

Title	企業的意思決定に関するシミュレーション実験
Sub Title	Simulation Experiment on decision making process of firms
Author	岩田, 暁一(Iwata, Gyoichi)
Publisher	
Publication year	1967
Jtitle	三田商学研究 (Mita business review). Vol.9, No.6 (1967. 2) ,p.608- 639
JaLC DOI	
Abstract	
Notes	
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234698-19670228-04048873

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the Keio Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

企業の意思決定に関するシミュレーション実験

岩 田 暁 一

— 目 次 —

- 第1節 序
- 第2節 決意変数外生模型
- 第3節 決意変数内生模型
- 第4節 選好函数の形状について
- 第5節 制約付最大傾斜上昇法
- 第6節 決意変数の決定に関する実験
- 第7節 結語

第1節 序

企業行動の分析は、実物面と資金面とが切り離されて行なわれることが従来多かつた。設備投資函数、在庫投資函数、労働需要函数、資金需要函数、等が個別に研究され測定されている。しかし、設備投資、労働雇用、資金調達等々は企業の総合的な行動の一部であり、それらを統一的な原理で説明できるような、しかも実証可能な理論があれば、それに越したことはない。

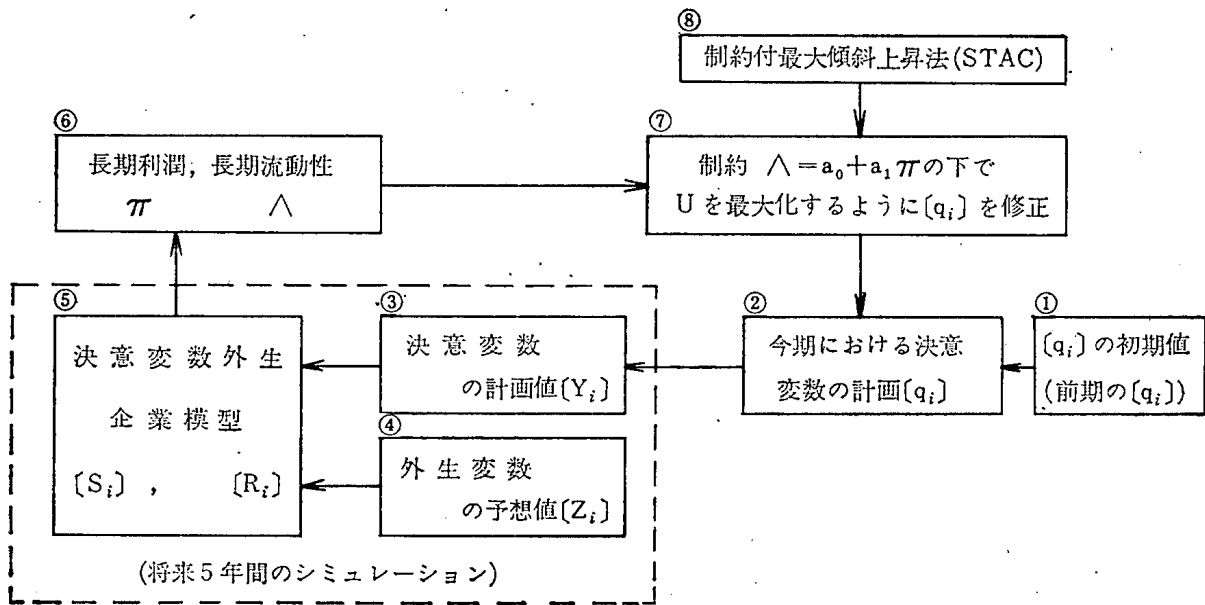
この稿で述べる試みは、^(注1)設備投資、労働需要及び各種の資金需要を、予想利潤と予想流動性に関する選好函数を最大化するという原理で、統一して説明しようとするものである。そしてただ単に説明するというだけでなく、それら投資、雇用、資金需要（具体的には短期借入、長期借入及び増資）の大きさの決定する模型を作成し実際の資料に照して検証しようとするのである。

筆者は、前稿「企業行動のシミュレーション分析」^(注2)において、企業の意味決定における主要な変数として、設備投資、労働雇用、短期借入、長期借入、増資の5つを挙げ、それらの決定メカニズムについては若干示唆するにとどめたままであった。この稿ではそれらの外生化していた5つの変数（決意変数と呼ぶ）の決定を内生化したわけである。

企業の意味決定を説明するための伝統的な方式は、周知の利潤最大化原理であろう。設備投資などの長期的な行動を説明するためには、^(注3)長期利潤、すなわち現在価値に割引いた予想将来利潤の合計、を最大化するように行動するという説明原理が採られている。短期的であれ、^(注3)長期的であれ、利潤最大化仮説が現実的か否かに関しては議論の多いところである。企業は利潤のみならず、他の諸指標例えば市場占有率、売上成長率、諸々の財務比率、等々を最適な値に維持しようとしているなどという考え方もある。或いは、企業の意味決定の主体が株主とか金融機関にある場合には、単にその企業だけの利潤最大化を図るといふ見方は誤りとなるかも知れない。このような企業へのゲインに関する議論は別の機会に行なったので此処ではこれ以上は述べない。^(注4)

ただ次のことは確実に言えよう。企業は利潤を追求していると同時に、何時でも、資金面の考慮も併せ行なっている。現金の収支バランスに何時でも気を配り、決済が滞りなく行なわれるようにしている。このような支払能力の維持が行なわれなくなれば、例えば利益があつてもいわゆる黒字倒産ということになる。それ故、企業にとって流動性の確保ということは、収益性に劣らず重要な関心事となっている。企業にとって、利潤を生まない資産は現金（当座預金も含めて）のみである。他

図 1 企業行動模型の概要



の資本はすべて生産活動に関与する資産か或いは直接収益を生み出す資産(定期預金や有価証券投資等)の形態をとっている。

現金は支払能力維持のために、止むを得ず保有しているとみるべきである。利潤を増加させるためには現金保有はなるべく少ない方がよい。しかし余りに少なければ支払不能に陥る危険が大になる。

そこで、この研究では、企業は、利潤と流動性との二つの要素に関する選好関数を最大化するように行動するという仮説を組んだ。流動性と利潤とを同時に考慮する企業模型は決して目新しいものではない。例えばクーパーの論文などを挙げる事ができる。^(注5)

この模型ではこの選好関数に完全補完型を仮定する。その結果その「拡張線」上を右上方に移動することが、効用指標を大ならしめることになる。企業は将来のT年間(この稿の実験では5年間)に互ったの計画を、このような効用指標を最大ならしめるように立てる。5年間の計画は、2ヵ月を単位とする5年間の企業活動のシミュレーションにより行なわれる。(5個の)決意変数の決め方が、5年間の企業活動の時間経路を決定する。それらは同時に、長期利潤と長期流動性とを決め、従ってその函数である効用指標の大きさを決めることになる。ところで、企業模型が複雑な形の時選好指標を最大ならしめるように決意変数の値を決定することは決して簡単なことではな

い。この稿では幾つかの仮定を置いた上で、最大傾斜上昇法と呼ばれる方法を使って決意変数の最適な時間径路を決める。以上がこの決意変数を内生化した模型の概要である。これは先の図1のようにもまとめることができる。この図の細い点は第3節、第5節で明らかにするが、模型の骨組みはこの図で理解できよう。

次節ではまず図の⑤の部分の決意変数外生模型の説明を行なう。

(注1) この稿は、昭和四十年十月三十日、成城大学で開催された理論経済学会・計量経済学会大会における報告「シミュレーション法による企業行動の研究」の内容をまとめたものである。その際、一橋大学今井賢一助教授から、適切なコメントを戴いたことを遅ればせながら感謝したい。なおこの研究は慶応義塾大学産業研究所における物価・賃金に関する総合研究プロジェクトの研究の一環として為されたものである。研究途上、辻村、小尾、尾崎先生をはじめとするプロジェクトの諸先生から有益な助言を戴いたことを感謝したい。また産業研究所の常木、加納、皆川、小林、坂本さんに種々お手伝いして戴いたことをお礼申し上げたい。

(注2) 拙著「企業行動のシミュレーション分析」『三田商学研究』第八巻四号、昭和四十年十月、四四頁～八六頁、または六甲山シンポジウム第三回計量経済学研究会議々事録参照。

(注3) 例えばクラインは次のように長期利潤を置いて、労働、固定資本、在庫の三者に対する需要を導いている。

$$an\pi = \int_0^T [amp(a-h) - anwn - anqd + \frac{d(amph)}{dt} - \delta(h, u_3)] e^{-\rho t} dt$$

ただし記号“ an ”は時点0における予想を表わす。 π は長期利潤、 p は生産物の価格、 w は生産量、 h は在庫残、 δ は h の変化率 $\left(\frac{dh}{dt}\right)$ 、 q は売上、 v は賃金率、 n は労働時間、 q は資本用役の価格、 d は資本用役、 $\delta(h, u_3)$ は在庫保管費用、 u_3 は確率的攪乱、 T は計画期間、 ρ は割引率(利子プラス危険)とする。L.R. Klein, *Economic Fluctuations in the United States 1921-1941*, John Wiley & Sons, 1950, p. 15 参照。

(注4) 企業のゲイン(目的函数)に関しては、拙稿「生産者行動と需要」、伊大知・桐田編『企業の需要予測』丸善、昭和四十年、第V編第1章を参照して欲しい。なお企業行動理論の展望的な理解には J.W. McGuire, *Theories of Business Behavior*, Prentice-Hall, 1964 が便利である。

(注5) W.W. Cooper, "Theory of the Firm: Some Suggestions for Revision," *The American Economic Review*, vol. xxxix, No. 6, December, 1949, pp. 1204-1222 を参照。

表 1 ストック内生変数 (26個)

S ₁	現金預金残高	S ₁₀	納税引当金	S ₁₉	設備存在量
S ₂	受手売掛金	S ₁₁	短期借入金	S ₂₀	建設中の設備量
S ₃	製品在庫額	S ₁₂	長期借入金・社債	S ₂₁	従業員数
S ₄	仕掛品在庫額	S ₁₃	その他負債	S ₂₂	平均原材料投入量
S ₅	原材料在庫額	S ₁₄	資本金	S ₂₃	使用総資本
S ₆	設備価値額	S ₁₅	その他自己資本	S ₂₄	前時点使用総資本
S ₇	建設仮勘定	S ₁₆	製品在庫量	S ₂₅	平均売上量
S ₈	その他資産	S ₁₇	仕掛品在庫量	S ₂₆	生産能力
S ₉	支手・買掛金	S ₁₈	原材料在庫量		

