

Title	物価指数論におけるアグレゲーションの問題
Sub Title	An aggregation problem in the theory of price index
Author	鈴木, 諒一(Suzuki, Ryoichi)
Publisher	慶應義塾大学商学会
Publication year	1962
Jtitle	三田商学研究 (Mita business review). Vol.5, No.3 (1962. 9) ,p.1- 26
JaLC DOI	
Abstract	
Notes	
Genre	Journal Article
URL	<a href="https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234698-19620900-0001">https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234698-19620900-0001</a>

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the KeiO Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

# 物価指数論におけるアグレゲーションの問題

鈴木 諒 一

過去の物価指数論——特に函数論的指数論の大きな欠陥は、「代表人の效用函数」のみに基礎をおいたミクロ分析に終始し、所得分布の変動を無視していた点である。物価指数は本来社会的な意味を持つにもかかわらず、ミクロ分析に終始して来たのではその意味が完全でない。アグレゲーションの過程は絶対に必要である。しかしここで問題が起る。従来の理論的生計費指数とは、「比較時において基準時において享受したと等額の效用を得るに必要な支出金額」を、基準時における現実の支出金額で割った商として定義されていた。もしも效用概念を以て社会的函数論的指数論を展開しようとするれば、個人間の效用の比較と云う、曾てロンドン・スクールが落ちこんだ泥沼に入るおそれがある。私はここでそこまでの「理論的厳密性」を追求しようとするものではない。ただ所得分布が変化したとき、従来の函数論的指数論、特にハーバラーの命題がどこまで有効であるかの検討を行つてみたい。

初めに二つのグループがあるとし、高所得層を資本所得、低所得層を賃金所得と仮定する。ここで效用函数について、ア

レン・ボーリー流の絶対所得説を仮定するか、それともデューゼンペリー流の相対所得説を仮定するかによつて推論は異つてくるであろう。初めに絶対所得説を仮定し、ビッグウにならつて各個人各時点における等質の効用函数を仮定する。基準時において高所得層と低所得層とが得ている効用の大きさを、それぞれ  $u_{01}$  とし、これに対応する財の購入量をそれぞれ  $q_{01}$  とする。第一段階としては単純化のため、高所得層の購入する財と低所得層の購入する財の種類が同じであると仮定しよう。いま最も極端な場合を考え、基準時と比較時の価格体系が同じで、しかも社会の総購入量は各財について二時点間において不変だと仮定しよう。ラスパイレス式もパーシエ式もその値は1である。果して生計費と生活水準は不変だと云いうるであろうか？ もし所得の分布が変化しなければそう云つてよいであろう。しかし、所得分布が変化したときはやはり上述の推論は成立しがたい。仮に低所得層の所得が増加し高所得層の所得が減少したとする。限界効用通減法則を前提とすれば、前者が新たに得る効用は後者が失う効用よりも大きいであろう。このとき仮に  $q_{01} + q_{11} = q_{02} + q_{12}$  なる等式が成立していても、 $m_{01} + m_{11} = m_{02} + m_{12}$  なる不等式の関係が成立するのである。と云うのは  $u_{11}$  と  $u_{01}$  の差の方が、 $u_{12}$  と  $u_{02}$  の差よりも大きいからである。換言すれば各個人において購入数量とそれによつて得られる総効用との間に一義的な対応関係が存在しても、社会全体としては必ずしも一義的な対応関係は存在しない。この場合、社会的な生活水準は向上したと判定してよい。

しかし所得の再分配が起れば需要構成は変化する。生産が即時に需要の変化に適應するとは考えがたいから、貨金財の価格は騰貴し、非貨金財の価格は下落するであろう。しかも貨金財には一般に必需品的性格を帯びているものが多いから、価格に対する需要の弾力性は小さいと見てよいであろう。したがつてこの種の財は所得増加の面から需要が増加すれば、それに伴つて価格も騰貴するであろう。即ちこの種の財の価格と購入量を  $p_{01}$  で示せば、 $p_{11}$  も  $q_{11}$  も共に大となる。反対に非貨金財には贅沢品的性格が強いから、需要の減少と共に価格は下落し、この種の財に関する価格と数量とを  $p_{02}$  で表わすと、 $p_{12}$

も $q_{10}$ も共に小となるであろう。但し価格の下落と共に反作用としての需要の増大が起るから、その下落又は減少率は $p_{10}$ の増加率よりも小となるであろう。かくして何が起るか？ われわれは先ずL式について述べてみよう。

$$P_L = \frac{P_0 q_{10} + P_1 q_{11}}{P_0 q_{10} + P_1 q_{11}}$$

である。同様にパーシエ式は、

$$P_P = \frac{P_0 q_{10} + P_1 q_{11}}{P_0 q_{10} + P_1 q_{11}}$$

である。この二つの式の分子の大きいさを比較してみよう。前述の推論によれば $q_{10}$ は $q_{00}$ より大きく、 $q_{11}$ は $q_{01}$ より小さいが後者の差は前者の差よりも小さいはずである。したがって分子に関してはパーシエ式の方が（非貨金財の価格がよほど高くない限り）高い値をとる可能性が多い。他方分母についてはどうか。分母もまだパーシエ式の方が大きい値をとる可能性が強い。したがってL式とP式の大小関係をにわかには云々することは危険である。しかしこれをミクロ的に見れば、低所得層の理論生計費はラスバイレス式よりも低く、パーシエ式よりも高い。高所得層にも同じことが云えるはずであるから、総合すれば、マクロ的に見ても、（もちろん蓋然的に云って）L式の値はP式よりも高くなるはずである。この間の関係はいかにして説明されるか？ 又、マクロ的に見た「理論生計費指数」とは何であるか？ 前述のように効用と数量の一義的対応が困難なとき、どのようにして不可測なる効用を可測的な数量に還元できるであろうか？ これが今後における物価指数論の課題の一つではあるまいか。

## 二

以上は短期的考察であるが、いつまでも生産の転換が行われたいとは考えがたい。貨金財の供給はおのずから増加して行くであろう。そうすれば価格は以前の水準に下りそうなものであるが、果してそうなるであろうか？ 静態を仮定し予想が非弾力的な場合にはたしかにそうなるであろう。しかしこの場合においてさえ、非貨金財生産部門の余力能力が完全に解消するまでにはかなりの時間がかかるであろう。果して遊休設備を保持しても価格下落を阻止する方が有利であるか、それとも一定限度以上の設備の遊休に耐えがたくなって、価格が下落しても操業度を上げようとするかは、資本の維持費及び減価

償却の制度と関連して定められるであろう。かくして静態においてさえ、競争が完全にいきつくまでの過渡期においては、賃金財と非賃金財の相対価格が以前の割合に戻ることは考えられず、労働者の所得の相対的割合が増加した直後と同じだけの効用を、彼等が受取るまでにはかなりの期間を要するであろう。

