiyoshi 4-1-1, Kouhokuku, Yokohama, Kanagawa 223-8521, Japan. [Received March 27, 2015]

示した⁵⁾。また、Bergmannらは、多角形の形成過程や自由表面流について研究し、流れのモデル化を実験の測定値をもとに行なった⁶⁾。そして、円筒容器の中心付近で高速に回転している内側と、弱い二次流を伴う点渦が存在している外環部分の、2つの異なる領域が存在することを示した。近年、Tophojらは、これらの多角形ができる要因を説明した⁷⁾。彼らは、流体における重力波と遠心力波の共振があるとして、壁面から受ける影響はほとんどなく、2つの波の共振によって多角形が生じることを主張した。また、Igaらは、観測される多角形構造の水深や回転速度による変化について詳しく研究した⁸⁾。

一方、同様の多角形境界は、粘性の大きい流体の跳水においても生じることが知られており、その成因が研究されている。跳水とは、水位が急上昇する現象である。水平な流し台の上に一定の高さの蛇口から水を落下させたとき、放射状に流れる水の水位が急に上がる現象は、その例である。Bohrらは、水位上昇による流体の盛り上がり部分の内部構造を詳細に観測した⁹⁾。その結果、「ローラー」とよばれる、盛り上がり部分において底板から上部の中心方向へ逆流する渦構造があることが判明した。このローラーが、跳水によって生じる多角形をつくる本質的な構造であると主張した。また、Ellegaardらは、水より粘性が十分に大きい液体（エチレングリコール）を用いることで、境界が安定した正多角形となることを指摘し、安定した八角形まで観測した¹⁰⁾。これらの多角形は、多角形の辺近傍に存在する局所的なローラーによって発生すると指摘している。彼らはさらに、液体を落とす高さ・流量と、多角形の角の数の関係性を示した¹¹⁾。そして、Martensらは、多角形の角において外向きの噴出流があることを発見し、多角形ができる構造を解析して物理的にモデル化した¹²⁾。

以上のように、回転流と跳水に見られる多角形に関する先行研究は多数存在するが、その類似性についての研究はない。そこで本論文では、回転流の多角形境界が、跳水における多角形境界と同様の構造を有することを検証する。具体的には、先行研究に沿って、底板だけが回転する固定された円筒容器中の水に形成される多角形構造をまず確認する。その後、流れの可視化によって、跳水に見られるような構造の観察を試みる。

本論文では、第2節で本研究における実験方法を説明し、第3節で実験の結果を記し、第4節で今回の実験のまとめと考察を行なう。

2. 実験方法

容器内の水深と底板の回転速度によって自由表面上の構造やその境界の形は変形することが先行研究からわかっているので、その装置とほぼ同じ形状のものを作成する（図1, 図2参照）。直径27 cmの亚克力樹脂製円筒容器に、軸を介してモーターと連動する、直径とほぼ同じ大きさのステンレス製の回転盤（底板）を装着したものである。実験では、実験装置の容器内に一定量の水を入れ、底板の回転速度を変化させて自由表面の変形を観測するとともに、デジタルカメラによってそれを撮影する。同じことを水深のみを変えて実験する。また、その際に流れを可視化するため、ポビドンヨードを水に滴下し、ハイスピードカメラ（300～1200 fps）

