

Title	2要因モデルの測定
Sub Title	On the estimation of $\gamma$ in Japan
Author	藤井, 綏彦(Fujii, Yasuhiko)
Publisher	
Publication year	1998
Jtitle	三田商学研究 (Mita business review). Vol.41, No.3 (1998. 8) ,p.189-
JaLC DOI	
Abstract	2要因モデルは,CAPMモデルの仮定のなかで,安全利子率による借入貸出の機会が無制限にあるとする仮定を緩和したときに成立するCAPMモデルであり,主要な実証分析にBJSモデルとGibbonsモデルがある。本稿は,わが国産業について2要因モデルの実証結果の報告である。測定の対象をわが国産業とすると,産業の収益率は多様な変動を示しCAPMモデルはこの収益率の変動を十分に説明するモデルでない結果となる。BJSモデルとGibbonsモデルの計測によると,BJSモデルは成立せず,わが国産業の収益率はGibbonsモ
Notes	
Genre	Journal Article
URL	<a href="https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234698-19980800-00685932">https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234698-19980800-00685932</a>

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the KeiO Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

## 2 要因モデルの測定

藤井 綏彦

### <要 約>

2 要因モデルは、CAPM モデルの仮定のなかで、安全利子率による借入貸出の機会が無制限にあるとする仮定を緩和したときに成立する CAPM モデルであり、主要な実証分析に B J S モデルと Gibbons モデルがある。本稿は、わが国産業について 2 要因モデルの実証結果の報告である。測定の対象をわが国産業とすると、産業の収益率は多様な変動を示し CAPM モデルはこの収益率の変動を十分に説明するモデルでない結果となる。B J S モデルと Gibbons モデルの計測によると、B J S モデルは成立せず、わが国産業の収益率は Gibbons モデルで説明される可能性が大である。

### <キーワード>

A P T モデル, B J S モデル, Gibbons モデル, 借入貸出の機会, 危険資産の収益率, 古典的 CAPM モデル, 超過収益率, 制約付尤度比検定, 資産選択モデル, 定数項の偏り

### 1 はじめに

CAPM モデルの時系列実証分析は、危険資産の超過収益率を被説明変数、マーケットポートフォリオの超過収益率を説明変数とする単純回帰式により行われる。CAPM モデルの実証分析も率と率との回帰モデルであり、パラメタ推定と仮説検定により行われる。この回帰式からベータが推定され、理論の要請によって定数項がゼロとなるとき CAPM モデルが成立する。

CAPM モデルの実証分析についてもうひとつの展開は、Black Jensen and Sholes [1972] (B J S モデル), Black [1972] によって展開された 2 要因モデルの実証分析である。2 要因モデルは、CAPM モデルの仮定のなかで、安全利子率による借入貸出の機会が無制限にあるとする仮定を緩和したときに成立する CAPM モデルである。2 要因モデルは米国の CAPM モデルの実証分析において回帰式の定数項が有意となり (定数項の偏り), CAPM モデルが成立しないことから開発されたモデルである。このモデルは、借入貸出の機会に制限があるとき、CAPM モデルの「定数項の偏り」

はある要因（ゼロベータポートフォリオ収益率）により説明されるとし、定数項がつかないOLSと非線形式により特定化される。Gibbons [1982]はBJSモデルを発展させ、パラメタ推定にGLSに基いた推定法、仮説検定に尤度比検定を用い自らが「A new approach」と呼んだモデルを展開している。t検定による仮説検定によると、「仮説が否定できない、できる」の択一的な結論に到るのに対し、Gibbonsモデルでは尤度比検定によってモデルが成立する確率が導かれる。

わが国のCAPMモデルの実証分析はOLSによる計測が中心である。t検定による仮説検定は有意水準の取り方によってその判定結果が左右され、CAPMモデルの特徴は、有意水準を高く取ればこのモデルが成立しやすくなることにある。二段階最小自乗法(TSLS)により推定したパラメタは、操作変数の組の取り方により推定値が変わるが、仮説検定の課題はOLSのそれと同様である。APTモデルは収益率の変動を少数の因子とその寄与率で表わすが、因子の解釈が必要となる。こう考えると、定数項無しのOLSと非線型式を組とし、検定に尤度比検定を採用したGibbonsモデルの2要因モデルはわが国においても試みるに値する実証分析である。2要因モデルの計測は2つのステップで行われ、まずOLSモデルによりCAPMモデルを計測し、定数項が有意となるかを調べる。有意の場合、CAPMモデルが成立しないことになり、つぎに2要因モデルで「定数項の偏り」が説明されるかどうかを問うことになる。本稿は、測定対象をわが国産業（大分類）とし、CAPMモデルと2要因モデルの実証結果を報告する。第2節で主として実証モデルを中心としてBJSモデルの開発の経緯とその推定式、Gibbonsモデルの推定式、仮説検定の方法を述べる。第3節では測定対象を28産業とし、わが国産業においてもCAPMモデルに「定数項の偏り」が生じていることと、BJSモデルの測定結果を述べる。本稿の実証分析によると、BJSモデルは成立しない結果となったが、第4節においてわが国産業の収益率はGibbonsモデルで説明される可能性が大であることを述べる。

## 2 2要因モデルの実証モデル

### (1) 2要因モデル

CAPMモデルは資産市場の資源配分モデルであり、このモデルはつぎの主要な仮定のもとに成立する。

- ・資産市場は完全競争市場であり、投資家は富から得る期待効用を最大化する
- ・投資家の収益率に関する予想は一致しており、法人税は存在しない
- ・投資家は安全利子率で無制限に借入貸出ができる

以上の仮定のもとで危険資産の超過収益率は、つぎのようにマーケットポートフォリオの超過収益率とベータから決まる。

$$E(r_{it}) - r_{Rt} = \beta_i [E(r_{mt}) - r_{Rt}] \quad (1)$$

ここで  $r_{it}$  は危険資産  $i$  の  $t$  時点の収益率 ( $t=1, \dots, T$ ),  $\beta_i$  はベータ,  $r_{mt}$  は  $t$  時点のマーケットポートフォリオの収益率,  $r_{Rt}$  は  $t$  時点の安全利子率であり,  $E(r_{it}) - r_{Rt}$  と  $E(r_{mt}) - r_{Rt}$  は, それぞれ  $t$  時点の危険資産  $i$  の超過収益率, マーケットポートフォリオの超過収益率である。CAPM モデルは(1)式で表わされ, 危険資産  $i$  の超過収益率の期待値はマーケットポートフォリオの超過収益率の期待値に比例する。そして古典的 CAPM モデル(1)式の時系列実証分析はつぎの回帰式に基づいて行われる。

$$R_{it} = \alpha_i + \beta_i R_{mt} + u_{it}, \quad i=1, \dots, N, t=1, \dots, T \quad (2)$$

(2)式では(1)式の危険資産とマーケットポートフォリオの各々の超過収益率をそれぞれ  $R_{it} = r_{it} - r_{Rt}$ ,  $R_{mt} = r_{mt} - r_{Rt}$  としている。 $\beta_i$  はベータの推定値,  $\alpha_i$  は定数項,  $u_{it}$  は攪乱項である。CAPM モデルの実証分析では回帰式(2)式の定数項とベータの有意性が問われ,  $\beta_i > 0$ , 定数項  $\alpha_i = 0$  の検証が行われる。CAPM モデルの実証分析についてひとつの展開を振り返ると, 現実の資産市場が最小自乗法 (OLS) による係数推定の仮定を満たさず, OLS の仮定に合わせるような計測が行われてきた。たとえば誤差の分散を均一化する, 係数の推定値から誤差を取り除く, 操作変数を使い二段階最小自乗法を使うなどの初等的な計量経済学の推定方法の適用である。以上の方法により推定される係数は通常の OLS による係数と異なることから, 資産市場の現実を OLS の仮定に取り込み, 回帰式の定数項がゼロとなるかどうかが問われてきたのであろう。また定数項がゼロとならないとき, もうひとつの変数を説明変数に付け加えた計測も行われている。しかしこのような計測式は, CAPM モデルの理論的な要請とかけ離れた統計式の計測である。

