

Title	2023年 Econometric Society Asian School in Economic Theory (1)
Sub Title	2023 Econometric Society Asian School in Economic Theory (1)
Author	小松, 宏行(Komatsu, Hiroyuki) グレーヴァ, 香子(Fujiwara-Greve, Takako)
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	2023
Jtitle	三田学会雑誌 (Mita journal of economics). Vol.116, No.3 (2023. 10) ,p.311 (107)- 323 (119)
JaLC DOI	10.14991/001.20231001-0107
Abstract	
Notes	解説
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-20231001-0107

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the KeiO Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.



2023 年 Econometric Society Asian School in Economic Theory (1)

小松 宏行* グレーヴァ 香子**

1 スクールの概要

Asian School in Economic Theory は 2013 年から行われている Econometric Society 主催の若手研究者育成事業であり、韓国、日本、シンガポールなどを中心に持ち回りで開催されてきた。⁽¹⁾ 本スクールが対象としているのは、博士課程後期で既に論文を書いている段階以降で、博士号取得から数年以内までの人々である。これらの人々にとって、全世界の同じ理論研究者と 5 日間じっくり交流できる機会は非常に貴重なものであり、⁽²⁾ 例年多数の応募者がある。本年の Asian School in Economic Theory は慶應義塾大学大学院経済学研究科がホストを依頼され、寺井公子教授とグレーヴァがローカルオーガナイザーの任を担い、⁽³⁾ 慶應義塾経済学会の支援を得て無事開催された。

* 神奈川大学経済学部非常勤講師

** 慶應義塾大学経済学部

(1) 詳しくは、Inkoo Cho 教授のウェブサイト

<https://sites.google.com/site/inkoocho/home/summer-school-of-econometric-society/2023> 参照。当初は Summer School of the Econometric Society という名称で Econometric Society が唯一行っていたものである。現在はこのスクールの成功を受けて、実証分野のサマースクールや世界の各地の Regional school なども開催されている。

(2) 本年度の応募者は 117 名であった。うち国内から 7 名、海外から 32 名が採択された。さらに実際に報告を許可された者は 18 名という狭き門である。慶應義塾大学大学院とその卒業生からも 3 名の参加者があり、本稿前編(1)の著者の 1 人と後編の著者の 1 人が含まれている。

(3) 日本経済学会、東京経済研究センター、村田学術振興財団、野村財団からも資金助成を受けた。ここに記して感謝する。

この Asian School in Economic Theory には非常に大きな特徴があり、それはプログラム委員がずっと発案者の Inkoo Cho 教授 (Emory 大) と Ariel Rubinstein 教授 (Tel Aviv 大, New York 大) に固定されてきたということである。Rubinstein 教授は言うまでもなくミクロ経済学とゲーム理論の世界的権威であり⁽⁴⁾、彼の名声により文字通り著名な理論家をスクールの講師として講演料なしで招聘することができている。今年度の講師は Sylvain Chassang 教授 (Princeton 大), Inkoo Cho 教授 (Emory 大), Marina Halac 教授 (Yale 大), Debraj Ray 教授 (New York 大), Ariel Rubinstein 教授 (Tel Aviv 大, New York 大) および Ran Spiegler 教授 (Tel Aviv 大, University College London) の 6 名であった。

フォーマットは 5 日間の合宿形式であり、講師による講演と世界中から選抜された若手研究者の報告とから成っている。本稿では、慶應義塾経済学会会員および本塾の学生、大学院生向けに今年度のプログラムの中から Rubinstein 教授と Chassang 教授の講演の重要なポイントを 2 つに分けて解説する。前編である (1) では Rubinstein 教授の講演 “Economics with no Prices and no Games” を扱う。

2 Rubinstein 講演：イントロダクション

n 人家族の夕食時に祖父母が伝統的なパイを用意してくれた場面を想像してみよう。みんなこのパイをできる限り多くもらいたいと思っている。どのように分けるべきだろうか。家族内ではパイの取り分を他の財や貨幣を使って交換する市場は存在しないし、祖父母はオークションを行わない。しかし、「各人は最大でパイの総量の $1/n$ をもらってよい」という社会規範 (social norm) が成立するだろう。なぜなら、「各人が最大でパイの $q > 1/n$ をもらってよい」とすると争いが生じるだろうし、「各人が最大でパイの $q < 1/n$ をもらってよい」とすると争いは起きないが、 q を少しだけ増やすことが可能で、誰もその変更に対抗しないから当初の規範は不安定と言うべきである。

