Title	多期間モデルにおける企業金融論
Sub Title	Corporate finance in a multi-period model
Author	辻, 幸民(Tsuji, Yukitami)
Publisher	慶應義塾大学出版会
Publication year	2007
Jtitle	三田商学研究 (Mita business review). Vol.50, No.4 (2007. 10) ,p.1- 13
JaLC DOI	
Abstract	従来の企業金融論では， 1期間モデルあるいは定常状態の世界で議論構築されることが多かった。他方，3つ以上の時点が想定された多期間のモデルになると，証券の価格評価が根本から無視されている場合がほとんどである。本稿では，より一般的な多期間モデルを想定し，SDF に依拠した証券価格の定式化の下での企業金融論を議論したい。今後，動学的な企業金融論を構築する際に必要不可欠となるであろう多期間モデルの枠組みを提示し，その枠組みの中で従来の企業金融論の基本命題が再検討される。基本命題とはMMにより導かれた負債に関する一連の命題，負債の無関連命題とてこ効果，そして法人税を考慮した修正MM 命題である。
Notes	商学部創立50周年記念 = Commemorating the fiftieth anniversary of the faculty 50周年記念論文
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234698-20071000-0001

三田商学研究
第50巻第4号
2007 年 10 月

2007年6月11日掲載承認

多期間モデルにおける企業金融論

辻　　　幸　民

＜要　　約＞
従来の企業金融論では，1期間モデルあるいは定常状態の世界で議論構築されることが多かった。他方，3つ以上の時点が想定された多期間のモデルになると，証券の価格評価が根本から無視されている場合がほとんどである。本稿では，より一般的な多期間モデルを想定し，SDF に依拠した証券価格の定式化の下での企業金融論を議論したい。今後，動学的な企業金融論を構築する際に必要不可欠となるであろう多期間モデルの枠組みを提示し，その枠組みの中で従来の企業金融論の基本命題が再検討される。基本命題とはMMにより導かれた負債に関する一連の命題，負債の無関連命題とてこ効果，そして法人税を考慮した修正 MM 命題である。

＜キーワード＞
企業金融，多期間モデル，SDF，MM 命題，修正 MM 命題

1．はじめに

企業金融論では，登場する主体（企業と投資家）が株式や負債の時価を意思決定の拠り所にするから，証券の価格評価をどうするかという点が最も重要な問題のはずである。事実，1期間ないしは定常状態が想定された企業金融のモデルであれば，証券の価格評価に Sharpe-Lintner-Mossin（以下，SLM と略称）による CAPM を用いるのが通例となっているし，またそうすることの理論的整合性も保持されている。しかし，一般的な多期間が想定されたモデル，特に近年主流となっている複数時点のモデルでは，証券の価格評価の問題は根本から無視されていることが多い。その議論の大半が，危険中立者の投資家を仮定し，ゼロの無危険利子率を想定しているからである。これら2つを仮定すると，投資家の要求利回りはゼロとなるので，期末の期待キャッシュフローがそのまま価格となって，証券の価格評価の問題は消滅する。

証券の価格評価については，ファイナンス研究の asset pricing と称される分野の中心的テーマであり，今日まで大変盛んに理論的・実証的研究がなされてきた。asset pricing 分野における今日の基本的コンセンサスによると，多期間モデルの証券価格は stochastic discount factor（SDF）

に依拠して定式化すべきということになる[1]。SDF に依拠した証券価格の定式化は，CAPM の多期間モデル・バージョンともいえる消費 CAPM を導く。消費 CAPM は，投資家の要求利回りに関して，SLM タイプの CAPM とほぼ同様の含意をもたらすため，企業金融について 1 期間モデルで成立した議論が，そのまま多期間モデルでも成立するものと類推される[2]。しかし，この類推は本当に正しいのであろうか。

本稿では，一般的な多期間モデルを想定し，asset pricing 分野で普及している SDF に依拠した証券の価格評価を前提に，企業金融論を議論したい。その究極的な目標は，動学的な企業金融論を今後，構築・展開したいことにあるが，本稿では，企業金融に関する動学的な意思決定の問題にまで立ち入ることはできない。本稿では，将来その問題を取り扱うのに必要不可欠であろう多期間モデルを提示し，その枠組みの中でより基本的な問題を再検討することが目的である。そうすることが，今後の動学的企業金融論に関する研究の第一歩となろう。

本稿で取り上げる基本的な問題とは，従来の企業金融論で最も盛んに議論された問題，もっと具体的には，Modigliani-Miller（以下，MM と略称）によって提唱された負債に関する一連の命題のことである。以下では 3 つの命題を取り上げる。最初は，MM（1958）による負債の無関連命題である。負債の有無が企業の資産に影響を与えないなら，負債の有無によって企業価値に差が生じることはない。このことは，負債が企業の実態に影響を与えない，無関連 irrelevant なものであることを意味するので，負債の無関連命題と称される。

2 つ目の命題は MM（1958）の第 2 命題のことで，本稿ではこれを便宜上，負債のてこ効果と称する。MM（1958）は，株式の期待利回りが負債比率と共に上昇するという関係式を第 2 命題として導いた。この関係式と類似の関係は MM 以前から，一般に負債のてこ効果として認知されたものであったが，MM の貢献は，負債のてこ効果が実は資本市場の均衡を反映したもので，株式の期待利回り上昇は，株式のリスク上昇に伴うリスクプレミアム上昇に相当するものであることを示した点にある。

