慶應義塾大学学術情報リポジトリ
Keio Associated Repository of Academic resouces

Title	裁定取引による投資戦略 : 共和分検定法の差異について
Sub Title	Arbitrage trading as investment strategy : comparison of cointegration tests
Author	辻, 幸民(Tsuji, Yukitami) 元利, 大輔(Motori, Daisuke)
Publisher	慶應義塾大学出版会
Publication year	2012
Jtitle	三田商学研究 (Mita business review). Vol.54, No.6 (2012. 2) ,p.33- 54
JaLC DOI	
Abstract	投資戦略として, 共和分関係に基づく裁定取引は利益をあげることができるであろうか。本稿では,銘柄選択の恣意性を排除するため, 5つの業種平均と株価指数の合計6個の変数間の共和分関係を取り上げる。日本・英国・米国の株式市場のデータを用いると, 3カ国とも非常に多数の共和分関係が見出される。そこで共和分関係にある業種の組合せを使って, 業種ポートフォリオと株価指数との間の裁定取引をシミュレーションする。その結果, 裁定は全体的には十分有効に機能し, 収益率の平均は年率5%~10数%ほどである。ただし, 共和分検定の手法として, Engle-Grangerテストを用いた場合は問題ないが, Johansenテストの場合は, 推計された共和分ベクトルをそのまま用いることには無理がある。何らかの基準を用いて, これを選別することが必要不可欠になる。選別すれば, 裁定取引の収益率平均とその標準偏差はEngle-Grangerテストの場合と概ね類似したものとなる。
Notes	論文
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234698-20120200-0033

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the KeiO Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

三田商学研究
第54巻第６号
2012 年 ２ 月

2011年12月20日掲載承認

裁定取引による投資戦略

――共和分検定法の差異について――

辻　　幸　民
元　利　大　輔

＜要　　約＞
投資戦略として，共和分関係に基づく裁定取引は利益をあげることができるであろうか。本稿では，銘柄選択の恣意性を排除するため，５つの業種平均と株価指数の合計６個の変数間の共和分関係を取り上げる。日本・英国・米国の株式市場のデータを用いると，３カ国とも非常に多数の共和分関係が見出される。そこで共和分関係にある業種の組合せを使って，業種ポートフォリオと株価指数との間の裁定取引をシミュレーションする。その結果，裁定は全体的には十分有効に機能し，収益率の平均は年率５％～10数％ほどである。ただし，共和分検定の手法として，Engle-Granger テストを用いた場合は問題ないが，Johansen テストの場合は，推計された共和分ベクトルをそのまま用いることには無理がある。何らかの基準を用いて，これを選別することが必要不可欠になる。選別すれば，裁定取引の収益率平均とその標準偏差は Engle-Granger テストの場合と概ね類似したものとなる。

＜キーワード＞
裁定取引，共和分，株価指数，投資戦略，ウィナー・ルーザー仮説

１　はじめに

株価の時系列データとしての統計的特性を明らかにしようとする試みが盛んになって久しい。アノマリー効果に関する様々な研究がその代表例であろう。また，過去の株価動向を利用する形である種の取引を実行したとすると，その結果，平均的に正の収益が稼得できることも知られている。ウィナー・ルーザー仮説と総称される投資戦略に関する研究である。本稿では，ウィナー・ルーザー仮説とまったく異なる投資戦略を実行することで，ウィナー・ルーザー仮説の場合と同様，平均的に正の収益が得られることを示したい。

本稿で採用する投資戦略とは，共和分関係を用いた裁定取引である。本稿の裁定取引とは，２

つ以上の価格の一時的な乖離を利用して，利益を得ようとする売買取引のことをいう。乖離により割安となったものを買い，割高となったものを売る。この乖離は一時的なもので，遅かれ早かれこの乖離は必ず修正されるということが，この裁定取引の前提条件である。確かにこの乖離が小さくなるなら，上記の売買は必ず利益をもたらす。2つの価格が収束して乖離が解消するとき，取引を終了すれば正の収益がもたらされる。

一方，共和分関係とは計量経済学における時系列データの一特性である。例えば n 個の銘柄の株式を取り上げ，その n 銘柄からなるポートフォリオの t 時点における価値額 W_t は，

$$W_t=\sum_{i=1}^{n} a_i P_{i,t}$$

のように書ける。a_i はある時点の銘柄 i に関する売買ポジション（保有量）で，$P_{i,t}$ は，売買時点以降における株価である。時間が経過すれば価格は変化するから，それに伴って W_t は変動する。もし W_t が，その初期値から乖離するとしても，そう遠くない将来に再び初期値に復帰し，その復帰が比較的に頻繁に繰り返されるなら，W_t は定常性という統計的な性質を持つ。$P_{i,t}$ が株価の場合，これが定常性を持つことはむしろ稀で，ランダムウォーク過程に従うことが多い。ランダムウォーク過程であるなら，乖離は比較的長期間継続して，初期値に復帰するということを頻繁には繰り返さない。ただ個々の価格がランダムウォーク過程であるとしても，これらが共和分関係にあるならば，その線形結合の W_t は定常過程になる。このとき，売買ポジション a_i（$i=1, \cdots, n$）は共和分ベクトルの値によって決定される。

もし共和分関係にあるような株式のグループを見つけることができたなら，そのグループを使って裁定が可能となろう。今，説明の単純化のため，W_t が $P_{M,t}$ と $P_{W,t}$ という2つの価格から，$W_t=P_{M,t}-P_{W,t}$ のように構成され，また説明の便宜上，その初期値をゼロとしよう。W_t が定常性をもっているなら，W_t が負になったとき，やがて W_t はかなりの確度で上昇し，逆に W_t が正になったときはその後下落して，初期値のゼロに復帰する可能性が高い。もしそうであるなら，W_t が負のとき，$P_{M,t}$ を買って $P_{W,t}$ を売り，逆に W_t が正のときは，$P_{M,t}$ を売って $P_{W,t}$ を買うことで利益を得ることができる。というのは，W_t が負ということは，$P_{M,t}$ は（$P_{W,t}$ に比べて）割安で $P_{W,t}$ は（$P_{M,t}$ に比べて）割高ということであり，これは割安なものを買い，割高なものを売っているという裁定取引に他ならないからである。そして共和分関係を根拠にして，これら割安割高関係が近い将来に解消修正されるという思惑を前提に取引をしていることになる。すなわち，共和分という統計的性質を用いて株式を売買すれば，この取引は高い確度で価格の収束による利益を予想できるので，裁定取引と称することができよう。以上のような投資戦略を，本稿では共和分関係に基づく裁定取引と称する。

共和分関係に基づく裁定取引が本当に実行可能かどうか，これを実行したときの収益率を，現実データからシミュレーションで計算できる。ただし，銘柄選択の恣意性を排除するため，5つの業種平均株価と市場株価指数の合計6個の変数間の共和分関係を取り上げる。また日本・英国・米国の株式市場を取り上げ，これら3カ国の業種平均と株価指数を国別に用いた場合の裁定取引が分析対象である。3カ国の指数を同時に混合して用いるような裁定取引は対象外である。

これら３カ国とも非常に多数の共和分関係が見出され，共和分関係にある業種の組合せを使い，業種ポートフォリオと株価指数との間の裁定取引を実行する。その結果，裁定は全体的には十分有効に機能していると考えられ，これら裁定取引の収益率は，平均で年率５％～10数％ほどである。また日本・英国・米国であまり顕著な差異はなく，概ね同様な結果をもたらす。以上がMotori-Tsuji（2012）の得た結果である。

例えば全部で38業種の業種平均データが存在したとすると，38業種の中から５業種を取り出す組合せは50数万個に及ぶ。この組合せすべてに共和分検定を行って，共和分関係が存在するかどうかを調べるのであるが，上記の Motori-Tsuji（2012）においては，Engle-Granger テストを採用している。ところで共和分検定として有名な手法にはもう一つ，Johansen テストがある。共和分関係に基づく裁定取引の結果が頑健であるためには，当然 Johansen テストによって共和分関係を見出した場合でも，Engle-Granger テストを採用した場合と同様の結果を得る必要があろう。よく知られているように，Engle-Granger テストと Johansen テストとは必ずしも同じ結果をもたらさない。時には大きな差異を生む。そこで本稿の目的は，共和分検定の手法の違いによって，共和分関係に基づく裁定取引の結果がどれぐらい異なるかを比較することである。

Johansen テストは計算の実行に非常に時間がかかるため，Motori-Tsuji（2012）のように，数十万件の業種組合せすべてについて共和分検定を行うことはあまり実用的ではない。そこで一工夫して，分析対象の全業種の数自体を減らす必要がある。本稿では，共和分検定を実施する前に，市場株価指数とのトラッキングエラーの小さい順に15業種を選択することにする。15業種から５業種を選ぶ組合せは3,003個であり，この3,003個の業種組合せすべてに Johansen テストを行って，共和分関係を調べることにする。トラッキングエラーに依拠したデータ選別は，恣意的なサンプル抽出であるから，当然批判の対象となろう。ただ15業種に選別した場合の Engle-Granger テストの結果は，Motori-Tsuji（2012）で行った全業種を用いた場合の結果とほとんど同じである。従って，本稿のトラッキングエラーに依拠したデータ選別は，共和分関係に基づく裁定取引の結果に対し，中立なものと判断できる。

