Title	情報劣位の投資家が被る損失について : モーゲージ債券における分析と考察
Sub Title	Unexpected loss that an investor withrestricted information suffers : in the case of MBS
Author	岩本, 純一(Iwamoto, Junichi)
Publisher	慶應義塾大学出版会
Publication year	2007
Jtitle	三田商学研究 (Mita business review). Vol.49, No.6 (2007. 1) ,p.199- 219
JaLC DOI	
Abstract	流動化債権の市場では，投資家が利用できる情報と発行体側が保有する情報に大きな差があることが少なくない。モーゲージ債券の場合は，住宅ローンの期限前償還に関して，投資家向けの情報にしばしば制約が課せられる。その場合，債券発行後，逐次開示されていく期限前償還率の情報しか利用できないため，投資家は，この限られた情報を利用し，真の価格に徐々に到達することになる。本稿では，情報劣位の市場参加者が直面する状況を想定し，さまざまなシミュレーションを行う。モーゲージ債券の適切なヘッジポジションの算出を誤り，意図せざる損益が発生したり，売買取引時の価格推定が適切に行えず損失が発生したりすることを明らかにする。特筆すべき点は，情報が非対称であることにより投資家が被るリスクという，情報が完全であることを前提としたこれまでのモデルでは明示的に表されていなかったリスクを，具体的に示したことである。
Notes	赤川元章教授退任記念号
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234698-20070100-0199

三田商学研究
第49巻第6号
2007年1月

2006年10月10日掲載承認

情報劣位の投資家が被る損失について*

――モーゲージ債券における分析と考察――

岩　本　純　一

<要　　約>

流動化債権の市場では，投資家が利用できる情報と発行体側が保有する情報に大きな差があることが少なくない。モーゲージ債券の場合は，住宅ローンの期限前償還に関して，投資家向けの情報にしばしば制約が課せられる。その場合，債券発行後，逐次開示されていく期限前償還率の情報しか利用できないため，投資家は，この限られた情報を利用し，真の価格に徐々に到達することになる。

本稿では，情報劣位の市場参加者が直面する状況を想定し，さまざまなシミュレーションを行う。モーゲージ債券の適切なヘッジポジションの算出を誤り，意図せざる損益が発生したり，売買取引時の価格推定が適切に行えず損失が発生したりすることを明らかにする。特筆すべき点は，情報が非対称であることにより投資家が被るリスクという，情報が完全であることを前提としたこれまでのモデルでは明示的に表されていなかったリスクを，具体的に示したことである。

<キーワード>

流動化債権，期限前償還，ハザードレート，情報の非対称性，学習過程，カルマン＝ブーシー・フィルター，ヘッジ誤差，損失の現在価値

1．はじめに

日本では，近年，金融機関の資産圧縮の必要性や投資家の運用手段の多様化ニーズと相まって，流動化債権市場の成長が着実に進みつつある。その中でもMBS（Mortgage Backed Securities）は，民間金融機関での商品開発に続き，住宅ローン市場で中心的な役割を果してきた住宅金融公庫による流動化が2001年から始まり，市場の更なる発展が期待されている。

ところで，現在，日本の流動化債権市場において，市場参加者が直面しているのは，「米国等

＊　本稿の執筆にあたり大橋和彦一橋大学大学院助教授から論文全体に関する詳細な指導を受けた。また赤川元章慶應義塾大学名誉教授からは，これまで継続的な助言を幅広く頂いてきた。ここに記して謝意を表したい。なお本稿の内容は筆者の所属する組織を代表するものではなく，個人的な見解である。また本稿に残された全ての誤りは，筆者の責に帰するものである。

の先進市場から学んだ最新のリスク管理方法・評価方法」と「プライマリー（証券会社）側と投資家側の間にある，裏付資産に関する情報の大きな非対称」という非常にアンバランスな2つの環境である。本稿では，情報劣位にある投資家が被る損失を考察するために，岩本［1］で提案したモーゲージ債券の評価モデルを利用し，情報劣位の市場参加者がモーゲージ債券に投資を行い，ヘッジポジションを構築するシミュレーションを行った。本稿の新たな貢献は，次の3点である。

まず第1に，期限前償還に関する情報が十分でない状況で，投資家がヘッジポジションを構築すると，適正なポジションに比べ，意図せざるオーバーヘッジ，アンダーヘッジが生じることを示したことである。さらにそのポジションの歪みに，期限前償還リスク特有の期間構造が見られることを説明している。

第2に，ヘッジ誤差を発生させる要因を明確に示したことである。具体的には，ヘッジ誤差の大きさは，①ヘッジに使用する割引国債の変動，②真にパラメータの値に到達するまでの時間，③ヘッジポジションの変動の仕方，の3つで決定されることを説明している。

第3に，さまざまなシミュレーションを行い，情報の制約から投資家が被る影響を示したことである。期限前償還モデルのパラメータ推定を繰り返し，最終的に真の値に近づいていく場合は，誤ったパラメータを使い続ける場合に比べ，ヘッジ誤差の標準偏差が小さくなり，投資家が晒されるリスクが低くなることを確認した。また利用できる情報の精度により，ヘッジ誤差の大きさが異なることを示した。最後にヘッジ誤差に，情報に制約がある中で債券の売買を行った場合に発生する損失を加え，投資家が被る最終的な損失額を明らかにしている。

2．モーゲージ債券の評価方法

(1)　モーゲージ債券の評価方法

まず本稿で使用するモーゲージ債券の評価方法について述べるが，詳細については，先行論文の岩本［1］を参照いただきたい。対象とするのは契約期間30年，金利固定，毎月返済額一定，元利均等払いの住宅ローンを対象資産とするモーゲージ債券である。n を借り入れ時点からの経過月数，N を予定償還月数とする。n ヶ月目の期限前償還がある場合のキャッシュフローは，時点 n まで期限前償還されずに残る元本の割合を Q_n とすると，[1] (1)式で表すことができる。

$$CF_n = a_n Q_n + b_n Q_{n-1} \tag{1}$$

ただし a_n と b_n は，(2a) 式，(2b)式で定義したものである。ここで，P_n は n ヶ月目の月次元本償還額，I_n は月次利子支払額，MB_{n-1} は $n-1$ ヶ月目の月次元本残高，C はクーポン利率，そして S はサービシング料をおのおの表している。

---

1)　Q_n は時点 n まで期限前償還が起こらない累積生存確率であり，一般的には $\prod_{t=1}^{n}(1-\mathrm{SMM}_t)$ で計算される。

$$a_n \equiv P_n - MB_{n-1} \tag{2a}$$

$$b_n \equiv MB_{n-1} + \frac{C}{C+S} I_n \tag{2b}$$

(1)において，a_n と b_n は借り入れ時点で算出が可能であり，Q_{n-1} は１ヶ月前に決まっているので，Q_n が決まれば n ヶ月目のキャッシュフローを確定できる。

ここで，キャッシュフローが，フィルター付き確率空間 (Ω, F, P^*) で記述されており，P^* が同値マルチンゲール確率測度を示しているとする。この時，時点 t におけるモーゲージ債券価格は，t 以降の時点 t_n で発生するキャッシュフローを考えれば，次の式で表すことができる。

$$\begin{aligned} S(t) &= \sum_{t_n > t}^{t_N} E^*\left[\exp\left(-\int_t^{t_n} r(s)ds\right) \times (a_n Q_n + b_n Q_{n-1}) | F_t\right] \\ &= \sum_{t_n > t}^{t_N} a_n Sa_n + \sum_{t_n > t}^{t_N} b_n Sb_n \end{aligned} \tag{3}$$

Sa_n と Sb_n は以下の定義に従う。

$$Sa_n \equiv E^*\left[\exp\left(-\int_t^{t_n} r(s)ds\right) \times Q_n | F_t\right]$$

$$Sb_n \equiv E^*\left[\exp\left(-\int_t^{t_n} r(s)ds\right) \times Q_{n-1} | F_t\right]$$