経済成長現象をとり入れて考えたときには事態は一層複雑になる。非賃金財の需要が一時的に減少したとは云え、資本家の所得の絶対額は近い将来において元の水準に戻るか、或いはそれを追越すとさえ考えられる。非賃金財生産部門の企業家は現在において彼等の生産設備の一部が遊休化してもスクラップ化しようとはしないであろう。又、非賃金財の需要が減少してもそれが一時的現象であると考える限り、大幅の値下げを肯じないであろう。したがって賃金財の価格が騰貴し、非賃金財の価格がそれほど値下りしないと云う、「物価高の現象」が生じてくるであろう。この段階においては所得の再分配が行われた直後に比べて労働者階級の効用——生活水準は低下し、資本家所得のそれは多少上昇するが、それほど大幅には上昇しないであろう。国民生活水準が低下する公算は大である。

第三の段階において本格的な生産の適応が起ればどうなるか。これは需要の増加した賃金財の種類が農産物の如く大幅な生産増大を期待し得ないものであるか、それとも工業生産物の如く大量生産のきくものであるかによって異った様相を呈するであろう。前者の場合には賃金財の価格が以前の水準に戻ることは考えられず、もし戻るとすれば外国貿易による輸入の増大にまつより外にないであろう。工業生産物の場合には全く異った事情が見られるであろう。生産増大のための適応の期間が過ぎれば価格は以前の水準に下落してくるであろう。そればかりでなく、この種の財には大規模生産の利益によるコストの低下があるから、以前よりも反って値下りすることさえあるであろう。又、成長現象を考慮に入れれば、需要に先行して設備を作ることもありうるから、大規模生産の利益はますます作用してくるであろう。価格の下落しない実例としては、最近のわが国における肉や野菜の値上りがあり、価格下落の実例としては電気器具を始めとする耐久消費財の値下りがあ

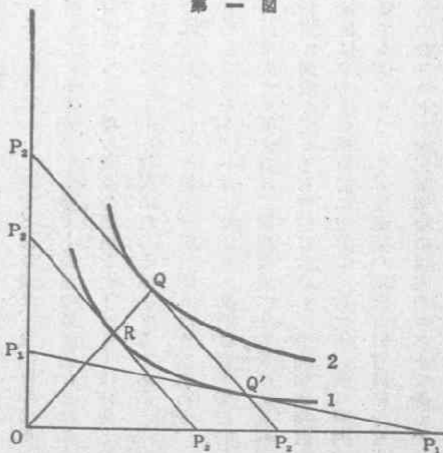
る。これら又、その産業の従業者の所得に影響を及ぼし連鎖反応を惹き起すであろう。

生産要素の需要に対しても変動が起るであろう。賃金が騰貴し資本家所得が減少すれば、生産形態は資本集約的になり、労働の需要は相対的に減少し、資本の需要は増大するであろう。静態的考察を以てすれば、賃金と資本所得の相対的割合は以前の比率に戻るであろう。しかし成長現象を考慮すれば、労働需要の相対的減少は必ずしも絶対的減少を意味しない。賃金の絶対水準が下落することは非常に可能性が少ないであろう。そしてこのことによって賃金財の需要が所得再分配の起る以前の水準にまで減少する可能性は殆んどなくなる。反対に資本集約的な生産方法が採用されれば労働の生産性が向上するからそれによって再び賃金上昇の気運が作用してくることも考えられる。他方において資本蓄積の結果、資本財の価格と利率とは下落してくるであろう。そして労働集約的な生産方法を採用している産業の生産物——前述の農産物などはこの例に該当するであろう——の生産費は相対的に増大するであろう。需要面でもこの種の商品の価格を引下げる力は作用しないから、この種商品の相対価格は騰貴したままである。但しコストが上がっているから利潤はむしろ減少するであろう。耐久消費財のように資本集約的な生産方法を採用している産業のコストは低下し、それだけ値上げが可能となるであろう。

このような事実又、卸売指数と小売物価指数のギャップを拡大せしめるであろう。一体にサービス部門は資本集約的な営業形態をとると云っても限界があるから、経済成長によって労働需要が増大すればほど販売費用は仕入原価に比べて相対的に騰貴するから、卸売物価指数が横這い状態のときでも生計費指数が騰貴してくる可能性は大きい。卸売物価指数の内容もまた変化するであろう。労働集約的な形をとる木製品工業や紡績業はコストが相対的に上昇し、重化学工業は相対的にコストが下るであろう。これは又、生産物そのものの相対需要に影響するばかりでなく、各産業の原料の相対価格を変化せしめるであろう。この場合にも「基準時と同じ生産能力を維持するためのコスト」を、基準時の現実のコストで除した比率として定義される、理論的卸売物価指数についてアグレゲーションの問題が起ってくるであろう。

そこで問題は卸売物価指数の場合、個々の企業の「生産能力」の合計によって社会的生産能力を導出できるかと云う問題になる。われわれはファレルの方法にこの一つの解決の鍵を求めることができるのである。もちろんこの方法といえども多くの欠点を持っていることは否定しがたいところであるが、一応の手がかりを得ることはできるであろう。第一区において横軸は生産物一単位当りに投下される労働量を、縦軸は同じく生産物一単位あたりに投下される資本量を示す。したがって右上方の無差別曲線ほど生産能率は劣ることになる。いま指標1の無差別曲線において、 $P_1, P_1$ は基準時の価格線を示し、 $Q'$ は均衡購入点であるとする。比較時において価格体系が $P_2, P_2$ に変わったとする。もしも基準時と同じ生産能率をあげようとするならば、この企業はR点に位すればよいわけである。ところが価格体系が変化したにもかかわらず、 $Q'$ 点に位すればそのときの支出金額は一層能率の悪い指標2の無差別曲線上の点Qに位するのと同じことになり、ラスパイレス式 $L_{0,1}$ は理論的卸売物価指数 $V_{0,1}$ よりも大となる。即ち $L_{0,1} > V_{0,1}$ ……(1)である。これは周知のハーバラーの限界理論であるが、ファレル法によれば技術能率Eは、 $E = \frac{OR}{OQ}$  で与えられる。ここでファレル法には収穫遞減法則又は規模の経済性の作用が無視されていることを想起する必要がある。この前提の下に、この二つの無差別曲線の差は可測的な技術能率Eにおきかえることができる。

