

Title	倉庫立地モデルの構造と特性
Sub Title	The Structures and Characteristics of the Models for Locating Warehouses
Author	池尾, 恭一(Ikeo, Kyoichi)
Publisher	
Publication year	1977
Jtitle	三田商学研究 (Mita business review). Vol.20, No.2 (1977. 6) ,p.61- 79
JaLC DOI	
Abstract	
Notes	
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234698-19770630-04051040

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the KeiO Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

倉庫立地モデルの構造と特性

池 尾 恭 一

1. はじめに

生産と消費の間に物的流通システムが介在する根拠は、基本的には、両者間の空間的分離と時間的分離にある。空間的分離があるからこそ、輸送活動によって場所的効用が創出される。また、時間的分離があるからこそ、保管活動によって時間的効用が創出される。したがって、物的流通システムは、この2つの分離にもとづく場所的効用と時間的効用をより効率的に創出すべく、計画・管理されなければならない。

かかる物的流通システムのパフォーマンスは、輸送活動と保管活動、およびこの2つの活動を支援する荷役や情報処理といった活動のパフォーマンスに依存する。ところが、これらの活動のパフォーマンスは、さらに、物的流通システムの構造に大きく依存する。物的流通システムの構造は、工場→倉庫→顧客といった物的流通チャネルを想定し、工場と顧客を所与と考えれば、倉庫の数や立地や規模によって規定される。つまり、この場合、物的流通システムのパフォーマンスは、制約条件としての倉庫立地パターンによって、上限を課せられる。ここに、倉庫立地パターン決定の重要性がある。

このような倉庫立地パターン決定の問題は従来から大きな関心を浴び、その結果、いくつかの倉庫立地モデルが開発されてきた。しかしながら、これらのモデルはいずれもいまだに不完全であるし、また、あらゆる面で他のモデルより優れているというのも見当らない。それゆえ、これらのモデルを適用するにあたっては、個々の状況にもっとも適したモデルを選択しなければならない。そのためには、まず、個々のモデルの構造と特性を理解する必要がある。また、この面での努力は、同時に今後のモデル開発の方向をも示唆する。こうした認識から、本稿では、今日一般的な倉庫立地モデルの3つのタイプ、すなわち、数値解析モデル、シミュレーション・モデル、ヒューリスティック・モデルが取りあげられ、それぞれにおける代表的な個別モデルの検討を通して、各タイプのモデルの構造の吟味と特性の分析が行われる。

2. 数値解析モデル

物的流通管理論における倉庫立地モデルとは、基本的には、立地主体にとってもっとも好ましい倉庫立地のパターンを示そうとするものである。この際、立地を決定すべき倉庫がひとつならば、倉庫の立地を示すことによってモデルは完結する。ところが、本稿で取りあげるモデルは、いずれも複数倉庫の立地決定を問題する。そのため、これらのモデルでは、各倉庫の立地に加えて、倉庫の数や各倉庫への顧客の割り当てなどが合わせて決定されなければならない。

倉庫立地モデルは、さらにそれが選択の対象とする代替立地点の数によって、無限代替立地点モデルと有限代替立地点モデルに大別される。前者は地図上に存在する無限の地点のなかから倉庫の立地を選択するのにたいし、後者では、あらかじめ代替的な立地点が設定され、そのなかから立地が決定される。数値解析モデルは、このうち、前者の無限代替立地点モデルに含まれる。

(注1)

数値解析モデルは、単一倉庫立地決定のためのトン・マイル・センター法の拡張だと考えられて
(注2)
よい。つまり、そこでは、偏導関数を用いた最適化手法によって、解の導出がはかられる。

いま、単一の工場と n の顧客が座標平面上にあたえられているとしよう。記号を以下のとく定める。

TC : 総費用

α_j : 顧客 j への輸送に関するトン・キロメートル当たりの運賃率

w_{ij} : 倉庫 i から顧客 j への輸送量

δ_{ij} : 顧客 j が倉庫 i から供給を受ける時には1, そうでない時には0となる変数

x_i : 倉庫 i の x 座標

y_i : 倉庫 i の y 座標

x_j : 顧客 j の x 座標

y_j : 顧客 j の y 座標

d_{ij} : 倉庫 i から顧客 j までの輸送距離。したがって、直線輸送の仮定を導入すれば、

$$d_{ij} = \left\{ (x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}$$

(注1) トン・マイル・センター法については、拙稿、「倉庫立地決定への物的流通アプローチ」、慶應ビジネス・フォーラム、第18号、1976年、pp. 86-87参照。

(注2) ここで示すモデルは、S. Eilon, C. D. T. Watson-Gandy, N. Christofides によって提示された一連のモデルを、われわれが整理・修正したものである。

cf. S. Eilon, C. D. T. Watson-Gandy, and N. Christofides, "Distribution Management: Mathematical Modelling and Practical Analysis", 1972, Griffin, pp. 58-87.

また、この他にも、L. Cooper によって類似したモデルが開発されている。

L. Cooper, "Location-Allocation Problems", Operations Research, Vol. 11, (May-June, 1963), pp. 331-343.

が得られる。

β : 工場から倉庫への輸送に関するトン・キロメートル当たりの運賃率

x_0 : 工場の x 座標

y_0 : 工場の y 座標

d_{0i} : 工場から倉庫 i までの輸送距離。したがって、直線輸送の仮定を導入すれば、

$$d_{0i} = \sqrt{(x_0 - x_i)^2 + (y_0 - y_i)^2}$$

が得られる。

F_i : 倉庫 i での倉庫運営費

W_i : 倉庫 i の取り扱い量

φ_i : $W_i > 0$ の時には 1, $W_i = 0$ の時には 0 となる変数

さて、倉庫立地モデルで取り扱われる費用は、大別すれば、以下の 3 つの要素から構成される。

(1) 倉庫から顧客までの輸送費 (以下 C_1 とする)

(2) 工場から倉庫までの輸送費 (以下 C_2 とする)

(3) 倉庫運営費 (以下 C_3 とする)

まず、倉庫から顧客までの輸送費 C_1 は、個々の輸送の費用がそれぞれの輸送量と輸送距離の 1 次関数だとすれば、

$$C_1 = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \alpha_j w_{ij} d_{ij} \quad (1)$$

によってあらわされる。ところが、倉庫の能力についての制約がなく、取り扱われる品目が单一であるならば、各顧客はそれぞれもっとも有利な倉庫からのみ供給を受ける。その結果、 w_{ij} は顧客 j の総需要量 w_j と一致し、

(1)式は、

$$C_1 = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \alpha_j w_j d_{ij} \delta_{ij} \quad (2)$$

