

Title	ローレンツ力に関する学生実験について
Sub Title	On the observation of lorentz force as an experiment for undergraduates
Author	阪口, 真(Sakaguchi, Makoto) 松浦, 壮(Matsuura, So)
Publisher	慶應義塾大学日吉紀要刊行委員会
Publication year	2012
Jtitle	慶應義塾大学日吉紀要. 自然科学 (The Hiyoshi review of the natural science). No.51 (2012. 3) ,p.9- 21
JaLC DOI	
Abstract	We present a realization of the experiment on the Lorentz force that is appropriate for undergraduate students. We formulate the experiment so that the meaning is clear even for the students in humanities and social sciences. In particular, the neodymium magnet is introduced insted of a coil to generate the magnetic field. In addition, the Lorentz force is measured as the force on the electric current by the magnetic field. We also introduce an experiment on the electric field by using conductive papers and that on the Ampère's law by using a Tesla meter.
Notes	原著論文
Genre	Departmental Bulletin Paper
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN10079809-20120331-0009

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the Keio Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

ローレンツ力に関する学生実験について

阪口 真・松浦 壮

On the Observation of Lorentz Force as an Experiment for Undergraduates

Makoto SAKAGUCHI and So MATSUURA

要約

We present a realization of the experiment on the Lorentz force that is appropriate for undergraduate students. We formulate the experiment so that the meaning is clear even for the students in humanities and social sciences. In particular, the neodymium magnet is introduced instead of a coil to generate the magnetic field. In addition, the Lorentz force is measured as the force on the electric current by the magnetic field. We also introduce an experiment on the electric field by using conductive papers and that on the Ampère's law by using a Tesla meter.

Keywords: Lorentzforce, education, experiment

1 序論

1820年エルステッドは、電流によって磁針が振れることを偶然発見した。これに端を発し、電流の作る磁場を記述するアンペールの法則やビオ・サバールの法則が次々と発見された¹。電流が磁場を生むことは、磁場中の電流に力がはたらくことを意味する。この現象のミクロな起源は、電流が電荷の流れであることから、運動する電荷が磁場から受ける力にあることが分かる。この力はローレンツ力と呼ばれ、電荷 q をもつ荷電粒子が電場 E と磁場 B の中で速度

慶應義塾大学日吉物理学教室 (〒 223-8521 横浜市港北区日吉 4-1-1) : Department of Physics, Keio University, 4-1-1, Hiyoshi, Kohoku-ku, Yokohama 223-8521, Japan. [Received Oct. 7, 2011]

¹ 電磁気学の教科書 [1]などを参照のこと。最近刊行の教科書としては例えば [2]があげられる。

v で運動する場合

$$F = q(E + v \times B) \quad (1)$$

で与えられる。

ローレンツ力は現代物理学の2つの重要な発展の契機となった。一つは相対性理論である。(1)は観測者に対して荷電粒子が速度 v で運動しているとき受ける力だった。ところが、もし観測者が荷電粒子と同じ速度で運動していたらどうだろう。荷電粒子は観測者に対して「静止」しているので磁場からは力を受けない。つまり荷電粒子とともに運動している観測者が観測する電場 E' は、静止している観測者が観測する電場 E や磁場 B と

$$E' = E + v \times B$$

の関係にある。これは座標系によって観測される物理が「相対的」であることを意味する。二つ目は素粒子実験への応用である。素粒子加速器実験は当初(1)の第1項の電場による線形加速器で行われていた。他方第2項は、荷電粒子が磁場に垂直な面内に入射したとき、運動方向と力の方向が垂直なので円運動することを表す。これにより小型化・効率化が可能な円型加速器が素粒子加速器の主流となり、これ以降の素粒子物理学の発展に大きく寄与した。また、素粒子の飛跡を検出する装置である霧箱に磁場をかけることで、飛跡の曲率から粒子の質量を求めると、検出器においても重要な役割を果たした。

ローレンツ力を実験授業で取り上げる際、ホール素子を使った実験が広く採用されている。ところがしばしば、強力な永久磁石が入手困難だったため、円形コイルに電流を流して磁場を発生させるなど、実験の構成そのものが堂々巡りにならざるを得ない。またホール素子を使った実験には、素子そのものが大変小さいことにより、特に文系学生にとってブラックボックスとなってしまう恐れもある。