## 第一節



かくして不等式(1)は、等式(2)におきかえられる。

$$E \cdot L_{01} = V_{01} \dots \dots \dots (2)$$

もちろんVの値を直接計測することは困難である。そして多くの物価指数論が前提としているように、基準時と比較時の間において無差別曲線の形が変化しないと仮定すれば、(2)と同様にパーシエ式PとVの間には

$$E \cdot V_{01} = P_{01} \dots \dots \dots (3)$$

なる関係が成立するであろう。したがって、

$$E^2 = P_{01} / L_{01} \dots \dots \dots (4)$$

なる関係が導かれる。しかしこれは収穫逓減又は逓増の法則が作用しないとの前提の下で導かれた式であるから、必ず成り立つるかどうかは再検討を要する。(4)は(2)又は(3)と違って両辺とも計測可能な式であるからこの検討に耐えうるであろう。

もしも収穫逓減法則が作用すれば、右上方の無差別曲線にいくほど、支出金額の増加率以上に技術能率は低下していくであろう。即ち、(2)は次のように書き改められる。 $E \wedge V$  同様にして  $E \wedge P$  である。であるから  $E \wedge L$  となり、このギャップの大きさが大きくなればなるほど収穫逓減法則の作用は強くなると云えるであろう。

もとよりこれだけのデータでは二つの時点間における収穫逓減の度合がわかるだけで、input-outputの限界変形率を全面的に知ることはできない。しかしこの計算を累年行っていくれば、急激な技術革新がない限り、部分的に連続したカーブを描くことができるであろう。ここでわれわれは「凡ての企業が同じ形の限界生産力曲線を持つ」との第二の仮定をおこう。この仮定によって支出金額の差と生産能力の差が対応してくるであろう。例えばここに大企業と中小企業とが存在するとし、

大企業の生産金額の伸びが中小企業のそれよりも大きく、前者の労働及び資本の需要が増加して——二つの企業は異種産業に属していてもかまわない——その価格が騰貴し、中小企業の需要するところの原材料の価格が下落したとする。大企業に

物価指数論におけるアダレゲーションの問題



関する価格と数量とを添字  $a$  を以て、中小企業に関する価格と数量とを添字  $b$  を以て表わそう。大企業の生産能力が  $4K$  だけ増加し、中小企業の実生産能力が  $4K$  だけ減少したとする。この絶対量の比較は技術効率  $E$  を通じて可能になるであろう。少なくとも各時点の  $E$  に関するプロットをつらねて一つの曲線を描くことができる。——限界生産力曲線の全貌。特に生産量が著しく少ない場合にはその部分を描くことは事実上著しく困難であるが——各生産能力に対応する生産金額が解るから、各企業の生産能力の総和を生産金額の和に還元できるであろう。そうすれば、「基準時と等しい生産能力を維持するための支出金額」も単なる抽象的な概念に終らず、計測可能な概念に持ち込むことができるであろう。

## 四

しかし以上の分析では経済成長を積極的にとり入れていない。この現象が存在するときに、「基準時と同一の生活水準」と云う考え方がなり立つてであろうか？ ビグウの「厚生経済学」以来、ハーバターの限界理論以来、大部分の絶対所得説は限界効用曲線のシフトを考慮していない。これは短期分析には堪えうるであろうが長期分析、或いは新商品の出現又は商品の質の急激な変化が起ったときには充されがたい前提である。この理論の改善のためには幾つかの努力が払われてきたが、その中で最も注目すべきものは、ジェームス・デューゼンベリーの相対所得説であろう。この説によればある人の効用はその人自身の所得と社会の平均所得の函数となる。換言すればその人の所得の絶対額が増加しても、社会の平均所得の増加率よりも低ければ、その人の *welfare* は減少する。この考え方を導入すれば、経済成長——所得水準の向上——欲望の多様性による新商品の出現——効用曲線の上方へのシフトと云った現象をある程度まで説明できるであろう。もっともこの説による場合には、効用概念の考え方が絶対所得説の場合とは多少異ったものとなるであろう。

この場合、所得の再分配が起ればどのような効果が生ずるであろうか？ 仮に低所得層の一人当り所得率の伸びの方が高所

得層の伸びよりも高かった場合には、後者の「満足感」は減少するであろう。ただこの説の最大の欠陥はアグレゲーションにある。即ち社会の各構成員の所得の増加率が凡て等しい場合には、増加そのものが高くても、或いは低くても各人の満足感と同じであり、したがって社会的厚生水準は同じだと云うことになる。果してそうであろうか？ 絶対所得説と相対所得説とは二者択一の運命をたどるべきものであろうか？ それは相互に補充しあつてはいけないのであろうか？ 即ち各個人の満足感をその人の相対所得及び絶対水準の函数とおくべきことも考えられるのではないか？

相対所得説のアグレゲーションに関する第二の問題点は限界効用遞減法則のような確固とした命題を欠いていることである。確かにある人の所得の伸び率が他に比べて低ければ低いほどその人の満足感満足感は小となるであろう。けれども高額所得者の所得の伸び率が低いときと、低所得層の所得の伸び率が低いときと果してその *diminution* の程度は同じであろうか？ デモンストレーション・エフェクトの受け方は違つてくるのではないか。デューゼンペリー説では高額所得者から低所得層へのデモンストレーション・エフェクトはかなり詳細に論ぜられているが、低所得層から高所得層への波及——それは過去において贅沢品であつた商品が普及することによつて、比較的安い価格で入手できるようになると云つた形をとるであろうが——についてはふれるところが少ない。絶対所得説は異人間の効用の比較を、長期分析と云う形で解決しようとした。相對所得説では異人間の満足の比較を果してどのような方法によつて等質化しようとするのであろうか。確かに限られた小グループ内では満足感の等質化を仮定しても大した不都合は起らないであろう。しかしそれが社会全体を問題にするとその事情は變つてくる。果して富者は富者のままの地位にあり、貧者は貧者の地位に留まることが、各自の満足感を一定に維持する所以であろうか？ 長期分析になればなるほどこの疑問は大きくなってくる。それはデューゼンペリーの学説が社会における流動性の仮説から出発しているからである。白人と黒人のような根本的な差がない限り、長期間になればなるほど各階級間の交流ははげしくなつてくるであろう。そうすれば低所得層の所得の伸び率が高所得層のそれと等しいからと云つ

て、その満足感が同じだと云いうるであらうか？

疑問の第三は、デューゼンベリイ説の例の如く、白人と黒人、或いは相互に直接に交流のない遠距離地域間の生活において、各々のグループ内で相対所得説が成立するとしても、この不競争集団相互間の効用の比較をどうするかである、全く交流のない二つの社会においては、それぞれの社会の平均所得者の効用水準は等しいことになるであらうか？ しかも現代では「完全に隔離された不競争集団」を考へることが果して許されるであらうか？ むしろ各グループ間にデモンストレーション・エフェクトが作用するのではないか？ 即ちアメリカの平均所得水準の向上は日本人の消費生活に作用するし、白人の所得水準が向上すれば社会環境の改善を通じて黒人の生活内容を豊富にするであらう、この間の事情はデューゼンベリイ説では明らかでない。このように見えてくると相対所得説は、「無差別曲線の形状に変化なき限り」と云う条件のついた狭義の函数論的指数論よりは長期分析に耐えうるとしても真の長期分析たりうるか否かには疑問の残るところである。