と書き換えられる。

そこで、いま、倉庫数 m を所与とし、 C_2 と C_3 を無視すれば、以下のアルゴリズムによって、各倉庫の立地、各倉庫への顧客の割り当て、各倉庫の規模を求めることができる。すなわち、最初に、あたえられた数の倉庫それぞれについて初期立地を選択する。つぎに、かかる倉庫の立地のもとで、 C_1 が最小になるべく各倉庫へ顧客を割り当てる。顧客の割り当ては、この場合には、単純に距離にもとづいて行われる。つまり、各顧客は最短距離にある倉庫へ割り当たられる。顧客の割り当てが決まれば、問題は m 個の単一立地決定となるため、(2)式を x_i, y_i のそれぞれについて偏微分し

てゼロとおき、

$$\frac{\partial C_1}{\partial x_i} = \sum_{j=1}^n \alpha_j w_j \frac{x_i - x_j}{d_{ij}} \delta_{ij} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial C_1}{\partial y_i} = \sum_{j=1}^n \alpha_j w_j \frac{y_i - y_j}{d_{ij}} \delta_{ij} = 0 \quad (4)$$

さらに、変形して、

$$x_i = \frac{\sum_{j=1}^n \alpha_j w_j x_j \delta_{ij}}{\sum_{j=1}^n \alpha_j w_j \delta_{ij}} \quad (5)$$

$$y_i = \frac{\sum_{j=1}^n \alpha_j w_j y_j \delta_{ij}}{\sum_{j=1}^n \alpha_j w_j \delta_{ij}} \quad (6)$$

を得る。しかし、(5)式と(6)式から x_i と y_i を求めるためには、逐次近似法の適用が必要である。逐次近似法を適用するにあたっては、目的関数が狭義凸関数でなければならないが、

$$C_1 = \sum_{j=1}^n \alpha_j w_j d_{ij} \quad (7)$$

が狭義凸関数であることはすでに F. P. Palermo 等によって証明されており、(2)式が(7)式を単純に m 個合計したものであることを考えれば、この条件が満たされていることは容易に理解できる。

ところが、(5)式と(6)式から得られた解は、初期立地にもとづく顧客割り当てのなかでの最適解にすぎない。初期立地が任意に決められている以上、それをもとにした顧客の割り当てが最適な割り当てである保証はない。そのため、(5)式と(6)式から得られた解をもとに再び顧客の割り当てを行い、その割り当てのなかで、さらに(5)式と(6)式を適用する必要がある。この手続きは順次得られる解に改善がなくなるまで繰り返し行われなければならない。

しかしながら、こうして得られた x_i と y_i も、必ずしも(2)式を最適化する解だとはいえない。というのは、いかに反復手続きが行われようと、この手続きで得られる解はその前の段階の顧客割り当てに依存し、この割り当ては究極的には初期立地に依存するからである。もし割り当てが所与であるならば、(5)式と(6)式によってユニークな最適解を得ることができる。だが、初期立地によって

(注3) F. P. Palermo, "A Network Minimization Problem," IBM Journal of Research and Development, Vol. 5, (October, 1961), pp. 335-337.

H. W. Kuhn and R. E. Kuenne, "An Efficient Algorithm for the Numerical Solution of the Generalized Weber Problem in Spatial Economics," Journal of Regional Science, Vol. 4, (Winter, 1962), p. 25.

様々な割り当てパターンが考えられる以上、最終的な解は選択された初期立地に依存するとみなければならぬ。しかも、初期立地と最終的な解との間の明確な関連は、今日までのところではみい出されていない。^(注4)したがって、このモデルによってよりよい解を得るために、相当数の初期立地について解を求め、そのなかでもっとも好ましい解を選択するという手続きが踏まれなければならない。

倉庫立地モデルで取り扱われる第2の費用要素は、工場から倉庫までの輸送費 C_2 であった。 C_2 についても、個々の輸送の費用がそれぞれの輸送量と輸送距離の1次関数だとすれば、

$$C_2 = \sum_{i=1}^m \beta W_i d_{0i} \quad (8)$$

が成り立つ。そこで、この C_2 を費用関数に組み込めば、(2)式は、

$$C_1 + C_2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \alpha_j w_j d_{ij} \delta_{ij} + \sum_{i=1}^m \beta W_i d_{0i} \quad (9)$$

と書き直される。その結果、解導出のためのアルゴリズムにも若干の変更が必要になる。

第1に、顧客割り当ての方法が変えられなければならない。すなわち、 C_2 が考慮に入れられる以上、顧客は最短距離にある倉庫に割り当たられるのではなく、単位当たりの輸送費

$$\alpha_j d_{ij} + \beta d_{0i}$$

が最小になる倉庫へ割り当たられなければならない。

第2に、費用関数の拡張にともない、(5)式と(6)式も拡張されなければならない。つまり、(9)式を x_i と y_i のそれぞれについて偏微分してゼロとおき、

$$\frac{\partial(C_1 + C_2)}{\partial x_i} = \sum_{j=1}^n \alpha_j w_j \frac{x_i - x_j}{d_{ij}} \delta_{ij} + \beta W_i \frac{x_0 - x_i}{d_{0i}} = 0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial(C_1 + C_2)}{\partial y_i} = \sum_{j=1}^n \alpha_j w_j \frac{y_i - y_j}{d_{ij}} \delta_{ij} + \beta W_i \frac{y_0 - y_i}{d_{0i}} = 0 \quad (11)$$

さらに、変形して、

$$x_i = \frac{\sum_{j=1}^n \alpha_j w_j x_j \delta_{ij} + \beta W_i x_0}{\sum_{j=1}^n \alpha_j w_j \delta_{ij} + \beta W_i} \quad (12)$$

(注4) 初期立地の選択に関して、Cooper はヒューリスティックな方法を提示している。しかし、この方法はきわめて煩雑であり、しかも、各顧客の需要量にバラツキがある場合には適用できない。
L. Cooper, op. cit., pp. 331-343.

$$y_i = \frac{\sum_{j=1}^n \frac{\alpha_j w_j y_j \delta_{ij}}{d_{ij}} + \frac{\beta W_i y_0}{d_{0i}}}{\sum_{j=1}^n \frac{\alpha_j w_j \delta_{ij}}{d_{ij}} + \frac{\beta W_i}{d_{0i}}} \quad (13)$$

を得る。(5)式と(6)式はこの(12)式と(13)式によってそれぞれ置き換えられなければならない。

C_1 に関する先のアルゴリズムは、この2つの処置によって、 C_1+C_2 のケースに拡張することができる。

しかし、倉庫立地モデルは、 C_1 と C_2 を考慮した倉庫立地パターンを示すだけで完結するわけではない。立地モデルはさらに、倉庫運営費用 C_3 をも斟酌しなければならない。倉庫数の決定は、この費用要素を含めることによって可能になる。