表 2 フロー内生変数 (62個)

R ₁	現預金流入額	R ₂₂	短期借入金返済額	R ₄₃	受手割引額
R ₂	" 支出額	R ₂₃	長期借入金新規借入額	R ₄₄	受手引落とし額+ 売掛金額
R ₃	受手売掛発生額	R ₂₄	" 返済額	R ₄₅	一般管理販売費
R ₄	" " 引落とし額	R ₂₅	その他負債純増	R ₄₆	支払利息割引料
R ₅	製品製造原価	R ₂₆	" 純減	R ₄₇	その他営業外費用
R ₆	製品売上原価	R ₂₇	増資	R ₄₈	売上金額
R ₇	仕掛品発生額	R ₂₈	減資(資本金の)	R ₄₉	営業外収益
R ₈	" 減少額	R ₂₉	その他自己資本純増	R ₅₀	配当・役員賞与支 払額
R ₉	原材料購入高	R ₃₀	" " 純減	R ₅₁	配当
R ₁₀	" 出来高	R ₃₁	製品生産量	R ₅₂	役員賞与
R ₁₁	設備完成額	R ₃₂	製品売上量	R ₅₃	利益(税引前)
R ₁₂	減価償却+廃棄	R ₃₃	製品中間生産量	R ₅₄	純利益(税引後)
R ₁₃	設備粗投資額	R ₃₄	製品生産量	R ₅₅	労務費
R ₁₄	建設仮勘定減少額	R ₃₅	原材料購入量	R ₅₆	経費
R ₁₅	その他資産の純増	R ₃₆	原材料投入量	R ₅₇	減価償却費
R ₁₆	" " 純減	R ₃₇	設備完成量	R ₅₈	設備廃棄額
R ₁₇	支手・買掛発生額	R ₃₈	設備減少量	R ₅₉	使用総資本増減
R ₁₈	" " 引落とし額	R ₃₉	設備粗投資量	R ₆₀	稼働率
R ₁₉	法人税確定額	R ₄₀	建設中設備の減少量	R ₆₁	設備減耗量
R ₂₀	" 納入額	R ₄₁	労働新規雇用量	R ₆₂	設備廃棄量
R ₂₁	短期借入金新規借入額	R ₄₂	退職+解雇量		

表 3 外 生 変 数 (11個)

Z ₁	製品価格	Z ₅	残業賃率	Z ₉	平均利回り
Z ₂	原材料価格	Z ₆	手形割引率	Z ₁₀	生産財物価指数
Z ₃	設備価格	Z ₇	短期利子率	Z ₁₁	製品需要量
Z ₄	定期給与	Z ₈	長期利子率		

表 4 パラメータ (30個)

企業の意思決定に関するシミュレーション実験

P ₁	法人税率	P ₂₃	設備建設期間
P ₂	その他資産対総資本比率	P ₂₅	支手・買掛返済期間
P ₃	その他負債対総資本比率	P ₂₇	税金支払の遅れ
P ₄	適正原材料在庫率	P ₂₉	配当・役員賞与支払の遅れ
P ₅	労働退職・解雇率	P ₃₁	生産函数の定数項
P ₆	経費対生産額比率	P ₃₂	生産函数の設備弾力性
P ₇	減価償却率	P ₃₃	生産函数の労働弾力性
P ₈	設備廃棄率	P ₃₄	原材料投入函数の定数項
P ₉	一般管理販売費対売上比率	P ₃₅	原材料投入函数の設備弾力性
P ₁₀	その他営業外費用対売上比率	P ₃₆	原材料投入函数の労働弾力性
P ₁₁	営業外収益対売上比率	P ₃₇	労働の定格時間
P ₁₂	役員賞与対純益比率	P ₃₈	製品適正在庫率
P ₁₃	設備耐用期間	P ₃₉	売上量平滑化定数
P ₁₉	受手・売掛回収期間	P ₄₀	原材料投入量平滑化定数
P ₂₁	製品生産期間	P ₄₁	受手割引額対売上比率

第2節 決意変数外生模型

決意変数の値が、何らかのメカニズムにより決定されると、残りの変数は次に述べる模型に従って決まるとする。この模型は、前稿「企業行動のシミュレーション分析」^(注2)の第2節で示したものと、殆ど同一であるから、この稿で模型の詳細な説明は行なわない。変数及びパラメータの記号説明は表1・表4に示す。

前稿では5個の決意変数はフロー量の形であったが、今回は次節で述べる理由により、それらをストック変数に変更している。すなわち決意変数は Y_1, \dots, Y_5 で表わされ、それらは

Y_1 … 設備価値額 S_6 + 建設仮勘定 S_7

Y_2 … 従業員数 S_{21}

Y_3 … 短期借入金 S_{11}

Y_4 … 長期借入金・社債 S_{12}

Y_5 … 資本金 S_{14}

である。

t の単位は年とする。 Δt はシミュレーションの進行の時間刻み (delta time 或いは resolution time) であり、今回は計画のために使用するの

で Δt の大きさは 2 ヶ月とする。また S_t^4 は Δt 年前の S_t の値を示す。 $R_t^{4(P)}$ は P_t 年前の時点を含む時間刻みにおける R_t の値を示す。以下に全方程式を掲げる。

- | | | | |
|---------|---|---------|---|
| (2. 1) | $R_{39} = (Y_1 - S_6^4 - S_7^4) / \Delta t + (P_7 + P_8) S_6^4 / Z_3$ | (2. 17) | $S_{26} = P_{31} (S_{19}^4)^{P_{32}} (S_{21}^4)^{P_{33}}$ |
| (2. 2) | $R_{41} = (Y_2 - S_{21}^4) / \Delta t$ | (2. 18) | $R_{95} = \text{Max} [0, (P_4 S_{22}^4 - S_{18}^4) / \Delta t]$ |
| (2. 3) | $R_{21} = (Y_3 - S_{11}^4) / \Delta t$ | (2. 19) | $R_{51} = Z_9 S_{21}^4$ |
| (2. 4) | $R_{23} = (Y_4 - S_{12}^4) / \Delta t$ | (2. 20) | $R_{42} = P_5 S_{21}^4$ |
| (2. 5) | $R_{27} = (Y_5 - S_{14}^4) / \Delta t$ | (2. 21) | $R_{57} = P_7 S_6^4$ |
| (2. 6) | $R_{61} = S_{19}^4 / P_{13}$ | (2. 22) | $R_{58} = P_8 S_6^4$ |
| (2. 7) | $R_{22} = 0$ | (2. 23) | $R_{59} = (S_{23}^4 - S_{24}^4) / \Delta t$ |
| (2. 8) | $R_{24} = 0$ | (2. 24) | $R_{62} = P_8 S_{19}^4$ |
| (2. 9) | $R_{44} = R_3^{4(P_{19})} - R_{43}^{4(P_{19})}$ | (2. 25) | $R_5 = R_8$ |
| (2. 10) | $R_8 = R_7^{4(P_{21})}$ | (2. 26) | $R_9 = Z_2 R_{35}$ |
| (2. 11) | $R_{14} = R_{13}^{4(P_{23})}$ | (2. 27) | $R_{11} = R_{14}$ |
| (2. 12) | $R_{18} = R_{17}^{4(P_{25})}$ | (2. 28) | $R_{12} = R_{57} + R_{58}$ |
| (2. 13) | $R_{20} = R_{19}^{4(P_{27})}$ | (2. 29) | $R_{13} = Z_3 R_{39}$ |
| (2. 14) | $R_{50} = R_{51}^{4(P_{29})}$ | (2. 30) | $R_{15} = \text{Max} [0, P_2 R_{59}]$ |
| (2. 15) | $R_{40} = R_{39}^{4(P_{23})}$ | (2. 31) | $R_{16} = -\text{Min} [0, P_2 R_{59}]$ |
| (2. 16) | $R_{34} = R_{33}^{4(P_{21})}$ | (2. 32) | $R_{25} = \text{Max} [0, P_3 R_{59}]$ |

- (2.33) $R_{26} = -\text{Min} [0, P_3 R_{59}]$ (2.51) $R_4 = R_{44} + R_{43}$
- (2.34) $R_{28} = 0$ (2.52) $R_{46} = Z_7 S_{11}^4 + Z_8 S_{12}^4 + Z_6 P_{19} R_{43}$
- (2.35) $R_{33} = \text{Max} [0, \text{Min} \{ (P_{38} S_{25}^4 - S_{16}^4) / \Delta t, S_{26}^4 \}]$ (2.53) $R_{45} = P_9 R_{48}$
- (2.36) $R_{60} = R_{33} / S_{26}^4$ (2.54) $R_{47} = P_{10} R_{48}$
- (2.37) $R_{31} = R_{34}$ (2.55) $R_{49} = P_{11} R_{48}$
- (2.38) $R_{36} = P_{34} (S_{19}^4)^{P_{35}} (S_{21}^4)^{P_{36}} R_{60}$ (2.56) $R_1 = R_{43} + R_{21} + R_{23} + R_{27} + R_{49} + R_{25} + R_{16} + R_{58} + R_{44}$
- (2.39) $P_{37} = R_{40}$ (2.57) $R_{53} = R_{48} + R_{49} - R_6 - R_{45} - R_{46} - R_{47}$
- (2.40) $R_{38} = R_{61} + R_{62}$ (2.58) $R_{19} = \text{Max} [0, P_1 R_{53}]$
- (2.41) $R_{55} = Z_4 S_{21}^4 + \text{Max} [0, (R_{60} - P_{37}) Z_5 S_{21}^4]$ (2.59) $R_{54} = R_{53}$
- (2.42) $R_{10} = \{ (S_5^4 + \Delta t \cdot R_9) / (S_{18}^4 + \Delta t \cdot R_{35}) \} \cdot R_{36}$ (2.60) $R_{52} = P_{12} R_{54}$
- (2.43) $R_{17} = R_9 + R_{18}$ (2.61) $R_2 = R_{18} + R_{22} + R_{24} + R_{26} + R_{28} + R_{45} + R_{46} + R_{47}$
 $+ R_{20} + R_{50} + R_{55} + R_{56} + R_{15}$
- (2.44) $R_{56} = Z_{10} P_6 R_{31}$ (2.62) $R_{29} = \text{Max} [0, R_{54} - R_{50}]$
- (2.45) $R_{32} = \text{Min} [Z_{11}, S_{16} / \Delta t + R_{31}]$ (2.63) $R_{30} = -\text{Min} [0, R_{54} - R_{50}]$
- (2.46) $R_6 = \{ (S_3^4 + \Delta t \cdot R_5) / (S_{16}^4 + \Delta t \cdot R_{31}) \} R_{32}$ (2.64 ~ 2.84) $S_i = S_i^4 + \Delta t \cdot (R_{2i-1} - R_{2i}) \quad i=1, 2, \dots, 21$
- (2.47) $R_7 = R_{10} + R_{57} + R_{55} + R_{56}$ (2.85) $S_{25} = S_{25}^4 + \Delta t \cdot (R_{32} - S_{25}^4) / P_{39}$
- (2.48) $R_{48} = Z_1 R_{32}$ (2.86) $S_{22} = S_{22}^4 + \Delta t \cdot (R_{36} - S_{22}^4) / P_{40}$
- (2.49) $R_{43} = P_{41} R_{48}$ (2.87) $S_{24} = S_{23}^4$
- (2.50) $R_3 = R_{48}$

$$(2.88) \quad S_2 = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 + S_6 + S_7 + S_8$$

