慶應義塾大学学術情報リポジトリ
Keio Associated Repository of Academic resouces

Title	収穫逓増技術に基づく社会的分業モデルの一般化
Sub Title	Generalization of social division of labor model based on increasing return to factor
Author	吉井, 舜也(Yoshii, Shunya)
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	2025
Jtitle	三田学会雑誌 (Mita journal of economics). Vol.118, No.1 (2025. 6) ,p.91- 102
JaLC DOI	10.14991/001.20250601-0091
Abstract	
Notes	研究ノート
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-20250601-0091

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the KeiO Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

「三田学会雑誌」118 巻 1 号（2025 年 6 月）

研究ノート

収穫逓増技術に基づく社会的分業モデルの一般化

吉井舜也 *

（初稿受付 2025 年 3 月 31 日，査読を経て掲載決定 2025 年 5 月 21 日）

はじめに

社会的分業がどのようにおこなわれているかは，その社会の在り方や状態を論じるための一つの指標である。また，社会的分業は作業場内分業とは異なり歴史貫通的におこなわれており，各社会での所有形態や生産技術とも影響しあっていることを考えれば史的唯物論との関連性も深い。この意味で社会的分業はマルクス経済学において重要な研究テーマである。

社会的分業の数理的研究に注目した場合，その先駆的研究として Durkheim（1893）の分業論を数理的に定式化した Land（1970）の Durkheim-Land Model を挙げることができる。Land（1970）では分業の程度と動的密度[(1)]水準について二本の線形微分方程式モデルを構築し，そのシステムの均衡と安定性を分析している。さらに，Land（1970）を発展させたモデルとしては，より解析的なアプローチから安定分析をおこなった小林（1997）や道徳的紐帯を組み込んだ松田・三隅（2004）などがある。また，計量的なアプローチとしては，日本における産業分類の仕方の適切性を検討した今田（1988）などがある。社会学において社会的分業の数理モデル化は盛んにおこなわれていることがわかる。

マルクス経済学においても社会的分業は研究対象の一つであるが，社会学と比較すればその数理化作業は後れをとっている。これは置塩（1965）や Morishima（1973）などにお

＊ 慶應義塾大学経済学部

(1) 動的密度とは「社会諸関係の部分間における個人相互の作用と反作用による接近とそこから生じる積極的な交換の度合い」のことである。

Copyright©2025, by the Keio Economic Society

いても分業に関するまとまった記述がないこと考えればわかりやすいであろう。大工業論における作業場内分業との関係性を考えても，マルクス経済学や『資本論』の数理化にあたっては社会的分業についての定式化も喫緊の課題である。

ところで，マルクス経済学の観点から社会的分業を論じる場合，上述の Durkheim-Land Model とは異なり，生産技術や生産関係などの土台に則してモデルが定式化されることが望ましいと筆者は考えるが，そのような研究として大西（2020）がある。そこでは社会的分業が発生する条件として，生産要素に関して収穫逓増であること，ある財が専門的に生産されるようになったことで生じた余剰な生産要素で必要な交換手段の生産を賄えること，という二点の結論を数理モデルにより導いている。

このように生産技術に注目して社会的分業を論じた大西（2020）はマルクス経済学的な分業論という意味で有意義な研究である。しかし，そのような大西（2020）によるモデルにもいくつかの問題点が存在する。一つ目は，大西（2020）ではいくつかの経済主体によって専念して生産される財は一種類であるということである。社会的分業を論じるにあたっては複数種類の財が専門的に生産されている場合も想定されて然るべきであるが，大西（2020）モデルの構造ではそのような想定は不可能である。いわば，社会的分業の特殊な状態しか述べられていない。また，大西（2020）における流通に必要な交換手段は一定となっているという問題もある。例えば，社会の構成人数が多いほど社会全体における交換回数も大きくなるはずであるから，それに伴って必要な交換手段も増加すると考える方が自然であろう。さらには，分業によって複数の財が専門的に生産されているとすれば，そのような財の種類もまた交換回数や交換手段の量に影響を与えるはずである。

以上のような問題意識の下，本稿では大西（2020）の書き換えをおこなう。第 1 節は大西（2020）の概説とその問題点を述べる。第 2 節は生産面についてのモデルの書き換えをおこない，第 3 節は流通面についての書き換えをおこなう。