このノートは、これらの点の改善策を模索し、電磁気に関する実験を文系学生に対する物理学実験に新たに導入するための考察と試案をまとめたものである。

1点目の改善策としては、強力な永久磁石を使う以外にない。1984年に開発されたネオジム磁石は従来よく使われたフェライト磁石などでは得られない強力な磁場を発生させ、近年比較的安価に手に入るようになった²。そこでこのネオジム磁石を実験に取り入れることにした。また2点目に関しては、ローレンツ力のマクロな発現である、電流を流したアルミ棒にかかる力を定量的に測定することにした。

上記のローレンツ力の実験に加え、その導入として次の2つの実験を行う。1つ目は導電紙を使ったオームの法則の実験である。この実験は導電紙に等電圧線を書き込む実験を含み、場の概念の導入となる。2つ目は、電流を流したアルミ棒の周りの磁場の強さをテスラメーター(検磁計)を使って測定するもので、アンペールの法則を定量的に検証する。まとめると本実

² 小さいものなら100円均一ショップでも購入することができる。これらネオジム磁石を使った科学おもちゃがWeb上[3]で紹介されている。

験は次の3つの柱からなる。

- オームの法則の検証実験
- アンペールの法則の検証実験
- ローレンツ力の検証実験

このノートの構成は以下の通りである。本実験の基本原理に関する簡単な解説を次節で行う。続く第3節では上で述べた実験の具体的方法の説明とあわせて、実際に行った実験の結果について述べる。第4節でまとめと考察を行う。

2 実験の原理

この節では3本の実験に関連したオームの法則，アンペールの法則，ローレンツ力について、実験で必要な範囲で簡単に解説する。

2.1 オームの法則

導体の2点間の電位差 V (V; ボルト) と電流 I (A; アンペア) は比例する。これはオームの法則

$$V = IR \quad (2)$$

として知られ、 R (Ω ; オーム) はこの2点間の抵抗と呼ばれる³。特に一様材質の場合、抵抗 R は (長さ L (m) / 断面積 S (m^2)) に比例し、

$$R = \rho \frac{L}{S} \quad (3)$$

とあらわされる。ここで比例定数 ρ ($\Omega \cdot \text{m}$) は抵抗率と呼ばれる。

2.2 アンペールの法則

電流が流れると磁場が発生する。電流素片 $I d\ell'$ (電流 I が流れる微小部分 $d\ell'$) が r 離れた位置に作る磁場 $d\mathbf{B}$ は、

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\ell' \times \mathbf{r}}{|\mathbf{r}|^3} \quad (4)$$

で与えられる (図1左参照)。ここで $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{N/A}^2$ は真空の透磁率と呼ばれる。特に、無限に長い直線電流が距離 r の点に作る磁場は

³ キャヴェンディッシュがオームに先んじて1781年に発見していたが発表しなかった。

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad (5)$$

となる (図1 右参照)。磁場の強さの単位は T (テスラ) で測られ, $1\text{T} = 10000\text{G}$ (ガウス) である。

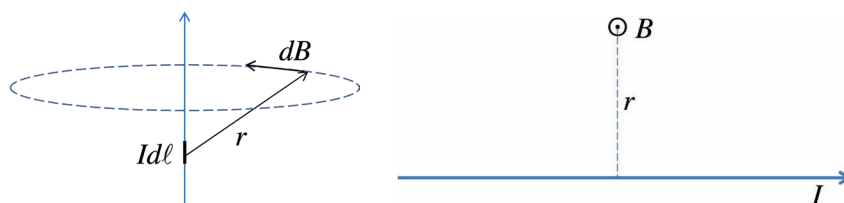


図1：電流による磁場の発生

2.3 ローレンツ力

アンペールは, 磁場 B ($\text{T} = \text{N}/\text{mA}$; テスラ) 中の電流素片 Idl に働く力が,

$$dF = Idl \times B$$

であることを発見した (図2 左参照)。この力のマイクロな起源は, 磁場 B (T) 中を速度 v で動く電荷 q (C; クーロン) を持つ荷電粒子が受ける力であるローレンツ力

