

Title	課税及び公共財生産の内生化モデルと貿易(白石孝教授退任記念号)
Sub Title	The Simple General Equilibrium Model with Endogenous Tax and Public Service (In Honour of Professor Takashi Shiraishi)
Author	寺崎, 克志(Terasaki, Katsushi)
Publisher	
Publication year	1987
Jtitle	三田商学研究 (Mita business review). Vol.30, No.1 (1987. 4) ,p.201- 224
JaLC DOI	
Abstract	
Notes	
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234698-19870425-04054197

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the KeiO Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

課税及び公共財生産の内生化モデルと貿易*

寺崎克志

1. はじめに

従来公共部門は外生的に与えられたものとするモデルが一般的であった。最近になって経済政策の内生化、即ち公的部門の政策決定モデルの試みがいくつか見られるようになった¹⁾。

本稿の目的は政府部門の内生化、即ち政策を内生変数としてモデル化し、そのモデルを用いていくつかの命題を導くことにある。論点は2つある。1つは、政策がどのようにして決定されるかということである。もう1つは、そのようにして決定された政策が、他の経済諸変数にどのような影響をもたらすかということである。まず政府は公共財(集合財)の生産者であり、その生産コストをまかなうために民間に課税するものと仮定する²⁾。以下で用いられる重要な仮定の1

* 白石孝先生の授業に初めて出席したのは昭和48年の商学部の大学院の授業であったと記憶している。Chipman, J. S., 1965-1966, A survey of the theory of international trade, *Econometrica* 33, 477-519, 685-760, 34, 18-76, を報告した際に戴いたお誉めの言葉が現在に至るまで、私の研究生活の支えになっている。この紙面をかりて、これ迄のご厚情とご教示に衷心より深謝する次第である。

1) 例として、政治経済モデルについては、Frey-Schneider (1978 a, 1978 b, 1979), 反応関数を用いたマクロモデルについては Barro-Gordon (1983), 包括的な展望については Mueller (1976, 1979) を参照。

2) ここでは公共財の定義として Samuelson (1954) の概念を用いる。異なる定義については Tresch (1981, p. 95) を参照。混雑現象を考察しないことに注意。

つは、消費者と生産者によって選出される政策決定者の多数の(潜在的な)候補者の中で最も効率的な公共財の生産者が政府であるということである。

第2節以降では、Musgrave-Musgrave (1980, pp. 6-7) の定義するところの3つの政府機能、資源配分、所得分配、経済安定化のうち前2者が median-voter モデルを用いて内生的にどのように決定されるかを見る。第2節では公共財の消費量と課税の組合せによって示される消費者の政策無差別集合を導出する。この概念を用いることにより、代替的な公共財の数量と課税の組合せがある消費者によって選好されるかどうかを知ることが可能となる。第3節では消費者と同様に、公共財は生産者に対しても便益をもたらすと仮定される。生産者にとっての政策無差別集合は、この仮定から導出される。第4節では公共財の生産が一次同次であると仮定される。第5節は投票均衡としての政策決定を扱う。第6節では内生的課税と公共財供給を含む一般均衡モデルが示される。このモデルにおいて、消費者は効用を、生産者は利潤を、政策担当者は投票数をそれぞれ極大化する。第7節はこのモデルの比較静学分析にあてられる。第8節では、モデルの構造を見やすくするために、公共部門が外生化される。第9節で公共部門を内生化して、このモデルのもつ様々な特徴を議論する。最後の節では開放経済下で公的部門の果たす役割を検討する。

2. 公共財の消費

ここでは消費者行動、即ち政策無差別集合を得るための公共政策と消費者の効用との関係を論ずる³⁾。

私的財の場合は消費者によって顕示された選好を観察することが可能である。しかし、公共財の場合は、供給が一方的であるから、可能ではない。いま一種類の公共財と私的財があり、代表的な消費者が微分可能な、厳密に準凹の効用関数、 $U=U(G, C)$ 、を持つものと仮定しよう。ここで G は公共財の消費、 C は私的財の消費を示す。かりに公共財の市場があるとすれば、この消費者の効用極大問題は以下のような⁴⁾。

$$\text{MAX}_{C, G} U=U(G, C) \quad \text{s. t. } I \geq tG + pC$$

ここで I は消費者の所得、 t は公共財の価格、 p は消費財の価格である⁵⁾。効用極大の一階の条件、 $U_2/t = U_1/p$ 、より公共財と私的財の需要関数が導出される。但し、 $U_2 \equiv \partial U / \partial G$ 、 $U_1 \equiv \partial U / \partial C$ 、である。さて、ここで tG を一括課税と定義し直そう。あるいは t を所与の G 1単位あたりの定額課税と改めて定義しよう。従って t は G の計算価格ということになる。 tG は全ての消費者に共通に賦課されるものとしよう。つまり、個々の消費者は公共財の生産コストの一定割合を負担することになる。ここでは個々の消費者の税負担の割合は、彼等の所得水準には依存しないと仮定されている⁶⁾。

3) Bailey (1971, ch. 9) と Barro (1981, 1984, ch. 13) はともに1人当りの G と C とは効用の観点から密接な代替財であると仮定している。即ち、1人当りの G の各単位は個人消費支出1単位の θ の割合に等しいと見なされる。ここで $0 \leq \theta \leq 1$ と仮定される。換言すれば、家計の効用は実効消費フロー $C^* = C + \theta G$ に依存する。本稿では $\theta = 1$ と仮定されるが、 C と G が付加的であることは仮定されない。一方、Stockman (1986) は C の消費における民間取引費用 $\theta(G) - 1 > 0$ を減少させる公共投資としての政府支出 G を導入している。ここで $\theta > 1$ である。即ち、私的財を C 単位消費する各個人は私的財の単位で $C\theta(G)$ を購入しなければならない。政府支出の生産性については $\theta'(G) < 0$ 、 $\theta''(G) > 0$ が仮定される。

4) この節の以下の議論の図解的な説明については Atkinson-Stiglitz (1980, lec. 10) Oates (1972, ch. 3) 及び Hyman (1983, ch. 5) を参照。このアプローチは Roberts (1974) が第1のアプローチと呼んだもので、Fabre (1969)、Foley (1970)、Milleron (1972)等も用いている。特に、Bradford-Oates (1971 a, 1971 b) を見よ。

5) このタイプの所得制約は私的財を numéraire とすれば、Malinvaud (1971) の(2)と同じになる。

6) この仮定は第5節で論ずるように、不可欠のものではない。

以下では公共財の市場は存在しないものと仮定される。更に公共財の通常の定義に従えば、ある消費者の公共財の消費は他の消費者の公共財の消費を減少せしめず、いかなる消費者も自己の消費水準を変更することはできない⁷⁾。そこでどのような (G, t) の組合せを消費者が政策として受容するかということが問題である。まず、 $U(G', C') = U(0, C^0)$ 、 $I = pC^0 = tG' + pC'$ という関係を設定しよう。ここで I, p, t は所与である。かりに $(0, C^0)$ と (G', C') の凸結合で示される政策、 (G, C) が提示されたとすれば、消費者はこの政策を受容するであろう。なぜならば、効用関数は準凹と仮定されているから同一無差別曲線上の2点の凸結合はより高い効用水準に対応するためである。従って、 (G', C') という組合せの存在は、公共財の存在しない状態、 $(0, C^0)$ よりもより高い効用水準を示す組合せ、 (G, C) が存在するための十分条件である。いづれにしても所得制約を満たすような消費量の組合せが、公共財の存在しない状態よりもより高い効用水準を示すことが公共財政策が存在するための必要十分条件である。ゆえに、 $C \rightarrow 0$ に従って $U_1 \rightarrow \infty$ 、かつ $G = 0$ で $0 < U_2 < \infty$ を仮定すれば、 (G', C') の存在が消費者に受容される政策が存在するための必要十分条件となる。

以上の議論より以下の政策受容集合 A が示される。

$$A \equiv \{(t, G) : U(0, C^0) < U(G, C), I = pC^0 = tG + pC\}$$

更に無差別曲線、 $U^0 = U(0, C^0)$ 上に無差別需要関数、 $G' = G'(p, t, I)$ を定義することもできる。かりに $G' < G''$ かつ $I = pC^0 = tG' + pC' = tG'' + pC''$ であるならば、 $U(G', C') > U(G'', C'')$ である。従って p, t 、及び I が与えられたとき、 G' は消費者にとって受容可能な公共財の最大量を示す。また A の上において、 t と G の組合せで示される政策無差別曲線を、一定効用水準、所与の私的財の価格と所得のもとで、定義することもできる。即ち、効用水準 \bar{U} に対応する政策無

7) この定義は Samuelson (1954) の純粋公共財の定義である。本稿では Berliant (1985) の定義を用いる。「純粋公共財とは各経済主体の目的関数あるいは制約条件に同じ数量で入ってくる公共財として定義される。公共財とは、その生産が技術的に外部性を示すものに限定されるある経済主体(主に政府)によるある数量の意図的な生産を通じて達成される外部性として定義される。外部性とは、市場均衡条件を経由せずに、他の経済主体の目的関数や制約条件に直接的に入ってくるある経済主体の選択変数として定義される」

差別曲線は、 $\bar{U}=U[G, (I-tG)/p]$ を満たす G と t の組合せで与えられる。この式を t について微分し、 dG/dt について解くと以下の関係が得られる⁸⁾。

$$dG/dt = G/(pU_2/U_1 - t)$$

かりに公共財の市場があったと想定した場合に導かれる (Marshallian) 需要曲線上では、効用極大の一階の条件 $U_2/t = U_1/p$ が満たされているから政策無差別曲線の傾きは無限大となる。政策がこの想定需要曲線上にない場合には、 $U_2/t \geq U_1/p$ に従って $dG/dt \geq 0$ を得る⁹⁾。ゆえに、貨幣1単位あたりの公共財の限界効用が貨幣1単位あたりの私的財の限界効用より大であれば、政策無差別曲線は右上りとなる。逆は逆である。更に $dt/dG=0$ において、 $d^2t/dG^2 < 0$ であるから、政策無差別曲線はその線上において t の極大値をもつことが言える¹⁰⁾。この t の極大値の軌跡を政策無差別曲線群の効用拡張経路と呼べば、公共財に対する想定需要曲線はその上に存在すると表現することもできる。この概念を用いれば、消費者にとっての最適政策を容易に知ることができる。

3. 公共財の投入

一人の経営者によって私的財を生産している代表的企業を想定しよう。生産関数は要素投入に関して1次同次であると仮定する¹¹⁾。

$$X_i = X_i(L_i, K_i, G)$$

ここで L_i と K_i は第 i 企業の労働と資本の投入量である。以下では繁雑を避けるため下添字 i を省略する。かりに公共財の市場があるとすればこの企業の利

潤極大化問題は次のようになる¹²⁾。

$$\text{MAX}_{L, K, G} pX - wL - rK - tG$$

ここで w と r はそれぞれ労働と資本の要素価格である。上式より G に関する利潤極大の1階の条件は、 $p\partial X/\partial G = t$ となる。この条件から企業の公共財投入の想定需要関数を得る。次に前節と同様に tG を一括課税あるいは t を所与の G における単位定額課税と定義し直そう。従って G は政府により一方的に供給され、その数量は全企業にとって共通であり、各企業はそれぞれ同額の tG を税金として支払わなければならない。さて、以下では公共財の市場は存在しないものと仮定する。更に、ある企業の G の投入は他の企業の G の投入を減少せしめず、また各企業は G の数量を変更できないものと仮定する。

企業は以下に示される政策の組合せによって(短期)超過利潤を得ることができる¹³⁾。

$$\{(t, G) : (pX - wL - rK)/G > t\}$$

企業は非負の利潤をもたらす政策組合せを受容し、政策担当者の候補者が提示する政策のうち最も高い利潤をもたらす政策を選好するであろう。そこで次の方程式を満たす政策無差別曲線あるいは等利潤曲線を t と G の組合せで示すことができる。

$$\bar{\pi} = pX(L, K, G) - wL - rK - tG = \text{const.}$$

$$w = pX_1(L, K, G), \quad r = pX_2(L, K, G)$$

ここで $X_1 \equiv \partial X/\partial L$, $X_2 \equiv \partial X/\partial K$ でそれぞれ労働と資本の限界生産力である。この2つの1階の条件において、 p, w, r を所与として L, K について解くと、これらはいずれも G の関数となる。これを上の等利潤式に代入すれば、 t と G の関係が得られる。この関係を t について微分すれば以下の微分係数が得られる¹⁴⁾。

$$dG/dt = G/(pX_3 - t)$$

8) 上の方程式より、 $U_2 dG/dt + U_1 dC/dt = 0$ 、および、 $G + t dG/dt + p dC/dt = 0$ を得る。後者より、 $dC/dt = -(G + t dG/dt)/p$ となり、これを前者に代入すれば、 dG/dt の表現が得られる。

9) ここで言う想定需要とは、Samuelson (1969) のいう "pseudo-demand" と同じ概念である。

10) $d^2t/dG^2 = \{pd(U_2/U_1)/dG - dt/dG\}/G - (pU_2/U_1 - t)/G^2$ 、ここで、 $d(U_2/U_1)/dG < 0$ 、 $dt/dG = (pU_2/U_1 - t)G = 0$ であるから $d^2t/dG^2 < 0$ を得る。

11) このような公共財の投入は非排他的な公共財消費の外部性と解釈することもできる。多くの論文、Foley (1970)、Roberts (1974) 等は公共財を生産の投入物として仮定せず、また私的財は所与と仮定している。公共財を生産活動の投入物として外部効果を考慮するものに Groves-Ledyard (1977) がある。また公共財を生産過程の中間投入として明示的に扱った生産理論については、Kohli (1985) を参照。

12) Barro (1981, 1984, ch. 13) もまた公共財が正の限界生産力 β をもつと仮定している。 $\beta \leq 1$ という仮定は G の増加に対する私的生産 X の限界的な反応が追加的な公共財投入を供給する社会的費用を超えないということを意味している。但し、ここでは X と G は同じ単位で測られている。かりに労働と資本の投入量が不変であるとすれば、 G の1単位の増加は X の β 単位の増加をもたらす。しかし、 G の増大につれてパラメータ β の値は、限界生産力逓減の仮定より低下する。以下では、 X と G が同一単位で測られるということを仮定しない。

13) この超過利潤はある政策によって調整期間中に準地代として発生するが、均衡においてはゼロである。

ここで $X_3 \equiv \partial X / \partial G$ は公共財投入の限界生産力である。

前述したように想定需要曲線上で $pX_3 = t$ はが成立しているから、政策無差別曲線の傾きは無限大となる。政策が想定需要曲線上にないとなれば、政策無差別曲線の傾きは $pX_3 \geq t$ に従って $dG/dt \geq 0$ となる。即ち、公共財投入の価値限界生産力が公共財単位あたりの税額を超えると政策無差別曲線は右上りになる。逆は逆である。また $dt/dG = 0$ において $d^2t/dG^2 < 0$ であるから、政策無差別曲線はその曲線上において極大値 t をもつ¹⁵⁾。

4. 公共財の生産

政策担当者への潜在的候補者間の政策上の競争を仮定すると、政府は公共財の最も効率的な生産者でなければならない。公共財の生産関数 $G = G(L_2, K_2)$ は要素投入 L_2, K_2 に関して1次同次であると仮定する。所与の要素価格のもとで公共財の限界費用と平均費用 q は一定となる。しかしながら、政府が要素需要の増減によって現行の市場価格に何らかの影響を行使できるとすれば、平均費用 q は生産量 G の変化につれて変化することになる。

ここで消費者数、生産者数、投票者数はともに同一で L であると仮定する。従って納税者は消費者と企業の合計で $2L$ となる。また均衡予算の制約から $2LtG = qG$ でなければならない。この制約において、 $2LtG$ は税収総額であり、 qG は公共財生産の費用総額である¹⁶⁾。

かりに政府が要素価格に G の変化を通じて影響を与えることができるとすれば、 q が G に依存するため政策担当者への候補者はあらかじめ一般均衡体系を解いて、 G と t の組合せを提示しなければならない。

14) 利潤極大の1階の条件は、 $d\pi/dt = 0$ より、

$$p(X_1 dL/dt + X_2 dK/dt + X_3 dG/dt) - w dL/dt - r dK/dt - G - t dG/dt = 0 \text{ となる。これに } w = pX_1, r = pX_2 \text{ を代入すれば } dG/dt \text{ の表現を得る。}$$

15) $d^2t/dG^2 = \{p(X_{33} + X_{31}dL/dG + X_{32}dK/dG) - dt/dG\}/G - (pX_3 - t)/G^2$ 、但し、 $X_{33} \equiv \partial X_3 / \partial G < 0$ 、 $X_{31} \equiv \partial X_3 / \partial L > 0$ 、 $X_{32} \equiv \partial X_3 / \partial K > 0$ 、 $dL/dG = -t/w$ 、 $dK/dG = -t/r$ 、 $dt/dG \equiv (pX_3 - t)/G = 0$ であるから、 $dt/dG = 0$ において、 $d^2t/dG^2 < 0$ を得る。

16) ちなみに Roberts (1974) と Groves-Ledyard (1977) は公共財の生産によって利潤が発生し、それが消費者に分配されると仮定している。

5. 政策の決定

本節では投票過程と政策決定との関係を、median-voter モデルを用いて議論する。政策は多数決原理にもとづく投票結果によって決定されるものと仮定する¹⁷⁾。

前節で消費者数、生産者数、投票者数を同一と仮定したが、以下では更に1つの経済単位が同時に消費者であり生産者であり投票者であると仮定する。この経済単位を投票者と呼ぶことにする。各投票者は私的企業の経営者であると同時に自らの労働を生産活動に投入する労働者でもある。議論の単純化のために、政府労働者も私的企業を営んでいるものと仮定する。従って労働者という観点から投票者を見れば、政府労働者と民間労働者の2種類存在することになる。

