

Title	水晶ポイントのエアリースパイラルの観察
Sub Title	Observation of airy's spiral for an as-grown quartz
Author	大場, 茂(Oba, Shigeru) 向井, 知大(Mukai, Tomohiro)
Publisher	慶應義塾大学日吉紀要刊行委員会
Publication year	2014
Jtitle	慶應義塾大学日吉紀要. 自然科学 (The Hiyoshi review of the natural science). No.55 (2014. 3) ,p.21- 37
JaLC DOI	
Abstract	先が尖った六角柱状の透明な水晶で、底面がc軸(伸長方向)に垂直にカットしてあれば、右水晶(右旋性の水晶)か左水晶かを光学的に見分けることができる。ガラス製三角プリズムを水で濡らして水晶の先端の斜面に密着させ、水晶の底面からc軸方向へ直線偏光をあて、三角プリズムおよび円偏光板を通して見ると、虹色の渦巻き(エアリースパイラル)が見える。その渦巻きが右巻きならば右水晶、左巻きならば左水晶である。この干渉像は水晶の複屈折と旋光性に起因する。水晶中では複屈折により、光の進行方向がc軸から傾くと、正常光に対して異常光の位相が遅れる。光の通過距離が長くなればなるほど、この位相差 $\delta$ が大きくなる。しかし、c軸に対して光線の角度が少し小さくなるだけで、位相差 $\delta$ が減少し、通過距離の違いによる影響が解消される。このため、干渉縞がほぼ同心円状に見える。ただし、エアリースパイラルを明瞭に観察するには、割れや濁りがなく、光学的に質の高い水晶に限られる。
Notes	研究ノート
Genre	Departmental Bulletin Paper
URL	<a href="https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN10079809-20140331-0021">https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN10079809-20140331-0021</a>

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the Keio Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

## 水晶ポイントのエアリースパイラルの観察

大場 茂・向井知大

Observation of Airy's Spiral for an As-grown Quartz

Shigeru OHBA and Tomohiro MUKAI

### 概要

先が尖った六角柱状の透明な水晶で、底面が  $c$  軸（伸長方向）に垂直にカットしてあれば、右水晶（右旋性の水晶）か左水晶かを光学的に見分けることができる。ガラス製三角プリズムを水で濡らして水晶の先端の斜面に密着させ、水晶の底面から  $c$  軸方向へ直線偏光をあて、三角プリズムおよび円偏光板を通して見ると、虹色の渦巻き（エアリースパイラル）が見える。その渦巻きが右巻きならば右水晶、左巻きならば左水晶である。この干渉像は水晶の複屈折と旋光性に起因する。水晶中では複屈折により、光の進行方向が  $c$  軸から傾くと、正常光に対して異常光の位相が遅れる。光の通過距離が長くなればなるほど、この位相差  $\delta$  が大きくなる。しかし、 $c$  軸に対して光線の角度が少し小さくなるだけで、位相差  $\delta$  が減少し、通過距離の違いによる影響が解消される。このため、干渉縞がほぼ同心円状に見える。ただし、エアリースパイラルを明瞭に観察するには、割れや濁りがなく、光学的に質の高い水晶に限られる。

### 1. はじめに

石英の結晶を水晶という。これは、 $\text{SiO}_4$  の四面体が、頂点の酸素原子を共有してつながった 3 次元ネットワーク構造である。三方晶系の  $c$  軸方向に  $3_1$  あるいは  $3_2$  らせん軸が存在し、結晶構造はキラルである。この内部構造の対称性を反映して微小面が現れる可能性があり、結

晶外形から右と左水晶の見分けがつく場合がある<sup>1)</sup>。しかし、多くの場合は微小面が現れないため、結晶外形だけでは右と左の区別はつかない。水晶球および $c$ 軸に垂直な切片については、直線偏光を通過させた後に円偏光板を通すと、エアリースパイラル (Airy's spiral) が生じ、その渦巻きが右巻きであれば右水晶、左巻きのときは左水晶であり、見分けがつく。この原理については、すでに解説した<sup>1)</sup>。発色の原因は、水晶中を通過する1本の光線内において、正常光と異常光の伝搬速度がちがうために、この2成分の位相がずれることによる干渉である(このことは後に詳しく述べる)。先がとがった六角柱状の水晶について、ガラスの三角プリズムを介することでエアリースパイラルの観察が可能である<sup>2)</sup>。ただし、試料結晶の形状が光軸( $c$ 軸)に対して非対称であるため、エアリースパイラルがなぜ見えるのか、直観的には理解し難い。そこで、測定や観察を行いながらその理由を解明することにした。

## 2. 干渉像による水晶の見分け方

### 2-1. 右水晶と左水晶

水晶、つまり石英の低温相は三方晶系であり、六角柱の伸長方向が結晶学的な $c$ 軸であり、これが光軸でもある。水晶の光軸方向に進む光が、その電場の振動面を(観察者が光源に向かったときに)右あるいは左に回転させる。これが、それぞれ右旋性と左旋性である。水晶については旋光性をもとに、結晶構造の鏡像異性体を区別して、右水晶、左水晶という<sup>1)</sup>。天然において、水晶は通常、折り重なって放射状に成長する。このため、先端部分は透明できれいでも、根元部分は不透明であり、割り取られた切断面は不規則な形状をしている。これでは、光学的な観察には不向きである。 $c$ 軸に垂直に根元を切断し、研磨することで透明度の高い大型の水晶ポイントも、標本(あるいは飾り)として市販されている(図1)。六角柱の側面あるいはその先端の斜面のいずれも、曇りがないように磨かれている。ただし、自然のままの結晶面であれば厳密に平坦であるはずが、加工という人為的な要素が入ったため、ゆるやかな丸味をおびている点は注意を要する。



図1. 水晶ポイント。底面は六角柱に対して垂直にカットされている。サイズは左下の水晶から時計回りで、約 $3 \times 3 \times 4$  cm,  $3 \times 4 \times 9$  cm,  $4 \times 6 \times 5$  cm。

## 2-2. ポイントプリズム

個々の水晶ポイントについて、エアリースパイラルが観察できれば、左水晶か右水晶かの判別がつく。この目的で考案された器具が、ポイントプリズム（商品名）である<sup>2)</sup>。これは、断面が1辺3 cmの二等辺直角三角形のガラス製三角プリズム（幅3 cm）を、厚さ約8 mmのガラス製の円形の台（ただし一部分がカットされている）に貼りつけたものである（図2 a）。ただし、台座とプリズムの接着面には、円偏光板が入っている。円偏光板は、裏と表の区別があるが、プリズムを通った光を台座の反対側から観察したときに、円偏光板としてはたらくようになっている。円偏光板の反対側から光を通すと、それは直線偏光板と同じはたらきをする。ポイントプリズムの使い方は以下のとおりである。

