Title	MHD(電磁流体力学)発電機内におけるプラズマ流の3次元数値シミュレーション
Sub Title	Three-dimensional numerical simulation of plasma flow in MHD generator
Author	小林, 宏充(Kobayashi, Hiromichi)
Publisher	慶應義塾大学日吉紀要刊行委員会
Publication year	2000
Jtitle	慶應義塾大学日吉紀要. 自然科学 No.28 (2000. 9) ,p.39- 46
JaLC DOI	
Abstract	Three-dimensional flows of nonequilibrium plasma in a disk MHDgenerator are examined numerically by taking into account the change of gasproperties. The nonuniform plasma of "streamer" owing to weak ionization ofseed material has a spiral structure in r-Bplane, and the plasma becomes almostuniform between the walls in r-z plane. In addition to the streamer, the nonunifor-mplasma of "domain" owing to weak ionization of noble gas is revealed. Thedomain has the structure perpendicular to the streamer. In a strong MHD interac-tion case, the static pressure considerably increases in the upstream region of ageneration channel, and the pseudo-shock waves appear in the generator, but theplasma is almost uniform along e-direction. The boundary layer in the strongMHD interaction is considerably thick, and in the broad region near the wall theHall current flows reversely. In the weak MHD interaction case, the current flowstoward downstream even near walls. In the strong interaction case, however, thecurrent near walls flows mainly e-direction, and exists like leak current.
Notes	
Genre	Departmental Bulletin Paper
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN10079809-20000930- 0039

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって 保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the KeiO Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

Hiyoshi Review of Natural Science Keio University No. 28, 39-46 (2000)

### MHD(電磁流体力学)発電機内におけるプラズマ流の 3次元数値シミュレーション

### 小林宏充

Three-Dimensional Numerical Simulation of Plasma Flow in MHD Generator

Hiromichi Kobayashi

Summary——Three-dimensional flows of nonequilibrium plasma in a disk MHD generator are examined numerically by taking into account the change of gas properties. The nonuniform plasma of "streamer" owing to weak ionization of seed material has a spiral structure in  $r-\theta$  plane, and the plasma becomes almost uniform between the walls in r-z plane. In addition to the streamer, the nonuniform plasma of "domain" owing to weak ionization of noble gas is revealed. The domain has the structure perpendicular to the streamer. In a strong MHD interaction case, the static pressure considerably increases in the upstream region of a generation channel, and the pseudo-shock waves appear in the generator, but the plasma is almost uniform along  $\theta$ -direction. The boundary layer in the strong MHD interaction is considerably thick, and in the broad region near the wall the Hall current flows reversely. In the weak MHD interaction case, the current flows toward downstream even near walls. In the strong interaction case, however, the current near walls flows mainly  $\theta$ -direction, and exists like leak current. Key words: MHD power generation, nonequilibrium plasma, MHD interaction, three-dimensional simulation.

### 1 はじめに

MHD 発電は, 強磁界中に導電性をもつ流体を横切らせることにより起電力を発生させる発 電方式であり, 従来の蒸気タービンやガスタービンといったいわゆる回転機械ではないので作 動気体を高温にでき, 現在より発電効率の高い次世代発電のひとつとして期待されているもの

慶應義塾大学物理学教室(〒223-8521 横浜市港北区日吉4-1-1): Dept. of Physics, Keio Univ., Hiyoshi, Kohoku-ku, Yokohama 223-8521, Japan. [Received Mar. 31, 2000]