$$F = qv \times B \quad (6)$$

にある (図2 右参照)。一般にはローレンツ力という場合, 電場 E を含む (1) を指す。

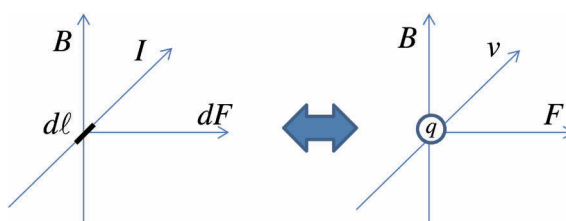


図2：ローレンツ力

序論で述べた通り, 本実験ではローレンツ力のマクロな発現である電流に働く力を定量的に測定する。このために幾つかの方法を試した。その一つは, 電流を流したアルミ棒の磁場中での加速度を測り, アルミ棒にかかる力を求めるものである。通常2本のレールにアルミ棒を渡してレール間に電流を流すのだが, レールとアルミ棒の間の抵抗で大きな誤差が生じた。また十分な加速度を得るためには大きな電流を流す必要があり安全性に問題があった。直接アルミ棒にかかる力を測定することも考えた。この場合アルミ棒にかかる力が大変小さいため, アルミ棒と重りを軽いひもで結び, 滑車を通して重りを電子はかりに乗せて重さの変化を測定することを考えた。この場合も精度の高い高価な電子秤を使う必要があり, 学生実験で容易に破損

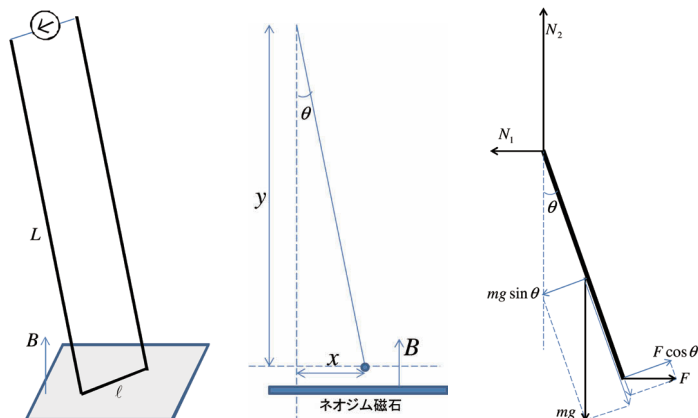


図3：ローレンツ力の実験

する可能性があるので断念した。

そこで重力とのつり合いからローレンツ力を求める方法を採用した。アルミ棒の両端に長いエナメル線をつけて吊るし電流を流すとアルミ棒の振れ幅からローレンツ力を求めることができる。大きな振れ幅を得るためにはアルミ棒は軽くなければならない。その場合エナメル線がたわみアルミ棒の振れ幅を正確に測定するのに難があった。この点を改善するために、アルミ棒をコの字型に成型し吊るすことを考えた。これによりたわみを抑えられた。

結局、採用した装置は以下のとおりである。図3左のようにコの字型のアルミ棒（腕の長さ L (m) 幅 l (m)）の端点を固定し、アルミ棒の下にネオジム磁石を置く。この時ネオジム磁石の対角線上にアルミ棒が位置するように磁石をセットする。アルミ棒に電流 I (A) を流すとアルミ棒が鉛直方向から移動し x (m) 動いたところで静止したとしよう（図3中央参照）。アルミ棒の質量を m (kg) とするとアルミ棒にかかる力は、重力 mg 、ローレンツ力 F 、アルミ棒の固定端にかかる抗力 N_1 と N_2 で図3右のようになる。アルミ棒が静止していることから力のつり合い

$$F - N_1 = 0, \quad N_2 - mg = 0 \quad (7)$$

が成り立つ。これらより抗力は $N_1 = F$ 、 $N_2 = mg$ で与えられる。さらに剛体であるアルミ棒が回転しないことから、力のモーメントのつり合いが成り立つ。固定端まわりの力のモーメントのつり合いより

$$-\frac{L}{2}mg \sin \theta + LF \cos \theta = 0$$

が成り立つ。したがって $F = \frac{1}{2}mg \tan \theta$ となる⁴。さらに $|\theta| \ll 1$ の時は $y \approx L$ としてよいので、 x が分かればローレンツ力 F は、

