Title	F検定の応用によるノンパラメトリック検定の試み
Sub Title	A Study on Non-Parametric-test using F-test
Author	岡本, 大輔(Okamoto, Daisuke)
Publisher	
Publication year	1987
Jtitle	三田商学研究 (Mita business review). Vol.30, No.2 (1987. 6) ,p.20- 27
JaLC DOI	
Abstract	
Notes	
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234698-19870625-04054208

三田商学研究
30 巻 2 号
1987 年 6 月

F検定の応用によるノンパラメトリック検定の試み

岡 本 大 輔

1 はじめに

一般に多くの統計的検定法においては正規分布・t分布・F分布などの分布が仮定されている。しかし，社会科学の分野において得られるデータは，それらの仮定を満たすことが難しい。従って，ノンパラメトリックな検定法について考察を行うことは重要である。

本小論ではQAQF[1)]で用いられる検定に焦点を当て，変数が名義尺度の場合の検定法について考察を行う。

2 QAQFにおけるF検定のノンパラメトリック化

QAQFでD値を算出する際に用いられる検定法はF検定である。これは，通常のQAQFで扱う変数が企業の収益性，成長性，といった量的データである事に由来する。しかし，質的データを扱いたい場合もあろう。その最も単純な場合として［0－1］のケースが考えられる。その際，通常のF検定をそのまま適用するには無理があるが，以下のごとき例を見ると，全く使えない，とは思えない。

例1　被説明変数［0－1］（0：非倒産，1：倒産）
　　サンプル43，あるアイテムA（3カテゴリー）

	サンプル数	被説明変数ごとの内訳 1	0
カテゴリー1	12	2	10
カテゴリー2	18	10	8
カテゴリー3	13	10	3

1）Quantitative Analysis for Qualitative Factors の略。慶應義塾経営力評価グループ開発・定性要因の定量分析法。詳しくは，清水龍瑩［1981］参照。

この1次集計を見る限り，アイテムAは，第1カテゴリーに属するサンプルに0が多く（非倒産が多く），第3カテゴリーのサンプルに1が多い（倒産が多い)。そこで，通常のF検定を行なってみると，

$F(1,2)=6.063>F_{0.05}(1,28)=4.20$　　$D(1,2)=0.389$

$F(1,3)=7.527>F_{0.05}(1,23)=4.28$　　$D(1,3)=0.603$

$F(2,3)=0.601>F_{0.05}(1,29)=4.18$

ここで，$F(a, b)$ は，第aカテゴリーと第bカテゴリーにおけるF値

$$F(a, b)=\frac{\text{級間分散／自由度}}{\text{級内分散／自由度}}$$

$$=\frac{[n_a(\bar{Y}_a-\bar{Y})^2+n_b(\bar{Y}_b-\bar{Y})^2]/(2-1)}{[\sum_{j=1}^{n_a}(Y_{aj}-\bar{Y}_a)^2+\sum_{j=1}^{n_b}(Y_{bj}-\bar{Y}_b)^2]/(n_a+n_b-2)}$$

ただし　Y_{ij}；第iカテゴリーに含まれる第j番目のサンプルの被説明変数の観測値

$\bar{Y}_i$；第iカテゴリーにおける被説明変数の平均値

$\bar{Y}$；2つのカテゴリーにおける被説明変数の総平均値

n_i；第iカテゴリーに含まれる標本数

$F_{0.05}(p, q)$ は自由度 (p, q) のF分布5％点

$D(a, b)$ は，第aカテゴリーと第bカテゴリーによるD値候補

となり，アイテムAは，被説明変数と関連がある[2]，という結論になる。D値はD値候補の最大値であるから，0.603である。

例2　被説明変数［0－1］（例えば，0：非倒産，1：倒産）
サンプル43，あるアイテムB（3カテゴリー）

	サンプル数	被説明変数ごとの内訳 1	0
カテゴリー1	12	6	6
カテゴリー2	18	10	8
カテゴリー3	13	6	7

例2の場合は，アイテムBと被説明変数との関連は無いように思える。例1同様に通常のF検定を行うと，

$F(1,2)=0.312<F_{0.05}(1,28)=4.20$

$F(1,3)=0.041<F_{0.05}(1,23)=4.28$

$F(2,3)=0.342<F_{0.05}(1,29)=4.18$

2）もちろん，これは統計的検定であるから，厳密に言えば，“関連が無いとはいえない”となる。また，本論文における統計的有意性検定の有意水準はすべて5％である。これについては，拙稿［1984］参照。

