

Title	Zvi Griliches, Price Index and Quality Change
Sub Title	
Author	鈴木, 諒一
Publisher	
Publication year	1972
Jtitle	三田商学研究 (Mita business review). Vol.15, No.1 (1972. 4) ,p.183- 187
JaLC DOI	
Abstract	
Notes	
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234698-19720430-03958887

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the Keio Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

〔書 評〕

Zvi Griliches, Price Index and Quality Change

1

物価問題は現代の経済問題の中の最大課題だと云ってもよいであろう。その物価水準の変動を示す物価指数については、かなり古い歴史があるが、伝統的に指数理論の難関であった問題の一つに商品の質の変化がある。1952年、スウェーデンの経済統計学者 Hofsten は積極的にこの問題に取り組んだが、多くの問題を残していた。(この間の消息については、拙著「経済成長と生活水準」参照。)今回発行された、Zvi Griliches, Price Index and Quality Change, Harvard, 1971, pp 287+VIII, は全巻を挙げてこの問題に答えようとするものである。その内容は、第1章 Hedonic 指数の修正(Zvi Griliches), 第2章生計費指数の純粋理論における嗜好と質の変化(Franklin M. Fisher and Karl Shell), 第3章自動車に関する Hedonic 指数(Zvi Griliches), 第4章耐久消費財の価格と質の変化(Phoebus F. Dhrymes), 第5章回帰方程式による物価の国際比較(Irving B. Krauis and Robert E. Lipsey), 第6章物価指数における質の偏倚と質の新測定法(Fack, E. Triplett), 第7章質の変化と貨幣購買力の測定, 第8章 Vintage Price Data による質の変化の測定(Robert E. Hall)より成り, 他にこの種の研究に関する論文目録が附されている。以下要点について紹介していこう。

第1章は表題の示すようにヘドニックの回帰方程式に対する批判である。この経験的方法に対しては次の設問がなされる。

1. relevant characteristics とは何か。
2. 価格と特性の関係を示す形式は何か。
3. このようなデータから、いかにして「純粋の」価格変化を評価するか。

第1の質問に対しては「大いさ」と「Power」があげられているが、これらの変数は直接に財の特性を示すものではなく、市場実験の結果に過ぎない。第2の質問に関しても経験的回答しかなされていない。即ち多

くの研究においては、価格と特性の間に semi-logarithm の関係を設定し、特性単位が上るごとに供給価格が上昇することを意味させている。このようなデータから「純粋の」価格変化を導出するには幾つかの方法がある。第1は回帰方程式の利用によって relevant characteristics の「価格」を求め通常のL式又はP式から起る問題を避けるため、Divisia Index によって求める法である。又、特性データは容易に求められるから、特性量の変化を特定の方程式によって求める。

$$\frac{dQ_i}{Q_i} = \sum w_j \frac{dq_j}{q_j}$$

ただし、 Q_i は i 番の生産物の質の指数であり、 q_j は j 番目の特性の level, $w_j = p_j q_j$ である。したがって「純粋の」価格変化は

$$\frac{d\pi_i}{\pi_i} = \frac{dp_i}{p_i} - \frac{dQ_i}{Q_i}$$

で与えられる。この種の統計は不連続の間隔において与えられるから、この場合にもL式かP式かと云う問題に直面せざるを得ない。即ちウエイトを変えることが頻繁であればあるほど、この問題に直面しなくて済むであろう。この方法は特定の dimension の set の変化にもとづく質の変化を測定するもので、他の「除外された」質の aspect がこれと関連しないことを前提にしている。Court の方法は time dummy 係数を用いて2時点の各 cross-section 分析にもとづく specificate された価格の回帰方程式を求め、直接に純粋の価格変化を求めようとするものである。この方法について次の方程式を考える。

$$\log P_{it} = a + \sum b_k x_{kit} + v_t + e_i$$

時間を t , モデルを i , k を dimension とし、 x を数量とする。 v_t は純粋の価格変化であり、 e_i は他の除外された質の効果を表わす model-effect であって、時の経過とは独立だと仮定する。もし相接近した二時点の cross-section 分析をとり上げ、この二つの時点において全く同一の i が含まれないとしたら、 b が不変でも、新モデルに関する $\sum e_n$ が $\sum e_0$ に等しくなった場合