いま、各倉庫の費用構造が共通であり、倉庫 i の運営費用が、

$$F_i = a + bW_i + C\sqrt{W_i} \quad (14)$$

であらわされるとしよう。 (14) 式において、右辺第1項と第2項はそれぞれ固定費部分と変動費部分を、また、第3項は規模の経済性の効果を示している。 (14) 式が倉庫 i の運営費用をあらわすならば、 C_3 は明らかに $\sum_{i=1}^m F_i \varphi_i$ であり、その結果、総費用は、

$$\begin{aligned} TC &= C_1 + C_2 + C_3 \\ &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \alpha_j w_j d_{ij} \delta_{ij} + \sum_{i=1}^m \beta W_i d_{0i} + \sum_{i=1}^m (a + bW_i + C\sqrt{W_i}) \varphi_i \end{aligned} \quad (15)$$

によって示される。 (15) 式において、右辺第3項は倉庫の立地からは影響を受けない。したがって、この場合は、顧客割り当ての方法を再度修正するだけで、 C_1+C_2 のアルゴリズムがそのまま適用できる。

新たな顧客割り当ての基準においては、 C_3 が考慮に入れられるため、顧客は、総費用の限界値、

$$\frac{\partial TC}{\partial w_j} = \alpha_j d_{ij} + \beta d_{0i} + b + \frac{C}{2\sqrt{W_i}} \quad (16)$$

$$(ただし, \quad W_i = \sum_{j=1}^n w_j \delta_{ij})$$

が最小である倉庫へ割り当たられる。 (16) 式において、 b はあらゆる倉庫について共通であるから捨象されてよい。また、初期立地のもとでは、 W_i が未知であるから、割り当ては $\alpha_j d_{ij} + \beta d_{0i}$ によって行われる。だが、その後の反復計算過程では、前の段階で得られた W_i が (16) 式に代入される。

しかしながら、こうして得られた解のもとでの総費用は、最初にあたえられた倉庫の数により変化を示す。そのため、解の導出プロセスに、さらにドロップ・ルーティンが組み込まれなければならない。倉庫立地パターン決定のためのアルゴリズムは、このドロップ・ルーティンの導入によっ

て完結する。以下は、こうしたアルゴリズムをまとめたものである。

- ① 予想される最終的な倉庫数を上回る倉庫数を定め、それについて初期立地を選定する。
- ② $\alpha_j d_{ij} + \beta d_{0j}$ 最小を基礎に顧客を各倉庫へ割り当てる。
- ③ W_i を算定し、ついで、(12)式と(13)式により新たな立地を求める。
- ④ $\partial TC / \partial w_i$ 最小を基礎に顧客を各倉庫へ割り当てる、さらに、(15)式により総費用を算出する。
- ⑤ ③へ戻り、総費用の改善が得られなくなるまでこのプロセスを繰り返す。
- ⑥ W_i がもっとも小さい倉庫を除外する。
- ⑦ 除外された倉庫に割り当てられていた顧客を、 $\partial TC / \partial w_i$ 最小を基礎に他の倉庫へ割り当てる。
- ⑧ 再び③④⑤のステップをたどる。
- ⑨ ⑧で得られた総費用が⑤のそれを上回っているならば、計算を打ち切り、⑤で得られた解を最終的な解とする。もし下回っているならば、⑥へ戻り、⑧で得られる総費用に改善がみられなくなるまでこの⑥⑦⑧のプロセスを繰り返す。

3. シミュレーション・モデル

倉庫立地問題に関するシミュレーション・モデルは、流通システムを数学的に表示し、いくつかの代替的な倉庫立地パターンをシミュレートすることによってそれぞれの運営費用を算定し、そのなかから費用最小のパターンを選び出そうとするものである。したがって、シミュレーション・モデルにおいては、あらかじめ評価されるべきいくつかの代替案が設定されなければならず、そのため、これは有限代替立地点モデルとして分類される。

すでに今日までに、倉庫立地パターン決定のためのいくつかのシミュレーション・モデルが開発されている。本節で取りあげる H. N. Shycon と R. B. Maffei のコンピューター・シミュレーション・モデルは、^(注5) それらのなかでも代表的なものだといえよう。^(注6) Shycon と Maffei のモデルにおいても、基本的問題は、(1)倉庫の数、(2)各倉庫の立地、(3)各倉庫への顧客の割り当て、(4)各倉庫の規模、の決定である。しかし、このモデルでは、さらにこれらに先立ち、工場から顧客への直接

(注5) H. N. Shycon and R. B. Maffei, "Simulation—Tool for Better Distribution," Harvard Business Review, (November-December, 1960), pp. 65-75.

M. L. Gerson and R. B. Maffei, "Technical Characteristics of Distribution Simulators," Management Science, Vol. 10, (October, 1963), pp. 62-69.

"H. J. Heinz Company Simulation," Harvard Business School, pp. 27-29.

(注6) シミュレーション・モデルのより最近の成果としては、たとえば、E. W. Smykay, "Anatomy of a Ready-Made PD Simulation Program," Handling & Shipping, Vol. 9, (February, 1968), pp. 62-64; (April, 1968), pp. 76-77; (July, 1968), pp. 55-57, 参照。

輸送量の決定が行われる。また、多工場、多品目が想定されているため、工場・倉庫間の輸送パターンも合わせて決定される。

上述のごとく、シミュレーション・モデルにおいては、代替倉庫立地パターンの運営をシミュレートすることにより、各代替パターンの運営費用が算定される。Shycon と Maffei によれば、この時、運営費用とは、倉庫立地パターンによって影響を受ける費用の合計である。より具体的には、(1)倉庫から顧客までの輸送費、(2)工場から倉庫までの輸送費、(3)倉庫運営費、の合計である。そのため、モデルには、倉庫立地パターンとこれらの費用の関係に影響をあたえる、あらゆる本質的な要因が組み込まれなければならない。こうした本質的な要因として、かれらはつきのようなものを抽出する。

- (1) 顧客の地理的位置、年間購買量、注文品目の構成、注文規模の分布。
- (2) 工場の地理的位置、生産品目の構成、各品目の供給可能量。
- (3) トラック輸送および鉄道輸送における、様々な注文タイプや注文規模についての運賃率と輸送距離の関係。
- (4) 倉庫における総運営費と総取り扱い量の関係。
- (5) これらの関係が地理的にいかなる差異を示すかについての情報。

シミュレーション・モデルでは、これらの要因に関する実際の数字を用いて、総合的な操作が繰り返し行われなければならない。それゆえ、Shycon と Maffei は、これらをモデルに組み込むにあたって、以下の処理を施す。

まず、各工場の生産品目の構成をもとに、25の製品立地パターンが設定された。各製品立地パターンは、ある品目群が生産される工場の位置を示す。たとえば、もしA都市とB都市の工場でのみ生産されるいくつかの品目があったとすれば、それらはすべてひとつの製品立地パターンとして分類される。