本稿では，n ヶ月目まで期限前償還されずに残る元本の割合 Q_n を，ハザードレート $h(s)$ を用いて表す。期限前償還の時刻を t_p とすると，

$$Q_n = \Pr(t_p > t_n) = \exp\left(-\int_0^{t_n} h(s)ds\right) \tag{4}$$

(2)　期限前償還の種類と使用ハザードモデル

本稿では，ローンプール全体の期限前償還率を対象として分析を行うが，期限前償還に影響を及ぼす要因については岩本［1］に従い，３つのファクターを想定した。第１のファクターは経過時間であり，時間の経過に伴うプール内の債務者特性の変化に関するものである。第２のファクターは金利であり，債務者が金利負担の減少を目的に，借り換えによる期限前返済を行うことが背景となる。第３のファクターは，比較的長期にわたり安定的に起こる経済要因であり，具体的には賞与時のローン一部繰り上げ返済などを表す。

Q_n の推定に用いるハザードモデルは，次の線形モデルを利用する。ここで $h_0(t)$ はベースラインのハザードレート，$z_2(r, t)$ は共変量が金利の場合のハザードレート，$z_1(t)$ は共変量が金利以外の場合のハザードレートを表している。

$$h(t) = h_0(t) + z_1(t) + z_2(r, t) \tag{5}$$

各ハザードレートを確率過程で表した上で，(5)式を用いると，クローズドフォームでの評価

が可能になる。本稿では，５章で，残存期間360ヶ月のモーゲージ債券に対し，満期までの毎月，ヘッジや売買を行うシミュレーションを数千回繰り返すため，債券価格に解析解があることが，非常に重要となる。なぜなら解析解が存在しなければ，一時点の価格を求めるだけでも数千回，数万回のモンテカルロ・シミュレーションが必要であり，全体では膨大な計算時間が必要になるからである。

３種類のハザードモデルについては次のとおりである。第１に金利以外の共変量については，ハザードレートが α の値に対して中心回帰的な性向を持つ(6)式の確率変動モデルを利用する。ここで $z_1(t)$ はドリフト係数 $\alpha-z_1(t)$ の拡散過程を仮定し，W_1^* は同値マルチンゲール確率測度の下で標準ブラウン運動に従うとする。

$$dz_1(t)=(\alpha-z_1(t))dt+\sigma_{z1}dW_1^* \qquad \text{（モデルⅠ・金利以外要因）(6)}$$

第２に主に金利の変動によって影響を受けるハザードレート部分については，(7)式の確率変動モデルを利用する。ここで $z_2(r, t)$ はドリフト係数 $\beta-r(t)$ の拡散過程を仮定し，W_2^* は同値マルチンゲール確率測度の下で標準ブラウン運動に従うとする。閾値 β とスポットレート r との差により，各時点のハザードレートの変化幅が決定される。つまりこのモデルは，借り入れ金利と足元の金利の差が大きい時に，支払い金利を下げる目的で借り換えが増加することを表している。[2)]

$$dz_2(r, t)=(\beta-r(t))dt+\sigma_{z2}dW_2^* \qquad \text{（モデルⅡ・金利感応要因）(7)}$$

第３にベースラインハザードの振る舞いについては，契約期間中に期限前返済により一部の債務者が抜け落ち，プール中の債務者の特性が変化することで説明される。したがってハザードレートは発行時点からの経過時間に依存することになるが，log-logistic 関数を利用すると，シーズニング効果，すなわち期限前償還率が，ある時点で最大値をとる住宅ローンの特色を表すことができる。

$$g(t)=\frac{\lambda p(\lambda t)^{p-1}}{1+(\lambda t)^p} \qquad (8)$$

(8)式の単位時間当たりの変化幅を算出した上でドリフト項に加えることで，中心回帰する水準が時間の経過と共に増減するハザードレートを表現する。なお W_3^* は同値マルチンゲール確率測度の下で標準ブラウン運動に従う。

$$dh_0(t)=(\gamma+H(t)-h_0(t))dt+\sigma_{z3}dW_3^* \qquad \text{（モデルⅢ・ベースライン要因）(9)}$$

ただし，

2) (7)式では，利子率が β を超えハザードレートが負になるため，生存確率が１を超える可能性がある。理論的には適切な設定とは言えないが，ここでは分析の容易性を優先し本モデルを使用する。

$$H(t)=\frac{\partial g(t)}{\partial t}=\frac{p\lambda^p t^{p-2}(p-1-(\lambda t)^p)}{(1+(\lambda t)^p)^2}$$

これら3モデルとは別に，基本形として先行研究の大橋・岩本［2］で用いたドリフト項が m の(10)式のモデルも必要に応じ参照する。

$$dz(t)=mdt+\sigma_{z4}dW_4^* \quad \text{（モデルIV・ベースモデル）} \tag{10}$$

なお金利モデルは Vasicek 型を用いる。$\bar{r}$ は金利が回帰する水準，k は調整スピードを表す。W_r^* は同値マルチンゲール確率測度の下で標準ブラウン運動に従う。

$$dr=k(\bar{r}-r(t))dt+\sigma_r dW_r^*$$

3．不完全情報下での学習過程

(1)　流動化債権における情報の非対称性

2章で述べたような理論価格モデルを利用したとしても，日本のような未成熟の市場においては，モーゲージ債券の評価は容易ではない。なぜならば，投資をする場合，利用できる期限前償還に関する情報について，参加者間で大きな差異があることが少なくないからである。十分な情報が利用可能な参加者は，当該債券の価格およびリスク特性に関して，完全に把握することができる。一方，そうではない参加者は，期限前償還が債券価格やリスク特性に影響を及ぼすことを理解しつつも，正確な数値を得られないまま，取引に応じたりリスク管理をしたりすることを強いられる。後者にとって前者は神様同様であり，神様とそうでないものが混然となって市場を形成していることになる。

ここで以後の議論のために，流動化債権の償還履歴に関する情報について，その利用可能な程度にもとづき，表1のように分類する。本稿では同じ市場において情報優位な者が持つレベルⅠの情報と情報劣位なものが持つレベルⅡの情報が並存する場合，両者の情報の差異を「情報の非対称性」と，「情報の非対称性」が存在する状態を「情報の不完全性」とおのおの呼ぶことにする。

次に情報劣位な市場参加者がどのように置かれた状況に対応していくのかを考える。利用可能な情報が同じでも，対応が同じとは限らない。具体的な対応の内容については，時間の経過とともに，真のパラメータの値を探索していく「学習過程」に着目し，投資家のタイプによって表2の3つのレベルを想定した[3)]。

(2)　カルマン＝ブーシー・フィルターを用いた学習過程の定式化

同じ市場において，情報優位な市場参加者と情報劣位な市場参加者が並存する場合，前者は発

3)「学習過程」のタイプの分類は大橋・岩本［2］に従っている。

表 1 償還履歴に関する情報の分類

レベル	償還履歴情報のアベーラビリティ	具体例
レベルⅠ	償還の実現値が逐次開示される。過去の履歴は開示されず，期限前償還の特性は，発行側が提供する資料から大雑把に把握。	直近までの住宅金融公庫債券，民間（銀行・生保）の流動化ローン債権
レベルⅡ	Ⅰに加え，過去の履歴に関する情報が開示されている。期限前償還の特性について，精度の高い把握が可能。	現在の住宅金融公庫債券，米国の MBS
レベルⅢ	真の償還履歴を知っている。他の市場参加者より早く情報を入手。	（インサイダー情報）

表 2 学習過程におけるタイプの分類

タイプ	内容	投資家の状況
ゼロ学習	時点 0 において行われたパラメータの推定値を，継続使用する。	証券会社等の情報やベンダーのモデルは利用するが，公開されたハザードレートを使用して自ら推定することは困難。
部分学習	各時点において，利用可能な情報の一部，ここでは公開されたハザードレートの実現値のみを利用してパラメータの再推定を行う。	期限前償還の理論的な知識を有し，ハザードレートの実現値を使用して自らパラメータ推定を行うことが可能。
完全学習	各時点において，利用可能な全ての情報即ち公開されたハザードレートの実現値に加え，流動化債権の市場価格の情報を利用して，パラメータの再推定を行う。	ハザードレートの履歴を使用し，正確なパラメータ推定が可能。（例，米国における MBS 市場）

行体から提供された，期限前償還に関する十分なデータを使用して真のパラメータを投資開始時点で推定できる。一方，後者は投資開始後においても，逐次公表される期限前償還率を手がかりに，少しずつパラメータの真の値を探索していくしか方法がない。その間も，住宅ローンの期限前償還が，価格やリスク特性に影響を及ぼすことを理解しつつも，正確な数値を得られないまま，取引に応じたり，リスク管理をしたりすることを強いられる。