まず、ライトパネルなどの光源の上に偏光板を置く（とくにことわらないかぎり、偏光板とは直線偏光板をさす）。その上に水晶ポイントを立てて、観察したい斜面を水で少し濡らして三角プリズムの面をそこに密着させる（図2 b）。そして、プリズムの台座に目を近づけ、水晶の底面を見下ろすような感じで、虹色の渦巻きが見える方向をさがす。目の代わりに、デジカメのレンズをプリズムに接近させることで、図3のような写真が撮影できる。水晶球のときと同じように、二重の渦巻き模様であり、また水晶のサイズが大きいかほど縞模様の間隔がせまくなる。

なお、円偏光板が入っている三角プリズムの底面は、水晶の $c$ 軸に対して垂直ではなく、やや傾いている（図2 b）。自然に成長した水晶について、斜面の面指数の代表例は $(1, 0, -1, 1)$ である<sup>1)</sup>。この斜面と $c$ 軸とのなす角度を $\phi$ とすると、 $(1, 0, -1, 1)$ 面の法線方向が $\vec{a}^* + \vec{c}^*$ であることから、次式を導くことができる。

$$\cos \phi = 1 / \sqrt{\frac{4c^2}{3a^2} + 1} \quad (1)$$

水晶の293 Kにおける格子定数<sup>3)</sup>として、 $a = 4.9134 \text{ \AA}$ 、 $c = 5.4052 \text{ \AA}$ を代入して計算すると、 $\phi = 51.8^\circ$ と求まる。プリズムの断面は直角二等辺三角形であることから、検光子は水晶の底

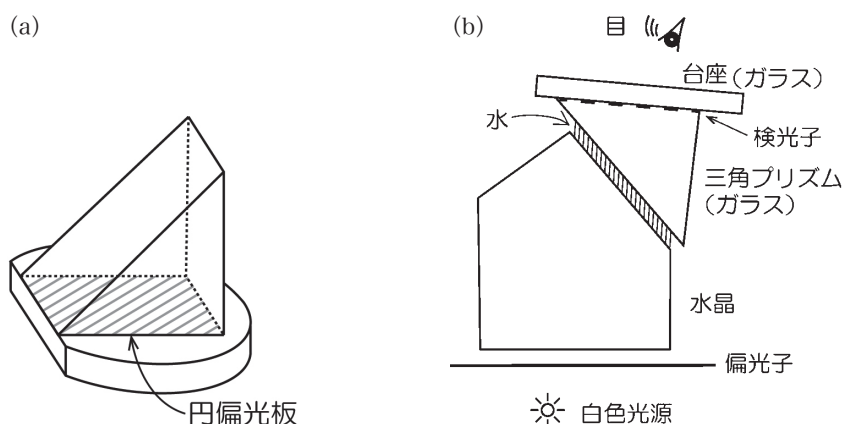


図2. ポイントプリズムの外形 (a) と使い方 (b)

面 ( $\perp c$ ) に対して,  $6.8^\circ$  傾いていることがわかる。

### 2-3. 光の通過経路

偏光子 (偏光板) と検光子 (円偏光板) の間に, 水晶の球や平行板 ( $\perp c$ ) を入れると, エアリースパイラルが観察される<sup>1)</sup>。しかし, 水晶ポイントは非対称な形であるのに, なぜ同じような干渉縞 (図 3) が見えるのだろうか。それを考えるには, まず水晶中における光の通過経路を知る必要がある。そこで, 次のような方法でそれを調べた。

まず, 紙に直径 5 mm の穴をあけ, 穴の中心位置がわかるように紙の上に放射状に直線を引き, それを偏光板の上にかぶせて光源をしぼった。また, ティッシュペーパーに小さい穴 (直径 3 mm) を開け, ポイントプリズムと水晶の斜面との接触面に水で濡らしてはさんだ。そして, 干渉像の渦巻きの中心が真正面に見えているときの, 水晶とポイントプリズムの配置を横方向から何枚か写真にとった。これにより, 干渉像の中央に見える光は, 水晶中を  $c$  軸に平行に進んでいることが確認できた。

次に, もうひとつ別な遮光紙を用意した。中央に直径 3 mm の穴をあけ, その外側に直径 13 mm (幅約 1 mm) の円弧状の穴をあけた。そして, その上に水晶を置き, エアリースパイラルがどう見えるかを調べた (図 4)。これにより, 円弧状の穴から水晶に入射した光が, 干渉縞の円弧を形成していることが明らかとなった。さらに, 遮光紙の円弧状の穴の左半分を別の紙でふさぐと, 干渉縞の左半分が消えることなどから, 光源から出ている光は, 左右や前後が反転することなく, 目に入ってくるということがわかった (図 5 a)。水晶中の光の通過距離は  $c$  軸に対して非対称である。しかしながら, 見えている干渉像は  $c$  軸まわりで軸対称である。それならば, 光の通過方向を逆にして, 水晶の先端の斜面から光を入れても, 同じような干渉縞が見えるはずである。そこで, 三角プリズムを使い, 図 5 (b) のような配置で試したところ,

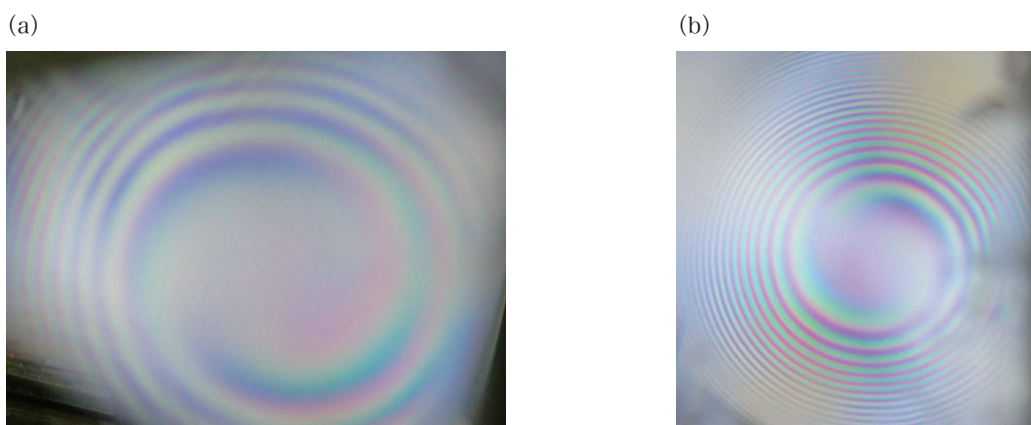
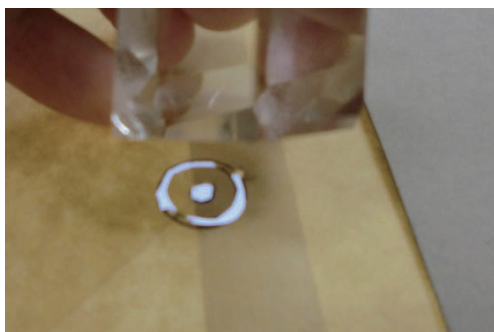