1. 先行研究

本節では大西（2020）による社会的分業モデルについての概説をおこなう。大西（2020）では社会的分業のない自給自足経済を出発点としてモデルが構築されている。ここで「自給自足」をおこなう経済単位は内部での交換がない村落共同体をイメージすればわかりやすい。この経済では n 戸の経済主体が存在し，各経済主体はある生産要素を k だけ有して m 種類の財を生産していると想定されている。なお，ここでは $n > 0$，および $m > 1$ とする。いま，各種財を生産するにあたっての生産関数は財の種類に関係なく

$$f(\cdot) = A(\cdot)^{\alpha} \tag{1}$$

として表されるものとし，自給自足経済下では各経済主体がそれぞれの財に k/m だけの生産要素を投入して生産をおこなっているも

のとする。このとき n 戸の経済主体が存在するから自給自足経済全体では各種財は

$$nf\left(\frac{k}{m}\right)=nA\left(\frac{k}{m}\right)^{\alpha} \tag{2}$$

だけ生産されることになる。このような状況から x_i 戸だけが第 i 財の生産に専念するようになったとしよう。すると，その生産に専念する経済主体は第 i 財の生産のために自身の有する生産要素 k のすべてを投入することになり，そのような経済主体が x_i 戸存在するから，第 i 財の経済全体における生産量は

$$x_i f(k)=x_i A k^{\alpha} \tag{3}$$

となる。一方で，それ以外の $m-1$ 種類の第 j 財（$j\neq i$）は残った $n-x_i$ 戸の経済主体が各々の財に $k/(m-1)$ だけの生産要素を投入することによって生産されるので，経済全体では

$$(n-x_i)\,f\left(\frac{k}{m-1}\right)=(n-x_i)\,A\left(\frac{k}{m-1}\right)^{\alpha} \tag{4}$$

だけ生産される。以上のような自給自足経済から商品化経済への変化が起こる条件として大西（2020）は次の三点を挙げている。

① 第 i 財の生産が減らないこと，すなわち

$$x_i A k^{\alpha}\geq nA\left(\frac{k}{m}\right)^{\alpha} \tag{5}$$

② 第 $j\neq i$ 財の生産が減らないこと，すなわち

$$(n-x_i)\,A\left(\frac{k}{m-1}\right)^{\alpha}\geq nA\left(\frac{k}{m}\right)^{\alpha} \tag{6}$$

③ 第 i 財と第 $j\neq i$ 財を交換するための追加的な社会的費用を賄えること

これら三つのうち生産活動という観点から，まず①と②に注目する。(5)と(6)を x_i について解けば

$$\begin{aligned}&\frac{n}{m^{\alpha}}\leq x_i\leq n\left[1-\left(\frac{m-1}{m}\right)^{\alpha}\right]\\&\Rightarrow 1\leq m^{\alpha}-(m-1)^{\alpha}\end{aligned} \tag{7}$$

を得る。(7)は $\alpha=1$ で $1=m^{\alpha}-(m-1)^{\alpha}$，$\alpha>1$ で $1<m^{\alpha}-(m-1)^{\alpha}$ となるから交換のための費用を考慮すれば，①と②が成立するためには生産要素に関しての収穫逓増が必要であることがわかる。

このように，生産要素に関して収穫逓増であればあとは③のみが問題となるが，交換手段は社会的分業によって生じた余剰生産要素から生産されることになる。そのためにはまず，自給自足のときと同じ生産量の水準で社会的分業

---

(2) 大西（2020）では 61 頁において本稿の(7)に該当する部分を

$$\frac{n}{m^{\alpha}}\leq x_i\leq n\left[1-\left(\frac{m-1}{m}\right)^{\alpha}\right]\Leftrightarrow 1\leq m^{\alpha}-(m-m_0)^{\alpha}$$

と同値記号をもちいているが，同値記号の右側から左側への変形はできないため誤りである。左側から右側への変形しか導けないため，正しくは本稿のように ⇒ とするのが適切である。

がおこなわれている状況を考える。いま，(5)について等号が成立するならば $x_i = n/m^\alpha$ であるから，n/m^α 戸が第 i 財の生産に専念すれば，第 i 財は自給自足時と同様の生産量を維持できることになる。一方で，第 $j \neq i$ 財についても(6)の等号成立時を考えることにより，$n\left(\frac{m-1}{m}\right)^\alpha$ 戸が第 $j \neq i$ 財を生産すればよいことがわかる。すると，n からこれらの値を差し引いて k を乗じた

$$\left\{1 - \frac{(m-1)^\alpha + 1}{m^\alpha}\right\} nk \qquad (8)$$

が交換手段生産のために投入可能な生産要素の量として計算される。この交換手段についての生産関数を g（$g' > 0$），また，交換のために追加で必要となる交換手段の量を T とすれば，このとき生産される交換手段は

$$g\left[\left\{1 - \frac{(m-1)^\alpha + 1}{m^\alpha}\right\} nk\right] > T \qquad (9)$$