パラメータ推定方法については，本稿では，岩本［1］，大橋･岩本［2］で提案したカルマン＝ブーシー・フィルターを援用する。これにより，利用できる情報が投資開始後に公表される毎月の期限前償還の実績値に限られる場合，時間の経過と共にどのように真のパラメータに到達するのか，またそれまでの期間に被るリスクは如何ほどであるかを明らかにできる。なお利用できる情報としては，逐次公表される期限前償還の他に，各時点でのモーゲージ債券の価格が想定されるが，ここでは対象としない。4 章で見るように，情報優位な市場参加者と情報劣位な市場参加者が並存し，お互い取引を行うことによって成立する価格は，必ずしも真のパラメータを反映しているとは限らないからである。このような価格を用いたとしても，真のパラメータが推定困難

であることは明らかである。

カルマン＝ブーシー・フィルターは確率過程にカルマン・フィルターを組み入れたもので，2.(2)節で説明したハザードレートや金利に適用した確率過程の下で，投資家が真のパラメータを探索する「学習過程」を表現するシステムとして適している。本稿では，Øksendal［3］を参考にして，各ハザードモデルにおける閾値 α，β，γ を状態変数，各時点におけるハザードレートを新しい観測値として方程式の定式化を行った。4)

情報の精度については，次のように取り込んでいる。例えば α の場合，その事前分布が $\alpha \sim N(\overline{\alpha}, \sigma_X^2)$ で与えられると仮定すると，真のパラメータは，この分布からの標本として与えられる。情報の質はパラメータの真値の平均値からの乖離度 $\alpha(t) - \overline{\alpha}$ で定義され，その分布が $N(0, \sigma_X^2)$ で記述されるため，結局，情報の精度の大きさは標準偏差 σ_X の大小で表される。この値が大きいほど，不正確な情報で，市場参加者間の「情報の非対称」が大きいことを示唆する。同様に，β の場合は σ_Y で，γ の場合は σ_Z で，情報の精度を表すことにする。

4．金利リスクヘッジにおける情報格差の影響

(1)　ヘッジの方法

本節では，2章，3章で述べたフレームワークを用いて「情報の非対称性」の影響をシミュレーションにより調べる方法を説明する。分析方法としては単純に情報の非対称の程度により複数の理論価格を算出し，相互に比較することも考えられるが，ここでは先行研究の大橋・岩本［2］に従い，情報劣位の投資家が保有するモーゲージ債券の金利リスクをヘッジする場合を想定し，情報の格差がヘッジ効率に与える影響を考察する。これは次の理由による。

① モーゲージ債券の価格は，投資家が完全な情報を有する純粋な金利部分と不完全な情報しか有しない期限前償還の部分の2つから構成される。本研究で注目したいのは後者であり，前者に対し投資家が割引国債を用いてヘッジしたとしても，後者の影響から意図せざるヘッジ誤差が生じることを確認することで，両者の違いを明確にした分析が可能になる。

② 投資家が債券を購入し満期まで持ちきる場合は，理論価格の比較が意味を持つのは投資開始時点に限定される。なぜなら，それ以降は売買を行わないため，理論価格に差異が生じても問題にならないからである。一方，本稿では毎月，開示されたハザードレートから学習を行い，情報を常に更新していく投資家を対象にしているので，毎月ヘッジを行う想定の方が望ましい（投資開始時点のみであれば「学習過程」は実行不可能であるため）。

投資家がおかれる状況を分類する場合，償還履歴に関する「情報の分類」と「学習過程」におけるタイプの分類という2つの軸があることを前章で説明した。5) 前者ではレベルⅠとレベルⅡの

4)　α，β，γ 以外のパラメータは投資家にとって既知であると仮定。

5)　詳細は3.(1)節を参照のこと。

間の「情報の非対称性」を，後者ではゼロ学習と部分学習の差異を分析することが，本稿の目的である。これらの目的を達成するためには，長期間にわたるヘッジ・シミュレーションが必要不可欠であり，その内容は次のように説明できる。

モーゲージ債券の価格は，式(3)より，

$$S(t)=\sum_{t_n>t}^{N}a_nSa_n+\sum_{t_n>t}^{N}b_nSb_n$$

ここで満期が t_n で額面１の割引国債の時点 t における価格を $B(t, n)$ で表せば，$S(t)$ は各時点で割引国債 $B(t, n)$ とモーゲージ債券から割引国債の価値を除いた $K(t, n)$ の積を計算したものを満期まで合計することで得られる。

$$S(t)=\sum_{t_n>t}^{N}K(t, n)B(t, n) \tag{11}$$

ただし，

$$K(t, n)=\frac{a_nSa_n+b_nSb_n}{B(t, n)}$$

本稿では，情報優位にある市場参加者はレベルIIに属し，詳細なデータを元に α，β，γ の真値を推定し，$S(t)$ や $K(t, n)$ の値を知ることができると仮定する。また同様の市場参加者は複数存在し，モーゲージ債券の市場価格自体は(11)式に従って決定されるものとする。時点 t において，この市場参加者がモーゲージ債券の変動リスクに対し，割引国債を使用しヘッジするケースを考える。２次以降の変化と変数変化の交差の影響は無視できると仮定すれば，(11)式より，モーゲージ債券の変動 $dS(t)$ は２つの部分に分解できる。この内，割引国債でヘッジできるのは第１項のみであり，本稿ではこの部分に注目する[6]。

$$dS(t)=\sum_{t_n>t}^{N}K(t, n)dB(t, n)+\sum_{t_n>t}^{N}dK(t, n)B(t, n) \tag{12}$$

第１項については，情報優位な市場参加者は割引債を $K(t, n)$ 単位ショートすることにより，モーゲージ債券の変動をヘッジできることになる。一方，情報劣位にある投資家の場合はレベルＩであり，$K(t, n)$ の真の値を知ることができず代替的に推定値を用いるため理論価格は(13)式で与えられる。

$$\hat{S}(t)=\sum_{t_n>t}^{N}\hat{K}(t, n)B(t, n) \tag{13}$$

また瞬間的な価格の変動は(14)式で与えられる。

$$d\hat{S}(t)=\sum_{t_n>t}^{N}\hat{K}(t, n)dB(t, n)+\sum_{t_n>t}^{N}d\hat{K}(t, n)B(t, n) \tag{14}$$

(14)式を利用してヘッジを行うと，情報劣位な投資家は本来であれば $K(t, n)$ 単位ショート

6)　第２項についても，$K(t, n)$ と全く同じ振る舞いをする金融資産が存在すれば，第１項と同様の分析をすることは可能である。しかしながらその場合，その金融資産をショートする単位は情報優位・劣位に関わらず $B(t, n)$ であり，両者に差異は無い。

表 3　推定の誤りとヘッジ誤差の関係

表 3 はヘッジ誤差の符号が推定の誤りの符号だけでなく，割引国債の価格変化の符号にも依存していることを示している。また4.(2)節で説明しているが，例えば期限前償還のスピードを真の値より過大評価した場合，残存期間によって推定誤差の符号は変わってくる。したがって期限前償還のスピードを真値より過大評価した場合，または過小評価した場合，金額ベースのヘッジ誤差 $E_A(t)$ の符号は全ての総和として得られ，一意的に定まるものではない。

推定の誤り	割引国債の価格変化	ヘッジ誤差
$K(t, n) > \hat{K}(t, n)$	$dB(t, n) > 0$	$E_A(t) > 0$
	$dB(t, n) < 0$	$E_A(t) < 0$
$K(t, n) < \hat{K}(t, n)$	$dB(t, n) > 0$	$E_A(t) < 0$
	$dB(t, n) < 0$	$E_A(t) > 0$

すべきであるのに，$\hat{K}(t, n)$ 単位ショートすることになる。これが情報劣位にある投資家が被るヘッジ誤差の源泉であり，「情報の非対称性」が生むリスクである。最終的に金額ベースのヘッジ誤差は(15)式で表すことができる。この式より，推定の誤りとヘッジ誤差の間に表 3 の関係があることがわかる。

$$E_A(t) = \sum_{t_n > t}^{N} (K(t, n) - \hat{K}(t, n)) dB(t, n) \tag{15}$$

なお時点 t のモーゲージ債券の価格は2.(2)節で説明したクローズドフォームを用いて求めるが，初期条件として，その時点のハザードレートと金利を与える必要があり，モンテカルロ・シミュレーションを利用する。またハザードモデルの(6)，(7)および(9)の各式については，離散近似した上で，$\Delta t = 1$ヶ月としシミュレーションを行う。