つぎに、この製品立地パターンを用いて、消費パターンと直接輸送パターンが構成された。消費パターンは、25の製品立地パターンの各々が、当該顧客の年間購買量のなかに占める比率によって示された。Shycon と Maffei の研究では、過去3ヶ月間の顧客100サンプルに関する消費パターンの分析の結果、各顧客の消費パターンがそのビジネスのタイプと地理的位置に大きく依存していることが明らかにされた。そこで、かれらは、同じビジネス・タイプと地理的区域をもつすべての顧客は、それに対応する特定の消費パターンにしたがって注文を行うという仮定をおく。そのうえで、5つのビジネス・タイプと10の地理的区域が設定され、これら2つの要因の組み合せのそれぞれに消費パターンが割り当てられた。

直接輸送パターンは、消費パターンを構成する各製品立地パターンにおいて、工場から顧客へ直接輸送される年間輸送量の比率を示す。各消費パターンには、小規模なサンプル調査と過去の経験

にもとづき、22の直接輸送パターンのうちのひとつが対応された。つまり、各顧客の直接輸送パターンも、各々のビジネス・タイプと地理的区域に依存すると仮定されたのであった。その結果、ある顧客のビジネス・タイプと地理的位置があたえられたならば、その顧客の年間購買量は消費パターンにしたがって製品立地パターン各の数量に変換され、さらに、直接輸送パターンによって、製品立地パターン各の倉庫経由の輸送量が算出された。

最後に、過去3ヶ月にわたる全顧客の資料が分析され、かれらの年間購買量と注文規模パターンが推定された。注文規模パターンは、4つの輸送重量階級それぞれについての年間輸送回数と各階級の輸送1回当たり平均重量を示すものであった。この際、注文規模パターンに関して、つぎのような仮定が設定された。すなわち、最大重量の階級におけるすべての輸送は、貨車満載の規模で工場から顧客へ直接輸送され、他のすべての輸送は、倉庫からトラックによって輸送されるという仮定である。

重量単位当たりの輸送運賃率については、経験的な分析をもとに、それが出発地・目的地間の直線距離の1次関数だと仮定された。かかる線形関係は各輸送規模や地理的区域などについて特定化され、これにもとづいてそれぞれの運賃率が算定された。最終的な輸送費は、こうして計算された運賃率に輸送重量を乗することによって求められた。

倉庫運営費は、過去最近の資料の分析の結果、金額表示の取り扱い高の1次関数だと仮定された。ついで、地域による倉庫運営費の差異を組み込むために、固定費部分や変動費部分に関する地域調整因子が設定され、これらによって各倉庫の運営費が推定された。

Shycon と Maffei によるコンピューター・シミュレーションは、このようにして構成されたデータを用いて行われる。すなわち、最初に、シミュレーション・モデルのプログラムがコンピューターに投入され、続いて、上記のデータと倉庫立地パターンに関する代替案が読み込まれる。コンピューターはプログラムの指示にしたがって読み込まれたデータと代替案によるシステム1年分の運営を行い、その費用を算出する。

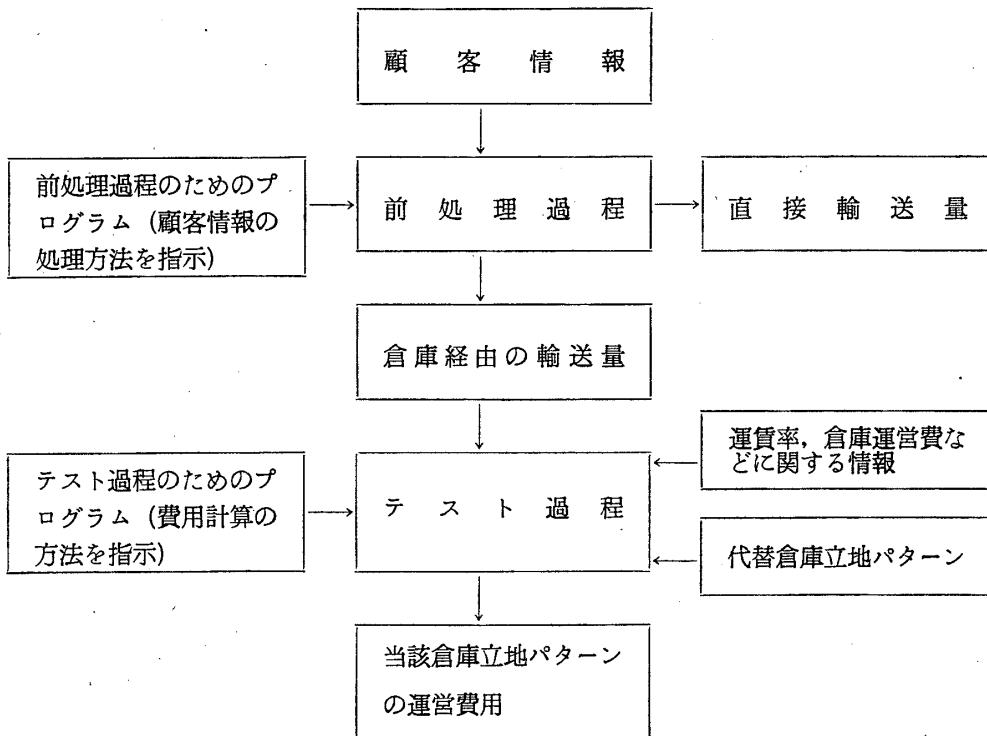
コンピューター・シミュレーションにおける計算過程は、前処理過程とテスト過程の2つから成る。第1の前処理過程では、消費パターンと直接輸送パターンをもとに、各顧客への直接輸送量が計算される。すなわち、最小費用達成のためには各顧客への輸送量はもっとも効率的な輸送経路へ割り当てられなければならないが、このうち、工場からの直接輸送に割り当てられた輸送量は、倉庫の立地パターンになんの影響もあたえない。したがって、需要のすべてを直接輸送に頼る顧客への全輸送量、および需要の一部を直接輸送に頼る顧客への直接輸送分は、考察の対象から除外されてよい。そのため、この段階でコンピューターは、各顧客のビジネス・タイプと地理的位置にしたがい、各々の需要量を直接輸送分と倉庫経由の輸送分に分類する。

工場から顧客への直接輸送量が除外されると、プログラムはいよいよ代替案評価のためのテスト

過程に入る。まず、工場・倉庫間および倉庫・顧客間の直線距離が、それぞれの緯度と経度をもとに計算される。各顧客には最短距離にある5つの倉庫がリスト・アップされ、各倉庫について、(1)倉庫・顧客間の輸送、(2)倉庫での荷役と保管、(3)工場・倉庫間の輸送、にかかる変動費が、顧客の通常のいくつかの購買規模に関して別々に算定された。その結果により、各顧客は最小費用の倉庫に割り当たられる。

これらのうえで、コンピューターは読み込まれたデータを用いて、あたえられた倉庫立地パターンの1年間の運営を行い、当該パターンにかかる運営費用を計算する。この時、倉庫の能力に関する制約は課せられない。逆に制約がないからこそ、各倉庫の規模の決定がなされうる。しかしながら、工場に関しては、製品ライン各の生産能力が制約条件を構成する。それゆえ、それぞれの製品ラインに関する各倉庫での需要量と各工場の生産能力を基礎に、輸送型のリニア・プログラミング手法によって、工場・倉庫間の割り当てが決定される。以上のような計算手続きの概略は第1図に示されている。

第1図



出所：H. N. Shycon and R. B. Maffei, "Simulation—Tool for Better Distribution," Harvard Business Review, Vol. 38. (November-December, 1960), p. 73.