を満たしていなければならない。(9)は T が一定である場合，交換手段の全要素生産性が大きいほど「商品経済化」が進行しやすいこと，また，そのときは社会における交換手段の総生産も増大することを表している。さらには $g' > 0$ より，戸数 n や生産要素 k の値が大きい場合もこの傾向は強まることになる。換言すれば，都市の成長や社会的豊かさの増大も「商品経済化」に影響しているということである。

以上のように生産と流通の両者に注目し社会的分業が発生する条件を数理的に定式化した大西（2020）は有意義な研究であるものの，細部にいくつかの不十分な点があると筆者は考える。

大西（2020）ではいくつかの経済主体によって専念して生産される財は 1 種類のみとなっている。つまり，2 種類以上の財について分業が発生する条件については述べられておらず，特殊な場合を扱ったモデルにすぎない。さらには，現実の社会では社会的分業がすでに発生している状況において，より多くの種類の財が専念してつくられるようになるという状況も考えられるが，このような社会的分業の進行を分析することは，1 種類の財のみに注目する大西（2020）の定式化では困難である。

また，大西（2020）では分業が発生することによって必要な交換手段の量が T として一定となっていることも疑問である。というのも社会を構成する人数が多いほど経済全体での交換回数は増加するはずであるから，交換回数の増加に伴ってより多くの交換手段が必要となると想定する方が自然である。付言すれば，上記の問題提起のようにいくつかの経済主体が専念して生産する財の種類が増えれば，そのような財の増加もまた流通回数の増加をひき起こすであろう。つまり，専念して生産される財の種類がいくつかということも交換手段の必要量に影響するはずである。

以上のような問題意識の下で次節以降では大西（2020）の書き換えをおこなう。第 2 節は生産面についてのモデルの書き換えであり，第 3 節は流通面についてのそれである。

2. 生産面に注目したモデルの書き換え

本節では大西（2020）を書き換えることにより 1 種類ではなく複数の財について分業がおこなわれるモデルを構築することを試みるが，それにあたって二つのモデルを示すことにする。一つ目は，自給自足経済から複数の財についての分業が発生するモデルであり，二つ目はすでに分業がおこなわれている社会においてさらに分業が進行していくことを記述するモデルである。なお，本稿ではこれ以降，いくつかの経済主体がその生産に専念している財を「分業がおこなわれている財」と表すことにし，一つの経済主体が複数種類を生産している財を「分業がおこなわれていない財」と表現することにする。

2-1. 自給自足から複数の財について同時に分業が発生する場合

ここでは大西（2020）と同様に生産要素を k だけ所有する経済主体が n 戸だけ存在し，m 種類の財が生産されている社会を想定する。なお，各種財を生産する際の生産関数も(1)と同様のものであるとする。このような設定の下で m_0（$1 \leq m_0 \leq m-1$）種類の財について分業が発生する条件を考えたい。

まず，m_0 種類のうち特定の第 i 財（$i = 1, 2, \cdots, m_0$）について x_i 戸がその財の生産に専念するようになる場合に注目すれば，その社会全体の生産量は(3)と同様に

$$x_i A k^{\alpha}$$

である。このとき，何かしらの財の生産に専念している経済主体の戸数は $\sum_{i=1}^{m_0} x_i$ であるから，$\left(n - \sum_{i=1}^{m_0} x_i\right)$ 戸がそれぞれ $(m - m_0)$ 種類の財を $k/(m - m_0)$ ずつの生産要素を投入しながら生産することになる。すると分業がおこなわれない $(m - m_0)$ 種類の財は社会全体ではそれぞれ

$$\left(n - \sum_{i=1}^{m_0} x_i\right) A \left(\frac{k}{m - m_0}\right)^{\alpha}$$

だけ生産されることがわかる。ここで自給自足の場合では各種財の生産量は(2)のとおり $nA(k/m)^{\alpha}$ であったことを思い出せば，大西（2020）による分業が発生するための条件①から

$$x_i A k^{\alpha} \geq nA \left(\frac{k}{m}\right)^{\alpha} \; for \; i = 1, 2, \cdots, m_0 \tag{10}$$