以上の仮定より、ある投票者の所得 I はその要素所得の合計と企業利潤の和に等しい¹⁸⁾。

$$I \equiv w\bar{L} + r\bar{K} + \pi$$

ここで \bar{L}, \bar{K} はある投票者が保有する所与の要素賦存量である¹⁹⁾。各投票者はそれぞれ1単位の労働を保有していると仮定すれば $\bar{L} = 1$ となる。上の所得の定義式より投票者の政策無差別曲線を導出できる。即ち、

$$U[\{w\bar{L} + r\bar{K} + \pi(t, G) - tG\}/p, G] = \text{const.}$$

あるいは以下の4本の方程式によっても示される。

$$w\bar{L} + r\bar{K} + \pi(t, G) = tG + pC, U(C, G) = \text{const.},$$

$$w = pX_1(L, K, G), r = pX_2(L, K, G)$$

上の所得制約式において課税は両辺に含まれている。左辺に含まれる課税は生産者としての投票者に対するものであり、右辺は消費者としての投票者に対するものである。

上記の効用関数を t について微分すると以下の関係が得られる。

$$dG/dt = -2G/\{(t - pX_3) + (t - pU_2/U_1)\}$$

政策無差別曲線の傾きが無限大であるためには、 $pU_2/$

17) median-voter モデルの簡潔な展望については Mueller (1976, 1979) を、包括的な展望については Romer-Rosenthal (1979) を、概説については Enelow-Hinich (1984) を参照。

18) 第6節で仮定するように均衡においては超過利潤はゼロとなる。Roberts (1974) においては公共財生産で発生する利潤が消費者の富の中に含まれている。

19) この種の所得の定義は基本的に、例えば Young (1984) の(1)と同じものである。

$U_1 + pX_3 = 2t$ がその必要十分条件となる。前出の1階の条件、 $pU_2/U_1 = t$ と $pX_3 = t$ は政策無差別曲線の傾きが無限大であるための十分条件ではあるが必要条件ではない。いずれにしても、 $dt/dG=0$ において $d^2t/dG^2 < 0$ であるから政策無差別曲線はそれ自身の上において t の極大値をもつことがわかる。しかもこの値は唯一のピークになり得る。その理由は以下の通りである。まずこのピークにおいて2階の条件が満たされ、更に U_2/U_1 と X_3 とはともに G の単調減少関数である。また、上でも指摘したように $dt/dG=0$ において、 $p(X_3 + U_2/U_1) = 2t$ である。ここで $X_3 + U_2/U_1$ は G の単調減少関数であるから、 t が極大のときの G よりも小さい値に対しては $p(X_3 + U_2/U_1) > 2t$ となり、大きい値に対しては $p(X_3 + U_2/U_1) < 2t$ となる。従って政策無差別曲線は t の極大値の左側では正の傾き、右側では負の傾きをもつ。

かくして各投票者の所与の t のもとでの効用極大に対応する G が求められる。この G の値は異なる所得と異なる選好を持つ投票者ごとに異なるのが一般的である²⁰⁾。単純化のために次のことを仮定しよう。各候補者は公共財に対する各投票者の需要分布に関する確実な情報は持っていないが、共通の情報として、公共財のそれぞれの需要水準ごとにその需要水準に対応する投票者数の確率分布を知っているものとする。即ち、

20) かりに Lindahl (1919) の税制を採用できるとすれば、課税後の全ての投票者の G の最適需要水準は同一になる。しかしこの税制は Samuelson (1954) も強調するように非現実的である。このことが投票制度をここで採用したことの1つの理由でもある。この投票制度は Pareto 最適も Lindahl 均衡も保証しないが (Lindahl 均衡が Pareto 最適であることの証明については Foley (1970) を参照)、かりに消費者の限界代替率を調査する情報産業を導入するか、あるいはかりに人々が真実を伝える費用が、Lindahl 均衡から得られる便益を上回るとすれば、この産業あるいはこの費用便益を考慮しない Pareto 最適は考慮した Pareto 最適と同一でないかも知れない。ここでは、これらを考慮した場合、投票制度が最も効率的であると仮定している。しかし適切な税制についての論文がない訳ではなく、部分均衡を用いたものに Clarke (1971)、一般均衡を用いたものに Groves-Ledyard (1977)、単純な incentive-compatible-scheme を用いたものに Walker (1981) 等がある。本稿で用いられている枠組における最適税制は後に論ずるように、より所得水準の高い人々から可処分所得の順位を変えないようにより多くの税収をあげることである。

$$\int_0^{\infty} \phi A(\phi|G) d\phi = E(\phi|G)$$

が情報として与えられている。ここで $A(\phi|G)$ は G で条件付けられた投票者数 ϕ の確率密度関数であり、 $E(\phi|G)$ は G で条件付けられた投票者数の期待値である。更にこうして得られた投票者数の期待値は G の関数となるから、 G の値ごとに期待投票者数を持つ度数関数を定義できる。それぞれの G の水準において、その水準が効用極大である投票者数の期待値の分布を示す度数関数 $\phi_*(G)$ は平均 ν 、中央 G^* 、分散 σ^2 を持つものと仮定する²¹⁾。即ち、²²⁾

$$\phi_*(G) \sim (\nu, G^*, \sigma^2), \int_0^{\infty} \phi_*(G) dG = L$$

次に第2節で論じた政策の受容範囲 $G \in [0, G']$ を小さい順に積み重ねてみる。その結果できる図形を非受容関数 $\Gamma(G)$ と呼ぶことにしよう。この関数は G のそれぞれの水準に対応して、その G よりも公共財の存在しない状態を選好する投票者の期待値を示す。ここで便宜的に各投票者の G の受容範囲、即ち G' の値は想定需要曲線上の値に同一比率で比例するものと仮定する。この仮定により、投票者数の期待値の累積度数関数 $\Phi(g)$ と非受容関数とはなめらかな右上りの図形となる。即ち、

$$\Phi(g) = \int_0^g \phi(G) dG, \Gamma(G)^{-1} \propto \Phi(g)^{-1}$$

ここで $\Phi(g)$ は最適公共財数量が g の値より小さい投票者数の期待値を意味する。先に消費者数、生産者数、労働者数は同一であると仮定したので、納税者の延べ数は $2L$ となる。まず $\Gamma_1 = L$ で公共財の最初の1単位 $G=1$ のときの政策受容者数を、また $\Gamma_{G^*} \equiv \Gamma(G^*)$ で中央値 G^* において政策を受容する累積投票者数の

21) その分布については特に仮定を必要としない。Black (1948) は投票者の選好が single-peaked であれば、多数決原理が均衡をもつことを証明している。これは Plott (1997) によって一般化され、唯一人の投票者にとってその政策が最適であり、残りの偶数の投票者数については彼等の利益が完全に対立する同数の2グループに分割されるならば多数決均衡の存在することが証明される。

22) 後に論ずるように、かりに全ての投票者の効用関数が同一でしかも公共財が正常財であれば、この分布は所得分布に等しくなる。多くの median-voter モデルの実証研究はこの仮定にもとづいている。Bergstrom-Goodman (1973)、Borchering-Deacon (1972)、Frey-Schneider (1978 a, 1978 b, 1979)、Inman (1978)、Lovell (1978)、Pommerehne-Schneider (1978)、Rubinfeld (1977) 等を参照。

期待値を示すことにする。 L の値は便宜的に奇数であると仮定すると、 $\Phi(G^*)=(L+1)/2$ が得られる。このとき、median-voterと同量の最適需要を持つ投票者が何人かいれば、 $\Phi(G^*)$ はある範囲の値を持ち、また投票者が奇数であるか、偶数であるかということは重要でなくなる。かりに $L-\Gamma_1>0$ であれば、いかなる政策水準も受容しない投票者の存在を意味するが、以下ではこのようなケースは想定しない。

以上のような仮定のもとで最も競争力のある政策を考察することにしよう。いまある候補者が $\bar{G}=G^*-\epsilon$ の政策を提唱したとする。ここで ϵ は任意の小さい数値である。これに対し他の候補者は G^* の政策を提示したとする。このとき前者は正の ϵ に対して、 $\Phi(\bar{G})<(L+1)/2$ の投票数を、負の ϵ に対して、 $L-\Phi(\bar{G})<(L+1)/2$ の投票数を得る。一方後者はその残り、即ち過半数の投票を得ることになる。このように、各投票者がそれぞれの想定需要曲線に最も近い G の値に投票する結果、最も競争力のある政策は中央値 G^* となる²³⁾。

この median-voter モデルでは、投票均衡は median-voter の選好水準に与えられる。かくして均衡公共財政策は G^* で与えられ、これに対応する受容者数の期待値は $L-\Gamma(G^*)$ に決まる。いずれにしても G^* 以外の政策を掲げた候補者が選出されることはない。また情報は各候補者にとって共通であるから、彼等とはともに同一の政策 G^* を綱領とするはずである。以上より、所与の t のもとで公共財生産量 G^* と税収 $2LiG^*$ とが求められる²⁴⁾。しかしながら、こうして提示された政策が現実の値に一致するという保証はない。各候補者の政策に微小の相違があれば、いずれの政策が G^* に近いかは投票後に明確になる²⁵⁾。

次の議論は最も競争力のある税制に関するものである²⁶⁾。まず、所与の税率 t のもとで、より所得水準の高い投票者の最適想定需要量はより高いものを仮定しよう。即ち、各投票者の想定需要曲線は所得をそのシ

フトパラメータとして、相互に交差することはないとする。あるいは所得水準が同一であれば、想定需要曲線の形状も同一になるものとする。多数決原理においては、より競争力のある政策は常に過半数にとってはより良い政策であるが、他の半数近くの投票者にとってはより悪い政策であることに留意する必要がある。

さて、第 i 番目の投票者の税金 T_i は固定的な部分 tG と可変的な部分 $\tau_i I_i$ とからなるものとしよう。即ち²⁷⁾、

$$T_i \equiv \tau_i I_i + tG, \quad i=1, 2, \dots, L$$

ここで I_i は投票者 i の課税前の所得、 τ_i はその所得に賦課される可変的税率または補助金率で、過半数となる $(L+1)/2$ の投票者に対しては $\tau_i < 0$ 、残りの $(L-1)/2$ の投票者に対しては $\tau_i > 0$ である。従って投票者 i の可処分所得 Y_i は、

$$Y_i \equiv I_i - T_i = (1 - \tau_i) I_i - tG$$

となる。そこで候補者の問題は、所得の平均値が中央値よりも低い値であれば、投票者の半数からの可変的税収を極大化し、それを残りの半数に移転することである。可変的税収を賦課するにあたり、課税前の所得順位は課税後（あるいは補助金給付後）のそれと異なってはならないということに注意しなければならない。即ち、課税前の所得 I の集合の上で定義された可処分所得関数 $Y(I)$ はいかなる可変税率体系のもとでも order-preserving でなければならない。要するに²⁸⁾、

25) ここで効用極大政策の期待分布を選挙期間中の各投票者の直接的な真実の陳情であると考えられることもできる。Myerson (1979) や Harris-Townsend (1981) 等の定義する revelation 原理によれば、いかなる政策決定機構に対してもそれに等しい直接的で真実の機構が存在する。いずれにしても、かりに政策が各投票者の効用極大政策の情報によって決定されるとしても以下の議論の結論に変更はない。なぜならば多数決原理においてはいかなる投票者にとっても嘘をつく動機づけが存在しないからである。

26) Foley (1967) は様々な税構造の多数決原理による安定性を考察している。即ち、他の税率表に対して常に過半数の支持を得るような税率表が存在するかどうかを検討された。その結果、税率表に何の制約もない場合には、多数決原理のもとで安定的な税率表の存在しないことが示された。

27) Clarke (1971) もまた固定的課税と可変的課税の2種類を設定している。しかしこの2種類の課税の目的は納税者の真の選好を抽出することであり、ここでこの議論とは異なる。

28) この仮定は基本的には Hochman-Rodgers (1969, p. 545) のものと同質である。本稿では投票者間の効用の相互依存性を仮定していないが、彼等はその仮定とともに、所得移転は当初の分布順位を逆転させないと仮定している。

23) 投票行動のより一般的な分析については、Tullock (1967) を参照。

24) 公共財の最適供給の伝統的な一般均衡分析は、非現実的な社会的厚生関数を極大化するという Samuelson (1954) を嚆矢とする。本稿のモデルは社会的厚生関数を利用せず、また公共財の供給は政策担当者によって一方的に最適値に与えられるのではなく、投票行動を通じて決定させることに留意せよ。即ち、ここで論じられているのは理想的な公共政策ではなく現実的な公共政策である。

$$Y_i \geq Y_{i+1} \text{ if } I_i \geq I_{i+1}, i=1, 2, \dots, L-1$$

ここで i は課税前の所得順位を示す。言うまでもないが、 $I_i = I_j$ ならば $Y_i = Y_j$ である。つまり horizontal-equity が実現されなければならない²⁹⁾。厳密な不等号が成立する場合は、

$$Y_i > Y_{i+1} \text{ あるいは } (1-\tau_i)I_i > (1-\tau_{i+1})I_{i+1}$$

であり、ここで $I_i > I_{i+1}$ であり、 τ_i と τ_{i+1} はいずれも正とする。従って可変税率を上昇させることにより税収をふやすことができる。上式において不等号が成立する限り、増税が可能であるから、税収極大化の結果は、可変的税金を支払う全ての納税者間において、

$$Y_i = Y_{i+1} \text{ あるいは } (1-\tau_i)I_i = (1-\tau_{i+1})I_{i+1}$$

とならなければならない³⁰⁾。同様の結果は、可変的税金を支払う者（即ち $\tau_i > 0$ ）と補助金を給付される者（即ち $\tau_{i+1} < 0$ ）の間についても得られる。更に vertical-equity を導入すれば、 $\tau_i < 0$ かつ $\tau_{i+j} > 0$ ($j > 0$) のような税体系は排除される³¹⁾。即ち、より高い課税前の所得を持つ投票者が補助金を受け、それより低い課税前の所得を持つ投票者が同時に課税されてはならない。以上の制約の結果、所得の平均値が中央値よりも低い値である場合には、可変的税金の納税者は所得順位の上位半数となり、彼等の可処分所得は補助金受給者の最も高い可処分所得（即ち median-voter の可処分所得）に一致する。補助金受給者間については以下の関係が満たされれば良い。

$$Y_i \geq Y_{i+1}, i=(L+1)/2, \dots, L-1$$

ここでは τ_i と τ_{i+1} はいずれも負となる。以上より所

29) horizontal-equity については Stiglitz (1982), Pareto 最適アプローチについては Hochman-Rodgers (1969) を参照。また実証研究については Paglin-Fogarty (1972) を見よ。

30) 本稿では可変的労働供給、即ち税率に伴う労働供給の決定の問題を考慮していないことに留意せよ。この種の問題については、Fair (1971), Mirrlees (1971), Atkinson (1973), Hausman (1981) 等を参照。

31) 本質的にこれらの制約は同一の効用関数とは独立に（増加凹関数であることは別にして）2つの所得分布を順位づけることができるための必要十分条件である。即ち、金持から貧乏人へ所得を再分配することによってある所得分布から別の所得分布が得られるということである。Atkinson (1970, p. 249) はこの条件を異なる文脈で議論し、異なる意味で用いている。また、最後の仮定は Hochman-Rodgers (1969, p. 545) の (c) の仮定と本質的に同じもので、彼等は全ての移転は高所得者から低所得者に流れると仮定している。

与の所得分布のもとで、以下の可処分所得の関係をもたらす税制が最も競争力のある課税政策となる³²⁾。

$$Y_1 = Y_2 = \dots = Y_{(L-1)/2} = Y_{(L+1)/2} \geq \dots \geq Y_L$$

かりに所得分布が対称的であるか正規であれば、全ての可処分所得は等しくなる。上の例とは逆に所得分布が所得上位に偏っていれば、即ち所得の平均値がその中央値よりも大であれば、可処分所得の関係が以下で与えられるとき最も競争力のある課税政策となる³³⁾。

$$Y_1 \geq Y_2 \geq \dots \geq Y_{(M-1)/2} \geq Y_{(L+1)/2} = \dots = Y_L$$

ところで以下の等式

$$(1-\tau_i)I_i = (1-\tau_{i+1})I_{i+1}$$

において、 $I_i \geq I_{i+1}$ より $\tau_i \geq \tau_{i+1}$ が得られるから、累進課税体系が含意される。このように、累進課税体系は競争力のある政策と両立することが分る。更に投票者が同一の効用関数を持つとすれば、これらの税金と補助金の体系は Lindahl 解を持つ経済に帰着する。なぜならば、より高い課税前の所得を持つ投票者は相対的に高い帰属価格を公共財に対して支払うことになり、一方補助金給付前の低い所得を持つ投票者は最終的により低い帰属価格を支払うことになるからである。ここで言う帰属価格とは $t_i \equiv (I_i - Y_i)/G$ で定義される。

かくして上記の累進課税のもとにおける公共財に対

32) かりに課税前と後の所得間の順位条件として、課税前に異なる所得はその可処分所得も異なるという制約を設けるならば、 $I_i > I_{i+1}$ のとき $Y_i + \epsilon_i = Y_{i+1}$, $\epsilon_i > 0$ とならなければならない。