(2)　情報劣位であることがヘッジポジションに及ぼす影響

期限前償還の情報が不正確であることが原因で，ヘッジ誤差が生じるということは直感的でわかりやすいが，実際のヘッジポジションでは何が起きているのであろうか。本章の以後の部分では，情報の格差が引き起こす経済事象の具体的な内容は何かということを検討する。具体的には，ヘッジポジション構築時に，誤ったパラメータ推定がヘッジポジションに及ぼす影響，ヘッジ誤差がどのような要因で発生するのかということ，および投資家が被る損失の具体的な内容は何かということの 3 点を考察する。

まず第 1 の点を考える。$K(t, n)$ はショートする割引国債の単位数であるが，(11)式を見ると $B(t, n)$ が割引率なので，同時に，時点 n の期待キャッシュフローを表している。図 1 はこの期間構造を，(10)式のモデルⅣ（ベースモデル）を用いて表したものである。

$$dz(t) = m dt + \sigma_{z4} dW_4^*$$

具体的には，時点 0 において，時間当りのハザードレート m の真値が0.001であるのに対し，

0.002と過大推定した場合の両者の差を表している。$K(t, n)$ はショートする割引国債の単位数を表しており，両者の差が正であればオーバーヘッジ，負であればアンダーヘッジを意味する。図1を見ると短期から中期についてはオーバーヘッジ，長期以降についてアンダーヘッジになることがわかる[7)]。

したがって推定誤差により生じる影響は，全ての年限において均等という訳ではなく，年限によって推定誤差の大きさや方向が異なる。特異なケースであるが，市場において，イールドカーブの変化が上下の水平移動である場合は，オーバーヘッジによる影響とアンダーヘッジの影響が相殺され，推定誤差の影響がヘッジ誤差に表れないこともありうる。このようなリスクの期間構造は，ハザードレートの推定値の真値からの乖離が，期待キャッシュフローの期間全体での増減として表れる信用リスクの場合とは異なっている。残存期間の中で期待キャッシュフローが前後に移動することで発生する，期限前償還リスク固有の特色である。

推定誤差による期間構造リスクは，既発債への投資においても同様である。すなわち期限前償還のスピードを各時点で真値よりも過大に見積もれば，前半の年限でオーバーヘッジ，後半の年限でアンダーヘッジが生じ，逆に真値よりも過小に見積もれば，その逆のポジションを抱え込むことになる。新発，既発に関係なく，投資家が学習を開始してからの経過時間がポイントとなる。図2は50ヶ月経過時点において，真の m が0.001であるのに対し推定値が0.002である場合の両者の差を表している。図1と同じ形状であり，50ヶ月経過時点で既発債に投資を始める，学習を始めた場合，同様の影響を被ることがわかる。

また図3は，次の(6)式のモデルI（金利以外要因）を用いて，真の α が0.03であるのに対し，0.05と過大推定した場合の期間構造を表したものである。図1，図2と同様の傾向が見られ，推定誤差によるリスクの期間構造は，全てのモデルに共通していることがわかる。

$$dz_1(t) = (a - z_1(t))dt + \sigma_{z1} dW_1^*$$

(3)　ヘッジ誤差に影響を与える要因

(15)式の構成要素や本章での検討内容から，ヘッジ誤差に影響を与える要因は，次の3点にまとめることが可能である。

① 割引国債の変動
② 「学習過程」の収束までの時間
③ ヘッジポジションの変動

ヘッジ誤差については，(15)式では次のように定義した。

7)　特異な点ではあるが，両者の境目（交点）では「情報の非対称性」の影響を全く受けない。ただし情報劣位にある投資家は，真のパラメータが分からないので，交点を知ることはできない。

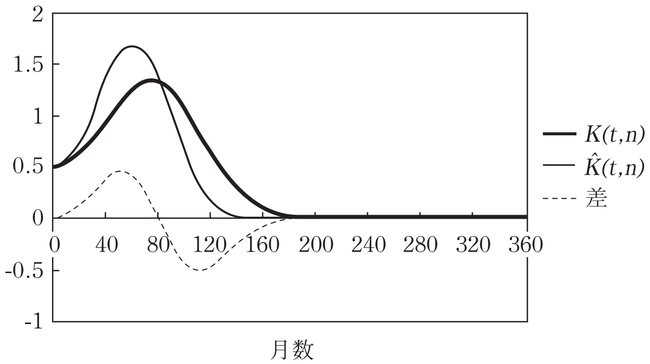

図１　真値と推定値による期待キャッシュフロー（モデルⅣ：０ヶ月時点）

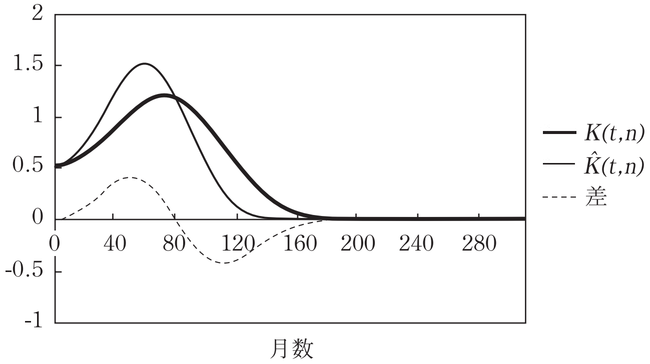

図２　真値と推定値による期待キャッシュフロー（モデルⅣ：50ヶ月時点）

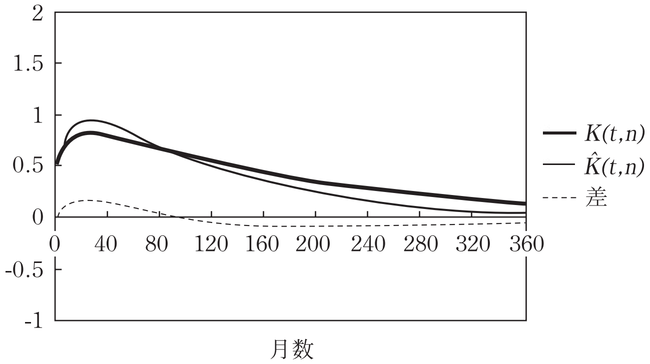

図３　真値と推定値による期待キャッシュフロー（モデルⅠ：０ヶ月時点）

図１は時点０の，図２は50ヶ月経過時点の，モデルⅣ（ベースモデル）を用いた場合の $K(t,n)$ の値である。真値の場合 $m=0.001$，推定の場合 $m=0.002$ としている。また σ_{z4} はいずれも0.005である。図３は時点０の，モデルⅠ（金利以外要因）を用いた場合の $K(t,n)$ の値である。真値の場合 $\alpha=0.05$，推定の場合 $\alpha=0.08$ とし，σ_{z1} は0.01と設定している。縦軸の単位は，$K(t,n)$ をキャッシュフローと考える場合は金額を，割引国債のショート幅と考える場合はその単位を表す。パラメータを過大推定した場合，図１から図３を通して，期間構造の前半がオーバーヘッジ，後半がアンダーヘッジとなっていることがわかる。

$$E_A(t)=\sum_{t_n>t}^{N}(K(t,n)-\hat{K}(t,n))dB(t,n)$$

①の割引国債の変動は，(15)式の $dB(t,n)$ が変動することによるものであり，他の条件を一定とすると割引国債の変動が大きいほど変動リスクは大きくなる。割引国債の評価には金利が使われるため，金利のボラティリティ σ_r がヘッジ誤差の変動に影響を及ぼす要因となる。金利モデルにおける確率変動項のボラティリティは時間の経過とともに増大するが，$\sqrt{t}$ に比例するため，ある時点を境に増分が低減する。また他の条件一定下ではデュレーションが長いほど変動幅が大きくなるため，発行時点に近いほど影響が大きくなる。双方の相乗効果により割引国債のボラティリティは発行時点から上昇し，中間時点で最大化し，満期が近づくにつれ逓減していく。割引国債の影響はこの他にもあげることができる。前節で述べたように情報劣位にある投資家が被るリスクには期間構造があるため，ヘッジ誤差の大きさは残存期間毎の割引国債変動のし方にも影響を受ける。上下に平行移動を繰り返すような金利変動であれば，オーバーヘッジとアンダーヘッジの影響が相殺されヘッジ誤差が小さくなる点については，すでに言及した。逆に $K(t,n)$ と $\hat{K}(t,n)$ の交点を中心としてスティープニングとフラットニングを繰り返すような変動であれば，オーバーヘッジとアンダーヘッジ両方の影響を同時に被るためヘッジ誤差はより大きくなる。