が満たされなければならない。また，条件②から

$$\left(n - \sum_{i=1}^{m_0} x_i\right) A \left(\frac{k}{m - m_0}\right)^{\alpha} \geq nA \left(\frac{k}{m}\right)^{\alpha} \tag{11}$$

も必要となる。いま，(10)について第 1 財から第 m_0 財までを辺々足し合わせれば(10)は

$$\left(\sum_{i=1}^{m_0} x_i\right) A k^{\alpha} \geq m_0 nA \left(\frac{k}{m}\right)^{\alpha} \tag{12}$$

を得るため，(11)と(12)から

$$\frac{nm_0}{m^{\alpha}} \leq \sum_{i=1}^{m_0} x_1 \leq n \left\{1 - \frac{(m - m_0)^{\alpha}}{m^{\alpha}}\right\}$$

$$\Rightarrow m_0 \leq m^{\alpha} - (m - m_0)^{\alpha} \tag{13}$$

が導かれる。ここで(13)を解くために

$$h(\alpha) = m^{\alpha} - (m - m_0)^{\alpha} - m_0 \qquad (14)$$

と置くことにしよう。$h(\alpha)$ を α で微分すれば

$$\frac{dh}{d\alpha} = m^{\alpha} \log m - (m - m_0)^{\alpha} \log (m - m_0) \qquad (15)$$

となるが，$m^{\alpha} > (m - m_0)^{\alpha}$ および $\log m > \log (m - m_0)$ であるから当然(15)の符号も正である。また，(14)にて $h(1) = 0$ であるから $\alpha > 1$ のときに $h(\alpha) > 0$ である。以上より生産の面から分業が発生する条件をまとめた(13)が成立するには生産要素に関する収穫逓増技術が要求されることがわかる。

2-2. さらに分業化が進展していく場合

2-1 節でのモデルは自給自足経済から分業の発生する条件を論じたものであった。しかし，一度社会的分業が発生した後にさらに数種類の別の財についても分業が導入されるということも現実問題として想定されるべきであろう。よって以降では分業が進行するための条件を生産面から記述していくことにする。

いま，m 種類存在する財のうち m' 種類の財が分業によって生産されているものとし，第 i 財（$i = 1, 2, \cdots, m'$）の生産に専念している経済主体は x_i 戸であるとする。この状況では分業によって生産される m' 種類の財について社会全体での生産量はそれぞれ

$$x_i A k^{\alpha}$$

であり，その他の財の生産量は

$$\left(n - \sum_{i=1}^{m'} x_i\right) A \left(\frac{k}{m - m'}\right)^{\alpha}$$

である。このような状況からさらに m'' 種類の財について新たにその財の生産に専念する経済主体が出てくるような状況を考えたい。このとき新たに第 I 財（$I = m' + 1, m' + 2, \cdots, m' + m''$）の生産に専念する経済主体の個数を x_I 戸と表すことにする。いま，大西（2020）による分業の発生条件である①と②は要約すれば，各財の社会的な生産量が減らないということであった。本節のようにすでに分業がおこなわれている中で新たに分業が進行していくという状況では，すでに分業がおこなわれている財についてはその生産に携わる戸数が変わらない限り社会的な生産量も変化しない。つまり，生産量の変化について問題となるのは，(イ)新しく分業がおこなわれる第 I 財と(ロ)依然として分業されないままの財の二つということになる。新しく分業がおこなわれる第 I 財についてその社会的な生産量はこれまでと同様に

$$x_I A k^{\alpha}$$

と表されよう。一方で，依然として分業がおこなわれない財についてであるが，まずはそのような財は全体で $(m - m' - m'')$ 種類存在するので，このとき分業をおこなわない経済主体は一つの財を生産するために $k/(m - m' - m'')$ だけの生産要素を投入することになる。また，第 i 財（$i = 1, 2, \cdots m'$）の生産に専念する経済主体の戸数は合計で $\sum_{i=1}^{m'} x_i$ 戸であり，第