にのみ dummy 変数の係数は bias を持たないことになる。

第3に Burstein (1961年) と Cagon (1965年) の方法は次の如くである。 t 年において使用された j 型の車があるとし、その vintage を v とし、 $h=t-v$ とおく。

$$P_{tvj} = P_t Q_{tvj}$$

である。 P_t は一定の品質の車の単位当りの平均価格であり、 Q_{tvj} は t 時点においてなお存在している j 型の車の vintage v による、車の存在量である。

$Q_{(t+1)vj} = d_{hj} Q_{tvj}$ と仮定し、 d を減価率とする。更に $Q_{t,v,j} = T_v Q_{t-1,v-1} e^{uvj}$ とおく。即ち t 年度の new model の量は、以前の vintage に比較して T 要素だけ平均的に改良され、vintage は e^{uvj} であり、この相対的優越度は一定で時の経過に依存しないと考える。これは強過ぎる仮定であるが、同時に種々の vintage を持った車が販売され、そのデータを観察することができれば、次のようにおくこともできる。

$$\ln P_{tvj} - \ln P_{t(v-1)j} = \ln T_v + \ln d_{hj} + u_{vj} - U_{v-1,j}$$

但し d_{hj} は年数を示す dummy 変数である。しかし計測に際しては、 $\sum \ln T_v = \sum \ln d_{hj} = \text{const}$ なる制約条件を附さねばならず、したがって一般的に平均的減価償却の効果から、平均的な質の改良の効果を導出することはできない。

2

第2章では先ず真の生計費指数の定義が挙げられる。即ち「昨日の所得と価格を前提とした消費者が、今日においてある価格を前提としていかなる所得を要求するか？」と云うことである。この解答に際しての難問は、嗜好の変化であり、昨日と同じ無差別曲線を描き得ないことである。しかもその問題を回避しても、彼の効用函数が、真の効用水準を両時点において所与の無差別曲線によって表示できると考える monotonic transformation によってのみ決定されると云いうるであらうか？しかし現実にはこれらの問題を回避せざるを得ない。

嗜好が変化したときの価格の time-path にいて択一の可能性を考える。第1に path A において、昨日の嗜好が増加し、今日の嗜好が一定又は減少したときの生計費指数について考える。第2に、Path B においては、逆のことを考える。消費者は Path A を前提として考えた場合の方が、path B を前提として考えた場合よりも良い状態にあることは明らかであり、Path B

による指数の方が Path A による指数よりも高くなる。これはL式がP式よりも高い値をとると云う理論に通じる。効用函数を $u(x_1, x_2, \dots, x_n)$ で表わす。 b は嗜好の変化するはずの第1財に関するパラメーターである。基準時における所得と価格とをそれぞれ y, p で表わし、 $p' = (p_1, p_2, \dots, p_n)$ 、 $x' = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ なるベクトルと定義する。 p_i と x_i は基準時における i 番目の財の価格と、現在の嗜好を制約条件とすれば購入したはずの財の量を示す。 x は次式を解くことにより得られる。ただし a_i は x に関する u の導函数であり、 λ はラグランジ乗数であって負にはならない。

$$\begin{matrix} p'x \\ b a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{matrix} - \begin{pmatrix} y \\ \lambda p \end{pmatrix} = 0 \quad (2 \cdot 1)$$

次に現在の制約条件と基準時の制約条件との間で個人が現在の嗜好の下で無差別になるには、

$$P'x - y = 0 \quad (2 \cdot 2)$$

但し P_i は現在価格、 x は購入量で、 $P'(P_1, P_2, \dots, P_n)$ 、 $x' = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ であり、

$$u(x_1, x_2, \dots, x_n) = u(bx_1, x_2, \dots, x_n)$$

なる条件の下に y を最小にするには、

$$\begin{matrix} u \\ bu_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{matrix} - \begin{pmatrix} a \\ \lambda p \end{pmatrix} = 0 \quad (2 \cdot 3)$$