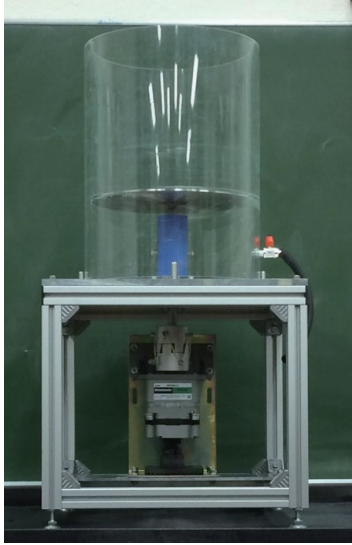


図1. 実験装置写真

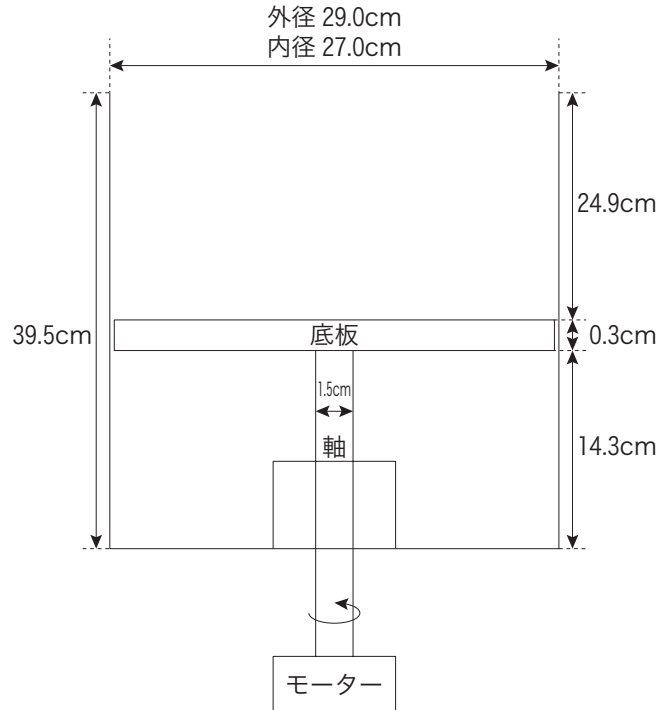


図2. 実験装置の概略図

台の上部に円筒容器と回転盤があり、台の下部にモーターを設置した。円筒容器はアクリル樹脂製、回転盤はステンレス製である。回転盤と軸は一体となっており、軸とモーターが連動する。円筒容器の側面には排水蛇口を装着した。

表1. 表示されるモーターの回転速度と計測した底板の回転速度

表示されるモーターの回転速度	計測した底板の回転速度 (rps)
0	0.0
900	1.0
1800	2.0
2700	3.0
3600	4.0
4000	4.4

で撮影して解析する。なお、底板の回転速度は、10回転にかかる時間を4回測り、それらを平均して求める。また、水深は、円筒容器の4カ所の深さを計測し、それらを平均して決定する。

3. 実験結果

本節においては、第2節で説明した実験方法によって得られた結果をまとめる。なお、表示されるモーターの回転速度は、計測した底板の回転速度と表1のように対応した。また、底板回転速度は水の重さに影響を受けないことを確認した。

3-1. 多角形と水深および底板回転速度との関係

静止時の水深が1 cm のとき、底板の回転速度は0.5 rps で、自由表面がわずかに凹んでいて回り続けた。回転速度が1.0～4.4 rps のとき、底板に自由表面がタッチする状態となり、その境界の形はほぼ円であった。図3は、回転速度が3.0 rps の場合の自由表面である。なお、底板中央でタッチした円形部は乾いていて、回転速度が上がるにつれて大きな半径となった。

静止時の水深が2 cm のとき、底板の回転速度は0.5～1.0 rps で自由表面がわずかに凹んでいて回り続けた。回転速度1.5～2.0 rps で自由表面が底板にタッチし、その境界は図4 (a) のような四・五・六角形が重なり合った形で回り続けた。回転速度2.5 rps で自由表面が底板にタッチした状態を保持しながら、境界は図4 (b) のような少し膨らんだ三角形に変形した。そして、境界は、回転速度3.0 rps で五・六角形に変形し、回転速度3.5～4.4 rps で安定な円形となり、自由表面が底板にタッチした状態のまま回り続けた。