I 財（$I = m' + 1, m' + 2, \cdots, m' + m''$）については $\sum_{I=m'+1}^{m'+m''} x_I$ 戸であるから，分業をおこなわない経済主体は

$$n - \sum_{i=1}^{m'} x_i - \sum_{I=m'+1}^{m'+m''} x_I$$

ということになる。これらをまとめると分業がおこなわれない $(m - m' - m'')$ 種類の財の社会的な生産量は各財ごとに

$$\left(n - \sum_{i=1}^{m'} x_i - \sum_{I=m'+1}^{m'+m''} x_I \right) A \left(\frac{k}{m - m' - m''} \right)^{\alpha}$$

となる。以上を踏まえれば大西（2020）での分業が発生する条件①と②は次のように書き換えられよう。

①’ 新しく分業がおこなわれる第 I 財について生産量が減らない，すなわち

$$x_I A k^{\alpha} \geq \left(n - \sum_{i=1}^{m'} x_i \right) A \left(\frac{k}{m - m'} \right)^{\alpha} \tag{16}$$

②’ 依然として分業がおこなわれない財の生産量が減らない，すなわち

$$\left(n - \sum_{i=1}^{m'} x_i - \sum_{I=m'+1}^{m'+m''} x_I \right) A \left(\frac{k}{m - m' - m''} \right)^{\alpha} \geq \left(n - \sum_{i=1}^{m'} x_i \right) A \left(\frac{k}{m - m'} \right)^{\alpha} \tag{17}$$

これらの二条件[(3)]において，(16)を $I = m' + 1$ から $m' + m''$ まで辺々足し合わせ(17)と連立すれば，

$$\begin{aligned} & m'' \left(n - \sum_{i=1}^{m'} x_i \right) A \left(\frac{k}{m - m'} \right)^{\alpha} \\ \leq & \left(\sum_{I=m'+1}^{m'+m''} x_I \right) A k^{\alpha} \\ \leq & \left(n - \sum_{i=1}^{m'} x_i \right) A k^{\alpha} \left\{ 1 - \left(\frac{m - m' - m''}{m - m'} \right)^{\alpha} \right\} \\ \Rightarrow & \ m'' \leq \left(m - m' \right)^{\alpha} - \left(m - m' - m'' \right)^{\alpha} \end{aligned} \tag{18}$$

という分業が発生するための条件式を得る。ここでも $\alpha = 1$ で等号が成立することに注目すれば(18)は要素に関しての収穫逓増を要求していることがわかる。つまり，要素に関して収穫逓増であれば，分業がおこなわれる財の種類が多いほど社会的な総生産量が大きくなることになる。さらには，社会的な総生産量が大きくなるにしても，これは大西（2020）による条件の①と②が基となっているので各種財の生産量が減少するわけではない。このことを考慮すればどの財をどれだけの個数の経済主体が生産するべきかという問題とは別個に，生産の面のみから見ればあらゆる財が専門的に生産されるという状況が最も望ましいとも表現できよう。

(3) (16)(17)において $m' = m_0, m'' = 0$ と置き，それに対して $\sum_{I=m'+1}^{m'} x_I = 0$ と定義すれば，このとき，(16)(17)は(10)(11)と同様の形をとる。本稿では分業の発生と発展という二つの視点からモデルの書き換えをおこなったため 2-1 項と 2-2 項でモデルを区別して記述したが，数学的な形式の上では 2-2 項のモデルは 2-1 項のモデルを内包するものとなっている。

3. 流通面に注目したモデルの拡張

前節では大西（2020）を書き換えることにより，複数の財について社会的分業が発生する条件を生産の面から記述した。そこでは自給自足から分業が発生する場合でも，分業が新たに進行していく場合でも，必要とされる条件は生産要素に関する収穫逓増であった。換言すれば，収穫逓増であれば分業がおこなわれる財が多いほど社会的な総生産量が大きくなるため，生産活動の面からのみ見れば全財を社会的分業の下で生産することが望ましいとも考えられる。しかし，分業をおこなう以上は大西（2020）が分業発生のための条件③でも述べているように，その流通費用を社会全体で供給することができなければならない。この条件を大西（2020）は分業によって追加的に投入可能となった生産要素と，社会的に必要となる交換手段の量をもちいて(9)のように定式化している。ここで(9)は追加で投入可能な生産要素によって必要な交換手段を供給できることを表す式であるが，ここでの T は定数である。社会の構成人数が大きくなるなどして財の流通回数が増加すれば，それに伴って必要な交換手段の量も大きくなると想定する方が自然であろう。さらには，分業がおこなわれる財を一種類から複数種類へと書き換えた本稿のようなモデルでは，分業がおこなわれる財の種類が多いほど流通回数も大きくなると考えて然るべきである。よって，本節では流通回数に注目しながら，大西（2020）による流通面から見た分業発生の条件を書き換えることを目的とする。