Black [1972] は(1)式を古典的 (traditional form) CAPM モデルと呼び, 「収益率の決定要因を 2 つとする CAPM モデル (two factor model: 2 要因モデル)」と称する新たな CAPM モデルを提示した。彼によると, 資産市場に安全利子率による借入貸出の機会が無制限にあるという仮定は多くの投資家に妥当するものでなく, この仮定を緩和した CAPM モデルは古典的なそれと異なってくるとする。2 要因モデルは危険資産の収益率をつぎの式のようにマーケットポートフォリオとそれと無相関となる最小分散ポートフォリオの各々の収益率で説明する。<sup>1)</sup>

$$r_{it} = \alpha_i + \beta_{iz} \gamma + \beta_{im} r_{mt} + e_{it}, \quad i=1, \dots, N, t=1, \dots, T \quad (3)$$

1) two factor モデルについては, Black [1972], BJS [1972] (P.79~P.121) を参照した。

上式で $r_{it}$ ,  $r_{mt}$  はそれぞれ危険資産  $i$ , マーケットポートフォリオの収益率である。なお2要因モデルでは投資家に借入貸出の機会が制限され、安全利子率は説明変数とされない。最小分散ポートフォリオはマーケットポートフォリオと無相関であることから上式の係数に $\gamma=1-\beta_{im}$ の関係があることがわかる。その導出の概略は以下の投資家の最適行動から導かれる。

$$\min \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N h_{iz} h_{jz} \sigma_{ij} \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^N h_{iz} \beta_{im} = 0 \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^N h_{iz} = 1 \quad (6)$$

$h_{iz}$ ,  $h_{jz}$  はそれぞれ投資家の最小分散ポートフォリオの保有比率である。(5)式は最小分散ポートフォリオがマーケットポートフォリオと無相関であること, (6)式は予算制約を表わす。投資家は(5)式と(6)式の制約のもとでポートフォリオ保有から生じるリスク ( $\sigma_{ij}$ ) を最小化する。そしてラグランジュの方法から(3)式の係数につぎの関係があるとき, (5)式と(6)式の制約のもとで(4)式が最小となる。

$$\gamma = 1 - \beta_{im} \quad (7)$$

(7)式を(3)式に代入し, かつ(3)式で危険資産の収益率は最小分散ポートフォリオとマーケットポートフォリオで説明される ( $\alpha_i=0$ ) とすると, 2要因モデルの計測式(8)式を得る。

$$r_{it} = \gamma (1 - \beta_i) + \beta_i r_{mt} + e_{it}, i=1, \dots, N, t=1, \dots, T \quad (8)$$

この(8)式が投資家には借入貸出の機会が無制限にあるとする古典的CAPMモデルの仮定を緩和し成立するBJSモデルの計測式である。いま古典的CAPMモデルとBJSモデルを比較するため(8)式の期待値をとり, つぎのように変形する。

$$E \left( r_{it} \right) - \gamma = \beta_i \left[ E \left( r_{mt} \right) - \gamma \right] \quad (9)$$

BJSモデル(9)式と古典的CAPMモデル(1)式を比べると, 古典的CAPMモデルでは危険資産  $i$  の超過収益率  $E(r_{it}) - r_{Rt}$  が  $\beta_i$  とマーケットポートフォリオの超過収益率  $E(r_{mt}) - r_{Rt}$  で特定化されたのに対し, BJSモデルでは  $E(r_{it}) - \gamma$  が  $\beta_i$  と  $E(r_{mt}) - \gamma$  で特定化されている。 $\gamma$  はマーケットポートフォリオとの共分散がゼロとなり, マーケットポートフォリオと独立となる second factor であるこ

とから「ゼロ・ベータポートフォリオ収益率」と呼ばれている。そこで古典的CAPMモデルは危険資産の収益率が安全利子率を上回る超過収益率, BJSモデルでは危険資産の収益率と「ゼロ・ベータポートフォリオ収益率」の差をそれぞれ説明するモデルとなる。

## (2) BJSモデルの実証モデル

2 要因モデルの主要な実証分析にBJSモデルとGibbonsモデルがある。BJSモデルと古典的CAPMモデルとの各々の実証モデルの定数項は相互に関連することから, まずBJSモデルと古典的CAPMモデルの各々の実証モデルの定数項の関係をみる。

古典的CAPMモデルの時系列実証分析は回帰式(2)式に基づき, 定数項とベータの有意性と符号条件が問われ,  $\beta_i > 0$ , 定数項 $\alpha_i = 0$ の検証が行われる。独立変数と説明変数はそれぞれの収益率から安全利子率を差し引いた超過収益率である ( $R_{it} = r_{it} - r_{Rt}$ ,  $R_{mt} = r_{mt} - r_{Rt}$ )。 (2)式の $\alpha_i$ と $\beta_i$ は最小自乗法(OLS)により推定される。

BJSモデルの時系列実証分析は, (8)式により $r_{it}$ を被説明変数, マーケットポートフォリオの収益率 $r_{mt}$ を説明変数とした時系列回帰モデルによって行われる。BJSモデルの $\beta_i$ はパラメタとして推定されるが,  $\beta_i$ は回帰式(8)式の定数項 $r(1-\beta_i)$ の構成要因となっている。BJSモデルの定数項は古典的CAPMモデルの定数項と関連し, 古典的CAPMモデルの推定結果が, たとえば $\beta_i > 0$ , 定数項 $\alpha_i \neq 0$ となったとき, BJSモデルの定数項 $r(1-\beta_i)$ は古典的CAPMモデルの定数項 $\alpha_i$ を構成する。このようにBJSモデルは, 古典的CAPMモデルで定数項が $\alpha_i \neq 0$ となるのは, ベータとゼロ・ベータポートフォリオ収益率によるとする。そうすると各々の実証モデル ((2)式と(8)式) の定数項が $r(1-\beta_i) = \alpha_i$ となるときBJSモデルが成立することになる。BJSモデルは, 古典的CAPMモデルの成立要件 $\alpha_i = 0$ が成立せず「定数項の偏り」( $\alpha_i \neq 0$ )が生じるとき, この偏りはゼロ・ベータポートフォリオ収益率 $r$ と $\beta_i$ によると考えるのである。BJSモデルは, Black Jensen and Sholes [1972]に基づき, 単一の回帰式とゼロ・ベータポートフォリオ収益率についての非線型式を組としたつぎの体系から測定される。

$$\begin{cases} r_{it} - \gamma = \beta_i(r_{mt} - \gamma) + e_{it}, & i=1, \dots, N, \quad t=1, \dots, T & (10) \\ \gamma = \frac{\alpha'(1_N - \beta_i)}{(1_N - \beta_i)'(1_N - \beta_i)} & & (11) \end{cases}$$

(10)式は(8)式を変形した回帰モデルであり, 独立変数を $(r_{it} - \gamma)$ とし, 説明変数を $(r_{mt} - \gamma)$ とする, それぞれの収益率からゼロ・ベータポートフォリオ収益率を控除した特定化である。また(10)式はN本から成立し,  $\beta_i$ は定数項を取り除いた最小自乗法から推定される。(11)式はゼロ・ベータポート

フォリオ収益率  $r$  の推定式である。(11)式は  $r$  の推定値の誤差分散が最小となる<sup>2)</sup>とき成立し、回帰式(10)式で推定された  $\beta_i$  と古典的 CAPM モデルの定数項から推定される。(11)式の  $\alpha$  は回帰式(2)式の定数項  $\alpha_i$  を要素とする行ベクトルである。このように(10)式と(11)式を組とする方程式によりゼロ・ベータポートフォリオ収益率  $r$  が古典的 CAPM モデルの「定数項の偏り」を排除する。

### (3) Gibbons モデルの実証モデル

BJS モデルの  $r$  は回帰モデルの残差の影響を受けなかったが、Gibbons モデルの  $r$  は(12)式の残差に影響され、 $r$  は GLS 推定法に基づいて (generalized least squares version) 推定される。

GLS 推定法 (generalized least squares) はパラメタの推定に先験情報を用いる推定法である。Black and Sholes [1972] は CAPM モデルの実証分析には GLS 推定法が適しているとし、収益率を独立変数、ベータと配当を説明変数とした実証モデルを展開している。彼らの主張は CAPM モデルの実証分析は GLS 推定法になじむとすることにある。ポートフォリオ理論で投資家の危険資産の保有量は、一定の収益率をあげるリスクの最小化から導かれ、線形式で表わされる。GLS により推定されたパラメタは最小分散、線形、不偏性をもつ BLUE 推定量である。そこで彼らは GLS 推定法によるパラメタは、投資家の資産選択行動を表わしているとする。彼らによると、以上のポートフォリオ理論と GLS 推定法は同じ構成をもつことから CAPM モデルの実証分析には GLS 推定法が適しているとするのである。