## 五

相対所得説を機械的に指数理論に應用すると次のようになるであらう、初めに仮定したように富者の階級と貧者の階級とただ二つのグループが存在し、しかもその人数も同じであるとする、所得の再分配が行われ、貧者の所得の伸び率が富者のそれよりも高いとする、高所得層の失う満足感と低所得層が得る満足感とは等しくなるであらう、このときの物価指数は冒頭に述べたように賃金財の価格が比較的大幅に騰貴し、非賃金財の価格の下落率はそれほど大きくないであらう、このときの理論生計費指数は次のように表わせるであらう。

$$\frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} + \frac{-n}{\sum p_1 q_1} = 0 \dots\dots\dots (5)$$

但し  $q_n$  はそれぞれこの等式が成立するように定義された貨金財と非貨金財の購入量である。  $u$  は勤労所得者の効用の増分であり、これは仮説によって非貨金所得者の効用の減少分に等しい。初めはこの二つの階級の間それぞれ  $u$  と  $-u$  の変動が生じたのであるが、これを原因として相対価格の変動が起るので (5) が成り立つわけである。これを整理すれば、

$$\frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_0} = \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_0}$$

を得るのであろう。一般に高所得層の非貨金財購入量は比較時において基準時よりも減少しているのであるから、 $q_{0n} \searrow q_n \searrow q_{1n}$  なる不等式関係が成立し、反対に貨金財については、 $q_{0n} \searrow q_n \nearrow q_{1n}$  なる関係が成立するであろう。社会全体に関する理論生計費指数は

$$V_{01} = \frac{\sum p_1 q_1 + \sum p_n q_n}{\sum p_0 q_1 + \sum p_0 q_n} \dots\dots\dots (6)$$

で与えられる。他方においてラスパイルス式は、

$$L_{01} = \frac{\sum p_1 q_1 + \sum p_n q_n}{\sum p_0 q_1 + \sum p_0 q_n} \dots\dots\dots (7)$$

である。

L式と理論式とを比較すれば、前者は分母分子ともに第一項は過小評価、第二項は過大評価になる。しかしその誤差の程度が同じとは限らない。分子の誤差は、

$$\sum p_{11} (q_1 - q_{01}) + \sum p_{1n} (q_n - q_{1n}) \dots\dots\dots (8)$$

であり、分母の誤差は

$$\sum p_{01} (q_1 - q_{01}) + \sum p_{0n} (q_n - q_{0n}) \dots\dots\dots (9)$$

となる。(8)(9)とも第一項は正、第二項は負となる。ところが $p_{11}$ は $p_{01}$ より明らかに高いし、 $p_{12}$ は $p_{02}$ より小さい。したがって賃金財と非賃金財の価格の絶対水準の差が少なければ、1式の値は理論式よりも小となる。しかしこの両者の価格の絶対水準が異なり、非賃金財の価格の絶対水準が高く、且つ所得再分配に伴う下落率が大きくならない限りは、(8)(9)はいずれも負となり、しかも(8)の絶対値は小となる。

この相対所得説は果して卸売物価指数に適用できるであろうか？ 生産力を基準とする限り、直接の結びつきはむしろ少しように見える。しかし市場の占拠率を目安として投資行動から同様の推論をすることは可能であろう。所得倍增計画が発表されたときの効果を見ても明らか通り、各企業は国民経済の成長に伴う生産力の拡大に際して、自己の占拠率の拡大を狙う。云わば生産力の絶対水準が問題なのではなくて、相対的な大きさが問題となり、このため投資が促進されるのである。これも一種のデモンストレーション・エフェクトであることは疑いのないところである。しかし生計費指数の場合と違うのは、相対所得説と限界効用逓減法則の結合が曖昧であるのに対し、生産力の場合には技術進歩によって相殺されない限り収獲逓減法則が作用してくることである。したがって技術水準が一定で「規模の経済性」の作用がないとすれば、A企業の成長率が著しく大きく、B企業の成長率が著しく小さいときには、両者の成長率が等しいときよりも、国民経済全体についての生産力の伸び率は低下するはずであり、消費理論の場合に比べて問題の所在が明確ではあるが、具体的アグレゲーションに際して新しい問題が起ってくる。この場合には「平均成長率」も単なる平均ではなくて偏差的な考え方をとり入れざるを得なくなるのではあるまいか？ しかも産業間のバランスの問題をとり上げると事態は一層明瞭になってくるはずである。いま二産業ABの成長率をそれぞれ $a$ と $b$ とし、その標準偏差を $\sigma$ で表わすならば、社会全体の成長率は次のようになるであろう。

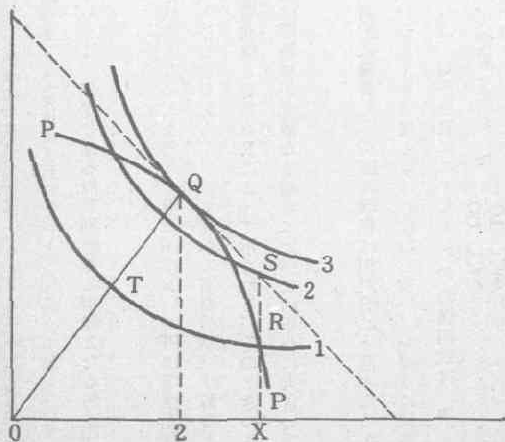
$$a = \frac{1}{2}(a_1 + a_2) - \sigma \dots \dots \dots (10)$$

もし外国貿易の占めるウェイトが大きく、貿易収支によってこのアンバランスを埋めうるならば、 $\sigma$ 要素を積極的に考慮する必要はあまりないであろう。これに反して封鎖経済の場合にはこの要因を考慮する必要は大きいであろう。そして $\sigma$ 要因の影響が大きいときには、個々の産業において生産力と生産要素の購入金額との間に一義的な対応関係があるとしても、社会的に見たときには総支出金額と総生産力との対応が必ずしも一義的対応関係を示すとは限らない。これはJ・R・ヒックスが、*The Valuation of Social Income* (Economics 1940) なる論文において生計費指数と卸売物価指数の性格の相違について述べたとき、後者について収獲遞減法則をとり入れた曲線的価格線をとり入れた事情から類推できる。