3 つ目の命題は，法人税を考慮した場合の修正 MM 命題と称されるものである。MM（1963）は，法人税額を計算する際，負債の金利支払いが損金算入されることを前提に，企業価値に関する有名な式を導いた。負債が存在する場合の企業価値は，まったく同じ企業で負債が存在しない場合の企業価値に，節税効果の価値を加えたものに等しくなる。そして節税効果の価値とは，負債価値に法人税率を乗じたものとして導出される。

以上の 3 つの命題は，定常状態や 1 期間モデルを想定して証明されるのが今日までの一般的な流儀になっているが，証券の価格評価を SDF に依拠した多期間モデルの枠組みの中で，これら命題はどのように証明できるのか。特別な仮定を何も追加することなしに，ストレートに導出できるのであろうか。または新たな仮定を別に設定しなければ導出困難なのかもしれない。そのと

1）　SDF に依拠した asset pricing 研究の集大成が Cochrane（2005）であろう。もっとコンパクトなものとしては，Campbell-Lo-MacKinlay（1997）第 8 章や Campbell-Viceira（2002）第 2 章の議論が有用である。

2）　この類推に基づいて，多期間モデルにおける負債の無関連命題を議論したものに，辻（2002）131–134頁がある。

きどのような仮定を設ける必要があるか。

本稿の構成は次のとおりである。2節で，SDF による証券の価格評価と，多期間モデルにおける企業金融のモデル設定を述べる。3節では，2節のモデルを用いて，上で述べた MM による3つの命題を検討する。4節は結びである。

2．モデル

2．1　価格評価

本稿では，Stochastic Discount Factor（SDF）と称される概念に依拠した手法に基づいて，証券の価格付けをする。投資家は次の目標関数に従う。

$$\max \mathrm{E}_0\left[\sum_{t=1}^{\infty} u_t(c_t)\right]$$

c_t は（$t-1$ 時点から）t 時点での消費，$u_t(c_t)$ はこの消費に対する効用関数である。このとき，最適性の1階条件から，

$$\mathrm{E}_t\left[M_{t+1}\frac{d_{i,t+1}+P_{i,t+1}}{P_{i,t}}\right]=\mathrm{E}_t\left[M_{t+1}(1+y_{i,t+1})\right]=1 \tag{1}$$

という式が得られる。この M_{t+1} が SDF で，$t+1$ 時点の限界効用と t 時点の限界効用の比として定義される。$P_{i,t}$ と $P_{i,t+1}$ はこの資産1単位の売買価格，$d_{i,t+1}$ はこの資産1単位の生み出すキャッシュフローである。$y_{i,t+1}$ はこれらから定義される利回りである。i は任意の銘柄を表していて，この式はあらゆる資産について成立する。株式であるなら P_i は1株当り株価，d_i は1株当り配当である。

利回り $y_{i,t+1}$ が時点 t で確定しているなら，この資産は安全資産で，$y_{i,t+1}$ を無危険利子率 $R_{F,t}$ として表す。$R_{F,t}$ は t 時点では確率変数ではないので，(1)式は次のように書き換えられる。

$$1+R_{F,t}=\frac{1}{\mathrm{E}_t(M_{t+1})} \tag{2}$$

$y_{i,t+1}$ が t 時点で確定せず確率変数であるなら，共分散の定義式を用いて，(1)式は

$$1=\mathrm{cov}_t(M_{t+1},\ 1+y_{i,t+1})+\mathrm{E}_t(M_{t+1})\mathrm{E}_t(1+y_{i,t+1})$$

のようにすることができ，これに(2)式を使って，

$$\mathrm{E}_t(y_{i,t+1})-R_{F,t}=-(1+R_{F,t})\mathrm{cov}_t(M_{t+1},\ y_{i,t+1}) \tag{3}$$

を得る。この式左辺は危険資産のリスクプレミアムであり，これは $y_{i,t+1}$ と M_{t+1} との共分散から決定されることが右辺からわかる。この共分散を以下では便宜的にシステマティックリスクと

称しよう。

ところで，一銘柄の配当や株価の変化は厳密には，投資家の予算制約を通じて消費に影響を及ぼすであろう。つまり $d_{i,t+1}$ の変化は M_{t+1} も変化させ得る。しかし今，銘柄の数は非常に多数存在していて，一銘柄の配当や株価が変化しても，その変化は資産ポートフォリオ全体に微々たる影響しか及ぼさず，消費や SDF への影響も無視できるほどであるとする。この仮定により，企業の財務行動が配当や株価を変化させても，そのことが M_{t+1} を変化させることを考慮する必要がなくなるので，分析は大幅に単純化することができる。いわば，SDF の系列 $\{M_t\}$ は企業にとって与件であり，企業は，この所与の SDF から(1)式が満たされるよう証券の価格を評価すればよい。企業の財務行動は，この価格評価を前提にして意思決定されることになる。