33) かりに所得の限界効用表が同一で効用関数が凹であると仮定されるならば、政府が加法可能で可処分所得のみに依存する効用の総計を極大化する場合、税制は課税後の所得が均等化するように設定される。この議論については Atkinson (1973, p. 91) を参照。ここでのモデルでは政策を競争的にする結果として、課税後の所得が部分的に均等化される。equimarginal-sacrifice の制度が完全に実施されると、最低所得を超える全ての所得は徴収され、課税後の各人の所得は均等になる：Pigou (1947, pp. 57-58)。従ってここでのモデルで課税前の median-voter の所得が average-voter の所得に等しければ、課税後の所得について、minimum-sacrifice 理論と同一の帰結を得る。この場合、Inman-Rubinfeld (1979, pp. 1690-1691) の定義する、課税前の所得に関する課税後の所得の弾力性と公共支出弾力性の値はともにゼロとなり、課税構造は累進的になる。課税前の所得に関する公共支出弾力性は前節までゼロであることが仮定されていた。尚、課税前の所得に関する課税後の所得の弾力性という概念を最初に提示したのは Musgrave-Thin (1948) である。

する各投票者の最適想定需要量の分布は、可変的税率導入前よりはより低い分散値を持つ。あるいは可変的税率導入前の需要分布は、導入後の需要分布の median-preserving-spread であると言える³⁴⁾。

6. 内生的課税と外生的公共財生産

課税後の利潤を極大化する同質的な企業が多数存在し、均衡においてその利潤がゼロとなるような競争経済を想定しよう。この仮定と整合するように、私的部門と公的部門の生産関数は要素投入に関して一次同次を示す。労働 L と資本 K の 2 つの要素は公共財の生産に投入され、公共財を含む 3 つの要素が私的財の生産で使用されるものとする。第 i 要素の第 j 部門での投入係数を a_{ij} としよう。第 1 部門は私的財を第 2 部門は公共財を生産している。両生産要素の完全雇用条件は³⁵⁾、

$$a_{11}X + a_{12}G = L, \quad a_{21}X + a_{22}G = K$$

ここで a_{11} と a_{12} には私的財生産に外部効果をもたらす公共財に投入された要素量は含まれていない。また各部門の費用条件は次のように与えられる。

$$a_{11}w + a_{21}r + a_{31}q/2 = p, \quad a_{12}w + a_{22}r = q = 2tL$$

ここで $a_{31} \equiv G/X$ は私的財生産単位あたりの公共財の投入量であり、従って $a_{31}q/2 = tGL/X$ は単位税金コストを意味する³⁶⁾。競争均衡において a_{12} と a_{22} は要素価格比率のみに依存するが、 a_{11} 、 a_{21} 、 a_{31} は要素価格と公共財の計算価格に依存する。上の 2 番目の方程式は公共財の平均費用 q が 2 要素のコスト $a_{12}w + a_{22}r$ からなり、更に公共財単位あたりの社会的平均課税にも等しいことを示している。各投票者は消費者とし

34) 所得分布の比較あるいは所得移転による所得分布の順位付けについては Dalton (1920) 及び Atkinson (1970) を参照。彼等は個人の効用関数が同一で、所得のみに依存し、加法可能であると仮定している。彼等の所得移転原則は、かりに所得が高所得者から低所得者に対して行われるならば、社会的厚生関数の比較によって、新しい分布の方が選好されなければならないということである。ここでのモデルでは、この新しい分布は投票において競争力をもつということになる。

35) 課税を含む 2 要素 2 部門モデルに先鞭をつけたのは Harberger (1962) である。その目的は無税状態の経済に外生的な課税を導入した場合の税負担の分析にあった。このモデルでは政府は公共財を供給せず、需要構造に何の歪みももたらさずに集めた税金を納税者に再分配する。

て公共財単位あたり t 、生産者として同じく t 、合計 $2t$ 支払うが、この値は当然 $2tL$ よりは小である。

生産関数と要素賦存量所与のもとで、私的財と公共財生産水準をパラメータとすれば、本節のモデルは、 X 、 a_{ij} 、 w 、 r 、 q 、 t 、の 10 の未知数を決定する。

7. 比較静学

(\wedge) で変数とパラメータの相対変化を示すことにしよう。前節の 5 本の方程式を変化率の形で表現すると以下のようになる。

$$\lambda_{11}\hat{X} + \lambda_{12}\hat{G} = \hat{L} - (\lambda_{11}\hat{a}_{11} + \lambda_{12}\hat{a}_{12}), \quad (1)$$

$$\lambda_{21}\hat{X} + \lambda_{22}\hat{G} = \hat{K} - (\lambda_{21}\hat{a}_{21} + \lambda_{22}\hat{a}_{22})$$

$$\theta_{11}\hat{w} + \theta_{21}\hat{r} = \hat{p} - \theta_{31}\hat{q}, \quad (2)$$

$$\theta_{12}\hat{w} + \theta_{22}\hat{r} = \hat{q} = \hat{t} + \hat{L}$$

ここで λ_{ij} は j 部門で使用される i 要素の割合、 θ_{ij} は j 部門の要素の分配率である。また (2) の導出において以下の費用極小条件が利用されている。

$$\theta_{11}\hat{a}_{11} + \theta_{21}\hat{a}_{21} + \theta_{31}\hat{a}_{31} = 0,$$

$$\theta_{12}\hat{a}_{12} + \theta_{22}\hat{a}_{22} = 0$$

まず (2) より要素価格の相対変化を求めることができる。(2) において私的財の相対価格が公共財に対して上昇し、公共財が $|\theta| \equiv \theta_{11}\theta_{22} - \theta_{12}\theta_{21} > 0$ という意味において資本集約的であるならば³⁷⁾、magnification-effect は、 $\hat{w} > \hat{p} > \hat{q} > \hat{r}$ で示される³⁸⁾。この関係は以下のことに留意すれば得られる。まず (2) より、公共財

36) 単純化のために $t_i = t$ としていることに注意せよ。また既出の以下の関係を想起せよ。税金 ($2tGL$) = 消費税 (tGL) + 生産者税 (tGL) = 生産費 (qG)、従って $2tL = q$ を得る。そこで全ての消費者の所得と効用関数が同一で、全ての生産者の生産関数も同一であるとすれば、Samuelson (1954) の最適条件を得ることができる。即ち、 \sum (投票者の MRS) = \sum (消費者の MRS) + \sum (生産者の MRS) = MRT、なぜならば、各経済主体の MRS は t/p に等しく、MRT は q/p に等しいためである。

37) $|\theta|$ の定義に注意せよ。即ち $\theta_{31} > 0$ であるから $|\theta| \neq \theta_{11} - \theta_{12} \neq \theta_{22} - \theta_{21}$ となる。

38) magnification-effect については Jones (1965) を参照。かりに X もまた公共財であるとしても、即ち G と同様に純粋中間財で G の生産に投入されるとしても、それでも尚、magnification-effect を得ることができる。まず既出の価格変化の体系に、 $\theta_{32} = a_{32}p/q$ を付加すれば、以下の関係を得る。

$$\theta_{12}\hat{w} + \theta_{22}\hat{r} = \hat{q} - \theta_{32}\hat{p}, \quad \hat{w} - \hat{r} = (1 - \theta_{31}\theta_{32})(\hat{p} - \hat{q})/|\theta|, \quad \hat{w} > \hat{q} + \theta_{32}(\hat{q} - \hat{p})/(\theta_{12} + \theta_{22}) > \hat{r}$$

従って、 $\hat{q} < \hat{p}$ ならば $\hat{q} > \hat{r}$ を得る。これは magnification-effect の特殊ケースの 1 つである。

の平均費用の変化は要素価格変化を θ が加重した平均値であり、また、

$$(\hat{p}-\theta_{31}\hat{q})/(\theta_{11}+\theta_{21})=\hat{p}+\theta_{31}(\hat{p}-\hat{q})/(\theta_{11}+\theta_{21})$$

も要素価格の変化の加重平均値の表現であるから、

$$\hat{w}>\hat{p}+\theta_{31}(\hat{p}-\hat{q})/(\theta_{11}+\theta_{21})>\hat{r}$$

を得る。ここで $\hat{p}>\hat{q}$ より $\hat{w}>\hat{p}$ を得る。更に、

$$\hat{w}-\hat{r}=(\hat{p}-\hat{q})/|\theta|$$

より上記の magnification-effect を得る。しかしながら、本稿のモデルでは q は外生変数ではないので、この magnification-effect から Stolper-Samuelson (1941) 定理を導くことはできない。そこで \hat{q} の代わりに $\hat{t}+\hat{L}$ を代入すると $\hat{w}>\hat{p}>\hat{t}+\hat{L}>\hat{r}$ が導かれる。この関係は人口（労働賦存量）が不変であるならば公共財が資本集約財で私的財の相対価格が上昇するという条件のもとで、資本所有者（資本所得者）が私的財で測った実質所得においても可処分所得においても窮乏化することを示唆している。ところでこの関係においても t が内生変数であることに留意しなければならない。

次に私的財の生産量の変化と要素賦存量の変化を見ることにしよう。まず(1)より³⁹⁾、

$$\begin{aligned}\lambda_{11}\hat{X}+\lambda_{12}\hat{G} &= \hat{L}+\sigma_{11}\hat{w}-\sigma_{12}\hat{r}-\sigma_{13}\hat{q}, \\ \lambda_{21}\hat{X}+\lambda_{22}\hat{G} &= \hat{K}-\sigma_{21}\hat{w}+\sigma_{22}\hat{r}-\sigma_{23}\hat{q}\end{aligned}\quad (3)$$

ここで σ_{ij} は各財の生産量を一定に保つときの投入物 j の価格上昇に伴う要素 i の投入量の変化を示す。即ち、

$$\begin{aligned}\sigma_{11} &\equiv \lambda_{12}\theta_{22}\sigma_2 - \lambda_{11}E_{11} > 0, & \sigma_{12} &\equiv \lambda_{12}\theta_{22}\sigma_2 + \lambda_{11}E_{12} > 0, \\ \sigma_{13} &\equiv \lambda_{11}E_{13} > 0, & \sigma_{21} &\equiv \lambda_{22}\theta_{12}\sigma_2 + \lambda_{21}E_{21} > 0, \\ \sigma_{22} &\equiv \lambda_{22}\theta_{12}\sigma_2 - \lambda_{21}E_{22} > 0, & \sigma_{23} &\equiv \lambda_{21}E_{23} > 0\end{aligned}$$

この定義において E_{i1} と E_{i2} はそれぞれ他の2つの投入物の価格を一定としたときの w , r のみの上昇が a_{i1} に与える効果を示し、 E_{i3} は q のみの上昇が a_{i1} に与える効果を示す。即ち、

$$\begin{aligned}E_{i1} &\equiv (w/a_{i1})(\partial a_{i1}/\partial w), & E_{i2} &\equiv (r/a_{i1})(\partial a_{i1}/\partial r), \\ E_{i3} &\equiv (q/a_{i1})(\partial a_{i1}/\partial q), & i &= 1, 2\end{aligned}$$

ここで E_{ij} の間には、 a_{ij} 関数がゼロ次同次であることから $\sum_j E_{ij} = 0$ 、包絡線定理より $\sum_i \theta_{i1} E_{ij} = 0$ という関係がある。また $i \neq j$ については $E_{ij} > 0$ 、 $i = j$ については $E_{ij} < 0$ である。更に a_{ij} 関数のゼロ次同次性より、 $\sigma_{11} = \sigma_{12} + \sigma_{13}$ 、 $\sigma_{22} = \sigma_{21} + \sigma_{23}$ という関係も導かれる。最後に σ_2 は公共財生産における代替の弾力性である。即ち、

39) このモデルは Jones-Easton (1983) の3要素2財モデルの特殊ケースと解釈することもできる。

$$\sigma_2 \equiv (\hat{a}_{12} - \hat{a}_{22})/(\hat{r} - \hat{w}) > 0$$

以上より、私的財価格と公共財の平均費用一定のもとで次の関係を得る。

$$\hat{X} - \hat{G} = (\hat{L} - \hat{K})/|\lambda|$$

但し、 $|\lambda| \equiv \lambda_{11}\lambda_{22} - \lambda_{12}\lambda_{21} = \lambda_{11} - \lambda_{21} = \lambda_{22} - \lambda_{12}$ 、である。更に私的財が労働集約的（即ち公共財が資本集約的）であるならば $|\lambda| > 0$ となる。そこで、magnification-effect は、 $\hat{X} > \hat{L} > \hat{K} > \hat{G}$ となる。この不等式において、公共財の平均費用を一定と仮定しているが、この値は内生変数である。従って、この不等式より Rybczynski (1955) 定理を導くことはできない。その上、第6節の体系では公共財の生産をパラメータとして扱っている。それゆえ、要素賦存量不変のもとでも、公共財の生産量によって私的財の生産量は表現され得る。まず(2)より、

$$\begin{aligned}\hat{w} &= -(\theta_{21} + \theta_{22}\theta_{31})\hat{q}/|\theta|, \\ \hat{r} &= (\theta_{11} + \theta_{12}\theta_{31})\hat{q}/|\theta|\end{aligned}$$

ここで私的財の価格を numéraire としている。また、 $-\theta_{22}\theta_{31}/|\theta|$ と $\theta_{12}\theta_{31}/|\theta|$ とはそれぞれ公共財の平均費用に関する賃金及び利子弾力性に対する公共財の私的財への外部効果である。上の関係を要素賦存量一定として、(3)に代入し、 \hat{X} と \hat{q} について解く以下を得る。

$$\begin{aligned}\hat{X} &= -(\lambda_{22}\sigma_{1q} + \lambda_{12}\sigma_{2q})\hat{G}/\Delta_q < 0, \\ \hat{q} &= |\lambda|\hat{G}/\Delta_q > 0\end{aligned}$$

但し、 σ_{iq} は各財の生産量を一定に保つときの公共財価格の上昇に伴う第 i 要素投入の変化を示す⁴⁰⁾。

$$\begin{aligned}\sigma_{1q} &\equiv \{\lambda_{12}\theta_{22}\sigma_2 + \lambda_{11}(E_{12}\theta_{12} - E_{11}\theta_{22})\}/|\theta|, \\ \sigma_{2q} &\equiv \{\lambda_{22}\theta_{12}\sigma_2 + \lambda_{21}(E_{21}\theta_{22} - E_{22}\theta_{12})\}/|\theta|\end{aligned}$$

従って $|\theta| > 0$ であれば、 $\sigma_{1q} > 0$ である。また、 Δ_q は $\lambda_{21}\sigma_{1q} + \lambda_{11}\sigma_{2q}$ で定義され、 $|\theta| > 0$ であれば正である。

それゆえ公的部門の拡大が民間部門の縮小をもたらすという意味で、crowding-out は不可避的である。即ち、公共財は私的財のインプットとして用いられるが、生産可能性曲線は右下りであることが言える⁴¹⁾。

40) かりに $\theta_{31} = 0$ または $a_{31} = 0$ 、即ち公共財が私的財の生産において外部性を持たないものとすれば、 $E_{12}\theta_{12} - E_{11}\theta_{22} = \theta_{21}\sigma_1$ および $E_{21}\theta_{22} - E_{22}\theta_{12} = \theta_{11}\sigma_1$ を得る。但し、 $\sigma_1 \equiv (\hat{a}_{11} - \hat{a}_{21})/(\hat{r} - \hat{w}) = (E_{12} - E_{22})\theta_{12} + (E_{21} - E_{11})\theta_{22} > 0$ 、である。

41) Baumol (1972) と Starrett (1972) が指摘したように、更に仮定を追加しないと $d^2X/dG^2 > 0$ となる可能性が排除できないため、非凸問題をここで抱えることになる。即ち、生産可能性曲線が原点に対して凸の部分を持つ可能性がある。(4)より、

このことは次のように説明される。いまかりに公共財生産が1単位増加したとすれば、民間部門の生産要素が公的部門に吸収され、要素価格不変のもとで資本に対する超過需要及びあるいは労働の超過供給が発生し得る。そこで労働賃金の下落及び資本利子の上昇が見られる。従って、magnification-effectより $\hat{w} < 0 < \hat{q} < \hat{r}$ を得る。更に(3)と $\sigma_{22} = \sigma_{21} + \sigma_{23} > 0$ という関係より以下を得る。

$$\begin{aligned} \sigma_{11}\hat{w} - \sigma_{12}\hat{r} - \sigma_{13}\hat{q} &= -\sigma_{1q}\hat{q} < 0, \\ -\sigma_{21}\hat{w} + \sigma_{22}\hat{r} - \sigma_{23}\hat{q} &= \sigma_{2q}\hat{q} > 0 \end{aligned}$$

この不等式は次のことを意味している。各産出量一定のもとで価格調整を通じ、労働が吸収され、資本が放出される。その結果、数量調整を通じ、Rybczynski (1955)定理より私的財の産出量が減少する。

政府の予算制約式 $qG = 2LtG$ において、公共財の増大が予算規模を拡大することが当然であるとしても、税率の上昇は必ずしも自明のことではない。まず要素賦存量一定のもとで、私的部門から解放された労働は公的部門では吸収され尽されず、資本は逆に不足気味となる。そこで資本に対する超過需要と労働の超過供給が労働賃金を引下げ、資本利子を引上げることになる。これらの変化は資本集約財である公共財の平均費用を上昇させ、均衡予算の制約から税率を引上げることになる。

8. 政策変化の効果

モデルの基本構造を理解するために、本節では G と t を所与とする。(1)と(2)の5本の方程式は、 $\hat{L}, \hat{K}, \hat{G}, \hat{t}$ 所与のもとで $\hat{w}, \hat{r}, \hat{p}, \hat{q}, \hat{X}$ の解を与える。

$\frac{dX}{dG} = -\{(\lambda_{22}\sigma_{1q} + \lambda_{12}\sigma_{2q}) / (\lambda_{21}\sigma_{1q} + \lambda_{11}\sigma_{2q})\} X/G$ であるから、これをもう1度 G について微分すれば以下を得る。

$$d^2X/dG^2 = \{\sigma_2(\sigma_{1q} + \sigma_{2q})(\sigma_{1q}\lambda_{22}\theta_{12} - \sigma_{2q}\lambda_{12}\theta_{22}) + \sigma_{1q}\sigma_{2q}D_q|\theta|(\hat{\sigma}_{2q} - \hat{\sigma}_{1q})/\hat{G}\} |\lambda| X / |\theta| G^2 D_q^3$$