この夕食配分問題は経済的問題である。社会には限られた資源しかなく、その配分には利害対立がある。しかし、利害対立の解決は分権的⁽⁵⁾に行われるが市場を通じてではない例となっている。各主体の行動をある程度制限するような社会規範が発生して解決している。社会的規範は市場経済における競争価格と同様な働きをしており、ある種の調和が成立するまで調整される。しかし、価格と異なる側面もあり、社会的規範はそれが不必要な場面では強制されないのである。

Richter and Rubinstein (2020) は、多くの資源配分の場面においては、経済学で一般的に想定されている価格システムの存在がなくても社会的な配分が決定されることに着目した。彼らはその

(4) にもかかわらず、本スクールの彼の講演は “Economics with no Prices and no Games” であった。

(5) 誰かが命令して決めるわけではない。

ような場面では、同じコミュニティに属する人々が共通して認識している社会規範こそが経済状況に秩序を与える役割を担うとして、価格システムにおける競争均衡に対して、 Y 均衡という概念を新しく導入しながら資源の調整過程を分析した。

Basu (2010) が述べるように、どんな市場モデルも、いくつかの社会規範の存在を暗に仮定している。例えば、他人の所有物を盗んではいけないとかライバルを殺そうとしてはいけないというような規範である。このような共通の社会規範を前提としているからこそ、価格システムを用いた資源配分が成立する。つまり、市場経済のモデルは価格と規範の両方をベースとしたモデルと言える。一方で、Richter and Rubinstein (2020) が提示するモデルは規範のみをベースとしたモデルであり、その意味で一般的な市場経済のモデルより根源的なモデルであると解釈できる。

3 規範に基づく資源配分のモデル

定義 1. 経済は $\langle N, X, \{\succsim^i\}_{i \in N}, F \rangle$ の組で表される。ここで N は有限人の個人の集合、 X は各人が (共通して) 選択できる選択肢の集合、 \succsim^i は個人 i の X 上の選好、 F は X^N の部分集合であり、実現可能な選択肢の組み合わせ (選択肢プロファイル) 全体を意味する。

選択肢全体である X の部分集合の Y を考え、各人にはその中の選択肢が許されているときに選択される選択肢の組み合わせ、というものを状況 (*configuration*) と定義する。これが Y 均衡の候補となる。最初の夕食配分問題では、 $1/n$ までもらってよい、という許容集合の中で各自は $1/n$ を選ぶということであり、これは安定な状況となる。

定義 2. 状況 (*configuration*) は $\langle Y, (y^i)_{i \in N} \rangle$ の組で表される。ここで Y は X の部分集合、 $(y^i)_{i \in N}$ は Y^N の要素である。このとき、 Y を許容集合 (*permissible set*)、 $(y^i)_{i \in N}$ を結果 (*outcome*) という。

定義 3. パラ Y 均衡は以下の条件を満たす状況 $\langle Y, (y^i)_{i \in N} \rangle$ である：

- (i) 任意の個人 $i \in N$ について、 y^i は Y に属する選択肢のうち、 \succsim^i における最良の選択肢である、
- (ii) $(y^i)_{i \in N}$ は実現可能な選択肢のプロファイルに属している、すなわち $(y^i)_{i \in N} \in F$ である。

定義 4. パラ Y 均衡 $\langle Y, (y^i)_{i \in N} \rangle$ について、 $Z \supseteq Y$ を満たすパラ Y 均衡 $\langle Z, (z^i)_{i \in N} \rangle$ が存在しないとき、 Y 均衡という。

直感的に説明すると、パラ Y 均衡とは全員が許容集合の中で最適な選択を行っており、それが実現可能であるという意味で調和しているということである。しかしそのような状況は大量にあるか

もしれず、その中で許容集合が最大になっているものを Y 均衡とする。最大にする理由は以下のプロセスを念頭に置いているからである。

競争均衡と同様に、許容集合は政府や権力者が決めるものではなく、以下の2つの力を持つ「見えざる手」を通じて発生するものと考ええる。第一に、各自が許容集合内で選ぼうとした選択肢を組み合わせたものが実現可能でない場合、許容集合に選択肢が徐々に追加されたり削除されたりする。第二に、人々に選ばれた選択肢の組み合わせが実現可能であるなら、調和を乱さない限り許容集合に他の選択肢を追加する。ただし、許容集合を広げるときに「調和を乱さない」かどうかを決める場合には追加後の選択で考える。