本稿では，共和分関係に基づく裁定取引が可能かどうかという問題意識から，それが共和分検定の手法に依存することなく，正の収益を平均的にもたらすものであることを示したい。まず２節では，本稿に関連する分野の先行研究を簡単にサーベイする。次の３節では，共和分関係に基づく裁定取引を具体例を用いて説明する。４節では，以下のシミュレーションで用いられるデータの説明と，共和分検定の結果を簡単に紹介する。５節では，共和分関係が存在するとされるすべての組合せについて，裁定取引のシミュレーションを行い，その結果を提示する。６節では，５節の結果の頑健性をテストする。裁定取引のシミュレーションの設定を変更して，５節で得られた結果とどれぐらい異なるかを見る。７節は結論である。

２　先行研究

この節では，「共和分」と「株価指数」および「投資戦略」という本稿のキーワードに関連し

た先行研究の若干のレビューを行う。実は本稿と問題意識を共有する先行研究は，拙著を除いてほとんど存在しないのであるが，本稿の貢献を明確化するため，多少でも関連した先行研究をレビューしておくことはそれなりに有意義であろう。

「共和分」と「株価指数」ということであるなら，多くの論文が存在している。これらは，多国間で株価指数が連動しているかどうかを共和分検定でテストしようとするものである。Malliaris-Urrutia（1996） や Francis-Leachman（1998），Kanas（1998），Roca（1999），Cheung-Lai（1999），Masih-Masih（2001）など多数に及ぶ。これらの研究はいずれも，各国を代表する株価指数の間に共和分関係が存在することを示すことで，多国間の株式市場が連動関係にあるという結論を得る。ただしこれらの研究については，その原因・背景があまりにも漠然としているために，その統計的な結果が何を意味しているのか，もう一つ曖昧であるという批判は免れないであろう。共和分検定によって，多国間の株式市場に連動性が検証されたといっても，そのこと自体の学術的あるいは実務的な意義は不明確といわざるを得ない。

次に「投資戦略」というキーワードに目を向けると，米国を中心として多数の先行研究が存在する。もちろん，投資戦略自体は多種多様なものが考え得るが，近年盛んに研究されたのが，ウィナー・ルーザー仮説あるいはコントラリアン・モーメンタムと称される投資戦略である。この分野の研究は，以下に述べるような代表的文献だけでも多数に及ぶ。

ウィナー・ルーザー仮説とは，個々の株式銘柄について，過去の収益率に基づいて，購入あるいは売却を決めようとする投資戦略のことである。収益率の高かった銘柄（ウィナー）を売却し，同時に収益率の低かった銘柄（ルーザー）を購入する場合をコントラリアンという。わが国の実務家でいう逆バリ戦略に相当する。すなわち，過去の収益率の高かったウィナーは割高になっている可能性があるため売却し，過去の収益率の低かったルーザーを割安銘柄とみなして購入しようとする戦略である。この考え方の背景には，株式市場は過剰反応し易く，過剰な反応は時間の経過により修正されるであろうという前提がある。そのためコントラリアン戦略のことを過剰反応仮説と称することもある。コントラリアン戦略に基づいて，自己資金ゼロの裁定ポートフォリオを構成すると，平均的に正の収益率が観察されることを DeBondt-Thaler（1985）や Lo-MacKinlay（1990），Jegadeesh-Titman（1995）が報告した。

これとは逆に，ウィナーを購入しつつルーザーを売却するというのがモーメンタムである。過去好調であった銘柄はそのまま継続して好調である可能性が高いので購入し，過去不振の銘柄はそのまま不振であろうから売却するという投資戦略は，わが国実務家のいう順バリ戦略である。Jegadeesh-Titman（1993）を始めとして，Fama-French（1996），Moskowitz-Grinblatt（1999），Grundy-Martin（2001），Jegadeesh-Titman（2001），Chen-Hong（2002），Lewellen（2002）など，近年の研究のほとんどはモーメンタムに基づく裁定ポートフォリオの収益率平均が正になることを観察している。これらの研究ではすべて，投資戦略によってもたらされる正の収益がどのような要因に依存しているのかを精力的に議論している。

コントラリアンとモーメンタムは，裁定ポートフォリオの売りと買いが逆になり，どちらに利があるかは結局のところ，市場全体の動向から強く影響を受けているような印象を筆者は抱いて

いる。1980年代末から2000年代初頭まで，米国株式市場は右肩上がりの強いトレンドを持った相場であったから，コントラリアンよりもモーメンタムの方に歩があるのも納得できる。ところが，2000年代になってから今日に至るまでの時代は，米国株式市場で明確なトレンドが認められない。このことが原因であろうか，あれだけ盛んだったモーメンタムの研究はここ数年，ほとんど影を潜めている。[1)]

上記論文では，投資戦略から年率にして５％～10％ほどの収益率平均が得られることを報告している。またこれら収益率のリスクは，標準偏差で概ね20％から60％である。ここで注意すべきは，「収益率」という言葉の意味である。裁定ポートフォリオは自己資金ゼロであるから，自己の投下資金に対し稼得した収益金額の比率でもって，収益率を定義することができない（収益率は無限大になってしまう）。そこでこの分野の研究論文ほとんどすべてで，買いポジションの金額１単位当りに対し，裁定ポートフォリオから稼得した収益金額でもって収益率が定義されている。言い換えると，裁定ポートフォリオでもたらされた収益金額をその買いポジションの総額で割り，期間を調整する。本稿でもこの慣例に従って「収益率」を計算することにする。

収益率の定義が，通常のそれと根本的に異なっているので，一概に比較することはできないのであるが，それでも投資戦略に関する上記論文の結果は，リターンに比べリスクが大きすぎるのではないだろうか。普通の個別銘柄の株式では，収益率の標準偏差が30％ほどである。コントラリアンであれモーメンタムであれ，面倒なことをしている割には，リスクは株式一銘柄を単独で保有する場合に相当し，それでもってリターンは高々数％しか期待できないということになる。そこで投資戦略を評価する際には別の尺度が重要になると思われる。それは儲かったもの・損したものが全体のどれぐらいの割合か，という尺度である。つまり，その投資戦略を実行することで，どれぐらいの割合で正（負）の収益をあげられるのか（勝ちか負けか）という視点である。残念ながら，上記の研究論文からこの情報はほとんど得ることができない。本稿では以下，この視点からも投資戦略の評価を試みたい。[2)]

3　共和分関係に基づく裁定取引の方法

共和分関係に基づく裁定取引を実際に実行するとき，その具体的な方法は様々なものが考えられる。この節では，本稿で採用した裁定取引を具体例を用いて説明する。

本稿ではできる限り恣意性を排除するため，まず選択対象を個別銘柄ではなく，市場の株価指数（以下，株価指数と称する）と複数の業種平均株価（以下，業種平均と称する）とする。株価指数や業種平均は，現実的に直接売買可能かどうかという問題があるが，近年，各種価格系列に依拠

1）　わが国株式市場のデータを用いた分析では，Iihara-Kato-Tokunaga（2004）がコントラリアン戦略で利益が得られることを観察している。

2）　前で述べたように，Motori-Tsuji（2012）では全業種を対象に Engle-Granger テストで共和分関係を見出している。またその前段階の試論として，固定化した投資期間の下での裁定取引をシミュレーションしたのが辻・元利（2007）である。

した証拠金取引が盛んになってきている。欧米では contracts for difference と称され，株価指数はもちろんのこと，業種平均についても取引可能となっていることが多い。株価指数や業種平均を用いた裁定取引は，実行しようと思えば，今日必ずしも不可能な環境ではないが，本稿ではあくまでも個別銘柄の選択の恣意性を排除することが目的であって，それらの利用を推奨するものでないことは断っておきたい。

さて，技術的な理由により本稿では５つの業種平均を考える。これに株価指数を加えて６つの変数についての共和分関係を問題にする。６つの価格系列が共和分関係にあるということは，株価指数と５つの業種平均の線形結合が定常性を持っているということであり，５つの業種平均の組合せは株価指数よりも，大きくなったり小さくなったりを比較的短い期間で繰り返し得ることを意味する。この特徴を用いれば，業種平均の組合せと株価指数との間で裁定取引を実行できるであろう。