となる。ここにおいて嗜好の変化にもとづく真の生計費指数 y/\hat{y} について考える。

$$\text{補助定理 2.1} \quad \left(\frac{\partial y}{\partial b} \right)_{u=a \text{ const}} = \frac{-p_1 x_1}{b}$$

(2.1)~(2.3) から、パラメーター b に関する y の微分商は次のようになる。

$$\frac{\partial y}{\partial b} = \left(\frac{\partial y}{\partial b} \right)_{u=a \text{ const}} + \left(\frac{\partial y}{\partial a} \right) \left[x_1 a_1 + \left(\frac{\partial a}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial x}{\partial b} \right) \right] \quad (2 \cdot 4)$$

$$\begin{aligned} \text{定理 2.1} \quad \frac{\partial y}{\partial b} &= \frac{P_1 x_1}{b} \left(\frac{x_1 a_1}{x_1 u_1} - 1 \right) \\ &= \frac{x_1 a_1 - x_1 u_1}{\lambda} \end{aligned} \quad (2 \cdot 5)$$

即ち基準時の価格を前提とした、他の事情等しき限りの、現在の効用の増加から、比較時の価格を前提とし

た、他の事情等しき限りの比較時の効用の増加を差引いたものが右辺の分子となる。

これより、 $p = \bar{p}$ ならば、

$$\left(\frac{\partial y}{\partial b}\right) = 0$$

となる。

補助定理 2.2

$$\frac{\partial u_1}{\partial P_1} = \frac{u_1}{\lambda} \frac{\partial \lambda}{\partial p_1} + \frac{a_1}{p_1}$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial p_i} = \frac{u_1}{\lambda} \frac{\partial \lambda}{\partial p_i}$$

補助定理 2.3

$$\frac{1}{\lambda} \left(\frac{\partial \lambda}{\partial p_i}\right) = - \left(\frac{\partial x_i}{\partial y}\right)_{p \text{ const}}$$

次に価格に関する需要の弾力性を η_{i1} で表わせば

$$\eta_{i1} = \left(\frac{p_i}{x_i}\right) \left(\frac{\partial x_i}{\partial p_i}\right)_{y \text{ const}}$$

補助定理 2.4 $Z(p) = x_1 u_1$ とおけば、

$$\frac{\partial Z}{\partial p_1} = \frac{x_1 u_1}{p_1} \{\eta_{i1} + 1\}$$

$$\frac{\partial Z}{\partial p_i} = \frac{x_i u_1}{p_i} \eta_{i1}$$

定理 2.2 $p_i = \bar{p}_i$ と仮定すれば、第1財の価格弾力性が大きいときは $\partial y / \partial b$ は $(p_1 - \bar{p}_1)$ と同じ符号を持ち、第1財の価格弾力性が小なるときは異符号を持つ。

$\eta_{i1} = -1$ のときは $(\partial y / \partial b) = 0$ である。

j 番目の財が第1財と補完財であるときは $\partial y / \partial b$ は $(p_j - \bar{p}_j)$ と同符号をとり、代替財であるときは異符号をとる。 $\eta_{j1} = 0$ のときは $(\partial y / \partial b) = 0$ である。

$p_i = k \bar{p}_i$ (k は正) なるとき、 $(\partial y / \partial b) = 0$ である。

3

この定理により、 j 番目以外の他の財の価格が凡て2つの時点において不変であり、嗜好が変化しない ($b=1$) 場合には、 j 番目の財の価格が \bar{p}_j から p_j に変わったことによって生ずる生計費の変化は、もちろん p_j の変化と同方向になるであろう。 b が時の経過と共に増大していく場合には、 $\partial y / \partial b$ が $(p_j - \bar{p}_j)$ と同符号をとるときは、嗜好変化の効果は p_j の変化の効果を増大せしむるであろう。即ち j 財のウェイトは嗜好の変化によって時と共に増大すべきである。同様に $\partial y / \partial b$ が $(p_j - \bar{p}_j)$ と異符号をとるときは、嗜好の変化の効果は p_j の変化の効果を減殺し、 j 財のウェイト