4. ヒューリスティック・モデル

ヒューリスティックとは問題解決に際して用いられるいわば目の子勘定であり、解探索のための

平均努力量の削減に貢献する原理ないしは方策として定義される。したがって、ヒューリスティック・プログラムとは、こうした原理や方策を中心に組織化された問題解決のためのプログラムだと考えられてよい。^(注7) ヒューリスティックなアプローチは、つぎの2点において、最適解導出のための伝統的な解析手法と明確な相違を示す。

(1) 導かれた解の良否に加えて、コンピューターのストレッジ能力や計算時間といった他の多くの要因にも、明確な配慮が払われている。

(2) ヒューリスティックな手法の評価は、通常、演繹的な手続きによるよりも、むしろ帰納的な手続きによって行われる。つまり、特定のヒューリスティックスが正当化されるのは、それらが解析的に引き出された解（たとえば最適解）をもたらした時ではなく、それらによって得られた解が現実において有用であることを実験が示した時である。^(注8)

A. A. Kuehn と M. J. Hamburger のヒューリスティック・モデルは、このようなヒューリスティック・アプローチを用いて、倉庫立地パターンを決定しようとするものである。まず、かれらは、問題をつぎのように定式化する。すなわち、輸送費の節約とより敏速な配達から得られる利益の増加を倉庫運営の限界費用と一致させることによって、会社にとってもっとも有利な倉庫立地の地理的パターンを決定することとしてある。これは、数学的には、(17)式、(18)式、(19)式を制約条件に、^(注9)

$$\sum_{ij} X_{hijk} = Q_{hk} \quad (17)$$

（商品 h にたいする顧客 k の需要は満たされなければならない。）

$$\sum_{jk} X_{hijk} \leq Y_{hi} \quad (18)$$

（商品 h に関する工場 i の生産能力の限界を越えることはできない。）

$$I_j (\sum_{hik} X_{hijk}) \leq W_j \quad (19)$$

（倉庫 j の能力を越えることはできない。）

(20)式なる目的関数を最小化する問題として表現できる。

$$\begin{aligned} f(x) = & \sum_{hijk} (A_{hij} + B_{hjk}) X_{hijk} + \sum_j F_j Z_j \\ & + \sum_{hj} S_{hj} (\sum_{ik} X_{hijk}) + \sum_{hk} D_{hk} (T_{hk}) \end{aligned} \quad (20)$$

ただし、記号は以下のとくである。

X_{hijk} : 工場 i から倉庫 j を経由して顧客 k に輸送される商品 h の数量

A_{hij} : 商品 h を工場 i から倉庫 j に輸送する際の単位当たり輸送費

(注7) A. A. Kuehn and M. J. Hamburger, "A Heuristic Program for Locating Warehouses," Management Science, Vol. 9, (July, 1963), p. 644,

(注8) A. A. Kuehn and M. J. Hamburger, ibid., p. 644.

(注9) A. A. Kuehn and M. J. Hamburger, ibid., pp. 643-666.

B_{hjk} : 商品 h を倉庫 j から顧客 k に輸送する際の単位当たり輸送費

$D_{hk}(T_{hk})$: 顧客 k への商品 h の配達において T 時間遅れたことにもとづく費用

F_j : 倉庫 j の運営における一定期間当たりの固定費

$S_{hj} (\sum_{ik} X_{hijk})$: 倉庫 j での商品 h の処理にともなう半変動倉庫運営費

Q_{hk} : 顧客 k の商品 h にたいする需要量

W_j : 倉庫 j の能力

Y_{hi} : 工場 i の商品 h に関する生産能力

$Z_j : \sum_{hik} X_{hijk} > 0$ ならば 1, そうでなければ 0 となる変数

$I_j (\sum_{hik} X_{hijk})$: 倉庫 j を経由するすべての商品の流れにともなう最大在庫水準

かかる問題の解決のために Kuehn と Hamburger が提示したヒューリスティク・モデルは、メイン・プログラムとバンプ・アンド・シフト・ルーティンの 2 つの部分から構成される。第 1 のメイン・プログラムでは、流通網へのそれ以上の倉庫の追加はもはや総費用を増加させるという限度まで、1 度にひとつずつ倉庫が設置されていく。第 2 のバンプ・アンド・シフト・ルーティンは、メイン・プログラムの完了後に、選ばれた倉庫の削除や立地の変更が費用にいかなる影響をあたえるかを評価することによって、メイン・プログラムの解を修正しようとするものである。

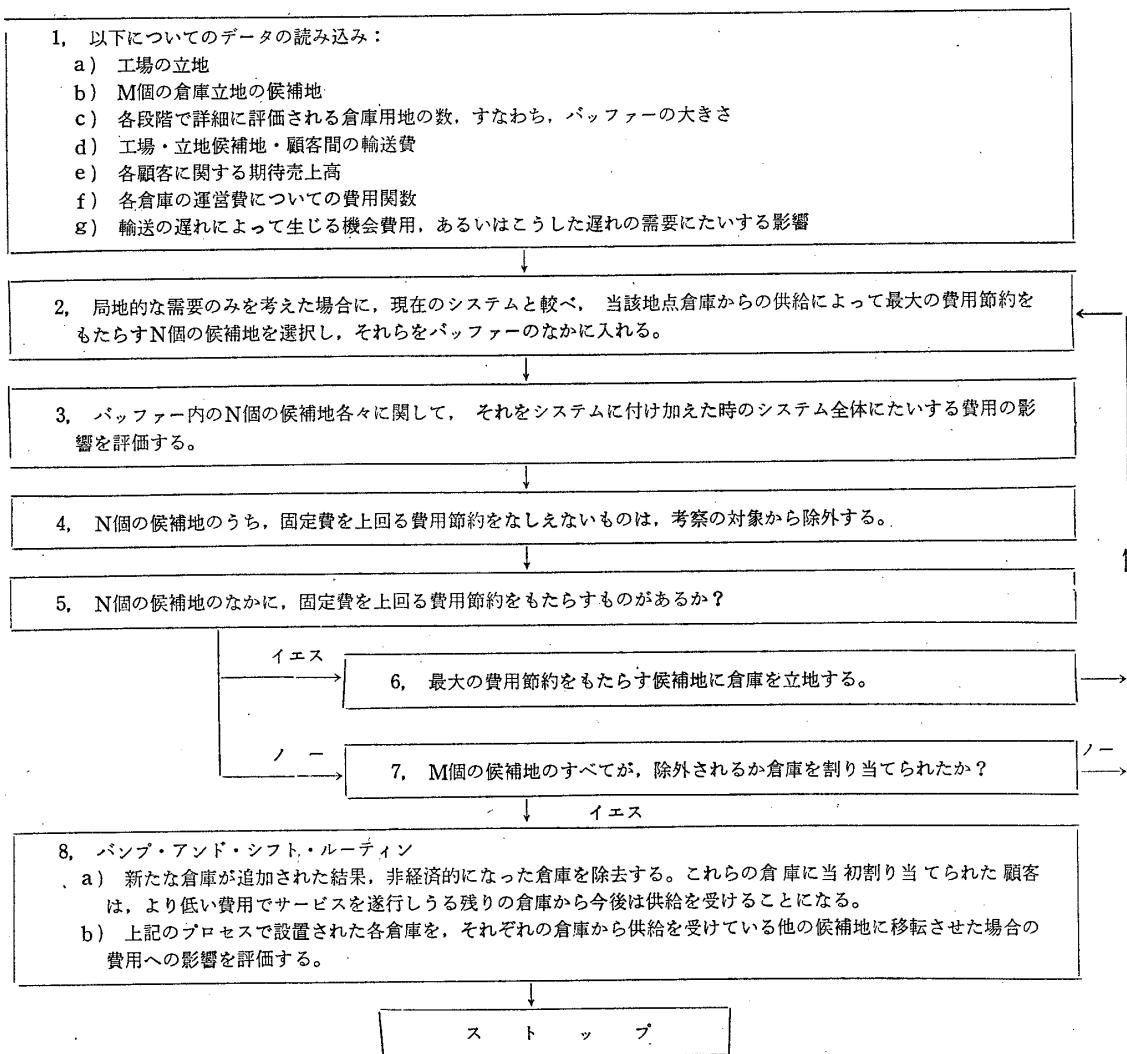
メイン・プログラムでは、解導出のために、つぎの 3 つのヒューリスティクスが用いられる。