株価指数と５つの業種平均からなる線形結合を作るのに，その構成比率となるのが共和分ベクトルである。共和分ベクトルは一義的 unique に決められないが，通常はある変数に対する係数を１に基準化しておく。ここでは株価指数に対する係数を１としている。$P_{M,t}$ が t 時点の株価指数，$P_{W,t}$ が５つの業種平均の組合せであるとする。月次データサンプルで，1979年12月から1999年12月までの期間について共和分検定を行い，共和分関係が存在すると統計的に支持できる業種組合せの例を１つ取り上げよう。日本の TOPIX，および日本の「化学」「製紙」「産業機器」「余暇用品」「メディア」という５つの業種平均である[3)]。この組合せにおける共和分ベクトルの推計値から，TOPIX の係数１に対し，これら５個の業種平均を

$$P_{W,t} = 2.517 \times (P_{1,t}) + 1.037 \times (P_{2,t}) - 0.492 \times (P_{3,t}) + 0.538 \times (P_{4,t}) + 0.198 \times (P_{5,t})$$

のように組合せると，$W_t = P_{M,t} - P_{W,t}$ という線形結合が定常性を持つようになる。ここの $P_{1,t}$ から $P_{5,t}$ は各々の業種平均を表し，$P_{1,t}$ は化学，$P_{2,t}$ は製紙，$P_{3,t}$ は産業機器，$P_{4,t}$ は余暇用品，$P_{5,t}$ はメディアである。

これら５つの業種について適当に売買してポジションを取るなら，$P_{W,t}$ はこの業種ポートフォリオの価値を表すものと考えられる。そこで上式の $P_{1,t}$ から $P_{5,t}$ に，表１にある1999年12月末時点の業種平均を代入しよう。すると $P_{W,t}$ は1467.89という値になる。この値は，上式のように５つの業種からなるポートフォリオを構成した場合，その業種ポートフォリオ１単位の価値金額である。これは TOPIX の値1722.20を下回っているから，この業種ポートフォリオを買うと同時に，TOPIX を売ることにしよう。

今，説明の単純化のため，TOPIX および各々の業種平均が，１枚を単位とし，指数の値を単価（１枚当りの価格）として売買できるものとしよう。業種ポートフォリオを１億円買うとする

3）　本稿では Thomson Reuters の Datastream にある業種分類に依存している。本文で述べた業種名は意訳で，正確を期すために Datastream の業種名をあげておく。「化学」は Chemicals，「製紙」は Forestry and Paper，「産業機器」は Industrial Engineering，「余暇用品」は Leisure Goods，「メディア」は Media である。日・英・米の３カ国で入手可能な業種の一覧については，付録を参照願いたい。

と，上記の業種ポートフォリオを6.812万単位（＝１億 /1467.89）買う必要がある。このポートフォリオを構成するには化学を17.1万枚（＝6.812×2.517），製紙を7.1万枚（＝6.812×1.037），余暇用品を3.7万枚（＝6.812×0.538），メディアを1.4万枚（＝6.812×0.198）それぞれ買って，同時に係数がマイナスの産業機器を3.4万枚（＝6.812×0.492）売ることで実現できる。他方，TOPIX の売却の方であるが，1467.89という値の業種ポートフォリオを１億円分買っているので，指数の値が1722.20の TOPIX の売却金額は１億1733万円（＝１億×1722.20/1467.89）でなければならない。そのために TOPIX は6.812万枚（＝１億 /1467.89）売られる。

こうして求められた売買数量（枚数）を取引することで，裁定取引がスタートされる。その後の価格推移で，TOPIX および業種ポートフォリオの価値額は表１のように変化する。2000年１月末と２月末では，まだ TOPIX が業種ポートフォリオの価値額を上回っているが，2000年３月末にはこれらの大小が逆転するので，業種ポートフォリオが割安，TOPIX が割高という関係は消滅し，裁定取引はその時点でクローズされる。この裁定取引のポジションからの損益は表２のようになる。表の「TOPIX」の列の数字がマイナスなのは TOPIX の売りを表し，「業種 P」の数字がプラスなのは業種ポートフォリオの買いを表している。表２の「損益」の列は，この裁定取引全体から発生した損益である。この期間では，TOPIX は下落し，業種ポートフォリオの価値金額は上昇しているので，業種ポートフォリオの買いおよび TOPIX の売りの双方から収益が出ている。表２の最右列「資産額」は，当初にいくらかの自己資金を保有しているものとし，この自己資金に裁定から発生した「損益」を加えたものである。「資産額」の数字の推移を見ると，当初，自己資金１億円を業種ポートフォリオの買いにあてたが，この１億円が裁定の利益により，３カ月後には１億1733万円ほどに増えたことがわかる。この収益を，当初の自己資金１億円に対

表１　価格系列の推移

t	$P_{M,t}$	$P_{W,t}$	$P_{1,t}$	$P_{2,t}$	$P_{3,t}$	$P_{4,t}$	$P_{5,t}$
1999/12	1722.20	1467.89	301.28	268.39	225.71	566.46	1197.46
2000/01	1707.96	1627.35	352.94	308.30	239.76	524.14	1286.66
2000/02	1718.94	1649.02	346.61	253.08	224.83	579.14	1578.76
2000/03	1705.94	1706.07	366.00	322.61	233.42	548.30	1361.70

注）$P_{M,t}$ は TOPIX，$P_{1,t}$ ～ $P_{5,t}$ は業種平均である。$P_{1,t}$ は化学，$P_{2,t}$ は製紙，$P_{3,t}$ は産業機器，$P_{4,t}$ は余暇用品，$P_{5,t}$ はメディアである。これら業種平均の値を本文の式に代入して得られたのが $P_{W,t}$ で，これは業種ポートフォリオの価値額を表す。

表２　裁定取引の損益

	TOPIX	業種 P	損益	資産額
1999/12	−11732.5	10000.0		10000.0
2000/01	−11635.5	11086.3	1183.3	11183.3
2000/02	−11710.3	11233.9	1256.2	11256.2
2000/03	−11621.7	11622.6	1733.4	11733.4

注）表２は，TOPIX と業種ポートフォリオとの裁定取引からの損益を計算している。数字の単位は万円である。マイナスは売りを表している。

する収益率で表すと，月当たり5.4％という高い値になる。

ところで今の場合，たまたまTOPIXは業種ポートフォリオの価値額よりも大きかった。もしこれらの大小関係が反対で，TOPIXの方が小さかったらどうすればよいか。そのときは，TOPIXを買って業種ポートフォリオを売るという裁定を行うことになる。ただし自己資金は買う方に全額使われると仮定しているので，TOPIX購入にすべての資金が投入される。売る方は売却代金が発生するが，これは取引終了まで現金で保有されるものとしている。[4)]

今述べた裁定取引は目論見どおり，３カ月後に価格が収束し割安割高が解消されたから，その時点でポジションをクローズできた。それでは裁定取引を開始した後，割安割高の関係が解消されない場合はどうすればよいか。以下本稿のシミュレーションでは，一定期間ポジションを保持し，一定期間経過後はポジションをクローズして，損益を確定するものとしよう。

４　データの説明と共和分検定の結果

業種平均のポートフォリオと株価指数との裁定取引をシミュレーションするに際し，本稿では日本と英国，米国の３カ国の株式市場を対象とする。株価指数は株式市場全体の動向を表しているもので，日本の株価指数ではTOPIX，英国ではFTSE ALL-SHARE Index，米国ではS&P500を採用する。業種平均の方は，３カ国ともTHOMSON FINANCIALのDatastreamに収録されているDS industry price indexに依拠している。Datastreamでは，業種平均として独自に計算した数字を1973年１月から提供していて，本稿では1979年12月をサンプルの起点とする。1979年12月からデータの利用可能な業種の数は，日本では30業種，英国では32業種，米国では38業種である。

さて統計分析ソフトの提供する共和分検定のうち，Engle-Grangerテストの変数の数は最大６個である。そこで以下では，株価指数と５個の業種平均からなる６変数の共和分関係を取り上げる。ところで，30数個の業種から５業種を取り出す組合せは数十万を超える数となる。本来ならこれら数十万個の組合せ１つ１つに共和分検定を試みるべきであるが，今日のPCをもってしても，この計算負荷は実用の範囲を超える。[5)]そこで３カ国各々，30数業種から一定の基準で15業種を抽出し，共和分検定は抽出後の15業種から５業種を組合せて実施する。15業種から５業種を取り出す組合せは，3,003（${}_{15}C_5$）個存在する。これら3,003個すべてについて共和分検定を試みて，共和分関係が存在する業種平均の組合せを見つける。

15業種を抽出する基準は，トラッキングエラーを用いる。市場全体の株価指数に対する業種平均のトラッキングエラーをサンプル期間について計算し，それの小さい順に15業種を選抜する。ところで本稿の採用するサンプルは，初期時点は共通に1979年12月とし，その終了時点は1999年

---

4)　本稿の投資戦略では，購入サイドは自己資金でまかない，売却サイドで発生する売却代金は現金でそのまま保有されると仮定している。この想定は，米国でなされた投資戦略の研究における「収益率」と同じ想定である。これにより，本稿の収益率は他の様々な研究と比較可能になる。