である。MHD発電では、作動気体であるプラズマの電気伝導性を高めるため、一般に電離ボ テンシャルの低いアルカリ金属あるいはアルカリ化合物がシード物質として添加される。作動 流体に微量のアルカリ金属をシードした希ガスを用いる非平衡 MHD 発電では、プラズマの 非平衡電離現象を利用することから、2000 K 程度の比較的低いガス温度においても高い発電 出力を得ることができる。<sup>1)</sup> この発電方式において高い性能を得るためには、発電機内のプラ ズマを安定でしかも均一にすることが望ましく、<sup>2)</sup> そのため発電機内全域で電子温度を 4000~8000 K 程度にする必要がある(ヘリウムの場合)。この電子温度範囲では希ガスはほと んど電離しないが、シード物質は完全に電離した、いわゆるシード完全電離プラズマの状態と なり安定した発電出力が得られる。<sup>3)</sup> 電子温度が4000 K 以下のプラズマはシード物質の弱電離 状態にあり、8000 K 以上のプラズマは希ガス弱電離状態にあり、それぞれの電離不安定性に 起因した非一様プラズマを発生させ発電機性能を劣化させる。<sup>2)</sup> このような現象は衝撃波管を 用いた実験およびブローダウン実験において確認されている。<sup>4-5)</sup>

以上のことからこれまで、非定常な放電構造を明らかにするために準1次元解析が行われ、 放電構造の周期的な挙動およびシード率や負荷抵抗の増加にともなう放電の繰り返し周波数の 増加などが明らかにされた。<sup>6)</sup> また、プラズマの非一様性と発電性能の関係を明らかにするた めr-θ2次元解析が行われ、設計値より低い負荷抵抗の場合、発電機内のプラズマはシード完 全電離プラズマとシード弱電離プラズマの二つの状態からなり、その場合発電性能は設計値よ り劣化するという結果などが得られた。さらに、境界層の振る舞いとその発電性能への影響を 明らかにするために r-z 2次元解析が行われ、高負荷抵抗に対して境界層はかなり厚くなり、 壁面付近に渦電流が引き起こされる現象や出口マッハ数が1.0から1.5の範囲となる条件におい て効率的な電気エネルギー変換がなされるという結果などが得られた。<sup>9)</sup>

以上のように、特定の現象に着目し、また計算時間を短縮するために空間の次元を下げて系 を簡略化することは有用である。一方で、プラズマおよび流体諸量は本質的に3次元構造をも っことから、以前から3次元解析が望まれていたが、計算時間をかなり消費するためこれまで 行われてこなかった。しかし最近、計算速度の向上とメモリーの大容量化が進み十分な数の格 子点をもつ3次元流体解析が可能になってきた。そこで、発電機内プラズマの構造および振る 舞いを明らかにすることを目的として、流体(重粒子系)諸量は不変とした非平衡シードプラ ズマの非定常  $r-\theta-z$  3次元数値シミュレーションが行われ、その3次元構造および振る舞い が定性的に明らかにされた。<sup>10</sup>

本研究では、非平衡ディスク形 MHD 発電機において、r-θ-z 3 次元数値シミュレーションにより、流体諸量についても相互作用を含めて計算を行い、非平衡プラズマおよび流体諸量の振る舞いについて検討する。

### 2 基礎方程式と計算条件

### 2.1 基礎方程式と計算手法

非平衡 MHD 発電プラズマは、希ガス原子、希ガスイオン、シード原子、シードイオンと 電子から構成される。電子と希ガス原子との衝突断面積は非常に小さく、希ガス原子と他の原 子・イオンとの衝突断面積は大きいので、電子-重粒子間の衝突によるエネルギー交換の割合 は、重粒子-重粒子間の衝突によるエネルギー交換に比べて非常に小さい。このことから、電 子気体と重粒子気体は、それぞれ異なる温度での平衡状態にあると考えられる。そこで、本論 文では非平衡プラズマを記述する方程式として流体近似で表した 2 温度モデルの MHD 方程 式<sup>11)</sup>を用い、これに低磁気レイノルズ数により MHD 近似を行った Maxwell 方程式と状態方 程式を併せて解いた。以下に、ここで用いた電子系および重粒子系の方程式を示す。

- (a) 電子系方程式
- (i) 電離の式

$$\frac{\partial n_i^+}{\partial t} + \nabla \cdot (n_i^+ \vec{u}) = \dot{n}_i^+, n_e = \sum_i n_i^+$$
(1)