結論は，関連が無い，で，D値は算出されない。

このように質的データ［0－1］の変数においてもF検定は利用可能のようである。特に上記の例のように，観測されるデータは質的データであってもその背後に，ある連続分布が想定される場合[3]の検定は，従来のノンパラメトリック検定ではなく，F検定で行なうべきである[4]。しかし問題はある。検定の基準となる有意水準である。通常のF検定は，当然F分布を想定しているから，種々の分布に関する仮定を満たしている必要があるが，この場合は［0－1］変数であり，それらを満たしていない。従ってF検定の有意水準をそのまま使うわけにはいかないのである。そこで次章のようなシュミレーションにより，有意水準の表を作成し，QAQF 用 FD 検定というものを考える。

3　シュミレーションによるFD値5％点の算出

このシュミレーションは，連続分布でF検定を行ない，ギリギリで統計的に有意になったものを［0－1］に変換し，その時のF値（前述の［0－1］変数のF値）をFD値（Fダッシュ値）とし，FD検定用FD値5％点の表を作成しようというものである。以下に，そのプロセスを示す。

① F値の分母の自由度［$df=(n_a+n_b-2)$］を与える[5]。

② dfを乱数により，n_aとn_bとに分割する[6]。

③ 乱数により，大きさ5の標本を抽出し，その標本平均を1つの観測値とする[7]。

④ ③の観測値をn_a個とn_b個抽出し，2つの分布A，Bを作る（図1）。

3）倒産1，非倒産0，の［0－1］で観測されるが実際には，全く倒産しそうもない超優良会社，倒産してもおかしくないが倒産しない会社，倒産してしまったがその原因は連鎖倒産など外部にある会社などさまざまなケースが存在する。従って背後には，［0－1］の2分類ではない，ある連続分布が想定される。

4）従来のノンパラメトリック検定には，符号検定，ワルド＝ウォルフォヴィッツのラン検定，ウィルコクソンの符号付順位検定，マン＝ウィットニーのU検定，コルモゴロフ＝スミルノフの分布関数の検定，スピアマンの順位相関係数，ケンドールの順位相関係数など多くの理論がある。しかしこれらのうち半分はペアサンプルに適用されるものであり，半分はなんらかの基準によって配列を作り順位をつけて数量化を行なっている。これらは皆，原データが順序尺度以上の場合を想定している。そして概して，量的に観測されたデータが特定の分布に従わない場合に，頑健性をもとめて利用されている。故にペアサンプルでなく，背後に量的データを想定し，しかも名義尺度で観測されるデータを検定するというノンパラメトリック検定は存在しない。従来の理論については，奥野忠一［1984］pp. 67-90，ヘンケル［1982］pp. 106-128，ラオ［1986］pp. 450-456.