2．2　負債について

多期間モデルでは，負債の満期が様々な時点を取り得るため，1期間モデルあるいは定常状態モデルに比べて，負債の設定は格段と複雑になる。本稿では Stiglitz（1974）の手法にならい，次のように負債を取り扱おう。t 時点で約束している τ 時点返済の金額を $L(t;\tau)$ で表す（当然，τ は t よりも後の時点）。τ 時点の返済額は時点 t の経過で変化し得る。単純化のため満期前返済はないものとするなら，$L(t;\tau)$ は t の非減少関数である。例えば，第3時点に100の返済を約束する負債 $(\tau=3)$ を各々，第1時点と第2時点で2回発行した $(t=1$と$t=2)$ なら，これらの資金調達は，$L(1;3)=100$，$L(2;3)=200$ という具合に記される。このようにできるためには，後の時点で発行された負債は，その前に発行された負債とまったく同等の権利（優先順位）でもって，満期時の返済を受けることが仮定されている。しばしばテキスト等で指摘されることに，例えば第1時点で発行される（第3時点で返済の）負債には，第2時点でこれと同等以上の権利を持つ負債を発行できない旨の契約条項 covenant が付与されるとあるが，このような契約条項は本稿のモデルでは無視されている。それ故，任意の τ 時点で支払うべき負債の返済額は $\tau-1$ 時点になって初めて最終的に確定する。

ところで，本稿の負債は割引債タイプの債券を想定している。元本部分をこの $L(t;\tau)$ で表し，利子を表す別の関数を新たに定義すれば，通常の利付債タイプの負債も取り扱うことはできるが，利付債タイプの負債を考慮すると各時点のキャッシュフロー表記は飛躍的に煩雑になる。ここでは単純化のため，負債はすべて割引債で発行されるものとする。割引債なら満期前のキャッシュフロー（利子支払い）が存在しないので，関数 $L(t;\tau)$ のみで負債に対する支払額を表記できる。

負債の市場価格は $P_B(t;\tau)$ という記号で表される。これは τ 時点に1円を返済する負債の，t 時点における価格である。負債が安全資産であれば，$P_B(\tau;\tau)=1$ であるが，本稿では負債の貸倒れ default の可能性を想定して定式化を進めたい。そこで貸倒れ発生の有無を $\mathbf{1}_D$ というインディケータ関数で表そう。これは貸倒れ発生のとき1という値を，貸倒れが発生しなければ0という値を取る関数である。これを使って，

$$P_B(\tau;\tau)=1\times(1-\mathbf{1}_D)+k_b(\tau)\mathbf{1}_D\equiv\gamma_\tau$$

と定式化しよう。すなわち，満期時点 τ に貸倒れがなければ1であり，貸倒れがあるなら，1の返済はなく，それより少ない $k_b(\tau)$ という返済を受ける。なお $k_b(\tau)<1$ と仮定する。以上のことを γ_τ という関数を使って表現することで，貸倒れリスクを考慮した負債の価格 $P_B(t;\tau)$ を次のように定式化しよう。

満期が $\tau=t+1$ の負債については，$P_B(t+1;t+1)=\gamma_{t+1}$ と(1)式を用いれば，

$$\mathrm{E}_t\left[M_{t+1}\frac{\gamma_{t+1}}{P_B(t;t+1)}\right]=1 \quad\Rightarrow\quad P_B(t;t+1)=\mathrm{E}_t[M_{t+1}\gamma_{t+1}]$$

を得る。$\tau=t+2$ の負債については，まず $t+1$ 時点の価値を同様にして求めれば，

$$P_B(t+1;t+2)=\mathrm{E}_{t+1}[M_{t+2}\gamma_{t+2}]$$

であるから，これを用いて次の式を導くことができる。

$$P_B(t;t+2)=\mathrm{E}_t[M_{t+1}P_B(t+1;t+2)]=\mathrm{E}_t[M_{t+1}M_{t+2}\gamma_{t+2}]$$

なお以下では，上記のような M_t と γ_t の並びを次のように定義される記号を使って簡単に示すことにする。

$$\Gamma_{t+1}^{t+k}=\gamma_{t+k}\prod_{i=1}^{k}M_{t+i} \tag{4}$$

これを用いれば，k 時点先の満期の負債1単位の t 時点における価格は，

$$P_B(t;t+k)=\mathrm{E}_t[\Gamma_{t+1}^{t+k}]$$

という具合に一般化できる。

企業の負債価値とは，ある時点 t で企業の負っている負債総額の市場価値のことである。この負債総額とは，時点 t 以降に満期が来て支払い義務の発生するすべての負債の合計のことであり，τ 時点での支払は，t 時点においては $L(t;\tau)$ 円が約束されている。将来時点で満期となる負債1単位の現在時点の価格は $P_B(t;\tau)$ であるから，企業の負債価値を B_t で表すと，これは次のように定式化される。

$$B_t=\sum_{\tau=t+1}^{\infty}P_B(t;\tau)L(t;\tau)=\sum_{k=1}^{\infty}\mathrm{E}_t[\Gamma_{t+1}^{t+k}]L(t;t+k) \tag{5}$$