は時の経過と共に減少すべきである。効用函数 $u(r)$ が等質的である場合には、真の生計費指数 (y/\bar{y}) は、

$$\left(\frac{p'x}{\bar{p}'x}\right) \leq \frac{y}{\bar{y}} \leq \left(\frac{p'x}{\bar{p}'x}\right) \quad (2.6)$$

の範囲にある。

定理 2.3

$$(A) \quad \frac{\partial \hat{x}_1}{\partial b} = \frac{-\hat{x}_1}{b} (1 + \eta_{i1})$$

$$(B) \quad \frac{\partial \hat{x}_i}{\partial \hat{x}} = \frac{-x_i}{b} \eta_{i1}$$

即ち基準時においても比較時と同じ嗜好の力が作用していたとすれば、補完財の購入量は増加し、代替財の購入量は減少したであろう。同様に、価格弾性が大きい場合にはその財自体の需要は増加していたであろう。このことから Laspeyres 式の作製にあたって最近出現した財のウェイトは増大させらるべきであり、paasche を使う場合にはこのような調整を行う必要はないが、理論生計費指数においては同種の調整を行う必要がある。

それでは価格変化の効果はどうか。

定理 2.4 $p_i = \bar{p}_i$ で、 p_1 と \bar{p}_1 の差が極めて小なるときには、第1財の需要の弾力性が大きい場合には、 $\eta_{i1} (\partial^2 y / \partial b \partial p_1)$ は正であり、弾力性が小さい場合には負である。 $\eta_{i1} \geq -1$ ならば、 $p_1 > \bar{p}_1$ なる限り、そして $\eta_{i1} \leq -1$ なる場合には、 $p_1 < \bar{p}_1$ なる限り、同様のことが云える。

次に新財出現の効果について考える。ここに周知の「拡充された限界効用均等法則」が実現されていると考え、 i 番目の財 $(\partial u / \partial x_i)$ の介入によって、

$$x' \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right) - \lambda p \right] = 0, \quad x \geq 0, \lambda \geq 0$$

が成立し、 $u(x) - a(\hat{x}) = 0$ であるとする。所得は全部消費されるとし、 y/\bar{y} を以て理論生計費指数とする。もし $(\partial^2 u / \partial x_k) < \lambda p_k$ ならば、 $x_k = 0$ である。財 k が新財であるとし $(\partial u / \partial x_k) = \lambda p_k$ で、 $x_k > 0, \hat{x}_k = 0$ (\hat{x}_k は基準時における実際の購入量である。) 嗜好の変化がなければ $\hat{x}_k = \bar{x}_k = 0$ であり、基準時における k 財の価格データはない。基準時における効用最大をはかる制約条件として需要保留価格 demand reservation price 自体が、制約条件 $\hat{x}_k = 0$ と結合した shadow multiplier の極大値となる。Hofsten の理論では一定の条件の下で L 式は理論生計費指数の上限となり、P 式はその下限となる。しかし新財を考えた場合、その基準時における価格が需要保留価格より大又は等しい場合のみ、P 式は下限となる。しかも P 式を使うときは、新財の需

要保留価格に対し最大のウエイトがかかってくることになる。2つの接近した時点を選び、ある財の供給保留価格が下落していたとする。嗜好と質と他の財の価格が不変で、その財が始めて市場に出たときの価格を需要保留価格としよう。供給保留価格が需要保留価格以下になることは絶対がないから、P式においては新財に対して供給保留価格を使用できるし、しかもP式が理論生計費指数の下限だと云う属性もそのまま生きる。