- (1) ほとんどの地点は倉庫立地のための有望な候補地とはなりえない。有望な候補地は需要集中地ないしはその近辺にある。
- (2) 分析の各段階において、全体システムに最大の費用節約をもたらす倉庫をひとつずつ追加していくことにより、最適に近い倉庫立地パターンを開発することができる。
- (3) つぎに追加される倉庫用地決定のための分析においては、いずれの段階でも、あらゆる可能な候補地のうちのほんの一部のみが詳細に検討されればよい。

これらのヒューリスティクスはいずれも若干の危険をはらむものであるが、現実におけるその可能性はきわめて低い。反面、これらは計算手続きを簡略化し、短かい計算時間のなかでの包括的な考察を可能にする。

第 3 のヒューリスティクスの結果、つぎに追加される倉庫用地の決定に際して詳細に検討されるのは、 M 個の候補地のうちの N 個のみに限られるが (ただし $M > N > 1$)、この N 個の候補地はバッファーと呼ばれる。バッファーの選択は、つぎのような手続きにより、各段階において行われる。すなわち、局地的な需要のみを考えた場合に、前の段階のパターンと較べ、当該地点倉庫からの供給によって最大の費用節約 (ないしは最小の費用増加) をもたらす N 個の候補地が、バッファーとして選択される。

第 2 図



出所：A. A. Kuehn and M. J. Hamburger, "A Heuristic Program for Locating Warehouses," Management Science, Vol. 9, (July, 1963), p. 647.

バッファーに入れられたN個の候補地については、それを付け加えた時のシステム全体にたいする費用の影響が分析される。まず、総費用の削減をもたらさない候補地は、メイン・プログラムにおける検討の対象から除外される。総費用を削減する候補地については、最大の節約をもたらすものに倉庫が割り当てられ、バッファー内の残りのすべての地点は再び元の候補地のリストへ戻される。かかる手続きを繰り返し、候補地のリストが枯渇したならば、つまり、すべての候補地が除外されるか倉庫を割り当てられたならば、モデルはバンプ・アンド・シフト・ルーティンへと入っていく。

バンプ・アンド・シフト・ルーティンでは、メイン・プログラムで得られた解が2つの方法で修正される。第1は倉庫の削除である。すなわち、設置された倉庫のなかには、割り当てられた顧客の一部が現在はその後追加された別の倉庫から供給を受けているため、もはや経済的ではなくなったものもありうる。バンプ・アンド・シフト・ルーティンでは、まず、このような倉庫が削除される。第2には、ある地点の倉庫から供給を受けている他の候補地に、当該倉庫をシフトさせた場合

の費用への影響が検討される。費用節約があった場合には、それが最大の地点へ倉庫は移される。第2図は、こうした Kuehn と Hamburger のモデルの論理構造を図示したものである。

5. 倉庫立地問題と倉庫立地モデル

これまでわれわれは、今日一般的な倉庫立地モデルの3つのタイプそれぞれの構造を、各タイプの代表的個別モデルを通してみてきた。われわれのつぎなる課題は、これら各タイプのモデルの特性を分析することにある。しかし、一口に倉庫立地モデルの特性といっても、各モデルはそれぞれ様々な特性をもつ。したがって、特性の分析に先立ち、まず、いかなる観点から分析を行うかが明らかにされなければならない。

先にも述べたように、われわれが倉庫立地モデルの特性を分析しようとするのは、それらの適用に関する指針を示し、かつ今後のモデル開発の方向を示唆するためである。そうである以上、分析の観点は、倉庫立地モデルそれ自体の目的と無関係ではありえない。それゆえ、分析の観点を明らかにするためには、ひとまずモデル一般の目的にまでたちかえってみる必要がある。

さて、モデルとは、一般に、ある仮定にもとづく現実世界の単純化した表示だと理解されてよい。しかし、かかる単純化は全く無秩序になされるのではない。それは、ある分析目的に則して、その状況を構成する本質的要因を抽出し、これらをより少ない要因に環元させ、さらに、残された要因間の関係を明確化すべく行われる。逆説的にいえば、モデル構築の特質は、特定の仮定にもとづく捨象と残された要因のより少ない要因への環元にある。こうしてもたらされた状況描写の単純化が、状況の分析と理解に役立つ。

モデルはこのような一般的目的をもつが、各モデルの目的は2つのタイプに大別できる。すなわち、状況をある分析目的に有用な方法で記述することを目的とするモデルと、問題解決のための指針の提供を目的とするモデルである。前者は記述モデルと呼ばれ、後者は意思決定モデルと呼ばれる。物的流通管理論における倉庫立地研究とは、倉庫立地パターン決定のための指針の提供を目的とするものであるから、そこでは当然意思決定モデルの構築が目指される。したがって、立地モデルの目的も、広くは、捨象と環元により意思決定をとりまく状況を単純化し、さらに、残された要因間の関係の明確化によって意思決定の指針をあたえることにあると考えられてよい。