5）自由度の範囲は，10から1,000まで。

6）ただし，n_aとn_bは，それぞれ2以上。

7）この観測値をデータとしてF検定を行なうわけであるが，理論F分布には，次の3つの仮定がある。

(1) F比分散推定量が統計的に独立であること。

(2) 標本の母集団が正規分布していること。

(3) 母集団の分散が等しいこと。

ただし，(2)と(3)に関しては頑健である（ヘンケル［1982］）。

そこで，近似的に正規分布の母集団を作るため，中心極限定理を用いて，大きさ5の標本の平均値を観測値とするわけである。

図 1 プロセス④

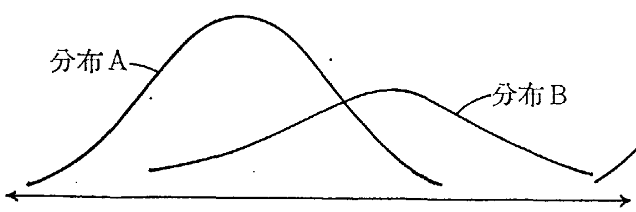


図 3 プロセス⑥

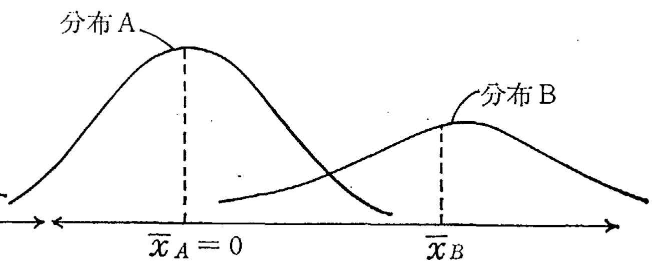


図 2 プロセス⑤

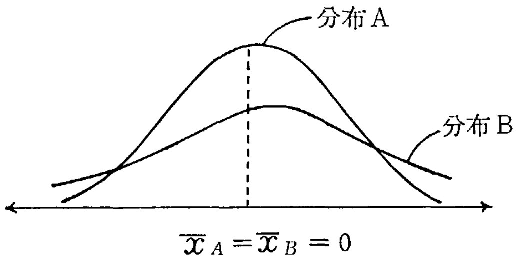
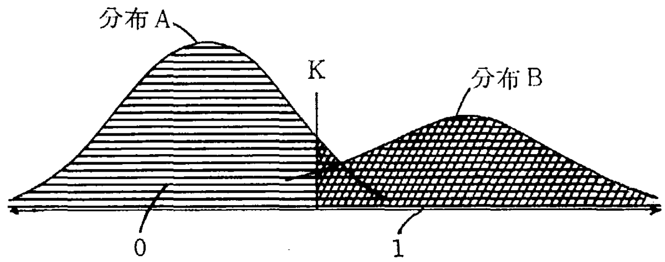


図 4 プロセス⑧



⑤ 分布A, Bをそれぞれ平均0に変換する（図2）。

⑥ 分布Bを0.01ずつ右に移動させながら，その都度分布AとBでF検定を行ない，5％で統計的に有意となるまで，分布Bの移動を行なう（図3）。

⑦ ［0－1］変換のための分岐点を算出する。

$$K=\bar{x}_B\times\frac{n_a}{n_a+n_b}$$ ただし，$\bar{x}_B$；分布Bの平均値

⑧ 分布A, Bそれぞれを，K点を規準に［0－1］に変換する（図4）。

⑨ F検定の式をそのまま用いてFD値を計算し，FDTとする。

⑩ ②～⑨を10回行ない，10個のFDTの平均値をFDMとする。

⑪ ②～⑩により算出されるFDMを，以下の基準を満たすZ回，計算する。

$$|FD(Z)-FD(Z-1)|<0.01$$

ここで，$FD(Z)=\sum_{i=1}^{Z}FDM_i/Z$

⑫ $FD(Z)$をFD値5％点とする。

⑬ ②～⑫によって計算されるFD値5％点を自由度ごとに算出する。

⑭ ①～⑬を2回行なう（Take 1, Take 2）。

⑮ 以上のプロセスのうち，Zが10未満のもの，すなわち，100回未満で収束したものは，偶然の影響が強いと考え，再計算する。

4 結 果

前述のシュミレーションの結果，表1の如き結果を得た。[8]

プロセス①で与えた自由度は，スネデカー＝コクラン［1972］のF分布5％点の表に従い10〜1,000の42通りであり，それぞれについて Take 1, Take 2 の2通りの FD 値5％点を得た。[9] これらをまとめたものが，表2である。

F検定では自由度が増すに従い，ランダムネスの影響が少なくなるので，5％点は小さくなる。ちなみに，表1のF分布5％点と自由度の相関係数は，−0.4196で，この値は有意水準5％で統計的に有意である。[10] しかし FD 検定においては，同様の傾向がみられるものの，F検定ほど，顕