2．3　株式価値

t 時点から $t+1$ 時点にかけて企業が生み出す収益を X_{t+1} とする。$t+1$ 時点において，この収益から負債の返済額 $L(t;t+1)$ を支払い，残りが株主への配当 $D_L(t+1)$ と内部留保 Φ_{t+1} になる。同じく t 時点から $t+1$ 時点までに実行する投資を I_{t+1} で表す。この投資は，内部留保

Φ_{t+1} と新株発行 s_{t+1} および新負債の発行 b_{t+1} で資金調達されるものとする。これらのことを式で表現すると，

$$X_{t+1} = D_L(t+1) + L(t;t+1) + \Phi_{t+1}$$
$$I_{t+1} = \Phi_{t+1} + s_{t+1} + b_{t+1}$$

であるが，これらから Φ_{t+1} を消去すると，

$$X_{t+1} - I_{t+1} = D_L(t+1) + L(t;t+1) - s_{t+1} - b_{t+1}$$

という形の $t+1$ 時点に関するこの企業の予算制約式が得られる。投資家に支払うキャッシュフロー（株式への配当と負債の返済額）は，投資額を控除したネットの収益，ないしは新たな資金調達によってまかなわれなければならない。ただし，予算制約式をこのように書けるのは負債が安全資産の場合である。貸倒れの可能性を考慮する場合には，多少表記上のテクニックが必要になり，

$$X_{t+1} - I_{t+1} = D_L(t+1) + \gamma_{t+1} L(t;t+1) - s_{t+1} - b_{t+1} \tag{6}$$

のように $L(t;t+1)$ に γ_{t+1} を乗じておく必要がある。

この企業の１株当りの配当を $d_L(t+1)$，株価を $P_L(t+1)$，発行済株式数を $n_L(t+1)$ とする。⑹式の $D_L(t+1)$ は支払い配当の総額で，$t+1$ 時点で配当を受け取れるのは t 時点での株主であるから，t 時点の発行済株式数 $n_L(t)$ を $d_L(t+1)$ に乗じたものが $t+1$ 時点の配当総額になる。これは $D_L(t+1) = n_L(t) d_L(t+1)$ である。また $n_L(t+1) - n_L(t)$ は，$t+1$ 時点で新株発行により増加した株式数で，これによる調達資金額が s_{t+1} であるから，$s_{t+1} = P_L(t+1)(n_L(t+1) - n_L(t))$ である。他方，新たな負債からの資金は

$$b_{t+1} = \sum_{\tau=t+2}^{\infty} P_B(t+1;\tau)\left[L(t+1;\tau) - L(t;\tau)\right]$$

のように書ける。$t+1$ 時点で新たな負債を発行するとは，前の時点 t と比較して，将来の複数時点の τ で返済額が増加する。これが $L(t+1;\tau) - L(t;\tau)$ で表され，この返済増加分に対する $t+1$ 時点での価値が，$t+1$ 時点で調達される金額である。

この企業の株価に，価格評価の⑴式を適用すると，

$$P_L(t) = \mathrm{E}_t\left\{M_{t+1}\left[d_L(t+1) + P_L(t+1)\right]\right\}$$

であるが，この両辺に $n_L(t)$ を乗じると株式価値 $S_L(t)$ を得る。これが

$$S_L(t) = \mathrm{E}_t\left\{M_{t+1}\left[D_L(t+1) + n_L(t) P_L(t+1)\right]\right\}$$

である。ところで，$s_{t+1} = S_L(t+1) - n_L(t) P_L(t+1)$ であるから，これを用いて予算制約の⑹式を書き換えると，

$$D_L(t+1)+n_L(t)P_L(t+1)=X_{t+1}-I_{t+1}+S_L(t+1)-\gamma_{t+1}L(t;t+1)+b_{t+1} \tag{7}$$

という形の予算制約式を得る。この(7)式右辺の最後の2項は，負債に関する $t+1$ 時点のキャッシュアウトとキャッシュインであり，簡単化のためこれらをまとめて，$H_{t+1}=\gamma_{t+1}L(t;t+1)-b_{t+1}$ と表現する。いうまでもなく，$\gamma_{t+1}L(t;t+1)$ が $t+1$ 時点の負債への返済額（キャッシュアウト），b_{t+1} が負債発行からの受取額（キャッシュイン）で，H_{t+1} は $t+1$ 時点における負債への純支払額を意味している。以上のことを用いると，株式価値の式は

$$S_L(t)=\mathrm{E}_t\left\{M_{t+1}\left[X_{t+1}-I_{t+1}-H_{t+1}+S_L(t+1)\right]\right\}$$

であるから，順次代入を繰り返していくと次式を得る。

$$S_L(t)=\mathrm{E}_t\left\{\sum_{k=1}^{\infty}\left(\prod_{i=1}^{k}M_{t+i}\right)(X_{t+k}-I_{t+k}-H_{t+k})\right\} \tag{8}$$

ただしこの式の成立には次の条件が前提となっている（transversality condition）。

$$\lim_{k\to\infty}\mathrm{E}_t\left\{\left(\prod_{i=1}^{k}M_{t+i}\right)S_L(t+k)\right\}=0$$