5)　38個から５個を組合せる数は501,942通りであるが，これらすべてにJohansenテストを実行すると，計算時間は10時間を超える。

12月から半年毎の2008年12月まで19個の時点とする。つまり，1979年12月から1999年12月までのサンプル，1979年12月から2000年６月までのサンプル，……という具合に19個のサンプルが存在する。これら19個のサンプルについて，日本では30業種，英国では32業種，米国では38業種について各業種平均のトラッキングエラーを計算し，各国毎に15業種が選ばれる。当然，15業種を構成する業種はサンプル毎に異なるものとなる。ところで，共和分検定の対象となる業種平均はランダムウォーク過程に従う必要がある。結果は省略するが，単位根検定により，ランダムウォーク過程と見なせない業種平均が少数ではあるが存在する。15業種の選抜にはランダムウォーク過程と結論できる業種平均のみを対象にしている。ちなみに市場全体の株価指数はすべてランダムウォーク過程と見なすことができる。

以上のように，日本と英国，米国の３カ国について，終了時点の異なる19個のサンプル毎に，3,003個の共和分検定を試みる。この結果，共和分関係が存在すると結論できる業種組合せの個数をまとめたのが，表３である。本稿では最も利用の容易な２種類の共和分検定を実行している。１つは Engle-Granger テストで，もう１つは Johansen テストである。Johansen テストは複数個の共和分関係が存在するかどうかを検定するものであるが，表３は，共和分関係が１個のみ存在

表３　共和分関係の存在する業種組合せの個数

	日本		英国		米国	
	E-G	JOH	E-G	JOH	E-G	JOH
1999/12	450	1177	67	1545	233	1191
2000/06	708	1301	238	1538	166	1251
2000/12	881	1366	494	1400	218	1634
2001/06	839	1285	416	1315	336	1736
2001/12	762	1257	348	1548	234	1603
2002/06	630	1182	282	1381	639	1159
2002/12	646	1132	55	1460	534	1064
2003/06	604	1143	80	1403	527	641
2003/12	471	1132	541	1308	475	596
2004/06	415	1151	484	1207	449	800
2004/12	440	1108	173	1011	463	710
2005/06	404	1102	193	1158	398	907
2005/12	349	1208	148	1205	279	1019
2006/06	364	1203	148	1161	264	1177
2006/12	369	1319	99	1131	251	1099
2007/06	373	1244	170	1350	266	979
2007/12	417	1227	373	1489	269	876
2008/06	411	1218	654	1579	231	935
2008/12	280	1185	478	1666	527	1038
計	9813	22940	5441	25855	6759	20415

注）表３は，共和分関係が存在すると結論できる業種組合せの個数である。「E-G」は Engle-Granger テスト，「JOH」は Johansen テストに依る。なお「JOH」は共和分関係が１個のみ存在すると結論できる業種組合せの個数である。「E-G」と「JOH」の両テストともに，日本では「定数項なし」の場合を，英国と米国では「定数項あり，時間トレンドなし」の場合を採用している。「1999/12」は1979年12月から1999年12月までのデータを用いたサンプルでの結果であることを表していて，「2008/12」までの19個のサンプルで共和分検定を行っている。

すると結論される業種組合せの数である。

Johansen テストの方では，非常に多くの業種組合せが共和分関係ありと結論される。各国とも，全体の３分の１を優に超える２万個以上の組合せで共和分関係が見出される。日本は22,940個の組合せが該当する。これは全体（57,057個＝3,003×19）の40％である。ところが，共和分検定を Engle-Granger テストに依拠すると，その数は激減する。日本では半分以下の9,813個，米国では３分の１前後の6,759個，英国では４分の１ほどの5,441個となってしまう。Johansen テストの方が Engle-Granger テストよりも，共和分関係を過多に見出しやすいという指摘がよくなされる。表３の観察事実はこの指摘どおりである。Engle-Granger テストを用いると，共和分関係にある業種組合せの数は確かに減ってしまうが，それでも数千個の組合せを確保しているので，共和分関係を用いた裁定取引をシミュレーションするのに十分な数であろう。

５　裁定取引のシミュレーション

共和分検定の結果，共和分関係が（１個のみ）存在すると結論できる業種組合せのすべてを用いて，裁定取引のシミュレーションを行った。その結果をまとめたのが表４である。共和分ベクトルの推計値から算出される構成比率でもって業種ポートフォリオを作成し，そのポジションを最大６カ月間維持する場合の裁定取引の収益率を計算する。６カ月間の途中，株価指数と業種ポートフォリオの価値が逆転すれば，その時点で裁定取引は終了され，その時点のポジションの価値額から収益率が計算される。これが表４の「id」列における「１」というフラグのグループである。価値の逆転がなければ６カ月後に取引が終了され，６カ月後のポジションの価値額から収益率が計算される。これが「id」列の「０」というフラグのグループである。また「A」というフラグは「０」と「１」の両グループの合計で，業種組合せすべてを表している。ところで表の収益率はすべて年率換算されたパーセント表記である。

表４の Engle-Granger テストの結果から見てみよう。日本について，Engle-Granger テストで共和分関係があるとされる業種組合せは全部で9,813個あり，これら裁定取引すべての収益率平均は5.02％，標準偏差は21.5％である。その中で，価値が逆転して裁定取引を解消したもの（「１」のグループ）は2,656個ある。これらの収益率平均は非常に高く30％にもなり，さらに標準偏差は低下して20.8％である。ただ裁定取引を解消できなかったもの（「０」のグループ）は全体の７割超を占め，この場合，取引の収益率が正となるか負となるかは，株価指数と業種ポートフォリオの価値との乖離が，終了時に当初より縮小するか拡大するかに依存する。グループ「０」だけの収益率平均を計算すると，これは負である。表４の「minus」列の数字は，収益率が負になったものの個数で，これは5,098個ある。グループ「１」の場合の収益率は必ず正となるので記されていない。また括弧付きの数字「（０）」の意味は Johansen テストのところで述べる。9,813個すべての組合せについてみると，正の収益率となるのは，日本では4,715（＝9,813－5,098）個の組合せということになり，全体の48％ほどである。また表の煩雑化を避けるため，記載を省略しているが，収益率平均はすべて有意水準１％で０から異なっている。

表４　裁定取引の収益率：共和分ベクトルの選別なし

		Engle-Granger				Johansen			
	id	num.	mean	s.d.	minus	num.	mean	s.d.	minus
日本	A	9813	5.02	21.47	(0)	22924	102.59	7090.52	(420)
	0	7157	−4.43	11.92	5098	14485	−43.21	218.51	9369
	1	2656	30.48	20.77		8439	352.85	11679.01	
英国	A	5441	6.96	19.74	(0)	25809	39.34	853.39	(596)
	0	3421	−3.70	10.37	2312	18730	−44.35	233.44	11591
	1	2020	25.01	18.70		7079	260.80	1563.21	
米国	A	6759	8.95	29.79	(0)	20365	58.57	1709.37	(604)
	0	4275	−4.91	12.30	2853	14355	−56.08	261.65	8893
	1	2484	32.82	35.42		6010	332.41	3103.60	

注）表４は，共和分関係のある業種組合せの共和分ベクトルすべてについて，裁定取引の収益率を集計したものである。収益率は年率換算したパーセント表記の値である。「num.」は当該グループの個数を表し，「mean」は当該グループの収益率平均，「s.d.」はその標準偏差である。「id」は裁定取引がどのように終了したかを表していて，「id」が「０」は６カ月間の取引期間内で取引が終了せず，６カ月経過の後にポジションを強制的に解消するグループで，「１」は取引期間内に株価指数と業種ポートフォリオ価値の大小が逆転して取引が終了したグループを表す。「A」は「０」グループと「１」グループの合計である。「minus」は「０」グループの中で，収益率が負の値となるものの個数である。「１」グループは，収益率が必ず正となるので，「minus」には何も記されていない。「A」の行の「minus」の列には，括弧付き数値が記されているが，これは破産した（元本がゼロになった）取引の個数である。

英国と米国については日本よりも良好な結果を得る。Engle-Granger テストによる共和分関係の数が日本より若干減ってしまうが，裁定取引の結果は日本よりも高い収益率平均を獲得する。英国の場合，収益率平均は6.96％，標準偏差は19.7％であり，米国の場合はさらに上昇して，収益率平均は8.95％，標準偏差は29.8％である。このうち，正の収益率を確保する裁定取引の割合は，表４の「minus」の個数から求めると，英国・米国ともに全体の半分を超える58％となっている。

次に表４の右側 Johansen テストの結果を見てみよう[6]。収益率平均は日本が103％，英国が39％，米国が59％と非常に高い。収益率の標準偏差は，日本と米国で1000％を超えている（英国は853％）。Johansen テストから推定される共和分ベクトルを用いると，裁定とは名ばかりの，極めてハイリスクな投資戦略となっていることがわかる。その結果ゆえのハイリターンであろう。また「minus」列の括弧付きの数字は，破産したケースの個数である。ここの破産とは，初期の自己資金を全額失ってしまう場合である。日本では420件，英国では596件，米国では604件発生している。破産した場合，そこで裁定取引は終了し，収益率を－100％としてカウントしている。Engle-Granger テストによる共和分ベクトルを用いた場合，３カ国で破産したケースは１件もなかった。Johansen テストの共和分ベクトルを用いると，これだけの数の破産が発生するという