他方、モデルはその表示の方法によって、(1)物的モデル、(2)言語モデル、(3)論理フロー・モデル^(注10)、(4)数学モデル、の4つに分類される。このうち、社会科学の領域で通常用いられるのは、言語

(注10) D. B. Montgomery と G. L. Urban は、この他にさらにインプリシット・モデルなる範疇をあげている。インプリシット・モデルとは、なんらかの記号やグラフによって明確に表示されたものではなく、人間間での伝達が不可能なモデルである。つまり、それは一種の思考プロセスだと考えられてよく、それゆえ、ここでは除外した。ノ

モデル、論理フロー・モデル、数学モデルの3者である。これらにおいては、それぞれ、言語モデルでは言語によって、論理フロー・モデルでは論理フローによって、また、数学モデルでは数式によって状況が表示されるが、そのなかでもっとも明確な表示が可能なのは数学モデルである。なぜなら、数学モデルでは、数式がもつ特性ゆえに、要因や要因間関係の数量化が行われるからである。しかし、このことは同時に、数学モデルにおいて他のモデル以上の単純化が必要とされることを意味する。すなわち、要因の数量化のためには各要因について尺度が構成されなければならず、尺度構成が容易ではない要因については、これを捨象ないしは尺度構成が可能な他の要因に環元するか、尺度を構成するための仮定を導入しなければならない。また、要因間関係の数量化も、状況の単純化を必要とする。要因間関係の数量化は単に関係の存在を指摘するだけではなく、その程度までをも明確な形で示さなければならない。ところが、現実世界における要因間の関係は、決して1対1の単純なものではなく、様々な要因が複雑にからみ合ってひとつの状況をつくり上げている。それゆえ、要因間の関係を数量的に示すためには、関係の存在のみを指摘する場合以上の状況の単純化が必要とされる。

このように、数学モデルは、それが要因や要因間関係の数量化を構築の必要条件とするがゆえに、他のモデル以上の単純化を必要とする。だが、反面、数式による状況の表示は、現実の計量データの取り扱いとこれらのデータを用いてのより厳密な分析や操作を可能にする。^(注11)さらに、その結果、数学モデルでは、設定された仮定のなかで解を導き出すことができる。

一方、物的流通管理論における倉庫立地研究の目的は、倉庫立地パターン決定のための指針を示すことにあった。ところが、立地意思決定によって影響を受ける費用要素や顧客サービス水準（以下これらを成果要素とする）は、互いにトレード・オフの関係にある。したがって、立地意思決定はこれら成果要素間のトレード・オフ関係を調和すべく行われなければならない。しかし、そのためには、成果要素の規定要因と成果要素の間の関係を、その程度についてまで正確に把握する必要がある。つまり、こうした関係の数量化である。数量化がなされた時、抽出された成果要素とその規定要因のなかでの解の導出、すなわち、トレード・オフ関係の調和が可能になる。倉庫立地研究において数学モデルの構築が志向されるのはかかる理由によるものである。しかし、立地モデルが数式による表示を必要とする限り、他のモデル以上に状況の単純化を要請されることは避けられない。つまり、立地モデルにおいては、解導出という制約から、仮定の導入や環元による状況の単純

→ D. B. Montgomery and G. L. Urban. "Management Science in Marketing," 1969, Prentice-Hall, pp. 9-12.

(注11) J. F. Magee, "Quantitative Analysis of Physical Distribution Systems," in W. D. Stevens (ed.), "The Social Responsibilities of Marketing," 1961, American Marketing Association, reprinted in D. McConaughy (ed.), "Readings in Business Logistics," 1969, Irwin, pp. 67-68.

化が一層必要とされる。ところが、立地意思決定は物的流通システムの構造を規定するため、システム内の多くの活動の成果に影響をあたえる。それゆえ、立地モデルでは、モデルの現実性がひとつの隘路となる。だとすれば、倉庫立地モデルによって導出された解がどれだけの意味をもつかは、

- (1) 調和がどれだけの厳密性をもつか、
- (2) どれだけの成果要素が調和され、また、その際どれだけの要因が成果要素の規定要因として考慮に入れられているか

に依存する。そこで、われわれは、前者の観点をもって最適性と、また、後者をもって包括性と呼び、以下の2つの観点から倉庫立地モデルの特性を分析していく。

6. 倉庫立地モデルにおける最適性と包括性

倉庫立地モデルの特性を分析する際の第1の観点は、モデルによってなされる調和の厳密性、すなわち最適性であった。この観点からみる限り、数値解析モデルはもっとも優れた特性をもつものだといえる。つまり、数値解析モデルには、無限の代替立地点のなかから組み込まれた成果要素やその規定要因の範囲内で多くの場合最適倉庫立地パターンをうみ出しうる、相対的にもっとも精密なメカニズムが内包されている。もちろん、数値解析モデルも、現在の段階では厳密な意味での最適解に常に到達するわけではない。第1に、このモデルの解はその際採用された初期立地に依存し、しかも、初期立地とそのもとの最終解との間の明確な関連はみい出されていない。第2に、¹⁰式における最終項 $C/2\sqrt{W_i}$ の存在ゆえに、¹⁰式にもとづく顧客の割り当ては、局所的な最適解への収束を必ずしも保証しない。しかし、Eilon, Watson-Gandy, Christofidesによれば、これらは実際にはほとんど問題にならず、通常は先に示したアルゴリズムによって最適解に到達することが可能である。^(注12) それゆえ、数値解析モデルは、多くの場合に最適解に到達するという意味において、^(注13) 最適性に関して他の2つのタイプのモデルよりも優れているということができる。

これにたいして、シミュレーション・モデルは、最適解をもたらしうる必然性を全く有していない。すなわち、シミュレーション・モデルはモデルの外部からあたえられた代替倉庫立地パターンを評価するだけにすぎず、そのため、このモデルによって最適解や最適に近い解いが得られる保証

(注12) S. Eilon, C. D. T. Watson-Gandy, and N. Christofides, op. cit., pp. 63-67 および p. 77.

(注13) A. A. Kuehn や R. H. Ballou は、さらにこの点に加えて、最適解に到達したか否かが明らかになるということも、数値解析モデルの優れた特性のひとつであると指摘している。

A. A. Kuehn, "Logistics of Physical Facilities in Distribution," in P. D. Bennett (ed.), "Marketing and Economic Development," 1965, American Marketing Association, p. 689.

R. H. Ballou, "Locating Warehouses in a Logistics System" The Logistics Review, Vol. 4, (September-October, 1968), p. 28.