社会的分業がおこなわれている社会について，まず，いくつかの経済主体によって専業的に生産される第 i 財（$i = 1, 2, \cdots, m'$）が社会全体に流通するため必要な流通回数を考えたい。なお，ここでは各経済主体は，他の経済主体がどの財を生産および所有しているのかが事前にわかっているものとする。つまり，各経済主体は図 1 のように自身の生産する財をどこにどれだけ配分すればよいかを知っているということである。

図 1 のように，第 i 財はそれ以外の財の生産に専念する経済主体と分業をおこなわない経済主体へと配分されねばならないから，第 i 財が社会全体に行き渡るために必要な流通回数は，全体の経済主体 n 戸から x_i 戸を差し引いた

$$n - x_i \ for \ i = 1, 2, \cdots, m' \qquad (19)$$

回ということになる。このような財が m' 種類存在するから，分業がおこなわれている財全体で見ればその必要な流通回数は

$$\sum_{1=1}^{m'} (n - x_i) = m'n - \sum_{i=1}^{m'} x_i \qquad (20)$$

となる。他方で，分業がおこなわれていない財については図 2 のように各々の x_i 戸に配分される必要がある。このとき分業がおこなわれていない財は，そのすべてが一度の取引で分業に携わっている者に渡されるものとすれば，そのために必要な流通回数は

$$\sum_{i=1}^{m'} x_i \qquad (21)$$

図１　分業で生産される第 i 財が社会全体に行き渡るイメージ

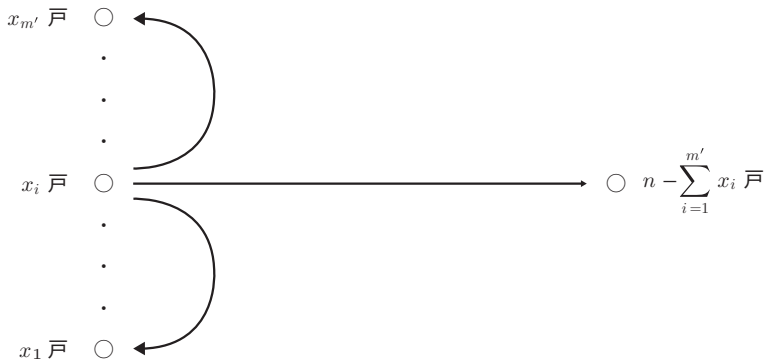
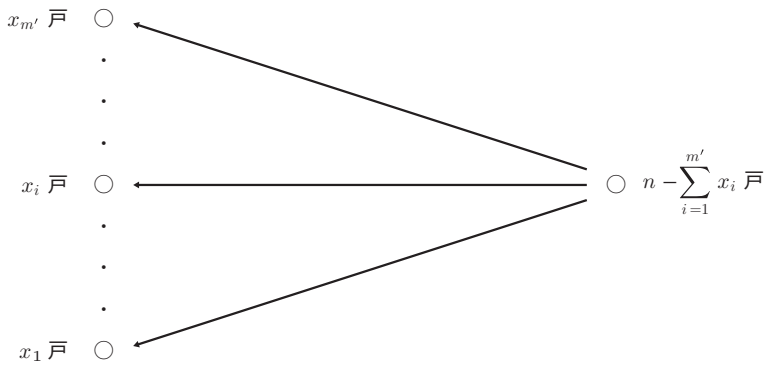


図２　分業がおこなわれていない財が社会全体に行き渡るイメージ



となる。すると，(20)と(21)を加えれば社会全体で必要な流通回数が計算され，その結果として

$$m'n \tag{22}$$

という回数が得られる。ここで社会的に必要な交換手段の量がその流通回数に比例するとすれば，その量は比例定数を T_0 として

$$T_0 m'n \tag{23}$$

ということになる。

そして，この交換手段は分業によって発生する余剰生産要素から供給されなければならなかった。いま，m' 種類の財について分業がおこなわれているものとして，どれだけの戸数が存在すれば自給自足時と同様の生産量水準を維持できるかを考えたい。m' 種類の財について分業がおこなわれているとき，自給自足時と同様の生産量を維持しているとしよう。これをモデルで表現するなら(10)と(11)において m_0 を m' に，不等号を等号へと置き換えるということである。そのような想定の下では自給自足時と同じ水準だけの生産をおこなうために最小限必要な戸数が計算されるか