図 3. 水晶ポイント ( $\perp c$  底面) のエアリースパイラル。(a) 左巻きと (b) 右巻きの例。使用した水晶のサイズは, (a)  $2 \times 2 \times 3$  cm, (b)  $3 \times 4 \times 4$  cm。デジカメをポイントプリズムに密着させて撮影した。

(a)



(b)

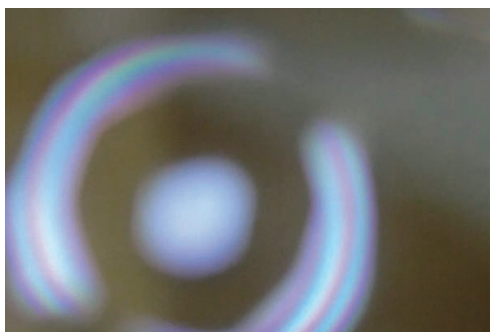
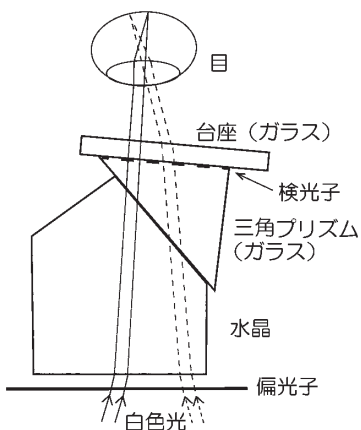


図 4. 小さな穴（直径 3 mm）の外側に円弧状の穴（直径 13 mm，幅約 1 mm）をあけた紙で光源をしぼり，(a) その上に  $\perp c$  ポイント（サイズ  $4 \times 3 \times 4$  mm）を置き，(b) 干渉像を観察した。

(a)



(b)

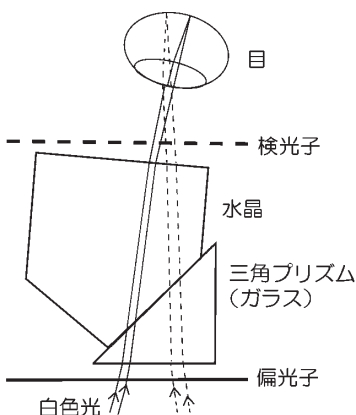


図 5. 干渉像観察における水晶ポイント ( $\perp c$  底面) と三角プリズムによる光の屈折。(a) 水晶の底面から光を入れたとき，(b) 水晶の先端の斜面から光を入れたとき。なお，偏光子と検光子は，それぞれ直線偏光板と円偏光板である。



図 6. 水晶ポイント ( $\perp c$  底面) の先端の斜面から光を入れたエアリースパイラルの観察。水晶は図 3 (a) に用いたものと同じで ( $2 \times 2 \times 3$  cm)，プリズムの配置などは図 5 (b) に示すとおりである。



予想どおりエアリースパイラルが見えた (図 6)。ちなみに、目の網膜に写るのは物体の倒立実像である。それを脳が正立している像として認識している<sup>4)</sup>。

こんどは、図 5 (a) の配置で、偏光板を置いたライトパネルから水晶の底面までの距離  $L$  を、0 から 45 cm ぐらいまで順に大きくして、干渉像を撮影してみた。その結果、エアリースパイラルの中央の円弧の大きさや縞の間隔は変わらず、 $L$  が長くなると写真に写るライトパネルの面積 (つまりエアリースパイラルの見える範囲) がせまくなっただけであった。このことから、光源および偏光板と水晶との距離を変えても、エアリースパイラルの形や色にはまったく影響しないことがわかった。

### 3. 水晶の光学的性質

#### 3-1. 屈折率

図 5 (a) において、水晶中の光の通過距離が  $c$  軸に対して非対称であるにもかかわらず、なぜ軸対称的な干渉像が見えるのかについて、以下に順を追って説明する。一般に、媒質 1 (屈折率  $n_1$ ) から媒質 2 (屈折率  $n_2$ ) の界面に光が入射するとき (図 7)、その界面の法線方向と光の進行方向とのなす角度を  $\theta_i$ 、媒質 2 の中で屈折して出ていく光の角度を  $\theta_r$  とすると、次式 (スネルの法則) が成り立つ<sup>4)</sup>。

$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} = \frac{n_2}{n_1} \quad (2)$$

媒質 2 が空気の場合は、 $n_2 = 1.0003 \approx 1$  とみなせる。媒質 2 のほうから角度  $\theta_r$  で界面に光を入射させると、媒質 1 の中で  $\theta_i$  の方向に光が屈折する。つまり、光を逆向きにしても同じ経路をたどる。屈折率  $n$  とは、物質中の光の速度  $v$  が、真空中の速度  $c$  に比べてどれくらい遅くなるかの比率でもある。

$$n = c/v \quad (3)$$

水晶ポイントのエアリースパイラルを見るために、三角プリズムを使っている。もし、ガラスのプリズムがなかったら、光がどうなるか考えてみよう。図 5 (a) の配置で、水晶の底面から入射した光は、水晶の斜面と  $51.8^\circ$  の角度で交差する。つまり図 7 の屈折に関する角度  $\theta_i$  は  $38.2^\circ$  であり、ナトリウム D 線の屈折率  $n_1 = 1.544$  (表 1) および媒質 2 が空気の場合の  $n_2 = 1$  を (2) 式に代入すると、 $\theta_r = 72.7^\circ$  となる。つまり、水晶の斜面から  $17.3^\circ$  ( $c$  軸からは  $34.5^\circ$ ) の方向に屈折して空气中に光が出ていくことになる。それに対して、ガラス (屈折率が水晶と近い) を組み合わせ、そのすき間を水で濡らして空気を追い出すと、水晶中の  $c$  軸方向に進んだ光をほぼ直進させることができる。