(i = Seed, Noble Gas)

$$\vec{j} + \frac{\beta}{|\vec{B}|} \vec{j} \times \vec{B} = \sigma(\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B})$$
(2)

(iii) エネルギーの式

$$\frac{|j|^2}{\sigma} = 3n_e k (T_e - T) \sum_h \frac{m_e}{m_h} v_{eh} + \sum_i \dot{n}_i^+ \left(\frac{3}{2}kT_e + \varepsilon_i\right)$$
(3)

(h = Seed, Noble Gas, Ion)

- (b) 重粒子系方程式
- (i) 連続の式

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \tag{4}$$

(ii) 運動量の式

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\vec{u}) + \nabla \cdot (\rho\vec{u}\vec{u}) = -\nabla p + \nabla \cdot \tau_{ij} + \vec{j} \times \vec{B}$$
(5)

(iii) エネルギーの式

$$\rho \left[ \frac{\partial}{\partial t} (c_v T) + \vec{u} \cdot \nabla (c_v T) \right] = -p \nabla \cdot \vec{u} + \boldsymbol{\varphi} + \nabla \cdot (k \nabla T) + \frac{|\vec{j}|^2}{\sigma}$$
(6)

(c) Maxwell 方程式

$$\nabla \cdot \vec{j} = 0, \nabla \times \vec{E} = \vec{0}$$
<sup>(7)</sup>

本計算では、乱流モデルとして Baldwin-Lomax モデル<sup>12)</sup>を用いて乱流粘性係数を求めた。



図1  $r-\theta$  平面および r-z 平面における計算領域

(1),(4)~(6) 式を  $r-\theta-z$  円筒座標系から  $\xi-\theta-\zeta$  物体適合座標系へ変換し,これら双 曲型方程式を一般座標系に拡張した CIP 法<sup>13)</sup> を用いて解いた。また,(2) 式と Maxwell 方 程式から導かれる電位ポテンシャルに関する楕円型方程式を有限差分法で離散化し,共役勾配 法の一種である Bi-CGSTAB 法<sup>14)</sup> を用いて解いた。また,非線形代数方程式である(3) 式 は二分法を用いて解いた。

2.2 計算条件

図1に  $r-\theta$  平面および r-z 平面における計算領域を示す。計算領域は同図において太線で 囲まれた領域で、半径(r)方向はアノード上流端からカソード下流端まで、また円周( $\theta$ ) 方向は計算時間の短縮のために半円とし、 $\theta = 0 \ge \theta = \pi$ においてそれぞれ周期境界条件を

Working gas	He-Cs
Thermal input	10.0 [MW]
Stagnation temperature	2000 [K]
Stagnation pressure	2.0 [atm]
Magnetic flux density	5.0 [T]
Wall temperature	1000 [K]
Inlet electron temperature	3000 [K]
Seed fraction	$3.0  imes 10^{-5}$
Load resistance	2.0, 4.0, 8.0 [Ω]
Inlet swirl ratio	0.0
Inlet Mach number	1.5
Upstream radius of anode	120.0 [mm]
Inlet radius of channel	160.0 [mm]
Outlet radius of channel	320.0 [mm]
Downstream radius of cathode	340.0 [mm]
Inlet height	20.1 [mm]
Area ratio (Aout/Ath)	4.25

表1	発電機形状と運転条件



## 2.0 Ω



## 8.0 Ω

図2 負荷抵抗値2.0Ω(上図)と8.0Ω(下図)に対する発電機内プラズマの3次元構造(青,縁,赤色 はそれぞれ3000K,5000K,7000Kの電子温度に対応する等値面を示している)