ら，このときの戸数を分業をおこなっている経済主体については $\underline{x_i}$ 戸，分業をおこなっていない経済主体については $\underline{n-\sum_{i=1}^{m'} x_i}$ 戸と表すことにする。すると，(10)と(11)はそれぞれ

$$\underline{x_i} A k^{\alpha} = nA\left(\frac{k}{m}\right)^{\alpha} \; for\; i = 1, 2, \cdots, m' \tag{24}$$

$$\left(\underline{n-\sum_{i=1}^{m'} x_i}\right) A\left(\frac{k}{m-m'}\right)^{\alpha} = nA\left(\frac{k}{m}\right)^{\alpha} \tag{25}$$

と書き換えられることになる。いま，分業がおこなわれる第 i 財については(24)より

$$\underline{x_i} = \frac{n}{m^{\alpha}} \; for\; i = 1, 2, \cdots, m' \tag{26}$$

戸だけ，分業がおこなわれない財については(25)から

$$\left(\underline{n-\sum_{i=1}^{m'} x_i}\right) = \left(\frac{m-m'}{m}\right)^{\alpha} n \tag{27}$$

だけ存在すればよいことがわかる。分業がおこなわれる財は m' 種類であることに留意すれば，自給自足時と同水準の生産をおこなう場合，余剰の生産活動に参加できる経済主体は

$$\begin{aligned} & n - m'\underline{x_i} - \left(\underline{n-\sum_{i=1}^{m'} x_i}\right) \\ & = n - \frac{m'n}{m^{\alpha}} - \left(\frac{m-m'}{m}\right)^{\alpha} n \end{aligned} \tag{28}$$

戸となるから，追加的に投入可能な生産要素は

$$\left\{1 - \frac{m' + (m-m')^{\alpha}}{m^{\alpha}}\right\} nk \tag{29}$$

とわかる。ここで大西（2020）と同じように交換手段の生産関数を $g(\cdot)$（$g(0) = 0, g' > 0$）と置くならば，(29)に表されるようなだけの生産要素から，(23)より多くの交換手段が生産されないといけないから，そのためには

$$g\left[\left\{1 - \frac{m' + (m-m')^{\alpha}}{m^{\alpha}}\right\} nk\right] > T_0 m' n \tag{30}$$

が成立しなければならない。

ところで，大西（2020）では(9)より交換手段の要素生産性，社会構成戸数および各戸の生産要素保有量が大きいほど，「商品経済化」が進みやすくなることと交換手段の総生産が増大することが指摘されている。このうちで交換手段の総生産の増加は $g' > 0$ より自明である。「商品経済化」が進みやすくなることも，要素生産性や生産要素保有量については(9)においてそれらが左辺にしか含まれない以上，また明らかであろう。しかし，本稿のように交換手段が必要量だけ生産されるための条件を(30)のように書き換えた場合，社会構成戸数が大きいほど「商品経済化」が進行しやすくなるというのは必ずしも成立しない。以下ではこれを g が生産要素に関する収穫一定・逓増・逓減の場合と関連付けながら述べていきたい。

まず，要素に関する収穫一定の場合であるが，このとき(30)は

$$
\begin{aligned}
& g\left[\left\{1-\frac{m'+(m-m')^{\alpha}}{m^{\alpha}}\right\}nk\right] \\
&= ng\left[1-\frac{m'+(m-m')^{\alpha}}{m^{\alpha}}\right] > T_0 m' n \\
&\Rightarrow g\left[1-\frac{m'+(m-m')^{\alpha}}{m^{\alpha}}k\right] > T_0 m'
\end{aligned}
\tag{31}
$$

と社会構成戸数 n を含まない形に書き換えられる。すなわち，社会構成戸数は商品経済化の進みやすさに影響しないことになる。次に g が要素に関して収穫逓増である場合であるが，(30)の右辺である $T_0 m' n$ は社会構成戸数に関して収穫一定とも表現できる。すると，これは社会構成戸数が大きいほど交換手段の必要量よりも生産可能量の方が大きくなりやすいこと，すなわち，「商品経済化」が進みやすくなることを表していることになる。逆に，生産要素に関して収穫逓減であれば社会構成戸数が大きいほど「商品経済化」は進みにくくなることになる(4)。