⁴ アルミ棒の重心まわりの力のモーメントのつり合いの式 $\frac{L}{2}F \cos \theta + \frac{L}{2}N_1 \cos \theta - \frac{L}{2}N_2 \sin \theta = 0$ と (7) から同じ式が得られる。

$$F = \frac{mg}{2L}x \quad (8)$$

から読み取れる。

3 実験方法と結果

この節では3つの実験について、その方法と結果を順に述べる。

使用した実験装置は以下の通りである。

導電紙 (Kenis 120-292 200×250mm, 3枚, 短冊状 (1cm幅) 3本), 導電紙にのせる金属 (アルミ箔とおもりで代用), 直流電源装置 (ナリカ PSW-005), アナログテスター, 直線状の長いアルミ棒1本 (直径2mm), コの字型アルミ棒3本 (直径2mm, 腕の長さ $L = 80\text{cm}$, 幅 $\ell = 10\text{mm}, 30\text{mm}, 50\text{mm}$), テスラメーター (KANETEC TM-701), ネオジム磁石 (50mm×50mm×12mm), その他 (電極等を固定するためのネオジム磁石, 接点用アルミ箔少々)

3.1 電場の実験

オームの法則

1. 細い短冊状の導電紙1枚の抵抗と長さの関係を測定する (図4参照)。導電紙の幅は約1cmとした。

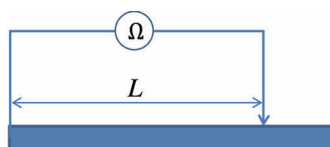


図4：抵抗と長さの測定

それぞれの抵抗値を示す長さ L の値を測定し、次表の結果を得た。

1枚	抵抗 R (Ω)	200	100	60	40
	長さ L (mm)	70	32	15	5

2. 1の実験を、細い導電紙を2枚重ねた場合、3枚重ねた場合に行い、次表の結果を得た。

2枚	抵抗 R (Ω)	200	100	60	40
	長さ L (mm)	161	84	46	30

3枚	抵抗 R (Ω)	200	100	60	40	20
	長さ L (mm)	—	135	72	43	17

上で得られた導電紙の枚数が $N = 1, 2, 3$ の場合の R/L をグラフに表すと図5のようになる。これより R と L が比例することが確認できた。

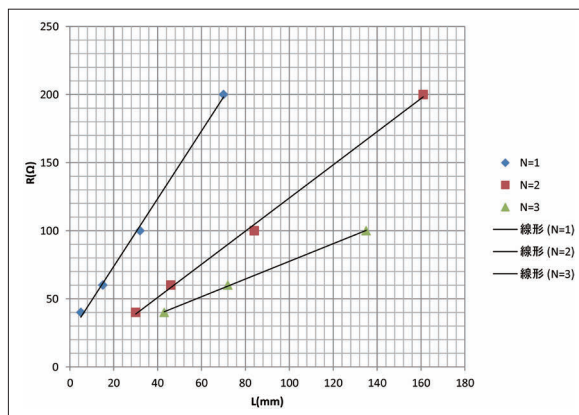


図5： R/L グラフ

またこのグラフより、 L を決めた時、 RN がほぼ一定になることが分かる。たとえば $L = 60\text{mm}$ の時、 $R \times 1 = 174$ 、 $R \times 2 = 76 \times 2 = 152$ 、 $R \times 3 = 50 \times 3 = 150$ となる。断面積 S が枚数 N に比例するので、以上より式(3)が確かめられた。

3. 図6のように短冊状の導電紙の両端に10Vの電圧を印加し、テスターを使って電圧 V と長さ L の関係を求める。

次表に結果を示す。ただし実験では電圧をかける導電紙上の距離は230mmとした。

電圧 V (V)	2.0	1.6	1.2	0.8	0.4	0
長さ L (mm)	193	182	161	129	65	0

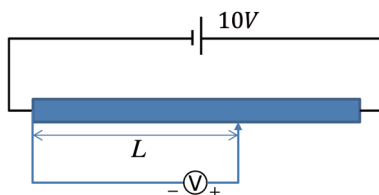


図6：電圧と長さ測定

V/L をグラフに表すと図7のようになる。これより V と L が比例することが分かる。また、 R と L が比例するという2の結果と合わせて、 V と R が比例するというオームの法則(2)が確かめられた。