パイの例で詳しく見てみよう。第一は、 $q > 1/n$ をもらってよいという許容集合の中では全員が q を選ぶだろうが、 (q, q, \dots, q) は実現可能ではないので許容集合を狭める力が働くということである。第二は、 $q < 1/n$ をもらってよいという許容集合の中では全員が q を選び、調和しているかもしれないが、 q を少し増加させた q' まで許容集合を広げれば全員が今度は q' を選ぼうとするだろうから、それがまだ調和しているなら ($nq' \leq 1$ ならば) q' までもらってよいという選択肢を追加する力が働くということである。

許容集合は全ての個人に一律にあてはめられる社会的規範であり、これは競争均衡における共通価格と似ている。一律性はシンプルな社会的規範を作るためであると考ええる。シンプルな規範は、各個人を名前や選好で区別しないだろう。現実には追加的個人情報によって異なる制約を自然に課すような社会的規範もあるが(例えばハンディキャップがある人とない人の駐車可能な場所を変えるなど)、ここではそこまでは考えないことにする。

Y 均衡においては全ての個人が同じ選択肢の集合に直面し、全員が合理的であるので、自分が選んだ選択肢でないものを強く選好することはない。つまり、任意の Y 均衡においてそれに属する選択肢のプロファイルは Foley (1967) の意味で無羨望である。

定義 5. プロファイル $(y^i)_{i \in N}$ が無羨望 (*envy-free*) であるとは、任意の異なる個人 $i, j \in N$ について、 $y^i \succeq^i y^j$ を満たすことをいう。

定義 6. プロファイル $(y^i)_{i \in N}$ が厳密に無羨望 (*strictly envy-free*) であるとは、任意の異なる個人 $i, j \in N$ について、 $y^i \succ^i y^j$ を満たすことをいう。

4 規範に基づく資源配分経済の例

規範に基づく資源配分を行う経済を理解するために、いくつかの具体的な例を見てみよう。

4.1 ケーキ分割経済

ケーキ分割経済 (*the splitting cakes economy*) とは以下の条件を満たす経済 $\langle N, X, (\succsim^i)_{i \in N}, F \rangle$ である：

- (i) M 種類の財が存在し、 X は $(0, 0, \dots, a, \dots, 0, 0)$ のように 1 つの成分が $a \geq 0$ であり、その他の $M - 1$ 成分は全て 0 である組の集合である、
- (ii) 各財の総量 $(\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_M) \in \mathbb{R}_{++}^M$ が決まっており、 F は以下の条件で定められる：任意の $(x^i)_{i \in N} \in X^N$ について

$$(x^i)_{i \in N} \in F \Leftrightarrow \sum_{i \in N} x_m^i \leq \Omega_m \text{ for all } m \in \{1, 2, \dots, M\}.$$

ケーキ分割経済では、異なる財を同時に消費することは許されないが、その制約内において分割可能な財空間を扱っている。例えば、異なる場所にある財や、ユダヤ教における肉と乳製品などである。

例 1. 2 種類のパイ A, B を 4 人で分けるケーキ分割経済を考える。パイの総量は $(\Omega_A, \Omega_B) = (100, 100)$ である。各個人の選好 \succsim^i は次の条件を満たす効用関数 $u^i(x_A, x_B)$ として表されるものとする：各座標については増加関数で、任意の $\alpha \in \mathbb{R}_+$ について

- $u^1(0.5\alpha, 0) = u^1(0, \alpha)$,
- $u^2(0.6\alpha, 0) = u^2(0, \alpha)$,
- $u^3(0.8\alpha, 0) = u^3(0, \alpha)$,
- $u^4(1.2\alpha, 0) = u^4(0, \alpha)$.