3．MM 命題

ここでは，前節で示された多期間モデルのフレームワークを用いて，MM により導出された企業金融論の最も基本的な命題が成立するかどうかを検討する。ここの基本命題とは3つあって，1つは負債の無関連命題，もう1つは負債のてこ効果，最後が法人税を考慮した修正 MM 命題である。MM はこれら命題を，定常状態という非常に限定された世界で導いたが，より一般的な（制約の緩い）多期間モデルの世界において，これら命題はまったく同様に導出できるのであろうか。もし導出できないなら，何を追加で仮定することで，同様の関係を導くことができるであろうか。

3．1　負債の無関連命題

ここでは負債の無関連命題の成立を示そう。前節で想定した負債の存在する企業を企業Lと称する。企業Lとまったく同様の収益見込みと投資計画を持っているが，唯一の違いは負債がまったく存在しない点にある別の企業を考えよう。これを企業Uと称して添え字 U で表す。1株当り配当は $d_U(t)$，株価は $P_U(t)$，発行済株式数は $n_U(t)$，企業価値は $V_U(t)=n_U(t)P_U(t)$ である。この企業価値は，(8)式の $H_{t+k}=0$ とした場合の株式価値に他ならないので，

$$V_U(t)=\mathrm{E}_t\left\{\sum_{k=1}^{\infty}\left(\prod_{i=1}^{k}M_{t+i}\right)(X_{t+k}-I_{t+k})\right\} \tag{9}$$

として定式化できる。

負債の存在する企業Lの株式価値 $S_L(t)$ は(8)式で表され，そのときの負債価値は(5)式の B_t である。負債の無関連命題とは具体的には，$S_L(t)+B_t=V_U(t)$ が成立していることである。(8)式と(9)式を比較すれば，

$$B_t=\mathrm{E}_t\left\{\sum_{k=1}^{\infty}\left(\prod_{i=1}^{k}M_{t+i}\right)H_{t+k}\right\} \tag{10}$$

であるなら，確かに $S_L(t)+B_t=V_U(t)$ は成立する。他方，負債価値 B_t の元々の定式化は(5)式であるから，この(10)式は，

$$\mathrm{E}_t\left\{\sum_{k=1}^{\infty}\left(\prod_{i=1}^{k}M_{t+i}\right)H_{t+k}\right\}=\sum_{k=1}^{\infty}\mathrm{E}_t[\Gamma_{t+1}^{t+k}]L(t;t+k) \tag{11}$$

が成立しなければならないことを意味している。実際，(11)式の左辺は右辺のように書き換えることができる。この式展開は付録で示される。以上のことから，一般的な多期間モデルにおいて，貸倒れの可能性を考慮したとしても負債の無関連命題はそのまま成立する。

3．2　負債のてこ効果

企業Lの株式利回り $y_L(t+1)$ は，$[d_L(t+1)+P_L(t+1)-P_L(t)]/P_L(t)$ であるが，分子と分母に $n_L(t)$ を乗じ，予算制約の(7)式を使って，

$$\begin{aligned}1+y_L(t+1)&=\frac{X_{t+1}-I_{t+1}+S_L(t+1)-H_{t+1}}{S_L(t)}\\&=\frac{X_{t+1}-I_{t+1}+V_U(t+1)}{V_U(t)}\frac{V_U(t)}{S_L(t)}-\frac{B_{t+1}+H_{t+1}}{S_L(t)}\end{aligned}$$

のように展開できる。この2行目の式は，1行目の分子に負債の無関連命題から $S_L(t+1)=V_U(t+1)-B_{t+1}$ を適用し，さらに適当に展開したものである。この第1項の最初の分数は，企業Uの株式利回り $y_U(t+1)$ で，これは

$$1+y_U(t+1)=\frac{d_U(t+1)+P_U(t+1)}{P_U(t)}=\frac{X_{t+1}-I_{t+1}+V_U(t+1)}{V_U(t)}$$

のように定義される。従って，企業Lの株式利回りは企業Uのそれと次のような関係にある。

$$1+y_L(t+1)=[1+y_U(t+1)]\left(1+\frac{B_t}{S_L(t)}\right)-\frac{B_{t+1}+H_{t+1}}{S_L(t)} \tag{12}$$

⑿式右辺の第1項は，直接的な式展開で導出できたが，問題は第2項である。実はここで新たな仮定を設けないと，これ以上はどうしようもない。第2項の分子 $B_{t+1}+H_{t+1}$ には次のような関係が存在する。

$$\mathrm{E}_t[M_{t+1}(B_{t+1}+H_{t+1})]=B_t$$

この式は，負債価値という価格について⑴式を（形式的に）当てはめたものと考えてもよいし，B_{t+1} と H_{t+1} に各々の定式を代入し，式展開を経て B_t を導出したものと考えてもよい。いずれにせよ，この式の形を見て，次のような新たな仮定を設けるなら，MM の第2命題の式を導くことができる。それは，確率過程が時間を通じて独立であると仮定することである。

$B_{t+1}+H_{t+1}$ はその後の時点の M_{t+k} や γ_{t+k}（ただし $k=2, 3, \cdots$）に依存しているから，もし時点毎の確率事象が独立であるなら，

$$B_t=\mathrm{E}_t(M_{t+1})\mathrm{E}_t(B_{t+1}+H_{t+1})$$

とすることができる。ここで $E_t(M_{t+1})=1/(1+R_{F,t})$ である。以上のことを用いて，⑿式に条件付期待値をとれば，

$$\mathrm{E}_t[y_L(t+1)]=\mathrm{E}_t[y_U(t+1)]+(\mathrm{E}_t[y_U(t+1)]-R_{F,t})\left(\frac{B_t}{S_L(t)}\right) \tag{13}$$