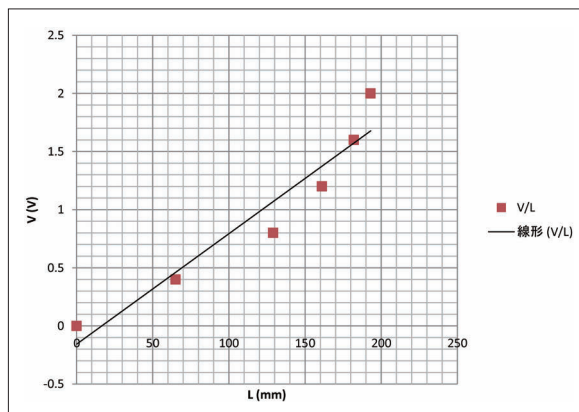


図7：V/Lグラフ

電位分布

1. 導電紙上の2点に電圧を印加する。電圧が等しい点をつないだ曲線を等電圧線という。この等電圧線に垂直に電流が流れる。オームの法則の実験から等電圧線がどのようになるかを予想し、以下の実験を行う。テスターで電圧が等しい点を探し、導電紙上に×印をつける。等電圧線を書くとき、白色マーカーで導電紙の×印をなぞって等電圧線を書く。あるいはカーボン用紙を使ってノートに転写してもよい。得られた等電圧線は図8のようになる。
2. 完全導体である金属の表面では等電圧のはずである。導電紙上に電気を通す金属を置いたときの等電圧線を予想し、以下の実験を行う。テスターで電圧が等しい点に印をつけ、線でつなげて等電圧線を書くと図9のようになる。
3. 電流は境界から外に流れ出ない。電流と垂直である等電圧線は、したがって境界に垂直になっているはずである。導電紙に穴をあけた場合の等電圧線を予想し、以下の実験を行う。テスターで電圧が等しい点に印をつけ、線でつなげて等電圧線を書く。その結果、図10のようになる。

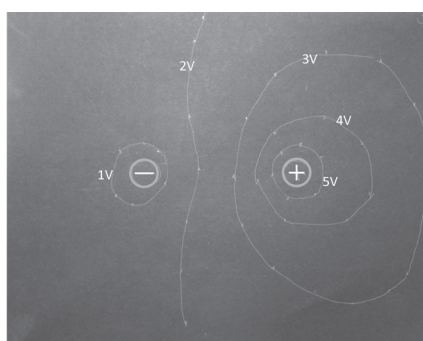


図8：等電位線

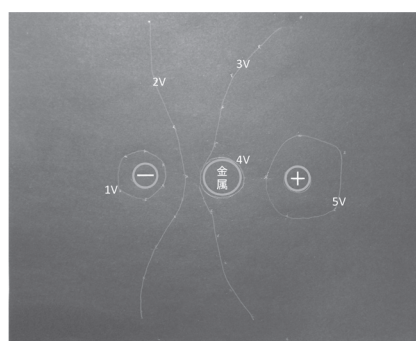


図9：金属がある場合の等電位線

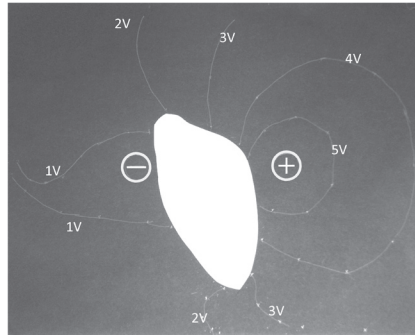


図10：穴がある場合の等電位線

3.2 磁場の実験

1. テスラメーターのプローブの先端にはホール素子があり磁束密度を測ることができる。アルミ棒に電流を流し、電流値を変えてアルミ棒から距離 $r = 3\text{mm}$ 離れた点の磁束をテスラメーターを使って測定した (図11参照)。本実験で使用する電源装置は、電流制限を表すランプが点灯すると定電流電源として使え、ランプ下のつまみで電流値が変えられる。