さて、ガラスのように等方的な物質の場合、屈折率は光の波長にのみ依存し、光の進行方向および電場の振動方向にはよらない。しかし、各種の化合物の結晶は、非等方的な構造をもつので、同じ波長の光でも光の振動方向によって、屈折率が変わってくる。物質中の屈折率の大

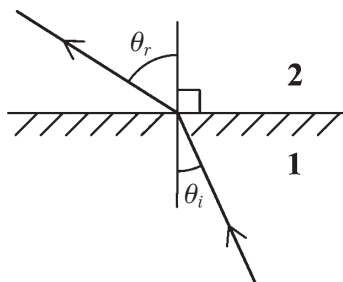


図 7. 媒質 1 と媒質 2 の界面を通過するときの光の屈折

表 1. ナトリウム D 線 ( $\lambda = 589 \text{ nm}$ ) に対する屈折率<sup>6)</sup>

物質		屈折率
水晶	正常光 ( $n_o$ )	1.54424
	異常光 ( $n_e$ ) <sup>a)</sup>	1.55335
光学ガラス (BK7)		1.517
水 (25°C)		1.333

<sup>a)</sup> 水晶の場合、光の振動方向が  $c$  軸と垂直な成分は正常光である。光の振動方向が、 $c$  軸と光線とを含む平面にある成分は、異常光となる。異常光の中でも、光の振動方向が  $c$  軸と平行なときに、屈折率が  $n_e$  となる。

きさは、屈折率だ円体を用いて表すことができる。水晶は 1 軸性結晶であり、光軸方向を  $z$  とすると、屈折率だ円体の方程式は次のように書ける<sup>5)</sup>。

$$x^2/n_o^2 + y^2/n_o^2 + z^2/n_e^2 = 1 \quad (4)$$

ここで、 $n_o$  と  $n_e$  はそれぞれ正常光と異常光（ただし異常光の中でも振動方向が  $c$  軸と平行なとき）の屈折率である（表 1）。だ円体上に存在する任意の点を  $P$  とし、その極座標を  $(R, \theta, \phi)$  とすると、 $OP$  と同じ方向に振動する光の屈折率は  $R$  で与えられる（図 8）。直交座標  $(x, y, z)$  と極座標との関係は次のとおりである。

$$x = R \sin \theta \cos \phi \quad (5 \text{ a})$$

$$y = R \sin \theta \sin \phi \quad (5 \text{ b})$$

$$z = R \cos \theta \quad (5 \text{ c})$$

これらを (4) 式に代入して整理すると、次式が得られる。

$$\frac{1}{R^2} = \frac{\sin^2 \theta}{n_o^2} + \frac{\cos^2 \theta}{n_e^2} \quad (6)$$

たとえば、 $\theta = 0$  ( $z$  軸と平行の振動、つまり異常光のうちでいちばん速度が遅い) のとき  $R$



$= n_e$  となり,  $\theta = 90^\circ$  のときは  $R = n_o$  (正常光) となる。

さて, 水晶中で光の進行方向が光軸 ( $c$  軸) に対して, 角度が  $\alpha$  だけ傾いている場合を考えよう (図 9 a)。 $c$  軸に垂直な振動成分は正常光 (屈折率  $n_o$ ) であるが, 光軸と光線を含む平面内に存在する振動成分は, 異常光となる。その屈折率を  $R$  とすると, その方位は  $z$  軸と  $90 - \alpha$  の傾きをもつ。よって,  $\theta = 90 - \alpha$  を (6) 式に代入し, 変形すると次式が得られる。

$$\frac{1}{R^2} = \frac{\cos^2 \alpha}{n_o^2} + \frac{\sin^2 \alpha}{n_e^2} \quad (7)$$

同一光線中の異常光と正常光の屈折率の差  $\Delta n (= R - n_o)$  を, 角度  $\alpha$  に対してプロットすると図 9 (b) のようになる。 $\alpha$  の値が大きくなるほど,  $\Delta n$  は急激に増加することがわかる。

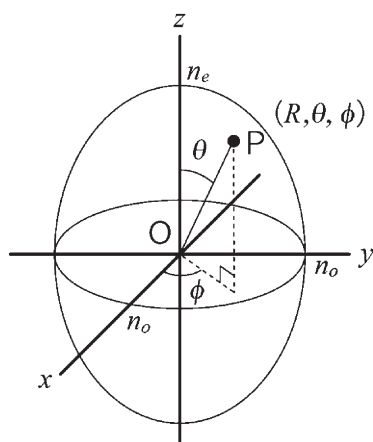
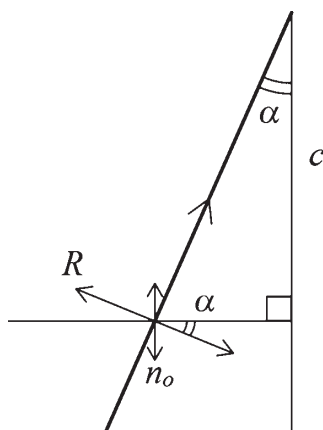


図 8. 水晶の屈折率だ円体。 $z$  軸は結晶の  $c$  軸方向である。だ円体の面上の点  $P$  の極座標を  $(R, \theta, \phi)$  とすると,  $OP$  方向に振動する光の屈折率は  $R$  となる。

(a)



(b)

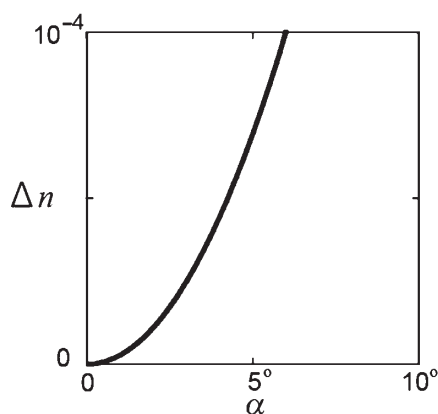


図 9. 水晶中で  $c$  軸に対して角度  $\alpha$  だけ傾いて進行する光の, (a) 正常光 (屈折率  $n_o$ ) と異常光 (屈折率  $R$ ) の成分, および (b) その屈折率の差  $\Delta n (= R - n_o)$  の  $\alpha$  依存性。