ある特定の財に関して質の変化が起り、他の事情は不変であるとする。(冷蔵庫の質の変化のような事情がこれにあたる。) 第1財の質の変化を表わすパラメーターを b とし、($b=1$ なら質の変化なし)、比較時の効用函数を、

$$u = u(x_1, \dots, x_n, b) \equiv u(x, b) \quad (2 \cdot 7)$$

第1財に質の変化が起れば、

$$u_b(0, x_2, \dots, x_n, b) \equiv 0 \quad (2 \cdot 8)$$

となる。但し u_b は u の b に関する微係数である。基準時における効用の大きさは

$$a = u(\hat{x}, 1) \quad (2 \cdot 9)$$

で表わされる。比較時においては

$$y = p'z \quad (2 \cdot 10)$$

である。 $u(x, b) = a$ なる条件の下に y を最小にするには、

$$\left. \begin{aligned} u(x, b) - a &= 0, \\ u_i - \lambda p_i &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2 \cdot 11)$$

が成立しなければならない。

p と y が所与であるとすれば、 y は p と b の函数になる。

$$y = y(p, b) \quad (2 \cdot 12)$$

第1財について価格の変化が起り、それによって質の変化が起ったと考え、 p_1^* を導入して

$$y(p_1^*, p_2, \dots, p_n, 1) = y(p_1, \dots, p_n, b) \quad (2 \cdot 13)$$

なるような p_1^* を求めることになる。

$$\frac{\partial p_1^*}{\partial b} = \frac{\partial y / \partial b}{\partial y / \partial p_1^*} \quad (2 \cdot 14)$$

である。

$$\text{補助定理 2.5 } \partial y / \partial b = -u_b / \lambda$$

$$\text{補助定理 2.6 } \partial y / \partial p_1 = x_1$$

$$\text{補助定理 2.7 } \frac{\partial p_1^*}{\partial b} = \frac{-p_1 u_b}{x_1 u_1}$$

定理 2.4 $\partial p_1^* / \partial b$ が x_2, \dots, x_n に対して独立となる必要にして十分な条件は効用函数が次の形をとるこ

とである。

$$\begin{aligned} u(x, b) &= F[g(x_1, b), x_2, \dots, x_n] \\ &= F[g^*(x_1, b), x_2, \dots, x_n] \quad (2 \cdot 15) \end{aligned}$$

$\partial p_1^* / \partial b$ が x_1 を含む凡ての要素 x に対し独立なる条件は

$$g(x_1, b) = x_1 h(b) \text{ 又は } g^*(x_1, b) = h(b) \quad (2 \cdot 16)$$

なることである。Repackaging のような場合には(2.16)は容易に成立する。この場合、 b は恣意的に定められるが、第1財の価格が質の変化に対して単純に適應する唯一のケースである。(2.15)は、第1財の購入量に対し p_1 を適当に調整しようと思えば、第1財の質の変化の程度は余り大きくなってはならないことを示す。更にこの式の一般化が行われているが紙面の関係上省略する。

4

第3、第4章は第1章の応用であり、実際に計測を行っているが紙面の関係上省略する。第5章は「見出されない」質の変化が物価指数の上にとどの程度の bias を示すかを設問する。具体的に BLS の資料を用い、指数の impact によれば、銘柄の specification によって生ずる質の誤差については4つの種類がある。

(1) specification に際しては、種々の銘柄のものを代表するように考慮されているが、時としてこの考慮から洩れるものがあり、そのため bias が生じることがある。

(2) 多くの specification においては subspecification がある。凡ての subspecification において価格が形成されるが、相異なる subspecification に含まれる価格の相場が直接に比較されることはない。