Gibbons モデルも BJS モデルと同様にマーケットポートフォリオ収益率  $r_m$  を説明変数とする回帰式で特定化される。Gibbons モデルの特徴は  $r$  の推定にベータで説明されない(12)式の残差を用いることにある。 $r$  が GLS 法に基づいて推定されるのは GLS の BLUE 推定量とベータで説明されない残差を  $r$  に反映させるためである。Gibbons モデルの 2 要因モデルでは、つぎの(12)式からベータを推定し、その残差から  $r$  が推定され、推定された  $r$  から再び(12)式によりベータが推定される。

Gibbons モデルのゼロ・ベータポートフォリオ収益率  $r_G$  は  $N$  本の回帰方程式から推定され、つぎの式の組から導かれる。<sup>3)</sup>

$$\begin{cases} (r_i - \gamma_G 1_T) = \beta_i (r_m - \gamma_G 1_T) + \eta_i, & i = 1, \dots, N & (12) \\ \gamma_G = \frac{\alpha' \Sigma^{-1} (1_N - \beta_i)}{(1_N - \beta_i)' \Sigma^{-1} (1_N - \beta_i)} & (13) \end{cases}$$

ここで(12)式の記号について、 $r_i = (r_{i1}, \dots, r_{iT})$ ,  $r_m = (r_{m1}, \dots, r_{mT})$ ,  $\eta_i = (\eta_{i1}, \dots, \eta_{iT})$  は、それぞれ危険資産  $i$

2) ゼロ・ベータポートフォリオ収益率の導出法は BJS [1972] (P.100~P.109) にある。

3) Gibbons [1982] (P.9) の(8)式

収益率, マーケットポートフォリオの収益率, 残差系列であり,  $\eta_i \sim N(0, \sigma_{\eta}^2)$ ,  $1_N = (1, \dots, 1)$  とする。Gibbons モデル(13式)の  $\alpha'$  は回帰式(2式)の定数項  $\alpha_i$  を要素とする行ベクトルであり, つぎの式で表わされる。

$$\alpha' = \bar{r}' - \beta' \bar{r}_m'$$

$\alpha'$  の推定に  $\bar{r}' = \left( T^{-1} \sum_t r_{1t}, \dots, T^{-1} \sum_t r_{Nt} \right)$ ,  $\beta' = (\beta_1, \dots, \beta_N)$ ,  $\bar{r}_m' = \left( T^{-1} \sum_t r_{mt} \right)$  を用いる。

(12式)は(10式)をN個, ひとつの式に表わしたものである。Gibbons モデルもBJSモデルと同様に「定数項の偏り」はベータとゼロ・ベータポートフォリオ収益率で説明されるとし, ゼロ・ベータポートフォリオ収益率  $r_G$  は(13式)から推定される。(13式)ではBJSモデルの  $\gamma$  と区別するため, Gibbons モデルのゼロ・ベータポートフォリオ収益率を  $\gamma_G$  で表わしている。 $\gamma_G$  は  $\alpha'$ ,  $\beta_i$  と  $\Sigma^{-1}$  から推定される。

そしてGibbonsモデルはBJSモデルが成立するかどうかの仮説検定に制約付きの尤度比検定(LRT)<sup>4)</sup>を用いる。

$$H_0: \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_N \end{bmatrix} = \gamma_G (1_N - \beta) \quad (14)$$

$$H_A: \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_N \end{bmatrix} \neq \gamma_G (1_N - \beta) \quad (15)$$

$H_0$  はBJSモデルが成立するときの帰無仮説,  $H_A$  は対立仮説である。そして帰無仮説についての検定統計量はつぎの式で表わされる。

$$-2 \ln \lambda = T \left( \ln |\Sigma_r| - \ln |\Sigma_u| \right) \quad (16)$$

ここで  $|\Sigma_r|$  は定数項を取り除いたOLS(12式)の残差の分散共分散行列の行列式,  $|\Sigma_u|$  は定数項付きのOLS(2式)の残差の分散共分散行列の行列式である。 $\lambda$  は尤度比であり,  $-2 \ln \lambda$  の分布はサンプルサイズが大きく, 仮説  $H_0$  が真であるとき,  $\chi^2_{N-1}$  分布で近似される。

4) 制約付尤度比検定については岩田[1983], Lehmann [1969] (邦訳)を参照した。



### 3 BJSモデルの測定結果

以上のBJSモデルとGibbonsモデルを用いてわが国産業の収益率の変動を計測する。本節で計測に用いたデータの概略とBJSモデルの測定結果を述べ、次節でGibbonsモデルの測定結果を述べる(第4節)。

#### (1) 推定データ

推定に用いた原データは「株式投資収益率'95」の株式収益率の月次系列である。この原データには1952年から1995までの計数が欠損値なく計上されている。計上されている計数は株価指数のほか第一部市場の収益率と28部門の産業別の収益率である。マーケットポートフォリオの収益率として第一部市場の「株価指数」(月次系列)を用いた。古典的CAPMモデルの超過収益率を導くための利子率として「全国銀行貸出平均金利」(月次系列)を用いた。以上の3つの系列についても1976-95年の20年間の5年毎の4つの推定期間に分割した。4つの推定期間はつぎの通りである。

I期	1976年1月—1980年12月
II期	1981年1月—1985年12月
III期	1986年1月—1990年12月
IV期	1991年1月—1995年12月

データの概略を見ると、まず各産業の収益率は各期において大きく変動している。20年間のなかで収益率が大幅に変動した産業はつぎの通りである。

不動産業55.3%('86/3), 電気・ガス業47.5%('86/7), 石油・石炭製品47.3%('79/4)

空運業-29.3%('90/9), 不動産業-25.5%('90/3), 海運業-25.0%('90/9)

収益率の変動は産業により異なるが、いま期毎に各産業をまとめた全産業の収益率について平均値と標準偏差を見ると、I期からIII期までの各産業の収益率の平均値はいずれの期においても各々1%台、IV期の各収益率は0.1%台である(表1)。また4つの期のなかではIII期の収益率が大きく変動している。マーケットポートフォリオの収益率の平均値と変動についてもほぼ各産業のそれらと同様の動きを示している。利子率は4つの期を通じてほぼ低下傾向にあり、I期からIV期にかけて7%台から5%台へと低下している。

以上の3つの指標から古典的CAPMモデルの測定に必要な超過収益率と超過マーケットポートフォリオ収益率を計算すると、おのおのの超過収益率の平均値はいずれもマイナスの値となっている(表1では超過マーケットポートフォリオ収益率を超過マーケットポートフォリオと表わしている)。

表1 推定データの特徴

	収益率	マーケットポート フォリオ	利子率	超過収益率	超過マーケット ポートフォリオ
I 期 ('76/1-'80/12)	0.0107 (0.052)	0.0090 (0.004)	0.0734 (0.001)	-0.0626 (0.052)	-0.0644 (0.004)
II 期 ('81/1-'85/12)	0.0138 (0.060)	0.0145 (0.006)	0.0704 (0.000)	-0.0568 (0.060)	-0.0559 (0.006)
III 期 ('86/1-'90/12)	0.0133 (0.090)	0.0112 (0.013)	0.0563 (0.001)	-0.0430 (0.090)	-0.0451 (0.013)
IV 期 ('91/1-'95/12)	0.0011 (0.074)	0.0010 (0.012)	0.0525 (0.002)	-0.0516 (0.074)	-0.0515 (0.012)

カッコ内は標準誤差

## (2) BJSモデルの測定結果

BJSモデルは、米国で行われた古典的CAPMモデルの計測で「定数項の偏り」が生じ、この偏りを説明するために開発されたモデルである。BJSモデルは、OLSにより古典的CAPMモデルを計測し、結果として「定数項の偏り」が生じたときに測定される。本稿もこの手順に従い、わが国産業（28産業）について、上記のデータを用い古典的CAPMモデルの実証分析を行った。古典的CAPMモデルの $\beta_i$ と $\alpha_i$ の推定結果（OLS）は期と産業によってあてはまりに差が生じる結果となった。いま推定された $\beta_i$ を大きさの順に並べ替え（表2）、 $\beta_i$ の推定値の特徴を見る。I期からIV期までのいずれの期についてもほとんどの $\beta_i$ の推定値は有意となっている。I期とII期では機械、鉄鋼、石油化学関連の輸出型産業の推定値 $\beta_i$ が大きくなっている。本稿の推定データは事業所ベースであるが、昭和50年代の活動ベースによる産業構造の特徴と合ったものとなっている。III期、IV期で $\beta_i$ の推定値が大きくなった産業について目立った特徴は認められないが、先の輸出型産業の推定値 $\beta_i$ は小さくなっている。そしてすべての期について、ほぼ $\beta_i$ の推定値=1を境に $\beta_i > 1$ のとき $\alpha_i > 0$ 、 $\beta_i < 1$ のとき $\alpha_i < 0$ となり、 $\beta_i = 1$ を境に定数項 $\alpha_i$ の符号が異なっている。