## 3-2. 複屈折

水晶に入射した光は、その振動の方向によって屈折率が異なるため、正常光と異常光という2つの成分に分かれる。ただし、水晶中の光の進行経路は共通である。いま、厚さ  $d$  の水晶中を波長  $\lambda$  の正常光と異常光が通過する際に、どれだけ位相に差が出るかを考えよう (図 10)。水晶の場合、正常光 (屈折率  $n_o$ ) に比べて異常光 (屈折率  $R$ ) の速度が遅い。このため、異常光が距離  $d$  をちょうど通過し終わったとき、すでに正常光は先に進んでいる。正常光と異常光の位相の差を  $\delta$  とすると、それは速い光が遅い光に比べて何波長分だけ先を進んでいるか、ということの意味する。距離  $d$  の通過にかかる時間差  $\Delta t$  に、空気中の光の振動数  $\nu$  (真空中の値  $c/\lambda$  で近似する) を掛けると位相差となる<sup>4), 7)</sup>。

$$\Delta t = d/v_e - d/v_o = d\Delta n/c \quad (8)$$

ここで、

$$\Delta n = R - n_o \quad (9)$$

である。したがって、

$$\delta = c\Delta t/\lambda = d\Delta n/\lambda \quad (10)$$

水晶ポイント (底面  $\perp c$ ) について、エアリースパイラルを観測しているときの、同心円状に見える部分の光の通過距離を考えてみよう。図 11 は、干渉像を観察している水晶の斜面を真横から眺めた図である。光を感知する部分を、目の代わりに単純化して観測点  $O'$  とする。鉛直方向  $OO'$  は  $c$  軸と一致しており、底面において点  $A$  と  $B$  が点  $O$  の両側に存在する。 $A$  から入った光は  $A'$  までが水晶内の通過距離である。 $B'$  を通り  $AB$  に平行な線を引き、 $AO'$  と交わる点を  $A''$  とすると、見込み角  $\alpha_A = \alpha_B$  のとき、 $AA'$  は  $BB'$  に比べて  $\Delta d (= A'A'')$  だけ長い。 $ABO'$  面内において、点  $A''$  から  $A'B'$  に垂直な線を引き、斜面までの長さを  $x$  とすると、 $\Delta d$  は  $x$  で近似できる。すなわち、

$$\Delta d \approx x = 2 QB' \tan 38.2^\circ = 2 QO' \tan \alpha_B \tan 38.2^\circ \quad (11)$$

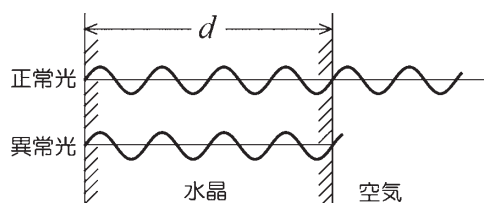


図 10. 異常光が厚さ  $d$  の水晶を通過し終わったときの、正常光との位相のちがひ。正常光と異常光は、水晶中では光線としてまったく重なっており、振動方向は互いに垂直であるが、わかりやすくするために並べて示している。

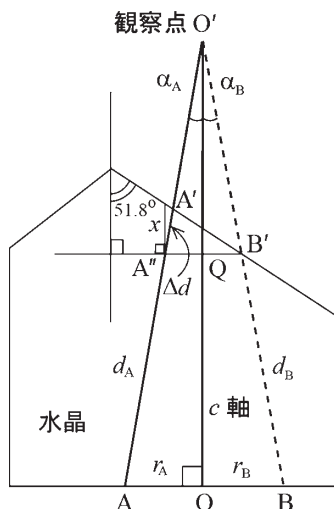


図 11. 水晶ポイント ( $\perp c$  底面) の下から光を入れたときの、光の通過距離のちがひ。見込み角  $\alpha_A = \alpha_B$  のとき、光線  $AA'$  は光線  $BB'$  に比べて通過距離が  $\Delta d$  だけ長い。 $\Delta d$  は長さ  $x$  で近似できる。

$AA'$  と  $BB'$  について、光の位相差の比をとると、(10) 式より、

$$\delta_A / \delta_B = (d_A / d_B) (\Delta n_A / \Delta n_B) \quad (12)$$

したがって、 $\delta_A / \delta_B = 1$  を満たす条件は次式となる。

$$\Delta n_A = \Delta n_B / (d_A / d_B) \quad (13)$$

図 9 (b) からわかるように、 $\Delta n$  は見込み角  $\alpha$  のわずかなちがいで大きく変化する。よって  $AA'$  のほうが水晶中の通過距離が長いが ( $d_A / d_B > 1$ )、その効果は角度  $\alpha_A$  を少し小さくすることで解消される。

具体的に、図 4 の場合を例にとって計算してみよう。 $r = 6.5 \text{ mm}$ ,  $OQ = 35 \text{ mm}$ ,  $QO'$  は  $30 \text{ mm}$  と仮定すると、 $\alpha_B = \tan^{-1} (6.5 / 65) = 5.71^\circ$ ,  $d_B = OQ / \cos \alpha_B = 35.17 \text{ (mm)}$ , (11) 式より  $\Delta d \approx 4.72 \text{ mm}$  であるから、 $d_A / d_B = 1.134$  となる。図 9 (b) のグラフで、 $\alpha_B = 5.71^\circ$  に対応する屈折率の差を読む。そうすると、 $\Delta n_B = 8.94 \times 10^{-5}$  より、式 (13) から  $\Delta n_A = 7.88 \times 10^{-5}$  となり、これに対応する見込み角  $\alpha_A$  は  $5.36^\circ$  となる。つまり、B に比べて A のほうは、見込み角が  $0.35^\circ$  だけ小さくなることで、光の位相差が同じになっている。この見込み角のちがひは、無視しうるほど小さい。結局、底面の点 O を中心とし半径  $r$  の円周上近傍を通過して観測点  $O'$  に到達する光は、正常光と異常光の位相差  $\delta$  が共通となる条件を満たすため、複屈折による干渉の結果、同じ色のほぼ円形の線として見えることになる。

### 3-3. 旋光性

水晶の  $c$  軸方向に進む光の振動方向は、光の進行に伴って回転する。この旋光性と複屈折との効果が組み合わさることで、検光子に円偏光板を用いると渦巻き状の模様として見える。その原理については、前報ですでに解説した<sup>1)</sup>。 $c$  軸に垂直な水晶板についてのエアリースパイラルに関する詳しい理論的な取り扱いについては文献 8) を参照されたい。結局、光源のちがうところから出ている光が水晶を通過してレンズに入って焦点を結んでいるが、それらの光は干渉していない（つまり合成されている）。水晶に対しての光線の角度がほぼ同じなら同じ明るさの色となり、水晶の平行板も水晶ポイントも結局、同じ模様が見えているということになる。光線の角度のちがいによる色の変化のほうが激しいので、水晶中の通過距離による色の変化は目立たない。ポイントプリズムの開発者、山本良久氏によると、同一の水晶から切り出した  $\perp c$  研磨水晶ポイントと水晶板とは、エアリースパイラルの回転方向は一致していたとのことである。これは、上記の理論的な推定と一致する。つまり、スパイラルが右巻きであれば、右水晶（右旋性水晶）である。ちなみに、エアリースパイラルの右巻きとは、観測者が光源に向かってスパイラルを観察したとき、渦巻き模様を渦の中心から外側にたどると、時計回りであるときをいう。