6）　表３では，Johansen テストで共和分関係が１個存在すると言える業種組合せの個数は日本の場合22,940であった。このうち表４の Johansen テストでは，22,924個の業種組合せを裁定取引の対象としている。除外された業種組合せ（日本の場合16個）は，裁定取引の際の初期乖離率が100（10000％）を超えている。ここの初期乖離率とは，株価指数と業種ポートフォリオの価値額との初期時点での乖離率のことである（小さい方を分母）。この初期乖離率が100を超える業種組合せについては，裁定取引の対象から除外している。

ことは，いかにハイリスクな投資となっているかの証拠であろう。

裁定取引をしているはずなのが，なぜハイリスクになってしまうのか。これは共和分ベクトルの推定値に問題がある。裁定ポジションが株価指数の売りと業種ポートフォリオの買いであったとしよう。共和分ベクトルの推定値によっては，例えば，１つを除く他の４業種すべてを空売りし，自己資金の何倍ものレバレッジをかけて１つの業種を集中して買うといったことが起こる。Johansen テストの共和分ベクトルを用いると，このような集中投資が多数実行され，その結果がハイリスクな収益率をもたらすことになる。極端な集中投資は業種ポートフォリオないし裁定取引とは言い難いので，裁定取引のシミュレーションからこれを排除するのが望ましい。

共和分ベクトルを選別するために次のような基準を用いてみよう。業種ポートフォリオ全体に対し１つの業種の占める金額が80％を超える場合，その共和分ベクトルを用いないようにする。言い換えると，共和分ベクトルの推定値から計算される，各業種の構成比率が80％以下となるような場合のみ，その共和分ベクトルを裁定取引に利用する。このような選別基準を用いて共和分ベクトルを抽出した場合，裁定取引の収益率を計算したのが表５である。

表５を前の表４と比較すると，Johansen テストでは結果が大幅に異なることがわかる。共和分ベクトルを選別した結果，対象となる業種組合せの全個数は元の水準の２～３割と大幅に減ってしまう。ただ収益率平均や標準偏差はかなり低下して，Engle-Granger テストのものとほぼ同じようなレベルになる。日本について収益率平均は9.2％，標準偏差は29％に，英国の収益率平均は5.5％，標準偏差は27％である。米国については，まだ若干ハイリスク・ハイリターンが残るものの，収益率平均11％，標準偏差43％である。米国では破産するものが２件存在するが，選別前に比べれば，はるかにローリスク・ローリターンであろう。このように，Johansen テストの共和分ベクトルの推定値は，それが集中投資とならないよう選別されるなら，裁定取引および業種ポートフォリオとして相応しい収益率をもたらす。Johansen テストの共和分ベクトルの推定値をそのまま無条件に使うには無理があり，何らかの選別をすることが必要不可欠である。

これと対照的に，Engle-Granger テストでは，共和分ベクトルを選別してもそれほど結果に大差ないこともわかる。対象となる業種組合せの全個数は，日本と英国で１割ほど，米国で２割強減っている。収益率平均と標準偏差は，日本と米国で若干低下していて，英国では選別しない場合とほぼ同じ水準である。Engle-Granger テストの場合，共和分ベクトルを選別しても結果にあまり大きな差異をもたらさないということは，このような選別自体にあまり意味がないということであり，元々の共和分ベクトルの推定値が，裁定取引・業種ポートフォリオとして利用に耐え得るものであることを意味する。従って以下の分析では，Engle-Granger テストの共和分ベクトルについては，ポートフォリオの構成比率による選別をせずに，推定されたものすべてをそのまま利用することにし，Johansen テストの共和分ベクトルについては，ポートフォリオの構成比率による選別をしたもののみ利用することにする。

表５　裁定取引の収益率：共和分ベクトルの選別あり

		Engle-Granger				Johansen			
	id	num.	mean	s.d.	minus	num.	mean	s.d.	minus
日本	A	9112	4.15	19.49	(0)	7701	9.27	28.71	(0)
	0	6772	−4.29	11.49	4845	5137	−4.69	15.47	3411
	1	2340	28.58	17.14		2564	37.22	28.71	
英国	A	5199	6.77	19.07	(0)	7618	5.53	26.65	(0)
	0	3270	−3.61	10.24	2201	5668	−4.21	18.22	3377
	1	1929	24.37	17.63		1950	33.84	27.07	
米国	A	5168	7.87	24.60	(0)	6467	11.11	43.39	(2)
	0	3311	−3.72	10.42	2166	4554	−4.75	34.22	2790
	1	1857	28.53	28.71		1913	48.87	39.41	

注）表５は，共和分関係のある業種組合せを一定の基準で選別したものについて，裁定取引の収益率を集計したものである。ここの一定の基準とは，各業種のポートフォリオウェイトを計算し，１つの業種の構成比率が全体に対して80％を超える場合，その業種組合せを除外した。その他の記号については，表４の脚注を参照のこと。

６　頑健性のテスト

この節では，５節で得られた結果の頑健性をテストするため，裁定取引のシミュレーション設定を変更して，５節の結果がどのように変化するかを調べてみよう。以下では，最大取引期間，裁定の終了条件，サンプルの集計期間，初期乖離率という観点から検討する。

６．１　最大取引期間

本稿の裁定取引は，割安割高が解消された時点を取引終了としているが，割安割高が解消されなかった場合は，一定期間の経過後に取引を終了するものとしている。この最大取引期間を変化させたのが表６である。３カ月，６カ月，９カ月，12カ月の４つの期間を試みている。英国と米国は，期間が長くなればなるほど，裁定取引の収益率平均は上昇する。Engle-Granger テストでも Johansen テストでも，12カ月の場合に収益率平均が最大となっている。日本のデータについて，この特徴は厳密には観察されない。収益率平均が最大となるのは９カ月の期間である。９カ月と12カ月の場合の収益率平均は，３カ月と６カ月の場合よりも大きい。

最大取引期間を変更する場合に最も興味深い点は，収益率平均が上昇しても，その標準偏差が上昇するとは限らない点である。英国・米国では取引期間が長くなって，収益率平均が上昇しても，標準偏差は僅かに小さくなっている。このことに関連して，取引期間が長くなると，割安割高を解消するものが増える。表６を見ると，すべてのケースでグループ「１」の個数が増えていることがわかる。ただ注意すべきは，ある業種組合せが割安割高を解消して正の収益率を確保するか否かを，事前に知る方法は存在しないという点である。あくまでも確率的に，割高割安を解消する可能性が取引期間の長期化で高まるということに過ぎない。

また裁定取引が正の収益率となるか負の収益率となるかは，株価指数と業種ポートフォリオの

表６　裁定取引の収益率：最大取引期間の変更

		Engle-Granger				Johansen			
m.	id	num.	mean	s.d.	minus	num.	mean	s.d.	minus
Panel（A）：日本									
3	A	9813	5.85	22.63	(0)	7701	9.07	30.82	(0)
	0	8021	−0.39	17.51	4255	6029	−0.26	23.20	2994
	1	1792	33.74	21.93		1672	42.69	31.49	
6	A	9813	5.02	21.47	(0)	7701	9.27	28.71	(0)
	0	7157	−4.43	11.92	5098	5137	−4.69	15.47	3411
	1	2656	30.48	20.77		2564	37.22	28.71	
9	A	9813	6.72	19.81	(0)	7701	10.94	27.11	(0)
	0	6604	−3.32	8.33	4394	4697	−3.66	12.43	3064
	1	3209	27.37	20.57		3004	33.77	28.08	
12	A	9813	6.25	19.93	(0)	7701	10.72	27.00	(1)
	0	6208	−5.02	6.81	4987	4353	−5.47	10.39	3289
	1	3605	25.65	20.16		3348	31.76	27.45	
Panel（B）：英国									
3	A	5441	6.09	23.30	(0)	7618	4.01	32.06	(0)
	0	3952	−2.87	17.82	2165	6364	−3.28	27.09	3490
	1	1489	29.87	19.02		1254	41.02	29.70	
6	A	5441	6.96	19.74	(0)	7618	5.53	26.65	(0)
	0	3421	−3.70	10.37	2312	5668	−4.21	18.22	3377
	1	2020	25.01	18.70		1950	33.84	27.07	
9	A	5441	8.55	18.36	(0)	7618	7.03	24.46	(0)
	0	2932	−2.90	7.76	1849	5216	−3.70	14.15	3138
	1	2509	21.93	18.11		2402	30.33	25.88	
12	A	5441	8.90	18.09	(0)	7618	7.48	23.87	(0)
	0	2723	−2.95	7.31	1786	4895	−4.06	12.74	3128
	1	2718	20.78	17.88		2723	28.23	25.14	
Panel（C）：米国									
3	A	6759	6.07	33.45	(0)	6467	8.77	47.59	(2)
	0	4964	−6.25	20.10	3209	4942	−5.62	39.65	2933
	1	1795	40.14	38.94		1525	55.41	40.76	
6	A	6759	8.95	29.79	(0)	6467	11.11	43.39	(2)
	0	4275	−4.91	12.30	2853	4554	−4.75	34.22	2790
	1	2484	32.82	35.42		1913	48.87	39.41	
9	A	6759	10.02	28.83	(0)	6467	12.86	43.63	(3)
	0	3855	−4.61	9.83	2687	4229	−3.39	36.78	2483
	1	2904	29.43	33.84		2238	43.58	38.75	
12	A	6759	10.47	28.51	(0)	6467	13.11	40.43	(2)
	0	3525	−4.83	9.09	2491	4027	−3.79	31.37	2423
	1	3234	27.14	32.80		2440	41.01	38.18	