(3) ある種の商品群について求められる価格相場があって、その商品群の範囲が前期と異なる場合がある。

(4) 表面は同一の商品群でも製造業者による目に見えない差異がある。

これらの理由から CPI 及び WPI の bias を探ろうとするものであるが、数式展開はなく、常識的議論の域を出ていない。

第7章は質と嗜好の変化にもとづく数式展開である。低価格の6気筒、シボレーと云ったような車の価格を p_t^i で表わす。但し t は時間を表わす。中古車のリストから次の行列を得ることができる。

$$\begin{array}{cccc}
 & & \dots\dots & \dots\dots \\
 & & p_{t+2}^{i+2} & p_{t+3}^{i+2} & p_{t+4}^{i+2} & \dots\dots \\
 & p_{t+1}^{i+1} & p_{t+2}^{i+1} & p_{t+2}^{i+1} & \dots\dots \\
 p_i^i & p_{t+1}^i & p_{t+2}^i & \dots\dots \\
 \dots\dots & \dots\dots & & & &
 \end{array}$$

p_{t+2}^{i+1} は例えば 1958 年における 1956 年型の価格である。中古車の価格は次の 3 要素から成立すると考える。(1) 時点 t において凡ての車に適用できると考えられる一般販売力の純指数 p_t , (2) 基準時に対し, i 年目のモデルの長所を示す質指数 q_i , (3) 減価要素 d_{ik} , これは k 年経過したモデルの価値を示すが, 最初に行列に入ってきたときの価値に対する比率で表わされる。したがって $1 - (d_{i,k})^{1/k}$ は k 年経過した車の「純」減価率の平均を示す。2つの連続したモデルの年の価格ベクトルは次のように示されるであろう。

$$p_{t+1} q_{t+1}, p_{t+2} q_{t+1} d_{i+1, 1}, p_{t+3} q_{i+1} d_{i+1, 2}, \dots\dots \\
 p_t q_i, p_{t+1} q_i d_i, 1, p_{t+2} q_i d_i, 2, \dots\dots$$

凡ての d が等しいと云うことはありそうもないことであるから, $\log(d_{i,k})^{1/k}$ の期待値が凡てのモデル年に関して同一であると仮定してよいであろう。もしそうだとすれば,

$$\sum_{k=1}^L k$$

とおいたとき, L が小でなければ $\frac{L}{\pi} (d_{i,k})$ は $\sum_{k=1}^L k$ に対する D の近似値となるであろう。連続した L 年間における 2つの連続したモデルの価格の比率は

$$\frac{p_{t+n} q_{i+1} d_{i+1, k-1}}{p_{t+n} q_i d_i, k}$$

で与えられ, その幾何平均は

$$\frac{q_{i+1}}{q_i} \left(\frac{d_{i+1, 1} d_{i+1, 2} \dots\dots d_{i+1, L-1}}{d_{i, 1} d_{i, 2} d_{i, 3} \dots\dots d_{i, L}} \right)^{1/L} \quad (3 \cdot 1)$$

となる。仮定により括弧内の値は次の近似値をとる。

$$\left(\frac{D \sum_{k=1}^{L-1} k}{D \sum_{k=1}^L k} \right)^{1/L} = \frac{D^{(L-1)/2}}{D^{(L+1)/2}} = \frac{1}{D}$$

となるから, (3.1) の近似値は

$$\frac{q_{i+1}}{q_i D}$$

ここで $q_0=1$ とおけば, $t=0$ 以後の時点の質指数を計算することができる。又, この仮定はあるモデルの価値が時の経過と共に指数函数 $e^{-(1-D)t}$ なる形をとり, 実質価値の下落は年率の幾何平均で

$$\left(d_{i1} \frac{d_{i2}}{d_{i1}} \cdot \frac{d_{i3}}{d_{i2}} \dots\dots \frac{d_{iL}}{d_{i, L-1}} \right)^{1/L} = (d_{iL})^{1/L}$$

の近似値は D となるから, 質の変化の最良推定値は

$$\frac{p_{t+n} q_{i+1} d_{i+1, L-1}}{p_{t+n} q_i d_{iL}}$$

で表わされる。Hall はこれより実際のデータを用いて質の計算をしているが, この方法は嘗て Solow が提案したものと同様, vintage の率を仮定によって先験的に定めておく点に問題があり, しかもその仮定の妥当性を検証する方法は積極的に見出されていないのであるから, 計測結果全体が仮説の域を出ていないと云われても, この批判を論破するだけの理論的根拠を見出したいところに致命的な欠点があると云わざるを得ないのである。

〔鈴木 諒一〕