このとき、唯一の Y 均衡は $\langle \{y \mid y = (a, 0) \text{ or } (0, b), a \leq 40, b \leq 50\}, ((40, 0), (40, 0), (0, 50), (0, 50)) \rangle$ である。パイ A は 20 だけ残されて、パイ B は全て残らず配られる。

この結果はより一般の主張である Richter and Rubinstein (2020) の Claim A から出るが Y 均

衡であることを説明しておく。許容集合はパイ A を 40 以下もらうか、パイ B を 50 以下もらうかである。これらの境界点がちょうど個人 3 が無差別になるように設定されており、パイ B を 50 ももらうことも個人 3 にとって最適な選択の 1 つである。個人 1 と 2 は $(40, 0) \succ^i (0, 50)$ となっているので許容集合の中での最適な選択は $(40, 0)$ である。そして（唯一、パイ B が A より好きな）個人 4 にとっては $(0, 50) \succ^4 (40, 0)$ である。したがって許容集合の中で全員が最も好む選択肢を選んでいる。

許容集合を少しでも広げると、選択が変わり実現可能でなくなる。 a の上限を 40 から少し増やすと個人 1,2,3 が $(a, 0)$ を選ぶようになり実現不可能である。 $b > 50$ にすると少なくとも個人 3,4 がそれを選ぶだけで実現不可能である。以上からこの状況は Y 均衡である。

おもしろいのは、個人 1,2,3 はパイ A をパイ B より好んでいるのにパイ A を余らせなければならないことである。これは上記の均衡しかないからであるが、両方のパイを完全に配分できないということだけ簡単に説明しておく。両方のパイを余さずに分けるとすると、許容集合は全ての個人にとって同じでなければならないので、何人で分けるか、ということだけを決めることになる。パイ A を k 人で完全に分け、パイ B を $4 - k$ 人で完全に分けるというケースを $k = 1, 2, 3$ で考察してみよう。

- $k = 1, 3$: この場合、片方のパイを 1 人に全て与えるということで $(100, 0)$ または $(0, 100)$ が許容集合に入っていないなければならない。しかしその場合、1 人だけが $(100, 0)$ または $(0, 100)$ を選ぶということにはならない。
- $k = 2$: この場合、それぞれのパイを 2 人ずつで分けるということなので、 $(50, 0)$ と $(0, 50)$ が許容集合に入っていないなければならない。しかしその場合、パイ A をパイ B より好んでいる個人 1,2,3 が $(50, 0)$ を選ぶので 2 人だけが選ぶということにはならない。

以上から、どちらかのパイは余らせなければならないことがわかった。この例では、「調和」のために効率性を犠牲にする可能性があることが示唆されている。⁽⁶⁾

(6) 筆者の 1 人は東日本大震災のとき、避難所の人数分の支援物資が来なかった場合、誰にも配らなかったという事例を聞いたことがあり、長年なぜそんなことが起きたのか疑問に思っていた。通常のマクロ経済学的には、 $(0, \dots, 0)$ よりも $(1, \dots, 1, 0, \dots, 0)$ という配分の方が効率的だから、そうすべきだったのではないかと思っていた。しかし、全員が欲しているが非分割財であるものが不足している場合、 $(\{0\}, (0, \dots, 0))$ という状況は唯一の Y 均衡であった。つまり妬みなどの効用の外部性がなく、完全に合理的な人々の社会でちゃんと成立する均衡であった。しかも無羨望であるからその意味での妬みも発生しない。

4.2 住宅割り当て経済

住宅割り当て経済 (*housing economy*) とは以下の条件を満たす経済 $\langle N, X, (\succ^i)_{i \in N}, F \rangle$ である：

(i) X は住宅の有限集合であり、 $|N| \leq |X|$ である、

(ii) F は以下の条件で定められる：任意の $(x^i)_{i \in N} \in X^N$ について

$$(x^i)_{i \in N} \in F \Leftrightarrow x^i \neq x^j \text{ for all distinct } i, j \in N.$$

例 2. 3つの住宅 A, B, C を個人 $1, 2$ が選ぶ住宅割り当て経済を考える。各個人の選好は $A \succ^1 B \succ^1 C, A \succ^2 C \succ^2 B$ であるとする。

このとき、2人はどちらも住宅 A を一番に好んでいるため、 A を含む集合を許容集合とする状況はパラ Y 均衡にはならない。よって、唯一の Y 均衡は $\langle \{B, C\}, (B, C) \rangle$ である。