表1 F分布5％点とシュミレーションによる FD 値5％点

自由度 (df)	F(1, df)*	FD(Z) (Take 1)	FD(Z) (Take 2)	自由度 (df)	F(1, df)*	FD(Z) (Take 1)	FD(Z) (Take 2)
10	4.96	3.52(23)	3.38(15)	32	4.15	3.66(23)	3.66(10)
11	4.84	3.40(23)	3.61(17)	34	4.13	3.63(12)	3.51(17)
12	4.75	3.69(21)	3.40(19)	36	4.11	3.87(13)	3.67(18)
13	4.67	3.81(12)	3.65(10)	38	4.10	3.75(17)	3.74(26)
14	4.60	3.64(12)	3.99(8)	40	4.08	3.75(19)	3.65(13)
15	4.54	3.77(17)	3.91(12)	42	4.07	3.46(15)	3.74(18)
16	4.49	3.76(14)	3.94(14)	44	4.06	3.45(15)	3.54(13)
17	4.45	3.76(16)	3.78(8)	46	4.05	3.91(8)	3.41(12)
18	4.41	3.68(14)	3.95(14)	48	4.04	3.63(11)	3.59(11)
19	4.38	3.97(14)	3.72(14)	50	4.03	3.44(15)	3.39(11)
20	4.35	3.83(14)	3.13(13)	55	4.02	3.33(10)	3.39(18)
21	4.32	3.54(18)	3.86(11)	60	4.00	3.31(18)	3.68(17)
22	4.30	3.64(18)	3.66(14)	65	3.99	3.48(14)	3.52(18)
23	4.28	3.90(9)	3.75(11)	70	3.98	3.59(18)	3.44(10)
24	4.26	3.45(9)	3.56(14)	80	3.96	3.32(12)	3.33(28)
25	4.24	3.78(10)	3.26(12)	100	3.94	3.35(11)	3.42(16)
26	4.22	3.23(10)	3.61(8)	125	3.92	3.20(11)	3.56(24)
27	4.21	3.83(15)	3.61(11)	150	3.91	3.31(20)	3.38(17)
28	4.20	3.76(20)	3.81(12)	200	3.89	3.64(20)	3.42(20)
29	4.18	3.85(12)	3.77(13)	400	3.86	3.22(15)	3.67(11)
30	4.17	3.83(14)	3.71(17)	1,000	3.85	3.70(15)	3.54(7)

* F分布5％点は，スネデカー＝コクラン［1972］pp. 515-517.

8）計算には NEC PC-9801 F 2 を使用した。

9）この84個の FD 値5％点のうち，プロセス⑮によって再計算されたものは，23個であり，再計算の計果，16個が，$Z \geqq 10$となった。残りの7個については，$Z=9$, 9, 8, 8, 8, 8, 7であり，10未満であるが，ここで，10という数字に特に意味は無いので，あまりに早い収束（$Z=2$, $Z=3$ など）の FD 値5％点がなくなったということで，再計算を終了した。

10）サンプル数42で相関係数を計算した場合，絶対値が0.304以上になれば，その相関係数は，有意水準5％で統計的に有意である。詳しくは，スネデカー＝コクラン［1972］p. 513.

表 2 ***FD*** 値 5 %点の集計

	MAX	MIN	MEAN	SD	CORR*
Take 1	3. 97	3. 20	3. 6105	0. 2126	−0. 1383
Take 2	3. 99	3. 13	3. 6026	0. 1952	−0. 1206
全　体	3. 99	3. 13	3. 6065	0. 2029	−0. 1297

* CORR は，*FD* 値 5 %点と自由度の相関係数

著ではない。表 2 の CORR の列からわかるように，*FD* 値 5 %点と自由度の相関係数は，全体で −0. 1297であり，この値は統計的に有意ではない[11]。これは，*FD* 検定の場合，サンプルのとる値が［0 − 1］に限定されているためにサンプル数が変化してもランダムネスの影響はそれ程変らないことが原因と考えられる。即ち，連続数においてはいくらでも極端な値をとる可能性があるが，この場合は［0 − 1］しかとらないので，最も極端な場合でさえ，全部 1 とか，全部 0 にしかならないのである。

従って実際に *FD* 検定を行なう場合には，自由度と無関係に，3. 61（全平均）を，あるいは保守的に考えるのであれば，4. 00（全体の最大値3. 99）を，*FD* 値 5 %点と考えてよい。