②の「学習過程」の収束までの時間は，(15)式の $\hat{K}(t,n)$ に関するものである。投資家が「学習過程」に従うとすれば，パラメータの推定値と真の値の乖離は投資開始時点で最大となり時間の経過と共に減少する。乖離が消滅するまでの時間はハザードモデルⅠ～Ⅲにおいて，確率変動項のボラティリティの大きさを表す σ_{z1}，σ_{z2}，σ_{z3} により主に定まる。

③のヘッジポジションの変動は，パラメータ α，β，γ の情報の精度を表す σ_X，σ_Y，σ_Z の大きさと各ハザードモデルの特性という 2 つの要因に左右される。前者は(15)式の $\hat{K}(t,n)$ に関するもので，「非対称性」が高いほど情報劣位な投資家のパラメータ推定値は真値からの乖離が大きくなるため，結果として大きなヘッジリスクに晒されることになる。後者については $K(t,n)$ と $\hat{K}(t,n)$ の両方に該当することであるが内容としては次の 2 点が考えられる。両者を期待キャッシュフローと考えれば，残存期間の長い発行直後の方が絶対額として大きい数値をとることがまず第 1 点である。もう 1 点はモデルの償還スピードの違いによるもので，モデルⅠ～Ⅲのどれを適用するかで，ヘッジ誤差の表れ方が異なってくることによる。具体的には，ヘッジ誤差の変動の大きさは①，②，③の相乗効果により決まるが，①，②は投資開始直後の短い期間を経た後に変動幅が高い時期に入るので，この時期に期限前償還率が高くなるハザードモデルほど「情報の非対称性」の影響は大きく表れる。例えばモデルⅣ（ベースモデル）の確率過程に従うモーゲージ債券の場合は時間の経過とともに徐々にハザードレートが上昇していくが，モデルⅠ（金利以外モデル）やモデルⅢ（ベースライン要因）の場合は発行直後にハザードレートが急上昇するため前者と比べより大きな影響を被るはずである。

(4)　情報劣位にある投資家が被る損失の現在価値

以上のように「情報の非対称性」により投資家が被るリスクは，投資開始時点以降，金利のヘッジオペレーションだけで，モーゲージ債券を全く売買しない場合にも被ってしまうリスクである。情報が完全であることを前提とするモデルではこれまで明示的に意識されてこなかった，新しい種類のリスクと言える。しかしながら実際に投資を行う際には，情報劣位の投資家も直感的にはこのようなリスクを認識していると思われ，投資を差し控えたり，投資を行う場合でも相応のディスカウントを求めたりという現象が見られるはずである。例えば，ABS（Asset Backed Securities）やCDO（Collateralized Debt Obligation）といった，最近では日本においてもポピュラーになりつつある流動化資産でさえ，スプレッドが格付比で相応の水準に落ち着いたのは比較的最近のことであり，それまでは事業債と比べ大きな開きがあった。

投資家が被るリスクをより明確に認識するため，次章では，ヘッジ誤差の大きさを調べ，その上でさらに情報劣位の投資家が要求しうるリスクプレミアムの算出を試みる。具体的には各時点で生じたヘッジ損益の現在価値をリスク中立化法で算出することを考えた。この額を P_A とすると，これは投資家が被る損益の現在価値を表している。

情報が非対称でなければ，情報劣位な投資家のビット価格はこのような損益を調整すべきであるが，この損益は割引国債でヘッジを行う際に生じる損益であり情報優位な市場参加者とモーゲージ債券を売買することで生じたものではないため，両者の間で直接損益の調整を行うことは想定しがたい。また表3で説明したようにこの値が必ずしも負になるわけではなく，その意味でも，ヘッジ誤差自体は，情報劣位な投資家が求めるリスクプレミアムに直接関係するものではない。

そこで「情報の非対称性」により被る損失をより明示的に評価するために，これまでのヘッジ・シュミレーションをベースに，新たに次の仮定を加えた。

① 情報劣位の投資家は毎月・月初にモーゲージ債券を情報優位の市場参加者から購入し，割引国債で金利リスクをヘッジするポジションを構築する。月末には情報劣位の投資家は情報優位の市場参加者にモーゲージ債券を売却し，ポジションを閉じる。これを毎月，債券の償還まで繰り返す。

② 情報劣位の投資家が当該債券を購入・売却できるのは情報優位の市場参加者からに限定される。情報優位の市場参加者が提示する価格は全て同じで，差異はない。情報優位の市場参加者は，情報劣位の投資家および情報優位な他の市場参加者との間で，当該債券を購入・売却できる。

③ 情報優位の市場参加者は売却については真の価格以下では取引しないし，真の価格以上では購入しない。情報劣位の投資家はモーゲージ債券の希望購入・売却価格を毎回，情報優位の市場参加に告げる。この場合，購入・希望価格は自らが行ったモーゲージ債券価格の推定値を用いる。希望がかなわなかった場合は，情報優位の市場参加が提示する価格を受け入れる。したがって月末・月初において取引は必ず成立する。

表 4　推定の誤りとヘッジ誤差の関係

表 4 は取引を行った場合に定まる取引価格を整理したもの。月初に情報劣位の投資家が債券を購入する場合，情報優位の市場参加者は $\hat{S}(t) \geq S(t)$ であれば $\hat{S}(t)$ を受け入れるが，$\hat{S}(t) < S(t)$ であれば真の値 $S(t)$ を逆提示する。他の情報優位の市場参加者が提示する価格も $S(t)$ なので投資家は受け入れる。月末に情報劣位の投資家が債券を売却する場合，情報優位の市場参加者は $\hat{S}(t) \leq S(t)$ であれば $\hat{S}(t)$ を受け入れるが，$\hat{S}(t) > S(t)$ であれば真の値 $S(t)$ を逆提示する。他の情報優位の市場参加者が提示する価格も $S(t)$ なので投資家はこれを受け入れる。

時点	真値と推定値の関係	取引価格	投資家が被る損失
時点 0 （債券の購入）	$\hat{S}(t) \geq S(t)$ $\hat{S}(t) < S(t)$	$\hat{S}(t)$ $S(t)$	$\hat{S}(t) - S(t)$ [9] 0
月末 （債券の売却）	①$\hat{S}(t) \leq S(t)$ ②$\hat{S}(t) > S(t)$	$\hat{S}(t)$ $S(t)$	$S(t) - \hat{S}(t)$ [10] 0
月初 （債券の購入）	①$\hat{S}(t) \leq S(t)$ ②$\hat{S}(t) > S(t)$	$S(t)$ $S(t)$	0 0

以上の仮定から月末・月初に表 4 のルールに従い，取引価格が決定されることになる。ここでは債券価格の真値を $S(t)$，情報劣位の投資家が推定するモーゲージ価格の値を $\hat{S}(t)$ としている。

時点 0 以降においては，債券の売却・購入が連続して行われる点に注意が必要である。例えば，月末で $\hat{S}(t) \leq S(t)$ の場合，売却推定価格は $\hat{S}(t)$ であるが，情報優位の市場参加者が提示する価格は全て $S(t)$ なので，これを受け入れることになる。一方，$\hat{S}(t) > S(t)$ の場合，まず月末の売却価格は $S(t)$ である。続いて月初に投資家が推定した購入価格は $\hat{S}(t)$ であるが，$S(t)$ で取引できることを知っているので希望購入価格として $S(t)$ を告げる。また情報優位の市場参加者も，$S(t)$ 以上の条件に合致するのでこれに応じ取引が成立する。このように毎月取引を行い，部分的ではあるが，投資家が市場価格の情報から学習し価格の推定を行う点で，前節の市場価格情報を全く参考にしないヘッジ・シミュレーションとは異なっている。[8]