これに対し定数項 $\alpha_i$ の有意性は期と産業により差が生じる結果となった。古典的CAPMモデルは定数項がゼロとなるときに成立する。表2によると、両側5%点を取った場合（自由度60の両側5%点は2.000）、たとえばI期では28産業のうち19産業の収益率が古典的CAPMモデルで説明され、その他の期においてもその収益率が古典的CAPMモデルで説明される産業が少なくない<sup>5)</sup>。しかし、たとえばI期において9産業（自由度59でt値が2.000以上の産業とした）では古典的CAPMモデルが成立しない結果となっている。I期からIV期までのすべての期において定数項がゼロとなり、古典

5) 本稿の古典的CAPMモデルで自由度59である。自由度60のt分布の両側0.1%、1%、5%、10%点はそれぞれ3.460、2.660、2.000、1.671、自由度40のt分布の両側0.1%、1%、5%、10%点はそれぞれ3.551、2.704、2.021、1.684である。

表2 推定された係数

I 期	古典的 C A P M モデル				B J S モデル			G l i b b o n s モデル			
	定数項	t値	ヘータ	t値	R**2	ヘータ	t値	R**2	ヘータ	t値	R**2
輸送用機器	0.05584	(4.28)	1.84980	(9.80)	0.623	1.91810	(10.43)	0.640	1.92523	(10.44)	0.641
石油石炭製品	0.06870	(2.01)	1.69631	(3.45)	0.170	1.70815	(3.37)	0.084	1.70139	(3.34)	0.084
電気機器	0.04285	(4.22)	1.58782	(10.86)	0.671	1.72495	(12.50)	0.708	1.72839	(12.48)	0.708
鉄鋼	0.03027	(1.86)	1.44870	(6.20)	0.399	1.41292	(6.02)	0.364	1.41566	(6.00)	0.364
空運業	0.02118	(1.25)	1.24681	(5.11)	0.310	1.39606	(5.77)	0.327	1.39657	(5.74)	0.327
ゴム	0.00850	(0.74)	1.17245	(7.09)	0.464	1.12432	(6.75)	0.427	1.12675	(6.73)	0.427
化学工業	0.01130	(1.48)	1.11230	(10.12)	0.639	1.16436	(10.52)	0.611	1.16358	(10.47)	0.611
非鉄金属	0.01205	(0.60)	1.09529	(3.82)	0.201	1.02710	(3.56)	0.134	1.02418	(3.53)	0.134
金属製品	0.00686	(0.53)	1.08956	(5.85)	0.371	1.18914	(6.43)	0.390	1.19014	(6.41)	0.390
精密機器	0.01379	(1.02)	1.07443	(5.53)	0.345	1.28919	(6.57)	0.351	1.28683	(6.53)	0.350
機械	0.00315	(0.42)	1.05129	(9.76)	0.622	1.03259	(9.58)	0.586	1.03294	(9.54)	0.586
不動産業	0.00215	(0.15)	1.04950	(5.03)	0.304	1.01839	(4.88)	0.272	1.01910	(4.86)	0.272
倉庫・運輸関連業	0.00329	(0.27)	1.04552	(6.02)	0.384	1.14339	(6.61)	0.405	1.14441	(6.59)	0.405
商業	-0.00279	(0.37)	1.01526	(9.43)	0.605	0.92807	(8.52)	0.543	0.92947	(8.49)	0.543
通信業	0.00633	(0.28)	0.99442	(3.07)	0.140	1.27884	(3.95)	0.175	1.27761	(3.93)	0.175
繊維製品	-0.00123	(0.11)	0.99372	(6.17)	0.397	0.92166	(5.74)	0.336	0.92144	(5.71)	0.336
その他製品	-0.00780	(0.94)	0.93849	(8.08)	0.529	0.95555	(8.11)	0.519	0.95712	(8.09)	0.519
ガラス・土石製品	-0.01381	(1.80)	0.78316	(7.09)	0.465	0.81756	(7.33)	0.436	0.81594	(7.29)	0.436
パルプ・紙	-0.01870	(2.30)	0.73647	(6.28)	0.405	0.73189	(6.23)	0.369	0.73055	(6.19)	0.369
サービス業	-0.01652	(1.46)	0.73646	(4.53)	0.262	0.74357	(4.57)	0.222	0.74117	(4.54)	0.222
海運業	-0.02383	(1.04)	0.72213	(2.19)	0.077	0.37450	(1.16)	0.021	0.37240	(1.15)	0.021
鉱業	-0.00532	(0.15)	0.71748	(1.39)	0.032	0.50754	(0.98)	0.000	0.49654	(0.96)	0.000
建設業	-0.02860	(2.06)	0.67518	(3.38)	0.165	0.62607	(3.10)	0.140	0.62701	(3.09)	0.139
食料品	-0.02334	(2.89)	0.66391	(5.72)	0.360	0.74265	(6.19)	0.367	0.74139	(6.16)	0.367
金融・保険業	-0.02714	(6.47)	0.59903	(9.92)	0.629	0.54692	(10.02)	0.568	0.54381	(9.95)	0.571
陸運業	-0.02830	(3.12)	0.57019	(4.37)	0.248	0.55959	(4.30)	0.187	0.55621	(4.26)	0.188
水産農林業	-0.02966	(1.30)	0.53968	(1.64)	0.044	0.58051	(1.76)	0.036	0.57699	(1.74)	0.036
電気・ガス業	-0.03901	(3.00)	0.35769	(1.91)	0.059	0.48778	(2.51)	0.033	0.48221	(2.47)	0.034

II 期	古典的 C A P M モデル				B J S モデル			G l i b b o n s モデル			
	定数項	t値	ヘータ	t値	R**2	ヘータ	t値	R**2	ヘータ	t値	R**2
金融・保険業	0.02689	(2.59)	1.31981	(8.44)	0.551	1.34962	(8.94)	0.530	1.34987	(8.98)	0.530
通信業	0.03914	(1.85)	1.29563	(4.07)	0.222	1.41310	(4.53)	0.167	1.41736	(4.57)	0.168
精密機器	0.01288	(0.91)	1.27461	(5.96)	0.379	1.23657	(6.03)	0.372	1.23391	(6.04)	0.372
電気機器	0.01222	(0.94)	1.21369	(6.21)	0.400	1.24454	(6.70)	0.416	1.24272	(6.72)	0.416
輸送用機器	0.00446	(0.38)	1.15110	(6.54)	0.425	1.14002	(6.76)	0.429	1.13761	(6.77)	0.428
鉄鋼	-0.00185	(0.20)	1.14416	(8.08)	0.529	1.07091	(7.62)	0.496	1.06709	(7.62)	0.496
ガラス・土石製品	0.00274	(0.35)	1.04554	(8.96)	0.580	1.04507	(9.38)	0.575	1.04478	(9.41)	0.575
非鉄金属	-0.00134	(0.10)	0.92091	(4.64)	0.270	0.96964	(5.10)	0.269	0.97090	(5.13)	0.269
不動産業	-0.00207	(0.14)	0.88736	(4.11)	0.226	0.89094	(4.31)	0.196	0.89319	(4.34)	0.196
機械	-0.01475	(2.12)	0.87424	(8.34)	0.545	0.82629	(8.07)	0.521	0.82509	(8.10)	0.521
電気・ガス業	-0.00024	(0.01)	0.86489	(3.53)	0.177	0.89870	(3.81)	0.144	0.90191	(3.84)	0.144
繊維製品	-0.00539	(0.54)	0.86167	(5.76)	0.364	0.89015	(6.21)	0.350	0.89178	(6.24)	0.350
その他製品	-0.00765	(0.93)	0.84419	(6.82)	0.445	0.86184	(7.27)	0.431	0.86326	(7.31)	0.431
化学工業	-0.01284	(1.61)	0.78054	(6.51)	0.422	0.79997	(6.96)	0.415	0.80134	(7.00)	0.415
金属製品	-0.01493	(1.58)	0.73573	(5.18)	0.316	0.71999	(5.34)	0.284	0.72211	(5.38)	0.283
商業	-0.02388	(5.15)	0.67402	(9.65)	0.616	0.64247	(9.75)	0.602	0.64338	(9.81)	0.603
ゴム	-0.02925	(3.11)	0.61588	(4.34)	0.246	0.57970	(4.28)	0.231	0.58040	(4.30)	0.232
サービス業	-0.02031	(1.81)	0.57903	(3.42)	0.168	0.60816	(3.75)	0.120	0.61227	(3.78)	0.119
パルプ・紙	-0.02785	(2.74)	0.57819	(3.77)	0.197	0.56614	(3.89)	0.184	0.56810	(3.91)	0.184
倉庫・運輸関連業	-0.02270	(1.74)	0.54689	(2.79)	0.118	0.54797	(2.93)	0.070	0.55235	(2.96)	0.069
陸運業	-0.02337	(1.77)	0.52863	(2.65)	0.108	0.54772	(2.87)	0.064	0.55222	(2.91)	0.063
食料品	-0.03136	(4.60)	0.48276	(4.70)	0.276	0.49013	(5.03)	0.244	0.49329	(5.08)	0.242
空運業	-0.02968	(1.75)	0.35625	(1.40)	0.032	0.39208	(1.60)	0.000	0.39889	(1.63)	0.000
石油石炭製品	-0.05381	(2.97)	0.25039	(0.92)	0.014	0.19791	(0.76)	0.010	0.20022	(0.77)	0.010
鉱業	-0.05887	(2.70)	0.16790	(0.51)	0.004	0.08872	(0.29)	0.001	0.09172	(0.30)	0.001
水産農林業	-0.05242	(3.82)	0.12951	(0.63)	0.007	0.14941	(0.76)	0.000	0.15478	(0.79)	0.000
建設業	-0.05072	(4.12)	0.11790	(0.64)	0.007	0.15625	(0.88)	0.000	0.16235	(0.92)	0.000
海運業	-0.07133	(4.88)	0.02178	(0.10)	0.000	-0.05078	(0.24)	0.000	-0.04810	(0.23)	0.000