静止時の水深が3 cm のとき、底板の回転速度は0.5～1.0 rps で自由表面がわずかに凹んでいて回り続けた。回転速度1.5～2.0 rps で自由表面は底板にタッチせず、角が2つある楕円に近い構造が観測された。回転速度2.5 rps で自由表面が底板にタッチし、境界は図5 (a) のような楕円に近い形となった。回転速度3.0 rps で自由表面が底板にタッチしたまま、境界は図5 (b) のように辺の中央部が凹んだ三角形となった。3.0～3.5 rps に回転速度を上げたときは、境界は図5 (c) のような正三角形に変形した。4.0 rps に回転速度が上がると、図5 (d)



図3. 回転流の自由表面
水深1 cm, 回転速度3.0 rps。

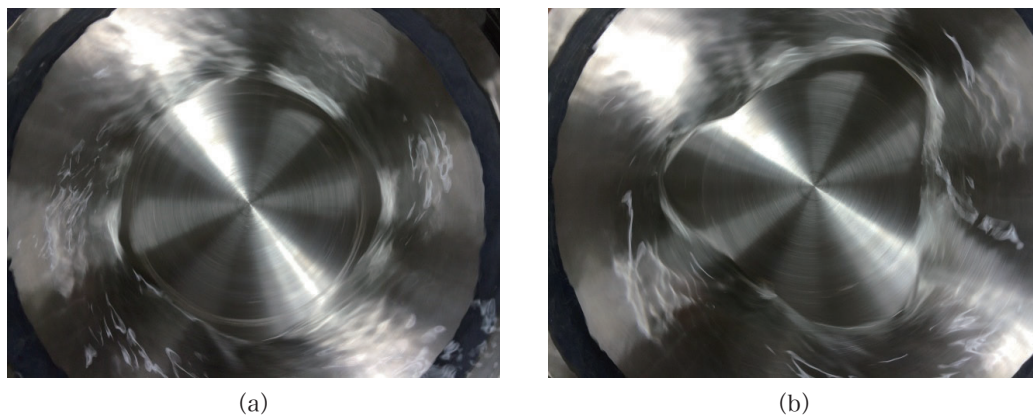


図4. 回転流の自由表面
(a) 水深 2 cm, 回転速度 2.0 rps, (b) 水深 2 cm, 回転速度 2.5 rps。

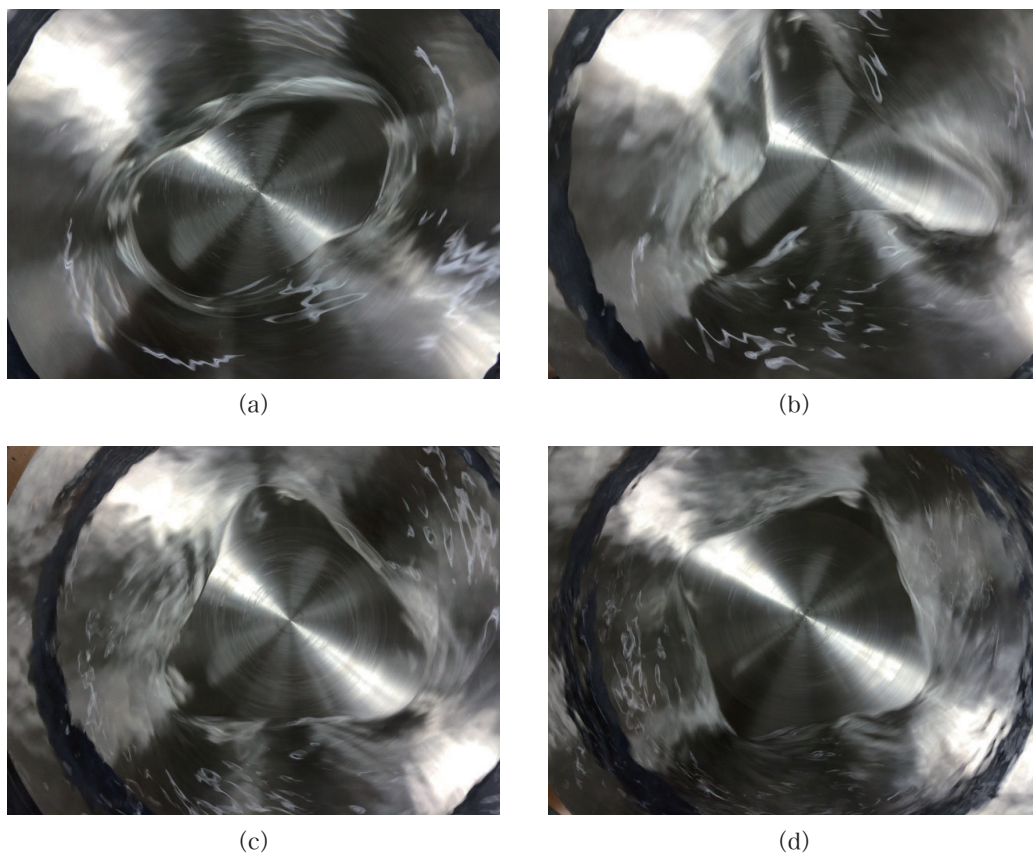


図5. 回転流の自由表面
(a) 水深 3 cm, 回転速度 2.5 rps, (b) 水深 3 cm, 回転速度 3.0 rps,
(c) 水深 3 cm, 回転速度 3.5 rps, (d) 水深 3 cm, 回転速度 4.0 rps。

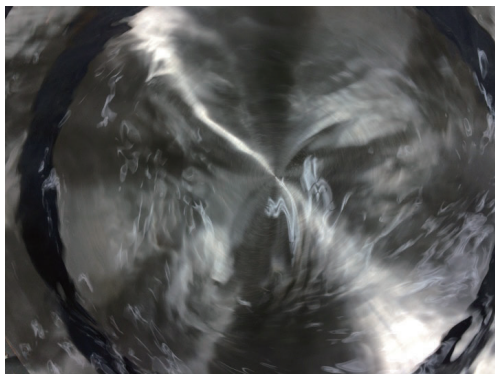