5．シミュレーション結果および考察

本章ではさまざまなシミュレーションを行い，実際にヘッジ誤差の数値を算出し，3 章，4 章で検討してきた「情報の非対称性」により投資家が被る影響を実証していく。具体的には，以下

8）投資家が被る損失は売買時の価格差とヘッジ誤差の 2 つの部分からなる。後者のみを考えても取引価格からの学習が新たに加わるので，標準偏差については減少する。（表 5，表 6 におけるヘッジ誤差の標準偏差の数値を参照のこと）

9）市場参加者は他の市場参加者から $S(t)$ でモーゲージ債券を調達し $\hat{S}(t)$ で売却すると，直ちに $\hat{S}(t) - S(t)$ の利益を確定できる。

10）脚注 9 の逆の取引で $S(t) - \hat{S}(t)$ の利益を確定できる。

の5.(4)節以外においては，３つのハザードモデルの特性を比較するため，①〜③の１つ１つを比較検討していく。他方，5.(4)節では④を想定した上で，３つのハザードモデルのうち，一部の情報が不完全である場合の影響を考察する。つまり全てのモデルを同時に使用し，情報の不完全性の影響を個々に調べていく。

① モデルⅠ（金利以外要因）がハザードレートに影響する場合
② モデルⅡ（金利感応要因）がハザードレートに影響する場合
③ モデルⅢ（ベースライン要因）がハザードレートに影響する場合
④ モデルⅠ〜モデルⅢの全てがハザードレートに影響する場合

ヘッジ誤差を計測するシミュレーションは，次の手順で行った。①正規分布に従う各ハザードモデルのパラメータ値を，モンテカルロ・シミュレーションで１回発生させる。②所与の金利モデル，ハザードモデルに対しモンテカルロ・シミュレーションを適用し，各時点の金利，ハザードレートの値を得る。③真のパラメータに対して各時点で推定値を計算，両者を用いてヘッジ誤差を計算。④②，③を満期時点（360ヶ月目）まで繰り返す。⑤以上のシミュレーションを１セットとし5,000回繰り返し，ヘッジ誤差の平均・標準偏差および現在価値を計算する。

(1) 情報の非対称性および学習過程の有無による影響

投資開始時点20ヶ月目から20ヶ月ごとに200ヶ月目まで計算ポイントを取り各時点でのヘッジ誤差の平均と標準偏差を計算した。この時，モデルⅠ（金利以外要因），モデルⅡ（金利感応要因）およびモデルⅢ（ベースライン要因）の各モデルにおいて，「学習過程」有りの場合は，情報の精度・非対称性を表す $\sigma_X, \sigma_Y, \sigma_Z$ を0.005と0.01に，また「学習過程」無しの場合は $\sigma_X, \sigma_Y, \sigma_Z$ を0.01に，おのおの設定しシミュレーションを行った。計算結果を図４から図６に示した。

4.(3)節で考察したとおり，標準偏差については $\sigma_X, \sigma_Y, \sigma_Z=0.01$ の実線が $\sigma_X, \sigma_Y, \sigma_Z=0.005$ の実線の上方に位置しており，各モデルとも「情報の非対称性」が高いほどヘッジ誤差が大きくなること，また予想されたことであるが「学習過程」無しの場合は，有りの場合に比べてヘッジ誤差が大きいことが確認できる。投資開始時点のリスクが最も高く，時間の経過と共に逓減していく特性も各設定パターン共通して見られる。さらに「情報の分類」については，不十分な情報しか利用できず，レベルⅡの投資家との間に「情報の非対称性」が存在するレベルⅠの投資家であっても，事前に利用できる情報の良し悪しにより被るリスクが異なること，また「学習過程」については利用できる情報の精度は同じでも，ゼロ学習と部分学習で被るリスクが異なることも確認できた。

一方，ヘッジ誤差の各時点での平均値の方は，標準偏差と比べると計算時点によりかなりのばらつきがあるが，投資開始時点に近い方が絶対値としては大きな値を示しており，時間の経過と共に低減するという大まかな傾向は標準偏差の場合と同様である。

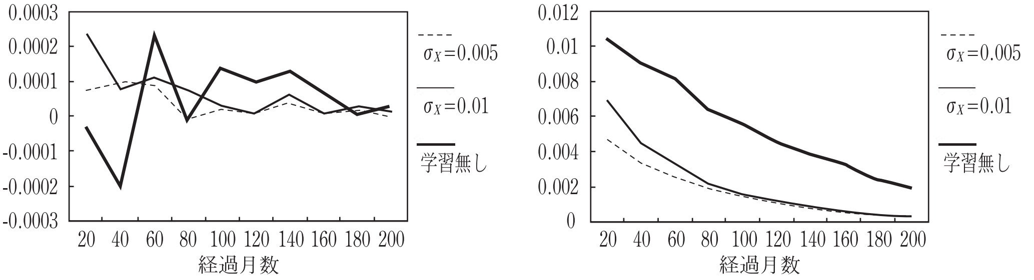

図 4　ヘッジ誤差の平均と標準偏差（モデルⅠ）

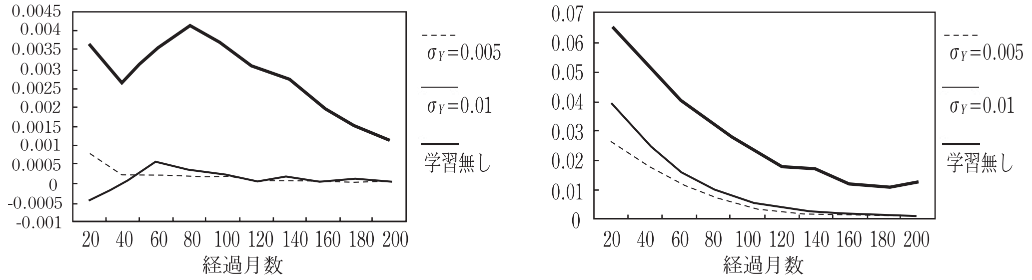

図 5　ヘッジ誤差の平均と標準偏差（モデルⅡ）

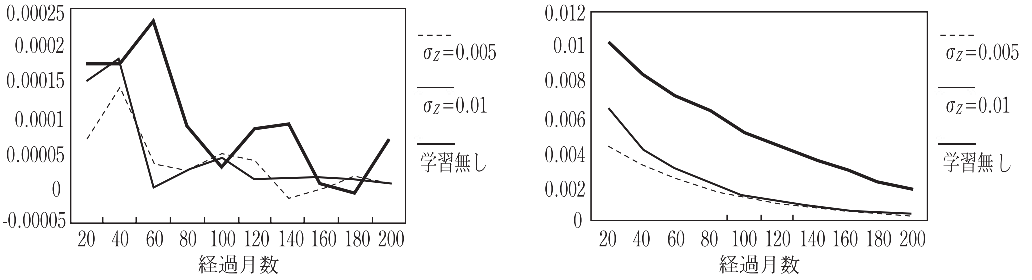

図 6　ヘッジ誤差の平均と標準偏差（モデルⅢ）

図 4 から図 6 は各モデルのヘッジ誤差の平均･標準偏差を表示。図 4 はモデルⅠで $\overline{\alpha}=0.05$, $\sigma_{z1}=0.01$，図 5 はモデルⅡで $\overline{\beta}=0.065$, $\sigma_{z2}=0.01$，図 6 はモデルⅢで $\overline{\gamma}=0.05$, $\sigma_{z3}=0.01$，また $H(t)$ は $\lambda=0.08$, $p=3$ とおのおの設定した。ただしこれらの設定に特段の理由はない。なお金利モデルについては，全てのケースで $k=0.25$, $\overline{r}=0.04$, $\sigma_r=0.005$, $r(0)=0.03$ と設定している。以上を所与として，各モデルにおいて，学習有りで σ_X, σ_Y, σ_Z を 0.005, 0.01 に設定したものと学習無しの計 3 パターンについて調査した。

(2)　ハザードレート確率過程における攪乱項の大きさの影響

岩本［1］で述べたように，「学習過程」においては，ハザードレート確率過程における攪乱項の標準偏差の大きさにより，パラメータの推定値が真値に達するまでの時間に差が生じる。ここではモデルⅠ（金利以外要因）を用いて説明を行う。攪乱項の標準偏差については，他のパラメータを一定として，σ_{z1} が0.01と0.015の 2 種類について前節と同様の方法でシミュレーションを実施した。図 7 の通り $\sigma_{z1}=0.01$の実線が $\sigma_{z1}=0.015$の実線の下方にあり，全ての経過月数において σ_{z1} の値が大きい方がヘッジ誤差の標準偏差が高くなっていることが確認される。これは