はない。シミュレーション・モデルにおける調和の厳密性は、評価の対象となる代替立地パターンのなかに、最適立地パターンにどれだけ近い立地パターンが含まれているかに依存する。

ヒューリスティック・モデルにおいても、最適解をうみ出すメカニズムは用意されていない。だが、このモデルによって最適に近い解を得ることは可能である。つまり、ヒューリスティック・モデルでは、経験的にほぼ妥当だと考えられるヒューリスティクスにもとづき最適に近い解が導出される。したがって、ヒューリスティック・モデルは、シミュレーション・モデルとは異なり、単なる代替立地パターンの評価以上のメカニズムを備えたものだといえる。しかし、それは最適解をもたらすものではなく、あくまでも最適に近い解を目指したものにすぎない。この時、調和の厳密性は、用いられるヒューリスティクスがどれだけの妥当性をもつかに依存する。

倉庫立地モデルの特性を分析する際の第2の観点は、モデルがどれだけの要因を考慮しうるかという包括性であった。つまり、目的関数と制約条件の定式化における柔軟性である。

複数倉庫立地決定を目的とするモデルでは、シミュレーション・モデルやヒューリスティック・モデルはもちろん数値解析モデルにおいてさえも、代替立地点の組み合せによって代替立地パターンがつくられ、そのパターンが目的関数によって評価される。これらのモデルの基本的相違はこうした代替立地パターンが創出される過程にある。

数値解析モデルにおいては、この代替立地パターンの創出が目的関数や制約条件の操作によって行われる。しかも、代替立地パターンの基礎となる代替立地点は無限に存在する。したがって、数値解析モデルで設定される目的関数や制約条件は、無限代替立地点のなかから代替立地パターンをつくり出すための操作が可能なものでなければならない。このことは、もし要因間の環元の程度が各モデルの間で一定だとすれば、数値解析モデルにおいて、こうした制約がない他のモデルよりも相対的に低い包括性の程度が余儀なくされることを意味する。

これにたいして、シミュレーション・モデルはきわめて包括的な性格を有する。つまり、シミュレーション・モデルでは、外部からあたえられた代替立地パターンがシミュレートされ、それらの費用が算出されるだけである。それゆえ、情報収集や計算能力上の問題がないならば、数量化が可能な要因については包括性にたいする理論的な制約はありえない。^(注14)

同様に、ヒューリスティック・モデルも柔軟な性格をもつ。これは、ヒューリスティック・モデルにおいても、目的関数や制約条件それ自体は操作されないということに原因をもつ。すなわち、ヒューリスティック・モデルでは、目的関数や制約条件が操作されるのではなく、いくつかのヒュ

(注14) R. J. Atkins and R. H. Shriver, "New Approach to Facilities Location," Harvard Business Review, Vol. 46, (May-June, 1968), p. 72.

しかし、実際には、情報収集や計算能力上の制約から、Shycon-Maffei モデルでも、先にみたように、直線輸送、線形輸送費、線形倉庫運営費などの仮定や顧客割り当てに関するヒューリスティクスが用いられている。

ーリスティクスと試行錯誤によって代替パターンがつくられ、それらが目的関数によってシミュレートされる。その意味では、ヒューリスティック・モデルは、代替立地パターンをある規則にしたがってつくり出すように、シミュレーション・モデルを拡張したものだと考えられてよい。この規則がヒューリスティクスであり、それらが最適に近い解をより容易にうみ出すべくデザインされていることはいうまでもない。それゆえ、ヒューリスティック・モデルにおいて、シミュレーション・モデルと同様の包括性を達成することは可能である。

ただ、Kuehn-Hamburger モデルは、つぎの 2 つの理由により、Shycon-Maffei モデルと
(注15)
 較べ包括性において若干劣るものになった。

第 1 は計算時間の問題である。つまり、Kuehn-Hamburger モデルは代替パターンを最適に近いパターンに収束させるメカニズムを有していることから、Shycon-Maffei モデルと較べはるかに多い代替パターンの評価を必要とする。それゆえ、Kuehn-Hamburger モデルでは、全体の計算時間を抑制するために、各パターンを評価するシミュレーションを比較的単純な目的関数で行い、その結果、包括性における若干の低下を余儀なくされた。

第 2 はモデルが想定している適用範囲の相違である。すなわち、モデルがより幅広い状況を想定しているかあるいはより個別特殊な状況を想定しているかの違いである。かかる適用範囲の相違は、ひとつには、個々のモデルにおいていかに要因間の環元が行われていくかに反映される。シミュレーション・モデルとヒューリスティック・モデルがモデルのタイプとしては同等の包括性の水準を可能にするものであったにもかかわらず、Shycon-Maffei モデルにおいて Kuehn-Hamburger モデルを上回る包括性が実現されたいまひとつの理由は、前者がより個別特殊な状況を想定し、そうした状況のなかでのみ可能な要因間の環元を行ったことがある。

7. む す び

以上みてきたように、倉庫立地モデルにおける最適性と包括性は、要因間の環元の程度が一定だとすれば、相反するトレード・オフの関係にある。つまり、調和の厳密性を追求する程調和のための操作は複雑化し、直接取り扱われる要因の種類やその組み合せは制約される。逆に、要因間の環元なしに包括性を高めるためには、調和に要する操作を単純化しなければならず、調和の厳密性は損われる。前者の性格をもつのが数値解析モデルであり、そこでは、目的関数や制約条件の操作により調和の厳密性は高められたが、それゆえに、直接包括しうる要因の種類やその組み合せは限

(注15) Kuehn-Hamburger モデルと Shycon-Maffei モデルの包括性に関する比較は、以下においてなされている。

H. N. Shycon and R. B. Maffei, "Remarks on the Kuehn-Hamburger Paper," Management Science, Vol. 9, (July, 1963), pp. 667-668.

定された。これにたいして、包括性を追求するシミュレーション・モデルでは、理論的には数量化しうるあらゆる要因の直接的な組み込みが可能である。だが、こうした特性の反面、評価の対象となる代替立地パターンは外部からあたえられなければならず、そのため、最適解はおろか最適に近い解さえ保証されない。しかしながら、倉庫立地モデルが倉庫立地パターン決定のためのより有用な指針となりうるためには、最適性と包括性の両者がひとつのモデルのなかで十分な程度まで達成されなければならない。その意味では、シミュレーション・モデルを最適性の方向へ拡張したヒューリスティック・モデルは評価されてよい。もちろん、ヒューリスティック・モデルも、今日までの段階では、最適性と包括性の双方に関して十分な水準を達成したとはいがたい。しかし、これら3つのタイプのモデルがそれより有効なモデルを開発するための基礎を提供していることも事実である。したがって、これらのモデルをもとに、最適性と包括性を同時に向上させうるモデルを開発していくことが今後必要であろう。

他方、倉庫立地決定に影響をあたえる諸要因を、より少ない計測可能な要因に環元していく努力も重要である。つまり、モデルの適用範囲をいかなる水準に想定するにしても、要因間の環元によって、最適性の低下なしに包括性を向上させることが可能になる。ところが、倉庫立地論では従来から数学技法の開発には多大な努力が払われてきたが、要因間の環元といった研究は必ずしも十分に行われてこなかった。それゆえ、こうした研究も大きな課題として推し進められるべきであろう。