図 6. 回転流の自由表面
水深 4 cm, 回転速度 3.5 rps.

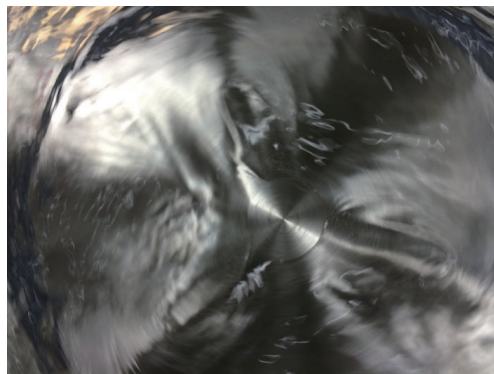


図 7. 回転流の自由表面
水深 5 cm, 回転速度 4.4 rps.

に示すように境界は四角形となった。そして、4.4 rps で回るときには、底板にタッチした状態を保持しながら、境界は安定な円形に変形した。

静止時の水深が 4 cm のとき、底板の回転速度は 0.5 ~ 1.0 rps で、自由表面がわずかに凹んだ状態で回り続けた。回転速度 1.5 rps で自由表面が底板にタッチしないまま円形に近い構造が見られた。回転速度を 1.5 rps から 2.0 rps に上げると構造は楕円に変形し、自由表面がさらに沈み、数秒間は底板にタッチしていたが、また離れていった。回転速度 2.5 rps で、自由表面は底板にタッチせずに楕円形構造が安定して回り続けた。回転速度が 3.0 rps となると、その境界が楕円となった。回転速度 3.5 rps では、図 6 に示すように三角形に近い形の構造が現われたが、自由表面が底板から離れ、底板にタッチしていない状態でその構造が回り続けた。4.0 rps に回転速度を上げたときは、自由表面が底板に再びタッチし、その境界が三角形となった。その後、回転速度を 4.4 rps に上げると、その三角形の角が膨らみ、中心における乾いた部分が増大した。