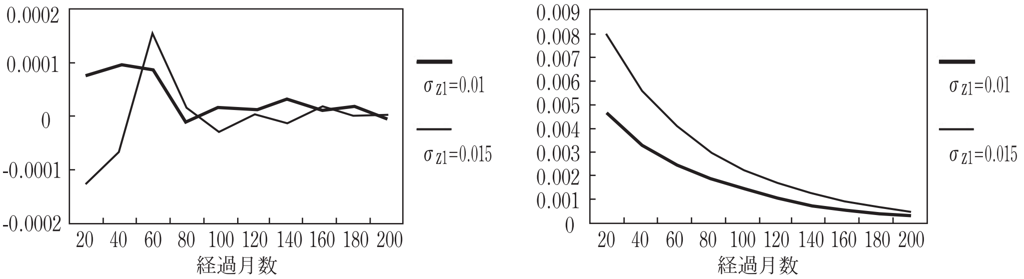

図7　ヘッジ誤差の平均と標準偏差（モデルⅠ：σ_{z1} の差異の影響）

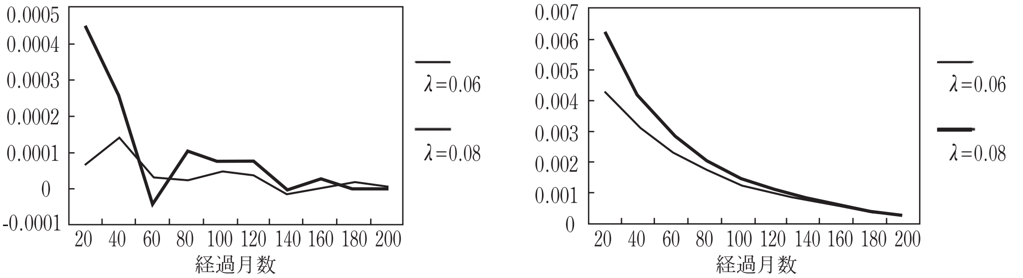

図8　ヘッジ誤差の平均と標準偏差（モデルⅢ：償還スピード差異の影響）

図7は攪乱項のボラティリティの違いによるヘッジ誤差の差異を表示。モデルⅠで $\overline{\alpha}=0.05, \sigma_X=0.01$ とし，これらを所与として σ_{z1} と 0.015 の場合を，図8は償還スピードの違いによるヘッジ誤差の差異を表示。モデルⅢで $\overline{\gamma}=0.05, \sigma_X=0.01, \sigma_{z3}=0.01, p=3$ とし，これらを所与として$\lambda=0.06$ と 0.08 の場合を調査した。金利モデルは $k=0.25, \overline{r}=0.04, \sigma_r=0.005, r(0)=0.03$ と設定。

償還履歴に関する情報がレベルⅠで，部分学習を行うという同じ設定であっても，攪乱項の標準偏差の大きさによりヘッジ誤差が生じている期間の長さが異なり，結果としてリスクの水準が異なってくることを示唆している。

なおここでは言及しないが，モデルII（金利感応要因）とモデルIII（ベースライン要因）についても，同様の内容を確認している。

(3)　残存期間における償還スピードの差異による影響

4.(2)節の③で述べた償還スピードの差異による影響を考えると，他の条件を所与としてヘッジ誤差は発行直後からの一定期間が最大となり，その後時間の経過と共に逓減していく。したがって360ヶ月間の前半に期限前償還が少ないパターンよりも多いパターンの方が，ヘッジ誤差のリスクが大きくなるはずである。検証方法としてはモデルⅠ～IIIの閾値を変えて違いを調べる方法もあるが，本稿では閾値を不明なパラメータとしており「学習過程」の影響と混同する可能性があるので，投資家にとって既知と仮定しているモデルIII（ベースライン要因）のパラメータλの値を変えることにより影響を調査する。

$\lambda=0.06$と0.08の場合について調査を行った。この場合の log-logistic 関数については，$\lambda=0.08$の方がピークの到来が早く，償還スピードが速い。図8に見られるように両者を比較すると

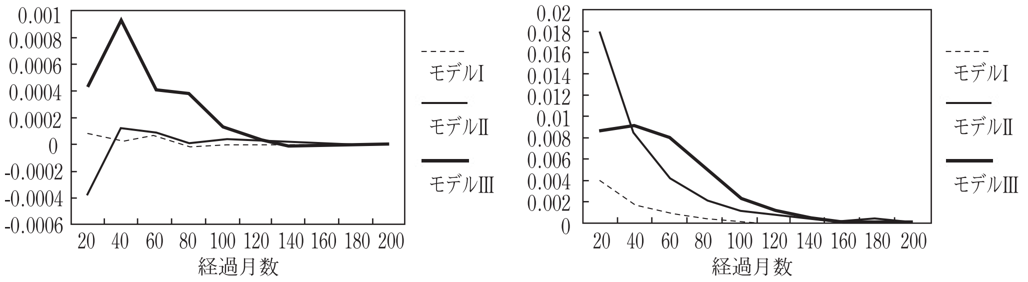

図 9　ヘッジ誤差の平均と標準偏差（一部モデルの非対称性の影響）

図 9 は複数のハザードモデルを同時に使用するが，その一部に「情報の非対称性」が存在する場合を表示。モデルⅠで $\overline{\alpha}=0.05, \sigma_{z1}=0.01$，モデルⅡで $\overline{\beta}=0.065, \sigma_{z2}=0.01$，モデルⅢで $\overline{\gamma}=0.05, \sigma_{z3}=0.01$ とし，また $H(t)$ は $\lambda=0.06, p=3$ とおのおの設定した。金利モデルはこれまで同様 $k=0.25, \overline{r}=0.04, \sigma_r=0.005, r(0)=0.03$ と設定。また $\sigma_X, \sigma_Y, \sigma_Z=0.01$ である。

$\lambda=0.06$の実線が全ての時点で$\lambda=0.08$より上位にあり償還スピードが速い方がヘッジ誤差によるリスクが高いことがわかる。以上より償還履歴に関する情報がレベルⅠで，部分学習を行うという同じ設定であっても，償還スピードの速さやハザードレートのピーク時点の違いにより投資家が被るリスクが異なってくることが確認された。

(4)　一部の情報に非対称性が存在する場合の影響

期限前償還に影響を与えるファクターが複数ある場合は，モーゲージ債券の評価およびリスク管理においてその全てを考慮する必要がある。しかし流動化債権は個別契約を1つのプールに集約したものであり，その全てについて詳細なデータを用意することは，発行体側にとって無視できない負担になる可能性がある。同時に投資家も膨大なデータを提供されたとしても，その全てを詳細に分析することは，時間的制約から難しいことが少なくない。したがって発行体側，投資家双方にとって効率的な方法は，期限前償還リスクの管理をする際に，「情報の非対称」の影響が顕著なファクターに注目することである。

本節ではモデルⅠ～モデルⅢを同時に使用してモーゲージ債券の価格を求めるが，その際に3つのうちのいずれか1つに非対称性が存在し，他のモデルには非対称性が無い場合を分析した。例えば図9のモデルⅠ（金利以外要因）が示しているのは，モデルⅠにのみ非対称性を仮定して$\sigma_X=0.01$とし，モデルⅡ（金利感応要因），モデルⅢ（ベースライン要因）には非対称性が存在しないと仮定して，おのおの $\sigma_Y=0$，$\sigma_Z=0$ とし，ヘッジ・シミュレーションを行った結果である。

図9を見ると本稿の設定ではモデルⅠに非対称性がある場合，標準偏差を表す実線は常にモデルⅡ，モデルⅢの下に位置し，他の2モデルに非対称性がある場合に比べ，投資家が被る影響は相対的に軽微であることがわかる。またモデルⅡとモデルⅢの標準偏差を比べると，前者は発行直後の時期に，後者は40ヶ月を経過した時点以降に，他のモデルに比べ影響が大きいことがわかる。

表 5　ヘッジ誤差の現在価値 P_A[11)]