Ⅲ期	古典的 C A P M モデル				B J S モデル			G i b b o n s モデル			
	定数項	t値	ベータ	t値	R**2	ベータ	t値	R**2	ベータ	t値	R**2
海運業	0.02357	(1.91)	1.33043	(9.02)	0.584	1.32800	(8.85)	0.564	1.32939	(9.14)	0.566
不動産業	0.01364	(1.16)	1.32325	(9.38)	0.603	1.33843	(9.43)	0.600	1.31789	(9.51)	0.597
金融・保険業	0.01385	(1.90)	1.23343	(14.17)	0.776	1.25132	(14.32)	0.774	1.24501	(14.66)	0.775
電気・ガス業	0.01042	(0.82)	1.15817	(7.66)	0.503	1.18546	(7.79)	0.503	1.18266	(7.99)	0.503
陸運業	0.01172	(1.09)	1.13557	(8.85)	0.575	1.15013	(8.88)	0.566	1.15441	(9.17)	0.567
鉄鋼	0.01724	(1.50)	1.10872	(8.07)	0.529	1.10401	(7.85)	0.495	1.12578	(8.26)	0.498
倉庫・運輸関連業	0.00725	(0.79)	1.05796	(9.65)	0.616	1.06532	(9.61)	0.605	1.07206	(9.96)	0.605
建設業	0.01121	(1.44)	1.05341	(11.30)	0.688	1.07270	(11.25)	0.673	1.08831	(11.78)	0.674
通信業	-0.01991	(2.24)	1.01612	(9.55)	0.611	1.00990	(8.85)	0.560	0.96344	(8.69)	0.561
水産農林業	0.00494	(0.50)	0.98695	(8.30)	0.543	0.98284	(8.16)	0.522	0.99608	(8.50)	0.522
ゴム	0.00499	(0.61)	0.96559	(9.87)	0.627	0.95676	(9.63)	0.601	0.97368	(10.06)	0.601
非鉄金属	-0.00499	(0.72)	0.93679	(11.33)	0.689	0.92836	(11.13)	0.676	0.92751	(11.44)	0.677
食料品	-0.00256	(0.36)	0.92904	(10.91)	0.673	0.93636	(10.89)	0.665	0.94126	(11.25)	0.665
ガラス・土石製品	-0.00455	(0.79)	0.92765	(13.54)	0.760	0.91646	(13.29)	0.748	0.91814	(13.69)	0.748
空運業	-0.00243	(0.18)	0.89976	(5.57)	0.349	0.90319	(5.54)	0.338	0.91312	(5.76)	0.337
商業	-0.00286	(0.51)	0.88685	(13.23)	0.751	0.88105	(13.03)	0.738	0.89252	(13.52)	0.736
繊維製品	-0.00649	(0.95)	0.87954	(10.78)	0.667	0.87136	(10.61)	0.654	0.87801	(10.96)	0.654
化学工業	-0.00819	(1.23)	0.87076	(10.98)	0.675	0.86394	(10.80)	0.663	0.86611	(11.14)	0.663
鉱業	-0.00264	(0.21)	0.86671	(5.85)	0.371	0.85586	(5.73)	0.351	0.87122	(5.99)	0.349
石油石炭製品	-0.00620	(0.57)	0.83255	(6.37)	0.412	0.83046	(6.30)	0.397	0.84272	(6.56)	0.396
サービス業	-0.00637	(0.73)	0.79773	(7.64)	0.502	0.79428	(7.53)	0.483	0.81163	(7.88)	0.479
機械	-0.00609	(0.76)	0.79208	(8.24)	0.539	0.77490	(8.02)	0.513	0.79449	(8.41)	0.508
輸送用機器	-0.00837	(1.03)	0.77700	(7.97)	0.523	0.75686	(7.74)	0.497	0.77387	(8.10)	0.493
金属製品	-0.00381	(0.37)	0.70649	(5.67)	0.357	0.70755	(5.57)	0.319	0.74449	(5.97)	0.307
パルプ・紙	-0.00922	(1.00)	0.65962	(5.96)	0.380	0.64373	(5.77)	0.341	0.67680	(6.17)	0.326
電気機器	-0.02152	(1.88)	0.60693	(4.43)	0.253	0.57723	(4.20)	0.230	0.59185	(4.43)	0.228
その他製品	-0.01672	(2.10)	0.57258	(6.03)	0.385	0.56000	(5.86)	0.355	0.58969	(6.26)	0.336
精密機器	-0.02641	(2.42)	0.56614	(4.33)	0.245	0.52595	(4.03)	0.216	0.53658	(4.23)	0.218