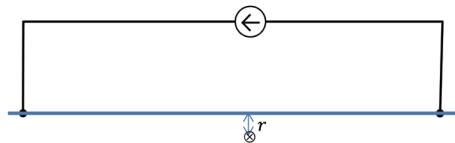


図11：電流と磁場

得られた結果は以下のとおりである。

磁束密度 B (G)	1	2	3
電流 I (A)	1.25	3.3	5.0

B/I をグラフに表すと図12のようになり、 B と I が比例することが分かる。

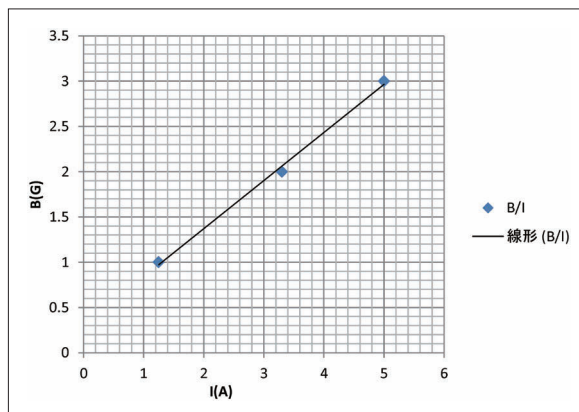


図12：電流と磁場

2. アルミ棒に電流を流し、アルミ棒からの距離 r を変えて磁束を測定して次の結果を得た。

磁束密度 B (G)	3	2	1
距離 r (mm)	3	5	10

これより Br がほぼ一定値になることが分かる。これは B と r が反比例することを示しており、式 (5) が確かめられた。

3.3 ローレンツ力の実験

1. ネオジム磁石は大きさ $50\text{mm} \times 50\text{mm} \times 12\text{mm}$ で、安全のため段ボール紙で包んである。この磁石の表面の磁束密度をテスラメーターを使って測定した。ここで x (mm) は $50\text{mm} \times 50\text{mm}$ の磁石の対角線上、磁石の角からの距離である。

x (mm)	0	10	20	30	40	50	60	70
B (T)	0.1594	0.2850	0.2470	0.2290	0.2280	0.2510	0.2690	0.1933

2. 電子秤を使いアルミ棒の重さ m を測ると $\ell = 30\text{mm}$ のアルミ棒は $m = 13.8\text{g}$ 、 $\ell = 50\text{mm}$ のアルミ棒は $m = 14.9\text{g}$ だった。
3. 図3にあるようにアルミ棒 (長さ $L = 0.8\text{m}$ 、幅 $\ell = 0.03\text{m}$) のフック状の端点をクリップに引っ掛け、アルミ棒の下にネオジム磁石を置いた。アルミ棒の端点に電流電源をつなぎ電流 I (A) を流し、電流 I を変えて、アルミ棒の振れ幅 x (m) を計測した。この結果から $mg/2L$ を求め、式 (8) からそれぞれの x に対して F を求めると次のようになった。

I (A)	0.5	1.0	1.5	2.0
x (m)	0.023	0.044	0.061	0.088
F (N)	0.00194	0.00372	0.00516	0.00744

ただしアルミ棒とネオジム磁石の距離は触れない限りできるだけ近くなるようにネオジム磁石の高さを調整した。またアルミ棒と固定点の抵抗を減らし通電をよくするためにアルミホイールを巻きつけた⁵。

同様の実験を $\ell = 50\text{mm}$ のアルミ棒を使って行った。結果は次の表の通りである。

I (A)	0.5	1.0	1.5	2.0
x (m)	0.038	0.073	0.109	0.131
F (N)	0.00347	0.00666	0.00995	0.01196

以上の結果を F/I をグラフにすると図13のようになり、これより F と I が比例することが確認できた。傾きは $\ell = 30\text{mm}$ の場合 0.00365N/A 、 $\ell = 50\text{mm}$ の場合 0.00620N/A だった。