0 m/s 図6 負荷抵抗値2.0 Ω, 8.0 Ω における r-z 平面内での流速分布



図7 8.0 Ω での半径280mm におけるホー ル電流密度 jr および半径方向流速 ur の z方向分布







2.0Ω



# 8.0 Ω

図9 負荷抵抗値2.0 Ω (上図), 8.0 Ω (下図) における発電機内の電流流線

用いた。鉛直(z)方向は両壁面間である。計算に用いた格子点数は(r, $\theta$ ,z)=(56,30,41) で $\Delta r = 4 \text{ mm}, \Delta \theta = \pi/30$ の等間隔メッシュとした。壁面熱流束や粘性底層内の構造を議論 するためには壁面への格子の引き付けを行い、壁面からの第一格子幅をかなり細かくする必要 があるが、陽解法を用いた場合 CFL 条件からかなり小さな $\Delta t$ を必要とする。そこで、本計 算では z 方向の格子点数を一定とし、ある半径位置での $\Delta z$ を一定とした。また、CFL 条件 から $\Delta t = 0.05 \mu$  sec とした。

双曲型方程式に対する入口境界条件は、電子系に関しては発電機入口である電子温度を仮定 し、荷電粒子密度は入口電子温度でのサハ平衡値で与え、重粒子系に関しては、等エントロ ピー関係式で与えた。出口境界条件は、イオン数密度、密度、速度、静温のr方向微分をゼロ とする自由境界条件とした。壁面条件は重粒子系に関して nonslip 条件を与え、電子系に関し ては壁面方向に 0 次外挿とした。電位  $\phi$  に関する楕円型方程式の境界条件は、アノード上で 電位  $\phi = 0$ 、カソード上で  $\phi = V$  (V は発電機で誘起されるホール電圧)、絶縁壁上で壁に 電流が流入しない条件(壁と垂直方向に等電位)とする。

本計算で用いた発電機形状と運転条件を表1に示す。アノード上流端での電子温度を3000 Kとし、シード率3.0×10<sup>-5</sup>に対し様々な負荷抵抗値について計算を行った。

#### 3 結果と考察

図2に負荷抵抗値2.0Ωと8.0Ωに対する発電機内プラズマの3次元構造を示す。同図では、 電子温度が3000 K, 5000 K, 7000 K に対応する等値面を青,緑,赤色でそれぞれ描かせてい る。負荷抵抗値2.0  $\Omega$ の場合には、heta方向に非一様な螺旋構造を持つプラズマが生成されるの に対して、8.0Ωの場合にはθ方向かつ z 方向にもほぼ均一なプラズマが得られることがわか る。このようなプラズマの構造をより詳しく調べるため、図3に負荷抵抗値2.0Ω, 4.0Ω, 8.0  $\Omega$  での主流,壁面近傍, $\theta = \pi/2$ における電子温度の2次元分布を示す。 $2.0 \Omega$  では,入 口から電子温度の低いプラズマが流入するため、シード弱電離による電離不安定性に起因した プラズマの非一様構造が現れる。r-θ 平面内では電子温度の低い領域が螺旋構造として現れ, θ 方向に回転しながら下流に流され,非定常な構造である。4.0 Ω では,発電領域入口におい て電子温度の低い領域と高い領域が θ 方向に現れ, 電子温度の高い領域は希ガス弱電離に起 因したプラズマの非一様構造が現れ、この構造もθ方向に回転をする。r-θ平面内での典型 的な電流流線とプラズマの非一様構造の向きを図4に模式的に示す。r-θ 平面において,シー ド弱電離に起因した構造は streamer と呼ばれ,電流流線に沿う方向に成長しやすく,希ガス 弱電離に起因した構造は domain と呼ばれ,電流流線に垂直な方向に成長しやすいことが理論 的および数値計算により示唆されており15,本計算結果はその結果と一致している。最も発電 機から電気が取り出せた条件である8.0Ωの場合では、どちらの非一様構造も抑制され、入口 付近において電子温度が高いが、プラズマはθ方向にほぼ一様であり、この構造は定常であ る。どの負荷抵抗値においても主流に比べ壁面近傍の方が電子温度は若干低いが、プラズマは