この例は脚注 6 の状況と似ている問題である。「調和」のためには全員が好んでいるものを取って許容可能としてはいけないという例となっている。

例 3. 2つの住宅 A, B を 2人が選ぶ住宅割り当て経済を考える。各個人の選好はどちらも $A \succ^i B$ であるとする。

このとき、いかなる状況も (パラ) Y 均衡にはならない。

例 3により、残念ながら Y 均衡の存在が保証されていないことがわかる。この意味で、「調和」が必ず存在するわけではないということである。

4.3 定足数経済

定足数経済 (*quorum economy*) とは以下の条件を満たす経済 $\langle N, X, (\succ^i)_{i \in N}, F \rangle$ である：

(i) X はクラブ (*club*) の有限集合である、

(ii) 各クラブ $x \in X$ には定足数 $m_x \leq |N|$ が決まっており、 F は以下の条件で定められる：任意の $(x^i)_{i \in N} \in X^N$ について

$$(x^i)_{i \in N} \in F \Leftrightarrow \text{for all } x \in X, |\{i \in N \mid x^i = x\}| = 0 \text{ or } |\{i \in N \mid x^i = x\}| \geq m_x.$$

このモデルではクラブ x が成立するには最低 m_x 人が入らなければならない。その定足数はクラブによって異なってもよい。実現可能プロファイルは、各クラブが成立しているか参加者がゼロであるかのどちらかでなければならない。つまり正の数だが m_x 人未満しか入っていないクラブはあってはならない。

例 4. 2つのクラブ A, B を 3 人が選ぶ定足数経済を考える。各クラブの定足数は $(m_A, m_B) = (2, 2)$ である。各個人の選好は $A \succ^1 B, A \succ^2 B, B \succ^3 A$ であるとする。

このとき、 $\{A, B\}$ を許容集合とする状況は、個人 3 だけが B を選ぶので最適な選択肢のプロファイルは実現可能ではなくパラ Y 均衡にはならない。一方で、 $\{A\}$ または $\{B\}$ を許容集合とする状況では、それぞれ $\langle \{A\}, (A, A, A) \rangle$ と $\langle \{B\}, (B, B, B) \rangle$ という Y 均衡が成立する。

例 4 は Y 均衡の一意性が保証されないことを示している。同じ経済において、いろいろな「調和」が可能かもしれないということである。

Richter and Rubinstein (2020) は、次の例を用いて、どんな Y 均衡もパレート効率性を満たさないという経済があり得ることを示している。

定義 7. 経済 $\langle N, X, (\succ^i)_{i \in N}, F \rangle$ におけるプロファイル $(x^i)_{i \in N} \in X^N$ がパレート効率性を満たすとは、以下の 2 つの条件が成立することである。

(i) $(x^i)_{i \in N} \in F$ (プロファイルは実現可能),

(ii) $(z^i)_{i \in N} \in F$ で、各 $i \in N$ について $z^i \succ^i x^i$ かつ、少なくとも 1 人の $j \in N$ について $z^j \succ^j x^j$ となるものは存在しない。(パレート改善する実現可能なプロファイルは存在しない。)

例 5. 3つのクラブ A, B, C を 6 人が選ぶ定足数経済を考える。各クラブの定足数は $(m_A, m_B, m_C) = (3, 3, 3)$ である。各個人の選好は次の通りとする：

- 個人 $i = 1, 2$ は $A \succ^i B \succ^i C$,
- 個人 $i = 3, 4$ は $B \succ^i C \succ^i A$,
- 個人 $i = 5, 6$ は $C \succ^i A \succ^i B$.

このとき許容集合が 2 つまたは 3 つのクラブを含む状況はパラ Y 均衡にならない。なぜなら、2 人だけが選ぶクラブが存在してしまうからである。許容集合がただ 1 つのクラブである状況はどれも Y 均衡となる。しかしそれらの状況では、4 人がそのクラブ以外の別のクラブを厳密に好んでお

り、3人がクラブを移動した場合、元の状況からパレート改善される。よって、 Y 均衡となる全ての状況はパレート効率性を満たさない。

5 Y 均衡の存在とパレート効率性

いろいろな例から、 Y 均衡が常に存在するわけではなく、パレート効率性もまったく満たされない可能性があることがわかってしまった。しかし、少なくともケーキ分割経済においては Y 均衡は存在し、許容集合は一意である。(この証明は Richter and Rubinstein (2020) Claim A を参照のこと。) また、 Y 均衡が実現可能かつ無羨望なプロファイル内ではパレート効率的であるという意味で「セカンドベストである」ことは任意の経済において言える。