## 六

即ち第二図は生産財の需要曲線を示す。Qは生産の均衡点であり、仮に社会全体の総合生産力の伸びが調和を保っていたとしたら到達するはずの点である。仮に横軸は資本、縦軸を労働の需要量を表わすものと考えよう。資本集約的な産業の成長が大きい場合には、資本の需要は均衡点に位すべき量OZよりも大なる量OXに達するであろう。もし収獲遞減法則が作用しないとの仮定が許されるならば、Qに位するために必要な支出金額と同じ総額の支出をして、しかもOXだけの資本を購入したときの生産力は、点線で示された価格線と指標2なる無差別曲線の交点 $\sigma$ によって示されるであろう。云わば、

第 二 図



急速に資本集約的な産業への転換のための費用のムダ（これは一時的なもので、動学的に見れば必ずしもムダとは云い切れないものがあるが、現代の物価指数論は、現在の投資と将来の産業構造の変化との因果関係までをも考慮に入れた形のものにまでは発展して、現在時点における平面的な考察のみに終始している）、ムダと云わざるを得ない。は、指標3なる無差別曲線と指標2なる無差別曲線とのギャップによって表わされるであろう。

しかし収穫逓減法則の作用を考慮に入れたとき、このギャップは更に大きくなるであろう。第二図においてPPは等生産費曲線である。収穫逓減の度合が強くなればなるほど、この曲線の曲率は大となるであろう。いま資本の需要がOXだけであるとすれば、このときの生産可能量は指標1なる無差別曲線とPPなる等生産費曲線との交点Rによって示される。そのときの生産力のムダは $OT/OC$ なる技術能率によって示される。そしてそのムダの程度は価格線が直線なる場合に比べてはるかに大きいであろう。

このように急速な生産方法の転換をしようとすれば資本財の価格は相対的に騰貴し、労働の価格は相対的に下落するであろう。しかもQ点に位する場合に比べて、だけの生産力の割引がつかっていることを考慮しなければならない。均衡点に到達するはずだったときの状態を $R$ 点に位するときの状態を $I$ で表わせば、QからRにズレたときの物価指数は、 $P_{01} \parallel \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_0}$ ではなくて、「均衡点と同じ生産力を維持するための費用」として定義された  $P_{01} \parallel \frac{OQ}{OT} \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_0}$  となるはずであり、 $Q$ に $Q_0$ を選ぶかそれとも $q_1$ を選ぶかによって問題は更に分化してくるであろう。いま $OQ$ と $OT$ の相対関係について考えると、これはいずれも各生産要素の需要の伸びが均衡的發展を示し価格及び購入量が $q_0$ なる値をとったときに相当する点を示すから、 $OQ$ に位するときの購入金額は $M_{00}$ 、 $OT$ に位するときの金額は $M_{01}$ である。もし収穫不変法則が妥当するならば、この二つの支出金額の比は $OT/OQ$ になるはずであるが一般には認めがたい。

ところでRに位するときの費用は上式を變形して、

$$P_0 \frac{OQ}{OT} \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} = \left( \frac{OT}{OT} + 1 \right) \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} = \left[ 1 + \frac{\sum (p_1 - p_0) q_1}{\sum p_0 q_0} \right] \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} \cdot (1 + \sigma) \dots (11)$$

となる。但し $\sigma$ は大括弧内の第二項にあたる。ここで面倒なのは $\sigma$ 計算に際してのウェイトが $q_0$ でなく、架空の $q_1$ である点である。もし支出拡張線が直線であるならば $q_1$ の代りに $q_0$ をウェイトとしても不都合はないのであるがここに一つの問題点がある。ところでもし基準時の価格体系及び生産要素の需要が比較静学的に見たとき一つの「均衡」体系——この定義はしばしば恣意性を免れないが、例えば完全雇用と完全能力を意味すると云った形で現実化できるであろう——を示すならば、卽式は普通の卸売物価指数の如くに解釈してもよい。違う点は $\sigma$ 式でさえも理論指数の値よりも低くなることである。しかし前述のようにこの分析自体が静学的であり、投機的需要などを扱おうとしても、長期分析たり得ないことは注意を要するであろう。

## 七

われわれはここでふり返って形式的テスト、特に時点転送テストと要素転送テストの意味について考えてみたい。第一図の考察では収獲遞減又は遞増法則が作用しない限り、フィッシャー理想算式が理論生計費指数に一致することになる。一般にはこの法則の作用を認めざるを得ないから誤差の存在は止むを得ないが、エッジワース式がこの場合積極的な意味を持ち得ないのに対し、フィッシャー式が近似値としての意味を持ちうることは一つの長所であろう。ところで要素転送テストであるが、第六節の議題を拡張すれば、われわれは卸売物価指数及び取引数量指数として、フィッシャーの修正式を得る。即ち、



$$P_{2t}^1 = \sqrt{\frac{\sum p_{1q_0} (1+\sigma)}{\sum p_{2q_0}} \frac{\sum p_{1q_1} (1+\sigma)}{\sum p_{2q_1}}} \dots\dots\dots (2)$$

$$Q_{2t}^1 = \sqrt{\frac{\sum p_{1q_1} (1-\sigma)}{\sum p_{2q_1}} \frac{\sum p_{1q_0} (1-\sigma)}{\sum p_{2q_0}}} \dots\dots\dots (3)$$

したがって、

$$P_{2t}^1 \times Q_{2t}^1 = \frac{\sum p_{1q_1} (1+\sigma)}{\sum p_{2q_1}} (1+\sigma) \dots\dots\dots (4)$$

である。右辺第一項は云うまでもなく取引金額指数であるが、第二項に *value* が差引かれていた点が通常の要素転逆テストの場合と違う。これは前述のように各産業間のアンバランスの発展が国民経済全体の生産力の発展の上にロスを来すとの考え方によるものである。そして  $\sigma$  は  $p_1$  と  $p_2$ 、 $q_1$  と  $q_2$  の相対比率の歪みから生れてきたものであり、ケインズの「貨幣論」における基本方程式

$$P = \frac{E}{O} + \frac{I-S}{O} \dots\dots\dots (5)$$

との関係を求めるのに役立つであろう。この基本方程式はタイム・ラグの関係が明らかでないが、現在を第一期とすれば、投資は現在の価格体系を基礎として行われ、又、現在の生産量の体系を定めるものであるから  $p_1, q_1$  を基礎として計算され、貯蓄は前期の消費に基礎をおいているから  $p_0, q_0$  によって決定されると見てよい。したがって基本方程式の第二項は  $p_1/p_0$  と  $q_1/q_0$  のギャップによって構成されるはずであり、基本方程式そのものが要素転逆テストを拒否していることになる。ここに  $\sigma$  概念を導入する余地が見出されるであろう。即ち投資が一定の傾向的発展以上のアンバランス発展を見せたときには、産業間の不均衡によるロスが起りそれだけ物価は騰貴する。反対に傾向的発展に沿った線以下の成長しか示さないときには、 $p_1$