以上の模型で前論文の第2節の模型と異なる点は次の通りである。

(i) (2.6) の設備減耗以外は遅れの型を指数遅れからパイプライン遅れに変更した。すなわち (2.9), ..., (2.16) が変更になっている。例えば(2.10)は R_7 の P_{21} 年以前の時点 (を含む時間刻み) における値がそのまま現在の R_8 の値になるという意味である。他も同様。

(ii) (2.42), (2.46) は式の形が変更になっている。

(iii) (2.1), ..., (2.5) は決意変数をストックからフローへ変換する式である。

第3節 決意変数内生模型

(イ) 外生変数の予想に関する仮説

企業が将来の計画について意思決定を行なうときには、企業を取囲む外的環境が将来どのように変化するかを何らかの形で予想しているはずである。われわれの模型は企業の外的環境は11個の外生変数 c_i によって表わされている。

そこで次のような仮定を置く。企業は外生変数の将来の値は、過去の当該変数の伸び率の平均値 (一次指数平滑による) を以って伸びると予想するものとする。すなわち、現在時点をとすると、将来の $[t, t+h]$ 時間間隔における第 i 外生変数の予想値は

$$(3.1) \quad Z_i(t, t+h) = Z_i(t_0, t_0+h) e^{c_i(t-t_0-\frac{1}{2}h)} \quad i=1, 2, \dots, 11$$

ただし h は外生変数に関する資料の時間間隔であり、この実験では h は 0.5 年である。^(注6) また、予想伸び率 c_i は

$$(3.2) \quad c_i = c_i^{A(h)} + \frac{h}{a} \left\{ \frac{Z_i(t, t+h) - Z_i(t-h, t)}{Z_i(t-h, t)} - c_i^{A(h)} \right\} \quad i=1, 2, 3, \dots, 11$$

なる一次指数平滑により決められる。ただし $c_{i,t+h}$ は h (半年) 前の c_i の値、 a は平滑化定数である。右辺の分数 $[Z_i(t, t+h) - Z_i(t-h, t)] / [Z_i(t-h, t) \cdot h]$ は前期 $(t-h, t)$ から今期 $(t, t+h)$ にかけての Z_i の伸び率 (年率換算の) を表わしているわけである。

(ロ) 決意変数の計画

次に決意変数の将来の値は次のように計画されるものと仮定する。

(i) 来期以降の決意変数の値は金額需要の予想伸び率 b により成長させるように計画される。ただし、

$$(3.3) \quad b = c_1 + c_{11} + c_1 \cdot c_{11}$$

(ii) 今期 (すなわち時間 $(t_0, t_0 + \Delta t)$)。以下「期」という語を半年決算の期の意味に用いる。における決意変数は (イ) の条件下で、次の選好函数の値を最大ならしめるように決められる。

$$(3.4) \quad U = U(\Pi, A)$$

ただし U は選好指標、 Π 、 A はそれぞれ、長期予想利潤、長期予想流動性で、各々次の式によって定義される。

$$(3.5) \quad \Pi = \sum_{t_0 < t \leq T} \pi(t - \Delta t, t) e^{-\rho(t-t_0)} \Delta t$$

$$(3.6) \quad A = \sum_{t_0 < t \leq T} \lambda(t) e^{-\rho(t-t_0)} \Delta t$$

ただし π は毎時間刻み (2 ヶ月) の利潤であり、 λ は毎時間刻みの流動性の大きさである。具体的には

$$(3.7) \quad \pi = R_{29} - R_{30}$$

$$(3.8) \quad \lambda = S_1$$

を採用する。すなわち π としてはその他自己資本増減つまり内部留保 (フローの意味における) を採用する。当期純利益 R_{54} をと

らなかった理由は、配当・役員賞与を企業のゲイン中に含めない方が現実的であると考えたからに他ならない。勿論これは異論の多いところであろう。またすなわち流動性の大きさとして現金・預金をとったのは、その他の流動資産の中どの程度の額のものかどの程度の換金性従って流動性があるかが不明であるから、これを採用したわけである。しかし預金も、預金の種類別に流動性の評価を変える必要があるかも知れない。現在の段階ではこの差異は無視することにする。

計画の行なわれた期 $[t_0, t_0+h]$ における各決意変数の伸び率を q_i で表わす。すなわち

$$(3.9) \quad Y_i(t_0+h) = Y_i(t_0) e^{q_i h} \quad i=1, 2, \dots, 5$$

或いは

$$(3.10) \quad q_i = \frac{1}{h} \log_e \frac{Y_i(t_0)}{Y_i(t_0+h)} \quad i=1, 2, \dots, 5$$

である。

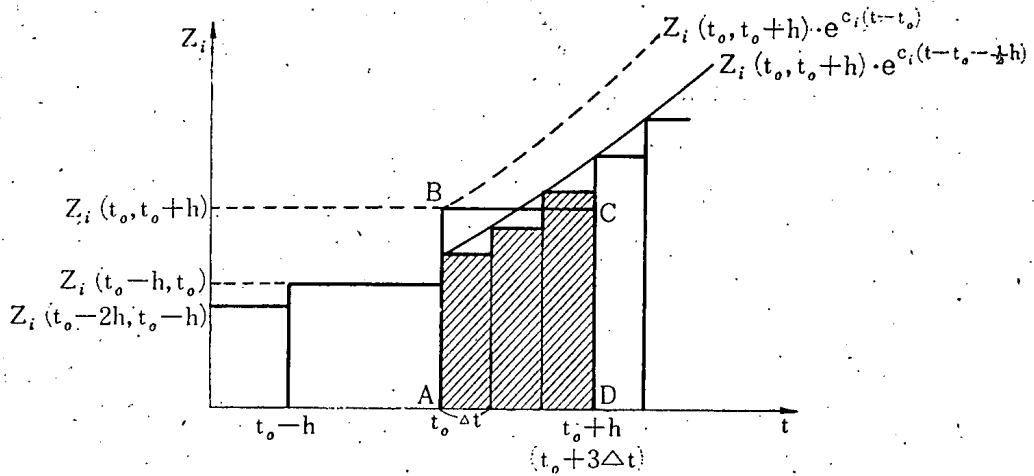
このように定義された伸び率 q_i ($i=1, 2, \dots, 5$) の値を決めることによって、計画期間 $[t_0, t_0+T]$ における各決意変数の時間径路 (time path) は一義的に決定される。すなわち次のようになっているわけである。

$$(3.11) \quad Y_i(t) = Y_i(t_0) \cdot e^{q_i(t-t_0)}, \quad t_0 < t < t_0+h \text{ のとき,} \\ = Y_i(t_0) \cdot e^{q_i h + q_i(t-t_0-h)}, \quad t_0+h < t < t_0+T \text{ のとき,} \quad i=1, 2, \dots, 5$$

このように5個の決意変数の伸び率 q_1, q_2, \dots, q_5 の値が決まると、計画期間内の決意変数の値が決まり、従ってまた、第2節の決意変数外生模型を通じて、全内生変数の将来の予想値が決まることになる。それらの内生変数の一部分として、(3.7)・(3.8)の利潤予想値 π や流動性予想値 λ の時間径路が決まることは言うまでもない。それ故、(3.5)・(3.6)を通じて長期利潤 Π と長期流動性 Λ は、 q_1, \dots, q_5 の函数である。すなわち

$$(3.12) \quad \Pi = \Pi(q_1, \dots, q_5)$$

図 2



$$(3.13) \quad A = A(q_1, \dots, q_5)$$

と書くことができる。そして更には (3.4) を通じて、効用 U は q_1, \dots, q_5 の函数である。

かくして、(3.4) の効用 U を最大ならしめるように、5個の決意変数の伸び率 q_1, \dots, q_5 が決められる。

(注6) (3.1) および (3.2) について若干説明しよう。計画期の期首 t_0 より h (半年) の間に実現した Z_i の値 $Z_i(t_0, t_0+h)$ は、企業にとり将来の決意変数の値の決定のために利用可能であると考えているわけである。そのため (3.2) のような形をとる。(3.1) の e のべき指数が $c_i(t-t_0-1/2h)$ となっているのは図2を見れば理解できよう。図2の破線は $Z_i(t, t+h) = Z_i(t_0, t_0+h)e^{c_i(t-t_0)}$ を示す。しかし、これでは例えば図2のような Z_i が逓増的などときには過大評価になってしまう (逓減的などときには過少評価)。そこで $h/2$ だけ右に平行移動すれば、図の実線の曲線のようになる。このようにすれば、斜線を施した部分の面積は、ほぼ矩形 ABCD の面積に等しくなる。

第4節 選好函数の形状について

(イ) 富士製鉄についての実験

決意変数の伸び率 q_1, \dots, q_5 が以上のようなメカニズムで決まるといふ仮説の当否は別にして、実際の q_1, \dots, q_5 の値を採用したとき、各期における Π 、 A はどのような大きさになるかを試算してみよう。

実績 q_i による実験結果 (富士製鉄)