以上のように，本稿のような書き換えの下では生産要素に関する収穫一定・逓増・逓減という交換手段の生産技術が社会構成戸数と「商品経済化」の進みやすさとの関係に影響していることも指摘しておきたい。

4. まとめ

本稿では大西（2020）による社会的分業モデルの問題点についての改善を試み，書き換えをおこなった。書き換えにより得られた結果は以下のとおりである。

1)自給自足から分業がおこなわれる状態へ移

---

(4) 本文では流通のために必要な交換手段の量は流通回数に比例すると仮定したが，比例以外の場合も想定されるであろう。例えば，流通回数と必要な交換手段の関係が

$$T_0\left(m'n\right)^{\gamma} = T_0 m'^{\gamma} n^{\gamma}\ (\gamma > 0)$$

であるとしよう。すると(30)はあらためて

$$g\left[\left\{1-\frac{m'+\left(m-m'\right)^{\alpha}}{m^{\alpha}}\right\}nk\right] > T_0 m'^{\gamma} n^{\gamma}$$

と書き直されることになる。g の関数形が不特定であれば上式についてこれ以上の言及は困難であるから，簡単化のため $g(\cdot) = B(\cdot)^{\beta}$ と置くことにするとこの不等式は

$$B\left[\left\{1-\frac{m'+\left(m-m'\right)^{\alpha}}{m^{\alpha}}\right\}k\right]^{\beta} n^{\beta} > T_0 m'^{\gamma} n^{\gamma}$$

と表される。このとき，$\beta = \gamma$ なら社会構成戸数は「商品経済化」の進みやすさには影響しない。$\beta > \gamma$ であれば交換手段の必要量よりも生産可能量の方が大きくなりやすいので，社会構成戸数が大きいほど「商品経済化」が進みやすいことになる。$\beta < \gamma$ ならばその逆である。このように関数形を特定した上での議論ではあるものの，必要な交換手段が流通回数に比例しない場合でも，社会構成戸数と「商品経済化」の進みやすさの関係は交換手段の生産における収穫逓増や逓減の度合いという技術に影響を受けていることも付言しておきたい。

行する際に各種財の社会的生産量が減らないためには，分業がおこなわれる財を複数に拡張した場合であってもオリジナルモデルと同様に生産要素に関する収穫逓増が必要となる。さらに，分業がおこなわれている状態からさらに分業がおこなわれる財の種類が増加するためにも，収穫逓増が要求される。また，すべての財が専門的に生産されるという状況にて各財の生産量が最大化されるため，流通の問題を捨象するならば，生産量という観点からはこの状況が最も望ましいといえる。

2) 分業がおこなわれている財の種類を複数とした場合，全種の財が社会の各戸へ行き渡るために必要な流通回数は，貨幣経済を前提とする限り分業がおこなわれている財の種類の数と社会を構成する戸数の積で表される。そして，このとき必要な交換手段の量は流通回数に比例するとした場合，社会を構成する戸数が「商品経済化」の進みやすさにどのように影響するかは，交換手段の生産が生産要素に関して収穫一定か逓増か逓減かという生産技術の問題に依存することになる。

以上の結果を以て本稿を閉じることとする。

参 考 文 献

今田高俊（1988）「社会的分業の概念について」海野道郎・原純輔・和田修一編『数理社会学の展開』数理社会学研究会，pp. 19–26

大西広（2020）『マルクス経済学　第 3 版』慶應義塾大学出版会

置塩信雄（1965）『資本制経済の基礎理論』創文社

小林淳一（1997）「古典理論に数理の息吹を」岩本健良編『社会構造と社会過程のフォーマライゼーション』科研費報告書，pp. 9–21

松田光司・三隅一人（2004）「分業と連帯――道徳的紐帯に着目したデュルケム理論」三隅一人編『社会学の古典理論――数理で蘇る巨匠たち』勁草書房，pp. 85–104

Durkheim, É. (1893) *De la division du travail social.* Alcan.（田原音和訳『社会分業論』青木書店，1971 年）

Land, K. (1970) “Mathematical Formalization of Durkheim’s Theory of Division of Labor”, pp. 257–282 in *Sociological Methodology.* Edited by Borgatta, E. and G. Bohnstetd. Jossey Bass.

Morishima, M. (1973) *Marx’s Economics.* Cambridge University Press.（高須賀義博訳『マルクスの経済学――価値と成長の二重の理論』東洋経済新報社，1974 年）