5　問 題 点

ここでこのシュミレーションに関わる問題点を指摘しておく。

まず，シュミレーションであるから当然のことながら，1 つの試論として考えねばならない。しかしながら，前章のプロセスで述べた通り，偶然性の影響を除去するため，いくつかの対策が施されている。そしてその結果，表 3 に示されるように，合計で一万回以上の計算が行なわれ，表 2 に示されるように，かなり，安定した結果が得られた。従って今回のシュミレーションは，相当信頼性の高い結果である，と言える。

次に前述の，偶然性の影響を除去するための対策についてであるが，これらについても条件を変える，という可能性が残されている。しかし，筆者は一応の根拠をもっているので，それらを以下

表 3　シュミレーションの反復回数（自由度別に，*FD* を何回計算したか）

	MAX	MIN	MEAN	TOTAL
Take 1	230	80	149. 29	6, 270
Take 2	280	70	143. 33	6, 020
全　体	280	70	146, 31	12, 290

11）　サンプル84の場合，5 %で有意になる相関係数は，絶対値0. 215以上。

に示す。

③の大きさ5→中心極限定理では，標本の大きさがいくつ以上の時に正規分布になるかを示していない。しかし，スネデカー＝コクランは，乱数表から無作為抽出された大きさ5の標本が，ほぼ正規分布することを示している。[12] また，筆者も同様の実験を行ない，大きさ5の標本の平均値が正規分布することを確認している。[13]

⑥の0.01 →分布Bを右に移動させながら，どの位離れたところで有意になるかをみると，最低でも0.3〜0.4であった。0.01は，その1桁下，ということで設定した。

⑦の分岐点 →分岐点の算出法についても，2つの分布の平均値の中間点にするなど，他の考え方があるが，2つの分布のサンプル数も考慮すべきであると考え，サンプル数で内分した点を分岐点とした。

⑪の0.01 →利用したF分布表が，少数第2位まで示されていたため，それ以降の計算は，無意味であると考えた。

以上，筆者の考える根拠を示したが，他にもシュミレーションに関わる問題点はある。⑩の10回，⑭の2回，⑮の100などである。また，⑪の収束についても乱数なので，実は，収束とはいえない。しかしこれらについても，数が増せばそれだけ乱数による影響が減少するのであるから，一万回を越える今回のシュミレーションは，相当信頼できる結果である，と筆者は考えている。

6 要 約

一般に統計的検定法としてはパラメトリック検定が多いが，社会科学においてはノンパラメトリック検定が非常に重要である。そこで本小論ではF検定を応用して，最も単純な場合のノンパラメトリック検定・FD検定について考えてみた。通常のF検定の式をそのまま使っても検定はできそうであるが，有意水準の値は変化すると考えられるので，FD検定用のFD値5％点の表をシュミレーションによって求めてみた。

その結果，FD検定においてはF検定ほど自由度の影響を受けないことが解った。即ち有意水準5％でFD検定を行なうときは5％値として，自由度に無関係に，3.61を用いることができる。FD検定は観測されるデータが［0－1］であり，その背後にある連続分布が想定される場合の検定法として非常に有用である。

12) スネデカー＝コクラン［1972］pp. 49-50.
13) ここでは一様乱数を用いているが，いきなり正規乱数を発生させる，と言う方法も考えられる。これについては今後の課題としたい。

REFERENCES

岩田暁一『経済分析のための統計的方法』東洋経済新報社，1967年。
奥野忠一他『応用統計ハンドブック』養賢堂，1984年。
清水龍瑩『現代企業評価論』中央経済社，1981年。
スネデカー＝コクラン『統計的方法』畑村又好他（訳）岩波書店，1972年。
ヘンケル『統計的検定』松原望他（訳）朝倉書店，1982年。
ラオ『統計的推測とその応用』奥野忠一他（訳）東京図書，1986年。
岡本大輔「経営学研究における統計的有意性検定」『三田商学研究』第27巻5号（1984年）pp. 1-12.

最後に，本論文執筆にあたり貴重な助言をして下さった，慶應義塾大学商学部清水龍瑩教授，岩田暁一教授の両先生に深く感謝致します。

（1987年2月脱稿）