の  $\beta$  を  $\beta_0$  が凡のそれ以下となり、デフレの傾向を述べるであろう。(これは又、オスカー・ラングの均衡循環係数を動学化させることにも役立つであろう。)

即ち所得率を  $\beta$  とおきこれを一定と仮定し、 $I = \beta Y = m\beta \sum p_i q_i$ ,  $S = \alpha Y = m\alpha \sum p_i q_i$  ( $\alpha$  は貯蓄率を一定と仮定する) なる関係を導く。現在時点は 1 時点であるとし、 $\beta$  は資本係数の逆数であるとする。尚、比較時と基準時の間のタイム・ラグは一期であると仮定する。実用上は連鎖指数を用いることによってこの要求は充されるであろう。そうすれば基本方程式の第 1 項は  $\frac{1}{m}(\alpha \sum p_i q_i - \alpha \sum p_i q_i)$  となるのである。

次に時点転逆テストであるが、修正フィッシャー算式によれば、

$$P_{11} \times P_{21} = (1 - \alpha_n)(1 - \alpha_n) \dots \dots \dots (10)$$

となるであろう。但し  $\sigma_{11}$  は  $p_1/p_0$ 、 $\sigma_{21}$  は  $p_0/p_1$  のそれぞれ標準偏差を示す。右辺が 1 となるには二つの標準偏差の値が零となる場合しかない。この二つの  $\sigma$  が相互に逆数となることはない。但しこの二項の大きさはそれぞれ逆の方向に動くであろう。この相対的大いさによって時点転逆テストの誤差の大きさが決定されるであろう。

貯蓄性向の変化及び現金需要の問題は動態分析上重要な地位を占めるものであるが、この分析と物価指数論とを結合することは従来困難視されてきた。しかし第三節第一図の議論を拡張すれば、この問題解決の緒口を得ることは必ずしも不可能ではないであろう。鍵は従来の物価指数論でしばしば前提としてきた「貨幣の限界効用一定」の仮定の妥当性の検定にある。この前提は特にテーラー展開を媒介として短期分析においてユッジワース式を以て理論生計費指数の近似算式とする手法の中に顯著に現われている。従来の物価指数分析の中で貨幣の限界効用の可変性を積極的に分析しようとする意図を示したものは一九三二年に著わされたラグナー・フリッツシュの「限界効用の測定」であるが、この本の中でも貨幣需要の動機が明らかにされなかつたために、財の限界効用と貨幣の限界効用との相対的關係が明らかにされなかつた。この貨幣の限界効

用の変化をとり上げることによって、流動性選択及び貯蓄性向の変化を説明できることになるのではないか？

いま可処分所得を、(一)現在財に対する需要、(二)貯蓄、(三)現金需要、の三つに支出するものと考える。(二)の中には将来財に対する需要と資産蓄積に対する需要とを含み、前者は将来の物価水準の変化の予想によって支配され、後者は利子率の変化によって影響を受けるであろう。しかも現在財に対する需要と違ってこの割合は時間の経過に伴って、初めの決定を修正していくことができる。したがって演繹的分析のみによってこの割合を資料に結びつけうる形にまで具体化して行くことはむずかしい。もし前期から今期にかけての物価の変化と、今期から次期にかけての物価変化の予想との間に一義的關係の存在を仮定すれば或いは可能となるかもしれないが、この仮定は各個人の予想の曖昧さ及びアグレゲーションの問題で曾てリンダールが「貨幣と資本」(一九三九年)の中で遭遇した問題につきあたることを覚悟しなければならぬであろう。われわれの問題はさしあたってここにあるのではなく、(一)から(三)までの範疇の相互の選択の間にあるのである。この三つの中で最も先決的に定められやすい性格を持っているものは何と云っても現在財の需要であり、(天引き貯蓄の如きものもあるから)貯蓄がこれに次ぎ、現金需要は両者の間の緩衝地帯役割を果すことが多いであろう。ケインズのいわゆる取引的動機と予備的動機にもとづく現金の保有は将来財購入のための過渡的形態であり、(しかも近い将来における購入のための)、投機的動機にもとづく現金需要は資産保有のための貯蓄の一変形にすぎない。人々はしばしば、消費性向一定と云う議論を通じて狭義の貯蓄と現金需要の間に厳密な代替關係が存在し、消費のみが独立に動くかの如き錯覚に陥りがちである。しかしもしそうだとすれば、横軸に貯蓄を所得で除した商を、縦軸に現金保有額を所得で除した商をとったとき、クロス・セクション・データによるこれらの諸点は両軸に対して負の傾斜をなす一直線上にあるであろう。しかし実際にデータにあたってみたとき、家計調査による消費者の現金需要はもとより、企業の資産保有においてもこのような關係を見出すことはできない。(拙著「計量経済学新論」第四編第二章「貯蓄性向の推計」、及び「現代厚生経済学」参照)このことは狭義の貯蓄と現金需要の間に完全な代替關係

係が存在せず、消費と現金需要の間のある程度の代替関係の存在が上述の関係を攪乱している事実を示唆するものである。換言すれば「非消費支出の限界効用」は一定ではなく、消費財価格と貨幣の価格とによって限界効用均等法則が作用するような仕方の選択の場が成立すると考へべきであろう。

八

われわれはここで消費と貯蓄の間に直接の代替関係は存在せず、消費——現金需要、現金需要——狭義の貯蓄の間に二つの代替関係が存在するものと仮定する。先ず前者の関係について考える。貨幣の限界効用が将来の予想によって左右されることは明らかである。そして「貨幣の価格」であるが、これは狭義の現金需要に関する限り、つねに1であると考えてよいであろう。そして消費財の価格——これは抽象的なものであるが、適当な基準時を選んで加重平均価格をとり、生計費指数を乗じて換算できるであろう。——と現金の価格との加重平均によって、現在財と将来財の選好場に関する、換言すれば流動性選択に影響を及ぼす物価指数を定式化できるであろう。即ち消費財の価格と購入量をそれぞれ $p$ と $q$ で、貨幣の保有量を $M$ で表わせば、広義の物価指数は次式で与えられる。但し $L$ はラスパイルス式、 $P$ はパーシェ式である。

$$L_{01} = \frac{\sum p_0 q_0 + M_0}{\sum p_0 q_0 + M_0}, \quad P_{01} = \frac{\sum p_1 q_1 + M_1}{\sum p_0 q_0 + M_0}, \dots \dots \dots (8)$$

かくして現金保有にもつく効用と財の消費による効用との総和が、基準時と等しくなるように $q$ 及び $M$ を調節したときの比較時の仮定上の支出額を基準時における現実の支出額で除した比率を理論的物価指数と名づけるならば、ハーバラーの命題と同様にしてこの理論的物価指数がラスパイルス式の示す値より低く、パーシェ式の示す値よりも高いことを論証できるであろう。又、第三節第一図の手法を援用すれば、横軸に消費と所得の比をとり、縦軸に現金保有額と所得の比をとること