生産財 価格指 数 c_{10}	製 品 需 要 量 c_{11}	製 品 需 要 金 額 b	設 備 q_1	雇 用 者 数 q_2	短 期 借 入 金 q_3	長 期 借 入 金 q_4	資 本 金 q_5	長 期 予 想 利 潤 Π	長 期 予 想 流 動 性 A
.0300	.0300	—	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	(百万円)	(百万円)
.0163	.0028	.0076	.2258	-.0024	.9459	.6461	0	-22,877	-20,383
.0269	.1161	.1194	.0956	.0513	-.1919	.4488	0	45,308	140,270
.0227	.0066	.0447	.0192	.0500	-.4727	.4023	0	20,571	53,596
-.0215	-.1082	-.0903	.4489	.0002	1.4334	-.9128	0	13,699	51,089
-.0095	.0395	.0066	-.0535	.0002	.1173	.2236	0	11,517	87,425
-.0099	.1627	.1192	-.0682	-.0026	-.7021	.0842	1.3862	-25,536	41,141
-.0019	.1324	.1469	-.0508	-.0026	-.5497	.0530	0	-49,721	-17,503
.0477	.0781	.1845	.1573	.0822	-1.2667	-.0594	0	35,371	54,803
.0564	.0390	.2143	.2310	.0789	-.1190	-.0148	.8734	119,300	204,040
.0286	.1016	.2058	.2098	.0190	1.1182	.1969	0	73,655	124,570
-.0072	.0344	.0602	.2365	.0192	1.3807	.4886	0	33,196	127,550
-.0265	.0103	.0162	.2832	.0347	0.971	.5630	0	47,110	192,610

表 5 富士製鉄パラメータ推定値

P_1	0.36252	P_{23}	0.74229
P_2	0.09783	P_{25}	0.25210
P_3	0.11384	P_{27}	0.57259
P_4	0.30000	P_{29}	0.25000
P_5	0	P_{31}	3.36530
P_6	0.02511	P_{32}	0.58800
P_7	0.11605	P_{33}	0.41200
P_8	0.00500	P_{34}	389.0
P_9	0.05328	P_{35}	0.13390
P_{10}	0.07217	P_{36}	0.38728
P_{11}	0.06434	P_{37}	0.50000
P_{12}	0.00594	P_{38}	0.30000
P_{13}	8.61697	P_{39}	0.50000
P_{19}	0.15239	P_{40}	0.50000
P_{21}	0.07930	P_{41}	0.50000

対象は、前論文の対象と同じく、富士製鉄の昭和27年下期($k=11$)から昭和33年上期($k=12$)までである。パラメータ推定値を表5に掲げる。これらパラメータの推定の仕方については前論文で詳しく述べた。

表6の左側に各期における外生変数の予想伸び率 c_i の値を示した。この際の平滑化定数 a の値は2、またデータの時間刻み h は0.5年である(註7)参照)。

表6の右側には実績の q_i の各期における値である。そして最右端2欄に、それら q_i を採用したときの長期予想利潤 Π 、長期予想流動性 A の各期における値が示されている。(註7)

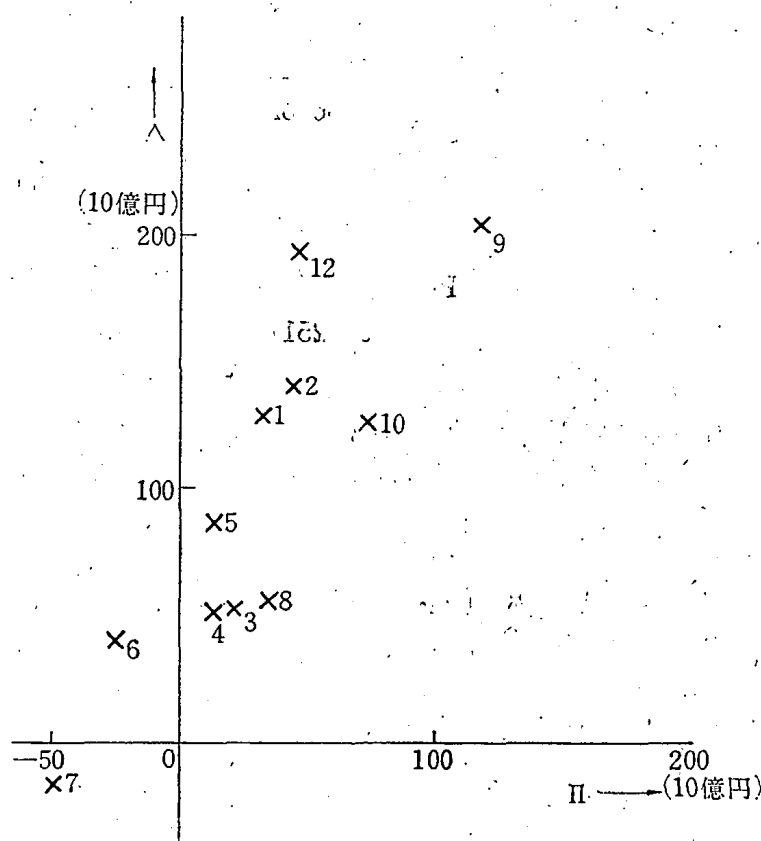
これらの Π 、 A の値の散布図を描くと次の図3のようになる。

表 6 外生変数の予想伸び率および

		製 品 価 C ₁	原 材 料 価 C ₂	設 備 価 C ₃	定 期 与 給 C ₄	残 業 率 賃 C ₅	手 形 割 引 率 C ₆	短 期 利 子 率 C ₇	長 期 利 子 率 C ₈	平 均 利 回 り C ₉
(初期値)		.0300	.0300	.0300	.0100	.0100	.0	.0	.0	.0
k=1	27下	.0048	-.0078	.0301	.0475	.0534	-.0154	-.0076	-.0197	-.1644
2	28上	.0030	-.0857	.0478	.0403	.0700	-.0130	-.0123	-.0219	-.1233
3	28下	.0378	-.0698	.0490	.0350	.0797	-.0097	-.0092	-.0218	-.0925
4	29上	.0201	-.0792	-.0005	.0290	.0598	-.0073	-.0025	-.0163	-.0694
5	29下	-.0317	-.0482	.0030	.0243	.0543	-.0055	-.0018	-.0122	-.0520
6	30上	-.0374	.0288	-.0011	.0672	.0419	-.0138	-.0119	-.0092	-.1010
7	30下	.0128	.0933	.0325	.0948	.0556	-.0264	-.0214	-.0069	.1092
8	31上	.0987	.1140	.0826	.0990	.0554	-.0403	-.0346	-.0228	.0819
9	31下	.1687	.1240	.0910	.1006	.0501	-.0350	-.0326	-.0358	-.0557
10	32上	.0945	.0983	.0541	.0757	.0465	-.0088	-.0110	-.0269	-.1111
11	32下	.0250	.0069	.0077	.0571	.0258	.0061	-.0023	-.0202	.0833
12	33上	.0059	-.0648	-.0219	.0713	.0273	-.0033	-.0761	-.0151	-.0330

(注) $a=2, h=0.5, T=5, \rho=0.1$

図 3 富士製鉄の実績 q_i による結果



各期の (Π_k, V_k) のプロットが、右に期の番号をつけた×印により示されている。

これらのプロットを、前節の模型により解釈するならば、次のようになる。いま或る期、これを第 k 期としよう、において、決意変数の値の決め方、従って伸び率 q_1, \dots, q_5 の決め方には種

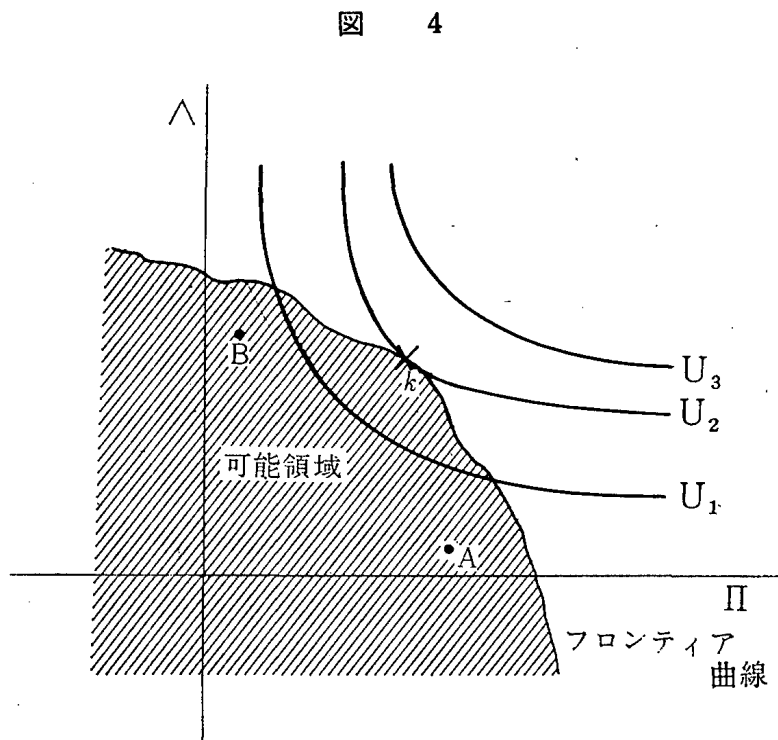


図 4

ぶことにする。図4の斜線を施した部分がそれを示す。^(注8) q_1, \dots, q_5 にどのような値をとらせても実現できない、 Π, A の組み合わせが可能領域より右上一带の白い部分である。言うまでもないが、このような可能領域は特定の環境(すなわち外生変数の予想値、各種内生変数の初期値など)によって決まるものであるから、一般に、期が変れば、可能領域も移動する。

第3節で述べた理論によれば企業はこの可能領域の中で選好指標 U が最大になる Π, A の組み合わせを選択する。図4の U_1, U_2, U_3 などの曲線は各効用水準の無差別曲線群を示し、 $\Pi \wedge U_2 \wedge U_3$ とする。かくして可能領域で最大の U を与える点

々な組み合わせがあり得る。例えば設備投資を大に行ない(q_1 大)しかも借入や資本金をそれほど増加しなければ(q_2, q_4, q_5 小)、通常は将来の利潤は増加するが、流動性は悪化するかも知れない。この場合には (Π_A, A_A) 次の図4のA点のような位置にあるだろう。この逆に設備投資を手控えて、資金借入だけを行なえば、手持資金は潤沢にあるから、流動性 A は大になるが長期利潤 Π は低下し、図4のB点のような位置に (Π_B, A_B) の組み合わせが実現するであろう。勿論場合によっては、多額の設備投資を行なっても、需要が伴わず設備費(減価償却費)の圧迫のために将来の利潤が減少することもあり得る。従って q_1 の増加が Π の増大に直接結びつくとは言いつてもいい。此処では一つの可能性を例として挙げたに過ぎない。とも角、 q_1, \dots, q_5 の種々な値に対応して Π, A 空間における種々な点を実現する。 Π, A 空間におけるそれらの点の集まりを可能領域 (feasible domain) と呼