Ⅳ期	古典的 C A P M モデル				B J S モデル			G i b b o n s モデル			
	定数項	t値	ベータ	t値	R**2	ベータ	t値	R**2	ベータ	t値	R**2
海運業	0.01813	(2.68)	1.35880	(16.62)	0.826	1.40762	(17.02)	0.831	1.40703	(17.02)	0.831
鉱業	0.01169	(1.60)	1.29389	(14.64)	0.787	1.31688	(14.34)	0.777	1.31518	(14.31)	0.776
不動産業	0.01481	(2.25)	1.27003	(15.99)	0.815	1.29387	(15.76)	0.808	1.29389	(15.77)	0.808
非鉄金属	0.01409	(2.55)	1.26324	(18.90)	0.860	1.28739	(18.71)	0.856	1.28727	(18.72)	0.856
機械	0.00923	(2.09)	1.17021	(21.88)	0.892	1.17668	(21.08)	0.883	1.17666	(21.10)	0.883
建設業	0.00317	(0.44)	1.11749	(12.96)	0.743	1.13568	(12.66)	0.731	1.13440	(12.65)	0.731
通信業	0.00584	(0.58)	1.10375	(9.09)	0.588	1.09642	(8.66)	0.560	1.09651	(8.67)	0.560
鉄鋼	0.00189	(0.38)	1.07815	(17.85)	0.846	1.07628	(17.04)	0.831	1.07537	(17.03)	0.831
金融・保険業	0.00421	(0.83)	1.07549	(17.45)	0.840	1.08023	(16.84)	0.828	1.08026	(16.85)	0.828
倉庫・運輸関連業	0.00439	(0.85)	1.07270	(17.28)	0.837	1.08881	(16.91)	0.829	1.08896	(16.92)	0.829
繊維製品	-0.00179	(0.46)	1.01549	(21.49)	0.888	1.01356	(20.47)	0.877	1.01254	(20.46)	0.877
ガラス・土石製品	0.00054	(0.14)	1.00541	(21.35)	0.887	1.01488	(20.71)	0.879	1.01496	(20.73)	0.879
精密機器	0.00595	(1.07)	1.00296	(14.94)	0.794	0.99402	(14.01)	0.767	0.99628	(14.05)	0.767
電気機器	0.00205	(0.34)	0.98614	(13.58)	0.761	0.97329	(12.85)	0.736	0.97439	(12.87)	0.736
陸運業	-0.00035	(0.09)	0.98343	(19.81)	0.871	0.98663	(19.08)	0.861	0.98684	(19.10)	0.861
石油石炭製品	0.00050	(0.08)	0.97734	(12.55)	0.731	1.00879	(12.42)	0.723	1.00943	(12.44)	0.723
ゴム	0.00343	(0.59)	0.95588	(13.57)	0.760	0.96820	(13.01)	0.739	0.97046	(13.04)	0.739
商業	-0.00195	(0.55)	0.95530	(22.46)	0.897	0.94551	(21.42)	0.886	0.94570	(21.43)	0.886
化学工業	-0.00156	(0.43)	0.95259	(21.98)	0.893	0.95705	(21.14)	0.883	0.95744	(21.16)	0.883
パルプ・紙	-0.00538	(0.98)	0.94350	(14.20)	0.777	0.92658	(13.40)	0.753	0.92571	(13.40)	0.753
水産農林業	-0.00630	(1.23)	0.93863	(15.20)	0.799	0.94543	(14.59)	0.783	0.94427	(14.58)	0.783
サービス業	-0.00577	(1.25)	0.93362	(16.75)	0.829	0.90945	(15.74)	0.808	0.90864	(15.74)	0.808
輸送用機器	-0.00120	(0.30)	0.90937	(19.06)	0.862	0.89388	(17.94)	0.844	0.89535	(17.96)	0.844
金属製品	-0.00806	(1.53)	0.90785	(14.30)	0.779	0.90497	(13.60)	0.758	0.90379	(13.60)	0.758
空運業	-0.01069	(1.66)	0.86243	(11.08)	0.679	0.85601	(10.51)	0.651	0.85477	(10.51)	0.652
食料品	-0.00978	(2.52)	0.83096	(17.73)	0.844	0.83560	(16.84)	0.828	0.83537	(16.85)	0.828
その他製品	-0.01029	(1.97)	0.81909	(12.99)	0.744	0.80396	(12.30)	0.719	0.80380	(12.31)	0.720
電気・ガス業	-0.01830	(3.69)	0.66772	(11.14)	0.682	0.65687	(10.43)	0.648	0.65679	(10.44)	0.649

的CAPMモデルで説明される産業は、「化学工業」、「金属製品」、「倉庫運輸業」、「繊維製品」、「ガラス・土石」、「サービス業」の6産業である。その他の産業については、ある期で定数項が有意となり、他の期では有意とならない結果となっている。たとえば「機械」の収益率は、両側5%点でⅠ期とⅢ期では古典的CAPMモデルで説明されるが、Ⅱ期とⅣ期では「定数項の偏り」が生じ、「機械」の収益率は古典的CAPMモデルで説明されていない。計測結果によると、両側5%点の場合、ベータの推定値が高い産業と低い産業の中間の産業については、定数項が有意でなく古典的CAPMモデルが成立している。ところがベータの推定値が高い産業と低い産業については定数項が有意となり「定数項の偏り」が生じる結果となっている。(2)式による方法の課題としてOLSの仮定と現実との対応や推定データの問題などが考えられるが、OLS推定法からすると、有意水準の取り方によりCAPMモデルの成立が左右される。本稿では5%点によったが、かりに0.1%点を取っても、CAPMモデルが成立しない産業は5産業となり、わが国産業の収益率は古典的CAPMモデルで説明されず、「定数項の偏り」が生じる結果となる。このように実証モデル(2)式による古典的CAPMモデルはわが国産業の超過収益率の変動を十分に説明するモデルでなく、他の方法を考慮する余地がある結果となった。

以上のOLSによる古典的CAPMモデルの推定に対して、その他の特定化や推定法を用いると、また別途の古典的CAPMモデルの推定結果を得ると考えられる。第一の特定化について、たとえば上記の古典的CAPMモデルの推定結果からすると、定数項がゼロとなるようにするには、実証モデルに説明変数を加える方法が考えられる。たとえばわが国産業の超過収益率を $\beta_i$ のほかに、たとえば活動水準と物価水準の特定化により(たとえば事業所ベースで本稿の産業概念に組み替えた鉱工業生産指数と卸売物価指数)、超過収益率を計測し「定数項の偏り」が生じるかどうかを見る計測である。しかしこのようなモデルははじめに述べたように統計式であり、古典的CAPMモデルの実証モデルはその理論モデルとかけ離れたモデルとなる。第二の推定法について、たとえば各産業の $\beta_i$ は相互に影響され、同時決定されることに重点を置いた場合、古典的CAPMモデルの計測に同時推定法を適用することが考えられる。たとえば二段階最小自乗法(TSLS)により係数を推定したとすると、OLSのそれと変わることが予想され、有意水準の取り方によって古典的CAPMモデルの成立を左右することも考えられる。しかし操作変数の組の取り方により係数の推定値が変わり、なぜその操作変数の組を採用したかの説明が難しくなる。

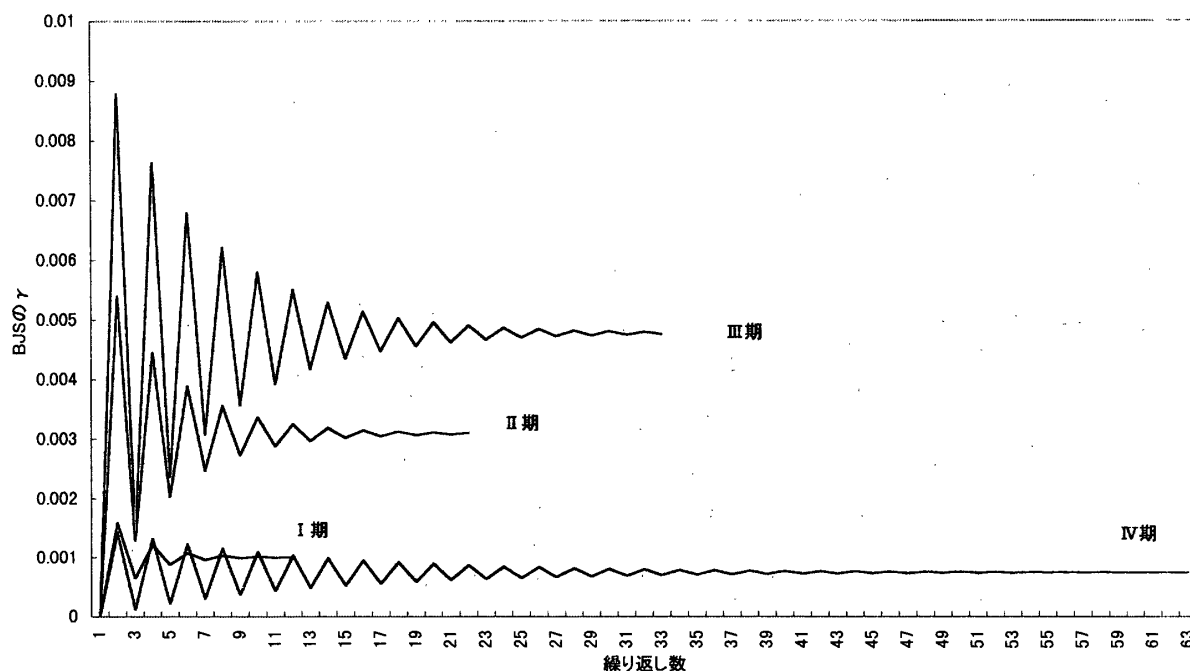
こう考えると、わが国産業にBJSモデルの適用を考慮する余地は十分にある。BJSモデルは、古典的CAPMモデルの計測結果を前提とし分析するモデルである。古典的CAPMモデルで「定数項の偏り」が生じても生じなくても、それはゼロ・ベータポートフォリオ収益率 $r_f$ によるとする。本稿の古典的CAPMモデルでは「定数項の偏り」が生じたことから、つぎにこの偏りはBJSモデルにより説明されるかの実証分析を行うことになる。BJSモデルの実証モデルの特徴は、借