によつて、もし、限界効用——消費支出と現金需要の両方を含めた意味においての——通減法則が作用しないとすれば、L式とP式の相乗積は理論的物価指数の自乗に等しい値をとるであらう。しかし現実にこの法則が作用しないと考へがたい。そのときは第三節の議論と同様にして、「技術能率」を媒介とすることによつて、現金保有と消費財全体とに関する限界効用曲線を描く手がかりが得られるであらう。

現金保有と貯蓄の間の選択についても同様の推論を行うことが可能である。「貯蓄の価格」としては、時間選択率が利子率に等しいところに均衡が成立するとの推論を援用して——但しこの場合の「利子率」には株式利廻りの如きかなり flexible に変動するものをも含むのであるが——、利子率を  $i$  としたとき、「貯蓄の価格」を  $\frac{1}{1+i}$  とおくことができるであらう。貯蓄の額を  $S$  を以て表わせば、広義の貨幣保有のための経費指数は次式で与えられる。

$$L_{01} = \frac{M_0 + \frac{1}{1+i_1} S_0}{M_0 + \frac{1}{1+i_0} S_0} = \frac{1+i_0}{1+i_1} \cdot \frac{(1+i_1)M_0 + S_0}{(1+i_0)M_0 + S_0} \dots (17)$$

$$P_{01} = \frac{1+i_0}{1+i_1} \cdot \frac{(1+i_1)M_1 + S_1}{(1+i_0)M_1 + S_1}$$

前と同様にしてこの式から出発して広義の貨幣の限界効用の通減度を測定する手がかりが与えられるであらう。初め消費財の限界効用通減の速度を計測するとき、適当な費目別グループリングをしておけば、これを出発点として現金の限界効用変化の速度を分離する方法を発見することも可能であらう。

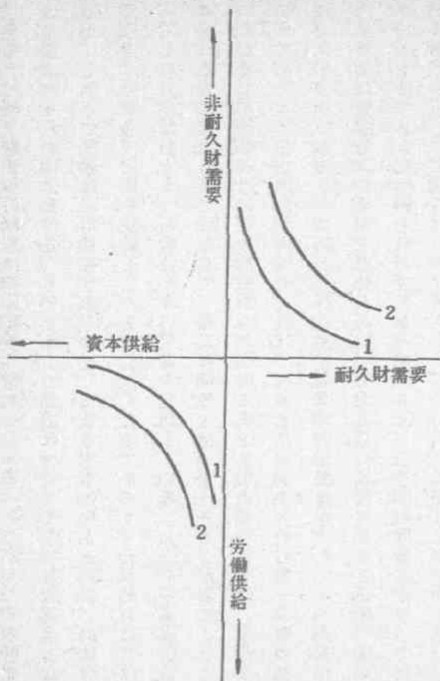
以上は資本供給の分析につながるものであるが、企業側からの資金需要との関係は次のように分析できるであらう。即ち企業としては設備投資と原材料購入との間に選択を行うことになる。(拙著「計量経済学新論」第四編第三章「限界生産力理論の動学化と投資計画」参照。)もし企業資金獲得の常道にしたがって設備資金を株式会社債の消化——消費者の自発的貯蓄にもとづ

く債券の購入に、運転資金を銀行借入れに求めるとすれば、貯蓄の限界効用曲線を描くことができれば、資金需給予測上、一つの参考指標を得ることができ得るであろう。

九

われわれは更に進んで卸売物価指数と生計費指数の関連に進もう。いまアグレゲーションの問題を一応回避してマクロの需要及び供給函数の存在を前提として出発しよう。(この分析の中に潜在的に所得分布の変化が入ってくるからアグレゲーションの問題は究極的には解決されねばならぬ問題であるが) この二つの指数の関係が重要だと云うのは、消費主体と生産主体とは切り離されたものではなくて、人格的には同一人物であるからである。もし平均所得水準が向上して生活が楽になれば耐久財の需要が相対的に増大するであろうが、それとともにその質の変化が起るのである。例えばミニカーの需要がキャデラックに変わる如きである。ここで便宜上、耐久財は非耐久財に比べて一層資本集約的な生産方法を探るものと仮定す

第三図



問題は究極的には解決されねばならぬ問題であるが) この二つの指数の関係が重要だと云うのは、消費主体と生産主体とは切り離されたものではなくて、人格的には同一人物であるからである。もし平均所得水準が向上して生活が楽になれば耐久財の需要が相対的に増大するであろうが、それとともにその質の変化が起るのである。例えばミニカーの需要がキャデラックに変わる如きである。ここで便宜上、耐久財は非耐久財に比べて一層資本集約的な生産方法を探るものと仮定す

る。かくして耐久財需要の増加は資本需要を増大せしめる。したがって資本財産業の生産活動が活発になり、労働生産性は増大し賃金はそれだけ上昇する。もっともこの推論はマクロでなければ妥当しないし、新事態に対する適応の期間のラグがあるが、これらの問題は一応捨象する。かくして賃金水準の向上と共に、肉体労働から知能労働への労働の質の変化が起り、安直に低賃金で労働を供給しようとはしなくなるであろう。われわれはしばしば他の分析において労働の供給曲線が横軸に対して負の傾斜をもつ可能性が多い現象を見出している。かくして消費支出内容の変化と労働供給の *behavior* の変化とは互に独立に起るものではなくて、相互に関連を持っていることが解る。前者は生計費指数、後者は卸売物価指数の問題につながらる。単純化のため、家計支出を耐久財と非耐久財の二つに分け、生産要素の供給を労働と生産資本の二つのグループにまとめよう。第三図について考えれば、所得水準の向上と共に第一象限の需要の無差別曲線は指標1の曲線から2の曲線にシフトするであろう。これと同時に生産要素の供給曲線もまた、1の曲線から2の曲線にシフトするであろう。このことは名目的な労働時間の延長を意味しない。労働人員の需要の増加と労働時間の延長とは厳に区別されるべきであるし、生産率の差をとり入れた労働の質の変化を考慮すれば、一時間の知能労働は二時間の単純労働よりも労働の供給が多いと判断されるべきこともある。

ここでわれわれは個々の無差別曲線がそれぞれ直角双曲線を形成するものと仮定して議論を進めよう。座標軸を四五度だけズラして適当に調整すれば、指標1及び2の無差別曲線については、

$$\left. \begin{aligned} x_1 y_1 &= k_1 \\ x_2 y_2 &= k_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (98)$$

なる関係が成立する。ここに $x$ はパラメーターである。なお各曲線の漸近線が資本と労働、耐久財と非耐久財の対価格によって支配されることは当然であろう。そこで双曲線の性格として、「双曲線上の一定点から二つの焦点に至る距離の差は