という具合に，MM の第2命題と同じ式が導出できる[3)]。

MM のように定常状態という強い仮定に依存せず，単に時点間の独立性を想定すれば，負債のてこ効果を表す式が導出できる。ではそのとき，株式のリスクはどうなっているであろうか。企業Lの株式のシステマティックリスクは，$\mathrm{cov}_t(M_{t+1}, y_L(t+1))$ で表されるので，これに⑿式を代入する。

$$\begin{aligned}\mathrm{cov}_t(M_{t+1}, 1+y_L(t+1))&=\mathrm{cov}_t(M_{t+1}, 1+y_U(t+1))\left(1+\frac{B_t}{S_L(t)}\right)\\&\quad-\mathrm{cov}_t\left(M_{t+1}, \frac{B_{t+1}+H_{t+1}}{S_L(t)}\right)\end{aligned} \tag{14}$$

右辺第2項は，時点間の独立性の下ではゼロであるから，確かに，企業Lの株式のシステマテ

3) 本稿では議論の流れを重視して，条件付期待値や条件付共分散でもって定式化をしているが，時点毎の確率事象の独立性を仮定すると，条件付期待値の「条件」は意味を失い消えてしまう。すなわち，条件付確率分布はすべて無条件の確率分布となる。従って本当ならば，(13)式は，MM の第2命題同様，無条件期待値で定式化されることになる。またこのとき(14)式も，共分散の条件は消えて無条件共分散で定式化される。

ィックリスクは企業Uのそれに比べて，$\left(1+\frac{B_t}{S_L(t)}\right)$倍になっている。すなわち，企業が負債を負うことで，営業リスクのみならず財務リスクが発生し，株式のリスクが上昇するため，要求利回りが上昇して株式収益率の上昇をもたらす。

以上のことをまとめよう。MMが定常状態に依拠して導いた，株式利回りに関する式（MMの第2命題）を，ここの一般的な多期間モデルにおいてそのまま導くことは困難である。しかし時点間の独立性を新たに仮定すれば，定常状態を想定することなしに，ここの多期間モデルはMMの第2命題と同じ式を導出できる[4)]。

3．3　法人税：修正MM命題

MM（1963）は法人税を考慮して負債の無関連命題を訂正した。法人税率を τ とすると，修正MM命題とは，$V_L(t)=V_U(t)+\tau B_t$ が成立することをいう。

t 時点に支払う法人税額を T_t で表そう。予算制約の(7)式は，

$$D_L(t+1)+n_L(t)P_L(t+1)=X_{t+1}-I_{t+1}+S_L(t+1)-H_{t+1}-T_{t+1}$$

のように書き換えられる。この式から形式的に $V_L(t)=V_U(t)+\tau B_t$ を導出すること自体は，実はそれほど難しいことではない。議論が逆であるが，どのような法人税制を想定し，どのように法人税額 T_{t+1} を計算するなら，修正MM命題の $V_L(t)=V_U(t)+\tau B_t$ が導けるかを考えてみよう。その答えは，任意時点の法人税額が $T_{t+k}=\tau(X_{t+k}-H_{t+k})$ のように計算できることである。このとき確かに修正MM命題の式が導出される。まずこの点を確認しておこう。

法人税額がこのような形で計算されるなら，株式価値の(8)式は

$$S_L(t)=\mathrm{E}_t\left\{\sum_{k=1}^{\infty}\left(\prod_{i=1}^{k}M_{t+i}\right)[(1-\tau)(X_{t+k}-H_{t+k})-I_{t+k}]\right\} \tag{15}$$

のように変化することは明らかであろう。また企業Uの企業価値は，法人税が存在するとき

$$V_U(t)=\mathrm{E}_t\left\{\sum_{k=1}^{\infty}\left(\prod_{i=1}^{k}M_{t+i}\right)[(1-\tau)X_{t+k}-I_{t+k}]\right\}$$

のように記される。そして法人税の有無にかかわらず，負債価値は(10)式で表される。従って，株式価値の(15)式は，

$$S_L(t)=V_U(t)-(1-\tau)B_t$$

のように書けるので，これは修正MM命題の成立を意味する。

---

4)　定常状態の本来の厳密な定義や経済的な意味については，辻（2002）の88-92頁および135-140頁を参照願いたい。定常状態を仮定すると，結果的にi.i.d.（independent and identical distribution）の確率過程を仮定することと同じになる。本稿のMM第2命題の導出は，独立性independentには依存するが，同一性identicalには依存してないので，定常状態を仮定したMMオリジナルよりも緩やかな条件での導出といえる。