入貸出の機会に制限を課すことから利子率が実証モデルの特定化からはずされること、ゼロ・ベータポートフォリオ収益率 $\gamma$ はとりわけすべての $\beta_i$ から決まることにある。

BJ Sモデルは(10)式と(11)式で $\gamma$ と $\beta_i$ を測定し、 $\gamma$ がもはや変動しなくなったとき $\gamma$ の均衡値とする。本稿は判定基準に相対誤差1/100、 $\gamma$ の初期値にゼロを用いる繰り返し計算を行った。相対誤差を採用したのは本稿のデータが率であることによる。判定基準について、たとえばマクロ経済モデルの価格デフレーターを伸び率で推定するとき、水準に引き戻して収束させる方法がある。本稿モデルも率で計測しており、ゼロ・ベータポートフォリオ収益率を水準に引き戻して計測する方法も考えられるが、本稿はこの方法を採用せず、ゼロ・ベータポートフォリオ収益率の相対誤差を用いて収束させている。相対誤差の値1/100は、何回か試行錯誤を重ね、実際に $\gamma$ の動きを見ながら決めた値である。この値を用いて計測した結果、4つの期の中でI期が最も速く収束した(7回目の相対誤差=0.072, 11回目=0.008)。これはI期では $\beta_i$ が大きくバラツキ(輸送用機器の1.9181から海運業の0.3745の範囲)、(11)式から $\gamma$ は落ち着いた動きとなるからである。これに対してIV期の $\beta_i$ のバラツキは小さく(海運業の1.4076から電気・ガスの0.6568の範囲)、(11)式から $\gamma$ の動きが相対的に大きくなり、繰り返し回数は多くなった。しかし本稿の判定基準1/100のもとでいずれの期においても $\gamma$ は安定的に収束した(図1)。

$\gamma$ の初期値をゼロとしたのは、BJ Sモデルが成立すると、 $\gamma(1-\beta_i)=\alpha_i$ となり、 $\gamma$ は小さな値となると見込まれ、たとえば利子率を初期値とするよりも妥当な値となると考えたからである。図1には初期値ゼロから収束値にいたる $\gamma$ の推移が示されている。 $\gamma$ はいずれの期においても上下に変動し

図1 BJSの $\gamma$



ながら推移している。図ではⅢ期の変動がやや目立つが、28産業の中で16部門の(10)式による $\beta_i$ の値が0.8~1.2の範囲となり、(11)式から $\gamma$ が相対的に大きく変動するからである。しかしⅢ期の $\gamma$ は大幅に変動しているように見えるが、グラフのスケールの取り方からすると $\gamma$ はむしろ安定的に推移していると言える。

そして収束した(BJSモデルの) $\gamma$ から推定した $\beta_i$ の値の特徴を見る(表2)。古典的CAPMモデルはⅢ期とⅣ期のあてはまりが良好であったが、Ⅰ期とⅡ期はそうでない結果となった。Ⅰ期は4つの期のなかでは特に古典的CAPMモデルのあてはまりが良好でない期であるが、この期のBJSモデルの $\beta_i$ は古典的CAPMモデルのそれと大きく異なる結果となった。Ⅰ期で古典的CAPMモデルよりも $\beta_i$ の推定値が特に大きくなった産業は「通信業」、「精密機器」、「電気機器」であり、「海運業」、「鉱業」の $\beta_i$ は古典的CAPMモデルのそれより特に小さくなっている。Ⅱ期については、Ⅰ期ほど目立っていないが、BJSモデルの係数は古典的CAPMモデルと異なっている。これに対しⅢ期とⅣ期は古典的CAPMモデルのあてはまりが良好であり、BJSモデルの $\beta_i$ は古典的CAPMモデルのそれとほぼ同じ傾向を示している。このように古典的CAPMモデルのあてはまりが良好でないとき、BJSモデルの $\beta_i$ は古典的CAPMモデルのそれと異なった推定値となり、BJSモデルは古典的CAPMモデルを調整する結果となっている。これに対し古典的CAPMモデルの推定結果が良好なとき、BJSモデルの $\beta_i$ は古典的CAPMモデルのそれとほぼ同じ推定値となっている。

それでは $\gamma$ の意味について、 $\gamma$ の値が小さければわが国産業について古典的CAPMモデルが成立するから、 $\gamma$ は古典的CAPMモデルからの乖離の指標とみることができる。 $\gamma$ が小のときわが国産業の収益率がより古典的CAPMモデルで説明され、大きければ説明されない。BJSモデルの $\gamma$ による $\beta_i$ の調整の結果、Ⅰ期が最も大きく調整され、調整の結果Ⅰ期のBJSモデルは古典的CAPMモデルに大きく近づいたことになる。表3によると、収束した $\gamma$ をもとに古典的CAPMモデルからの乖離を見ると、Ⅳ期の乖離が最も小さく、Ⅰ期、Ⅱ期、Ⅲ期の順となっている。

表3 尤度比検定

	$\gamma$	LRT	p値	$\gamma_G$	LRT	p値
Ⅰ期 ('76/1-'80/12)	0.0010 (0.0002)	30.949	0.2~0.3	0.0013 (9.9-E5)	24.571	0.5~0.7
Ⅱ期 ('81/1-'85/12)	0.0030 (0.0008)	91.352	0.00	0.0025 (0.0001)	11.704	0.99以上
Ⅲ期 ('86/1-'90/12)	0.0045 (0.0012)	89.814	0.00	-0.0066 (0.0014)	11.393	0.99以上
Ⅳ期 ('91/1-'95/12)	0.0007 (0.0002)	33.436	0.1~0.2	-0.0011 (0.0004)	13.911	0.98~0.99

以上の $\gamma$ の有意性判定は推定値とその標準誤差からも導かれるが、Gibbonsモデルの実証分析と比較するため尤度比検定を行った(表3)。尤度比検定は(16)式によるが、古典的CAPMモデルの推定式(2)式からの残差の指標とBJSモデルによる残差による指標が大きく異ならなければ、古典的CAPMモデルの「定数項の偏り」がBJSモデルで説明される確率は大きくなるというものである。表3によると、わが国産業においてBJSモデルが成立する確率はI期では確率0.2~0.3、II期とIII期ではほとんど成立しない結果となった。<sup>6)</sup>

#### 4 Gibbonsモデルの測定結果

Gibbonsモデルはゼロ・ベータポートフォリオ収益率 $r_G$ の推定に $\beta_i$ と $\beta_i$ で説明されない残差を用いる<sup>7)</sup>。本稿の測定によると、ゼロ・ベータポートフォリオ収益率 $r_G$ の推定に残差の分散共分散(の逆行列)を用いることでかえって $r_G$ が安定的に推定された。 $r_G$ から推定されたGibbonsモデルの $\beta_i$ はBJSモデルのそれと大きく異ならない推定結果となった。