注）表６は，最大取引期間を変化させるとき，裁定取引の収益率がどのように変化するかを見たものである。株価指数と業種ポートフォリオ価値の大小が初期時点から逆転しなれば，裁定取引は最大取引期間の終了後，ポジションを強制的にクローズする。表の「m.」は最大取引期間で，３カ月，６カ月，９カ月，12カ月を想定している。なお Johansen テストでは，表５のポートフォリオウェイトを使った共和分ベクトルの選別を行っている。他方 Engle-Granger テストでは，そのような選別を行っていない。その他の記号については，表４の脚注を参照のこと。

価値との乖離が，初期時点に比べて終了時点で縮小するか拡大するかに依存する。この乖離が縮小するか否かを事前に知ることはできない。ここで試みたシミュレーションによると，英国と米国では，すべてのケースで正の収益率の個数が負の収益率の個数を上回っていて，６割以上が正の収益率を得ているようなケースも多い。最大は英国の期間12カ月のケースで，Engle-Granger テストを用いると，67％（＝(5441－1786)/5441）のもので正の収益率となる。正の収益率が過半数とならなかったのは，日本の Engel-Granger テストにおける６カ月と12カ月のケースで，負の収益率の個数が正の収益率の個数を上回る。

６．２　裁定の終了条件

以上の裁定取引のシミュレーションでは，割高割安が解消されるか，解消されない場合には最大取引期間の経過でもって取引が終了されるものとした。ここで新たに次のような条件を，取引終了の条件として加えてみよう。株価指数と業種ポートフォリオの価値との乖離が，初期時点に比べて一定の幅で変動したら，取引を終了するものとする。例えば，この乖離が初期に15％あり，ここでいう一定の幅が10％であるとすると，乖離が５％以下に縮小するか25％以上に拡大するとき，取引を終了する。もし一定の幅が５％ならば，乖離が10％以下に縮小するか20％以上に拡大すると取引終了となる。このような取引終了の条件を設定したとき，収益率平均などを計算したのが表７である。この表の「no」は取引終了条件を設定しなかった場合で，前の表４と表５の結果を再掲している。「0.1」は上の説明の「一定の幅」のことであり，これが10％の場合である。「0.05」は「一定の幅」が５％の場合である。

当然のことながら，このような取引終了条件を課すと，最大取引期間（今の場合は６カ月）の最後まで継続した取引の数は減る。グループ「１」の個数は，取引終了条件を課さない場合と比べて，終了条件として「一定の幅」0.1のケースで減少し，0.05のケースではさらに減少する。この終了条件に該当して取引を終了したものは，グループ「２」として掲載している。グループ「２」の収益率平均は，日本では正の値を確保しているが，英国と米国では負の値となっている（しかも絶対値は大きい）。

この違いを反映して，このような取引終了条件を課した場合，裁定取引の全体的なパフォーマンスは，日本と英米では全く逆の特徴が見られる。日本の場合，取引終了条件を課すと，全体の収益率平均は上昇している。しかし英国と米国は，取引終了条件の設置はかえってパフォーマンスを低下させてしまう。ほとんどのケースでその収益率平均は低下する。例外は，米国における Engle-Granger テストの場合のみ，収益率平均はほぼ一定である。

これ以外に興味深い点は，収益率平均の上昇・低下にかかわらず，取引終了条件の設定で標準偏差は上昇していることである。「一定の幅」の変動で取引が終了させられてしまうので，これは取引の短期化をもたらすことになる。表６で見たように，取引の短期化が収益率の標準偏差を上昇させるのであろう。

以上の結果は，裁定取引の終了条件に何か恣意的な設定をすると，かえってパフォーマンスが低下してしまうことを示していて，その意味で，割安割高の解消か，最大取引期間の経過という

表７　裁定取引の収益率：取引終了条件の変更

		Engle-Granger				Johansen			
close	id	num.	mean	s.d.	minus	num.	mean	s.d.	minus
Panel（A）：日本									
no	A	9813	5.02	21.47	(0)	7701	9.27	28.71	(0)
	0	7157	−4.43	11.92	5098	5137	−4.69	15.47	3411
	1	2656	30.48	20.77		2564	37.22	28.71	
0.1	A	9813	5.39	28.75	(0)	7701	9.38	40.75	(0)
	0	6213	−4.06	8.15	4444	3831	−3.37	8.74	2531
	1	2360	28.92	21.21		2278	35.32	28.37	
	2	1240	7.96	62.01	706	1592	2.93	72.82	966
0.05	A	9813	5.81	35.23	(0)	7701	11.82	46.91	(0)
	0	3399	−2.22	4.82	2355	1648	−1.80	4.93	1060
	1	2106	29.73	21.77		1864	36.55	30.06	
	2	4308	0.46	47.10	2900	4189	6.17	57.07	2443
Panel（B）：英国									
no	A	5441	6.96	19.74	(0)	7618	5.53	26.65	(0)
	0	3421	−3.70	10.37	2312	5668	−4.21	18.22	3377
	1	2020	25.01	18.70		1950	33.84	27.07	
0.1	A	5441	6.13	22.00	(0)	7618	1.92	41.20	(0)
	0	2804	−1.48	7.09	1773	3493	−0.79	9.24	1898
	1	2003	24.80	18.19		1821	33.29	27.43	
	2	634	−19.17	29.88	553	2304	−18.78	60.61	1583
0.05	A	5441	2.98	28.96	(0)	7618	1.14	47.81	(0)
	0	1284	−0.05	4.48	681	1439	−0.82	5.84	815
	1	1868	25.10	18.20		1496	34.25	28.76	
	2	2289	−13.36	32.26	1742	4683	−8.84	54.70	2914
Panel（C）：米国									
no	A	6759	8.95	29.79	(0)	6467	11.11	43.39	(2)
	0	4275	−4.91	12.30	2853	4554	−4.75	34.22	2790
	1	2484	32.82	35.42		1913	48.87	39.41	
0.1	A	6759	8.31	38.99	(0)	6467	7.65	60.61	(0)
	0	3310	−1.83	7.85	2068	2715	−1.93	9.11	1612
	1	2459	32.83	35.54		1820	48.64	39.63	
	2	990	−18.68	66.89	808	1932	−17.51	91.42	1353
0.05	A	6759	8.90	45.46	(0)	6467	5.37	66.79	(0)
	0	1700	−1.11	4.47	1041	1005	−0.95	5.62	556
	1	2201	33.51	36.94		1324	51.21	44.63	
	2	2858	−4.09	55.96	1950	4138	−7.77	73.98	2633

注）表７は，取引の終了条件を追加するとき，裁定取引の収益率がどのように変化するかを見たものである。株価指数と業種ポートフォリオ価値の大小が初期時点から逆転しなければ，裁定取引は最大取引期間（ここでは６カ月）まで継続されるが，ここの終了条件とは，両者の乖離率が初期時点から一定の幅だけ変化するときに裁定取引を強制的に終了するというものである。例えば初期時点の乖離率が15％であるなら，表の「0.1」は，乖離率が５％に縮小するか25％に拡大するとき強制的に取引終了とする。「0.05」は乖離率が10％に縮小するか20％に拡大すると取引終了である。「id」の「２」がこの終了条件に該当した裁定取引のグループである。なお「no」はこのような終了条件を設定しなかった場合で，前の表４と表５の結果を再掲している。Johansen テストでは，表５のポートフォリオウェイトを使った共和分ベクトルの選別を行っている。他方 Engle-Granger テストでは，そのような選別を行っていない。その他の記号については，表４の脚注を参照のこと。

元々の条件が裁定取引終了のための条件として，十分有効なものであることを示唆している。

6．3　サンプル期間

上記の計算では，初期時点は共通の1979年12月であるが，終了時点の異なる19個のサンプルを用いて共和分検定を行っている。具体的な終了時点は，1999年12月から2008年12月までの半年毎の19個の時点である。19個のサンプルから共和分関係の存在する業種組合せを見出し，その組合せすべてについて，裁定取引を実施した場合の収益率を計算し，その平均・標準偏差を求めている。３番目の頑健性のテストとして，19個のサンプルを前半の９個と後半の10個に分割し，前半と後半の各々について平均・標準偏差を集計したのが，表８である。