静止時の水深が 5 cm のとき、底板の回転速度は 0.5 ~ 1.0 rps で、自由表面がわずかに凹んでいて回り続けた。回転速度 1.5 ~ 2.0 rps で自由表面がさらに沈み、底板にタッチせずに円形に近い構造が回り続けた。回転速度 2.5 ~ 4.0 rps までの間に構造は楕円となり、底板にタッチしたり離れたりして、不安定な状態であった。回転速度が 4.4 rps のとき、自由表面が底板にタッチし、境界は辺の中央部が凹んだ三角形となった。ただし、図 7 に示すように底板にタッチしたのは三角形の円形中心部のみであった。

図 8 は、自由表面上の構造やその境界の形と静止時水深および底板回転速度との関係を表わしている。同じ水深では、回転数が増加するほど底板にタッチすることや、角の多い多角形構造が観察される傾向にあることが確認された。また同じ回転速度では、水深が浅いほど角の多い多角形が観察される傾向にあることがわかった。ただし本研究では、安定した五角形以上の多角形をはっきり確認することができず、図 8 ではそれらを円と同定している可能性がある。

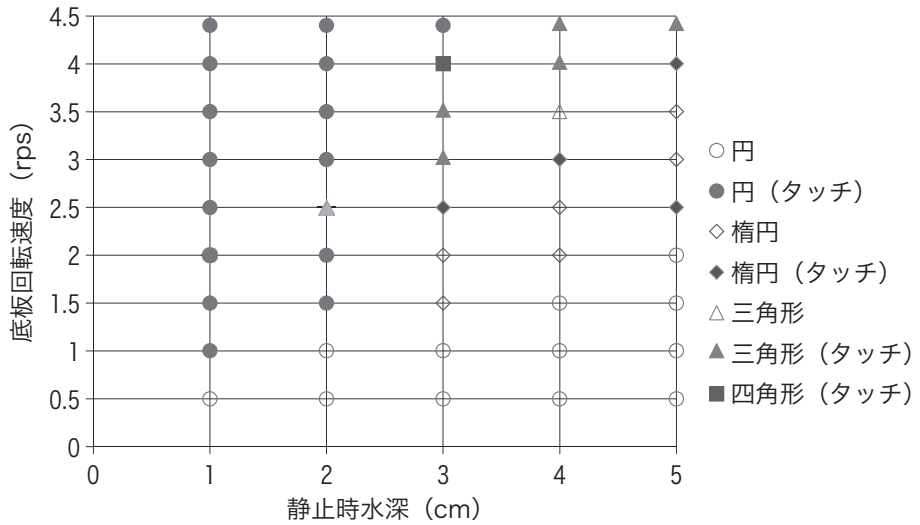


図8. 自由表面上の構造やその境界の形と静止時水深および底板回転速度との関係

3-2. ポビドンヨード滴下による流体の可視化

次に、回転している流体の表面境界近傍にポビドンヨードを垂らす実験を行なった。ポビドンヨードを滴下することで、流れの構造を可視化するためである。ここでは水深3 cm、底板の回転速度3.5 rpsで、安定した三角形境界をつくり、実験を行なった。ポビドンヨードを滴下し、しばらくは図9 (a) のように境界三角形の辺近傍にポビドンヨードが溜まっていた。このポビドンヨードは、構造の回転に合わせて動く。3回転後にはポビドンヨードは拡散し、図9 (b) のように変化した。また、ポビドンヨードを滴下した本実験において、境界三角形の角から直付上付近で図10のようなポビドンヨードの噴出が観察された。