表 7 鉄鋼主要企業の主な指標

k	期	会社数	現預金	有形固定資産	短期借入金	長期借入金	資本金	純売上高	純利益	従業員数(1000人)
0	32上	38	48,245	258,679	76,547	66,558	88,466	392,718	23,016	197
1	下	38	48,987	299,162	117,859	87,876	102,837	337,116	17,459	195
2	33上	38	56,932	346,214	134,284	116,823	122,254	293,441	14,232	199
3	下	38	59,195	396,754	437,550	158,249	125,043	310,880	13,268	201
4	34上	37	65,296	437,842	128,183	184,394	134,370	386,220	23,597	211
5	下	37	81,641	484,031	120,768	220,002	181,654	454,041	37,489	217
6	35上	36	79,677	545,809	133,725	252,042	200,780	497,681	43,716	230
7	下	36	83,377	626,036	124,713	286,432	251,454	543,822	45,311	236
8	36上	36	93,562	718,189	156,912	309,778	303,678	613,614	46,879	254
9	下	36	106,670	802,338	226,175	333,278	346,453	663,783	44,442	262
10	37上	36	102,923	887,381	238,181	367,378	455,153	593,999	23,837	269
11	下	36	119,087	946,956	283,268	410,237	460,557	573,353	14,919	266
12	38上	35	129,024	974,920	280,069	442,244	464,234	640,565	29,762	265
13	下	34	150,448	983,519	294,571	272,096	487,808	743,126	47,306	267

企業の意思決定に関するシミュレーション実験

(注) 出所 日銀「主要企業経営分析」より
金額の単位は百万円。

k が選ばれる。図 3 の X 印の諸点は各期におけるこのような均衡点の実現値と解釈できるであろう。

図 3 の散布図を見て気がつくことは、大なる Π が選ばれているときには、 A も大なるものが選ばれているということである。その逆、 Π 小なるときは A も小も言える。このことは、 Π 、 A に関する選好関数の形状が代替型というよりはかなりの補完型であることを想像させる。

(ロ) 鉄鋼主要企業についての実験

日銀「主要企業経営分析」の鉄鋼主要企業についての集計データをを用いて、(イ)と同様な実験を試みてみる。期間は昭和 31 年下期より 38 年下期までであり、その間に対象企業数は 38 社から 34 社に減少している。これは合併などによるため、対象としては同一企業群を追跡していると考えてよい。表 7 にこの対象に関する主要なデータを示す。これらのデータその他を用いて、富士製鉄のときと同様な方法でモデルのパラメータを推定した結果、表 8 が得られた。

q_1 、 \dots 、 q_5 の実績値を用いて、(イ)と同様な計算を行なった。

実績 q_i による実験結果 (鉄鋼主要企業)

生産財 価格指 数 c_{10}	製 品 需 要 量 c_{11}	製 品 需 要 金 額 b	設 備 q_1	雇 用 者 数 q_2	短 期 借 入 金 q_3	長 期 借 入 金 q_4	資 本 金 q_5	長 期 予 想 利 潤 Π	長 期 予 想 流 動 性 A
-.0180	.2980	b	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	(百万円)	(百万円)
-.0393	.2164	.0465	.2909	-.0226	.8632	.4484	.3011	-223,620	289,430
-.0547	.1534	-.0347	.2921	.0407	.2609	.4995	.3459	-378,540	-3,235
-.0446	.1529	.0031	.2716	.2340	.0481	.5698	.0451	-249,700	228,080
-.0206	.2013	.1196	.1971	.0952	-.1411	.3357	.1439	113,580	607,890
-.0064	.2377	.1757	.2006	.0623	-.1192	.3835	.6030	217,460	877,800
-.0127	.2422	.1781	.2402	.1092	.2040	.2814	.2002	273,390	927,410
-.0080	.2381	.1789	.2743	.0545	-.1395	.4125	.4501	240,180	964,520
.0045	.2331	.1996	.2746	.1486	.4593	.1992	.3774	430,520	1,243,600
-.0025	.2319	.1889	.2216	.0656	.7312	.1271	.2636	472,300	1,527,200
-.0133	.1509	.0851	.2015	.0454	.1034	.1551	.5458	-44,003	827,030
-.0100	.1111	.0464	.1300	-.0220	.3467	.1859	.0236	-126,340	651,140
.0001	.1242	.0936	.0582	-.0024	-.0227	.1359	0.159	181,920	1,135,300
.0051	.1713	.1493	.0176	.0155	.1010	.1190	0.991	379,670	1,766,200

表 8 鉄鋼主要企業パラメータ推定値

P_1	0.27915	P_{23}	0.64550
P_2	0.15242	P_{25}	0.24620
P_3	0.02705	P_{27}	0.25000
P_4	0.20941	P_{29}	0.25000
P_5	0	P_{31}	0.12325
P_6	0.05505	P_{32}	0.55387
P_7	0.07143	P_{33}	0.72756
P_8	0.00500	P_{34}	0.18861
P_9	0.06995	P_{35}	0.29935
P_{10}	0.02333	P_{36}	0.91367
P_{11}	0.02458	P_{37}	0.66667
P_{12}	0.00448	P_{38}	0.30000
P_{13}	14.0	P_{39}	0.50000
P_{19}	0.23727	P_{40}	0.50000
P_{21}	0.06283	P_{41}	0.73790

結果を表 9 に示す。この表の見方は表 6 と全く同様である。富士製鉄単独の場合と違って、これら総計量データでは資本金の伸び率 q_5 の値が完全に 0 という期はない。 Π と A の散布図を描くと図 5 のようになる。

この散布図を見ると各プロットは富士製鉄のときと同様に Π が増えれば A も増えるという関係になっていることが分る。このことは選好函数が補完的な型であることを推測させる。

そこで次のような仮説を立てる。

企業の選好函数は

$$(4.1) \quad U = \min [A, a_0 + a_1 \Pi]$$

によって記述される完全補完型であるとす。これを図示すれ

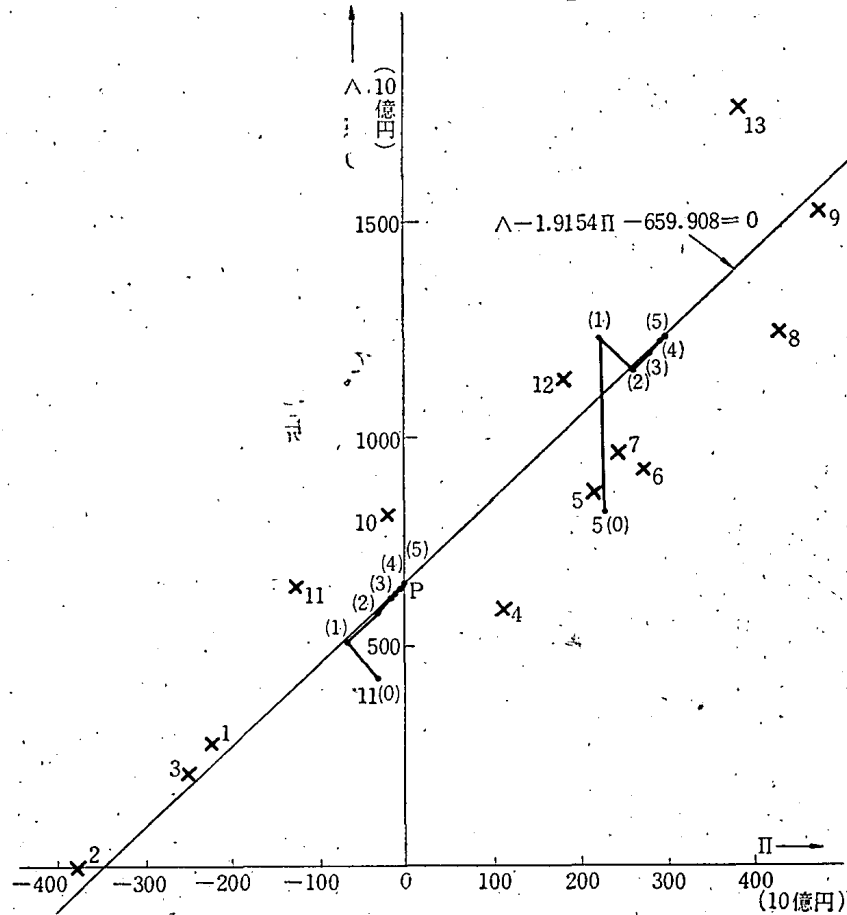
表 9 外生変数 Z_i 予想伸び率および

		製品 価格 C_1	原材料 価格 C_2	設備 価格 C_3	定期 与 給 C_4	残業 率 C_5	手形 割引率 C_6	短期 利率 C_7	長期 利率 C_8	平均 利回り C_9
(初期値)		-.1020	-.0240	.0240	-.0180	-.0340	.0700	.0540	0	0
$k=1$	32下	-.1396	-.0437	-.0019	-.0470	-.0101	.0653	.0465	0	-.0077
	2 33上	-.1631	-.0564	-.0247	.0023	-.0247	.0410	.0290	0	-.0566
	3 33下	-.1299	-.0489	-.0175	.0215	.0081	.0152	.0098	0	-.0902
	4 34上	-.0680	-.0228	-.0053	.0351	.0165	-.0040	-.0012	0	-.0533
	5 34下	-.0501	-.0101	.0077	.0432	.0556	-.0018	.0022	0	-.0026
	6 35上	-.0516	-.0160	.0028	.0501	.0436	.0029	.0060	-.0032	-.0367
	7 35下	-.0477	-.0115	.0041	.0784	.0648	-.0111	-.0035	-.0215	.0192
	8 36上	-.0271	-.0006	.0160	.0953	.0663	-.0189	-.0088	-.0365	.0229
	9 36下	-.0349	-.0083	.0149	.0307	.0960	.0081	.0072	-.0027	.0172
	10 37上	-.0571	-.0178	.0035	.0341	.0767	.0109	.0079	-.0020	-.0039
	11 37下	-.0582	-.0124	.0002	.0364	.0870	-.0045	-.0038	-.0015	-.1116
	12 38上	-.0272	-.0006	-.0009	.0663	.0873	-.0269	-.0197	-.0011	-.1004
	13 38下	-.0188	.0041	-.0002	.0585	.1048	-.0266	-.0186	-.0008	-.0063