表5は毎月生じるヘッジ誤差をリスク中立化法で評価し現在価値を算出。モデルⅠで $\overline{\alpha}=0.05$, $\sigma_{z1}=0.01$，モデルⅡで $\overline{\beta}=0.065$, $\sigma_{z2}=0.01$，モデルⅢで $\overline{\gamma}=0.05$, $\sigma_{z3}=0.01$，$H(t)$ は $\lambda=0.06$, $p=3$とおのおの設定。以上を所与として各モデルにおいて $\sigma_X, \sigma_Y, \sigma_Z=0.005$と0.01のケースについて調査。

$\sigma_X, \sigma_Y, \sigma_Z$	モデルⅠ		モデルⅡ		モデルⅢ	
	平均	標準偏差	平均	標準偏差	平均	標準偏差
0.005	0.0045	0.0408	0.0354	0.7001	0.0061	0.0409
0.01	0.0111	0.0626	0.0517	0.9580	0.0086	0.059

(5)　情報の非対称性により投資家が被る損失の現在価値

本節ではまず4.(4)節で説明したヘッジ誤差単体の現在価値について調べる。表5はその結果をまとめたものであるが，全てのモデルにおいて「情報の非対称性」が高い $\sigma_X, \sigma_Y, \sigma_Z=0.01$の場合の方が，$\sigma_X, \sigma_Y, \sigma_Z=0.005$の場合に比べて現在価値の平均・標準偏差が高いことがわかる。これは非対称性の程度により投資家が受ける影響が異なることを示している。

なお本ケースでは現在価値が正になっているが，負の場合でも同様に非対称性の程度により影響を受けると思われる。その場合は，投資家が情報優位にある市場参加者と同じ水準の情報を有していれば被らなかったであろう，ヘッジ誤差による損失の現在価値を表すことになる。ただしヘッジ誤差の現在価値の符号は必ずしも一意に定まらず，情報劣位にある投資家がヘッジ誤差により必ず損失を被るわけではないことは表3で説明した通りである。

最後に4.(4)節で説明した月初にポジションを構築し，月末に清算する仮定を導入した場合を記す。表6がその結果であるが，表5と同様，非対称性が高い $\sigma_X, \sigma_Y, \sigma_Z=0.01$の場合の方が，低い $\sigma_X, \sigma_Y, \sigma_Z=0.005$の場合に比して現在価値の平均・標準偏差が絶対値ベースで大きい値をとっている。

逆に表5との相違点であるが，第1に，ヘッジ誤差の現在価値の平均・標準偏差の値が異なっていることがあげられる。これは4.(4)節で説明したように，月末・月初に連続して売買を行うことにより，市場価格からの部分的な学習効果が寄与しているからである。具体的には，負のヘッジ誤差を生むヘッジポジションの組成が減少したために，現在価値の平均値が上昇するとともに，標準偏差が減少したことによる。

第2に，ヘッジ誤差にモーゲージ債券の売買損益を加えた現在価値については，予想通りヘッジ誤差の現在価値を大きく上回る損失が生じており，全てのモデルで負の値となっている[12)]。この金額は毎回の取引の際に情報劣位にある投資家が情報優位な市場参加者に要求しうるリスクプレミアムの360ヶ月間の累計額を表しているが，各モデルにおいて「情報の非対称性」が高いほど

11)　単位は金額100に対する額。

12)　モデルⅡで数値が-100を下回っているのは，表5と異なりモーゲージ債券をバイアンドホールドするのではなく月末・月初に売買を繰り返し，その損益が累積されているためである。

表 6　ヘッジ誤差と取引損益の現在価値

表 6 は月初にポジションを構築し月末に清算するという仮定を導入し，ヘッジ誤差および取引損益をリスク中立化法で評価し現在価値を算出。各モデルのパラメータについては，表 5 と同様の設定。

使用ハザード	$\sigma_X, \sigma_Y, \sigma_Z$	ヘッジ誤差		ヘッジ誤差＋売買損益	
		平均	標準偏差	平均	標準偏差
モデルⅠ	0.005	0.0179	0.0241	-6.6534	7.8765
	0.01	0.2625	0.0338	-9.9078	10.8934
モデルⅡ	0.005	0.2986	0.4215	-108.10	144.3464
	0.01	0.4343	0.5978	-159.03	209.4945
モデルⅢ	0.005	0.0174	0.0229	-6.5739	7.8247
	0.01	0.0258	0.0330	-9.7378	10.4258

その額が高くなることが確認できる。

6．おわりに

本稿では，償還履歴に関して必ずしも十分な情報を有していない投資家が被るリスクを明らかにするために，開示された償還履歴に基づきハザードモデルのパラメータを推定していく「学習過程」を導入し，さまざまな設定の元にシミュレーションを行った。

シミュレーションの実施にあたっては，期限前償還に影響を及ぼすファクターとして，モデルⅠ（金利以外要因），モデルⅡ（金利感応要因），モデルⅢ（ベースライン要因）の 3 種類を設定した。また長期にわたり「学習過程」を行う投資家が被るリスクを明確に表すため，割引国債によりヘッジを行うシミュレーションを想定し，パラメータの推定値と真の値の差が原因となり生じるヘッジ誤差について，平均値と標準偏差を調べた。またヘッジポジション誤差（＝期待キャッシュフロー差）は残存期間の途中で影響が反転する期間構造を持つことを明らかにした。さらに情報優位な市場参加者と情報劣位にある投資家の間で行われるモーゲージ債券の売買を想定し，ヘッジ誤差の現在価値と併せ投資家が被る損失を示した。

モンテカルロ・シミュレーションにより確認できた結果についてまとめる。償還履歴に関する情報の分類と学習過程におけるタイプの分類を元に，「情報の非対称性」の程度と「学習過程」の有無を軸にシミュレーションのケースを設定した。その結果，全てのモデルにおいて「学習過程」に従う場合は従わない場合に比べ，ヘッジ誤差の標準偏差が大きくなり，投資家が晒されるリスクが高くなることが確認された。また「学習過程」に従う場合は，「情報の非対称性」が大きい場合，確率過程における攪乱項のボラティリティが大きい場合および期限前償還のスピードが速い場合に，おのおのそうでない場合と比べてヘッジ誤差の標準偏差が高くなることが確認された。また期限前償還に影響を与えるファクターが複数ある場合には，「情報の非対称性」の影響度はファクターにより異なる可能性があるあることがわかった。さらにヘッジ誤差の現在価値

を算出した場合でも同様の傾向は確認できるが，投資家の被る損失額とは直接関係しないことから，モーゲージ債券の取引効果を導入しその額を明らかにした。

「情報の非対称性」から生じる損失額は，本来的には，市場で観測されるモーゲージ債券の価格から減じられるべきものである。しかしながら，情報劣位にある投資家は，そもそも真のパラメータに基づく適正な価格を計算できないので，損失額の推定は困難である。損失額の推定が可能なのは，情報優位な市場参加者だけなのである。

次に今後の課題を整理する。課題の１つはモデルIIが適用金利次第ではハザードが連続して負になってしまうモデルであり，それを避けるため負にならない範囲でシミュレーションを行っている点である。また研究開始時点では，ハザードレートに関する実際のデータを入手できなかったことから適当に数値を設定し全ての分析を行っていることも挙げられる。これらについては，実際の開示データからハザードモデルを推定し，同様のシミュレーションを行うことにより，さらに説得力のある分析ができると思われる。

最後に，日本における流動化債権の市場は，今後着実に発展していくであろう。しかしそのためには流動化資産に内包されるリスクの十分な理解，発行体側と同等な対象債権に関する情報開示および長期にわたるデータの蓄積が不可欠である。

参 考 文 献[13)]

[1] 岩本純一，「情報に制約がある場合のモーゲージ債券の評価」，『三田商学研究』，48巻 4 号，2005

[2] 大橋和彦・岩本純一，「プリペイメントに関する情報の非対称性と MBS 投資のリスク管理」，『フィナンシャル・レビュー』，第70号，2004

[3] B. Øksendal, *Stochastic Differential Equations An Introduction with Applications*, Springer-Verlag 1998（谷口説男訳「確率微分方程式」，シュプリンガー・フェアラーク東京，1999）

［住友信託銀行年金研究センター主席研究員］

13） 参考文献は，本稿中で直接参照しているものだけを示している。その他のものについては，先行研究の岩本［1］，大橋・岩本［2］の参考文献を参照いただきたい。