従って $d^2X/dG^2 < 0$ の十分条件は、 $\hat{\sigma}_{1q}/\hat{G} > \sigma_{2q}/\hat{G}$ 、かつ、 $\sigma_{1q}/\sigma_{2q} < \lambda_{12}\theta_{22}/\lambda_{22}\theta_{12} = rK/wL$ である。1番目の条件は、公共財生産に関する、各生産量が一定という仮定のもとで公共財の平均費用が上昇したときの労働需要の全弾力性が、資本需要の全弾力性を超えることを示している。2番目の条件は、各産出量不変という仮定のもとで公共財の平均費用が上昇したときの労働需要の変化に対する資本需要の変化の比率が資本の労働に対する所得分配率を下回ること示している。

$$\begin{aligned} \hat{X} &= \{\sigma_{2q}\hat{L} + \sigma_{1q}\hat{K} - (\lambda_{22}\sigma_{1q} + \lambda_{12}\sigma_{2q})\hat{G}\} / D_q \\ \hat{p} &= \{\lambda_{11}\hat{K} - \lambda_{21}\hat{L} - |\lambda|\hat{G} + D_q(\hat{t} + \hat{L})\} / D_q \end{aligned} \quad (4)$$

上式で $|\lambda|/D_q > 0$ であるから、公共財の生産量の増加は私的財価格を減少せしめる。このことは次のように説明される。私的財が労働集約的であれば、公共財の生産量の増加は、前節で見たように資本の超過需要と労働の超過供給を生み出す。そこで賃金が下落し、利子率が上昇し、私的財の価格が下落することになる。

税率の上昇は同じ変化率で私的財の価格を上昇せしめる。納税者数、要素賦存量、公共財生産一定とすれば、税率の上昇は税収の増加を意味し、財政収支均衡の制約から公共財生産に対する支払が増加し、 G 不変のもとで平均費用として支払われる金額が上昇する。このことは各生産要素の価値限界生産力の増加をもたらす。同率の増加率で私的財の価格も上昇することになる。資本賦存量の増加は通常のHeckscher (1919)—Ohlin (1933)—Samuelson (1948, 1949)生産モデルと同様の効果をもつ。即ち、私的財が資本集約的であれば、その価格は $\lambda_{11}/D_q < 0$ より下落する。ところが、労働賦存量の増加には付加的な効果がある。それは納税者の増加による公共財の平均費用の変化である。このように労働賦存量の変化が私的財の価格に与える効果は2つのルートをもつ。まず納税者の増大は税収の増加、公共部門における要素支払額の増加を通じ、直接的に私的財の価格を上昇させる。この効果は税率の上昇の場合と全く同じである。更に私的財が資本集約的であれば上記と同様のルートにより $\lambda_{21}/D_q < 0$ であるから、私的財の価格上昇は強められる。しかし私的財が労働集約的であれば、増減は確定しない。即ち、Heckscher (1919)—Ohlin (1933)—Samuelson (1948, 1949)生産理論は、民間部門が労働集約的であれば、私的財生産に投入される公共財の平均費用が労働賦存量の増加により上昇するため、成立しなくなる。

私的財の産出量の変化については、本節のモデルでは公共財生産が外生的に決まるので、いずれの要素賦存量が増大しても、民間部門の生産は増大する。即ち、 $\sigma_{1q}/D_q > 0$ 。(4)の第1式の右辺第3項は公共財生産の拡大が民間部門を縮出することを示している。即ち、

$$-(\lambda_{22}\sigma_{1q} + \lambda_{12}\sigma_{2q}) / D_q < 0$$

この値は生産可能性曲線上の動きを表わしている。生産要素価格については以下を得る。

$$\begin{aligned} \hat{w} &= \{\theta_{22}(\lambda_{11}\hat{K} - \lambda_{21}\hat{L} - |\lambda|\hat{G}) + E_{wq}(\hat{t} + \hat{L})\} / |\theta| D_q \\ \hat{r} &= \{\theta_{12}(\lambda_{21}\hat{L} - \lambda_{11}\hat{K} + |\lambda|\hat{G}) + E_{wq}(\hat{t} + \hat{L})\} / |\theta| D_q \end{aligned} \quad (5)$$

但し、 $E_{wq} \equiv \lambda_{11}\lambda_{21}\{(E_{21}-E_{11})\theta_{22} + (E_{12}-E_{22})\theta_{12}\} + (\lambda_{11}\lambda_{22}\theta_{12} + \lambda_{12}\lambda_{21}\theta_{22})\sigma_2 > 0$.

即ち $E_{wq}/|\theta|A_q$ は公共財の平均費用に関する要素価格の弾力性である。 $E_{wq} > 0$ であるから税率の上昇は両要素価格を同一比率で上昇させる。

前述したように政府は税金を全て使い切るので、税金の増大は各生産要素の価格を同一比率で上昇させることを意味する。納税者数の増大を無視すれば、通常の生産モデルと同様の効果を要素価格に対する要素賦存量の変化の効果に見る。公共財の産出量における変化はその増大が要素吸収効果を持ち、従って公共財が労働集約的であれば労働価格が上昇する。唯一の不確定性は労働賦存量が増加した場合の労働価格の変化である。それは、労働価格の労働賦存量弾力性 $(E_{wq} - \theta_{22}\lambda_{21})/|\theta|A_q$ が正負いずれの符号もとり得るからである。特に、賃金率は労働賦存量が増大したときでも、公共財の平均費用の上昇を通じて、上昇し得ることに注意を要する。

9. 公共財生産の内生化

これまで公共財生産の変化を外生変数として扱ってきた。第5節でも見たように公共財生産は非受容関数の構造ないし投票者の政策無差別曲線に依存して決まり、それらは更に投票者の所得水準と効用関数から導出される。従って公共財生産は諸価格と要素賦存量の変化の影響を受けるはずである。かりに外生変数の変化により median-voter の効用極大政策、即ち想定需要関数が左方シフトすれば、新たな投票を通じて公共財生産は減少する。median-voter の支出の変化は以下のように示される。

$$\kappa_1(\hat{p} + \hat{C}) + \kappa_2(\hat{t} + \hat{G})$$

ここで $\kappa_1 + \kappa_2 = 1$ であり、 κ_1 は私的財の支出構成比を、 κ_2 は公共財の帰属支出構成比(税率)を表わす。また効用極大の1階の条件の変化は次のように示される。

$$\hat{U}_1 - \hat{p} = \hat{U}_2 - \hat{t}$$

但し、 $\hat{U}_1 \equiv \eta_{11}C + \eta_{12}G$ 、 $\hat{U}_2 \equiv \eta_{21}C + \eta_{22}G$ 、 $\eta_{ij} \equiv jU_{ij}/U_i$ 、 $U_{ij} \equiv \partial U_i / \partial j$ 、($i=1, 2$, $j=1(=C)$, $2(=G)$)、は限界効用の自己偏弾力性である。この限界効用の自己偏弾力性の概念は効用関数の曲率を与えるものである。各財に対する需要の変化率は以下のように与えられる。

$$\begin{aligned} \hat{G} &= \{(\hat{p} - \hat{t})\kappa_1 - \eta(\kappa_1\hat{p} + \kappa_2\hat{t}) + \eta\hat{I}\}/\Delta_\kappa \\ \hat{C} &= \{(\hat{t} - \hat{p})\kappa_2 - \eta'(\kappa_1\hat{p} + \kappa_2\hat{t}) + \eta'\hat{I}\}/\Delta_\kappa \end{aligned} \quad (6)$$

但し、 Δ_κ は η と η' の加重平均値で $\Delta_\kappa \equiv \kappa_1\eta + \kappa_2\eta' > 0$

であり、ここで η は公共財の限界効用の私的財の限界効用に対する比率に関する私的財需要の偏弾力性、 η' は同じ比率に関する公共財の想定需要の偏弾力性で、 $\eta \equiv \eta_{21} - \eta_{11} > 0$ 、 $\eta' \equiv \eta_{12} - \eta_{22} > 0$ である。また、 \hat{I} は所得の変化率で $\hat{I} = I_1(\hat{w} + \hat{L}_m) + I_2(\hat{r} + \hat{K}_m)$ であり、ここで I_i は median-voter の第 i 要素所得のシェアを示し、 $I_1 + I_2 = 1$ である。

かりに公共財に対する想定需要と私的財に対する需要の成長率が価格不変のもとで同一でないとすれば、 $\hat{G} - \hat{C} = \hat{I}(\eta - \eta')/\Delta_\kappa$ より、 $\eta > \eta'$ であれば公共財需要偏向成長、 $\eta > \eta'$ であれば私的財需要偏向成長となる。

以下では median-voter の順位は所得の変化後も税率の変化後も不動のものと仮定する。即ち、median-voter は常に同一投票人であると仮定する。そこで暫くの間、この仮定のもつ意味を考察することにする。一般的にこの仮定が成立するための必要十分条件は、

$$\Delta G_i + dG_i \geq dG_m \geq \Delta G_j + dG_j, \text{ かつ}$$

$$\sum_i (G_i)^0 = \sum_j (G_j)^0 = (L+l-2)/2, \quad i, j \in L, \quad m \neq i, j$$

である。ここで $\Delta G_i \equiv G_i - G_m$ 、 $\Delta G_j \equiv G_j - G_m$ は所得または税率変化前の投票者 i 、 j と median-voter との間の当初の最適需要量の差である。 l は G_m の度数、また dG_i と dG_j 及び dG_m は所得または税率変化による投票者 i 、 j 、及び median-voter の最適需要量の変化である。更に上式で $(G_i)^0 = (G_j)^0 = 1$ である。即ち、この条件は、所得または税率の変化の後、median-voter の変化後の最適需要水準 ($G_m' \equiv G_m + dG_m$) より低くない水準 ($G_i' \equiv G_i + dG_i \geq G_m'$) を示す投票者の数が、それより高くない水準 ($G_j' \equiv G_j + dG_j \leq G_m'$) を示す投票者の数に等しくなければならないということを示している。

この条件のもつ意味をより明確にするために、更に投票者の効用関数が同一であると仮定しよう。私的財の価格と帰属税率は全ての投票者にとって同一であるから、各投票者の公共財に対する最適需要の相違はそれぞれの所得水準のみに依存する。それゆえ、最適期待需要量分布 $\phi(G)$ は所得分布 $\phi_i(I)$ と同一になる。そこで固定税率のもとで上の最初の条件は以下のように書き換えられる。

$$\Delta I_i + dI_i \geq dI_m \geq \Delta I_j + dI_j, \quad i, j \in L, \quad m \neq i, j$$

但し、 $\Delta I_i \equiv I_i - I_m$ 、 $\Delta I_j \equiv I_j - I_m$ 。

更にこの不等式は各投票者が同質的な1単位の労働を持ち、共通の要素価格に直面し、企業利潤は均衡においてゼロであることを仮定すると、以下のように書直すことができる。即ち、

$$dI_i + dI_j = r(K_i - K_m) + dw + K_i dr,$$

$$dI_j + dI_i = r(K_j - K_m) + dw + K_j dr, \quad dI_m = dw + K_m dr$$

これより、 $K_i \geq K_m \geq K_j$ を得る。かくして期待最適需要量分布はまた資本賦存量分布 $\phi_K(K)$ にも等しい。従って前述の仮定は同一効用関数のもとで median-voter は、median-capital を持つということの意味する。税率が変化した場合、(6)より

$$dG_m = -\hat{t} G_m (\kappa_1 + \kappa_2 \eta) / (\kappa_1 \eta' + \kappa_2 \eta)$$

を得る。かりに効用関数が相似拡大的であれば、 $\eta = \eta'$ であり、更に $\eta(\eta')$ が所得から独立であるとすれば、 κ_i の値は同一相似拡大的効用関数のもとで各投票者にとって共通であるから、期待最適需要量の順位は不変となる。以上より、同一相似拡大的効用関数と所得に関して一定の $\eta(\eta')$ の仮定のもとで、前出の条件は、当初の分布において、

$$G_i \geq G_m \geq G_j, \quad \sum_i (G_i)^0 = \sum_j (G_j)^0, \quad i, j \in L, \quad m \neq i, j$$

であることを意味する。これは正に median-voter の定義そのものである。かくして最適需要量の順位は税率変化も不変であり、従って、税率変化後の期待最適需要量分布は当初の分布の median-preserving-spread となる⁴²⁾。

単純化のために要素賦存量の増大は、当初の期待最適需要分布に median-preserving-spread をもたらすと仮定する。即ち、新しい投票者の半数は median-voter よりも所得水準が低く、残りの半数は高い。また資本賦存量の増大は、投票者の資本賦存量の順位を変化させない。更に、各投票者は労働供給量を1単位の水準から変化させないものと仮定する。従って、労働賦存量の増大は投票者の増加のみを意味する⁴³⁾。最後に median-voter の資本賦存量の変化率は社会全体のそれに等しいものと仮定する。即ち、 $\hat{K} = \hat{K}_m$ である。以上より、

$$\hat{I} = I_1 \hat{w} + I_2 (\hat{r} + \hat{K})$$

となる。上記の諸仮定より期待最適需要水準における median-voter の順位は不変であるから、公共財生産

42) median-preserving-spread という概念は、Rothschild-Stiglitz (1970) の mean-preserving-spread からの類推である。

43) Buchanan (1965) のクラブ財モデルと同様に、これは cost-spreading 効果をもたらす。かりに cost-spreading 効果がなく、しかも G が私的に消費され得るとすれば、この体系は decentralization 定理の対象となる。この定理については、Tullock (1969), Barzel (1969), 及び Oates (1972, pp. 54-63) を見よ。

水準あるいは政策の変化は依然として同一の median-voter のそれに等しい。

(6)において、右辺第1項は代替効果、第2項は所得効果、第3項は資産効果を示している。従って、公共財生産は税率が下落するか、公共財が粗代替財でしかも私的財の価格が上昇するか、あるいは要素所得が上昇することによって増大する。この(6)の第1式を先の体系に付加することにより、一般均衡体系が完結する。以下では私的財の価格を numéraire とし、 w, r, t, q を私的財で測った実質表示の変数と定義と直す。そこで以下の6本の方程式により、6個の変化率、 $\hat{w}, \hat{r}, \hat{X}, \hat{G}, \hat{q}, \hat{t}$ が与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{11} \hat{X} + \lambda_{12} \hat{G} &= \hat{L} - \sigma_{1q} \hat{q}, \\ \lambda_{21} \hat{X} + \lambda_{22} \hat{G} &= \hat{K} + \sigma_{2q} \hat{q}, \quad \hat{t} + \hat{L} = \hat{q} \\ \theta_{11} \hat{w} + \theta_{21} \hat{r} &= -\theta_{31} \hat{q}, \quad \theta_{12} \hat{w} + \theta_{22} \hat{r} = \hat{q}, \\ \hat{G} &= m_1 \hat{w} + m_2 (\hat{r} + \hat{K}) - s_{gt} \hat{t} \end{aligned} \right\} (7)$$

但し、 $m_1 \equiv \eta I_1 / \Delta_\kappa > 0$, $m_2 \equiv \eta I_2 / \Delta_\kappa > 0$,

$$s_{gt} \equiv (\kappa_1 + \eta \kappa_2) / \Delta_\kappa > 0.$$

即ち m_i は median-voter の要素 i からの所得に関する公共財需要の弾力性、 s_{gt} は medianvoter の税率に関する公共財の需要の弾力性である⁴⁴⁾。

(7)の価格に関する3本の方程式より、要素価格の変化は税率と人口の変化によって表現される。第7節で見たように、

$$\hat{w} = E_{1q} (\hat{t} + \hat{L}), \quad \hat{r} = E_{2q} (\hat{t} + \hat{L})$$

但し、 $E_{1q} \equiv -(\theta_{21} + \theta_{22} \theta_{23}) / |\theta|$, $E_{2q} \equiv (\theta_{11} + \theta_{12} \theta_{31}) / |\theta|$ 。即ち E_{iq} は公共財の平均費用に関する要素 i 価格の偏弾力性であり、magnification-effect より $|\theta| > 0$ ならば $E_{1q} < 0$, $E_{2q} > 1$ となり、逆に $|\theta| < 0$ ならば $E_{1q} > 1$, $E_{2q} < 0$ となる。これを(7)の最後の式に代入すると、

$$\hat{G} = m_2 \hat{K} + m_q (\hat{t} + \hat{L}) - s_{gt} \hat{t} = m_q \hat{L} + m_2 \hat{K} + m_t \hat{t},$$

$$\text{但し、} m_q \equiv m_1 E_{1q} + m_2 E_{2q} = I_1 (E_{1q} \eta / \Delta_\kappa) + I_2 (E_{2q} \eta / \Delta_\kappa)$$

44) 税率が変化しても median-voter は不変ということが既に仮定されている。所得不変のもとで税率の変化に対し median-voter 不動のための必要十分条件は各投票者の公共財に対する想定需要曲線が交差しないということである。この条件のもとで本稿において median-voter の果たす役割は最近の多くのマクロモデルにおいて (例えば Barro (1981, 1984)) 用いられる平均的 (代表的) 個人の果たす役割に似てくる。しかしながら、公共財の期待最適需要分布は正規である必要はないので、median-voter は average-voter と必ずしも一致しない。後に議論するように、median-voter と average-voter の相違は所得分布の不平等性に依存する。

$$= \{(\theta_{11}I_2 - \theta_{21}I_1) + \theta_{31}(\theta_{12}I_2 - \theta_{22}I_1)\} \eta / |\theta| \Delta_t.$$