図4 r-θ 平面内での典型的な電流流線とプラズマの非一様構造の向き



図5 負荷抵抗値2.0Ω, 8.0Ωにおけるホール電位, マッハ数, 静圧の半径方向分布

z 方向にほぼ一様である。また,アノード間,カソード間領域においてプラズマはほぼ3次元 的に一様である。

図5にそれぞれ主流におけるホール電位、マッハ数、静圧の半径方向分布を示す。8.0 Ω で は発電領域入口から高いホール電位が得られているのに対し、2.0 Ω では電子温度の低いプラ ズマの流入に起因して入口付近に負電位が現れている。発電機内の流体は、MHD 相互作用に より、上流に向かってローレンツ力を受けて減速する。8.0 Ω の場合、強い相互作用に起因し て発電領域の上流で静圧上昇が現れ、その下流では弱い擬似衝撃波による加減速が見られる。 2.0 Ω の場合、電離不安定性に起因してプラズマは非一様構造をもち、電子温度の低い領域で はローレンツ力による減速が弱くなるため、プラズマの構造を反映したマッハ数、静圧分布と なっているが、静圧分布は8.0 Ω の場合に比べ急激な静圧上昇もなく、下流に向かって滑らか に減少している。この時の半径方向流速 ur の r-z 平面分布を図6 に示す。2.0 Ω では、発電 機内にはっきりと主流が存在し、壁面近傍での境界層は薄い。一方、MHD 相互作用の強い 8.0  $\Omega$  では、アノード下流端で境界層剝離を起し、発電領域において境界層はかなり厚くなっ ている。8.0  $\Omega$  において、同図中に破線で示された半径280mm におけるホール電流密度 jr お よび半径方向流速 ur の z 方向分布を図 7 に示す。流速分布からわかるように、明確な主流は 存在せず、MHD 相互作用による境界層の発達がわかる。また、この時のホール電流密度の分 布は、半径方向流速の影響を強く受けており、壁面近傍では電流が下流にあまり流れない、も しくは逆流している領域も存在する。そこで、負荷抵抗値2.0  $\Omega$ 、8.0  $\Omega$  における発電領域で のホール電流の逆流境界線を図 8 にそれぞれ示す。流れはローレンツ力により下流に向かうに 従い減速されるが、高負荷である8.0  $\Omega$  の方が2.0  $\Omega$  に比べ境界層の発達が顕著である。一般 化されたオームの式の半径方向成分の式において u<sub>0</sub> = 0, E<sub>0</sub> = 0 とすると、

 $j_r = \frac{\sigma}{1+\beta^2} (E_r + \beta u_r B)$ 

となり, 流速の遅い境界層内では起電力  $\beta$ urB が小さく, 負の値をもつホール電界 Er の大き さより小さくなるとホール電流密度は負の値をとる。発電領域の壁面は絶縁壁であり, 電流は 壁に流れ込むことができないため, 結果としてホール電流は逆流し, 発電機内で渦電流が生じ る。同図から境界層内でホール電流の逆流が生じており, その領域は境界層の発達が顕著な  $8.0 \Omega$  の方が広いことがわかる。図9に負荷抵抗値2.0 Ω,  $8.0 \Omega$  における発電機内の電流流線 を示す。図中, 赤, 緑色の電流流線は z 方向に7 個所それぞれ発電機上流, 中流から電流流線 を描かせている。2.0 Ω では, MHD 相互作用が弱いので境界層も薄く, 図8 からホール電流 の逆流もほとんど見られないことから, 主流および壁面近傍においても電流は下流に向かって ながれている。それに対して,  $8.0 \Omega$  では, 壁面近傍において電流は主に  $\theta$  方向へ向かって流 れていることがわかる。これは図8 においてホール電流の逆流領域が壁面付近で大きかったが, その絶対値は図7 からわかるようにあまり大きくはないので, 発電領域では  $\theta$  方向に流れる ファラデー電流の大きさの方が卓越し, 結果として下流へというようりはむしろ,  $\theta$ 方向に流 れて電極からは取り出せないリーク電流として存在することがわかった。

#### 4 まとめ

非平衡ディスク形 MHD 発電機において, r-θ-z 3 次元数値シミュレーションにより,非 平衡プラズマおよび流体諸量の振る舞いについて検討した。その結果,以下のことが明らかと なった。