(注) $a=2, h=0.5, T=5, \rho=0.1$

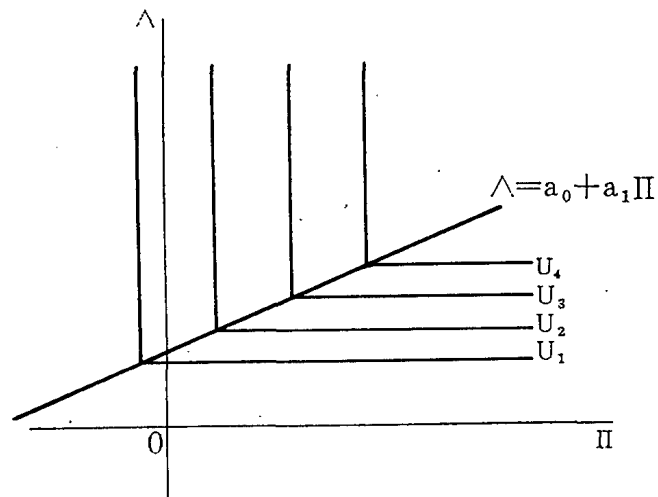
企業の意思決定に関するシミュレーション実験

図 5 鉄鋼主要企業の実績 q_i による結果



ば図6のようになる。
若し選好函数が(4)のような形をしていれば、 Π Δ 空間

図 6 企業の選好函数



の可能領域の境界(図4のフロンティア曲線)が負以外の勾配を持たない限り、直線

$$(4.2) \quad U = a_0 + a_1 \Pi$$

上で均衡点を持つことになる。現実のプロットが(4.2)の直線上に厳密に乗らないのは、企業の均衡への調整が不完全なためと考える。

この直線(4.2)を鉄鋼主要企業のデータより推定することにしよう。Π、Uのいずれの方向に誤差を最小にしても誤りになるので、ここでは直交回帰法(orthogonal regression)を用いる。この方法は推定される回帰平面に直交する方向の誤差の平方和を最小にするものである。^(注10)

推定結果は

$$(4.3) \quad U = -659.908 + 1.9154 \Pi$$

である。図5にはこの方程式を表わす直線が描いてある。

効用指標Uはこの直線上を右上へ移動すればするほど大になる。そこでこの直線とU軸との交点(点P)を基点として、Pからの距離を効用指標の大きさと見做すことにする。すると、UとΠとは明らかに

$$(4.4) \quad U = \sqrt{1 + a_1^2} \Pi = 2.1607 \Pi$$

という関係になる。

(注7) このΠ、Uの値は、前論文「企業行動のシミュレーション分析」の表14(83頁)に示した値とは異なる。前論文では、計画期間全体に互って各決意変数の伸び率にも(製品需要金額予想伸び率)を採用していたからである。

(注8) 図4の可能領域の形状は全く直観的に描いたもので、実験に基づいて確定したものではない。模型自体種々な不連続、非線型の

部分を多数含むので、可能領域が図のような滑らかな境界を持つ集合になるかどうかについては確言できない。

(注9) フロンティア曲線が負以外の勾配を持つことは現実には余りないように思われる。

(注10) 直交回帰について簡単な説明をして置く。いま p 種類の確率変数に関する n 組の観測値 (a_{1i}, \dots, a_{pi}) , $i=1, 2, \dots, n$ があるとして、その間に

$$(i) \quad a_0 + a_1x_1 + \dots + a_px_p = u_i \quad i=1, 2, \dots, n$$

なる関係があると想定する。ただし u_1, \dots, u_n は相互に独立な直接には観測不可能な確率変数であるとする。また $\alpha_1, \dots, \alpha_p$ は方向余弦で

$$(ii) \quad \alpha_1^2 + \dots + \alpha_p^2 = 1$$

を仮定する。直交回帰法は (ii) の制約の下で $\sum_{i=1}^n u_i^2$ を最小ならしめるように α_j の推定値 $\hat{\alpha}_j$ ($j=0, 1, \dots, p$) を決めるものである。ただし $u_i = a_0 + a_1x_{i1} + \dots + a_px_{ip}$ 。 λ をラグランジュ未定乗数として $u = \sum_{i=1}^n u_i^2 - \frac{1}{2} \lambda (\sum_{j=0}^p \alpha_j^2 - 1)$ の α_j ($j=0, 1, \dots, p$) に関する偏導関数を求めると置き、整理すると

$$(iii) \quad \begin{cases} a_1m_{11} + \dots + a_pm_{1p} = \lambda\alpha_1 \\ \dots \\ a_1m_{p1} + \dots + a_pm_{pp} = \lambda\alpha_p \end{cases}$$

$$(iv) \quad a_0 = a_1\bar{x}_1 + \dots + a_p\bar{x}_p$$

となる。ただし $m_{jh} = \sum_{i=1}^n (x_{ji} - \bar{x}_j)(x_{hi} - \bar{x}_h)$, $\bar{x}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{ji}$ となる。 $\lambda = \sum_{i=1}^n u_i^2$ が証明されるから、結局 m_{jh} を要素とする n 次対称行列の最小固有値を λ の値としたときの (iii) の解が求める $\alpha_1, \dots, \alpha_p$ であり、次いで a_0 は (iv) から求まる。

第5節 制約付最大傾斜上昇法

かくしてわれわれの問題は、

$$(5.1) \quad A = a_0 + a_1H$$

の制約の下で

$$(5.2) \quad U = b_1H$$

企業の意味決定に関するシミュレーション実験

を最大化するように独立変数 q_1, \dots, q_5 を決めるということになった。ただし $b_1 = \sqrt{1+a_1^2}$ 。

Π や A は q_1, \dots, q_5 の函数ではあるが、その函数形は第2節、第3節の模型全体によって記述されるものであり、この問題を通常の方法（微分して零と置く）で解くことはできない。また独立変数間に制約(5.1)が課せられ、しかもその制約式を利用して独立変数の一つを消去しうる形になっていないので、単純な最大傾斜上昇法やニュートン法などにより最大値を求められない。

独立変数間に制約があるときの最適値探索には種々な解法が工夫されているが、われわれは、ドーフマンの提案した方法を採用する。それは制約付最大傾斜上昇法 (Method of Steepest Ascent under Constraint) と呼ばれるべき方法である。

これをSTACと略称しよう。以下、この方法の説明と筆者の組んだプログラムの説明をやや詳しく行なう。次節の実験の結果を評価するためにこの方法の性格を理解しておく必要があるからである。説明は制約式が唯一の場合についてだけ行なう(制約式が一般に p 個 ($p \leq n$) ある場合については原論文を参照せよ)。

独立変数の個数を n とし、それらを x_1, x_2, \dots, x_n で表わす。また x_1, \dots, x_n を要素とする n 次列ベクトルを x で表わす。最大化すべき微分可能な函数を

$$(5.3) \quad F(x) = F(x_1, \dots, x_n)$$

とする。 $F(x)$ は x の要素を独立変数とする函数を表わすための通常の記号法である。また制約式を

$$(5.4) \quad C(x) = C(x_1, \dots, x_n) = 0$$

なる陰函数で表わす。

いま既に x_1, \dots, x_n が (5.4) を満足する或る値をとっているものとしよう。制約付最大傾斜上昇法は、この点 (ベクトル x によって張られる n 次元ユークリッド空間の) から、(5.4) の制約の下で、 $F(x)$ の微分が最大になる方向に次のステップを進める。 y_1, \dots, y_n を各 x_i の変動量とし、変動半径を ρ (∇F) とすれば、問題は

$$(5.5) \quad C(x+y) = 0$$

$$(5.6) \quad \sqrt{\sum y_i^2} = \rho$$

の制約の下で、 $F(x+y)$ を最大にすべき y の各要素の値を求めることになる。 λ, μ をそれぞれラグランジェの未定乗数と

$$(5.7) \quad L(y) = F(x+y) + \lambda C(x+y) + \mu (\sqrt{\sum y_i^2} - \rho)$$

と置く。 y_i に関する偏導函数をそれぞれ 0 と置けば (5.6) を利用して

$$(5.8) \quad \nabla L = \nabla F + \lambda \nabla C + \frac{\mu}{\rho} y = 0$$

ただし

$$\nabla L = \begin{pmatrix} \frac{\partial L}{\partial x_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial L}{\partial x_n} \end{pmatrix}, \quad \nabla F = \begin{pmatrix} \frac{\partial F}{\partial x_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial F}{\partial x_n} \end{pmatrix}, \quad \nabla C = \begin{pmatrix} \frac{\partial C}{\partial x_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial C}{\partial x_n} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{0} = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

とする。次のように各種の内積の記号を定める。

$$(5.9) \quad \begin{cases} (\nabla F)' \cdot \nabla F = m_{00} \\ (\nabla F)' \cdot \nabla C = m_{01} (= m_{10}) = (\nabla C)' \cdot \nabla F \\ (\nabla C)' \cdot \nabla C = m_{11} \end{cases}$$

ただし、右肩のダッシュ記号は転置を表わす。

(5.8) と ∇C の内積を作れば

$$(5.10) \quad m_{10} + \lambda m_{11} + \mu \frac{y'}{\rho} \nabla C = 0$$

$$(5.11) \quad y' \nabla F + \lambda y' \nabla C + \mu \rho = 0$$

よする。 (5.10) と (5.11) を連立させて、 λ と μ について解けば

$$(5.12) \quad \lambda = \frac{m_{10} - \left(\frac{y'}{\rho} \nabla F\right) \left(\frac{y'}{\rho} \nabla C\right)}{m_{11} - \left(\frac{y'}{\rho} \nabla C\right)^2}$$

$$(5.13) \quad \mu = \frac{m_{11} \left(\frac{y'}{\rho} \nabla F\right) - m_{10} \left(\frac{y'}{\rho} \nabla C\right)}{m_{11} - \left(\frac{y'}{\rho} \nabla C\right)^2}$$