## 4. ポイントプリズムの適応性

### 4-1. 水晶ポイント

自然に成長した六角柱状の水晶であれば、底面が  $c$  軸に垂直に研磨していなくても、エアリースパイラルが見えると期待される。そこで、ブラジル産の水晶について実際に、ポイントプリズムを試してみた。まず、底部が白濁しているものは光が通過せず、干渉色がまったく見えなかった。そこで、根元まで透明で混濁部がないもの 2 本について試した（長さ 4～5 cm）。底部の不規則に割れた断面を反映して、同心円状の縞模様が変形して歪んで見える。そのため、渦巻きの方向が右か左かまでは、とても見分けがつかない。先端の斜面のどれを試しても干渉色が見られることから、水晶の伸長方向はまちがいに  $c$  軸であることが確認できた。なお、水を入れたシャーレに水晶の底部を浸して、光の屈折を抑えても、渦巻きはきれいには見えなかった。干渉像に対するノイズの原因は、底部の形状ではなく、おそらく採取されたときのストレスによる、結晶格子の歪みのためと推定される。

図 1 に示した 3 本の水晶ポイントについて、斜面 6 か所のどこを選んでも干渉像が見えるはずなのに、1 つの斜面でしか見えないサンプルがあった（図 1 右側の水晶）。この水晶について、光の幅を直径 5 mm に絞って、エアリースパイラルの中心が見えるときの光の通過経路（つまり  $c$  軸）を調べたところ、六角柱の外形に対して斜めに傾いていることがわかった（図 12）。おそらく、結晶本来の伸長方向は無視して、原石の割れを避けて水晶ポイントの形にカットし整形したためであろう。観賞用の比較的大きい水晶ポイントは、表面が研磨されている例がほとんどであるが、上記の例はそれらのすべてが自然の結晶面からなるとは限らないことを物語

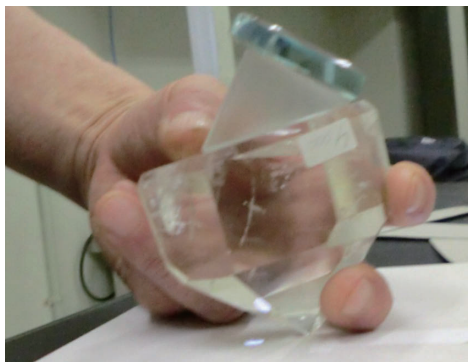


図 12. 干渉像が斜面の 1 つしか見えない水晶ポイントの  $c$  軸方向の同定。偏光板の上に直径 5 mm の穴があいた遮光紙をのせ、先端の斜面から光（写真下側にスポットが見える）をあてて、エアリースパイラルの中央が見えるときの水晶の方位を写真に撮った。 $c$  軸が六角柱の方向と一致していないのは、人工的にカットして研磨した外形だからである。

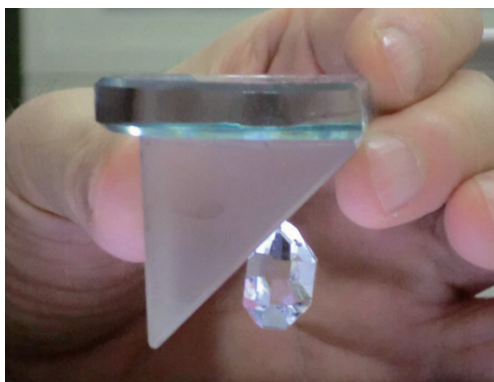
っている。

#### 4-2. 両剣形水晶

アメリカのニューヨーク州ハーキマーで産出する水晶を、ハーキマーダイヤモンドと呼ぶ。これは、泥岩の穴の中で水晶が熱水中に漂う状態で結晶化したため、六角柱の両端がとがった、ころっとした形をしている。10 mm 角程度のハーキマーダイヤモンドの斜面に対して、ポイントプリズムをあてて観察したところ、ほぼ直線的な縞模様のほかに、線の間隔が比較的広く湾曲した縞なども見えた（図 13）。ハーキマーダイヤモンドを傾けると、方向によって直線的な縞模様の領域が増えることから、これはポイントプリズムに接着させた面と平行な結晶面から入った光の干渉像であることがわかった。また、乾いたティッシュで、ポイントプリズムに接着している以外の水晶の結晶面を順にカバーしたところ、線の間隔が広く湾曲していた縞模様は、ポイントプリズムに接着していない、すぐ横の斜面からプリズムに入ってくる光によるものであることが判明した。

試行錯誤の末に、ハーキマーダイヤモンドのような両剣形水晶について、 $c$  軸方向にそって光を通過させるには、2 つの三角プリズムを使えばよいことに気づいた。その配置および光の通過経路を図 14 (a) に示す。この配置で、同心円状の縞模様が観察可能であることを確認した（図 14 b）。ただし、水晶のサイズが 1 cm 角程度と小さいので、干渉像の視野がせまい。見る方向を変えると見える範囲が動くので、縞模様の始点から線をたどると、右巻きか左巻きかは判別可能である。サイズが大きくなると、干渉像がもっとはっきり見えることが期待される。しかし、ハーキマーダイヤモンドは大型になるほど不透明であったり、中に水などの内包物があったりする。試しに、2 cm 角の比較的透明度の高いハーキマーダイヤモンドを購入して、干渉像を調べてみることにした。このサンプルは泥を表面付近の一部に内包して濁っているた

(a)



(b)

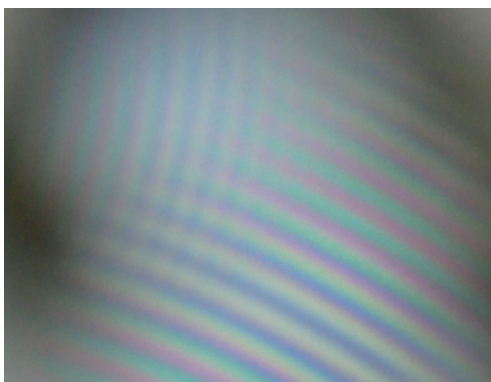
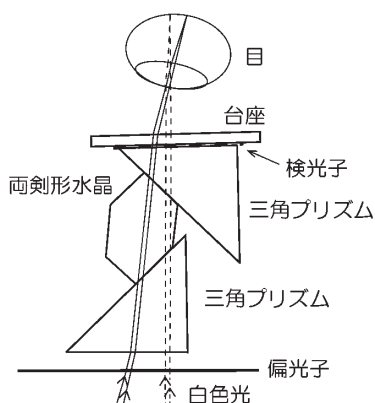