即ち m_q は $E_{iq}\eta/E$ の加重平均値であり、また公共財の平均費用に関する median-voter の公共財需要偏弾力性である。 m_q の符号は、 $|\theta| > 0$ のとき $E_{2q} < 0$ 、 $E_{2q} > 1$ 、 $|\theta| < 0$ のとき $E_{1q} > 1$ 、 $E_{2q} < 0$ であるため、不確定である。そこで median-voter の主な所得の源泉は労働にあると仮定する。即ち、median-voter の労働所得の資本所得に対する比率がいずれの産業の当該比率よりも大きい、要するに θ_{11}/θ_{21} 、 $\theta_{12}/\theta_{22} < I_1/I_2$ 、という意味で労働所得のシェアが資本所得のそれよりはるかに大きければ、 $|\theta| < 0$ であれば $m_q > 0$ 、 $|\theta| > 0$ であれば $m_q < 0$ となる。ここで θ_{11}/θ_{21} と θ_{12}/θ_{22} のいずれよりも I_1/I_2 の方が大きいという仮定は、 $|\theta| \geq 0$ に従って $\theta_{11}/\theta_{21} \equiv wL_1/rK_1 \geq wL/rK \geq wL_2/rK_2 \equiv \theta_{12}/\theta_{22}$ という関係より、 $I_1/I_2 \equiv wL_m/rK_m > wL/rK$ 、即ち、 $L_m/K_m > L/K$ を意味する。このことは更に、所得格差が各投票者の資本賦存量に依存することから median-voter の所得が、平均所得よりも低いことを意味している。上式の右辺第3項、 $m_i \equiv m_q - s_{gi}$ は税率変化の要素所得効果から代替効果を引きいた粗効果を示す。この項において代替効果が支配的であれば、要素集約性にかかわらず $m_i > 0$ となる。以下では $m_i > 0$ を仮定する。

上式を(7)の要素需給均衡式に代入すると、

$$\begin{aligned} \lambda_{11}\dot{X} + \sigma_{1i}\dot{t} &= (1 - \sigma_{1q} - \lambda_{12}m_q)\dot{L} - \lambda_{12}m_2\dot{K}, \\ \lambda_{21}\dot{X} - \sigma_{2i}\dot{t} &= (\sigma_{2q} - \lambda_{22}m_q)\dot{L} + (1 - \lambda_{22}m_2)\dot{K} \end{aligned}$$

を得る。但し、 $\sigma_{1i} \equiv \sigma_{1q} - \lambda_{12}m_i$ 、 $\sigma_{2i} \equiv \sigma_{2q} + \lambda_{22}m_i$ 。即ち σ_{ii} は私的財の生産を一定に保ち、median-voter の最適需要が公共財生産に一致するという仮定のもとで税率が高くなったときの要素 i の需要量の変化を示す。ここで $|\theta| < 0$ であれば $\sigma_{1i} > 0$ となるが σ_{2i} の符号は確定しない。逆に $|\theta| > 0$ であれば $\sigma_{2i} > 0$ となるが今度は σ_{1i} の符号が確立しない。このことは次のように説明される。median-voter の需要における税率変化による各要素の派生需要 $\lambda_{12}m_i$ は同一方向に変化するが、生産サイドにおける税率変化による各要素の派生需要 σ_{iq} は要素集約性に依存し、各産業に対し異なる方向にインパクトを与える。

上式において、各要素賦存量の変化に付随している係数は税率一定のもとにおける各要素市場に与える純効果を示している。第1式の右辺第1項 $(1 - \sigma_{1q} - \lambda_{12}m_q)$ は3つの効果を含んでいる。即ち、直接効果、1、生産サイドにおける公共財の平均費用変化の効果 $(-\sigma_{1q})$ 、そして消費サイドの効果 $(-\lambda_{12}m_q)$ である。

同式の第2項は $(\lambda_{12}m_2)$ 資産効果としての消費サイドの効果のみであり、公共財に対する需要に含まれている。第2式において直接効果は資本賦存量を示す右辺第2項に現われ、従って $(1 - \lambda_{22}m_2)$ は直接効果から、資産効果による公共財に対する需要の変化を経由する資本の派生需要を引きいたものになっている。第2式右辺第1項 $(\sigma_{2q} - \lambda_{22}m_q)$ は生産サイドにおける公共財の平均費用の変化を経由する資本の派生需要 (σ_{2q}) と消費サイドからの派生需要 $(-\lambda_{22}m_q)$ で説明される。この議論において労働賦存量の変化に資産効果がなく、公共財の平均費用効果があるのは、前者については median-voter の労働賦存量は不変と仮定されているからであり、後者については投票者数と労働賦存量とは同一と仮定されているからである。

以上より、以下の解を得る。

$$\left. \begin{aligned} \dot{X} &= E_{X1}\dot{L} + E_{X2}\dot{K}, \quad \dot{t} = E_{t1}\dot{L} + E_{t2}\dot{K}, \\ \dot{G} &= (m_q - m_i E_{i1})\dot{L} + (m_2 - m_i E_{i2})\dot{K} \\ \dot{w} &= E_{1q}\{(1 - E_{11})\dot{L} + E_{12}\dot{K}\}, \\ \dot{r} &= E_{2q}\{(1 + E_{11})\dot{L} + E_{12}\dot{K}\}, \\ \dot{q} &= (1 + E_{11})\dot{L} + E_{12}\dot{K} \end{aligned} \right\} (8)$$

但し、 $E_{X1} \equiv \{\sigma_{1i}(\sigma_{2q} - \lambda_{22}m_q) + \sigma_{2i}(1 - \sigma_{1q} - \lambda_{12}m_q)\} / \Delta_t$
 $= \{\sigma_{2i} - s_{gi}(\lambda_{12}\sigma_{2q} + \lambda_{22}\sigma_{1q})\} / \Delta_t$ 、

$$E_{X2} \equiv \{\sigma_{1i}(1 - \lambda_{22}m_2) - \sigma_{2i}\lambda_{12}m_2\} / \Delta_t = \{\sigma_{1i} - m_2(\lambda_{12}\sigma_{2q} + \lambda_{22}\sigma_{1q})\} / \Delta_t$$

$$E_{t1} \equiv \{\lambda_{11}(\lambda_{22}m_q - \sigma_{2q}) + \lambda_{21}(1 - \sigma_{1q} - \lambda_{12}m_q)\} / \Delta_t$$

$$= \{|\lambda|m_q + \lambda_{21}(1 - \sigma_{1q}) - \lambda_{11}\sigma_{2q}\} / \Delta_t$$

$$E_{t2} \equiv \{\lambda_{11}(\lambda_{22}m_2 - 1) - \lambda_{21}\lambda_{12}m_2\} / \Delta_t = (|\lambda|m_2 - \lambda_{11}) / \Delta_t$$

$$\Delta_t \equiv \lambda_{11}\sigma_{2i} + \lambda_{21}\sigma_{1i} = \Delta_q + |\lambda|m_i$$

である。まず E_{t2} について見ることにする。次の関係、

$$E_{t2}\Delta_t = \lambda_{11}(\lambda_{22}m_2 - 1) - \lambda_{21}\lambda_{12}m_2 = |\lambda|m_2 - \lambda_{11}$$

より、 $m_2 \leq 1$ かつ $|\lambda| < 0$ であれば $E_{t2} < 0$ を得る。ところで定義より、 $m_2 \equiv \eta I_2 / (\kappa_1 \eta' + \kappa_2 \eta)$ であり、また仮定より、median-voter の労働所得割合 I_1 はきわめて大（あるいは資本所得割合 I_2 はきわめて小）、あるいは $I_2 < \kappa_2$ 、即ち公共財への支出構成比（税率）が資本所得の構成比よりも大であれば、 $m_2 \leq 1$ を得る。 $E_{t2} < 0$ は次のように説明される。私的財は労働集約的 ($|\lambda| > 0$) であるから、固定価格のもとで生産サイドでは Rybczynski (1955) 効果より公共財の生産は拡大し得る。また、資産効果を通じ公共財に対する需要も増大し得る。先に示したように、生産を通ずる効果 λ_{11} は消費を通ずる効果 $|\lambda|m_2$ より大であるから、資本賦存量が増大したとき、投票者数一定のもとで公共財の平均費用は減少し、従って税率も下落する。

公共財の平均費用は、 $|\lambda| > 0$ ならば $1 + E_{11} = \lambda_{21} + |\lambda| s_{gt} > 0$ であるから、労働賦存量増大につれ上昇する。労働賦存量増大による公共財の平均費用に与える直接効果は、税金の増大であり、間接効果は、 E_{11} を通じて税率の変化に現われる。 E_{11} は E_{12} にはない付加的効果を内包している。それは cost-spreading から派生するもので、ここでも L が要素賦存量と納税者の 2 つの役割を果たすことが留意されなければならない。以下の関係、

$$\begin{aligned} E_{11} \Delta_i &= \lambda_{11} (\lambda_{22} m_q - \sigma_{2q}) + \lambda_{21} (1 - \sigma_{1q} - \lambda_{12} m_q) \\ &= \lambda_{21} + |\lambda| m_q - \Delta_q \end{aligned}$$

より、 $|\lambda| > 0$ 、特に λ_{21} がきわめて小、即ち私的財が極端に労働集約的であるならば、 $m_q < 0$ ならびに $-1 < E_{11} < 0$ を得る。そこで伝統的な Heckscher (1919) — Ohlin (1933) — Samuelson (1948, 1949) 生産モデルと同様の結論を得る。即ち、 $\hat{K} > 0$ かつ $\hat{L} > 0$ ならば $\hat{w} > 0$ 、 $\hat{r} < 0$ 、逆に $\hat{L} > 0$ かつ $\hat{K} = 0$ ならば $\hat{w} < 0$ 、 $\hat{r} > 0$ となる。しかしながらこの結論は、 λ_{21} が E_{11} を正にするほど十分に大であるか、あるいは I_2 が m_q と E_{12} を正にするほど十分に大であれば棄却される。

公共財の生産量の変化については、 $E_{12} |\theta| > 0$ であれば、 $m_q < 0$ 、 $m_i E_{11} < 0$ であるから労働賦存量変化の効果は確定しない。即ち、cost-spreading 効果 ($-m_i E_{11}$) と所得からの効果 m_q は逆の符号をもつ。しかし (8) の第 3 式右辺第 1 項の係数は $m_q (1 + E_{11}) - s_{gt} E_{11}$ とも書け、 $m_q < 0$ 、 $s_{gt} > 0$ 、 $-1 < E_{11} < 0$ であるから、この労働賦存量に関する公共財数量の全弾力性 ($m_q - m_i E_{11}$) は代替項 s_{gt} が十分に大であれば、正の値をとり得る。一方資本賦存量の変化の効果 ($m_2 - m_i E_{12}$) は、 $m_2 > 0$ 、 $m_i > 0$ 、 $E_{12} < 0$ より必ず正になる。

私的財の数量の変化についてはいずれの要素が増大しても符号は不確定である。この不確定性の原因は公共財の産出量が median-voter の最適需要水準に決定され、自由競争市場において決定されないことにある。労働賦存量の増大につれ、 $|\theta| > 0$ であるならば、median-voter の公共財に対する需要の減少 ($m_q < 0$) を通じて各要素に対する需要は減少し、従ってこの効果は私的財の生産を高める。しかし同時にそれは、公共財の平均費用を引上げ、公共部門における資本から労働への要素代替 ($-\sigma_{1q} < 0$ 、 $\sigma_{2q} > 0$) を促す。このように固定税率のもとで、労働市場における不確定性が生じる。

その上、 $E_{11} > 0$ から税率が上昇し、それが更に公共財の平均費用を上昇せしめ、これが要素需要の変化

の第 2 のルートとなる。今度は生産サイドにおける税率の変化による各要素に対する需要の変化は以前と同じであるが、median-voter の需要における代替効果は、労働と資本に対する派生需要に対し、正の効果をもつと考えられる。このように再び労働市場に不確定性が生じる。

いずれにしても、私的財が劣等財でないにもかかわらず、各要素賦存量の成長に伴って私的部門が縮小する可能性がある。即ち、民間部門の窮乏化成長の必要十分条件は、 $|\lambda| > 0$ のとき労働賦存量の増大については $\sigma_{2t} < s_{gt} (\lambda_{12} \sigma_{2q} + \lambda_{22} \sigma_{1q})$ 、資本賦存量の増大については $\sigma_{1t} < m_i (\lambda_{12} \sigma_{2q} + \lambda_{22} \sigma_{1q})$ である。逆は逆である。

最後にこの経済が経済成長に伴って、より大きな政府を持つための条件を検討することにする。その条件 $\hat{G} + \hat{q} - \hat{X} > 0$ は、

$$\begin{aligned} & \{ (\sigma_{1q} + \sigma_{2q} + |\lambda|) s_{gt} - m_i - \sigma_{2q} + \lambda_{21} \} \hat{L} + \\ & \{ (\sigma_{1q} + \sigma_{2q} + |\lambda|) m_2 + m_i - \sigma_{1q} - \lambda_{11} \} \hat{K} / \Delta_i > 0 \quad (9) \end{aligned}$$

で表現される。上式から \hat{q} を除くと拡張径路の弾力性が得られる。

$$\begin{aligned} \hat{G} - \hat{X} &= \{ (\sigma_{1q} + \sigma_{2q}) (s_{gt} \hat{L} + m_2 \hat{K}) + m_i (\hat{K} - \hat{L}) \\ & - \sigma_{2q} \hat{L} - \sigma_{1q} \hat{K} \} / \Delta_i = \{ (\sigma_{1q} + \sigma_{2q}) s_{gt} - m_i - \sigma_{2q} \} \hat{L} \\ & + \{ (\sigma_{1q} + \sigma_{2q}) m_2 + m_i - \sigma_{1q} \} \hat{K} / \Delta_i \end{aligned}$$

まず拡張径路について考察を与える。かりに諸価格が不変であるとすれば、Rybczynski (1955) 線、 $\hat{G} - \hat{X} = (\hat{K} - \hat{L}) / |\lambda|$ を得る。一般的に価格が変化するため両財の成長率の差はまず、上式 2 番目の表現の右辺の最初の中括弧内の $(\sigma_{1q} + \sigma_{2q}) s_{gt} / \Delta_i$ と 2 番目の中括弧内の $(\sigma_{1q} + \sigma_{2q}) m_2 / \Delta_i$ で示される代替項に依存する。労働賦存量が直接的に公共財の平均費用を変化させることに留意すれば、代替項に見られる s_{gt} と m_2 の相違が理解できる。また、公共財の生産量が median-voter の最適需要を通じて決定されるため、 \hat{L} と \hat{K} の係数に $(-m_i - \sigma_{2q})$ と $(m_i - \sigma_{1q})$ の相違が現われる。かりに要素賦存量の均斉成長を想定すれば、 $\hat{L} = \hat{K}$ 、となるから上記の表現は簡素化される。

$$\begin{aligned} \hat{G} - \hat{X} &= (\sigma_{1q} + \sigma_{2q}) (s_{gt} + m_2 - 1) \hat{L} / \Delta_i \\ &= (\sigma_{1q} + \sigma_{2q}) \{ \kappa_1 (1 - \eta') + \eta I_2 \} \hat{L} / \Delta_i \Delta_i \end{aligned}$$

従って公的部門偏向成長の十分条件は、 $|\lambda| > 0$ であれば、 $1 \geq \eta'$ で与えられる。この条件は公共財に対する需要偏向の存在を意味する。即ち、median-voter の私的財消費不変、消費の限界代替率が価格比に均等という想定のもとで公共財に対する最適支出が増大するか、一定であることを意味する。あるいは、一定の私的財消費量のもとで、median-voter の公共財に対する

最適消費の成長率が消費の限界代替率 (U_1/U_2) の変化率に等しいか、より大きいことを意味する。この条件は公共財の平均費用の変化率にも適用される。

$$\dot{q} = (s_{g1} + m_2 - 1) |\lambda| \dot{L} / \Delta_t$$

以上よりこの経済が均斉成長下でより大きな政府部門を持つ条件は上と同一になる。即ち、

$$\hat{G} + \dot{q} - \dot{X} = (\sigma_{1q} + \sigma_{2q} + |\lambda|) (s_{g1} + m_2 - 1) \dot{L} / \Delta_t > 0$$

これまで人口(投票者)の増加する経済について議論してきた。しかし、現代経済発展の特徴は、労働生産性の上昇と資本労働比率の上昇にある。そこで、かりに労働賦存量の成長が数量ではなく質にあるとすれば、あるいはかりに労働賦存量の増大を技術進歩の結果と解釈するならば、要素賦存量の増加は要素の生産効率の上昇となり、従って、median-voter の要素賦存量は効率単位で測って増加することになる。ゆえに、社会全体の効率単位で測った要素賦存量の成長率が median-voter のそれに等しい ($\dot{L} = \dot{L}_m$, $\dot{K} = \dot{K}_m$) とすれば、median-voter の所得の成長率は、

$$\dot{I} = I_1(\dot{w} + \dot{L}) + I_2(\dot{r} + \dot{K})$$

となる。また cost-spreading 効果がなくなるので、

$$\dot{t} = \dot{q}, \dot{w} = E_{1q}\dot{t}, \dot{r} = E_{2q}\dot{t},$$

$$\hat{G} = m_1(\dot{w} + \dot{L}) + m_2(\dot{r} + \dot{K}) - s_{g1}\dot{t} = m_1\dot{L} + m_2\dot{K} - m_1\dot{t},$$

$$\lambda_{11}\dot{X} + \sigma_{1t}\dot{t} = (1 - \lambda_{12}m_1)\dot{L} - \lambda_{12}m_2\dot{K},$$

$$\lambda_{21}\dot{X} - \sigma_{2t}\dot{t} = (1 - \lambda_{22}m_2)\dot{K} - \lambda_{22}m_1\dot{L},$$