一定である。」との性格がある。これに経済学的解釈を与えればこの「距離の差」は、財の消費によって得られる効用と、労働の苦痛及び資本の消耗を示す不効用との差を示すものと云える。そして指標1の無差別曲線に比べて指標2の無差別曲線ではこの距離が大きくなっているだけ、純効用は増大していると云ってよい。これは所得水準の増大にもとづく消費内容の高度化——効用の増大と、質の変換にもとづく労働の苦痛の軽減、資本の耐久度の増大によって説明されるであろう。具体的にはこの現象は経営規模の増大と産業構造の変化によるものと云えよう。そこで指標1の無差別曲線と指標2の無差別曲線とが果してその「平行性」を維持できるかどうかの問題であるが、マクロ的に見たとき、これは反って資本所得と賃金の相対比率によって影響されるであろう。と云うのは、賃金と資本所得の相対比率の変化が産業構造及び規模別分布を変化させるからである。したがって各々の無差別曲線の焦点の軌跡が兩軸に対して四五度の傾斜をなすとは考えがたく、むしろますます資本集約的な生産方法がとられるからである。

事態は複素函数を導入することによって一層明瞭になるであろう。いま横軸及び縦軸を以てそれぞれ実軸と虚軸を表わすものとする。このときの虚数単位 $i$ の意味であるが、これは賃金と資本利子の相対比率として表わされるであろうが上述の質の差を適当に数量化する方法を見出すことができれば、各無差別曲線に対応すべき、単一の虚数単位——それは経済学的には各生産要素の投入量の相対的ウェイトを示すことになるが——を見出すことができるであろう。

## 一〇

もしこのような適当なウェイトを発見することができれば、われわれはコーシー・リーマンの定理を援用して総合消費水準と用役の総合投入量水準を決定することができるであろう。即ち総合生活水準 $\parallel$ 総合供給量水準を $Z$ 、各消費財の需要量 $\parallel$ 生産用役の投入量を $x$ 、 $\rho$ で表わせば、



であるから、耐久財、非耐久財の中の構成要素——個々の財の需要を $x_i$ で表わすとき、

$$dx = dx_1 + dx_2$$

$$dy = dy_1 + dy_2$$

なる関係——換言すれば、任意の二財の消費量の増大が総合消費水準に与える影響を表わす式が成立するときには、(これは個々の財の消費量と効用との間に一義的対応関係が存在すればよいわけであるが) 個々の財の購入量の増加が総合消費水準に与える影響は、

$$\frac{dx_0}{dx} = \frac{\left(\frac{\partial x_0}{\partial x} + i \frac{\partial y_0}{\partial x}\right) + \left(\frac{\partial x_0}{\partial y} + i \frac{\partial y_0}{\partial y}\right) \frac{dy}{dx}}{1 + i \frac{dy}{dx}} \dots \dots \dots (10)$$

なる関係が成立するであろう。ここに $x$ と $y$ と対応関係であるが、これは代替財の場合に特によく妥当するであろう。消費の場合には労働用役の購入を中止して耐久財用役の購入に転換した場合が考えられるし、生産の場合では、同一財の生産に対して労働集約的な生産方法から資本集約的な生産方法に転換した場合をあげることができであろう。この意味で  $\frac{dx}{dy}$  は限界代替率だと云ってもよい。

ところで消費水準と生産水準の焦点移動の関係は次のように分析できるであろう。もし総合消費水準の座標が

$$e^0 = e^{-1} (\cos \alpha + i \sin \alpha)$$

で表わされるならば、生産用役の投入量の総合水準を示すべき座標は

$$e^{-1} = e^1 (\cos \alpha - i \sin \alpha)$$

で表わされるであろう。それより双曲線函数特に双曲正弦函数の分析によって総合消費及び総合生産水準の軌跡の追求に

定の法則を求める可能性が生じてくるであろう。即ちこれより純効用の大きさを求めれば、

$$e^{\alpha} - e^{-\alpha} = 2i \sin \alpha \quad Z = 2i \sin \alpha \quad \cosh y - 2 \cos \alpha \quad \sinh y$$

となり、この方程式によって純効用の大きさの変化を近似的に追求していくことができる。

ところでこれだけの分析を前提として指数論の分析に入ろう。いま消費水準が指標1の無差別曲線 $h_1$ から、指標2の無差別曲線 $h_2$ に移動するためには、財 $\alpha$ の購入量はいかに変化すべきであろうか？ 二財だけの需要に限定して展開すれば、

$$\frac{dk}{dx} = \frac{k_2 - k_1}{x_2 - x_1} = y + \alpha \frac{dy}{dx} = y_1 + \alpha_1 \frac{y_1 - y_1}{x_2 - x_1} + \dots \dots \dots (20)$$

となり、効用の増加率は、 $\alpha$ の初めの保有量と、その増加速度に左右される。もし複合財の場合を取扱ふとすれば前記コーシー・リーマンの定理を援用して

$$\frac{dk}{dx} = \frac{k_2 - k_1}{x_2 - x_1} = \left( a_1 \frac{y_1 - y_1}{x_1 - x_1} + i a_2 \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \right) + \left( b_1 \frac{y_1 - y_1}{y_2 - y_1} + i b_2 \frac{y_2 - y_1}{y_2 - y_1} \right) \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$1 + i \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

と記すことができるであろう。但し偏微分記号の変換には多少問題が残る。生産函数の場合にはコブ・ダグラス函数の援用によって偏微分商を変換できるから、消費と生産の一義的対応関係が確認される場合にはこの変換を消費の場にも拡張適用することが可能となるであろう。具体的には前述のファレル型函数の適用によって消費量とこれに対応する総効用との関係を明らかにすればよい。いま生産（及び消費）のグループの中で一定の組合せ $s$ の供給（及び需要）が増したとする。この $s$ を構成するものが $\alpha$ である。この $\alpha$ を含むグループが $\alpha$ なるとき、 $\frac{dk}{dx}$ なる関係はコブ・ダグラス函数の援用によって計測可能な数値におきかえが可能となるであろう。かくして二財の場合の $r$ 、多数財の場合の $a, b$ を決定できる。

ところで単純化した場合の(10)式に戻って論ずれば、

$$\frac{\partial X^k}{\partial z^k} = \eta_1 + \eta_2 \frac{\partial Z}{\partial z^k} \dots\dots\dots (10)'$$

なる関係が導かれ、ある財の購入量が増加したときの生活水準の向上は、購入量が増加した財とプライマリーにはそうでない財の購入量の増加率の対比によって左右されるであろう。これは取引指数の公式に重要な示唆を与えるものであり、前述のフアレル型無差別曲線の適用とも矛盾しない。