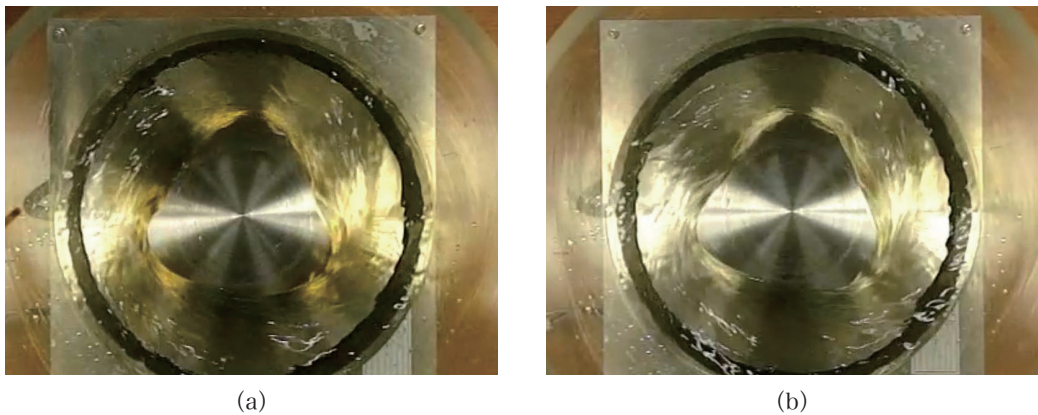


図9. 回転流の自由表面

(a) 境界にポビドンヨードを滴下した2/3回転後、(b) 境界にポビドンヨードを滴下した3回転後。

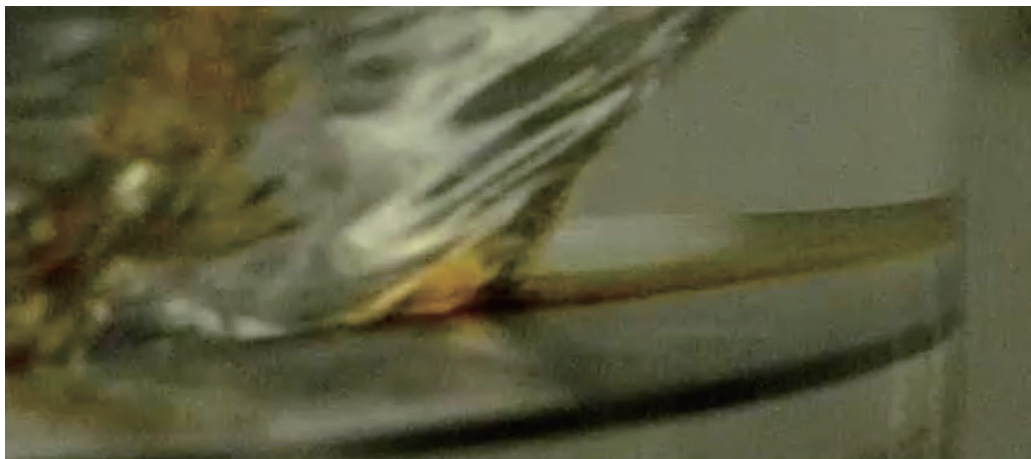


図 10. 回転流の境界層側面
底面直上近傍で、境界三角形の角から噴出する流れ（ジェット）が見られる。

4. まとめと考察

まず、底板だけが回転する固定された円筒容器中の回転流において、自由表面上の構造やその境界が多角形となることが観測された。先行研究と同じように、その多角形は、同じ水深では回転数が増加するほど、また同じ回転速度では水深が浅いほど、角が多くなる傾向にあることを確認した。

本研究では五角形以上の安定した多角形が観察できなかったが、そのおもな理由は2つ考えられる。1つは、回転速度と実験装置の大きさの問題である。回転速度は最高で約 4.4 rps までであり、半径も約 13.5 cm であったため、先行研究よりも回転数やレイノルズ数が低いことが原因と考えられる。もう1つは、回転する底板に若干の傾きがあり、完全に水平な状態を維持して回転しなかったため、多角形が安定した状態で存在できなかったと推測される。もっとも、流れが高速で回転しているため、仮に五角形が存在していたとしてもそれを五角形であるとは断定することが難しく、四角形より角の多い多角形は同定できずにすべて円であるとみなした可能性もある。