となる。従って、以下の解を得る。

$$\dot{X} = E_{X1}\dot{L} + E_{X2}\dot{K},$$

$$\hat{G} = (m_1 - m_1 E_{11}')\dot{L} + (m_2 - m_1 E_{12}')\dot{K},$$

$$\dot{t} = \dot{q} = E_{11}'\dot{L} + E_{12}'\dot{K},$$

$$\dot{w} = E_{1q}(E_{11}'\dot{L} + E_{12}'\dot{K}),$$

$$\dot{r} = E_{2q}(E_{11}'\dot{L} + E_{12}'\dot{K}),$$

但し、 $E'_{X1} \equiv \{\sigma_{2t}(1 - \lambda_{12}m_1) - \sigma_{1t}\lambda_{22}m_1\} / \Delta_t$, $E_{11}' \equiv (|\lambda| m_1 + \lambda_{21}) / \Delta_t$ である。まず E_{11}' の符号について考察する。 $|\lambda| > 0$ であれば、労働の技術進歩に関する税率の全弾力性 E_{11}' は正である。しかし、資本の技術進歩に関する税率の全弾力性 E_{12} は(8)で見たのと同様に不確定である。この非対称的な結果は、要素市場における直接効果と間接効果から説明される。私的財が労働集約的であれば直接効果 (Rybczynski (1955)) は労働市場では正 ($\lambda_{21} > 0$) であるが、資本市場では負 ($-\lambda_{11} < 0$) である。間接効果は公共財に対する需要によって与えられ、技術進歩は median-voter の所得を増大させ、公共財に対する需要を増加させるので、要素集約性にかかわらず両要素市場で正の値を持つ。即ちこの効果により公共財生産拡大のために両要素が政

府部門に吸収される。公共財の数量の変化については、右辺第1項の係数が、

$$m_1 - m_1 E_{11}' = (m_1 \lambda_{21} - m_1 \lambda_{21}) / \Delta_t$$

であるから、労働技術進歩の効果の方向は不確定である。この不確定性は、正の資産効果 ($m_1 \lambda_{21} / \Delta_t > 0$) と負の要素価格効果 ($-m_1 \lambda_{21} / \Delta_t$) に存する。正の資産効果は単に効率単位で測った要素供給の増大によるものであるが、負の要素価格効果は、median-voter の所得が労働所得に大きく依存しているという仮定のもとで、 $|\theta| > 0$ ならば $E_{1q} E_{11}' < 0$ になることに根差している。いずれにしても経済成長にもかかわらず、公的部門が縮小する可能性がある。

一方、資本の技術進歩の効果は、上と同一の条件のもとで、特に m_2 が1より大ではないことから $E_{12} < 0$ が得られ、更に $|\theta| > 0$ であれば、 $m_2 - m_1 E_{12} > 0$ となるから、正になる。 E_{X1} と同様に E_{X1}' もまた符号が確定しない。従って、要素の技術進歩につれて私的部門が縮小する可能性もある。最後にこの経済が技術進歩の結果、より大きな政府をもつ条件、 $\hat{G} + \dot{q} - \dot{X} > 0$ 、について検討する。この条件は、

$$\begin{aligned} & \{(\sigma_{1q} + \sigma_{2q} + |\lambda|) m_1 - m_1 - \sigma_{2q} + \lambda_{21}\} \dot{L} + \\ & \{(\sigma_{1q} + \sigma_{2q} + |\lambda|) m_2 + m_1 - \sigma_{1q} - \lambda_{11}\} \dot{K} / \Delta_t > 0 \quad (11) \end{aligned}$$

となる。ここで拡張径路の弾力性は、

$$\begin{aligned} \hat{G} - \dot{X} &= \{(\sigma_{1q} + \sigma_{2q}) m_1 - m_1 - \sigma_{2t}\} \dot{L} + \{(\sigma_{1q} + \sigma_{2q}) m_2 \\ & + m_1 - \sigma_{1q}\} \dot{K} / \Delta_t \\ &= \{(\sigma_{1q} + \sigma_{2q}) (m_1 \dot{L} + m_2 \dot{K}) \\ & + m_1 (\dot{K} - \dot{L}) - \sigma_{2q} \dot{L} - \sigma_{1q} \dot{K}\} / \Delta_t \end{aligned}$$

で示される。この値と前出の拡張径路の弾力性の値の相違は、(9)と(11)にも見られるように s_{g1} が m_1 となっている点のみであり、cost-spreading 効果がないため、技術進歩の場合には両要素の効果は完全に対称的になる。かりに効率単位で測った要素賦存量に均斉成長 ($\dot{K} = \dot{L}$) が見られるとすれば、上の産出量の成長率の相違は単純化され、

$$\begin{aligned} \hat{G} - \dot{X} &= (\sigma_{1q} + \sigma_{2q}) (m_1 + m_2 - 1) \dot{L} / \Delta_t \\ &= (\sigma_{1q} + \sigma_{2q}) (\eta - \eta') \kappa_1 / \Delta_t \Delta_t \end{aligned}$$

となる。従って $|\lambda| > 0$ であれば、 $\eta > \eta'$ が公的部門偏向実質成長のための必要十分条件となる。これは median-voter の需要が公共財に偏向をもっていることを意味する。かりに median-voter の効用関数が

45) かりに $U_1/U_2 = f(C/G)$ であるとすれば、以下を得る。即ち、

$$\begin{aligned} \eta' &\equiv \{\partial(U_1/U_2) / \partial G\} \{G / (U_1/U_2)\} = \\ &= -f' C / G (U_1/U_2) = \{\partial(U_2/U_1) / \partial C\} \{C / (U_2/U_1)\} \equiv \eta \end{aligned}$$

先に仮定したように相似拡大的であれば、限界代替率 (U_1/U_2) が median-voter の消費比率 C/G のみに依存するから、 $\eta=\eta'$ を得る⁴⁵⁾。従ってこの場合には、産出量においても均斉成長となる。この条件は次の式より公共財の平均費用の変化にも適用されることが分かる。

$$\dot{q} = (m_1 + m_2 - 1) |\lambda| \dot{L}/D_t = (\eta - \eta') \kappa_1 |\lambda| \dot{L}/D_t D_k$$

かくして、技術進歩に伴ってこの経済がより大きな政府を持つための条件は、上記と同一になる。即ち、

$$\begin{aligned} \dot{G} + \dot{q} - \dot{X} &= (\sigma_{1q} + \sigma_{2q} + |\lambda|) (m_1 + m_2 - 1) \dot{L}/D_t \\ &= (\sigma_{1q} + \sigma_{2q} + |\lambda|) (\eta - \eta') \kappa_1 |\lambda| \dot{L}/D_t D_k > 0 \end{aligned}$$

さてここで他の条件は同一として2つの経済成長のパターンを比較してみよう。公的部門の相対シェアの変化の相違、即ち(4)の技術進歩による公的部門の相対シェアの変化から(9)の要素賦存量の成長によるとそれを引けば、

$$\begin{aligned} (\sigma_{1q} + \sigma_{2q} + |\lambda|) (m_1 - s_{gt}) \dot{L}/D_t = \\ (\sigma_{1q} + \sigma_{2q} + |\lambda|) \{ \kappa_1 (\eta - 1) - \eta I_2 \} \dot{L}/D_t D_k \end{aligned}$$

を得る。即ち2つの経済成長パターンの相違は median-voter の労働所得に関する公共財需要の偏弾力性 m_1 と税率に関する公共財需要の偏弾力性 s_{gt} の相対的な大きさに依存する。換言すれば、その相違は技術進歩が労働所得に与える影響 m_1 と cost-spreading 効果が税率に与える影響 s_{gt} の相対的な大小関係に依存する。また上式の右辺より、技術進歩がより小さい政府をもたらすための必要十分条件は要素集約条件にかかわりなく、 $\kappa_1(1-\eta) + \eta I_2 > 0$ である。従って $\eta \leq 1$ であれば十分で、このことは median-voter が私的財に対する需要に偏向をもつことを意味している。以上より、median-voter が私的財の需要に偏向をもつ場合、技術進歩のある経済よりも小さな政府をもつと言える。

ここまで median-voter モデルを用いて公的部門の内生化が試みられた。本節で指摘したように、公共財の生産量は median-voter の最適需要水準に決まるため、国民の平均所得が一定であっても、所得分配が異なれば、民間部門と政府部門のウェイトが異なることになる⁴⁶⁾。

いずれにしてもある経済がより大きな政府をもつ理由は、median-voter がより多くの公共財を選好するという事に尽きる。しかしながら人口成長経済における新しい投票者が、全般的に median-voter より

も低い所得を持っており、従って彼等の公共財の最適需要が低水準となれば、median-voter はより低い所得階層へと移動することになる。それゆえ median-voter の所得順位は変化しないという仮定のもとでの公共財の均衡水準よりも低い数量に公共財の生産量が決定されることになる。かりにある発展途上段階にある経済が、低所得の新規投票者と低技術進歩率とによって特徴づけられ、ある先進段階にある経済が低人口成長と高技術進歩率によって特徴づけられるならば、後者の方が前者よりも相対的により拡大する政府部門を持つと結論できる。

また同じ先進経済間であっても、日本のような年功序列型の賃金体系をもつ経済は、そうでないアメリカのような能力主義の賃金体系をもつ経済よりも少ない公共支出を行う傾向があると言える⁴⁷⁾。

最後に本稿のモデルにおいて median-voter を average-voter で置換えた場合のバイアスを見ることにしよう。(8)の解に $\dot{K}_m \neq 0$, $\dot{K} = \dot{L} = 0$ を代入すれば、

$$\begin{aligned} \dot{X} &= -m_2 (\sigma_{1q} \lambda_{22} + \sigma_{2q} \lambda_{12}) \dot{K}_m / D_t, \\ \dot{G} &= m_2 \Delta_q \dot{K}_m / D_t, \\ \dot{t} &= m_2 |\lambda| \dot{K}_m / D_t, \end{aligned}$$

を得る。従って $m_i > 0$ である限り要素集約性に関係なく、average-voter の所得が median-voter のそれを上回れば average-voter モデルは median-voter モデルに対し、公共財の生産と税率において正のバイアス、私的財の生産において負のバイアスを持つことになる。逆に、average-voter の所得が median-voter のそれを下回れば、逆のバイアスを持つ。

10. 開放経済

国際貿易を考察するためにここで numéraire とし第2の私的財 Y を導入する。 $a_{is} (i=1, 2, 3)$ を第2の民間部門の投入係数としよう。新しい体系は以下のように示される⁴⁸⁾。

47) 公共支出の構成と成長の詳細については、Musgrave-Musgrave (1984, ch. 7) を参照。また国際比較の実証分析については、Shin (1969) 及び Oates (1972, ch. 5; 1975) を参照。

48) このモデルは正確に Harberger (1962) のモデルの拡張で、このような拡張の可能性は McLure (1975, pp. 149-150) によって指摘されている。但しこのモデルでは資本に対する部分的な課税は想定されていない。また Lindahl-pricing を前提とした単純な半公共的の中間財を含む小国モデルについては、Tawada-Okamoto (1983) を参照。

46) 公共財と所得分布に関する実証研究については、Aaron-McGuire (1970) を参照。

$$\begin{aligned} a_{11}X + a_{12}G + a_{13}Y &= L, & a_{21}X + a_{22}G + a_{23}Y &= L \\ a_{11}w + a_{21}r + a_{31}q/4 &= p, & a_{12}w + a_{22}r &= q = 2tL, \\ a_{13}w + a_{23}r + a_{33}q/4 &= 1 \end{aligned}$$

ここで第2の民間部門は第1の民間部門と同じように投票者によって所有されており、企業数も同一で、従って課税の4分の1を負担するものと仮定されている。また公共財は非貿易財であるため、このモデルは貿易という観点からは2貿易財1非貿易財モデルであり、生産構造という観点からは2生産要素1中間財2消費財モデルであり、外部性という観点からは2私的財1公共財モデルである。

上の体系を変化率の形に直すと以下ようになる。まず λ_{13} で第2民間産業で使用される第 i 要素の割合、 θ_{13} でその産業における第 i 要素の分配率を示すことにしよう。

$$\begin{aligned} \lambda_{11}\dot{X} + \lambda_{12}\dot{G} + \lambda_{13}\dot{Y} &= \dot{L} - (\lambda_{11}\dot{a}_{11} + \lambda_{12}\dot{a}_{12} + \lambda_{13}\dot{a}_{13}) \\ \lambda_{21}\dot{X} + \lambda_{22}\dot{G} + \lambda_{23}\dot{Y} &= \dot{K} - (\lambda_{21}\dot{a}_{21} + \lambda_{22}\dot{a}_{22} + \lambda_{23}\dot{a}_{23}) \\ \theta_{11}\dot{w} + \theta_{21}\dot{r} + \theta_{31}\dot{q} &= \dot{p} \\ \theta_{12}\dot{w} + \theta_{22}\dot{r} &= \dot{q} = \dot{t} + \dot{L} \\ \theta_{13}\dot{w} + \theta_{23}\dot{r} + \theta_{33}\dot{q} &= 0 \end{aligned}$$

そこで2つの要素価格と公共財の平均費用の変化率は以下のような解を持つ。

$$\left. \begin{aligned} \dot{w} &= \dot{p}(\theta_{23} + \theta_{22}\theta_{33})/|\theta'| \\ \dot{r} &= -\dot{p}(\theta_{13} + \theta_{12}\theta_{33})/|\theta'| \\ \dot{q} &= \dot{t} + \dot{L} = \dot{p}|\theta|_{23}/|\theta'| \end{aligned} \right\} (12)$$

但し、 $|\theta'| \equiv |\theta| + |\theta|_{23}$ 、 $|\theta|_{23} \equiv \theta_{12}\theta_{23} - \theta_{22}\theta_{13}$ 、であり、 $|\theta| > 0$ 、および、 $|\theta|_{23} > 0$ 、を仮定する。即ち、第2産業が最も資本集約的であり、第1産業が最も労働集約的であると仮定する。従って、 $|\theta'| > 0$ となり、公的部門は中間的な要素集約性をもつ。要するに、

$$\theta_{11}/\theta_{21} > \theta_{12}/\theta_{22} > \theta_{13}/\theta_{23} \text{ となる。さて、}$$

$$|\theta'| \equiv |\theta|_{1k} + \theta_{12}|\theta|_{kg} + \theta_{22}|\theta|_{lg}$$

但し、 $|\theta|_{1k} \equiv \theta_{11}\theta_{23} - \theta_{13}\theta_{21} > 0$ 、 $|\theta|_{kg} \equiv \theta_{23}\theta_{31} - \theta_{21}\theta_{33} > 0$ 、 $|\theta|_{lg} \equiv \theta_{11}\theta_{33} - \theta_{13}\theta_{31} > 0$ 、とも書けるから、両民間部門において公共財が、要素集約性の観点から中間的な投入物であるという仮定 ($|\theta|_{kg} > 0$ 、 $|\theta|_{lg} > 0$)、即ち、 $\theta_{11}/\theta_{13} > \theta_{31}/\theta_{33} > \theta_{21}/\theta_{23}$ 、という仮定もまた $|\theta'| > 0$ を導く。投入物として及び生産物としての公共財の要素集約性における中間性という仮定は、互いに互いを含意しないが、いずれも $|\theta'| > 0$ を保証する。12より以下を得る。

$$\dot{w} - \dot{r} = \dot{p}/|\theta'|, \quad \dot{q} - \dot{p} = -\dot{p}|\theta|/|\theta'|$$

この関係より、国際交易条件 p の変化の弾力性で示された、次の magnification-effect を得る。

$$\dot{w}/\dot{p} > 1 > \dot{q}/\dot{p} > 0 > \dot{r}/\dot{p}$$

この不等式は交易条件の変化の方向にかかわらず成立する。特に公共財の平均費用の交易条件弾力性が1とゼロの間にあることに留意せよ。この効果は公共財が中間的な生産物であり、また投入物であることに依存している。このことは以下のように説明される。まず、私的財の価格変化の方程式に公共財の平均費用の変化を代入して整理すると、

$$\theta_{w1}\dot{w}/\dot{p} + \theta_{r1}\dot{r}/\dot{p} = 1,$$

$$\theta_{w3}\dot{w}/\dot{p} + \theta_{r3}\dot{r}/\dot{p} = 0$$

(但し、 $\theta_{w1} \equiv \theta_{11} + \theta_{12}\theta_{31}$ 、 $\theta_{r1} \equiv \theta_{21} + \theta_{22}\theta_{31}$ 、 $\theta_{w1} + \theta_{r1} = 1$ 、 $\theta_{w2} \equiv \theta_{13} + \theta_{12}\theta_{33}$ 、 $\theta_{r2} \equiv \theta_{23} + \theta_{22}\theta_{33}$ 、 $\theta_{w3} + \theta_{r3} = 1$) を得る。上の弾力性の係数について、

$$\theta_{w1} - \theta_{w3} = \theta_{r3} - \theta_{r1} = |\theta| + |\theta|_{23} = |\theta'|$$

という関係があるから、公共財が要素集約性において中間的な生産物であるか、中間的な投入物であれば、 $|\theta'| > 0$ であるから、 $\theta_{w1} > \theta_{w3}$ 、 $\theta_{r1} < \theta_{r3}$ を得る。そこで上の式より第1民間部門では要素価格の弾力性の加重平均値が1で、第2民間部門ではゼロであることが分るから、第2民間部門より大きなウェイトを持つ弾力性は1より大、小さなウェイトを持つ弾力性は負でなければならない。同様にして、第2民間部門と公共財部門との弾力性のウェイトを比較すると、

$$\theta_{12} - \theta_{w3} = \theta_{r3} - \theta_{22} = |\theta|_{23} > 0$$

であるから、公共財部門の賃金弾力性のウェイトは、公共財が中間的な生産物であるならば、公共財の平均費用の価格弾力性は正で1より小さい値をとる。それゆえまた、交易条件の上昇は労働賦存量の一定のもとで、税率を上昇させると言える。