命題 1. 選択肢のプロファイル $(y^i)_{i \in N} \in X^N$ が何らかの Y 均衡の結果であるならば、実現可能かつ無羨望なプロファイルの中に限っては、そのプロファイルはパレート効率性を満たす。逆もまた成り立つ。

Proof. $\langle Y, (y^i)_{i \in N} \rangle$ を Y 均衡とする。3節の最後に述べた通り、 $(y^i)_{i \in N}$ は無羨望である。背理法の仮定として、 $(y^i)_{i \in N}$ が実現可能かつ無羨望なプロファイルの中でパレート効率性を満たしていないとする。つまり、 $(y^i)_{i \in N}$ をパレート改善する無羨望なプロファイル $(z^i)_{i \in N}$ が存在するとする。このとき、 $\langle Y \cup \{z^1, \dots, z^n\}, (z^i)_{i \in N} \rangle$ はパラ Y 均衡となることをまず示そう。パレート改善の定義から、全ての個人 $i \in N$ について $z^i \succeq^i y^i$ が成立する。 $\langle Y, (y^i)_{i \in N} \rangle$ は Y 均衡なので、 $y^i \succeq^i w$ for all $w \in Y$ である。したがって、推移性から $z^i \succeq^i w$ for all $w \in Y \cup \{z^1, \dots, z^n\}$ となるから、 $Y \cup \{z^1, \dots, z^n\}$ を許容集合とすれば、各個人 i にとって最適な選択は z^i である。以上の議論から $\langle Y \cup \{z^1, \dots, z^n\}, (z^i)_{i \in N} \rangle$ はパラ Y 均衡である。

さらに、パレート改善の定義から $z^j \succ^j y^j$ となる個人 j が少なくとも1人存在するので $z^j \notin Y$ つまり、 $Y \cup \{z^1, \dots, z^n\} \supsetneq Y$ である。ところがこれでは Y を真部分集合とする許容集合を持つパラ Y 均衡が存在するということになってしまうため、 $\langle Y, (y^i)_{i \in N} \rangle$ が Y 均衡であることに矛盾する。したがって背理法の仮定が間違이었다ということになり、 $(y^i)_{i \in N}$ は実現可能かつ無羨望なプロファイルの中でパレート効率性を満たしている。⁽⁷⁾

逆が成り立つことを示す。 $(y^i)_{i \in N}$ を実現可能かつ無羨望なプロファイルの中でパレート効率性を満たすものとし、 $(y^i)_{i \in N}$ が何らかの Y 均衡の結果であることを示せばよい。実際に Y 均衡を作って見せればよいので、許容集合として $Y = \bigcup_{i \in N} \{y^i\} \cup \{x | y^i \succeq^i x \text{ for all } i \in N\}$ を定義す

(7) この部分の証明には無羨望性は使われていない。

る。これは当該プロファイルの成分全てと、それらより「全員が好まない選択肢」全てを集めたものである。 $\langle Y, (y^i)_{i \in N} \rangle$ がパラ Y 均衡となることは明白である。

$\langle Y, (y^i)_{i \in N} \rangle$ が Y 均衡であることを示すために、背理法の仮定として $Z \supsetneq Y$ となる Z を許容集合とするパラ Y 均衡 $\langle Z, (z^i)_{i \in N} \rangle$ が存在すると仮定する。 $Z \supsetneq Y$ であるため、全ての個人 i について y^i は選択可能なので、 $z^i \succsim^i y^i$ でなければならない。

任意の $x \in Z \setminus Y$ とする。⁽⁸⁾ ($Z \supsetneq Y$ よりこのような x は存在する。) x は Y に入っていないので、 Y の定め方から、 $x \succ^j y^j$ を満たす個人 j が必ず存在する。 x は Z に入っているため、 $\langle Z, (z^i)_{i \in N} \rangle$ がパラ Y 均衡であることから、この個人 j にとって、 $z^j \succsim^j x$ である。したがって、推移性より $z^j \succ^j y^j$ となる。パラ Y 均衡のプロファイル $(z^i)_{i \in N}$ は実現可能かつ無羨望であることに留意すると、 $(z^i)_{i \in N}$ は $(y^i)_{i \in N}$ をパレート改善する実現可能かつ無羨望なプロファイルとなってしまった。これは最初の「 $(y^i)_{i \in N}$ は実現可能かつ無羨望なプロファイルの中でパレート効率性を満たす」という仮定に矛盾する。したがって背理法の仮定が間違いであり $\langle Y, (y^i)_{i \in N} \rangle$ は Y 均衡である。□