それでは次に，税額が $T_{t+k}=\tau(X_{t+k}-H_{t+k})$ のように計算できる法人税とは，どのようなものなのか。税額の計算に際して，収益 X_{t+k} から H_{t+k} が控除されている。修正 MM 命題やその後の企業金融論では，金利支払いの損金算入ということで，金利支払額が法人税額の計算に際して収益から控除される。ところがここの H_{t+k} は決して金利支払額ではない。これは貸倒れを無視すれば，$H_{t+k}=L(t+k-1;t+k)-b_{t+k}$ のように定義されていて，$L(t+k-1;t+k)$ は $t+k$ 時点に返済を約束した負債への支払額（元本と金利の合計），b_{t+k} は $t+k$ 時点で新たに発行された（$t+k$ 時点以降に返済される）負債からの受取額である。従って H_{t+k} はあくまでも，$t+k$ 時点で受け払いされる負債からのキャッシュのネット（純額）であって，金利支払額とはまったく異なるものである。

もちろん法人税の想定として，金利支払額を損金算入する方が，時点毎のネットキャッシュを損金算入するより現実を近似した仮定である。それでは本稿の多期間モデルで，損金算入の対象となるような金利支払額を計算するにはどうすればよいか。例えば $t+1$ 時点で返済される負債を考えよう。本稿では割引債タイプの負債を考えているので，$L(t;t+1)$ は返済される元本に金利部分が上乗せされた金額を意味する。従って金利部分は $L(t;t+1)$ から元本を控除した金額とみなせる。ここの元本とは，0 時点から t 時点までの負債発行で，実際に調達して受け取ったキャッシュの総額と考えてよかろう。それではその金額はどのように表記できるであろうか。

まず始めの 0 時点において，$t+1$ 時点返済の負債返済額を $L(0;t+1)$ とする。その 0 時点の価値は $P_B(0;t+1)L(0;t+1)$ で，0 時点の負債発行でこの金額のキャッシュを企業は受け取っている。次に 1 時点になって，$t+1$ 時点返済の負債を $L(1;t+1)$ に増やしたとする。この追加の借入で，$P_B(1;t+1)[L(1;t+1)-L(0;t+1)]$ に相当する価値のキャッシュを調達している。同様のことを t 時点まで繰り返したとして，t 時点までに受け取った調達額を単純に合計すると，

$$P_B(0;t+1)L(0;t+1)+\sum_{i=1}^{t}P_B(i;t+1)[L(i;t+1)-L(i-1;t+1)]\equiv MB_t$$

である。負債とは，t 時点までにこの金額 MB_t を受け取った代償として $t+1$ 時点に $L(t;t+1)$ を返済する支払い約束である。従って $L(t;t+1)$ から控除すべき元本は MB_t という金額である。しかし，このように損金算入対象を計算したならば，$V_L(t)=V_U(t)+\tau B_t$ という単純な形をした修正 MM 命題はもはや導出できないのは明らかである。

上記の MB_t は，t 時点までの各時点の調達額を単純合計したものであるが，時間価値を考慮して適当に金利分を調整したとしても，事情は同じである。式の形はかえって複雑化するであろう。この議論では，時点間の独立性を新たに仮定したとしても役に立たない。以上のことから，次のように結論できるであろう。修正 MM 命題は，一般の多期間モデルにおいて単純な形での導出は不可能である。定常状態を想定したモデルと異なり，一般の多期間モデルにおいて，負債の金利支払額の損金算入を単純な形で定式化することが不可能だからである。その意味で，$V_L(t)=V_U(t)+\tau B_t$ という修正 MM 命題の式は，定常状態の仮定に依存し，そのときにのみ成立するものであるといえる。

4．結び

本稿では，SDF に依拠した証券の価格評価を前提にして，より一般的な多期間モデルの枠組みの中で企業金融論を議論した。その究極的な目的は，動学的な企業金融論を今後，構築・展開したい点にあるが，ただ本稿では，そこまで立ち入ることはできず，その枠組みの中で従来からの基本命題を再検討した。

この基本命題とは，MM による負債に関する一連の命題のことであるが，これらは，定常状態や 1 期間モデルを想定して証明されるのが今日までの一般的な流儀となっている。本稿の多期間モデルの枠組みの中で，これら命題はどのように証明されるのか。以下，本稿の分析から得られた含意をまとめる。負債の無関連命題については，本稿の多期間モデルの枠組みでそのまま導出可能である。定常状態やその他確率過程に関する別な仮定に依存することなく，多期間モデルで一般的に成立する命題であるといえる。

負債のてこ効果については，この関係式を，MM は定常状態の世界で導いたが，より一般的な多期間モデルの世界で導出できるであろうか。価格評価を SDF に依拠した場合，一般的な想定の下で，この関係式を導出することは不可能である。しかし，時点間の独立性を新たに仮定するならば，この関係式は導出可能となる。従って，MM の導いたこの関係式は，MM 自体が仮定した定常状態よりも相当に緩い仮定の下でも導出できる。

最後は，法人税を想定した場合の修正 MM 命題である。MM の導いた企業価値に関する有名な式は，一般的な多期間モデルの下でも導出できるであろうか。法人税の想定に相当無理な仮定をするならば，この式を導出することはできる。その法人税の想定とは，損金算入するのは，負債の金利支払額ではなく，時点毎の負債の受払額というものである。このような法人税を想定することは，現実的な設定として許容することはできない。もし法人税の従来の想定どおり，金利支払額の損金算入が想定されたなら，修正 MM 命題の式はもはや導出困難であろう。定常状態のモデルと異なり，一般的な多期間モデルの枠組みでは，金利支払額の損金算入額を単純な数式で表現することが不可能となるからである。その意味で，修正 MM 命題の有名な式は，定常状態を想定したことにより初めて導出可能な，定常状態固有のものであると考えられる。