図 13. ハーキマーダイヤモンドについての干渉像の観察。(a) ポイントプリズムに水晶の斜面を水で接着させた状態と、(b) そのときに見える干渉像。

(a)



(b)

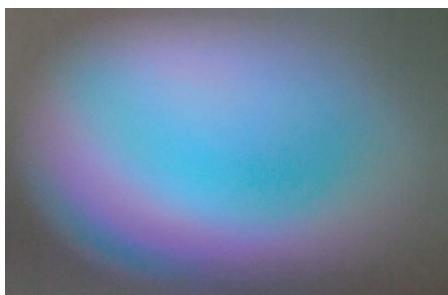


図 14. 両剣形水晶のエアリースパイラルの観察における (a) 2つの三角プリズムの配置と光の通過方向、(b) ハーキマーダイヤモンド (10 × 10 × 15 mm) についての干渉像の測定例。結晶が小さいことと両剣形であるために視界がせまい。

め、見る方向によって干渉像にノイズが入った。また、干渉色がやや不鮮明で白っぽく見えた。おそらく結晶性があまりよくないためと思われる。結晶のサイズが大きくなったことで干渉像の視野が広がることを期待したが、縞模様の中央の円周をとらえるのが精一杯であり、明快な渦巻き模様の写真は撮れなかった。なお、図 14 (a) において、ハーキマーダイヤモンドの上下の斜面を組み合わせて、できるだけ視野を広げるためには、2つの三角プリズムは互いに  $60^\circ$  回転させてねじれの位置にすることも可能である（ただし、結晶を2つのプリズムに密着させながら保持するのは容易ではない）。それとは対照的に、底面を  $\perp c$  にカットした水晶ポイントは、干渉像を観察するという目的に対して視野が広いという点でたいへん有利である。

人工的にカットしてつくられた両剣形水晶も市販されている。そこで、透明度の高いものを



4本選んで購入してみた（サイズは $2 \times 2 \times 5$  cm 程度）。比較的安価である。ブラジル産の水晶で、先端は両側ともカットして研磨したもの、とのことであった。図 14 (a) に示したように、2つの三角プリズムではさんで、1つの水晶について斜面6つについて順に干渉像の観察を試みたところ、干渉色が不鮮明であったり、縞模様が歪んで不規則な形にしか見えなかった。4本とも、同心円状の渦巻きがクリアに見えるところがあった。先端の尖った方から六角柱の断面を見ると、相対する側面が必ずしも平行ではない。このことから、六角柱の側面も自然の結晶面ではなく、人工的に磨かれた面であることがわかった。水晶柱の長軸方向は、ほぼ  $c$  軸方向であるが、厳密に柱の方向が  $c$  軸とは一致していないものもあった。結局、みかけは透明でも、単結晶としての光学的な質は低いため、エアリースパイラルの観察には不向きであることがわかった。

## 5. 考察

### 5-1. エアリースパイラル観察の条件

水晶ポイントについて、ポイントプリズムを使ってエアリースパイラルを明瞭に見るための条件は、底面を  $c$  軸に垂直にカットしてあること、および先端から底面に至るまで無色透明であり、底面も含めてわずかな濁りや割れもないことである。ただし、光学的に高品質であるかは、実際に干渉像を観察してみないとわからない。ハーキマーダイヤモンドもそうであるが、天然水晶はサイズが大きくなるほど透明度の高いサンプルは珍しい。それは、高温高压下で熱水に溶けていた二酸化ケイ素から結晶の種ができ、それが成長する際に、他からじゃまされずに単結晶がゆっくり時間をかけて成長するような条件はなかなか満たされないためと推定される。

人工的に加工研磨された水晶ポイントもあるので、結晶外形だけでは自然に成長した結晶面かどうかかわからない。六角柱の方向が結晶の  $c$  軸と一致しているのならば、先端の斜面6カ所それぞれについてポイントプリズムをあてれば、いずれも干渉縞が見えるはずである。しかし、それでは手間がかかる。そこでもっと簡便な検査方法を考えた（図 15）。ライトパネルの上に偏光板をかぶせ、その上に水を入れたガラスのシャーレを置く。そして水晶ポイントの先端を下に向けて水の中に入れ、水晶の底面を円偏光板を通してみる。そうすると、結晶の  $c$  軸が鉛直方向と一致したときに、干渉色がすべての斜面について同時に観察される（図 15 b）。結晶軸とは無関係にカットされた、見せかけの六角柱状水晶ポイントは、柱の方向を立てても、それが結晶の  $c$  軸と一致していないために、まったく色が見えない。小型のハーキマーダイヤモンドについては、結晶全体を水に浸けて  $c$  軸方向に立てると、円偏光板を介してカラフルな縞模様を見ることができる（図 15 d）。