実現可能集合 F が以下の模倣性を満たしている経済に限定すれば、 Y 均衡の結果の集合とパレート効率的なプロファイルの集合が一致する。証明は原論文を参照されたい。

命題 2. 実現可能なプロファイルの集合 F が模倣性 (*imitation property*) を満たすとは：各 $a \in F$ について、ただ 1 人の個人 i が $b^i \neq a^i$ かつ $b^i = a^j$ for some j となるように (1 カ所だけ選択肢を重複させて) 作った全ての $b \in X^N$ が $b \in F$ であることである。

このとき、選択肢のプロファイル $(y^i)_{i \in N} \in X^N$ が何らかの Y 均衡の結果であるならば、そのプロファイルはパレート効率性を満たす。逆もまた成り立つ。

6 ユークリッド経済

特に重要な経済モデルとしては、選択肢が有限次元実数空間 (ユークリッド空間) に存在するものがある。この場合、スタンダードな仮定をおくと、 Y 均衡の存在の十分条件が導かれる。⁽⁹⁾

ユークリッド経済 (*Euclidean economy*) とは以下の条件を満たす経済 $\langle N, X, (\succsim^i)_{i \in N}, F \rangle$ である：

- (i) X は有限次元ユークリッド空間に含まれる閉凸集合である、

(8) 原論文では $Z - Y$ と書かれているが、 Z に入っていて Y に入っていない要素の集合としてわかりやすい表記とした。

(9) この節を理解するには位相数学の知識が必要である。そして、位相数学を知っている読者にとっては閉集合、連続性、凸性などの定義は自明なので書かないことにする。

(ii) 各個人の選好 \succsim^i は連続かつ凸である,

(iii) F は閉凸集合である。

命題 3. ユークリッド経済において、実現可能なプロファイルの集合 F がコンパクトかつ匿名性を満たす（各成分の並び替えについて閉じている）ならば、 Y 均衡が存在する。

Proof. EFF を無羨望で実現可能なプロファイルの集合とする。まず、これが非空であることを示す。 F の中から任意のプロファイルを取る。 F の匿名性よりこのプロファイルの成分を任意に並べ替えたものも F に入っている。これら全体の平均を取ったプロファイルは全員が同じものをもらうプロファイルとなり、 F は凸なのでこれも入っている。この全員が同じものをもらうプロファイルは無羨望であり、実現可能かつ無羨望なプロファイルが存在した。

F がコンパクトで \succsim^i が連続なので、 EFF もコンパクトである。（無羨望性が弱い選好で定義されているので EFF が閉集合であるからである。）

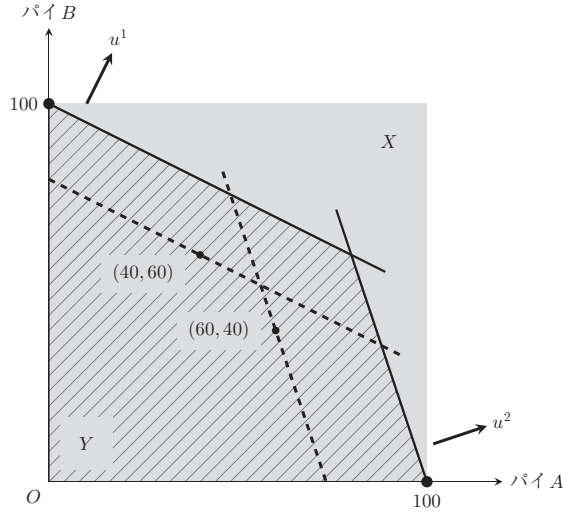
Debreu の定理より、有限次元ユークリッド空間の部分集合である X 上の連続的な選好 \succsim^i にはそれを表現する連続な効用関数 u^i が存在する。 EFF がコンパクトであるので最大値定理より連続関数 $\sum_{i \in N} u^i(x^i)$ を最大にする $z \in EFF$ が存在し、 z は EFF 内でパレート効率性を満たすものである。そして命題 1 より z は Y 均衡の結果となる。つまり Y 均衡が存在する。□