本稿では，貸倒れの可能性をも考慮して定式化がなされている。本稿の多期間モデルは，基本的には Stiglitz（1974）を踏襲したものであるが，一般均衡という点に重きを置いた彼の議論は事実上，（貸倒れのない）安全資産の負債を前提としたものであり，貸倒れについては付論程度の軽い取り扱いであった。一般均衡という観点から貸倒れについて議論したのは，Stiglitz（1969）や Baron（1974）であるが，これらの議論は基本的には 1 期間モデルである。しかも彼らの議論はいずれも，貸倒れを考慮する場合，それほど明確なものとはいい難い。MM 命題が登場してから50年という時間が経過しようとしているが，証券の価格評価をきちんと明示した一般的な多期間モデルの枠組みで，貸倒れの可能性までをも考慮した場合の明確な議論は，現時点まで実はほとんど存在しないといえる。この点が本稿の貢献であると筆者は考える。

ただ注意すべきは，本稿で貸倒れを考慮しているといっても，それは形式的に貸倒れを明示しているだけで，貸倒れに伴う実体・実質を十分に取り込んでいるとはいえない。すなわち，約束した金額が支払われないかもしれないという意味で，貸倒れの可能性が明示されてはいるが，貸倒れの本当に重要な点は，一度貸倒れが発生すると，単に約束が履行されないということにとどまらず，企業の実物的な活動が様々な制約を受け，貸倒れのない通常の状態を維持・実現できないということである。貸倒れに伴う異常な状態は，企業金融論で「倒産」と称され，この倒産を考慮しなければ，貸倒れについて意義のある分析をしたとはいい難い。この点については，動学的企業金融論として別の機会に議論したい。

付録 A ⑾式の導出

ここでは⑾式が成立することを確認したい。⑾式の左辺は H_{t+k} の定義を用いれば

$$\mathrm{E}_t\left\{\sum_{k=1}^{\infty}\left(\prod_{i=1}^{k}M_{t+i}\right)H_{t+k}\right\}=\sum_{k=1}^{\infty}\mathrm{E}_t\left\{\left(\prod_{i=1}^{k}M_{t+i}\right)\gamma_{t+k}L(t+k-1;t+k)\right\}$$
$$-\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{l=1}^{\infty}\mathrm{E}_t\left\{\left(\prod_{i=1}^{k}M_{t+i}\right)\Gamma_{t+k+1}^{t+k+l}\left[L(t+k;t+k+l)-L(t+k-1;t+k+l)\right]\right\}$$

であるが，この右辺第 2 項の $(\prod_{i=1}^{k}M_{t+i})\Gamma_{t+k+1}^{t+k+l}$ は Γ_{t+1}^{t+k+l} とできるので，次の $[\cdot]$ の中の $L(\cdot;\cdot)$ は大半を順次消去することができる。その結果この右辺第 2 項は，消去できなかったものを集めて，

$$\sum_{k=2}^{\infty}\mathrm{E}_t\{\Gamma_{t+1}^{t+k}\}L(t+k-1;t+k)-\sum_{k=2}^{\infty}\mathrm{E}_t\{\Gamma_{t+1}^{t+k}\}L(t;t+k)$$

のように簡単化できる。このことから，

$$\mathrm{E}_t\left\{\sum_{k=1}^{\infty}\left(\prod_{i=1}^{k}M_{t+i}\right)H_{t+k}\right\}=\sum_{k=1}^{\infty}\mathrm{E}_t[\Gamma_{t+1}^{t+k}]L(t;t+k)\equiv B_t$$

であることを示すのは容易であろう。

参 考 文 献

[1] Baron, David P.. 1974. Default Risk, Homemade Leverage, and the Modigliani-Miller Theorem. *American Economic Review* 64: 176–182.

[2] Campbell, John Y., Andrew W. Lo, and A. Craig MacKinlay. 1997. *The Econometrics of Financial Markets*. Princeton University Press.

[3] Campbell, John Y., and Luis M. Viceira. 2002. *Strategic Asset Allocation*. Oxford University Press.

[4] Cochrane, John H.. 2005. *Asset Pricing (Revised Edition)*. Princeton University Press.

[5] Modigliani, Franco, and Merton H. Miller. 1958. The Cost of Capital, Corporation Finance and the Theory of Investment. *American Economic Review* 48: 261–297.

[6] Modigliani, Franco, and Merton H. Miller. 1963. Corporate Income Taxes and the Cost of Capital: A Correction. *American Economic Review* 53: 433–443.

[7] Stiglitz, Joseph E.. 1969.A Re-Examination of the Modigliani-Miller Theorem. *American Economic Review* 59: 784–793.

[8] Stiglitz, Joseph E.. 1974.On the Irrelevance of Corporate Financial Policy. *American Economic Review* 64: 851–866.

[9] 辻幸民 . 2002.『企業金融の経済理論』（創成社）