### 5-2. 水晶の品質

水晶についてエアリースパイラルが観察できれば、その渦巻きの方向で、右水晶か左水晶か

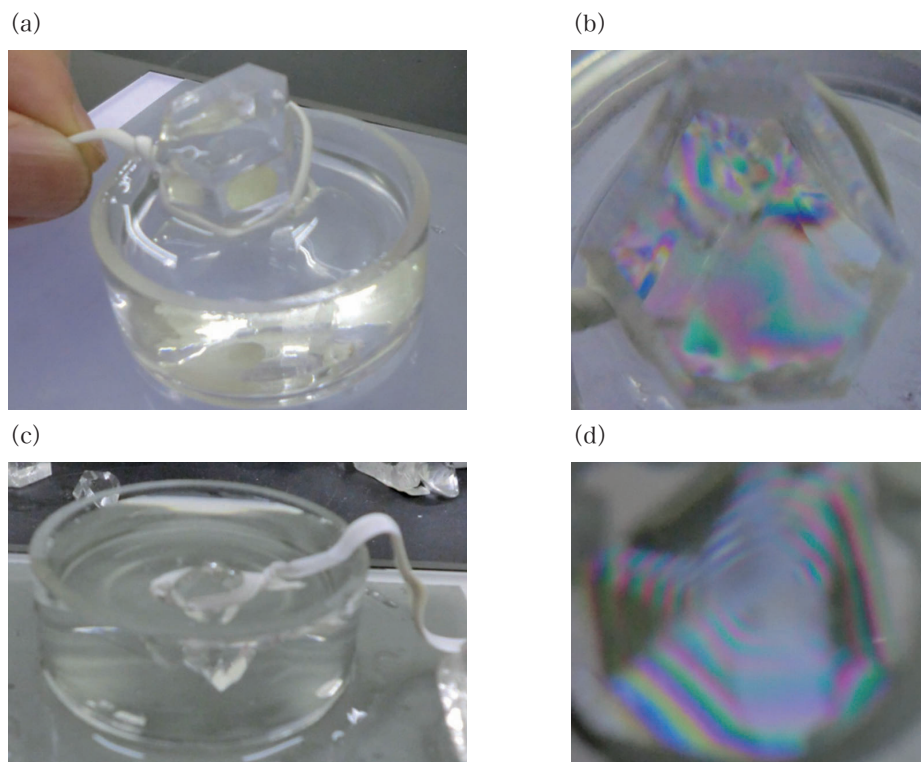


図 15. 水晶の  $c$  軸方向の確認。ライトパネルの上に偏光板を敷き、(a) 水晶ポイント（底面  $\perp c$ ）の先端をシャーレの中の水に入れ、ビニールでカバーされた針金を利用して  $c$  軸方向を鉛直に立て、(b) それを上から円偏光板を介してみると干渉色が見える。ハーキマーダイヤモンドについては、(c) 水の中に完全に浸して  $c$  軸を立てると、(d) 円偏光板を介して干渉色が見える。なお、干渉色の撮影には、鉱物・化石 やまもと店の QDL ファインダーのレンズ（円偏光板とレンズが一体となったもの）を使用した。

を判別できる。水晶中では、 $\text{SiO}_4$  の正四面体が頂点を共有して 3 次元のネットワーク構造を形成している。その一部に着目すると、右水晶の場合は結晶中で  $c$  軸方向に左巻きのらせん軸 ( $3_2$ ) をもつ<sup>1)</sup>。干渉像を観察することにより、このように原子配列というミクロな情報までわかることは意義があると思われる。また、エアリースパイラルがはっきり見えるということは、それだけ結晶が理想的な構造で、歪みや割れなどが無い、光学的に高品質なサンプルであることがわかる。

水晶ポイントについての干渉像を観察するには、天然産よりも人工水晶のほうが好都合であった。それは、透明度が高く均一な材質だからである。もちろん、宝石としての価値は天然産の水晶のほうが高い。ちなみに、透明度の高い水晶が天然産か人工合成物かは、赤外線吸収スペクトルを測定することで判別できることが知られている。天然水晶は、ブラジル産であれ日本産であれ、 $3595\text{ cm}^{-1}$  に弱いながらも鋭い吸収が見られる。それに対して合成水晶は、 $3585\text{ cm}^{-1}$  とわずかに低エネルギー側にシフトしている<sup>9)</sup>。この吸収ピークは、格子欠陥にお

ける OH 基に由来する<sup>10)</sup>。水晶中で Si の形式電荷は +4 であり, Si 原子が抜けたような格子欠陥では, そのすき間に  $\text{Al}^{3+}$  または  $\text{Na}^+$  などの金属陽イオン, そして  $\text{H}^+$  も入り込むことによって電荷が中性に保たれていると推定される。このような格子欠陥は, 天然でも合成でも水晶が成長する過程で結晶中に生じるが, 温度や圧力などの結晶化条件が天然と合成とでかなり異なるため, それが欠陥中の OH 基のまわりの配置のちがいとして検出されると推定されている。このような格子欠陥は, 振動子としての水晶の性能を低下させるため, 人工水晶の等級は  $3585\text{ cm}^{-1}$  付近の吸収が少ないほど高い<sup>10)</sup>。

### 5-3. 干渉色と偏光色

鉱物などの薄片を偏光顕微鏡で観察すると, 透明無色の部分にも色がつく。これは, 試料に偏光を当てることによって, 屈折率の異なる光の成分に分かれ, それがもう 1 枚の偏光板を通過する際に合成され, さまざまな色が生じている<sup>11)</sup>。このような場合に, 慣習上, 干渉色という用語が用いられてきた。しかし, シャボン玉のような薄膜による光の干渉によって生じる色とは原理的にちがうものであり, 誤解を招きやすい。それを避けるために, 最近では偏光色という用語が使われているらしい<sup>12)</sup>。学術用語は, その内容を正しく表記すべきであることは当然であるが, 使い慣れている用語が急に使えなくなるのもまた不便である。

### 謝辞

自形水晶についてのエアリースパイラルを観察するというアイデア, およびそのための器具を開発し提供していただいた, 鉱物・化石 やまもと店主の山本良久氏に深く感謝する。また, 干渉像の理論的な解釈について有益なコメントをいただいた, 慶應義塾大学日吉物理学教室の三井隆久博士に感謝する。ここで報告した研究は, 慶應義塾大学学事振興資金 (平成 25 年度) を用いて行われた。

### 参考文献

- 1) 大場茂, 大橋淳史, 「右水晶と左水晶の区別」慶應義塾大学日吉紀要, 自然科学 No.46, 13-41 (2009 年)
- 2) 鉱物と化石 やまもと, 「ポイントプリズム使用説明書」(2010 年)
- 3) Le Page, Y. and Donnay, G. (1976) "Refinement of the Crystal Structure of Low-Quartz," *Acta Crystallogr.* B32, 2456-2459.
- 4) 児玉帯刀著, 「光」(槇書店, 1979 年)
- 5) 「理化学辞典」(長倉三郎他編集, 第 5 版, 岩波書店, 1998 年)
- 6) 「化学便覧, 基礎編」(日本化学会編, 改訂 5 版, 丸善, 2004 年)
- 7) Bloss, F. D. (1999) *Optical Crystallography*. Washington, D.C.: Mineralogical Society of America. pp. 83-106.

- 8) Geday, M. A. and Glazer, A. M. (2002) “A New View of Conoscopic Illumination of Optically Active Crystals,” *J. Appl. Cryst.* **35**, 185–190.
- 9) 林政彦, 間中裕二, 高木秀雄, 「天然と合成クォーツ, 特に水晶における FT-IR と CL 像による特徴」 宝石学会誌 21, 27–32 (1996 年)
- 10) 「人工結晶」 (日本工業規格, JISC 6704, 2009 年)
- 11) 井上勤監修, 「岩石・化石の顕微鏡観察」 (地人書館, 2001 年)
- 12) 石川 謙, 「干渉色図表と偏光色図表」 私家版液晶・有機光電子材料実験講座 (2005 年)。  
<http://www.op.titech.ac.jp/lab/Take-Ishi/html/ki/hg/et/sb/polccintcc/polccintcc.html>