表８の［１］が前半，［２］が後半のサンプルを表している。前半のサンプルとは，1999年12月から2003年12月までの半年毎の時点を終了時点とする９つのサンプル，後半のサンプルとは，

表８　裁定取引の収益率：期間［１］と期間［２］

		Engle-Granger				Johansen			
period	id	num.	mean	s.d.	minus	num.	mean	s.d.	minus
Panel（A）：日本									
all	A	9813	5.02	21.47	(0)	7701	9.27	28.71	(0)
［１］	A	5991	3.95	20.05	(0)	4496	9.73	29.33	(0)
	0	4699	−3.61	11.59	3368	3103	−3.76	14.94	2085
	1	1292	31.44	20.31		1393	39.80	31.15	
［２］	A	3822	6.71	23.42	(0)	3205	8.61	27.81	(0)
	0	2458	−5.98	12.36	1730	2034	−6.10	16.15	1326
	1	1364	29.57	21.17		1171	34.16	25.19	
Panel（B）：英国									
all	A	5441	6.96	19.74	(0)	7618	5.53	26.65	(0)
［１］	A	2521	5.93	17.28	(0)	4259	3.02	24.44	(0)
	0	1676	−3.48	8.24	1125	3312	−5.43	16.64	2022
	1	845	24.59	15.23		947	32.58	24.38	
［２］	A	2920	7.84	21.61	(0)	3359	8.72	28.90	(0)
	0	1745	−3.92	12.06	1187	2356	−2.48	20.11	1355
	1	1175	25.31	20.84		1003	35.03	29.34	
Panel（C）：米国									
all	A	6759	8.95	29.79	(0)	6467	11.11	43.39	(2)
［１］	A	3362	12.62	35.06	(0)	3921	16.06	49.45	(2)
	0	2116	−3.76	12.21	1361	2542	−5.54	39.58	1595
	1	1246	40.43	42.84		1379	55.87	40.27	
［２］	A	3397	5.33	22.87	(0)	2546	3.48	30.35	(0)
	0	2159	−6.04	12.28	1492	2012	−3.77	25.89	1195
	1	1238	25.15	23.54		534	30.78	30.43	

注）表８は，裁定取引の収益率を前半の期間［１］と後半の期間［２］について集計したものである。期間［１］は1999/12，2000/06，……，2003/12に終了する９つのサンプルが対象で，期間［２］は2004/06，2004/12，……，2008/12に終了する10個のサンプルが対象である。「all」は期間［１］と期間［２］の合計であり，前の表４と表５の結果を再掲している。Johansen テストでは，表５のポートフォリオウェイトを使った共和分ベクトルの選別を行っている。他方 Engle-Granger テストでは，そのような選別を行っていない。その他の記号については，表４の脚注を参照のこと。

終了時点が2004年６月から2008年12月までの10個のサンプルである。all はこれらの合計19個のサンプルで，前の結果を再掲したものである。表８からわかることは，サンプルの期間の取り方如何で，結果が大きく異なっていることはないという点である。もちろん細かく見れば，国によりあるいは共和分検定の手法により様々な差異はある。

Engle-Granger と Johansen，両方のテスト結果で，英国では前半の収益率平均は後半のそれを下回っているが，逆に米国では前半の方が後半よりもパフォーマンスが高い。日本については，Engle-Granger テストと Johansen テストとで，前半と後半の収益率平均は逆方向に変化している。このように，裁定取引すべてについて，その収益率平均や標準偏差がどのような値となるかは，国や手法により様々であるが，大まかにいえば，収益率平均は３％から10％ほど，標準偏差は20％から40％ほどであるといえよう。これらの数字は，裁定取引というには，少々ハイリスクな印象もないではないが，リーマンショックの時期も含んでいることを考えるなら，インデックス運用に比べ相当に安定した収益を稼ぐことに成功している。

６．４　初期乖離率

本稿において，割安買いと割高売りの同時取引は，これら価格の乖離の大きさにかかわらず，裁定取引がスタートされる。しかし実際のところ，取引開始時のこの乖離の大きさは様々で，１％未満のこともあれば，数百％（数倍）に及ぶこともある。Gatev-Goetzmann-Rouwenhorst（2006）によれば，取引開始時の価格の乖離が大きいほどその収益が大きくなることが報告されている。それでは本稿の裁定取引でも，取引開始時点の乖離の大きさ（初期乖離率）とその収益との間に正の関係が見出されるかどうか。この点を調べたのが表９である。

表９では，共和分関係ありとされる業種組合せを，取引開始時点における株価指数と業種ポートフォリオ価値との乖離の大きさ（初期乖離率）によって４つのグループに分割し，グループごとの収益率平均などを計算した。「G1」は乖離が最下位の四分位グループ，「G4」は乖離が最上位の四分位グループである。もし上記の主張が正しいなら，G1から G4にかけて収益率平均は徐々に大きくなるはずである。ところが一見して明らかなとおり，すべてのケースについてそのような傾向は全く見られない。英国と米国では，むしろ逆に乖離の小さなグループほど高い収益率平均をもたらす。日本の場合は多少バラツキが見られるが，乖離の最も小さな G1で最高の収益率平均が記録される。少なくともこの表９から，Gatev-Goetzmann-Rouwenhorst（2006）の主張は本稿のような裁定取引には当てはまらない。

表10は，裁定取引の初期乖離率が小さい場合，その収益率がどうなるかをまとめたものである。表の「ini.」が初期乖離率を表していて，0.01が１％未満，0.02が２％未満，0.03が３％未満の裁定取引について，収益率が負になったものの個数「minus」と全体に占める割合「pct.」，および収益率平均「mean」を計算した。３カ国とも共通に，初期乖離率が小さくなるほど，裁定取引の収益率が負になる割合は小さくなる。英国を除けば，初期乖離率の低下に伴い収益率平均は上昇している。この表10を概観すれば，初期乖離率が１％未満の裁定取引の場合，負の収益率に終わる割合は３割以下に抑えられる。言い換えると，この場合の裁定取引は，７割ほどの確率で利

表 9　裁定取引の収益率：初期乖離率による四分位グループ

	Engle-Granger				Johansen			
	num.	mean	s.d.	minus	num.	mean	s.d.	minus
日本	9813	5.02	21.47	5098	7701	9.27	28.71	3411
	G1	10.50	23.32	932	G1	13.06	27.04	660
	G2	4.33	21.70	1398	G2	8.06	28.44	995
	G3	−1.50	17.04	1625	G3	3.50	27.48	1072
	G4	6.75	21.52	1143	G4	12.44	30.74	684
英国	5441	6.96	19.74	2312	7618	5.53	26.65	3377
	G1	10.53	20.60	411	G1	13.08	29.86	658
	G2	10.49	20.67	532	G2	4.86	27.43	986
	G3	5.97	19.20	643	G3	0.89	22.43	949
	G4	0.84	16.62	726	G4	3.29	24.71	784
米国	6759	8.95	29.79	2853	6467	11.11	43.39	2790
	G1	11.76	23.87	500	G1	19.49	35.07	523
	G2	9.63	28.54	754	G2	18.54	40.76	646
	G3	7.78	32.11	805	G3	7.86	35.06	785
	G4	6.64	33.49	794	G4	−1.46	55.87	836

注）表 9 は，株価指数と業種ポートフォリオ価値の初期乖離率で四分位グループを構成した場合，裁定取引の収益率を見たものである。「G1」は第 1 四分位で初期乖離率が最小のグループであり，「G4」は第 4 四分位で初期乖離率が最大のグループである。Johansen テストでは，表 5 のポートフォリオウェイトを使った共和分ベクトルの選別を行っている。他方 Engle-Granger テストでは，そのような選別を行っていない。「mean」は各グループについての収益率平均，「s.d.」はその標準偏差，「minus」は負の収益率となった裁定取引の個数，「num.」は裁定取引の総数である。

表10　裁定取引の収益率：初期乖離率によるパフォーマンス

		Engle-Granger				Johansen			
	ini.	num.	minus	pct.	mean	num.	minus	pct.	mean
日本	0.01	763	240	31.5%	11.41	635	149	23.5%	14.19
	0.02	1557	531	34.1%	11.17	1217	357	29.3%	13.30
	0.03	2338	888	38.0%	10.44	1861	628	33.7%	13.26
英国	0.01	785	217	27.6%	9.67	475	113	23.8%	14.50
	0.02	1490	465	31.2%	10.47	995	289	29.0%	14.56
	0.03	2079	695	33.4%	10.34	1454	461	31.7%	13.75
米国	0.01	910	224	24.6%	12.07	379	92	24.3%	17.67
	0.02	1734	517	29.8%	11.76	700	192	27.4%	17.61
	0.03	2442	806	33.0%	11.44	1041	313	30.1%	18.24