要素市場の需給均衡条件については、投入係数の変化を要素価格の変化で置換えると

$$\lambda_{11}\dot{X} + \lambda_{12}\dot{G} + \lambda_{13}\dot{Y} = \dot{L} + \sigma_{11}'\dot{w} - \sigma_{12}'\dot{r} - \sigma_{13}'\dot{q}$$

$$\lambda_{21}\dot{X} + \lambda_{22}\dot{G} + \lambda_{23}\dot{Y} = \dot{K} - \sigma_{21}'\dot{w} + \sigma_{22}'\dot{r} - \sigma_{23}'\dot{q}$$

但し、 $\sigma_{11}' \equiv \sigma_{11} - \lambda_{13}E_{11}' > 0$ 、 $\sigma_{12}' \equiv \sigma_{12} + \lambda_{13}E_{12}' > 0$ 、 $\sigma_{13}' \equiv \sigma_{13} + \lambda_{13}E_{13}' > 0$ 、 $\sigma_{21}' \equiv \sigma_{21} + \lambda_{23}E_{21}' > 0$ 、 $\sigma_{22}' \equiv \sigma_{22} - \lambda_{23}E_{22}' > 0$ 、 $\sigma_{23}' \equiv \sigma_{23} + \lambda_{23}E_{23}' > 0$ 。

即ち、 E_{ij}' と σ_{ij}' とは2部門モデルの E_{ij} と σ_{ij} とにそれぞれ対応している。かりに交易条件が不変であるとすれば、 \dot{X} と \dot{Y} とは以下のように求められる。

$$\dot{X} = (\lambda_{23}\dot{L} - \lambda_{13}\dot{K} - |\lambda|_{23}\dot{G})/|\lambda|_{13},$$

$$\dot{Y} = (\lambda_{11}\dot{K} - \lambda_{21}\dot{L} - |\lambda|\dot{G})/|\lambda|_{13}$$

但し、 $|\lambda|_{23} \equiv \lambda_{12}\lambda_{23} - \lambda_{13}\lambda_{22}$ 、 $|\lambda|_{13} \equiv \lambda_{11}\lambda_{23} - \lambda_{13}\lambda_{21}$ 、であり、 $|\theta|_{23} > 0$ と $|\theta| > 0$ の仮定より、 $|\lambda|_{23} > 0$ 、 $|\lambda|_{13} > 0$ となる。そこで両者の差を求めると、

$\hat{X}-\hat{Y}=\{(1-\lambda_{22})\hat{L}-(1-\lambda_{12})\hat{K}+(\lambda_{22}-\lambda_{12})\hat{G}\}/|\lambda|_{13}$
となる。ここでかりに公共財が産業平均よりも相対的に資本集約的であると仮定すれば、 $(K_2/L_2>K/L)$ 、 $(\lambda_{22}-\lambda_{12})>0$ となる。かくして、 $\lambda_{22}=\lambda_{12}$ のもとで次の magnification-effect を得る。

$$\hat{Y}>\hat{K}>\hat{L}>\hat{X}$$

従って、その要素集約性が産業平均に等しい限り、公共財生産は magnification-effect に対して中立的である。また公的部門は労働と資本を中間的な集約性で吸収すると仮定しているため、 G の増加は X と Y の減少をもたらすことに留意せよ。さて上の議論とは逆に、要素賦存量が一定であるとすれば以下の解を得る。

$$\hat{X}=\{\hat{p}(\lambda_{23}\sigma_{1p}+\lambda_{13}\sigma_{2p})+\hat{G}|\lambda|_{23}\}/|\lambda|_{13}$$

$$\hat{Y}=-\{\hat{p}(\lambda_{21}\sigma_{1p}+\lambda_{11}\sigma_{2p})+\hat{G}|\lambda|\}/|\lambda|_{13}$$

但し、 $\sigma_{1p}\equiv\{\sigma_{1q}|\theta|+\lambda_{13}(E_{12}'+\theta_{22}E_{13}')\}/|\theta'|>0$ 、

$$\sigma_{2p}\equiv\{\sigma_{2q}|\theta|+\lambda_{23}(E_{21}'+\theta_{12}E_{23}')\}/|\theta'|>0$$

即ち、 σ_{ip} は σ_{iq} に対応している。

次に G の変化を計算しよう。まず下添字3で median-voter の Y に対する需要を表わすことにする。

$$\hat{G}=(\eta_p\hat{p}-\eta_i\hat{t}+\eta_l\hat{l})/\Delta_k'$$

但し、 $\Delta_k'\equiv\kappa_1(\eta'\zeta''+\eta''\zeta')+\kappa_2\eta_l+\kappa_3(\eta\zeta'+\eta'\zeta)>0$ 、

$$\eta_p\equiv\kappa_1(\zeta''-\eta_l)+\kappa_3\zeta>0, \quad \eta_l\equiv\eta\zeta''-\eta''\zeta>0,$$

$$\eta_i\equiv\kappa_1(\zeta''+\eta'')+\kappa_2\eta_l+\kappa_3(\eta+\zeta)>0,$$

ここで、median-voter の公共財に対する需要関数のゼロ次同次性より、 $\eta_p-\eta_l+\eta_i=0$ 、となる。また、

$$\eta''\equiv\eta_{13}-\eta_{23}>0, \quad \zeta\equiv\eta_{31}-\eta_{21}>0, \quad \zeta'\equiv\Delta_{32}-\eta_{22}>0,$$

$$\zeta''\equiv\eta_{23}-\eta_{33}>0.$$

即ちここでは公共財が上級財であり($\eta_l>0$)、第1私的財の粗代替財であり、($\eta_p>0$)、需要曲線が右下である($\eta_i>0$)ことが仮定されている。更に私的財に関する公共財の限界効用弾力性(η_{23} 、 η_{21})が私的財相互間の弾力性(η_{13} 、 η_{31})よりも小さいと仮定されている。この仮定より、 $\eta''>0$ と $\zeta>0$ を得る⁴⁹⁾。上式に median-voter の所得変化の表現を代入すれば、

49) ここで示されている公共財と各私的財の間関係は McLure(1971)と Krzyzaniak(1967)のモデルでは無視されている。McLure(1971)では分析の便宜のために、公共財は私的財に対する代替財でも補完財でもないと仮定されている。また Krzyzaniak(1967)では公的支出は 'complete-waste' であると仮定されている。しかしながら、Shoup(1969, p. 9)も指摘しているように、政府が供給する財貨サービスの特性を明示的に考慮し、その供給が私的財に対する需要にどのように影響を及ぼすかを考慮しない限り、均衡財政分析は真の一般均衡分析とはなり得ない。

$$\hat{G}=m_1'\hat{w}+m_2'(\hat{r}+\hat{K})-s_{g1}'\hat{t}+s_{gp}'\hat{p}$$

但し、 $m_i'\equiv\eta_l I_i/\Delta_k'>0(i=1,2)$ 、 $s_{g1}'\equiv\eta_l/\Delta_k'>0$ 、 $s_{gp}\equiv\eta_p/\Delta_k'>0$ 、 $m_1'+m_2'-s_{g1}'+s_{gp}=0$ 、即ち、 m_i' と s_{g1}' は即出の m_i と s_{g1} に対応し、 s_{gp} は第1私的財に関する median-voter の公共財需要の弾力性である。この式に、更に要素価格と税率の変化の関係を代入すると、

$$\hat{G}=m_2'\hat{K}+s_{g1}'\hat{L}+s_{gp}'\hat{p}$$

但し、 $s_{gp}'\equiv\{(\theta_{22}m_1'-\theta_{12}m_2')(E_{wp}-E_{rp})+s_{gp}(1-E_{qp})\}$ 、 $E_{wp}\equiv(\theta_{23}+\theta_{22}\theta_{33})/|\theta'|>0$ 、 $E_{rp}\equiv-(\theta_{13}+\theta_{12}\theta_{33})/|\theta'|<0$ 、 $E_{qp}\equiv|\theta|_{23}/|\theta'|>0$ 、

即ち E_{ip} は価格に関する賃金($i=w$)と利子($i=r$)と平均費用($i=q$)の偏弾力性である。ここで、前出の、median-voter の資本賦存量は平均以下であり、公的部門の資本投入は平均以上であるという仮定($K_m/L_m<K/L<K_2/L_2$ あるいは、 $K_m<K/L$ 及び $\lambda_{22}>\lambda_{12}$)は $\theta_{22}m_1'>\theta_{12}m_2'$ を導く。これらの仮定はまた、median-voter の労働の相対所得は公的部門の労働の相対所得よりも大きい($I_1/I_2>\theta_{12}/\theta_{22}$)、ことを意味する。また価格に関する magnification-effect より、 $E_{wp}>1>E_{qp}>0>E_{rp}$ であることを知っているから、 $(E_{wp}-E_{rp})>0$ 、及び $(1-E_{qp})>0$ を得る。以上より、median-voter の価格に関する公共財需要の全弾力性 s_{gp}' は正となる。このことは以下のように説明される。まず、第1私的財の価格(交易条件)の上昇は賃金を引上げ、利子率を引下げる($E_{wp}-E_{rp}>0$)。公共部門の要素費用の上昇は、労働(納税者)人口一定のもとで税率の変化に等しい。かくして、交易条件の上昇は median-voter の要素所得を上昇させる一方で、公共財の平均費用の上昇を通じ税負担を増加させ可処分所得を減少せしめる。しかしながら、median-voter の主な所得源が労働であり、その所得集約性は公共部門より大であるから($\theta_{22}m_1'>\theta_{12}m_2'$)、全体の効果としては正になる。最後に平均費用の上昇は交易条件の上昇よりも小であるから($E_{qp}<1$)、両者の上昇を通じての、純粋な代替効果もまた正となる、 $s_{gp}(1-E_{qp})>0$ 。いずれにしても、交易条件の上昇により、公共財に対する median-voter の需要は増加を示す。以上より最終的な結果は以下のようなになる。

$$\hat{X}=E_{x1}'\hat{L}+E_{x2}'\hat{K}+E_{x3}'\hat{p}, \quad \hat{Y}=E_{y1}\hat{L}+E_{y2}\hat{K}+E_{y3}\hat{p}$$

但し、 $E_{x1}'\equiv(\lambda_{23}-s_{g1}'|\lambda|_{23})/|\lambda|_{13}$ 、 $E_{x2}'\equiv-(\lambda_{13}+m_2'|\lambda|_{23})/|\lambda|_{13}<0$ 、 $E_{x3}'\equiv(\lambda_{23}\sigma_{1p}+\lambda_{13}\sigma_{2p}-s_{gp}'|\lambda|_{23})/|\lambda|_{13}$ 、 $E_{y1}\equiv-(\lambda_{21}+s_{g1}'|\lambda|_{13})<0$ 、 $E_{y2}\equiv(\lambda_{11}-m_2'|\lambda|)/|\lambda|_{13}>0$ 、 $E_{y3}\equiv-(\lambda_{21}\sigma_{1p}+\lambda_{11}\sigma_{2p}+s_{gp}'|\lambda|)/|\lambda|_{13}<0$ 。

労働賦存量の増加は、直接的な供給増加と間接的な需要変化の2つのルートを通じて労働市場に影響をもたらす。後者のルートは、労働所得増大と cost-spreading に始まり、median-voter の公共財の需要を増加させる。公共財は要素投入において中間的な集約性をもつため、最も労働集約的な第1私的財の変化は正の要素増大効果と負の公共財需要増大効果から、その方向は両効果の大小関係に依存する、 $(E_{x1}' \geq 0)$ 。最も資本集約的な第2私的財の場合は、両効果ともに負であるから、労働の増大により、必ず減少することになる、 $(E_{y1}' < 0)$ 。資本賦存量増大の効果も労働の場合と同様に2つの効果を持っている。1つは直接的な供給増大であり、もう1つは間接的な需要増大である。後者のルートは median-voter の資産増加に始まり、公共財の需要を増加せしめる。従って、その効果は第1私的財の場合は必ず負、 $(E_{x2}' < 0)$ 、となるが第2私的財の場合は不明である。しかし、median-voter の資本所得の割合 I_2 が十分に小さいとすれば、 $E_{y2}' > 0$ を得る。このときの十分条件は、 $I_2 \lambda_{22} \leq \kappa_2$ である。さて上式の右辺第3項は、生産可能性曲面上の代替効果と median-voter の公共財需要変化との2つの効果を持っている。交易条件の上昇は後者の効果を通じて常に両財生産に対して負の影響を与える。これは先に見たように、交易条件の上昇が median-voter の公共財に対する需要を増大させるからである。従って、第2私的財は交易条件の上昇により常に減少するが、第1私的財の生産は上昇するか下降するか不明である。それゆえ、第1私的財産業の関税による保護は、この産業をかえって悪化させることになるかも知れない。

次に比較優位を考察するために、両私的財に対する社会全体の需要を見ることにしよう。そこで全ての投票者の効用関数は同一で、両私的財に関し相似拡大的で、両私的財の限界代替率は公共財から独立であると仮定する。即ち、私的財の無差別曲線図の相似拡大性に加えて、私的財と公共財の間の効用の分離可能性を仮定する⁵⁰⁾。閉鎖経済下の社会の所得制約 I_s は次のように書ける。

$$I_s = pX + tGL + Y$$

従って社会の支出の変化は、

$$\hat{I}_s = \kappa_{1s}(\hat{p} + \hat{X}) + \kappa_{2s}(\hat{t} + \hat{G} + \hat{L}) + \kappa_{3s}\hat{Y}$$

但し、 $\sum_i \kappa_{is} = 1$ で、 κ_{is} は第 i 財の支出構成比である。

50) この仮定は本質的に McLure(1971) と Krzyzaniak(1967)におけるものと同一である。

公共財は与件として政府によって与えられるので、効用極大条件の変化は両私的財に対してのみ存在する。

即ち、

$$\hat{U}_x = \hat{U}_y + \hat{p}$$

但し、 $U_x \equiv \partial U_s / \partial X$, $U_y \equiv \partial U_s / \partial Y$, $\hat{U}_x = \eta_{xx}\hat{X} + \eta_{xy}\hat{Y} + \eta_{xg}\hat{G}$, $\hat{U}_y = \eta_{yx}\hat{X} + \eta_{yy}\hat{Y} + \eta_{yg}\hat{G}$, $\eta_{ij} \equiv JU_{ij} / U_i$ 。

上の2本の変化率の式より、 \hat{X} と \hat{Y} を求めると、

$$\hat{X} = \{ \eta_s' \hat{I}_s - (\eta_s' \kappa_{1s} + \kappa_{3s}) \hat{p} - \eta_s' \kappa_{2s} (\hat{t} + \hat{L}) - (\eta_s' \kappa_{2s} + \eta_s'' \kappa_{3s}) \hat{G} \} / \Delta_{\kappa s}$$

$$\hat{Y} = \{ \eta_s' \hat{I}_s + \kappa_{1s} (1 - \eta_s) \hat{p} - \eta_s' \kappa_{2s} (\hat{t} + \hat{L}) - (\eta_s' \kappa_{2s} - \eta_s'' \kappa_{1s}) \hat{G} \} / \Delta_{\kappa s}$$

但し、 $\Delta_{\kappa s} \equiv \eta_s' \kappa_{1s} + \eta_s' \kappa_{3s} > 0$, $\eta_s \equiv \eta_{yx} - \eta_{xx} = \widehat{MRS}_{yx} / \hat{X} > 0$, $\eta_s' \equiv \eta_{xy} - \eta_{yy} = \widehat{MRS}_{xy} / \hat{Y} > 0$, $\eta_s'' \equiv \eta_{yg} = \eta_{xg} = \widehat{MRS}_{yx} / \hat{G} = 0$ 。

即ち、 η_s'' は公共財に関する両私的財の限界代替率の弾力性で仮定によりゼロとなる。次に上式の差をとれば、両私的財に対する社会的需要の変化率の差は、

$$\hat{Y} - \hat{X} = \sigma_D \hat{p}$$

となる。但し、 $\sigma_D \equiv 1 / \eta_s$ 、及び $\eta_s' = \eta_s$ 、即ち、効用関数が両私的財に関して相似拡大的であるという仮定を用いている。かくして、 X と Y の社会全体の需要量の比は、相対価格 p のみに依存する。以上の仮定から、需要サイドにおける両私的財の代替の弾力性 σ_D が定義される。以上より、閉鎖経済における相対価格の変化は次のように与えられる。

$$\hat{p} = (\sigma_{pK} \hat{K} - \sigma_{pL} \hat{L}) / |\lambda|_{13} (\sigma_D + \sigma_s)$$

但し、 $\sigma_{pK} \equiv \lambda_{11} + \lambda_{13} + (\lambda_{12} - \lambda_{22}) m_2'$ 、

$$\sigma_{pL} \equiv \lambda_{21} + \lambda_{23} + (\lambda_{22} - \lambda_{12}) s_{g1}'$$

$$\sigma_s \equiv E_{x3}' - E_{y3} = \{ (\lambda_{21} + \lambda_{23}) \sigma_{1p} + (\lambda_{11} + \lambda_{12}) \sigma_{2p} + (\lambda_{22} - \lambda_{12}) s_{gp}' \} / |\lambda|_{13}$$

この式より、 $\lambda_{22} = \lambda_{12}$ であるならば、即ち公的部門の要素集約性が産業平均に等しければ、既出の仮定のもとで、Heckscher (1919)—Ohlin (1933)—Samuelson (1948, 1949) 定理を確認することができる。

既に見たように median-voter の公共財に対する需要は究極的に両要素賦存量と交易条件に依存する。

$$G = G(K, L, p, \omega)$$

但し、 ω はシフトパラメータである。従って、

$$\hat{G} = m_2' \hat{K} + s_{g1}' \hat{L} + s_{gp}' \hat{p} + s_{g\omega} \hat{\omega}$$