が得られる。

$$(5.5) \quad C(x+y) = 0 \quad \text{よる}$$

$$(5.14) \quad C(x+y) - C(x) = y' \nabla C + o(\rho) = 0$$

である。ただし第2式はテイラー展開による多項式であり、(5.14) は y に関する2次以上の項の合計である。それ故に $o(\rho)$ の

$$(5.15) \quad \frac{y'}{\rho} \nabla C = o(\rho) \rightarrow 0$$

よする。 (5.12) と (5.13) よる

$$(5.16) \quad \lambda \rightarrow -\frac{m_{10}}{m_{11}}$$

$$(5.17) \quad \mu \rightarrow -\frac{y'}{\rho} \nabla F$$

となる。(5.17) を評価するために (5.8) と ∇F との内積を作ると

$$(5.18) \quad m_{00} + \lambda m_{10} + \mu \frac{y'}{\rho} \nabla F = 0$$

となるから $\rho \rightarrow 0$ のとき

$$(5.19) \quad \mu^2 \rightarrow \mu \left(-\frac{y'}{\rho} \nabla F \right) = m_{00} + \lambda m_{10} \rightarrow \frac{|M^*|}{m_{11}}$$

となる。ただし

$$M^* = \begin{bmatrix} m_{00} & m_{01} \\ m_{10} & m_{11} \end{bmatrix}$$

とする。

かくして (5.8) より

$$(5.20) \quad \frac{y}{\rho} = -\frac{1}{\mu} (\nabla F + \lambda \nabla C) \rightarrow -\sqrt{\frac{m_{11}}{|M^*|}} (\nabla F + \lambda \nabla C) = -\frac{1}{\sqrt{m_{11} |M^*|}} (m_{11} \nabla F - m_{10} \nabla C)$$

が進むべき方向として求まる。^(注14)

実際の計算は (5.20) によって与えられる方向に、有限の（つまり無限小でない）歩幅で進むわけであるが、その結果は制約式 $C(x)$ が線型でない限り、 $C(x+y)$ が一般に 0 でなくなる。この誤差は繰返しを続けると累積して行く。そこで、この誤差を修正しながら進む方法を次に考える。

今度は最初から $C(x) \neq 0$ を想定する。そうして次のステップにおける C の値は

$$(5.21) \quad C(x+y) = \left(1 - \frac{\rho}{s}\right) C(x)$$

と置く。ただし s は試行点間の距離である。これにより点 $x+y$ においては $\frac{\rho}{s}C(x)$ だけ C の絶対値は減少するわけである。

(5.21) より

$$C(x+y) - C(y) = -\frac{\rho}{s}C(x) = y'FC + o(\rho)$$

となる。いま

$$(5.22) \quad E = \frac{y'}{\rho}FC = -\frac{1}{s}C(x) + \frac{o(\rho)}{\rho}$$

と置く。すると μ は次のようになる。^(注15)

$$(5.23) \quad \lambda = -\frac{m_{10}}{m_{11}} + \frac{\sqrt{|M^*|}}{m_{11}} \frac{E}{\sqrt{m_{11} - E^2}}$$

$$(5.24) \quad \mu = -\frac{\sqrt{|M^*|}}{\sqrt{m_{11} - E^2}}$$

従って、誤差修正付きの勾配 (error-correcting gradient) は

$$\frac{y'}{\rho} = -\frac{1}{\mu}(\nabla F + \lambda \nabla C)$$

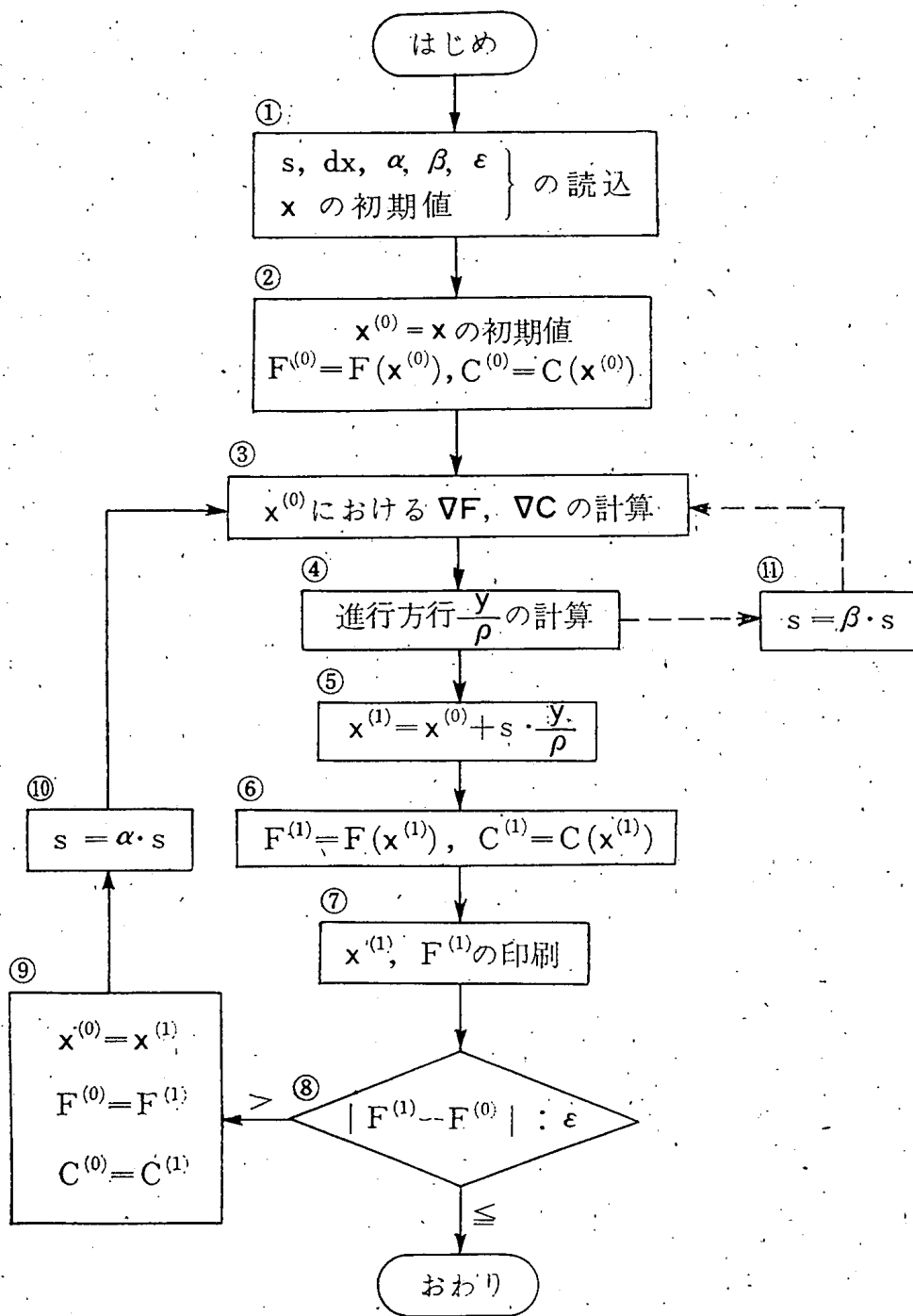
に (5.23)、(5.24) を代入した値である。

このような方向に逐次進んで行けば、制約付きの極大 (local maximum) 点に到達するわけである。実際の計算手続きを次の図7のブロック・チャートによって示す。^(注16)

①の dx は $F(x)$ 、 $C(x)$ の偏微係数の近似値を計算するための数値である。

②は (5.24) の右辺分母 $\sqrt{m_{11} - E^2}$ の根号の中が負になったとき、 s を増加させることによってこれを避けるためのもの。

図 7 STAC プログラムのブロックダイアグラム



それ故に β なる数値を β に与える。

(注11) 最大傾斜上昇

法の適用例や若干の解説については拙著「工学的生産函数と短期費用函数——機械工業における測定——」『季刊理論経済学』第16巻第3号昭和39年6月、同第17巻第1号、昭和39年11月を参照して欲しい。

(注12) ニュートン法

については「個人貯蓄の構造的変化に関する研究」国民生活研究所、昭和41年3

月、第3章で説明し、かつフォルトランによるそのプログラムを示した。

(注13) Robert Dorfman, "Steepest Ascent Under Constraint," in *Symposium on Simulation Models: Methodology and Applications to the Behavioral Sciences*, edited by A.C. Hogdatt and F.E. Balderston, South-Western Publishing Co. 1963, pp. 237-244

企業の意味決定に関するシミュレーション実験

(注14) ドーフマンの論文では

$$\frac{U}{\rho} \rightarrow \frac{\sqrt{m_{11}}}{\sqrt{|M^*|}} [\nabla F + \nabla C] = \frac{1}{\sqrt{m_{11}|M^*|}} (m_{11} \nabla F - m_{10} \nabla C)$$

となっておりマイナスがついてないが、これは誤りと思われる。(5.20) のように訂正しておく。

(注15) (5.23), (5.24) は次のように導かれる。(5.18) より

$$\frac{U'}{\rho} \nabla F = -\frac{1}{\mu} (m_{00} + \lambda m_{10})$$

(5.10) 45

$$(i) \quad \lambda = -\frac{1}{m_{11}} (m_{10} + \mu E)$$

であり、これらを(5.11)に代入すれば

$$-\frac{1}{\mu} \left\{ m_{00} - \frac{1}{m_{11}} (m_{10} + \mu E) m_{10} \right\} - \frac{1}{m_{11}} (m_{10} + \mu E) E + \mu = 0$$

となる。これを整理すれば

$$(m_{11} - E^2) \mu^2 = m_{11} m_{00} - m_{10}^2$$

となり右辺は $|M^*|$ に等しいから、(5.14) となる。(5.24) を (i) に代入すれば (5.25) が得られる。

なお、ドーフマンの論文では (5.24), (5.25) に相当する式は

$$(ii) \quad \lambda = -\frac{m_{10}}{m_{11}} - \frac{\sqrt{|M^*|}}{\sqrt{m_{11} - E^2}} E$$

$$(iii) \quad \mu = \frac{\sqrt{|M^*|}}{\sqrt{m_{11} - E^2}} - m_{10} \frac{(m_{11} - 1)}{m_{11} - E^2} E$$

となっている (p. 241) が、誤りと思われるので、本文に示した式を採用する。

(注16) 実際のプログラムはフォルトランにより組まれている。プログラムの詳細については別の機会に譲りたい。

第6節 決意変数の決定に関する実験

前節の制約付最大傾斜上昇法プログラムを用いて、鉄鋼主要企業を対象に、決意変数の最適値を決める実験を行なってみよう。計算時間の制約があつて、実験は第7期（昭和35年下期）、第8期（36年上期）、第11期（37年下期）、第12期（38年上期）の4期についてしか行なつていない。実験の種々な条件は次の通りである。