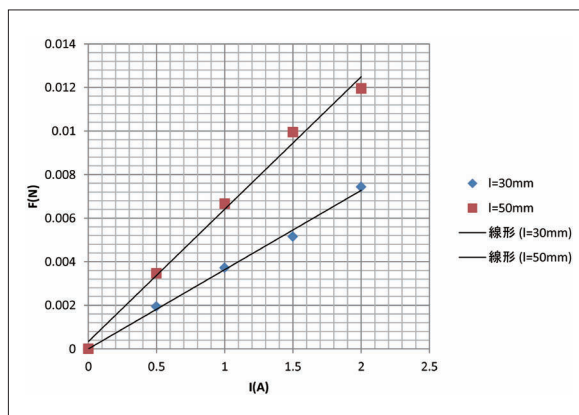
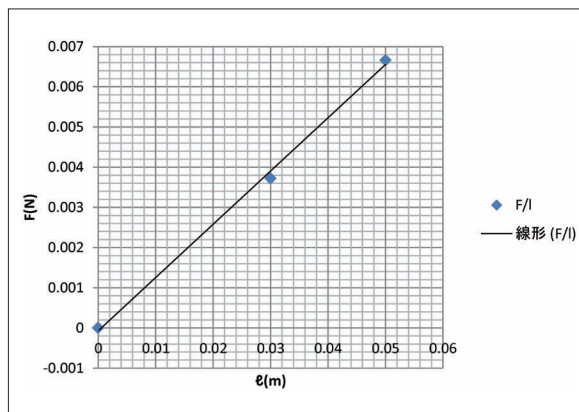


図13：電流と F

4. $I = 1.0\text{A}$ の時の F の値を ℓ に関してグラフにすると図14が得られた。これより F と ℓ が比例することが確認できた。傾きは 0.13N/m だった。

⁵ 当初、固定端とアルミ棒の接点の抵抗が安定しないためにアルミ棒が振れて正確な測定値が得られなかったが、モーターの接点をヒントにアルミ箔を巻きつけることで、この問題を克服することができた。

図14： F と l

5. 3と4より, F は lI に比例するといえる。この比例定数を α とすると、その次元は $[F/lI]$ なので、単位は N/mA つまり T (テスラ)であることが分かる。3で得られた傾き $=\alpha l$ であることから、比例定数 α は、 $l=30mm$ の時 $\alpha=0.122T$ 、 $l=50mm$ の時 $\alpha=0.124T$ となる。

また、4で得られた傾き $=\alpha I$ であることから、比例定数 α を求めると $\alpha=0.13T$ とほぼ等しい結果が得られた。

α の値が1で計測した B の値とほぼ等しいことから、ローレンツ力 $F=lIB$ が検証できたといえる。

4 まとめと考察

学生実験に電磁気に関する実験を導入すべく(1)オームの法則、(2)アンペールの法則、(3)ローレンツ力の3つに関する実験を行った。(1)では導電紙を使い抵抗率を求めた。またテスターを使い導電紙上に等電圧線を表した。(2)では直線のアルミ棒の周りの磁場をテスラメーターを使って測定しアンペールの法則の検証を行った。(3)ではローレンツ力の定量的測定を行った。

強力な永久磁石であるネオジム磁石が市場で比較的安価で手に入るようになったため、これを本実験で導入した。これまでしばしばコイルを使って磁場を発生させていたことを考えると、実験のデザインをクリアにできたといえる。

ローレンツ力の実験の5で、 $l=50mm$ の場合の方が磁束密度が大きいという結果が得られた。これは使用したネオジム磁石の特性を反映していると考えられる。実際、1でネオジム磁石の磁束密度を計測したが、その大きさが、磁石中央 $30mm$ で平均 $0.2388T$ 、磁石中央 $50mm$ で平均 $0.2515T$ であり、 $50mm$ の場合の方が大きい。また磁束密度の値に関して、テスラメーターでの測定値とローレンツ力からの見積との誤差は、テスラメーターで計測した3.3節の1

の結果は磁石表面付近のものであるのに対して、アルミ棒は表面から離れているので感じる磁場はそれより小さいことから来ると考えられる。

最後にこの実験の安全性に関して、注意すべき点を挙げておく。先ずネオジウム磁石が非常に強力であるので、実験する際に精密機器や磁気カード等を身に着けないように注意したい。また磁石どうしが直接くっつくのと離すのが困難なため、本実験では段ボール紙で包んで実験した。更にプラスチックケースやアクリルケースに入れるなど対策を考えたい。

謝辞

本研究は文部科学省「大学教育・学生支援推進事業大学教育推進プログラム」の支援のもと実行した。

参考文献

- [1] 砂川重信『電磁気学の考え方』(岩波書店物理の考え方2), ISBN4-00-007892-5.
- [2] 横山順一『電磁気学』(講談社基礎物理学シリーズ4), ISBN978-4-06-157204-1.
前野昌弘『よくわかる電磁気学』(東京図書岩波出版), ISBN978-4-489-02071-1.
- [3] 例えば <http://www.eneene.com/> など。