次に、ポビドンヨードを滴下したとき、境界多角形のそれぞれの角からポビドンヨードが底板直上近傍で噴出している現象が観察できた。これは跳水において境界多角形の角から外向きに流体が噴出する現象¹²⁾と同様であり、跳水との類似性を確認した。

また、ポビドンヨードが境界多角形の辺近傍に溜まりながら底板の回転方向と同じ向きに流れていることから、辺近傍で跳水において見られるようなローラー¹²⁾が存在している可能性があることがわかった。また、回転するにつれてポビドンヨードが拡散されていることから、多角形の辺近傍にある流体は、構造の回転方向にある角のほうへ辺に沿って流れ、その角部分まで到達すると、底板面近傍で外向きに噴出すると推測される。

5. 謝 辞

本研究の実験は慶應義塾大学法学部 2013・2014 年度授業「自然科学研究会Ⅲ・Ⅳ」において行なわれたが、下村は慶應義塾大学自然科学研究教育センター 2014 年度研究プロジェクト「円筒内回転流表面の多角形渦」の研究代表者として本研究経費の補助を受けた。また、本実験装置は二宮商事株式会社によって制作されたものであり、担当として多大なご協力をいただいた小宮勝利氏に謝意を表す。

参考文献

- 1) K. H. Baines, T. W. Momary, L. N. Fletcher, A. P. Showman, M. Roos-Serote, R. H. Brown, B. J. Buratti, R. N. Clark and P. D. Nicholson : “Saturn’s north polar cyclone and hexagon at depth revealed by Cassini/VIMS.” *Planetary and Space Science*, **57**, 14 (2009).
- 2) A. C. Barbosa Aguiar, P. L. Read, R. D. Wordsworth, T. Salter and Y. H. Yamazaki : “A laboratory model of Saturn’s north polar hexagon.” *Icarus*, **206**, 755 (2010).
- 3) G. H. Vatistas : “A note on liquid vortex sloshing and Kelvin’s equilibria.” *J. Fluid Mech.*, **217**, 241 (1990).
- 4) T. R. N. Jansson, M. P. Haspang, K. H. Jensen, P. Hersen and T. Bohr : “Polygons on rotating fluid surface.” *Phys. Rev. Lett.*, **96**, 174502 (2006).
- 5) T. Suzuki, M. Iima and Y. Hayase : “Surface switching of rotating fluid in a cylinder.” *Physics of fluids*, **18**, 101701 (2006).
- 6) R. Bergmann, L. Tophoj, T. A. M. Homan, P. Hersen, A. Andersen and T. Bohr : “Polygon formation and surface flow on rotating fluid surface.” *J. Fluid Mech.*, **679**, 415 (2011).
- 7) L. Tophoj, J. Mougél, T. Bohr and D. Fabre : “Rotating polygon instability of a swirling free surface flow.” *Phys. Rev. Lett.*, **110**, 194502 (2013).
- 8) K. Iga, S. Yokota, S. Watanabe, T. Ikeda, H. Niino and N. Misawa : “Various phenomena on a water vortex in a cylindrical tank over a rotating bottom.” *Fluid Dyn. Res.*, **46**, 031409 (2014).
- 9) T. Bohr, C. Ellegaard, A. E. Hansen, A. Haaning : “Hydraulic jumps, flow separation and wave breaking: An experimental study.” *Physics*, B 228 (1996).
- 10) C. Ellegaard, A. E. Hansen, A. Haaning, K. Hansen, A. Marcussen, T. Bohr, J. L. Hansen and S. Watanabe : “Creating corners in kitchen sinks.” *Nature*, **392**, 767 (1998).
- 11) C. Ellegaard, A. E. Hansen, A. Haaning, K. Hansen, A. Marcussen, T. Bohr, J. L.

Hansen and S. Watanabe : “Cover illustration: Polygonal hydraulic jumps.”
Nonlinearity, **12**, 1 (1999).

- 12) E. A. Martens, S. Watanabe and T. Bohr : “Model for polygonal hydraulic jumps.”
Phys. Rev., E **85**, 036316 (2012).