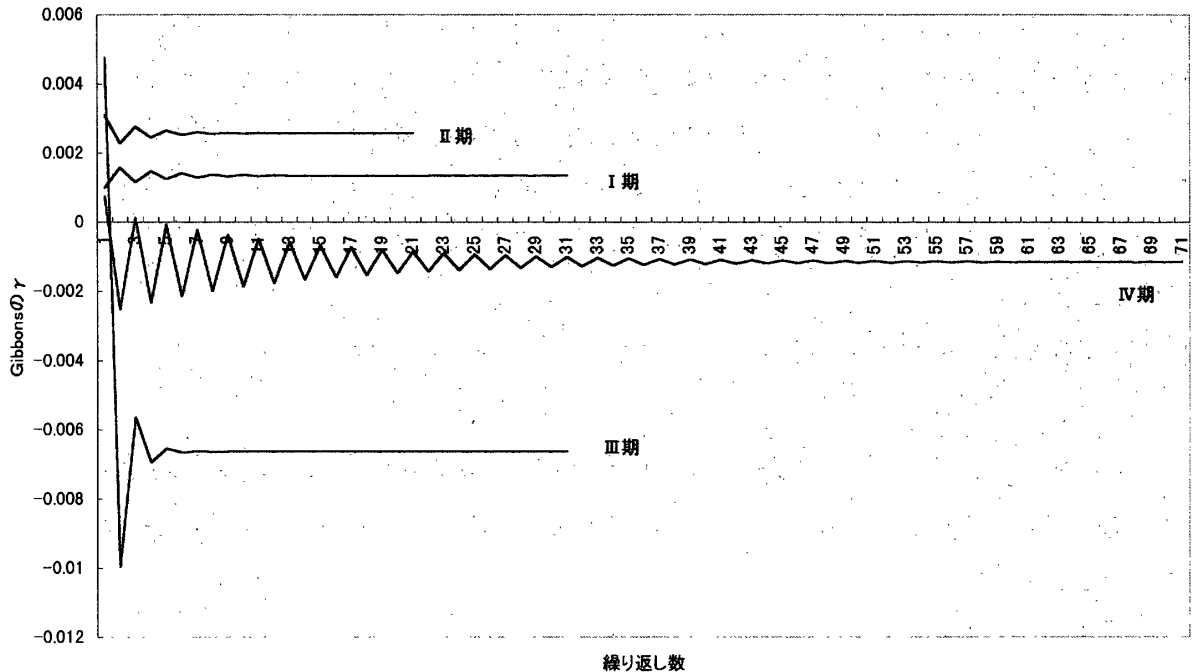
GibbonsモデルもBJSモデルと同様にもはや変動しなくなったときの $r_G$ の値を均衡値とし、判定基準に相対誤差1/100を用いた。 $r_G$ の初期値をゼロとする、BJSモデルの収束値とするなどあるが、本稿はBJSモデルの収束値を用いた。それは古典的CAPMモデルでは、4つの期ではほぼ $\beta_i = 1$ を境に $\alpha_i$ の符号が変わることより、 $r(1-r_i) = \alpha_i$ から $r < 0$ となるが、その収束値は $r < 0$ となった。これはBJSモデルの $r$ が十分に収束せず、その結果BJSモデルが成立しなかったためと考えられ、Gibbonsモデルの $r_G$ の初期値にBJSモデルの収束値をとるのもひとつの行き方であろう。本稿の判定基準1/100のもとで、Gibbonsモデルによる $r_G$ の推定値はいずれの期においても安定的に収束した(図2)。図2では全部で4本の線が描かれているが、特にI期からIII期の $r_G$ は、はじめの数回のステップ以内ではやや変動するが、その後は均衡値に単調的に収束している。最も早く収束した期はII期であるが、これはII期の $\beta_i$ のバラツキは大きく、 $r$ は落ち着いた動きとなるからである。ゼロ・ベータポートフォリオ収益率の計算に残差の分散共分散を用いないさきのBJSモデルに比べると、この3つの期では急速かつ安定的に収束していることがわかる。これに対して

6) たとえばI期のLRT=30.949は $\chi^2(0.3, 27) = 30.319$ と $\chi^2(0.2, 27) = 32.912$ の間にあり、BJSモデルが成立する確率を0.2~0.3と表わしている。

7) Gibbonsモデルによるゼロ・ベータポートフォリオ収益率 $r_G$ の測定方法の概略を示す。

- ① ゼロ・ベータポートフォリオ収益率の初期値 $r_G$ にBJSモデルの収束値を用いる。ベータの初期値 $\beta_i$ を実証モデル(2)式の推定値とし、(2)式の残差から $\Sigma^{-1}$ の初期値を作る。
- ② この $r_G$ と $\beta_i$ 、 $\Sigma^{-1}$ の各々の初期値を(13)式に代入し、 $r_G$ の推定値を得る。
- ③ この $r_G$ を(12)式に代入し新たな $\beta_i$ と $\Sigma^{-1}$ の各々の推定値を得る。
- ④ 新たな $\beta_i$ と $\Sigma^{-1}$ を(13)式に代入し、 $r_G$ を得る。
- ⑤ 上記の③と④を収束するまで繰り返す。 $r_G$ の収束に相対誤差を用い、収束基準に $1E-02$ を用いる。
- ⑥  $|\Sigma_t|$ とゼロ・ベータポートフォリオ収益率 $r_G$ が収束したときの $|\Sigma_0|$ から $T(\ln|\Sigma_t| - \ln|\Sigma_0|)$ を計算し、尤度比検定を行う。



図2 Gibbonsの $\gamma$ 

Ⅳ期の $\beta_i$ の小さなバラツキから $\gamma$ の動きが相対的に大きくなり、繰り返し回数は多くなった。Gibbonsモデルはゼロ・ベータポートフォリオ収益率の推定に残差の分散共分散(の逆行列)を用いるが、残差の分散共分散を考慮することでかえってゼロ・ベータポートフォリオ収益率が安定的に推定される結果となった。

古典的CAPMモデルで $\beta_i=1$ のとき $\alpha_i$ の符号が変わり、ゼロ・ベータポートフォリオ収益率は負となる。Ⅲ期とⅣ期の $\beta_i$ の推定値は他のⅠ期とⅡ期に比べると1に集中した産業が多いから、 $r_G$ の推定に残差を用いるとⅢ期とⅣ期の $r_G$ は負となった。

この $r_G$ による $\beta_i$ の推定値の特徴は、Ⅰ期とⅡ期では古典的CAPMモデルの推定値と乖離したこと、Ⅲ期とⅣ期は古典的CAPMモデルと同じ傾向の値となったことにある(表2)。以上の2点はBJSモデルの $\beta_i$ の特徴と同じである。Ⅰ期の「通信業」、「精密機器」、「電気機器」の $\beta_i$ の推定値は古典的CAPMモデルのそれよりも特に大きくなり、「海運業」、「鉱業」の $\beta_i$ は古典的CAPMモデルのそれより特に小さくなった。Ⅱ期では古典的CAPMモデルとやや異なったこと、Ⅲ期とⅣ期では古典的CAPMモデルとほぼ同じ傾向となったことも、BJSモデルと同様である。さらに本稿のGibbonsモデルは古典的CAPMモデルのあてはまりに応じて $\beta_i$ の推定値を調整する結果となっている。

以上のようにGibbonsモデルの $\beta_i$ はBJSモデルのそれとの違いはわずかとなったが、Gibbonsモデルの $\beta_i$ と $r_G$ から尤度比検定を行うと、Gibbonsモデルの結論はBJSモデルと大きく異なった(表3)。表によるとⅠ期でGibbonsモデルが成立する確率は0.5~0.7、ⅡからⅢ期において

Gibbons モデルが成立する確率は大きなものとなり、なかでもⅡ期とⅢ期の確率は0.99以上となった。このようにわが国産業の収益率がGibbons モデルで説明される可能性は無視できないほど大きくなった。Gibbons モデルとB J S モデルのそれぞれのLR Tを比較すると、いずれの期のLR Tも大幅に改善されている。たとえばⅡ期とⅢ期について、B J S モデルの確率はゼロであるのに対し、Gibbons モデルでは0.99以上となっている。これはGibbons モデルは $\gamma_G$ の推定にB J S モデルの収束値と残差を用いることでB J S モデルを調整していることによる。

## 5 結 び

本稿の計測の際立った特徴はB J S モデルとGibbons モデルとであてはまりに差が生じたことにある。この差はどこから来るのか。ふたつのモデルの推定方法からすると、ゼロ・ベータポートフォリオ収益率の推定法の違いにある。Gibbons モデルの特徴は特にⅠ期の計測結果に顕著に表れ、Ⅰ期の「定数項の偏り」を取り除くよう $\gamma_G$ が $\beta_i$ を調整する点にある。GLS 推定法に基いて $\gamma_G$ を推定すると、わが国産業の収益率の変動はGibbons モデルで説明される可能性が大きくなった。

収益率の実証分析は、従来から古典的CAPMモデルの実証モデル、収益率の変動を少数の因子で説明するAPTモデル、などいくつかの試みが提示されてきた。Gibbons モデルはOLS に基き $\gamma_G$ から $\beta_i$ を調整するモデルであり、わが国の収益率変動の実証分析に新たな分析手段を与えたと言える。

## 参 考 文 献

- Black, F. 1972. Capital market equilibrium with restricted borrowing, *Journal of Business* 45: 444-454
- Black, F., Jensen, M. and Sholes M. 1972, The Capital Asset Pricing Model: Some empirical tests. In *Studies in the Theory of Capital Markets*, Edited by Jensen. Praeger, New York.
- Gibbons, M. 1982. Multivariate tests of financial Model: A new approach. *Journal of Financial Economics*. 10: 3-27
- 岩田暁一, 1983, 「経済分析のための統計的方法」(第二版), 東洋経済新報社
- E. L. レーマン, 1969, 「統計的検定論」, 岩波書店(邦訳)
- (財)日本証券経済研究所, 「株式投資収益率'95」
- 東洋経済新報社, 「統計月報」