(1) 独立変数 q_1, \dots, q_5 の初期値は前期（例えば第7期ならば第6期）の q_1, \dots, q_5 の実際値を採用した。これは、現実の企業の意思決定そのものが、前期の実績を出発点にして今期それらをどのように変更するかという風に考えるであろうといふことから、支持されるであろう。

(2) ステップの幅 s は1.0を初期値とした。また α は0.5、 β は1.2とした。

(3) 計算時間を著しく要するので、^(注17) 定常点判定のための許容誤差を一〇〇億円とした。これでは ϵ の値は大き過ぎるのであるが、計算費用の関係で止むを得ない。

実験結果は表10にまとめてある。第8期は定常点まで達しない段階で計算を打切つてある。第12期は第4ステップで定常点に達しているが、更にもう2ステップ進行させてみた。

表10の(1)～(5)欄は独立変数決意変数伸び率 q_1, \dots, q_5 の値である。(6)(7)(8)欄に長期予想利潤 Π 、長期予想流動性 A 、目的函数 F (4.4)の U 、の値がそれぞれ示してある。(9)欄は制約式(5.4)の左辺に対応する $C = 1 - 1.9154\Pi - 659.908$ の値が示してある。(10)～(14)には偏微係数 $\frac{\partial F}{\partial q_i}$ (F の要素)の近似値、(15)～(19)には偏微係数 $\frac{\partial C}{\partial q_i}$ (C の要素)の近似値が示してある。最後に(20)欄には各回のステップ幅 s を示してある。

イタレーションの進行具合を視覚化するために先の図5に、第7期と第11期の各ステップの Π (6)欄、 A (7)欄の値を記入

(鉄鋼主要企業)

(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)	(17)	(18)	(19)	(20)
$\frac{\partial F}{\partial q_1}$	$\frac{\partial F}{\partial q_2}$	$\frac{\partial F}{\partial q_3}$	$\frac{\partial F}{\partial q_4}$	$\frac{\partial F}{\partial q_5}$	$\frac{\partial C}{\partial q_1}$	$\frac{\partial C}{\partial q_2}$	$\frac{\partial C}{\partial q_3}$	$\frac{\partial C}{\partial q_4}$	$\frac{\partial C}{\partial q_5}$	ステップ幅 s
773	-807	- 48	-124	-135	-1771	-430	361	871	556	.1000
898	-676	- 48	-127	-137	-3918	-3423	363	893	564	.1440
881	-668	- 48	-126	-137	-3936	-3394	364	892	564	.0720
874	-661	- 48	-128	-137	-3950	-3353	363	889	558	.0360
871	-658	- 48	-127	-136	-3943	-3336	361	887	558	.0180
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	.0090
821	-906	- 38	-156	-204	-2150	-471	291	1192	821	.1000
779	-957	- 38	-158	-205	-2500	-1028	298	1214	828	.1000
863	-811	- 38	-160	-206	-2596	-1130	302	1213	829	.0500
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	.0250
625	-772	- 72	-175	-161	-1997	- 19	451	955	1073	.1000
521	-694	- 67	-158	-157	-2129	- 36	446	446	1041	.2074
515	-654	- 66	-156	-157	-2131	- 32	447	925	1047	.1037
491	-651	- 66	-155	-158	-2147	- 38	449	928	1051	.0518
486	-644	- 66	-155	-158	-2135	- 38	449	449	1053	.0259
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	.0130
599	-731	- 84	-180	-139	-2185	- 65	669	1171	937	0.1000
576	-726	- 83	-175	-133	-2281	- 70	657	1140	919	0.1000
569	-705	- 82	-175	-134	-2229	- 61	659	1144	919	0.0500
565	-717	- 83	-177	-134	-2271	- 72	662	1144	920	0.0250
566	-690	- 82	-177	-134	-2285	- 72	660	1147	921	0.0125
567	-687	- 82	-176	-134	-2286	- 70	662	1149	921	0.0063
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0.0031

表 10 STAC による実験結果

期	ステップ回数	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
		設備 q_1	雇 用 者 数 q_2	短 期 借 入 金 q_3	長 期 借 入 金 q_4	資 本 金 q_5	長 期 子 想 利 潤 Π	長 期 子 想 動 流 性 A	目 的 函 数 F	制 約 式 左 辺 C
7 (35 下)	0	.2402	.1092	.2040	.2814	.2002	225	822	486	-269
	1	.1551	.0191	.2288	.3412	.2344	224	1226	484	137
	2	.2167	-.0157	.2252	.3318	.2250	261	1159	565	-1.47
	3	.2391	-.0435	.2242	.3292	.2215	280	1195	604	-0.62
	4	.2502	.0575	.2238	.3278	.2197	288	1212	623	0.45
	5	.2558	-.0645	.2235	.3271	.2188	293	1221	633	0.09
8 (36 上)	0	.2743	.0545	-.1395	.4125	.4501	465	1435	1004	-115
	1	.2643	-.0390	-.1320	.4432	.4631	500	1633	1081	14.06
	2	.2860	-.0837	-.1323	.4419	.4582	527	1672	1138	2.96
	3	.2967	-.1062 (途 中)	-.1321 (途 中)	.4425	.4563	541	1695	1168	-0.005
11 (37 下)	0	.2015	.0545	.1034	.1551	.5458	-153	807	-329	438
	1	.3570	-.0612	.0779	.0979	.4865	-66	526	-143	-7.7
	2	.3643	-.1637	.0825	.1047	.4972	-34	595	-73	-0.48
	3	.3692	-.2149	.0847	.1078	.5023	-18	626	-39	-0.011
	4	.3714	-.2406	.0857	.1091	.5044	-10	641	-22	-0.018
	5	.3725	-.2535	.0862	.1697	.5044	-6	648	-13	-0.003
12 (38 上)	0	.1300	-.0220	.3467	.1859	.0236	191	1290	413	264
	1	.2110	-.0450	.3253	.1472	-.0071	227	1092	490	-2.43
	2	.2167	-.0942	.3292	.1519	-.0028	244	1126	527	0.045
	3	.2198	-.1187	.3311	.1541	-.0008	252	1143	545	0.205
	4	.2214	-.1310	.3320	.1551	.0001	256	1151	553	-0.025
	5	.2222	-.1371	.3325	.1556	.0006	258	1155	558	-0.020
	6	.2226	-.1420	.3327	.1559	.0009	259	1157	560	-0.004

(注 1) (6)~(9) 欄の単位は 10 億円である。

(注 2) $\alpha=0.5$, $\beta=1.2$, $dq=0.0001$ (偏微係数を計算するための値), $\epsilon=10$ (10 億円)。

表 11 決意変数伸び率の実際値と推定値

期	7 (35下)		8 (36上)		11 (37下)		12 (38上)	
	実際値	推定値	実際値	推定値	実際値	推定値	実際値	推定値
設備 q_1	.2743	.2558	.2746	.2967	.1300	.3725	.0582	.2226
雇用者数 q_2	.0545	-.0645	.1486	-.1062	-.0220	-.2535	-.0024	-.1402
短期借入金 q_3	-.1395	.2235	.4593	-.1321	.3467	.0862	-.0227	.3327
長期借入金 q_4	.4125	.3271	.1992	.4425	.1859	.1097	.1359	.1559
資本金 q_5	.4501	.2188	.3774	.4563	.0236	.5044	.0159	.0009

(注) 第8期の推定値は暫定的なものである。

してみた。黒丸の右肩の括弧の中の数字はステップの番号である。この図から、STAC法では制約の直線(ただし制約式はII、I空間で直線なのであって、 q_1, \dots, q_5 空間では勿論直線ではない)の近傍に急速に近づき、以後その近傍で直線の右上の方向(U増大方向)へ進んでいることが分る。

定常点における q_1, \dots, q_5 の値と、実績の q_1, \dots, q_5 の値(表8参照)とを対比させれば表11のようになる。結果をみると全体として実際値と推定値とは余り一致しているとは言えない。設備の伸び率は7期8期と良好な適合を示しているが、11、12期では悪くなる。労働の伸び率の推定値はすべて負値になる。

雇用者は減らした方が良いというわけであるが、このような結果は生産函数のパラメータ推定値に大きく依存しているように思われる。短期借入金、長期借入金、資本金の伸び率推定値は三者を合計すると、実際値の三者の合計とかなり一致するが、個別には一致しない。これは、三つの資金調達の得失が模型の中に十分組み込まれていないためである。また第11期に、 q_5 の実際値が0.0236であるにも拘らず、推定値は0.5044である。これは初期値とした q_5 の前期の実際値が0.5458であるため、その影響が残っているためかも知れない。 q_1, \dots, q_5 の初期値を例えばすべて0とした場合などの実験を試みてみる必要があるように思われる。

(注17) IBM一六二〇型電子計算機を使用すると、このモデルは時間刻み(4t)を2カ月とし計画

期間(T)を5年とする長期計画を一回行なうのに約7分の計算時間を要する。一ステップに6回の長期計画を必要とする(q_1, \dots, q_5 の最初の組と、一つの q_i のみを dq だけ動かして他の q_i を不変とする5つの場合の合計6回)。そのため一ステップ進むのに凡そ四十分を要する。それ故、例えば第7期では約四時間の計算時間を費している。

第7節 結 語

以上に示した試みは未だパイロット・スタディの段階にあると言えよう。第6節の結果は企業の実際の意味決定を正確に記述しているとは言えない。このような結果が導かれた理由としては次のようなことが考えられる。

(1) 企業自身、最適な行動を行っていないかも知れない。この場合には、仮に企業の選好函数を正確に把握、しかも模型を正確に測定していたにしても、効用指標の最大可能な値を与える、計算上出て来た決意変数の値は、実際値と乖離しているのは当然である。その場合には、そのような決意変数の最適値を教えて欲しいのは企業自身であろう。

(2) 模型に誤りがあるかも知れない。模型そのもの、すなわち方程式の型や、選好函数の設定の仕方という、根本的な誤り以外に、各種パラメータの推定値における誤りがあるであろう。このような型の企業模型は、数多くの仮定から構成されており、その中どの一つが崩れても、結果は誤りとなるのである。それ故、最終的な表11のような結果が、かなりの適合度を示すためには、模型の構成要素一つ一つを確実なものにして置く必要がある。今回の作業では、その点で未だ為すべき多くのことが残っていると考えられる。

(3) 第6節の実験対象は企業群であり、単一企業そのものではない。それ故、このような非線型の模型では特に、いわゆるアグレゲーション・バイアスが種々な点で生じている可能性がある。

以上のようにこの分析は改善すべき多くの点を残している。今後の課題としたい。