但し、 $s_{g\omega} = (\partial G / \partial \omega) (\omega / G) > 0$ と定義する。そこで要素賦存量に変化がないものとするれば、

$$\hat{p} = (\lambda_{12} - \lambda_{22}) s_{g\omega} \hat{\omega} / |\lambda|_{13} (\sigma_D + \sigma_s)$$

となる。ゆえに、 $\lambda_{22} > \lambda_{12}$ かつ median-voter の公共財需要が上方にシフトすれば、第1私的財の価格は下

落する。結論として、ある国における median-voter の公共財需要が他の条件は同一として、公共財に対する強い選好かあるいは所得分布（または資本賦存量の分布）の相違により、他の国よりも大であれば、この国は第1私的財に比較優位を持つと言える。しかしながら、かりに $\lambda_{12} = \lambda_{22}$ であるならば、先と同様に両国の median-voter の公共財に対する需要のシフトパラメータの相違は比較優位に対し何の影響も与えない。

最後に交易条件と要素賦存量の変化につれてある国がより大きな政府を持つための条件を検討しよう。公共部門の民間部門に対する相対構成比の変化は以下のように与えられる。

$$(\hat{G} + \hat{q}) - (\hat{X} + \hat{Y} + \hat{p}) = R_p \hat{p} + R_l \hat{L} + R_k \hat{K}$$

但し、 $R_p \equiv (E_{qp} - 1) + \{s_{gp}'(|\lambda| + |\lambda|_{13} + |\lambda|_{23}) + (\lambda_{21} - \lambda_{23})\sigma_{1p} + (\lambda_{11} - \lambda_{13})\sigma_{2p}\} / |\lambda|_{13}$,

$R_l \equiv \{m_2'(|\lambda| + |\lambda|_{13} + |\lambda|_{23}) + (\lambda_{13} - \lambda_{11})\} / |\lambda|_{13}$,

$R_k \equiv \{s_{gt}'(|\lambda| + |\lambda|_{13} + |\lambda|_{23}) + (\lambda_{21} - \lambda_{23})\} / |\lambda|_{13}$,

即ち、交易条件効果は3つの部分からなり、第1は直接的な価格効果で、 $(E_{qp} - 1) < 0$ 、第2は公共財に対する需要効果で、 $s_{gp}'(|\lambda| + |\lambda|_{13} + |\lambda|_{23}) / |\lambda|_{13} > 0$ 、第3は生産可能性曲面上の代替効果で、

$$\{(\lambda_{21} - \lambda_{23})\sigma_{1p} + (\lambda_{11} - \lambda_{13})\sigma_{2p}\} / |\lambda|_{13}$$

となっている。最後の効果は両私的財の要素市場における相対ウェイトに依存しており、かりに第1私的財部門が第2私的財部門より大きな産業であるとすれば、この効果は正となる。逆は逆である。ゆえに、交易条件効果の符号は確定しない。

要素賦存量の効果は2つに分けられる。1つは公共財に対する需要効果で、もう1つは Rybczynski (1955)効果である。前者は常に正であるが、後者は不確定で各要素市場における各財のウェイトに依存する。結論として、いずれの効果においても公共財に対する需要効果が支配的であるとすれば、交易条件の上昇と要素賦存量の増大とは公共部門のウェイトを拡大させる。従って、要素賦存量において大きな国は大きな政府をもつ傾向があると言える。かりにここでのモデルに Wagner 法則が適用されるとするならば、 R_l と R_k は、交易条件不変のもとでいずれも正となる⁵¹⁾。

References

1. Aaron, H. J. and M. McGuire, 1970, Public goods and income distribution, *Econometrica* 38, 907-920.
2. Aaron, H. J. and J. A. Pechman, eds., 1981, *How taxes affect economic behavior* (Brookings Institution, Washington, D. C.).
3. Arrow, K. J. and T. Scitovsky, eds., 1969, *Readings in welfare economics* (Richard D. Irwin, Inc., Homewood, Illinois).
4. Atkinson, A. B., On 1970, the measurement of inequality, *Journal of Economic Theory* 2, 244-263.
5. Atkinson, A. B., 1973, How progressive should income-tax be?, in Parkin (1973), 90-109.
6. Atkinson, A. B. and J. E. Stiglitz, 1980, *Lectures on public economics* (McGraw-Hill Book Company, New York).
7. Bailey, M. J., 1971, *National income and the price level: A study in macroeconomics theory: 2nd ed.* (McGraw-Hill Book Company, New York).
8. Barro, R. J., 1981, Output effects of government purchases, *Journal of Political Economy* 89, 1086-1121.
9. Barro, R. J., 1981, *Money, expectations, and business cycles: Essays in macroeconomics* (Academic press, New York).
10. Barro, R. J., 1984, *Macroeconomics* (John Wiley and Sons, Inc., New York).
11. Barro, R. J., and D. B. Gordon, 1983, Rules, discretion and reputation in a model of monetary policy, *Journal of Monetary Economics* 12, 101-121.
12. Barzel, Y., 1969, Two propositions on the optimum level of producing collective goods, *Public Choice* 6, 31-37.
13. Baumol, W. J., 1972, On taxation and the control of externalities, *American Economic Review* 62, 307-322.
14. Bergstrom, T. C. and R. P. Goodman, 1973, Private demands for public goods, *American Economic Review* 63, 280-296.

51) Wagner 法則については Wagner(1883, pp. 4-16, 69-76), Martin-Lewis(1956), Pryor(1968, pp. 50-53, 451-454)及び Musgrave(1966, ch. 3)等を参照。

15. Berliant, M. C., 1985, *The basic definitions of public finance* (handout).
16. Bhagwati, J. N., ed., 1969, *Internatinal trade* (Penguin, Baltimore).
17. Bhagwati, J. N., ed., 1981, *Internatinal trade: Selected readings* (The M. I. T. Press, Cambridge, Massachusetts).
18. Black, D., 1948, On the rationale of group decision making, *Journal of Political Economy* 56, 23-34; reprinted in Arrow and Scitovsky (1969), 133-146.
19. Borcharding, T. E., and R. T. Deacon, 1972, The demand for the services of non-federal governments, *American Economic Review* 62, 891-900.
20. Bradford, D. F. and W. E. Oates, 1971 a, Towards a predictive theory of intergovernmental grants, *American Economic Review* 61, 440-448.
21. Bradford, D. F. and W. E. Oates, 1971 b, The analysis of revenue-sharing in a new approach to collective fiscal decisions, *Quarterly Journal of Economics* 85, 416-439.
22. Buchanan, J., 1965, An economic theory of clubs, *Economica* 32, 1-14.
23. Caves, R. E. and H. G. Johnson, eds., 1968, *Readings in internatinal economics* (Richard D. Irwin, Homewood, Illinois).
24. Clarke, E., 1971, Multipart pricing of public goods, *Public Choice* 11, 17-33.
25. Dalton, H., 1920, The measurement of the inequality of incomes, *Economic Journal* 30, 348-361.
26. Ellis, H. S. and L. A. Metzler, eds., 1949, *Readings in the theory of international trade* (Richard D. Irwin, Homewood, Illinois).
27. Enelow, J. M. and M. J. Hinich, 1984, *The spatial theory of voting: An introduction* (Cambridge University Press, Cambridge).
28. Fair, R. C., 1971, The optimal distribution of income, *Quarterly Journal of Economics* 85, 551-579.
29. Foley, D., 1967, Resource allocation and the public sector, *Yale Economic Essays* 7, 45-98.
30. Foley, D., 1970, Lindahl's solution and the core of an economy with public goods, *Economica* 38, 66-72.
31. Frenkel, J. A., ed., 1986, *NBER conference volume on the international aspects of fiscal policies* (National Bureau of Economic Research, Cambridge, Massachusetts).
32. Frey, B. S. and F. Schneider, 1978 a, A politico-economic model of the United Kingdom, *Economic Journal* 88, 243-253.
33. Frey, B. S. and F. Schneider, 1978 b, An empirical study of politico-economic interaction in the United States, *Review of Economics and Statistics* 60, 174-183.
34. Frey, B. S. and F. Schneider, 1979, An econometric model with an endogenous government sector, *Public Choice* 34, 29-43.
35. Gevers, L. and S. Proost, 1978, Some effects of taxation and collective goods in postwar America, *Journal of Public Economics* 9, 115-137.
36. Groves, T. and J. Ledyard, 1977, Optimal allocation of public goods: A solution to the 'free-rider' problem, *Econometrica* 45, 783-809.
37. Harberger, A. C., 1962, The incidence of the corporation income tax, *Journal of Political Economy* 70, 215-240.
38. Hariss, M. and R. M. Townsend, 1981, Resource allocation under asymmetric information, *Econometrica* 49, 33-64.
39. Hauseman, J. A. 1981, Labor supply, in Aaron and Pechman (1981), 27-83.
40. Heckscher, E., 1919, The effect of foreign trade on the distribution of income, *Economisk Tidskrift* 21, 497-512; reprinted as Chapter 13 in Ellis and Metzler (1949), 272-300.
41. Hochman, H. and J. Rodgers, 1969, Pareto optimal redistribution, *American Economic Review* 59, 542-557.
42. Hyman, D. N., 1983, *Public finance: A contemporary application of theory of policy* (The Dryden Press, Chicago, Illinois).

43. Inman, R. P., 1978, Testing political economy's 'as if' proposition: Is the median income voter really decisive?, *Public Choice* 33, 45-65.
44. Inman, R. P., and D. L. Rubinfeld, 1979, The judicial pursuit of local fiscal equity, *Harvard Law Review* 92, 1662-1750.
45. Jones, R. W., 1965, The structure of simple general equilibrium model, *Journal of Political Economy* 73, 557-572: reprinted as Chapter 4 in Jones (1979), 57-78, and as Chapter 3 in Bhagwati (1981), 30-49.
46. Jones, R. W. and J. A. Scheinkman, 1977, The relevance of the two-sector production model in trade theory, *Journal of Political Economy* 85, 909-935.
47. Jones, R. W., 1979, *International trade: Essays in theory* (North-Holland, Amsterdam).
48. Jones, R. W. and S. T. Easton, 1983, Factor intensities and factor substitution in general equilibrium, *Journal of International Economics* 15, 65-99.
49. Kohli, U., 1985, Technology and public goods, *Journal of Public Economics* 26, 379-400.
50. Krzyzaniak, M., 1967, The long-run burden of a general tax on profits in a neoclassical world, *Public Finance* 22, 472-491.
51. Lindahl, E., 1919, Positive Lösung, Die Gerechtigkeit der Besteuerung (Lund); translated as: Just taxation - a positive solution, in Musgrave and Peacock (1958), 168-176.
52. Lovell, M. C., 1978, Spending for education: The exercise of public choice, *Review of Economics and Statistics* 60, 487-495.
53. McLure, C. E. Jr., 1971, The theory of tax incidence with imperfect factor mobility, *Finanzarchiv* 30, 27-48.
54. McLure, C. E. Jr., 1974, A diagrammatic exposition of the Harberger model with one immobile factor, *Journal of Political Economy* 82, 56-82.
55. McLure, C.E.Jr., 1975, General equilibrium incidence analysis: The Harberger model after ten years, *Journal of Public Economics* 4, 125-161.
56. Malinvaud, E., 1971, A planning approach to the public good problem, *Swedish Journal of Economics* 11, 96-112.
57. Manning, R. and J. McMillan, 1979, Public intermediate goods, production possibilities, and international trade, *Canadian Journal of Economics* 12, 243-257.
58. Margolis, J. and H. Guitton, eds, 1967, *Public economics: An analysis of public production and consumption and their relations to the private sectors: Proceedings of a conference held by the International Economic Association* (Macmillan, London).
59. Martin, A. and W.A. Lewis, 1956, Patterns of public revenue and expenditure, *The Manchester School of Economic and Social Studies* 24, 203-244.
60. Milleron, J-C., 1972, Theory of value with public goods: A survey chapter, *Journal of Economic Theory* 5, 419-477.
61. Mirrlees, J.A., 1971, An explanation in the theory of optimum income taxation, *Review of Economic Studies* 38, 175-208.
62. Mueller, D.C., 1976, Public choice: A survey, *Journal of Economic Literature* 14, 396-433.
63. Mueller, D.C., 1979, *Public choice* (Cambridge University Press, Cambridge).
64. Musgrave, R.A. and T. Thin, 1948, Income tax progression: 1929-1948, *Journal of Political Economy* 56, 498-514.
65. Musgrave, R. A. and A. T. Peacock, eds., 1958, *Classics in the theory of public finance* (Macmillan, London).
66. Musgrave, R. A., 1969, *Fiscal systems* (Yale University Press, New Haven, Connecticut).
67. Musgrave, R. A., and P.B. Musgrave, 1984, *Public finance in theory and practice, 4th edn.* (McGraw-Hill, New York).
68. Myerson, 1979, Incentive compatibility and the bargaining problem, *Econometrica* 47,

- 61-74.
69. Oates, W. E., 1972, *Fiscal federalism* (Harcourt Brace Javanovich, New York).
70. Oates, W. E., ed., 1975, *Financing the new federalism: Revenue sharing, conditional grants, and taxation* (The Johns Hopkins University Press, Baltimore).
71. Oates, W. E., 1975, "Automatic" increases in tax revenues—The effect on the size of the public budget, in Oates(1975), 139-160.
72. Ohlin, B. G., 1933, *Interregional and international trade* (Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts); revised in 1967.
73. Paglin, M. and M. Fogarty, 1972, Equity and the property tax: A new conceptual focus, *National Tax Journal* 25, 557-565.
74. Parkin, M., ed., 1973, *Essays in modern economics* (Longman, London).
75. Pigou, A. C., 1947, *A study in public finance, 3rd edn.* (Macmillan, London).
76. Plott, C. R., 1967. A notion of equilibrium and its possibility under majority rule, *American Economic Review* 57, 787-806.
77. Pommerehne, W. W. and F. Schneider, 1978, Fiscal illusion, political institutions, and local public spending, *Kyklos* 31, 381-408.
78. Pryor, F., 1968, *Public expenditures in communist and capitalist nations* (Richard D. Irwin, Homewood, Illinois).
79. Roberts, D. J., 1974, The Lindahl solution for economics with public goods, *Journal of Public Economics* 3, 23-42.
80. Romer, T. and H. Rosenthal, 1979, The elusive median voter, *Journal of Public Economics* 12, 143-170.
81. Rothenberg, T. J., and K. R. Smith, 1971, The effect of uncertainty on resource allocation in a general equilibrium model, *Quarterly Journal of Economics* 85, 440-453.
82. Rothschild, M. and J. E. Stiglitz, 1970, Increasing risk I: A definition, *Journal of Economic Theory* 2, 225-243.
83. Rubinfeld, D. L., Voting in a local school election: A micro analysis, *Review of Economics and Statistics* 59, 30-42.
84. Rybczynski, T. M., 1955, Factor endowments and relative commodity prices, *Economica* 22, 336-341; reprinted in Caves and Johnson (1968), 72-77.
85. Samuelson, P. A., 1948, International trade and the equalisation of factor prices, *Economic Journal* 58, 163-184; reprinted in Stiglitz (1966), 847-868.
86. Samuelson, P. A., 1949, International factor-price equalisation once again, *Economic Journal* 59, 181-197; reprinted in Stiglitz (1966), 869-885, Caves and Johnson (1968), 58-71, and Bhagwati (1981), 3-16.
87. Samuelson, P. A., 1954, The pure theory of public expenditure, *Review of Economics and Statistics* 36, 387-389.
88. Samuelson, P. A., 1969, Pure theory of public expenditures and taxation, in Margolis and Guitton (1969), 98-123; reprinted in Stiglitz (1972), 492-517.
89. Shin, K., 1969, International difference in tax ratio, *Review of Economics and Statistics* 51, 213-220.
90. Shonp, C. S., 1969, *Public finance* (Aldine, Chicago, Illinois).
91. Starrett, D. A., 1972, Fundamental non-convexities in the theory of externalities, *Journal of Economic Theory* 4, 180-199.
92. Stiglitz, J. E., ed., 1966, *The collective scientific papers of Paul A. Samuelson: Volume II* (The M. I. T. Press, Cambridge, Massachusetts).
93. Stiglitz, J. E., ed., 1972, *The collective scientific papers of Paul A. Samuelson: Volume III* (The M. I. T. Press, Cambridge, Massachusetts).
94. Stiglitz, J. E., 1982, Utilitarianism and horizontal equity, *Journal of Public Economics* 18, 1-33.
95. Stochman, A. C., 1986, Fiscal policies and international financial markets, in Frenkel (1986).

96. Stolper, W. and P. A. Samuelson, 1941, Protection and real wages, *Review of Economic Studies* 9, 58-73; reprinted in Ellis and Metzler (1949), 333-357, Stiglitz (1966), 831-846, and Bhagwati (1969).
97. Tawada, M. and H. Okamoto, 1983, International trade with a public intermediate good, *Journal of International Economics* 15, 101-115.
98. Tresch, R. W., 1981, *Public finance: A normative theory* (Business publication, Inc., Texas).
99. Tullock, G., 1967, *Towards a mathematics of politics* (The University of Michigan Press, Ann Arbor).
100. Tullock, G., 1969, Social cost and government action, *American Economic Review* 59, 189-197.
101. Wagner, A., 1883, *Finanzwissenschaft*, 3rd edn., (C. F., Winter, Leipzig); translated and extracted (part I, pp. 4-16, 66-76) as: Three extracts on public finance, in Musgrave and Peacock (1958), 1-16.
102. Walker, M., 1981, A simple incentive compatible scheme for attaining Lindahl allocations, *Econometrica* 49, 65-71.
103. Young, L., 1984, Uncertainty and the theory of international trade in long-run equilibrium, *Journal of Economic Theory* 32, 67-92.

[杏林大学]