注）表10は，収益率が負になった裁定取引の個数を，初期乖離率「ini.」の違いで整理したものである。例えば「ini.」が0.02は，初期乖離率が 2 %未満の裁定取引を集計している。「num.」は該当する裁定取引の個数を，「minus」は負の収益率となった取引の個数を表している。「pct.」は「minus」÷「num.」を百分率で表記したもので，「mean」は各グループについての収益率平均である。なお Johansen テストでは，表 5 のポートフォリオウェイトを使った共和分ベクトルの選別を行っている。他方 Engle-Granger テストでは，そのような選別を行っていない。

益を出すことができる。

7　結び

本稿では，共和分関係に基づく裁定取引が可能かどうかを，共和分検定の２つの手法に依拠して検討した。個々の価格系列がランダムウォーク過程であっても，ある組合せ方法が共和分関係にあるなら，その線形結合は定常性を持つ。定常性を持つならば，線形結合の値は遠くない将来に必ず初期値に復帰するので，この特徴を用いて裁定取引が可能なはずである。本稿では，銘柄選択の恣意性を排除するため，５つの業種平均と株価指数の合計６個の変数間の共和分関係を問題にした。日本・英国・米国の３カ国の株式市場のデータを用いたが，計算結果は３カ国を通じて概ね同じものであった。共和分検定の手法にかかわらず，３カ国とも５つの業種平均と株価指数の間に非常に多数の共和分関係が見出される。

共和分関係が存在すると結論される業種の組合せを使って，業種ポートフォリオと株価指数との間の裁定取引をシミュレーションした。その結果，裁定は全体的には十分有効に機能していると考えられる。これら裁定取引の収益率は，平均が５％～10数％ほどである。共和分検定にEngle-Granger テストを用いた場合は，それが提供する共和分ベクトルをそのまま用いて業種ポートフォリオを構築しても問題は発生しない。ところがJohansen テストの場合，それが提供する共和分ベクトルをそのまま用いることには無理があり，何らかの基準を用いて，共和分ベクトルを選別することが必要不可欠である。本稿では，業種ポートフォリオが分散投資されているかという点を基準に共和分ベクトルを選別した。選別した結果，裁定取引の収益率平均とその標準偏差はEngle-Granger テストの場合のそれと概ね類似した値となる。

本稿で試みた共和分関係に基づく裁定取引は，米国におけるウィナー・ルーザー仮説に依る投資戦略と比べ，収益性という点で遜色ない。ただ収益率の標準偏差の大きさも同様である。面倒なことをしている割には，リターンに比べリスクが大きいという批判は免れない。裁定取引をシミュレーションした結果，半数前後のものが，負の収益率となって損を被ることになる。そこで本稿では，初期乖離率の小さなものに限定した場合も集計してみた。初期乖離率が数％のものならば，負の収益率となるのは全体の３割前後に抑えることができる。初期乖離率が１％未満の場合，裁定取引の７割前後が正の収益をもたらす。

付録Ａ　採用された業種

本稿で採用された業種は，表11のとおりである。

表11　裁定取引で用いられた業種

コード	業種名	日本	英国	米国
OILGP	Oil & Gas Producers	○	○	○
OILES	Oil Equipment & Services		○	○
CHMCL	Chemicals	○	○	○
FSTPA	Forestry & Paper	○		○
INDMT	Industrial Metals & Mining	○		○
MNING	Mining	○	○	○
CNSTM	Construction & Materials	○	○	○
AERSP	Aerospace & Defense		○	○
GNIND	General Industrials	○	○	○
ELTNC	Electronic & Electric Equipment	○	○	○
INDEN	Industrial Engineering	○	○	○
INDTR	Industrial Transportation	○	○	○
SUPSV	Support Services	○	○	○
AUTMB	Automobiles & Parts	○	○	○
BEVES	Beverages	○	○	○
FOODS	Food Producers	○	○	○
HHOLD	Household Goods & Home Construction	○	○	○
LEISG	Leisure Goods	○	○	○
PERSG	Personal Goods	○	○	○
TOBAC	Tobacco		○	○
HCEQS	Healthcare Equipment & Services		○	○
PHARM	Pharmaceuticals & Biotechnology	○	○	○
FDRGR	Food & Drug Retailers	○	○	○
GNRET	General Retailers	○	○	○
MEDIA	Media	○	○	○
TRLES	Travel & Leisure	○	○	○
TELFL	Fixed Line Telecommunications	○		○
TELMB	Mobile Telecommunications			○
ELECT	Electricity	○		○
GWMUT	Gas Water & Multiutilities	○		○
BANKS	Banks	○	○	○
NLINS	Nonlife Insurance	○	○	○
LFINS	Life Insurance		○	○
RLISV	Real Estate Investment & Services	○	○	○
REITS	Real Estate Investment Trusts		○	○
FNSVS	Financial Services	○	○	○
EQINV	Equity Investment Instruments		○	
SFTCS	Software & Computer Services		○	○
TECHD	Technology Hardware & Equipment	○		○
	業種数	30	32	38

注）表11の○は，採用された業種を表す。基本的には，Datastream に1979年12月から収録されているものを採用している。

参 考 文 献

[1] Chen, J., and H. Hong. 2002. Discussion of "Momentum and Autocorrelation in Stock Returns". *Review of Financial Studies* 15: 565-573.

[2] Cheung, Y., and K. S. Lai. 1999. Macroeconomic Determinants of Long-term Stock Market Comovements among Major EMS Countries. *Applied Financial Economics* 9: 73-85.

[3] DeBondt, W. F. M., and R. Thaler. 1985. Does the Stock Market Overreact? *Journal of Finance* 40: 793-805.

[4] Fama, E. F., and K. R. French. 1996. Multifactor Explanations of Asset Pricing Anomalies. *Journal of Finance* 51: 55-84.

[5] Francis, B. B., and L. L. Leachman. 1998. Superexogeneity and the Dynamic Linkages among International Equity Markets. *Journal of International Money and Finance* 17: 475-492.

[6] Gatev, E., W. N. Goetzmann, and K. G. Rouwenhorst. 2006. Pairs Trading: Performance of a Relative-Value Arbitrage Rule. *Review of Financial Studies* 19: 797-827.

[7] Grundy, B. D., and J. S. Martin. 2001. Understanding the Nature of the Risks and the Source of the Rewards to Momentum Investing. *Review of Financial Studies* 14: 29-78.

[8] Hamilton, J. D. 1994. *Time Series Analysis*. Princeton University Press.

[9] Hayashi, F. 2000. *Econometrics*. Princeton University Press.

[10] Iihara, Y., H. K. Kato, and T. Tokunaga. 2004. The Winner-Loser Effect in Japanese Stock Returns. *Japan and the World Economy* 16: 471-485.

[11] Jegadeesh, N., and S. Titman. 1993. Returns to Buying Winners and Selling Losers: Implications for Stock Market Efficiency. *Journal of Finance* 48: 65-91.

[12] Jegadeesh, N., and S. Titman. 1995. Overreaction, Delayed Reaction, and Contrarian Profits. *Review of Financial Studies* 8: 973-993.

[13] Jegadeesh, N., and S. Titman. 2001. Profitability of Momentum Strategies: An Evaluation of Alternative Explanations. *Journal of Finance* 56: 669-720.

[14] Kanas, A. 1998. Linkages between the US and European Equity Markets: Further Evidence from Cointegration Tests. *Applied Financial Economics* 8: 607-614.

[15] Lewellen, J. 2002. Momentum and Autocorrelation in Stock Returns. *Review of Financial Studies* 15: 533-563.

[16] Lo, A. W., and A. C. MacKinlay. 1990. When are Contrarian Profits Due to Stock Market Overreaction? *Review of Financial Studies* 3: 175-205.

[17] Malliaris, A. G., and J. L. Urrutia. 1996. European Stock Market Fluctuations: Short and Long Term Links. *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money* 6: 21-33.

[18] Masih, R., and A. M. M. Masih. 2001. Long and Short Term Dynamic Causal Transmission amongst International Stock Markets. *Journal of International Money and Finance* 20: 563-587.

[19] Moskowitz, J. T., and M. Grinblatt. 1999. Do Industries Explain Momentum? *Journal of Finance* 54: 1249-1290.

[20] Motori, D., and Y. Tsuji. 2012. An Investment Strategy Using Cointegration. mimeo. http://www.fbc.keio.ac.jp/~tsuji

[21] Roca, E. D. 1999. Short-term and Long-term Price Linkages between the Equity Markets of Australia and its Major Trading Partners. *Applied Financial Economics* 9: 501-511.

[22] 辻幸民・元利大輔. 2007.「TOPIX との連動性と投資戦略」『証券経済学会年報』（第42号）97-111頁.

元利大輔［イボットソン・アソシエイツ・ジャパン］