- 低負荷抵抗では,発電領域入口からシード弱電離あるいは希ガス弱電離に起因したプラズマの非一様構造が現れるが,最も電気が取り出せた負荷抵抗値では,電離不安定性に起因したプラズマの非一様構造は抑制され,θ方向にほぼ一様なプラズマが生成できることがわかった。いずれの条件下においても,壁面付近での電子温度は主流に比べ若干低下する。
- 2. 最大効率が得られた負荷抵抗値では発電領域入口から高いホール電位が得られ,強い相互

作用に起因して発電領域で静圧上昇が現れるのに対し,低負荷抵抗では電子温度の低いプ ラズマの流入に起因して入口付近に負電位が現れるが,静圧分布は下流に向かって滑らか に減少する。

 境界層内ではホール電流の逆流が生じ、その領域は境界層の発達が顕著な高負荷抵抗の方 が広く、境界層内でホール電流密度がかなり低下する。このとき壁面近傍での電流は主に θ方向に流れるリーク電流として存在する。

#### 参考文献

- J.F.Louis: "The disk generator, its status and its potential", *Energy Convers. Mgmt*, 24, No. 3, 191-203 (1984).
- 2) A.Solbes: "Quasi-linear plain wave study of electrothermal instabilities", *Proc. Int. Conf. on MHD Power Generation*, 1, 499, Warsaw (1968).
- 3) T.Nakamura and W.Riedmuller: "Stability of nonequilibrium MHD plasma in the regime of fully ionized seed", *AIAA Journal*, **12**, No. 5, 661-668 (1974).
- 4) N.Harada, et al.: "Ionization relaxation region in a nonequilibrium disk MHD generator", *J. Propul. Power*, **4**, No. 3, 277-282 (1988).
- 5) N.Harada, et al.: "Experimental studies of closed cycle MHD power generation with Fuji-1 blow-down facility", *Energy Comers. Mgmt*, **34**, No. 6, 433-446 (1993).
- 6) Y.Okuno, et al.: "Unsteady discharge and fluid flow in a closed-cycle disk MHD generator", J. Propul. Power, 4, No. 1, 61-67 (1988).
- 7) Y.Yoshikawa, et al.: "Numerical simulation of nonequilibrium plasma in a MHD power generator", J. Propul. Power, 3, No. 1, 71-75 (1987).
- 8) H.Matsubara, et al.: "Nonequilibrium MHD plasma flow in a high-interaction disk generator", *IEEE Trans. on Plasma Science*, **18**, No. 4, 742-748 (1990).
- 9) T.Suekane, et al.: "The effects of boundary layer phenomena on the performance of disk CCMHD generator", *IEEE Trans. on Plasma Science*, 23, No. 1, 97-102 (1995).
- H.Kobayashi, et al.: "Three-Dimensional Simulation of Nonequilibrium Seeded Plasma in Closed Cycle Disk MHD Generator", *IEEE Trans. on Plasma Science*, 25, No. 2, 380-385 (1997).
- 11) M.Mitchner and C.H.Kruger: *Partially Ionized Gases*, p. 192, John Wiley and Sons, New York (1973).
- 12) B.Baldwin and H.Lomax: "Thin-Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows", *AIAA Paper*, AIAA-78-257 (1978).
- 13) P.Y.Wang et al.: "A General Hyperbolic Solver—the CIP Method—Applied to Curvilinear Coordinate", J. Phys. Soc. Jpn., 62, No. 6, 1865-1871 (1993).
- 14) Van der Vorst H.A.: "Bi-CGSTAB : A fast and smoothly converging variant of Bi-CG for the solution of nonsymmetric linear systems", *SIAM J. Sci. Stat Comp.*, 13, No. 2, 631-644 (1992).
- 15) K.Yasui et al: "Nonlinear Ionization Instability of Plasma in Inert Gas Cycle Direct Power Generation", Jpn. J. Appl. Phys., 34, 683-689 (1995)