Y 均衡の結果は、命題 1 では無羨望なプロファイル内でのみパレート効率的としか言えず、必ずしも通常の（全ての実現可能プロファイル内での）パレート効率性は満たさなかった（例 5 参照）が、ユークリッド経済においてはもう少し強いことが言えて、 Y 均衡の結果でパレート効率性を満たさないものは、無羨望性を無差別関係で満たすような特殊なプロファイルのみとなる。つまり、厳密に無羨望なプロファイルの集合内では Y 均衡の結果とパレート効率性は同値となる。（証明は原論文参照。）

命題 4. ユークリッド経済において、厳密に無羨望な選択肢のプロファイル $(y^i)_{i \in N} \in X^N$ が何らかの Y 均衡の結果であるならば、そのプロファイルはパレート効率性を満たす。逆もまた成り立つ。

例 6. 2 種類のパイ A, B を 2 人で分ける場面を考える。パイの総量は $(\Omega_A, \Omega_B) = (100, 100)$ である。ケーキ分割経済とは異なり、各個人は両方のパイを食べることができる。すなわち、 $X = \{(x_A, x_B) \in \mathbb{R}_+^2 \mid x_A \leq 100, x_B \leq 100\}$ であり、 $F = \{((x_A^1, x_B^1), (x_A^2, x_B^2)) \in X^2 \mid x_A^1 + x_A^2 \leq 100, x_B^1 + x_B^2 \leq 100\}$ である。各個人の選好 \succsim^i は次の効用関数 $u^i(x_A, x_B)$ で表されるものとする：任

図1 例6のユークリッド経済におけるY均衡
(斜線部の領域Yが許容集合)



意の $(x_A, x_B) \in X^2$ について

- $u^1(x_A, x_B) = x_A + 2x_B$,
- $u^2(x_A, x_B) = 3x_A + x_B$.

このとき、 $Y = \{(y_A, y_B) \in X^2 \mid y_A + 2y_B \leq 200, 3y_A + y_B \leq 300\}$ とすると、 $\langle Y, ((0, 100), (100, 0)) \rangle$ はY均衡である。

例6はユークリッド経済であり、プロファイル $((0, 100), (100, 0))$ は厳密に無羨望なY均衡の結果であるから、命題4より、このプロファイルはパレート効率性を満たすことがわかる。図1の斜線領域と大きな黒点2つはこのY均衡を描写したものである。今回はどちらのパイも完全に配分されている。

他方で、別のプロファイル $((40, 60), (60, 40))$ も実現可能かつ厳密に無羨望なプロファイルである。しかし、先のプロファイル $((0, 100), (100, 0))$ に変更することでパレート改善できるため、このプロファイルはパレート効率性を満たさない。したがって、命題4よりこのプロファイルが結果となるY均衡は存在しないはずである。実際、図1において点 $(40, 60)$ と $(60, 40)$ はどちらも領域Yの内部にある。2人の無差別曲線の形状から、もし $((40, 60), (60, 40))$ が何らかのY均衡の結果であるなら、その許容集合は図1の点線と軸に囲まれた領域より外側を含むことはできない。しかしこの領域を厳密な部分集合としたYによる(パラ)Y均衡が存在しているので、プロファイル $((40, 60), (60, 40))$

が結果となる Y 均衡は存在しない。

ユークリッド経済にさらに構造を加えると、全ての個人が同じ初期保有ベクトルを持つ平等な純粋交換経済における競争配分は許容集合が凸である「凸 Y 均衡」の結果になるというような、競争配分との関係も分析できるようになる。

7 まとめ

Rubinstein 教授は既存のミクロ経済学の枠組みを拡張する、あるいはそれを絶対視すべきでないことを提唱されている。本講演では我々が親しんできた一般均衡モデルの競争均衡やゲームモデルの均衡とは異なるモデルと均衡理論が展開されている。数学的に新しい技術が使われているというわけではないが、若手研究者にとって、新しい理論研究とはこうやるものだ、ということを見る意味でも刺激になったであろう。1 つだけ気になったのは、生産活動を含めたモデルに拡張できるのかということであった。

参 考 文 献

- K. Basu (2010). *Beyond the Invisible Hand: Groundwork for a New Economics*, Princeton University Press.
- D. Foley (1967). “Resource Allocation and the Public Sector”, *Yale Economic Essays*, Vol. 7, 45–98.
- M. Richter and A. Rubinstein (2020). “The Permissible and the Forbidden”, *Journal of Economic Theory*, Vol. 188, 105042.